

MODELOS MENTAIS E A LEI DE GAUSS**Sonia Krapas****Fátima Alves****Luiz Raimundo de Carvalho**

Universidade Federal Fluminense, Brasil

e-mail: sonia@if.uff.br

Resumo

A perspectiva teórica dos modelos mentais, advinda da Psicologia Cognitiva, tem sido promissora no campo de Educação em Ciência. Atendo-se a esta perspectiva, caberia perguntar: há modelos mentais associados à lei de Gauss no contexto de sua aprendizagem? O trabalho de campo realizado envolveu o exame de avaliações escritas, visando uma população de estudantes de física básica da universidade. Na análise dos dados foram desenvolvidas categorias discutidas à luz de pressupostos acerca dos modelos mentais: sua relativa instabilidade e seus aspectos proposicional e imagístico.

Introdução

O referencial teórico dos Modelos Mentais, estudado a algum tempo no âmbito da Psicologia Cognitiva (Johnson Laird 1983, Williams, Hollan e Stevens 1983, de Kleer e Brown 1983), tem sido visto como promissor no campo da pesquisa em Educação em Ciências (Moreira 1997). Na pesquisa que realizamos (Krapas et al 1997) sobre os usos e sentidos do termo modelo na literatura internacional de Educação em Ciência, verificamos que a referência a modelos mentais é relativamente constante no período de 1986 a 1995, apresentando um salto significativo no ano de 96. As expressões concepções alternativas, espontâneas, intuitivas, *misconceptions* etc, que marcaram a pesquisa da década de 80, ainda continuaram sendo utilizadas para designar o pensamento dos estudantes, mas certamente o aumento significativo a que nos referimos não se deve a uma simples mudança de nomenclatura por parte dos pesquisadores e, portanto, novos sentidos devam estar sendo atribuídos ao termo *modelo mental*.

O engajamento maciço dos pesquisadores no Movimento das Concepções Alternativas permitiu que surgisse um certo consenso acerca do significado do termo *concepção alternativa*. No caso do termo emergente *modelos mentais*, a literatura mostra que ele adquire diferentes sentidos no contexto das obras dos diferentes autores. Neste trabalho alguns pressupostos acerca de modelos mentais guiam nossa pesquisa dos quais destacamos: sua relativa instabilidade e seu dinamismo ligado ao seu aspecto proposicional e imagístico.

Modelos mentais apresentam como característica uma *relativa instabilidade* frente a variações de conteúdo e contexto da realidade física em questão. Esta instabilidade poderia ser devida ao funcionar caótico da mente humana, ou a pequenas variações em torno de um ponto de equilíbrio próprio dos sistemas regulares. Preferimos entender esta instabilidade como se assemelhando ao funcionar de *sistemas complexos*, que lhes garante eficiência e agilidade nas adaptações a variações bruscas do meio: um coração saudável funciona de forma instável, enquanto um coração doente é bem comportado; um avião de passageiros, porque é construído de forma a possuir uma estabilidade inerente, tem seu comportamento

mais previsível que um avião de caça — mais semelhante aos pássaros — que necessita estar adaptado a mudanças bruscas de rumo. É dessa forma que entendemos muitos dos adjetivos que qualificam as representações mentais dos indivíduos: porque são instáveis, estas se mostram ao pesquisador como incompletas, complexas e imprecisas.

Modelos mentais são dinâmicos: admitem várias visões a partir de um determinado ponto de vista, tomando para a mente a metáfora da perspectiva de um objeto tridimensional; ou “rodam”, adotando a metáfora do computador para a mente. Assim se admitirmos um modelo puramente imagístico, seu dinamismo se apresentará na de uma série de imagens, o que se encaixa com a metáfora da perspectiva. Se admitirmos um modelo puramente proposicional, seu dinamismo se apresenta na forma de uma cadeia de proposições, o que se encaixa com a metáfora do computador. No caso de modelos proposicionais estas cadeias podem ser expressas seja na linguagem natural — como o modelo de mapa para localização de um determinado local com instruções verbais do tipo *virar à direita, seguir em frente*, etc —, seja na linguagem matemática — como o modelo de Maxwell para a interação eletromagnética, na sua forma analítica (Abrantes 1999). Identificar um modelo puro, no entanto, é problemático. Na maior parte das vezes o modelo é misto, com preponderância de um dos aspectos. Neste caso, não funciona nenhuma das metáforas acima citadas. Qual metáfora seria mais conveniente? Acreditamos que não seja muito fácil encontrar uma resposta satisfatória a tal indagação. De qualquer forma, nosso entendimento é que modelos evoluem e seu desenvolvimento comporta modelos de diversos tipos. Um bom exemplo é o desenvolvimento dos modelos de Maxwell para a interação eletromagnética: na gênese do *modelo analítico* de 1864 — puramente proposicional — se encontram outros modelos mistos, como o *modelo da analogia física* de 1855 — fortemente imagístico — e o *modelo sintético* de 1861/2 (Abrantes 1999).

