



## **DISCUSSÃO DAS RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E FÍSICA NO ENSINO DE RELATIVIDADE RESTRITA: UM ESTUDO DE CASO**

### **DISCUSSING THE INTERRELATIONS BETWEEN MATHEMATICS AND PHYSICS IN RELATIVITY LESSONS: A CASE STUDY**

**Ricardo Karam<sup>1</sup>**

**Maurício Pietrocola<sup>2</sup>**

1 Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina; Universidade de São Paulo/ Faculdade de Educação, karam@usp.br

2 Universidade de São Paulo/Faculdade de Educação/Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada, mpietro@usp.br

#### **Resumo**

Física e Matemática estão profundamente relacionadas desde a essência do conhecimento científico e essa influência mútua tem desempenhado um papel fundamental para o desenvolvimento de ambas. Casos históricos evidenciam que problemas físicos são motivadores da criação de objetos matemáticos e que conceitos abstratos são comumente interpretados fisicamente. Entretanto, essas duas disciplinas têm sido trabalhadas de maneira independente no contexto do ensino e os estudantes raramente se dão conta dessa frutífera relação. Uma breve análise na literatura denuncia uma escassez de pesquisas focadas na compreensão desse tema. No presente trabalho, analisamos um conjunto de 12 aulas sobre a Teoria da Relatividade ministradas por um professor (e físico) experiente, nas quais foi possível identificar momentos em que a discussão sobre o papel da Matemática na Física se deu de maneira explícita. A análise de episódios de ensino permite identificar uma gama de possibilidades para se categorizar as concepções sobre essas complexas inter-relações.

**Palavras-chave:** Relações entre Matemática e Física, Ensino de Relatividade Restrita.

#### **Abstract**

Physics and Mathematics have been deeply interwoven since the very beginning of scientific knowledge and this mutual influence has played an essential role on both their developments. Historical case studies show us both physical problems motivating the creation of mathematical concepts as well as mathematics previously originated in the “abstract world” being used and physically interpreted. However, in science education, these two disciplines tend to be treated separately and the students hardly become aware of this successful interplay. At the present paper, we analyze a set of 12 lessons on Special Relativity taught by an expert professor (and physicist). The analysis of teaching episodes,

extracted from the recordings of the classes, allows us to identify innumerable possibilities of categorizing the conceptions about the role of Mathematics in Physics.

**Keywords:** Interrelations between Mathematics and Physics, Teaching Special Relativity.

## INTRODUÇÃO

Matemática e Física estão intimamente relacionadas desde a mais remota essência do conhecimento científico e esta relação de influência mútua tem sido fundamental para o desenvolvimento de ambas. Uma breve incursão na História da Matemática nos mostra que vários conceitos matemáticos têm suas origens associadas a problemas genuinamente físicos. Só para mencionar alguns exemplos: Einstein considera a geometria como a mais antiga das teorias físicas; a origem do cálculo está intimamente ligada à descrição matemática dos movimentos (BOYER, 1949); Poincaré (1995) destaca que a teoria das equações diferenciais desenvolveu-se, sobretudo, *pela Física e para a Física*; a álgebra vetorial está profundamente relacionada com a busca pela matematização do eletromagnetismo (SILVA, 2002); a análise de Fourier foi motivada por problemas relacionados com cordas vibrantes e propagação do calor (DAVIS e HERSH, 1995); entre muitos outros.

De maneira inversa, ou seja, conceitos matemáticos oriundos de um “mundo abstrato”, sem qualquer compromisso com aplicações ao “mundo real”, são comumente “usados” pelos físicos para a construção de suas explicações teóricas. Certos filósofos utilizam uma analogia conhecida como *matemática pré-fabricada* e comparam a atitude de alguns físicos à de “uma pessoa que vai ao mercado da matemática para pegar o que precisa para construir sua teoria” (BONIOLO e BUDINICH, 2005, p. 83, tradução livre). Esse é o caso das seções cônicas, estudadas por Apolônio de Perga no século III a.C. e usadas quase dois mil anos depois por Kepler para descrever a forma da órbita dos planetas. Outro interessante episódio é o caso dos números complexos. Estes “estranhos” números surgiram no século XVI a partir de um problema interno da Matemática relacionado com a busca pela solução de equações do terceiro grau. Entretanto, aproximadamente duzentos anos depois, os mesmos começaram a ser fisicamente interpretados inicialmente na óptica de Fresnel, posteriormente na eletrodinâmica e também na mecânica quântica, sendo fundamentais para a formalização da análise vetorial (BOCHNER, 1981). Mais recentemente, outros exemplos de *matemática pré-fabricada* podem ser encontrados na aplicação da geometria não-euclidiana e do cálculo tensorial à relatividade geral e ao uso do espaço de Hilbert na mecânica quântica.

