

A OBSERVAÇÃO NO ENSINO DE GEOMETRIA

Arno Bayer¹

Beatriz Petrella dos Santos²

Resumo

A Geometria, por estar tão presente em nosso cotidiano, pode tornar-se despercebida, ou até mesmo alguns aspectos importantes para o estudo de Geometria parecerem insignificantes. A presente pesquisa foi realizada em duas turmas de 4ª séries na Escola Municipal de Ensino Fundamental Santa Ana em Gravataí, Estado do Rio Grande do Sul, aplicando atividades organizadas de acordo com a teoria de van Hiele junto ao desenvolvimento dos campos conceituais de Vergnaud, com o objetivo de desenvolver a observação dos alunos, percebemos que facilitamos o desenvolvimento do pensamento geométrico nestes alunos. Este início corresponde ao primeiro nível do modelo de van Hiele, vislumbrando assim um possível caminho para facilitar o estudo de Geometria.

Palavras-chave: Geometria; Teoria de Van Hiele; Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud; Aprendizagem e Observação.

Introdução

A preocupação em relação ao estudo de geometria é comprovada através do reconhecimento por parte de pesquisadores desta área. Esses enfatizam a necessidade de que se façam investigações, com o objetivo de que se possa vislumbrar um novo olhar para esse conteúdo.

Esta dificuldade foi verificada através da pesquisa realizada por Bayer (1997, p. 213), na qual uma das perguntas, feitas a professores de diferentes estabelecimentos de ensino no Estado do Rio Grande do Sul, solicita que citem os três assuntos de matemática desenvolvidos no Ensino Médio em que os alunos demonstram maior dificuldade de compreensão. De acordo com a pesquisa, trigonometria alcançou maior percentual, sendo de 56,99%, estando em segundo lugar o assunto de geometria com percentual de 52,84% e em terceiro lugar o assunto de análise combinatória com 36,26%.

Alan Hofer (1981, p.1) relata que na Universidade de Oregon, anualmente pedem aos alunos do primeiro ano, quais os tópicos de Matemática que mais gostaram, assim como os que menos gostaram durante os estudos do ensino secundário. A geometria do Ensino Médio é o assunto quase que universalmente detestado.

Portanto, parece ser imprescindível que caminhos sejam indicados, a fim de que se possa fazer com que a geometria passe a ser mais compreensível.

O estudo de geometria, normalmente é desenvolvido de forma compartimentada, usando a memorização de definições e fórmulas, causando ao aluno desinteresse por esse conteúdo, fazendo com que deixe de perceber que a geometria está presente em nossas casas, no esporte, em sala de aula, portanto faz parte de nosso cotidiano.

As dificuldades ao desenvolver conteúdos de geometria são constatadas, tanto por parte dos que ensinam como por parte dos que a estudam.

Ao estudar as dificuldades encontradas pelos alunos em relação à geometria, Dreyfus e Hadas (1994, p. 59) afirmam:

¹Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA, Doutor em Ciências da Educação pela Universidad Pontificia de Salamanca na Espanha.

²Professora de Matemática do Colégio Cenecista Nossa Senhora dos Anjos, Especialista em Educação Matemática pela Universidade de Santa Cruz do Sul-UNISC, Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil- ULBRA.

"A geometria euclidiana tem sido menos ensinada nos últimos anos do que há vinte anos. A razão desse declínio deve ser buscada não na insatisfação quanto a seu conteúdo, mas antes nas dificuldades conceituais causadas pelas argumentações lógicas que constituem a essência da geometria euclidiana. A maioria das dificuldades que se observam nos alunos em sala de aula está relacionada com a maneira de organizarem o raciocínio e construírem argumentações lógicas".

Para Nasser (1991, p.31), algumas das explicações para as dificuldades existentes ao estudar Geometria parecem ser evidentes, como a abstração em que a geometria tem sido ensinada, o fato de ser o primeiro processo dedutivo, o pequeno número de aulas dedicados à geometria, agravado pelo fato de serem dadas no final do ano, sem mencionar as deficiências dos livros didáticos.

