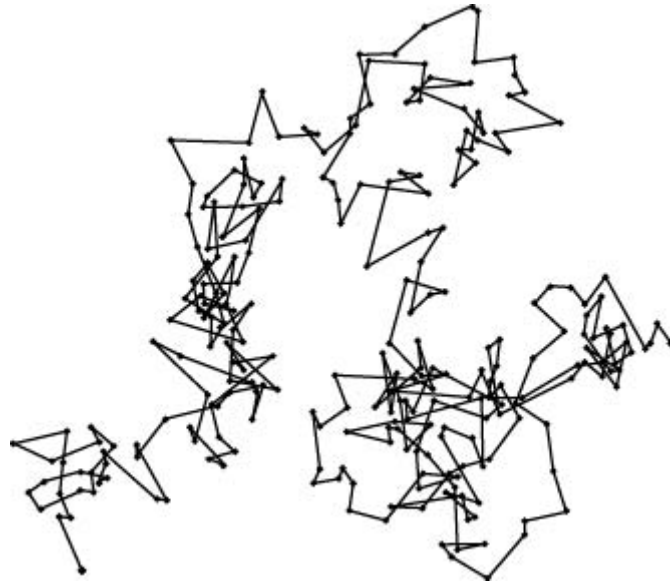


IFUSP

Laboratório de Física Moderna

Licenciatura em Física 4300377



Movimento Browniano

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Introdução Histórica	2
1.2	Introdução Teórica	4
2	A Experiência	6
2.1	Procedimento Experimental	7
2.2	Análise dos Dados	9
2.3	Determinação do Raio da gota	9
A	Estimativa do raio da gota	10
B	Correção para o valor da viscosidade do ar	11

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução Histórica

Definição: O movimento browniano pode ser definido como movimento aleatório de partículas microscópicas imersas em fluido. Este movimento provém dos choques das moléculas do fluido nessas partículas microscópicas e é muito importante pois comprova a teoria corpuscular da matéria.

É claro que esta afirmação, nos dias de hoje, pode passar despercebida para muitos de nós. No entanto, temos que contextualizar historicamente o momento em que este tipo de movimento foi pela primeira vez observado e, mais ainda, perceber a sua real contribuição para Física Moderna.

Historicamente, a primeira evidência experimental encontrada acerca do hoje chamado movimento Browniano vem do Romano **Tito Lucrécio** em seu poema *De rerum natura* (Tradução Livre: *Sobre a Natureza das Coisas*, 60 A.C. onde ele já argumentava a existência de partículas ainda menores (átomos) e que este movimento (hoje chamado de Movimento Browniano) poderia ser considerado como uma prova da existência dos átomos.

Observe o que acontece quando os raios solares são admitidos em um prédio e lançam a luz sobre os lugares... Você verá uma infinidade de pequenas partículas (grãos de poeira) se misturando em uma infinidade de maneiras... A dança destas partículas é uma indicação do movimento da matéria que está escondida de nossa visão... Ele (o movimento) se originou com os próprios átomos [isto é, espontaneamente]. Então aqueles pequenos corpos são colocados em movimento, removendo o ímpeto¹ dos átomos. E, portanto, são postos em movimento pelo impacto de seus golpes invisíveis (dos átomos nos grãos de poeira). Por sua vez, canhão contra corpos um

¹*ímpeto* pode ser traduzido em linguagem moderna como quantidade de movimento, ou Momento Linear. No entanto, esta notação só será utilizada por volta do século XVI.

pouco maiores e assim por diante o movimento é montado a partir dos átomos e emerge gradualmente ao nível dos nossos sentidos. Eu sei que os corpos estão em movimento...

Na verdade, o movimento de grãos de poeira iluminadas pela luz de uma janela em um quarto é causado pelas correntes de ar (fluxo do ar). No entanto, o brilho que em algumas condições podemos observar desses grãos de poeira caindo sob ação da gravidade (sem nenhuma influência de correntes de ar) é sim decorrência do Movimento Browniano.

Séculos mais tarde, **Jan Ingenhousz** em 1785 estudou o movimento irregular de pequenas partículas de poeira de carvão em álcool, descrevendo seu movimento como irregular. No entanto, a "descoberta" do movimento Browniano é atribuída ao Botânico Escocês **Robert Brown** (21-12-1773 até 10-06-1858) por conta de seu trabalho publicado em 1827[2]. Brown estava estudando o movimento (também irregular) de partículas existentes dentro do pólen, através de um microscópio. Curiosamente, ele foi um dos primeiros cientistas a utilizar o microscópio em sua pesquisa. Brown observou que estas minúsculas partículas executavam um movimento agitado e irregular [2]. Brown também mostrou que tal movimento não poderia ser atribuído a sistemas vivos, mas sim a partículas inanimadas sofrendo choques de outras partículas ainda menores (moléculas que compõem o fluido) em que estas estão imersas[2].