Estes casos históricos são fontes de indagação sobre as razões pelas quais a Matemática é tão profícua para a descrição de fenômenos físicos. De fato, muitos cientistas e filósofos se debruçaram sobre esta questão, incluindo Einstein e Feynman<sup>1</sup>. Para Galileu, o universo está escrito em linguagem matemática e Dirac chegou a mencionar que Deus seria um matemático do mais alto nível. Uma das opiniões mais radicais sobre o tema é dada por Eugene Wigner quando ele defende que:

---

<sup>1</sup> Como pode a Matemática, sendo acima de tudo um produto do pensamento humano, independente da experiência, adaptar-se tão admiravelmente à realidade objetiva? (EINSTEIN, 1973, p. 233, tradução livre). Eu acho fascinante que seja possível prever o que irá acontecer através da matemática, a qual consiste simplesmente em seguir certas regras as quais nada tem a ver com fenômeno original (FEYNMAN, 1967, p. 171, tradução livre).

O milagre da aplicabilidade da linguagem matemática para a formulação das leis da física é uma dádiva maravilhosa a qual nós não entendemos nem merecemos. Nós devemos agradecer por ela e esperar que a mesma permaneça válida no futuro e que ela ampliará, para melhor ou pior, para nosso prazer, e até mesmo para nosso espanto, nosso entendimento sobre o mundo (WIGNER, 1960, p.14, tradução livre).

Mais recentemente, quando se reflete sobre as teorias da Física Moderna e Contemporânea, parece que não há mais tanto sentido em se falar do papel da Matemática na Física, tal a relação de impregnação entre elas. Dessa forma, Boniolo e Budinich (2005) argumentam que o problema filosófico da efetividade/eficácia da Matemática para a Física é um “falso problema”, pois segundo eles:

A teoria física não é algo ao qual a matemática pode ser adicionada externamente, e assim possibilitando o questionamento sobre sua eventual efetividade. As teorias da física moderna e contemporânea são signos físico-matemáticos. Eles são algo que **não pode ser dividido em uma parte matemática e uma não matemática**. [...] Assim, refletir sobre o problema da efetividade da matemática é refletir sobre um falso-problema, ou seja, o **problema não existe uma vez que matemática é uma parte indivisível da física moderna e contemporânea** (BONIOLO e BUDINICH, 2005, p. 86, grifo nosso, tradução livre).

A partir desta sucinta análise histórico-epistemológica centraremos o foco deste artigo ao papel que tem sido atribuído à Matemática no contexto de ensino de Física. É relativamente comum encontrarmos a Matemática sendo tratada como uma mera ferramenta (simples instrumento) para a Física. Não raro, depois de julgarem ter interpretado a física de um problema, professores alertam seus alunos que “agora a física acabou, a partir daqui é só matemática”. Em diversas situações, a tarefa do estudante ao resolver um problema é procurar a “fórmula correta” e aplicá-las cegamente para obter um resultado. Quando questionados sobre os motivos pelos quais uma determinada fórmula tem aquela forma específica, ou solicitados a explicarem o seu significado com suas próprias palavras, os alunos (e freqüentemente também seus professores!) raramente conseguem responder satisfatoriamente a essas demandas. De uma maneira geral, defendemos que compreender o papel atribuído à Matemática nas aulas de Física é um tema de extrema relevância e ainda pouco enfatizado pela pesquisa em ensino de Ciências.

Naturalmente, a Física não se resume à Matemática, porém atualmente parece não existir sem ela. Uma metáfora interessante é associá-la ao esqueleto que sustenta o corpo humano e encará-la com estruturante do pensamento físico (PIETROCOLA, 2002). Entretanto, é preciso estar atento para os riscos de generalização quando se trata dessa relação. Parece-nos que ao tentar compreender o papel da Matemática na Física, sem definir um recorte/contexto específico, pode-se incorrer em falsas conclusões gerais. Dessa forma, concordamos com o posicionamento de Paty (1995) quando o mesmo alerta que:

A fecundidade notável da utilização da matemática na física, que vai até permitir a construção da física com a ajuda da matemática, **não poderia, portanto, dispensarmos de uma análise detalhada, para cada caso, da natureza dessa imbricação**, da distinção dos elementos de correspondência. (PATY, 1995, p. 255, grifo nosso).

Seguindo a recomendação de Paty (1995) e buscando ampliar a compreensão da noção de Matemática como estruturante, bem como avaliar a discussão dessas relações no contexto de ensino, gravamos e analisamos um conjunto de aulas de Relatividade Restrita ministradas por um professor (e físico) experiente. Procuramos localizar e categorizar episódios em que o mesmo fazia uso de estruturas matemáticas para explicar a teoria,

resolver problemas, ou ainda quando mencionava explicitamente as relações entre Matemática e Física.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Com a concessão do professor ministrante, foram gravadas 12 aulas (1h 45min cada, totalizando aproximadamente 20 horas de gravação) de uma disciplina de Física Básica do curso de bacharelado em Física, as quais fizeram parte de um módulo sobre a teoria da Relatividade Restrita. A escolha pelo tema se deu basicamente pelo fato de ser um conteúdo reconhecidamente contra-intuitivo e que, em função disso, possivelmente mais dependente do formalismo matemático. Nosso olhar esteve voltado para os momentos nos quais o professor fez uso de estruturas matemáticas para expor a teoria da Relatividade Restrita e para resolver problemas exemplares. Em função de perguntas feitas por alunos, houve também momentos em que a discussão das relações entre Matemática e Física se deu de maneira explícita, os quais foram transcritos e analisados.