Procurando encontrar um caminho a fim de que a geometria se torne mais compreensível, aplicamos diferentes atividades em duas turmas de 4ª séries do Ensino Fundamental de uma escola municipal do Rio Grande do Sul, totalizando 48 alunos (a professora participou de todas as atividades propostas), tendo como objetivo desenvolver a observação nos alunos, a fim de que alcancem o primeiro nível do desenvolvimento do conhecimento geométrico, segundo o modelo Van Hiele.

Porque realizar a pesquisa com alunos do Ensino Fundamental?

De acordo com o referencial teórico adotado, a organização das atividades elaboradas pelo professor é fundamental para o desenvolvimento do conhecimento geométrico, independente da idade do aluno. Essas atividades devem ser organizadas conforme o nível de conhecimento geométrico do aluno, verificado através da aplicação de um pré-teste (teste de van Hiele).

Conforme Nasser (1991, p.32), os níveis são atingidos em seqüência e, através de instrução adequada, o aluno vivencia cinco fases ao progredir de um nível para o imediatamente superior.

Através desta pesquisa, concluímos que é possível iniciar o desenvolvimento do pensamento geométrico na criança desde as primeiras séries do Ensino Fundamental, pois fizemos uma comparação com a pesquisa realizada por Lujan, em 1997 com 21 alunos de 1ª série do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de Campinas, Estado de São Paulo, na qual verificamos que de acordo com os objetivos propostos as crianças obtiveram um desenvolvimento satisfatório, independente da idade dos mesmos.

Ao desenvolver o pensamento geométrico nos alunos desde as series iniciais, de acordo com os níveis de van Hiele junto ao desenvolvimento dos campos conceituais de Vergnaud, provavelmente teremos alunos no Ensino Médio, que saibam observar, visualizar, comparar, analisar, relacionar e compreender o processo dedutivo, tão valioso para a construção do conhecimento matemático.

Portanto, parece válido investir não apenas em metodologias mais adequadas para o ensino de Geometria, como também questionar sobre como a Geometria está organizada nos planos de estudo das escolas.

O modelo Van Hiele e a teoria dos campos conceituais de Vergnaud

Na década de 50, o casal de educadores, Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele, trabalharam como professores de Geometria no ensino secundário na Holanda, e da experiência docente desenvolveram um modelo de como ocorre o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Segundo, Villiers (1996, p.1), a principal razão do fracasso no currículo tradicional de geometria foi atribuído pelo casal Van Hiele, ao fato de que os conteúdos são apresentados em um nível mais elevado do que os alunos possam compreender. Em outras palavras, os alunos não podem entender o professor, nem o professor pode entender porque não entendem.

Sobre o compreender os problemas de desenvolvimento cognitivo, Vergnaud (1996, p.11) escreve:

"Desenvolvi a teoria dos campos conceituais para tentar melhor compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento. [...] O problema do ensino então é em grande parte o de levar a criança a se desenvolver em suas competências".

Ao escrever sobre a teoria dos campos conceituais de Vergnaud, Moreira (2002, p.3), salienta que foram três os argumentos principais que levaram Vergnaud ao conceito de campo conceitual:

- 1) Um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações;
- 2) Uma situação não se analisa com um só conceito;
- 3) A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes.

Esses argumentos são de considerável importância, pois ao relacionarmos a forma que a geometria é trabalhada em sala de aula e como se forma um conceito, percebe-se que uma determinada situação pode não levar o aluno a relacionar com o conceito, nem à assimilação das propriedades de um conceito. Através desses argumentos fica perceptível a distância entre o compreender conceitos geométricos e estudar conceitos geométricos.