O objetivo do presente trabalho é estudar as dificuldades apresentados por estudantes no aprendizado da lei de Gauss e as interpretar a partir do referencial dos modelos mentais. Pretendemos ainda contribuir para o entendimento dos modelos mentais. Discutimos as seguintes questões: Em que medida esse referencial contribui para o entendimento de tais dificuldades? As representações dos estudantes relativas à lei de Gauss constituem modelos mentais? Podemos falar em modelo mental exclusivamente proposicional e exclusivamente imagístico? É possível associar modelos mentais a respostas do tipo *macete*? Além de responder à questões de natureza teórica, discutimos questões relativas ao ensino da lei de Gauss e oferecemos subsídios para a elaboração de planejamentos didáticos — principalmente no que se refere à avaliações — com vistas a uma aprendizagem que privilegie a elaboração de modelos.

Lei de gauss

Os fenômenos eletromagnéticos são especialmente interessantes no que tange às questões abordadas na presente investigação porque sua compreensão, em geral, se dá quando descemos no nível microscópico da matéria. Assim, o entendimento do simples acender de uma lâmpada implica na construção de um modelo microscópico sobre a natureza íntima da matéria. Muitos trabalhos foram realizadas sobre as concepções de estudantes acerca de fenômenos eletromagnéticos, inspirados nas pesquisas pioneiras de Gentner e Gentner (1983) e Closset (1983). Vale a pena citar os artigos de Borges e Gilbert (1998), Greca (1995) Greca e Moreira (1996) sobre este tema na perspectiva dos Modelos Mentais. No entanto, um dos assuntos pouco abordados, tal como aponta Viennot (1992), é a lei de Gauss. Em trabalho

recente Krey e Moreira (1998) também estudam este assunto. Viennot (1992) ao estudar as dificuldades de estudantes universitários acerca do teorema de Gauss, conclui:

“A significância de nossas conclusões usando o ‘questionário de Gauss’ (Q1) não é que o ‘teorema de Gauss’ é pobremente entendido pelos estudantes. Este é um fato bem estabelecido. Apontamos um dos componentes dessa incompreensão, isto é, os estudantes não usam espontaneamente o princípio da superposição de campos criados por todas as cargas do universo para determinar suas respostas.”

Nossa suspeita vai em outra direção: os erros dos alunos tem a ver com o treinamento na utilização da lei de Gauss em situações muito especiais, isto é, em situações de alta simetria. Em outras palavras, na tentativa de sedimentar o conhecimento do aluno, professores e livros textos dão ênfase a exercícios que se referem a situações muito particulares, o que pode resultar em restrições à aprendizagem.

Para compreender os processos envolvidos na aprendizagem da lei de Gauss, realizamos um trabalho de campo que envolveu o exame de testes escritos, visando uma população de estudantes de física básica da universidade. Dois tipos de testes escritos foram compostos a partir das quatro questões apresentadas em anexo: questionário com a questão 1 respondido de forma voluntária no decorrer da disciplina, e avaliações ordinárias com as questões 2, 3 e/ou 4. As questões 1 e 2 são qualitativas, sendo que a primeira foi retirada da pesquisa de Viennot e a segunda foi inspirada nesta. Supondo que equívocos sobre a lei de Gauss tem a ver com o treinamento na resolução de problemas, aplicamos a primeira questão — que não se refere explicitamente a lei de Gauss — em duas situações distintas: antes do ensino e depois do ensino. Questões como a de número 3 estão presentes nas avaliações padrão de física básica. A quarta questão, que diz respeito a uma situação experimental tratada na disciplina, foi planejada levando-se em conta os resultados obtidos com as questões 1 e 2 e tem como objetivo avaliar o domínio dos estudantes na idéia de fluxo do vetor campo elétrico, já que esta idéia aparece de forma implícita nas outras questões. A inclusão das questões 2 e 4 nas provas ordinárias foi resultado de um processo de negociação entre uma das pesquisadoras, que era na ocasião professora da disciplina, e o restante da equipe.