É preciso mencionar que a escolha pela filmagem das aulas deste professor em particular não foi aleatória. Além de ter se disponibilizado e autorizado a gravação de suas aulas, postura nem sempre comum nos departamentos de Física, o professor é amplamente reconhecido e admirado por alunos e colegas em função de sua abordagem diferenciada, uma vez que costuma “dialogar” com o formalismo matemático, buscando interpretar as entidades matemáticas fisicamente e expondo características intrínsecas do fazer Física. Sendo assim, seguindo uma metodologia semelhante àquela utilizada pelos pesquisadores que se dedicaram a entender a Resolução de Problemas a partir da análise do desempenho de *experts*, acreditamos que escolhemos um *expert* (físico e professor) para analisar a maneira como o mesmo expõe e discute o papel da Matemática nas teorias físicas (especificamente em se tratando de Relatividade Restrita).

Muitas são as possíveis abordagens na busca pelo entendimento das relações entre Matemática e Física (Histórica, Epistemológica, Cognitiva, entre outras). Nosso enfoque foi analisar a maneira como essas relações foram abordadas (explícita ou implicitamente) no contexto do ensino de Relatividade em nível superior. Naturalmente, precisamos estar cientes de que o discurso realizado em um ambiente de sala de aula é intencional, dependente do contexto e do público alvo, e não necessariamente é um reflexo da maneira como o professor pensa. Entretanto, entendemos que as opções feitas por ele na preparação e exposição de suas aulas, podem fornecer alguns indícios sobre sua maneira de encarar o papel da Matemática nas teorias físicas e também sobre a influência de seu discurso nas concepções dos estudantes. Em alguns momentos tivemos dúvidas quanto às opções/abordagens teórico-metodológicas adotadas pelo professor, as quais foram sanadas com entrevistas (semi-estruturadas) concedidas pelo mesmo.

Especificamente para este trabalho, selecionamos três episódios nos quais a discussão do papel da Matemática na Relatividade esteve presente. Na próxima seção, contextualizamos brevemente a situação que motivou cada episódio, transcrevemos trechos retirados das gravações das aulas e buscamos analisar as diversas concepções presentes no discurso do professor.

## DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

### Episódio 1 – Relatividade e a mudança na maneira de se fazer Física: discussão explícita do papel da Matemática no pensamento físico

Logo na primeira aula sobre Relatividade, o professor optou por uma discussão de natureza epistemológica enfatizando que a Teoria da Relatividade representou uma revolução na maneira de se fazer Física. Destacou que antes dela havia uma crença de que as teorias físicas deveriam ser formuladas a partir da experiência (indutivismo) e que a mesma forneceu uma espécie de “liberdade”, uma vez que possibilitou que físicos criassem teorias a partir de argumentos lógicos, buscando primeiramente consistência matemática e coerência interna em seus princípios, e posteriormente verificando resultados experimentais<sup>2</sup>. Citou o caso da teoria das supercordas como um exemplo atual de uma teoria que, apesar de não apresentar comprovações experimentais, concentra seus esforços na busca pela consistência matemática e é reconhecida pela comunidade física; postura essa que, segundo ele, não seria permitida antes de 1900. O professor reforça que a Relatividade foi responsável por essa revolução na maneira de encarar a Física e chega a dizer que foi Einstein quem “liberou”. Nesse momento, um aluno faz uma pergunta que demanda uma resposta explícita sobre a enigmática relação entre Matemática e Física.

*Al: Professor, nessas especulações, supondo-se que a teoria seja comprovada, o quanto dessas especulações pode-se considerar que é uma ferramenta matemática e o quanto que é um fenômeno físico?*