Um dos desafios colocados para a psicologia da aprendizagem em matemática é para Vergnaud (1990, p.156 apud Franchi, 1999, p.181) o *de estabelecer classificações, descrever procedimentos, formular conhecimentos em ato, analisar a estrutura e a função das enunciações e representações simbólicas em termos que tenham um sentido matemático.*

Para a geometria, vislumbra-se uma possível solução para este desafio, através da organização de atividades elaboradas pelo professor a partir do modelo dos Van Hiele, o qual estabelece que o pensamento geométrico se desenvolve gradativamente. O professor, a princípio prioriza o desenvolvimento da visualização do aluno, bem como da observação do meio em que ele vive e do qual ele faz parte.

Ao desenvolver a capacidade de *observação*, o aluno percebe a importância de observar fatos, objetos e pessoas que provavelmente em seu dia a dia, passavam despercebidas. Assim, possibilitando ao aluno fazer relações, comparações, classificações, e análises, tendo condições de concluir e argumentar, portanto demonstrando a compreensão de conceitos.

Segundo a teoria dos Van Hiele, a construção do pensamento geométrico se desenvolve através de níveis hierárquicos, os quais são descritos por Gutierrez e Jaime (1989, p.89), com as seguintes características:

Nível 1 - Reconhecimento: os alunos reconhecem formas geométricas visualmente.

Nível 2 - Análise: classifica as figuras geométricas segundo suas propriedades.

Nível 3 - Síntese: compara propriedades e percebe quando uma propriedade decorre de outra.

Nível 4 - Dedução: compreende a demonstração de um teorema.

Nível 5 - Rigor: demonstra e desenvolve teoremas da geometria.

Quando Hoffer (1981, p. 9) escreve sobre *Geometria é mais que prova*, fazendo um estudo sobre a teoria dos Van Hiele, conclui:

“A pesquisa de P.H. van Hiele indica que para alguns alunos atuarem mais adequadamente num dos níveis avançados, devem dominar boas porções dos níveis anteriores. Os alunos que têm dificuldade na Geometria do segundo grau (nível 4) podem entrar no curso sem ter saído do nível 1. As suas experiências da 7ª série ao 1º ano do segundo grau podem ser base insuficiente para habilitá-los a trabalhar no nível 4.”

Portanto, segundo o modelo, a visualização é uma das habilidades fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Vergnaud (1996, p.12), também reforça a idéia acima descrita quando escreve:

“O olhar é particularmente importante. Na verdade quando nós temos crianças com dificuldades duráveis (duradouras), geralmente eles têm problemas de olhar. Eles não são cegos, absolutamente, eles vêem muito bem. Mas eles têm problemas em organizar a seqüência sucessiva. Vemos com isso que o gesto e o pensamento estão intimamente ligados”.

Para que ocorra a compreensão de conceitos em geometria, existe a necessidade de desenvolver a visualização fazendo com que simultaneamente o pensamento geométrico gradativamente se desenvolva.

Ao elaborar atividades a fim de desenvolver a visualização, estas devem estar diretamente relacionadas com a *observação*, pois para visualizar é necessário observar. O observar requer do aluno constantes idas e vindas numa determinada situação, portanto não se tem um tempo determinado para que esta habilidade se desenvolva adequadamente.

É evidente a importância de direcionar atividades em sala de aula, com o propósito de fazer com que os alunos valorizem a *observação* em suas mais diversas ações, em qualquer idade ou série, pois essas atividades podem ser organizadas em diferentes níveis de complexidade, independentemente dos conhecimentos prévios sobre geometria que o aluno tem.

Aplicação do modelo em sala de aula

No primeiro encontro, em 13/08/2002, foram dados os esclarecimentos sobre as atividades que realizaríamos durante os três meses, tendo um encontro de 50 minutos semanalmente. Ao aplicar o teste de van Hiele, a fim de identificar o nível em que se encontravam os alunos, apenas receberam as orientações sobre como deveriam marcar o que julgassem correto, assim como esclarecimentos de que poderia ter mais de uma alternativa correta. Mostraram dificuldade para entender como responder, como poderiam marcar a resposta correta. Alguns marcaram um **x** dentro da figura, outros fora da figura, alguns preferiram pintar com lápis colorido as figuras corretas.