Os experimentos de Ingenhousz e principalmente de Brown, deram início a uma série de outros experimentos realizados também neste período (meados do século XIX). Ficou claro com esses experimentos que o movimento Browniano era dependente de diversos parâmetros físicos e algumas observações experimentais foram colhidas. Podemos mencionar que: a agitação das moléculas aumentava na medida em que se diminuía o diâmetro e a densidade das partículas suspensas (geralmente da ordem de $10^{-6}m$) ou então na medida em que se aumentava a Temperatura ou se diminuía a viscosidade do fluido. É interessante mencionar aqui que para partículas com diâmetros maiores que $10^{-5}m$ o movimento Browniano era dificilmente visto, obviamente devido a tecnologia da época[3].

Além dos inúmeros experimentos criados para melhor estudar o chamado Movimento Browniano, criou-se também inúmeras explicações para este fenômeno. De um modo geral, a comunidade científica da época não estava completamente convencida da existência de átomos e moléculas compondo um fluido. Alguns cientistas acreditavam que tais partículas contidas dentro do pólen estudado por Brown se tratavam de seres vivos e daí provinha seu movimento. Esta idéia foi descartada pelo próprio Brown. Além desta, outras explicações que surgiram na época para este movimento eram:[3]

- Gradientes de Temperaturas;
- Perturbações Mecânicas;
- Efeito de Capilaridade;

- Presença de correntes de Convecção, dentre outras

Como era de se esperar, nenhuma dessas explicações foi aceita pela comunidade científica e cada uma delas possuía inúmeros prós e contras. Inclusive a própria idéia de Brown!

Embora Brown pudesse evidenciar a existência deste movimento, ele não foi capaz de descrevê-lo matematicamente. Alguns cientistas tentaram descrever este fenômeno, mas sem sucesso até que em 1905 Albert Einstein, em um dos seus trabalhos ², explica de forma correta este fenômeno e demonstra a existência de átomos, conseguindo inclusive determinar o Número de Avogadro³. Uma boa descrição dos cinco trabalhos de Einstein de 1905 pode ser encontrada em [3].

Por fim, o experimento que realizaremos em laboratório tem como objetivo determinar o número de Avogadro através do movimento Browniano de gotículas de óleo de tamanho micrométrico.

1.2 Introdução Teórica

Não é muito difícil obter a relação que nos ajudará a determinar o Número de Avogadro, N_A . Se partimos da relação de Stokes-Einstein[3]:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a} \quad (1.1)$$

onde D é o coeficiente de Difusão da gota no meio, k_B é a constante de Boltzmann, T a Temperatura na escala absoluta, η a viscosidade do meio e a o raio da gota. Fazendo algumas suposições, podemos escrever que o coeficiente de difusão, em uma direção, pode ser escrito como[3]:

$$D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (1.2)$$

onde $n(x, t)$ é o número de partículas por unidade de volume ao redor do ponto x no instante t . Existem algumas suposições que devem ser feitas aqui, para quem estiver interessado sugiro [3].

Vamos supor que no tempo $t = 0$ todas as partículas estejam na origem, podemos resolver a equação (1.2) $\forall t > 0$:

$$n(x, t) = \frac{n}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp \frac{-x^2}{4Dt} \quad (1.3)$$

²1905 é conhecido como o ano miraculoso da física pois A. Einstein publicou 5 trabalhos de suma importância para a Física Moderna. A solução do Movimento Browniano foi um desses Trabalhos

³Atualmente o valor aceito é de $6,02214179(30) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

onde $n = \int n(x)dx$ é o número total de partículas contidas no volume. Logo, o valor esperado do deslocamento quadrático médio, $\langle x^2 \rangle$, será:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \int x^2 n(x, t) dx = 2Dt \quad (1.4)$$

Juntando agora as 1.4 com a 1.1 teremos que:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{k_B T}{3\pi\eta a} \quad (1.5)$$

E lembrando que $k_B = \frac{R}{N_A}$ sendo R a constante universal dos gases e N_A o número de Avogadro, podemos por fim escrever que:

$$N_A = \frac{RT}{3\pi\eta\langle x^2 \rangle a} t \quad (1.6)$$

A equação 1.6 relaciona o número de Avogadro com o deslocamento quadrático médio $\langle x^2 \rangle$ e o raio da partícula, a .