*Professor: Essa talvez seja a questão mais complicada da física – ou uma das mais complicadas – qual é a relação entre matemática e física? Como o Dirac chegou à antipartícula? Ele resolveu uma equação (escreve a equação  $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$  no quadro). O que sai da conta é uma coisa quadrada. E daí tira uma raiz e fala a raiz com sinal menos tinha um significado. Portanto, isso deve existir. [...] O que você normalmente faz com o sinal menos, você diz que não tem significado físico, ele não fez isso, ele disse tem significado físico. Ele previu que deveria ter estados com energia negativa, interpretou isso direito e cinco anos depois os caras mediram o anti-elétron pela primeira vez. [...] **E daí você fica pasmo! Como pode esse conjunto de símbolos ter alguma relação com o mundo material? TEM!** [...] Eu acho que é mais fácil você falar de religião do que falar dessa relação aqui. Ela é uma relação realmente misteriosa. **Ela entra fundo fundo fundo no nosso modo de pensar.** O que é interessante na física é o seguinte: a gente consegue associar esses símbolos na nossa mente se você quiser. **Parece que a sua mente tem uns tentáculos matemáticos que conseguem tocar o mundo material de algum jeito de longe.** O seu dedo não toca, a sua mente toca. Isso é esquisito. Mas para a gente trabalhar nisso não é preciso explicitar essa relação e isso é uma coisa muito legal em Física. **Você não precisa ser capaz de fazer um discurso sobre a relação entre física e matemática para fazer física.** [...] Não é preciso ter uma consciência explícita e verbal sobre o que estamos fazendo.*

Pela questão levantada pelo aluno, é possível perceber que o mesmo parece crer em uma distinção entre o que é “apenas” ferramenta matemática do que é o fenômeno físico. Estudos filosóficos condenam esse tipo de distinção entre partes matemática e não matemática da Física, conforme vimos na análise de Boniolo e Budinich (2005). Em sua

---

<sup>2</sup> Naturalmente, estamos resumindo demasiadamente toda a discussão epistemológica da primeira aula.

resposta, o professor chama a atenção para a importância e complexidade do tema e opta por refletir sobre um caso específico, em vez de falar genericamente sobre o assunto. Essa postura está em concordância com a recomendação de Paty (1995) previamente citada.

O exemplo escolhido é emblemático, pois revela que um resultado obtido no interior de uma estrutura lógica, aparentemente oriundo de operações abstratas, pode ser interpretado fisicamente e, em seguida, detectado experimentalmente. O fascínio/espanto com a relação entre *os símbolos* e o *mundo real* fica claro quando o professor confessa que *you feel pismo*, e seu deslumbramento é semelhante às opiniões de Wigner e Feynman supracitadas.

Ao defender que a relação entre Matemática e Física *entra fundo no nosso modo de pensar* e que a mente possui *tentáculos matemáticos que tocam o mundo*, o professor parece corroborar a hipótese de que a Matemática é estruturante do pensamento físico (PIETROCOLA, 2008), refutando assim a noção da mesma como mera ferramenta/instrumento da Física. Entretanto, a mensagem final deste episódio é reveladora, pois evidencia que um físico profissional não precisa ter consciência dessa relação para fazer Física de boa qualidade. A sensação é a de que, em certos casos, quando o físico opta por “ignorar conscientemente” questões de ordem filosófica/metafísica, e encara a Matemática como uma ferramenta de trabalho, isso o possibilita avançar em suas pesquisas. Essa certamente é uma mensagem importante para um público alvo de futuros bacharéis em Física, mas cabe-nos questionar se a mesma se justificaria no contexto da educação básica.

## **Episódio 2 – Intuição *versus* pensamento rigoroso na Relatividade e interpretação conceitual das Transformações de Lorentz**

No início da terceira aula, o professor alerta que Relatividade é um assunto muito difícil e que exige pensamento rigoroso. Neste episódio, a discussão sobre o papel do pensamento matemático está mais implícita.

*Professor: O que nós estamos vendo agora é relatividade. Relatividade é uma coisa muito difícil de aprender. Porque ela **viola nossa intuição**. Não só viola nossa intuição, mas também viola o que a gente pode fazer com a intuição [...] Tem hora em que você não pode usar a intuição. Porque você comete erros. Qual é jeito de aprender relatividade? Tem que ser um pouco **rigoroso** no pensamento. Por exemplo, **toda vez que você fizer relatividade oral, disser “o tempo dilata” você errou**. Isso é verdade em um caso específico. “O espaço contrai”, também errou. [...] Qualquer generalização que você faça está errada. [...] Então qual é o jeito? O jeito é usar as Transformações de Lorentz!*

Naturalmente, os anos de experiência como físico profissional e professor foram determinantes para perceber os possíveis erros e armadilhas conceituais quando se aprende Relatividade ou se trabalha com ela. Sua mensagem é um alerta; é necessário um *pensamento rigoroso*, pois a intuição falha. Seu comentário sobre o erro ao se fazer *relatividade oral* é um indício de que a linguagem natural não é adequada para tratar dessa teoria física e ao dizer que o jeito correto é usar as Transformações de Lorentz, fica evidente que o rigor previamente mencionado está associado a uma estrutura matemática consistente (transformações de quadrivetores).

Em outro momento, na mesma aula, o professor volta a chamar a atenção para as perigosas generalizações, para o comum excesso de sensacionalismo, e para os erros decorrentes do uso da intuição na resolução de problemas de Relatividade.