Ocuparam todo o período para realizar a atividade proposta. Todos os testes foram recolhidos. Esse procedimento ocorreu nas duas turmas, no mesmo dia.

O teste de van Hiele apresenta cinco questões com cinco alternativas, sendo que a primeira questão tem três respostas corretas e as demais têm 2 respostas corretas. Todas as cinco questões envolvem reconhecimento de formas geométricas: triângulo, quadrado, retângulo, paralelogramo e retas paralelas.

Das cinco questões do teste de van Hiele, o aluno deve acertar no mínimo três questões para ser considerado no nível 1 (nível básico), que é o nível do reconhecimento.

A tabela 1 mostra os resultados obtidos após a aplicação do pré-teste de van Hiele dos 26 alunos da turma 41 e da professora. Em cada coluna temos o número de alunos que marcaram 0,1, 2 ou 3 respostas corretas em cada uma das questões do pré-teste.

Nesta turma, três alunos e a professora (14,82%) estavam no nível básico e 23 alunos (85,18%) abaixo do nível básico.

TABELA1: RESULTADOS OBTIDOS NO PRÉ-TESTE DA TURMA 41

nºdeacertos questão	0	1	2	3
	pré teste	pré teste	pré teste	pré teste
1	0	2	23	2
2	0	24	3	-----
3	6	17	4	-----
4	17	4	6	-----
5	6	12	6	-----

Fonte: Pesquisa

Na tabela 2 aparecem os resultados obtidos após a correção dos testes dos 22 alunos da outra turma (turma 42). Em cada coluna temos o número de alunos que marcaram 0,1, 2 ou 3 respostas corretas em cada uma das questões do pré-teste.

Dos 22 alunos que realizaram o teste, nenhum aluno (0%) estava no nível básico e 22 alunos (100%) abaixo do nível básico.

TABELA 2: RESULTADOS OBTIDOS NO PRÉ-TESTE DA TURMA 42

nºde acertos questão	0	1	2	3
	pré teste	pré teste	pré teste	pré teste
1	0	0	19	1
2	0	20	2	-----
3	6	11	3	-----
4	16	5	0	-----
5	3	9	3	-----

Fonte: Pesquisa

Nas tabelas anteriores, em algumas questões o somatório não confere com o número de alunos envolvidos na pesquisa, pois alguns deles não responderam o teste conforme as orientações solicitadas.

Nos encontros seguintes, até final do mês de novembro, os alunos foram realizando as atividades elaboradas e organizadas conforme ocorriam as situações de cada encontro.

Iniciaram relatando *observações* feitas em diferentes roteiros, tais como: do portão da escola até a sala de aula ou da escola até onde moram. Durante a socialização de idéias, procuramos sempre dar ênfase para a importância da *observação* em todas as atitudes realizadas durante nosso cotidiano. Os alunos participavam das atividades sempre com muito entusiasmo e interesse, trazendo livros e objetos que tinham alguma relação com o estudo de Geometria.

Durante diferentes atividades de *observação* (dobraduras, recortes, colagens) surgiam nomes relacionados com geometria, que procuramos direcioná-los para discussão no grande grupo, como por exemplo, a diferença entre quadrado e retângulo, ou o que são linhas paralelas. Um momento muito interessante que tivemos foi quando um aluno tentou mostrar no espaço, o que seria um triângulo. E outro menino mostrava de uma outra forma, que o primeiro não aceitava. Nesta aula, os alunos puderam perceber como reconhecer um triângulo, concluindo que podemos ter um triângulo com uma das partes (lados) mais aberta do que as

outras (triângulo obtusângulo). Dificuldade demonstrada ao responderem a questão 1 do teste de van Hiele.

Dessa forma fomos direcionando atividades, de acordo com as discussões que surgiam, nunca perdendo de vista nosso objetivo, ou seja, fazer com que os alunos percebessem a importância da observação em todas as atividades que estavam sendo propostas.

No final de novembro, aplicamos o teste van Hiele, mantendo o mesmo procedimento do aplicado anteriormente.