Capítulo 2

A Experiência

A figura 2.1 mostra o arranjo experimental que será utilizado neste experimento. Para quem já conhece, este arranjo experimental é igual ao utilizado no experimento de Millikan.

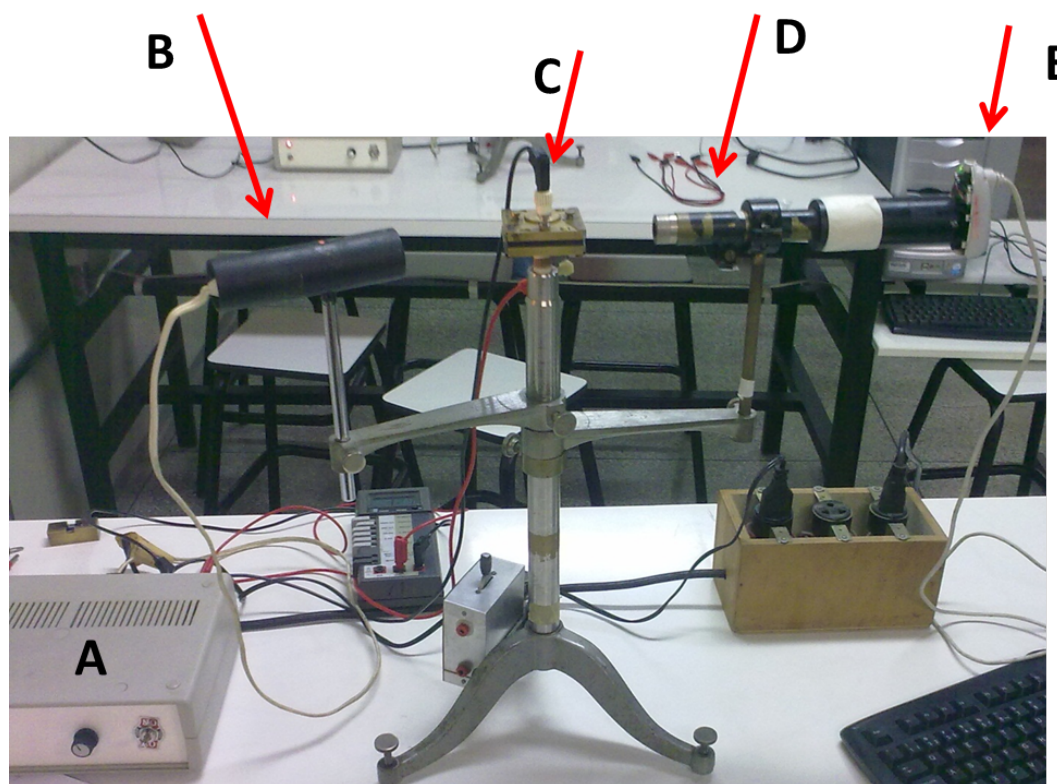


Figura 2.1: Esquematização do experimento de movimento Browniano. **A** é a fonte de tensão variável, **B** é a fonte utilizada para iluminar a região entre os capacitores **C**. **D** é o foco da objetiva e **E** é a webcam que processa e envia os dados para o computador.

Para realizar este experimento, utilizaremos um borrifador para inserir gotículas de óleo dentro de um capacitor de placas paralelas (Fig. 2.1C). Com a fonte de Tensão variável (Fig. 2.1A) você irá selecionar uma gota no monitor controlando o campo elétrico

entre as placas do capacitor. É interessante mencionar que estas gotículas de óleo são eletricamente carregadas, você saberia dizer o porquê?

2.1 Procedimento Experimental

Abaixo segue o procedimento experimental e algumas dicas muito úteis para realizar este experimento.

Como é de se esperar, o movimento da gota se dá nos eixos x , y e z . Nos preocuparemos apenas com o movimento da direção x .