*Professor: Dilatação do tempo e contração do espaço é um deslumbramento superficial da relatividade. UAU! Só que quando você põe o pé no chão tem muita coisa por trás. Tem isso também [...] É fácil administrar isso, tem que conter a ansiedade. A gente só entende isso através da conta. Qual é a mensagem: você vai ter que aprender muito bem como é que se faz a conta. E na hora que a coisa engrossar, se você souber a regra que faz a conta você vai lá e acerta. E aí você constrói uma intuição a posteriori. Meio esquisito isso, é uma limitação minha, não consigo ter intuição sobre isso. Tudo bem, aprende a conta. Aprende a usar as Transformações de Lorentz.*

Essa passagem é central para os objetivos deste trabalho. Quando o professor diz que *só se entende através da conta* ele destaca a função imprescindível do formalismo matemático, especialmente em uma situação em que nossa intuição clássica falha. Sua recomendação em seguida é ainda mais dramática, pois envolve o abandono de uma intuição física (*a priori*), ou seja, o professor sugere que o estudante não tente prever o que vai acontecer. O conselho é que primeiramente ele *aprenda a fazer a conta* e a mensagem é a seguinte: “mergulha no formalismo”, veja onde ele te leva, e só então construa uma intuição sobre o que foi feito. Nesse sentido as Transformações de Lorentz não poderiam ser encaradas como uma simples ferramenta, mas como um poderoso recurso que liberta nosso pensamento das falsas impressões sensoriais.

É interessante notar que, apesar de essas transformações serem apresentadas formalmente somente na quarta aula, o professor as discute conceitualmente através de um esquema que parece ter papel central no curso como um todo (ver Figura 1).

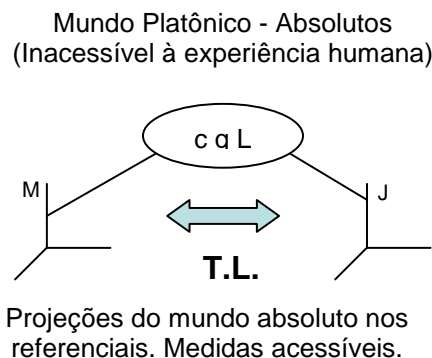


Figura 1: Esquema explicativo do significado das Transformações de Lorentz.

Em linhas gerais, a idéia do esquema é que existe um mundo absoluto (platônico) onde estão grandezas absolutas, isto é, independentes do referencial, como a carga elétrica ( $q$ ), a velocidade da luz ( $c$ ) e a Lagrangeana ( $L$ ). Esse mundo não é acessível à experiência humana, pois *não existe física absoluta*. Um artifício didático muito interessante utilizado pelo professor é escrever as grandezas pertencentes a este mundo sempre com giz branco. O que é acessível à experiência humana são as projeções *coloridas* desse mundo nos referenciais, os quais são comumente representados por nomes de pessoas como João e Maria. Um evento é definido por quatro coordenadas (três espaciais e uma temporal) e as mesmas são coloridas, uma vez que podem variar dependendo do referencial. *A ocorrência do evento é branca (absoluta)*, mas a descrição do mesmo é colorida.

Nesse contexto, as Transformações de Lorentz (TL) são encaradas como operações matemáticas que permitem estabelecer uma relação entre as coordenadas de um evento definidas em um referencial e outro que se move relativamente a este com velocidade

constante. Se um evento tem coordenadas  $(x_M, y_M, z_M, t_M)$  no referencial de Maria – representado em vermelho – as coordenadas do mesmo evento no referencial de João  $(x_J, y_J, z_J, t_J)$  – referencial amarelo – podem ser obtidas através das TL.

Certamente, essa opção por valorizar e explicar o esquema conceitual, antes de deduzir e aplicar as TL, foi consciente e favoreceu sobremaneira a compreensão dos estudantes sobre o processo de conceitualização dos elementos da Teoria da Relatividade Restrita. Nesse sentido, destacamos a importância de interpretar fisicamente o significado das expressões matemáticas, o que chamamos anteriormente de “dialogar com as equações”, como fundamental para combatermos a aplicação cega de relações matemáticas sem sentido, tão comum no ensino de Física em diversos níveis. Mais uma vez, ficamos convencidos de que assistir às aulas ministradas por professores *experts* pode se configurar em uma interessante alternativa metodológica para esse fim.

### **Episódio 3 – Covariância das equações de Maxwell: intuição física mais lógica matemática e a crença no primeiro princípio da Relatividade**

No início da sétima aula de Relatividade, o professor alerta seus alunos de que aquela aula é *cheia de contas*, mas que o mais importante é que eles *entendam o significado físico da conta*. Disse também que iria parar de abordar problemas de Cinemática Relativística a passaria a trabalhar com os problemas enfrentados por Einstein na tentativa de aplicar o princípio da relatividade ao eletromagnetismo, problema este que é exposto no início do artigo de 1905 intitulado *Sobre a Eletrodinâmica dos corpos em movimento*<sup>3</sup>.