Através da tabela 3 (turma 41) e tabela 4 (turma 42) é possível fazer um paralelo dos resultados encontrados antes da aplicação das atividades elaboradas, organizadas e conduzidas de acordo com o referencial teórico utilizado.

A tabela 3 mostra os resultados obtidos após a aplicação do pré-teste e do pós-teste de van Hiele na turma 41. Em cada coluna temos o número de alunos que marcaram 0,1, 2 ou 3 respostas corretas em cada uma das questões do pré-teste.

Através da análise dos dados obtidos no pós-teste, dos vinte e três alunos que estavam abaixo do nível 1, dezoito alunos alcançaram o nível 1(quatro deles já estavam no nível 1), apresentando um resultado bastante satisfatório.

Nível 1: vinte e dois alunos (81,48%).

Abaixo do nível básico: cinco alunos (18,52%).

TABELA 3: RESULTADOS OBTIDOS NO PÓS-TESTE DA TURMA 41

n° de acertos questão	0	0	1	1	2	2	3	3
	pré teste	pós teste	pré teste	pós teste	pré teste	pós teste	pré teste	pós teste
1	0	0	2	0	23	6	2	21
2	0	0	24	2	3	24	-----	-----
3	6	0	17	8	4	17	-----	-----
4	17	4	4	10	6	12	-----	-----
5	6	1	12	3	6	20	-----	-----

Fonte: Pesquisa

A tabela 4 mostra os resultados obtidos após a aplicação do pré-teste e do pós-teste de van Hiele na turma 42. Em cada coluna temos o número de alunos que marcaram 0,1, 2 ou 3 respostas corretas em cada uma das questões do pré-teste.

Através da análise dos dados obtidos no pós-teste, dos vinte e dois alunos que estavam abaixo do nível 1, 17 alunos alcançaram o nível 1(nenhum dos alunos estava no nível 1), apresentando também um resultado bastante satisfatório.

Nível 1: 17 alunos (77,27%).

Abaixo do nível 1: 5 alunos (22,73%).

TABELA 4: RESULTADOS OBTIDOS NO PÓS-TESTE DA TURMA 42

n° de acertos questão	0	0	1	1	2	2	3	3
	Pré teste	pós teste	pré teste	pós teste	pré teste	pós teste	pré teste	pós teste
1	0	0	0	0	19	2	1	20
2	0	0	20	5	2	16	-----	-----
3	6	1	11	4	3	11	-----	-----
4	16	0	5	2	0	16	-----	-----
5	3	0	9	4	3	13	-----	-----