1. Em primeiro lugar, você deve desmontar todo o aparato experimental e limpá-lo, de preferência com álcool. O excesso de uso faz com que óleo se acumule no capacitor, dificultando a medida. Preste muita atenção no modo de montar e desmontar o equipamento.
2. Após a montagem do equipamento não se esqueça de utilizar um nível-bolha para que o capacitor fique exatamente (ou o mais próximo disso) paralelo ao chão.
3. Você agora irá ajustar o foco do sistema *Lente + Câmera*. Para tanto, posicione o fio de arame no orifício central superior do Capacitor. **TOME CUIDADO! CERTIFIQUE-SE DE QUE NÃO HÁ TENSÃO ENTRE AS PLACAS DO CAPACITOR.** Ajuste o foco da lente de modo que o fio fique claro e bem nítido no monitor.
4. Borrife óleo na entrada superior do capacitor.
5. Com a ajuda do campo elétrico, selecione uma gota que esteja nítida e deixe-a parada no meio do monitor;
6. Em primeiro lugar, você deverá medir o tempo de queda da gota. Não se esqueça disso, caso contrário você não conseguirá estimar o raio, a , da gota (ver apêndice). Para fazer isso, utilize o campo elétrico para movimentar a gota na direção y . Quando a gota atingir a região superior do monitor, desligue o campo elétrico. Religue o campo quando a gota já estiver na região inferior do monitor. Não se esqueça de gravar todo este processo. **Dica:** O tempo mínimo de queda da gota deve ser de 10s.
7. Posicione esta mesma gota no centro do monitor e inicia a gravação.
8. Grave o movimento da gota por no mínimo 1800s. Faça medidas de deslocamento (ou seja da posição relativa da gota), usando intervalos de tempo de 1s. Você deve ajustar o programa de aquisição para que se grave 1 frame por segundo. Neste experimento você deve repetir este procedimento para **no mínimo** 6 gotas.

9. Não se esqueçam que no final do experimento você deve fazer uma foto de uma escala, para que você possa depois determinar o Raio da Gota. Sem esta escala seu experimento ficará prejudicado.

2.2 Análise dos Dados

Uma boa obtenção da posição da gota com o programa de análise de dados é fundamental para uma boa determinação do número de Avogadro.

- Obtenha a posição da gota em estudo em cada segundo, ou seja, a cada frame.
- Construa histogramas de deslocamento para intervalos de 10s, 20s e 30s.
- Obtenha a função matemática que melhor ajusta a distribuição dos dados destes histogramas. Que função é essa?
- Utilize o programa Origin para ajustar a distribuição deste histograma. O número de Avogadro N_A deve ser calculado usando σ^2 ou $\langle x^2 \rangle$?
- Calcule o número de Avogadro N_A e analise a necessidade de correção para o coeficiente de viscosidade do ar em função da Temperatura. Ver apêndice B para obter a viscosidade do ar em função da temperatura.
- Calcule o erro associado à determinação de N_A e discuta a influência dos fatores significativos. Quais fatores poderiam ter causado este erro?

Na síntese, o grupo deve descrever quais seriam os fatores que poderiam influenciar a obtenção do número de Avogadro.

2.3 Determinação do Raio da gota

Em primeiro lugar, vamos desenvolver um método para determinar o raio da gota, a , a partir de medidas dos tempos de descida t_d necessário para que a gota possa percorrer uma certa distância no monitor. Um exercício muito interessante (e que deverá ser feito na síntese) é fazer um esboço de todas as forças envolvidas na queda da gota (assumir que a gota se movimenta em equilíbrio dinâmico). A partir das equações de movimento e utilizando a correção no coeficiente de viscosidade do ar (vide Apêndice B), mostre que o raio da gota é dado pela relação:

$$a = -\frac{b}{2p} + \sqrt{\frac{b^2}{4p^2} + \frac{9\eta_0 v_d}{2(\rho_{oleo} - \rho_{ar})g}} \quad (2.1)$$

onde: a = Raio da gota; $b = 6.17 \cdot 10^{-4}$ (cm de Hg)cm; p = Pressão atmosférica; η_0 = Coeficiente de viscosidade à temperatura ambiente (vide Apêndice B); ρ_{oleo} = Densidade do óleo; g = Aceleração da gravidade no laboratório; v_d = Velocidade da descida da gota.

Compare o valor que você obteve com o gráfico do apêndice A.