O esquema citado no episódio anterior é retomado. O objetivo agora é escrever as leis do eletromagnetismo (Equações de Maxwell) em um referencial (Maria – vermelho) e aplicar as transformações de Lorentz para escrever as componentes dos campos elétrico e magnético medidos por outro referencial (João – amarelo), o qual se movimenta uniformemente em relação ao primeiro. O recurso didático das cores está tão impregnado no discurso do professor que ele chega a dizer tentará *amarelar as equações vermelhas*. A imposição feita é que o eletromagnetismo seja covariante, ou seja, as equações de Maxwell precisam ter a mesma forma nos dois referenciais. Em uma etapa da dedução matemática das transformações dos campos, é preciso considerar que as expressões que representam as componentes dos mesmos sejam iguais, garantindo assim a desejada covariância. Nesse exato momento, um aluno manifesta certo receio quanto à validade lógica dessa suposição, o que motiva uma profunda reflexão sobre como a Física se relaciona com a Matemática por parte do professor.

*A2: Não estou muito bem convencido de que essas componentes aqui tem que ser iguais àquelas lá.*

*Professor: Pessoal, essa é uma pergunta muito central no que é fazer Física. Você consegue demonstrar, do ponto de vista matemático, que isso daqui é igual a isso? A resposta é não! Só que Física só liga para a Matemática quando é importante. E agora eu não ligo. Eu não quero fazer uma coisa lógica. Física não é lógica. A Física tenta montar uma imagem da natureza. E aí o cara que fez isso ele torce para isso ser possível. “Será que, se eu supuser que...” Então vamos supor... Essa é a atitude, isso que eu estou fazendo não é demonstrável. Nunca, em lugar nenhum... [...] Não é desse jeito que a gente funciona. Eu cheguei aqui, e desejo ardentemente que eu consiga levar minha teoria para*

---

<sup>3</sup> Uma boa tradução dos trabalhos de Einstein pode ser encontrada em STACHEL (2001).



*frente. Eu gostaria muito que essa coisa fosse igual àquela lá. Escrevo esse desejo como uma verdade provisória. Se eu conseguir, achar uma regra que seja coerente, que não tenha furos, vou acreditar que isso é verdade. Por quê? Porque eu quero acreditar no primeiro princípio da relatividade. Por quê? Porque ele é bonito. Tudo bem?*

Provavelmente, a pergunta do aluno foi motivada por um hábito de demonstrar logicamente toda e qualquer afirmação física. Nessa manifestação, o professor vê uma grande oportunidade de romper com essa crença e destacar que a Física é extremamente dependente da Matemática, mas não se resume a ela. Segundo Pincock (2007), a Matemática é “dispensável metafisicamente”, uma vez que suas entidades, se existirem, “não desempenham qualquer função causal nos acontecimentos do mundo físico” (PINCOCK, 2007, p. 253). O discurso do professor neste episódio indica uma concordância com essa postura filosófica, pelo menos para esse caso específico.

Outro aspecto notável dessa passagem é a tentativa de refazer as sensações vivenciadas pelo cientista no momento da criação de sua teoria. A ênfase em desejos, crenças e critérios estéticos reflete aspectos humanos da construção do conhecimento científico, os quais são frequentemente ignorados no ensino. Em conversas posteriores com o professor, ele comentou que, ao externar as possíveis angústias de Einstein na resolução do problema da aplicação do princípio da relatividade ao eletromagnetismo, ele sentiu uma identificação imediata com sua atividade como físico profissional e acrescentou que aquele episódio foi extremamente formador para os futuros bacharéis.

Insistindo em uma possível demonstração lógica, outro aluno clama por uma forma *mais rigorosa* de provar a validade da igualdade, e a relação entre Matemática e Física é novamente discutida profundamente.

*A3: Não existe nenhuma forma mais rigorosa de demonstrar isso?*

*Professor: Pois é, não existe rigor! O rigor é isso. Esse é o rigor máximo possível na física [...] Isso é fantástico! É a arte da inteligência de a gente conversar com o mundo. Ou seja, isso significa que a física é feita de “um montão” de intuição com “um montão” de lógica. Essa conta está certa do ponto de vista matemático? Certíssima! [...] A matemática está super presente lá dentro. Mas a matemática me carrega... A Física funciona “meio assim” é como se fosse um cavaleiro montado num cavalo. E a cabeça do cavaleiro talvez seja a matemática. Mas quem anda é um conjunto. E o cavalo é a intuição. Então você monta na sua intuição e vai dirigindo a intuição e isso que resulta no passeio do cavaleiro e do cavalo juntos. E **não existe física feita só com a cabeça!** Isso eu garanto. O maior sucesso da física do século XX foi a relatividade, e o Einstein pensou desse jeito. A gente não deve achar que isso daqui é pouco. Você colocar intuição e matemática é **mais** do que só matemática, não é menos. Você transforma a matemática no seu escravo, não no seu patrão. O patrão sou eu! A física! Eu que mando. Por quê? Porque eu quero entender o mundo, e **o mundo não é feito de matemática**, é feito dessa coisa esquisita. O mundo tem um lado silencioso nele. Essa aula é fundadora porque isso que foi o grande progresso do século XX, foi esse salto. Qual foi o valor do salto? Se você morar num mundo, se você tem um entendimento do mundo de acordo com as idéias de seu tempo, se você morar num mundo assim (desenha um “retângulo” no quadro) a lógica nunca te permite sair dele. Porque a lógica é a arte de transformar uma coisa na outra, que é igual. A lógica serve para isso, para reformular as linguagens e transformar uma coisa nela mesma. Por isso que ela é muito importante, você não gostaria de... sei lá, na hora que eu uso o teorema de Stokes eu faço uma nova Física... Então por isso que eu tenho que ter um instrumento*