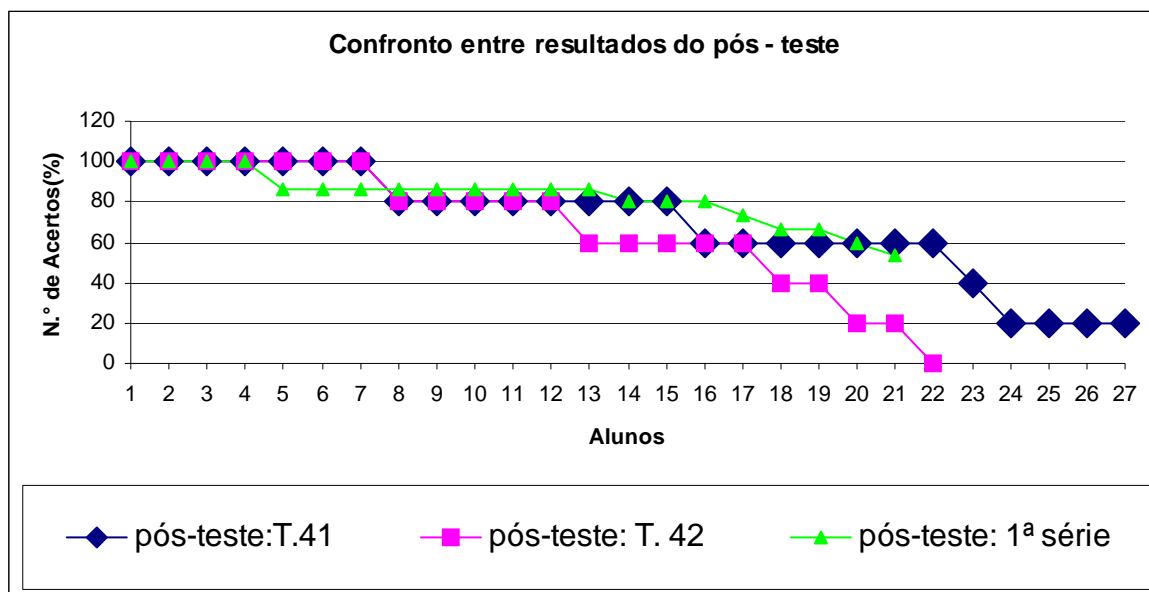
Fonte: Pesquisa

Em algumas questões o somatório não confere com o número de alunos envolvidos na pesquisa, pois não responderam o teste conforme as orientações solicitadas.

A Prof^ª Ms. Maria Lúcia Lujan pesquisou a aplicação do modelo van Hiele para o ensino de Geometria em alunos sa 1^a série do Ensino fundamental de uma Escola Estadual de 1^o grau de Campinas, Estado de São Paulo, obtendo resultados semelhantes aos de nossa pesquisa.

Apresentamos abaixo, no gráfico 1, um confronto entre os resultados do pós-teste em duas realidades diferentes, bem como idades diferentes, relacionando o número de acertos (%) por aluno (alunos numerados aleatoriamente e organizados por número de acertos em ordem decrescente).

GRÁFICO 1

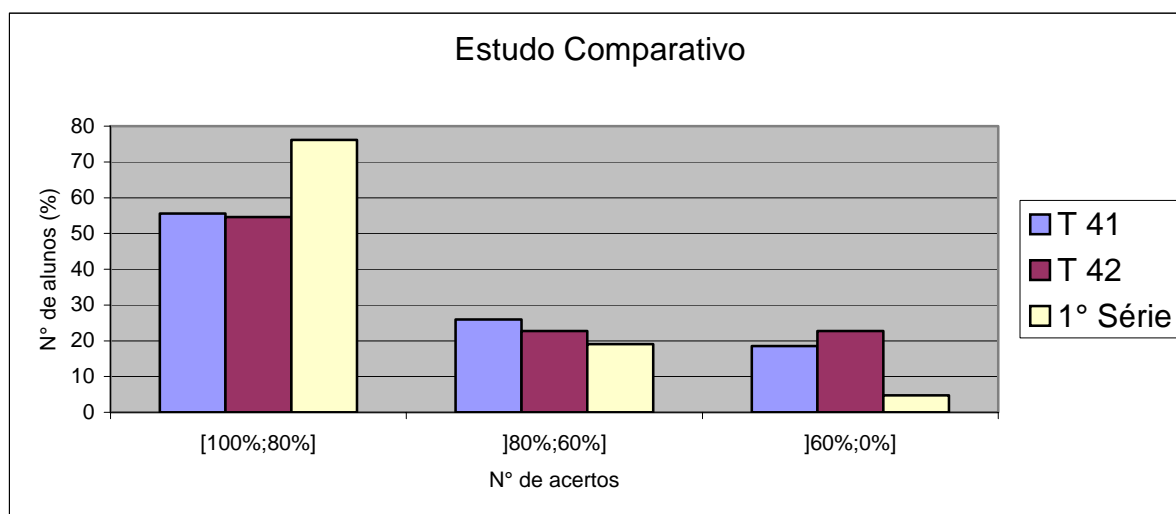


Fonte: Pesquisa

A seguir, realizamos um estudo comparativo entre a porcentagem de alunos por faixa de porcentagem de acertos, envolvendo os alunos das duas turmas de 4^a séries da escola de Gravataí com os alunos de 1^a série da escola de Campinas.

Através do gráfico 2, verificamos que a porcentagem do número de acertos em relação a porcentagem do número de alunos apresentam resultados muito semelhantes.