Apêndice A

Estimativa do raio da gota

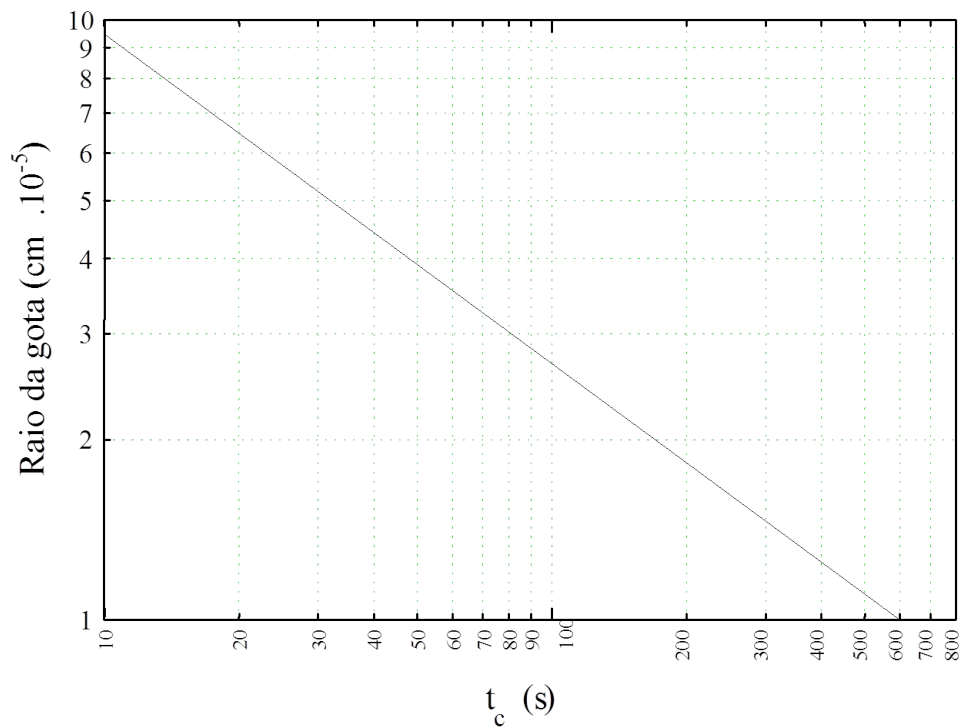


Figura A.1: Representação do raio da gota, a , em função do tempo de queda. O tempo representado na abcissa corresponde a um espaço percorrido de 1mm.

Apêndice B

Correção para o valor da viscosidade do ar

Tendo em vista que o diâmetro da gota é comparável com o livre caminho médio das moléculas no ar ($L \approx 10^{-5}cm$), não se pode desprezar a não homogeneidade do fluido. Desta maneira, requer-se efetuar uma correção no coeficiente de viscosidade do ar:

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{b}{pa} \right)^{-1} \quad (\text{B.1})$$

onde p é a pressão atmosférica, η_0 o coeficiente de viscosidade à temperatura ambiente e $b = 6.17 \cdot 10^{-4}(cmdeHg)cm$, quando a pressão for medida em cm Hg. Os valores de η_0 em função da temperatura estão representados no gráfico seguinte.

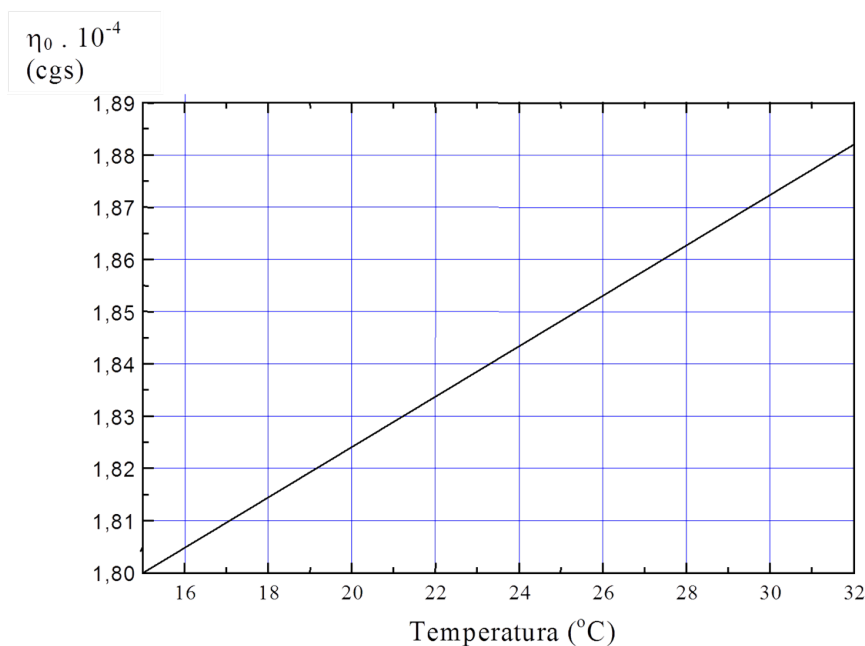


Figura B.1: Variação do coeficiente de viscosidade (η_0) com a temperatura do ar.

Referências Bibliográficas

- [1] Lucretius *On The Nature of Things*. Traduzido por William Ellery Leonard.
- [2] Brown, Robert *A Brief Account of the Microscopical Observations made in the months of June and July of 1827, on the particles contained in the Pollen of Plants and On the General Existence of Active Molecules in organic and inorganic bodies*. Edinburgh new Philosophical Journal (pp. 358-371, July-September, 1828)
- [3] Pais, Abraham *SUBTLE is the LORD. The Science and Life of Albert Einstein*. Oxford, University Press, 2nd Edition, 2005.