A primeira questão foi respondida por 142 alunos antes do ensino da lei de Gauss e por 114 alunos imediatamente após a realização da avaliação ordinária referente a lei de Gauss. A segunda, terceira e quarta questões foram respondidas em situação de avaliação ordinária por 207, 220 e 210 alunos respectivamente. A primeira etapa do trabalho envolveu a criação e testagem de categorias e dimensões de análise aplicadas a uma parte dos dados. Constitui-se numa primeira atribuição de significado a estes. Tais categorias e dimensões passaram por um processo de reestruturação quando da sua aplicação aos demais dados. A seguir analisamos questão por questão. Em seguida é feita uma análise transversal das questões que tem por objetivo testar a robustez das categorias adotadas, na medida em que estas permitem um olhar mais integrado das dificuldades dos estudantes com a lei de Gauss. Finalmente interpretamos tais categorias segundo a perspectiva dos modelos mentais.

Análise dos dados

Primeira questão

Como as duas primeiras questões são semelhantes, elaboramos algumas categorias que são adequadas a ambas: *só fórmulas*, *articulada* e *macete*. Além disso, para dar conta da especificidade da primeira questão, introduzimos mais uma categoria: *isolante*. Respostas que utilizam *só fórmulas* revelam uma tentativa de identificar no problema as variáveis de uma

determinada lei física; em geral não chegam ao resultado correto; não têm poder explicativo; são expressas principalmente na linguagem matemática. As fórmulas utilizadas são as relativas às leis de Coulomb e/ou Gauss.

Nas respostas *articuladas* há articulação dos conceitos físicos envolvidos na lei física com as variáveis do problema; em geral apresentam soluções corretas aos problemas propostos; têm poder explicativo; são expressas principalmente na linguagem natural. Respostas articuladas que utilizam a lei de Gauss não foram encontradas, possivelmente porque envolveriam — tal como discutiremos adiante — considerações acerca da simetria geométrica da situação física estudada. Como exemplos representativos da aplicação da lei de Coulomb temos:

“Não. Pois sem saber a posição da partícula que está fora da esfera, e também sem saber se é positiva ou negativa, não há como calcular o campo resultante de M, já que este depende da sua interação com a partícula externa.” (pré-A10)

“Não. Apesar de estar a uma distância r do centro este ponto M pode estar situado próximo a uma região de maior concentração ou menor, o que influenciaria o cálculo do campo eletrostático, mesmo estando o ponto M localizado dentro de uma esfera isolante.” (pré-A33)

“Não, porque como não sabemos a carga exterior poderíamos ter duas situações no cálculo, onde estas cargas possam se repelir (carga +) ou atrair (carga -), Com isso podemos ter um excesso de concentração de cargas em um determinado espaço da esfera, impossibilitando assim o cálculo do campo eletrostático.” (pré-B29)

Macete aparece no Aurélio (Ferreira 1986) como um *“recurso muito engenhoso ou astucioso para se fazer ou obter algo”*. Na solução de questões e problemas de física é possível se fazer uso de um tipo de conhecimento que se constitui em macetes: geralmente são grandes sínteses que, mesmo que tenham como origem uma expressão matemática, podem ser expressas na linguagem natural, o que as transformam num conhecimento de fácil apreensão e rápida aplicação. Podemos dizer que se aplica aí o *princípio da economia didática*. Em manuais de física estes conhecimentos costumam receber destaque na diagramação da página como, por exemplo, estilo e cor da fonte. Relativos à lei de Gauss temos como macete, por exemplo: *“A lei de Gauss nos diz de que modo o campo encontrado na superfície gaussiana se correlaciona com as cargas contidas na mesma”* (Halliday e Resnick 1991 pg. 34) e *“Campo elétrico no interior de um condutor é nulo”*. Entretanto, estes macetes, ao serem aplicados em situações-problema, são muitas vezes traduzidos indevidamente pelos estudantes. Nesta tradução/traição os estudantes tratam resultados obtidos para uma situação específica como se fossem resultados gerais, sem respeito, portanto, a seu escopo e limitação. *Macetes* perdem, desta forma, seu poder explicativo. No contexto da primeira questão temos:

“Sim, pois pela Lei de Gauss só precisa saber a carga dentro da superfície gaussiana.” (pós-A29)

“Sim, pois o valor do campo elétrico pode ser calculado através da Lei de Gauss. E essa lei leva em conta apenas o valor da carga dentro de uma superfície fechada (superfície gaussiana).” (pós-A14)

Há ainda a referência ao *teorema das camadas* da gravitação aplicado à eletrostática:

“Para calcular [o campo eletrostático] levaríamos em conta somente a esfera com raio menor que r , analogamente a problemas referentes à gravitação.” (pré-F4)

“Como no efeito do campo gravitacional as forças feitas pela casaca esférica não agem internamente” (pré-C14)

Na categoria *isolante* encontram-se os estudantes que partem do conhecimento (errôneo) de que um corpo isolante impede a ação do campo elétrico, isto é, isola o campo elétrico. As respostas são expressas na linguagem natural.

“Sim, pois se o material da qual é feita a esfera é isolante, o campo eletrostático fora da mesma não terá nenhuma influência em sua parte interna, seja ela qual for.” (pré-B6)

“Sim, porque como o campo está isolado esfericamente, logo não interessa as cargas do exterior, pois não interagem do lado de dentro.” (pré-B25)

“Sim, sendo o campo isolante será indiferente a carga fora dele.” (pós-A39)

Grupo	Só fórmula	articulada	macete	isolante	outras
Pré ensino	14	17	13	33	23
Pós ensino	22	4	50	19	7

Tabela I: porcentagem de respostas à questão 1 nas diversas categorias, antes e após o ensino.

Na tabela I são apresentadas as porcentagem dos alunos de acordo com a categorização definida acima. Vale acrescentar algumas informações sobre a categoria *macete*. Antes do ensino não há referência explícita a lei de Gauss e, muito frequentemente, é explicitada a aplicação do teorema das camadas à eletrostática; após o ensino a situação se inverte: muito frequentemente é explicitada a lei de Gauss e raramente é feita referência ao teorema das camadas. Como era de se esperar, após o ensino da lei de Gauss o estudante dá preferência a sua aplicação. Entretanto, esta aplicação se dá na forma de macetes, o que pode ser visto pelo aumento desta categoria após o ensino. Este fato também pode explicar a queda de respostas articuladas — sempre coulombianas — com o ensino: pode-se falar em regressão aparente, pois a tentativa de solução de um problema conhecido através de método novo pode levar a uma aplicação indevida deste método. Em relação à categoria *isolante*, verifica-se que, mesmo após o ensino, sua presença não é desprezível.

Segunda questão

A segunda questão aponta para um aparente paradoxo: como é possível calcular o campo elétrico gerado por duas placas carregadas usando-se uma superfície gaussiana que engloba apenas uma delas? Dentre os que respondem que é possível há os que não se apercebem deste aparente paradoxo (talvez para evitar uma situação potencialmente conflitante), uma vez que a) preferem somar os campos devidos a cada uma das placas: categoria *cálculo usual*; b) tentam uma solução através da aplicação da fórmula da lei de Gauss chegando, algumas vezes, a respostas corretas através de ajustes dos cálculos ao resultado esperado, o que fica evidenciado — tal como discutiremos mais adiante — pela não identificação dos fluxos nulos relativos às diversas faces da superfície gaussiana: categoria *só fórmula*; c) fazem considerações de outra ordem: categoria *outras*. Consideramos respostas *articuladas* aquelas que fazem uso de fenômeno da indução e/ou explicitam o valor do fluxo nas faces da superfície gaussiana:

“Apesar da superfície gaussiana não englobar a carga negativa, o efeito desta carga negativa sobre a carga positiva aparece no interior da superfície gaussiana (indução). Como o efeito já foi considerado, basta fazermos: ..[O aluno, então, realiza o cálculo utilizando apenas uma das bases do cilindro gaussiano].” (A13)