*lógico, certo? Ela garante a equivalência das duas coisas. Agora se você quiser passar do mundo que você vive para um mundo maior do que aquele onde você vive, você tem que dar saltos. Mas não vai ficar dando salto que nem um louco... Você tem que saltar na hora certa. [...] Nessa hora você deixa o seu desejo, que é orientado por um princípio maior. **O primeiro princípio da relatividade não é lógico.** Ele é um desejo. A visão ideal de que o mundo deveria ser daquele jeito. Aí você pensa: puxa, vai ser tão bom se eu conseguir fazer isso... A maioria das vezes você não consegue. Você chega lá e isso daqui quebra do ponto de vista matemático. **A matemática fala assim, aqui você cometeu erro, isso não é coerente.** Não tem jeito de você saber mais a partir do menos sem saltos. O que é pesquisa? É saber mais a partir do menos [...] Isso vale para a educação, você já é igual a você. [...] Com a educação você tem que ser uma outra coisa.  $A = A$  é tautologia. Você já é igual a você, você tem que ser outra coisa, você precisa ser mais!*

A transcrição é extensão, mas as mensagens são valiosas. No início, o professor destaca o harmonioso casamento entre Matemática e Física, enfatizando que a última é feita de intuição *mais* lógica. A metáfora do cavalo e do cavaleiro é extremamente interessante e evidencia a impossibilidade de separação entre elas. Entretanto, esse exemplo específico parece mostrar que existe uma hierarquia nesta relação e, aparentemente tomado pela emoção, o professor defende que *quem manda é Física* e que *ela só liga para a Matemática quando importa*. Aliás, nessa passagem o mesmo deixou aflorar sua concepção filosófica, ao defender que *o mundo não é feito Matemática*. É interessante notar que essas concepções são muito pessoais e que é perfeitamente possível encontrarmos posicionamentos diferentes como os de Penrose<sup>4</sup> e Fourier<sup>5</sup> por exemplo.

A idéia de que vivemos num mundo (retângulo) e que somente com a lógica não somos capazes de sair dele é formadora. Inclusive, certos filósofos da Matemática, dentre eles Poincaré, concordariam com essa noção ao argumentar que a própria Matemática não se resume à lógica, combatendo a tese do logicismo e defendendo que a intuição desempenha um papel central na criação das entidades matemáticas. A mensagem final do episódio é que somente a *lógica não nos permite* extrapolar o mundo em que vivemos, é *preciso dar saltos*. Esses saltos não ocorrem com frequência na história da Ciência e normalmente são conseguidos após anos de muito esforço e pensamento lógico-dedutivo. De acordo com essa concepção, a Matemática guia o raciocínio do físico, mostra os erros por ele cometidos, mas não é suficiente para propiciar os saltos necessários para a criação de suas teorias. Dessa forma, o *princípio da relatividade não é logicamente demonstrável*.

---

<sup>4</sup> Uma das coisas notáveis acerca do comportamento do mundo é que ele parece fundamentar-se na matemática num grau totalmente extraordinário de precisão. Quanto mais entendemos sobre o mundo físico, quanto mais profundamente entramos nas leis da natureza, mais **parece que o mundo físico quase se evapora e ficamos apenas com a matemática**. Quanto mais profundamente entendemos as leis da física, mais somos conduzidos para dentro desse mundo da matemática e de conceitos matemáticos (PENROSE, 1998, p. 19, grifo nosso).

<sup>5</sup> [...] a **análise matemática é tão extensiva quanto a própria Natureza**; ela define todas as relações perceptíveis, mede tempos, espaços, forças, temperaturas [...] Ela associa fenômenos os mais diversos e descobre as analogias ocultas que os unem [...] [A análise matemática] parece ser uma faculdade da mente destinada a compensar a reduzida duração da vida e a imperfeição dos sentidos (FOURIER, apud ABRANTES, 1998, p. 168, grifo nosso).

## CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

Este trabalho é parte integrante de uma pesquisa de doutorado que vem sendo desenvolvida com o objetivo de investigar as inter-relações entre Matemática e Física e apontar possíveis implicações das mesmas para o ensino. Em função da complexidade do tema, diversas são as possíveis abordagens para tratá-lo (Histórica, Epistemológica, Cognitiva, entre outras). O recorte metodológico adotado foi investigar como essas relações são trabalhadas e discutidas no contexto de ensino de Física, ao analisar as aulas de um professor (e físico) reconhecidamente *expert* no assunto. A opção por definir um tema específico (Relatividade Restrita), conforme recomendação de Paty (1995), pareceu a mais prudente.

A análise dos episódios nos permitiu identificar uma gama de possibilidades de se categorizar o uso da Matemática na Física e a compreensão de suas inter-relações. A idéia de que Matemática é estruturante do pensamento físico esteve presente no discurso do professor em vários momentos, principalmente quando o mesmo recomendou o abandono da intuição e alertou para a incapacidade da linguagem natural para tratar de situações/problemas enfrentados pela Relatividade. Entretanto, a busca por uma generalização do papel da matemática parece ser inviável. O que é mais prudente é a análise dessa discussão em diversos contextos, variando tanto os professores como os conteúdos físicos ministrados em suas aulas.

Em um primeiro momento, optamos por fazer uma análise “bruta” desses dados, sem adotar uma categorização rígida *a priori*. Entretanto, é possível encontrar na literatura, tanto em trabalhos em filosofia da ciência (PATY, 1995; BONIOLO e BUDINICH, 2005), como em análises focadas no contexto do ensino (BING, 2008; KARAM, 2007; TUMINARO e REDISH, 2007), diversas possibilidades de categorização dessa relação. Uma das perspectivas futuras deste trabalho é testar a aplicabilidade dessas categorias na análise dessas e de outras aulas.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao prestativo colega Pedro de Souza Neto que se prontificou a gravar todas as aulas e também ao professor ministrante pela autorização da gravação das aulas e pela gentil disponibilidade para conversas sobre o tema.

## REFERÊNCIAS

- BING, T. J. *An Epistemic Framing analysis of upper level Physics student's use of Mathematics*. Tese de Doutorado, Universidade de Maryland, College Park, 2008.
- BOCHNER, S. *The Role of Mathematics in the Rise of Science*. Princeton: Princeton University Press, 1981.
- BONIOLO, G.; BUDINICH, P.; **The Role of Mathematics in Physical Sciences and Dirac's Methodological Revolution**. In BONIOLO, G.; BUDINICH, P.; TROBOK, M. *The Role of Mathematics in Physical Sciences — Interdisciplinary and Philosophical Aspects*. Dordrecht: Springer, 2005, p. 75-96.
- BOYER, C. B. *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. New York: Dover Publications, 1949.
- DAVIS, P.; HERSH, R. *A Experiência Matemática*. Tradução Fernando Miguel Louro e Ruy Miguel Ribeiro. Lisboa: Gradiva, 1995.

- EINSTEIN, A. *Ideas and Opinions*, Souvenir Press Ltd., London 1973.
- FEYNMAN, R. *The Character of Physical Law*. The MIT Press, Cambridge Mass, 1967.
- KARAM, R. A. S. Matemática como estruturante e Física como motivação: uma análise de concepções sobre as relações entre matemática e física. In: *VI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*, Florianópolis. Ata do VI ENPEC, 2007.
- PATY, M. *A matéria roubada*. São Paulo: Edusp, 1995.
- PENROSE, R. *O grande, o pequeno e a mente humana*. Tradução Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Fundação Editora da Unesp, 1998.
- PIETROCOLA, M. A Matemática como estruturante do conhecimento físico. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. 19 (1), p. 93-114, 2002.
- \_\_\_\_\_. *Mathematics as structural language of physical thought*. VICENTINI, M. and e SASSI, E. (org.). *Connecting Research in Physics Education with Teacher Education volume 2*, ICPE – book, 2008.
- PINCOCK, C. A Role for Mathematics in the Physical Sciences. *NOÛS*. 41 (2), p. 253-275, 2007. Disponível em: <http://www3.interscience.wiley.com/journal/117997240/abstract?CRETRY=1&SRETRY=0> Último acesso em 2 de março de 2009.
- POINCARÉ, H. *O Valor da Ciência*. Tradução Maria Helena Franco Martins. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.
- SILVA, C.C. *Da Força ao Tensor: Evolução do Conceito Físico e da Representação Matemática do Campo Eletromagnético*. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Campinas, 2002.
- STACHEL, J. (org.) *O ano miraculoso de Einstein: cinco artigos que mudaram a face da física*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 2001.
- TUMINARO, J.; REDISH, E. F. Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic Games. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 3 (2), p. 1-22, 2007.
- WIGNER, E. P. The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. In *Communications in Pure and Applied Mathematics*, 13 (1), p. 1 – 14, 1960. Disponível em: <http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html> Último acesso em 18 de março de 2008.