GRÁFICO 2



Fonte: Pesquisa

Conclusão

Portanto, através dessa pesquisa participativa envolvendo crianças da 4ª série, cuja média de idade era de 10 anos, bem como, fazendo um paralelo com os resultados obtidos na pesquisa com alunos de 1ª série na faixa etária entre 6 anos e meio e 10 anos e 8 meses, considerando todas as fases de aprendizagem do modelo de van Hiele e o desenvolvimento dos campos conceituais de Vergnaud, podemos ver que são muito semelhantes independentemente da idade e do nível de escolaridade.

Através das duas pesquisas realizadas em situações diferentes, tanto sócio cultural, quanto em relação a faixa etária dos sujeitos envolvidos nas pesquisas, em épocas distintas, bem como com atividades diferenciadas verificamos que o estudo de geometria pode tornar-se compreensível fazendo com que o aluno avance em sua aprendizagem desenvolvendo a capacidade de observação, utilizando a linguagem adequada ao nível básico, conforme o modelo de van Hiele.

Portanto, ao organizar atividades que desenvolvam a observação da criança, podemos direcionar novas atividades que favoreçam a aprendizagem através da compreensão de conceitos geométricos e, não apenas a memorização de fórmulas ou formas de solucionar problemas que envolvam Geometria. Para tanto, o objetivo deve ser o de avançar níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico, através de diferentes situações envolvendo conceitos geométricos que gradativamente serão introduzidos ao vocabulário do aluno, sem ter a preocupação com o imediatismo.

O desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno depende em muito, da observação do professor em orientar as discussões e as tarefas, a fim de que novas situações possam surgir, e assim sucessivamente.

Esta não é, sem dúvida, uma tarefa imediatista, é necessário tempo para que ocorra o envolvimento aluno-professor e professor-aluno nas tarefas propostas.

Portanto, os estudos de geometria sendo desenvolvidos desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, segundo Dana (1994, p.155), proporcionam uma importante mudança de ritmo com relação à aritmética e envolve outros tipos de raciocínio. [...]. Talvez um dos benefícios implícitos mais importantes no ensino de geometria esteja no fato de ser uma diversão para as crianças, e também para o professor, que em muitas atividades desempenhará o papel de observador e mesmo de companheiro da aprendizagem.

Referências bibliográficas

- BAYER, A. **Causa do baixo rendimento em matemática do aluno que ingressa na universidade no Rio Grande do Sul.**, 1997. 353 f. Tese (Doutorado – Educação) Salamanca: Universidade Pontifícia de Salamanca
- DANA, M. E. Geometria - um enriquecimento para a escola elementar; In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo, Atual. 1994.
- DREYFUS, T. e H., Nurit. Euclides deve permanecer e até ser ensinado; In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo, Atual. 1994.
- FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In ALCÂNTARA, M. S. D. et.al. **Educação Matemática: uma introdução.** São Paulo. EDUC. p. 155-195. 1999.
- GUTIERREZ, A. y JAIME, A.: Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia. In: **Enseñanza de las Ciencias.** v.1, p. 85-95. 1989.
- HOFFER, A.: "Geometry is more than proof"; In: **The Mathematics Teacher.** v. 74. 1981.

LUJAN, M. L. S. **A geometria na 1ª série do 1º grau: um trabalho na perspectiva de van Hiele.** 1997 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** Instituto de Física, UFRGS. Porto Alegre. 2002.

NASSER, L. **Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em Geometria?** Boletim GEPEM. 1991, nº 29. p.31-35.

VERGANUD, G. Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (ED.) **Anais do 1º**

Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p.1-26. 1993.

_____. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** **Revista do GEMPA.** Porto Alegre. nº 4. p. 9-19. 1996 b.

_____. **Algunas ideas, fundamentales de Piaget en torno a la didáctica.** **Perspectivas.** p.195-207. 1996 c.

VILLIERS, M. **Algunos desarrollos en la enseñanza de la geometria(1).** 1996.