“Na superfície utilizada só haverá fluxo de campo elétrico através da face que passa por P, já que a outra face se encontra dentro da placa condutora (onde $E = 0$) e, nas faces laterais, $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \dots$ Com a superfície que foi utilizada o fluxo gerado pela carga $+q$ foi direcionada para a região entre as placas.” (C12)

Dentre os que apontam para a impossibilidade do cálculo há os que apontam razões semelhantes às que aparecem na questão anterior classificadas como *macete*. Acrescentamos aqui outros macetes que, tal como os anteriores também são traduzidos indevidamente pelos estudantes: “A superfície gaussiana deve ser simétrica” e “O campo elétrico deve ser constante ao longo da superfície gaussiana”. Há ainda o *cálculo usual* e *outras* respostas. A tabela II apresenta a porcentagem de respostas dos alunos de acordo com a categorização definida acima.

Vale acrescentar que uma pequena parte das respostas *só fórmula*, *articuladas* e *macete* são completadas com o *cálculo usual*.

possibilidade do cálculo	só fórmula	articulada	macete	cálculo usual	outras	sem resposta
sim (59)	22	3	-	23	11	0
não (36)	-	-	27	5	3	0
sem resposta (6)	1	-	-	-	1	4

Tabela II: porcentagem de respostas à questão 2 nas diversas categorias.

Terceira questão

Por fazer parte de uma prova, esta questão foi inicialmente analisada de acordo com os critérios adotados para a pontuação com vistas a obtenção da nota do aluno: apesar de no cálculo usual da lei de Gauss o primeiro e o segundo termo serem desenvolvidos simultaneamente, nós os tomamos separadamente. Com respeito ao primeiro termo, as deficiências dos estudantes são de cinco tipos: calculam o campo elétrico referente a um raio específico, por exemplo, raio interno do cilindro, ao invés de calcular o campo em uma região do espaço, isto é $E = E(r)$; não desconsideram a contribuição das superfícies das bases do cilindro no cálculo da integral; consideram uma esfera no lugar do cilindro; usam fórmula incorreta para o cálculo da área lateral do cilindro; utilizam infinitésimo de volume dV no lugar de dA . Com respeito ao segundo termo a dificuldade reside na determinação da carga interna à superfície gaussiana que, no caso do item a, acarreta cálculo. A tabela III resume, em porcentagem, os diversos tipos de respostas, inclusive o uso de macetes. São exemplos destes macetes: “o campo é nulo já que não tem carga no interior da superfície gaussiana” e “o campo no interior de um condutor é nulo”.

		a)	b)	c)	d)	Total
$\oint E \cdot dA$	correto	56	57	22	58	
	incorreto	33	32	14	36	
macete		6	6	60	2	
não aplicação		5	5	5	5	
q / ϵ	correto	51	71	16	67	
	incorreto	39	19	20	26	

Tabela II: porcentagem de respostas à questão 3 em cada um dos itens e no total.

Da tabela III é possível destacar alguns pontos: o nível de acertos, relativos ao cálculo dos dois termos da lei de Gauss (deixando o item c de lado pelo alto uso de macetes), está acima de 50%; uma porcentagem muito pequena de alunos (5%) deixaram de aplicar a lei de Gauss; uma grande fonte de erro se encontra na determinação da carga interna à superfície gaussiana, principalmente no item a (39%), que pressupõe cálculo; uma parte considerável dos estudantes (60%) utilizaram macetes no item c. Vale acrescentar ainda alguns dados que não se encontram na tabela: uma grande fonte de erro (57%) vem da distribuição das cargas no condutor (que não está ligada a lei de Gauss); apenas 21% das respostas fazem referência, seja através de desenho ou cálculo, às faces da superfície gaussiana cujo fluxo é nulo.

Quarta questão

Desta questão só nos interessa a parte b. Tal como a terceira questão, iniciamos a análise com os critérios adotados para a pontuação com vistas a obtenção da nota do aluno. Alguns itens foram avaliados: o desenho da superfície gaussiana: A) superfície cilíndrica correta, B) desenho de uma linha fechada, mas que “engloba” a carga, tal como um anel, por exemplo, e C) não há desenho; determinação do fluxo nulo nas bases do cilindro a partir do primeiro termo da equação de Gauss ($\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$), expresso através de cálculo algébrico ou linguagem natural; determinação do fluxo através das laterais do cilindro a partir do segundo termo da lei de Gauss (q / ϵ); não identificação da face da superfície considerada. A utilização de macetes não fica evidente nesta questão.

Os resultados apresentados na tabela IV indicam que a compreensão da idéia de fluxo do campo elétrico encontra-se comprometida: apesar do aspecto trivial da superfície gaussiana, apenas metade dos alunos conseguem desenhá-la corretamente; no cálculo do fluxo 11% não identificam a face da superfície gaussiana a que se referem tais cálculos; apenas 24% acertam o fluxo através das bases do cilindro e 23% através de suas laterais.

Desenho			Bases do cilindro $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$	Laterais do cilindro q / ϵ
A	51	correto	24	23
B	33	só fórmula	65	66
C	17	não identificação	11	11

Tabela IV: porcentagem de alunos que respondem sobre o desenho do cilindro gaussiano e sobre o cálculo do fluxo do campo elétrico através das bases e da lateral deste cilindro.

Informações acerca da explicitação da direção dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ relativa às bases e a lateral do cilindro — seja através de desenho, seja através de símbolo matemático — também estão disponíveis. As tabelas V e VI apresentam tais informações cruzadas com os respectivos cálculos. No caso das bases do cilindro há correlação entre o desempenho no cálculo do fluxo e a explicitação da direção dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$: dentre os 51 alunos que acertam o fluxo, a grande maioria (46 alunos) indica as direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ e, inversamente, dentre os 48 alunos que indicam as direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$, a grande maioria (46 alunos) acertam o fluxo; dentre os 159 alunos que erram o fluxo, a grande maioria (157 alunos) não indicam as direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ e, inversamente, dentre os 162 alunos que não indicam as direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$, a grande maioria (157 alunos) erram o fluxo. No caso das laterais do cilindro esta correlação não se mantém.

		Fluxo nas bases		
		correto	incorreto	total
$\mathbf{E} \perp d\mathbf{A}$	explicitação	46	2	48
	não explicitação	5	157	162
total		51	159	210

Tabela V: porcentagem de alunos relativa ao desempenho no cálculo dos fluxo nas bases do cilindro gaussiano e à explicitação das direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$.

		Fluxo nas laterais		
		correto	incorreto	total
$\mathbf{E} \parallel d\mathbf{A}$	explicitação	24	22	46
	não explicitação	25	139	164
total		49	161	210

Tabela VI: porcentagem de alunos relativa ao desempenho no cálculo dos fluxo nas laterais do cilindro gaussiano e à explicitação das direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$.

Análise transversal das questões

No caso das duas primeiras questões, é possível facilmente comparar seus resultados, uma vez que parte das categorias utilizadas são as mesmas: as categorias *só formula* e *articulada* aparecem com praticamente a mesma frequência (a primeira questão com os resultados após o ensino); a categoria *macete* é menor na segunda questão, possivelmente porque soluções algébricas alternativas, mais usuais, estão disponíveis.

Uma comparação entre as duas primeiras questões e a terceira questão mostra uma diferença no êxito dos alunos na aplicação da lei de Gauss: mais de 50 % na terceira (resposta correta nos itens a, b e d) contra 0 % na primeira e 1 % na segunda. Podemos estimar que esta diferença é devida a alguns fatores: enquanto a três constitui um caso típico de aplicação da lei de Gauss, a primeira pode ser resolvida também a partir da lei de Coulomb; enquanto a questão três faz parte de um conjunto de questões cuja solução é amplamente explorada pelo ensino, as duas primeiras são uma novidade, já que questões conceituais raramente são utilizadas nas avaliações ordinárias. Mas o fator que consideramos preponderante diz respeito à um aspecto da lei de Gauss geralmente desprezado pelo ensino, pelo menos no que tange às avaliações. Para o cálculo do fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada é necessário conhecer **somente** a carga que se encontra no interior desta superfície (termo da direita da lei de Gauss), já que o fluxo das cargas externas através desta superfície é nulo. Por outro lado, o vetor campo elétrico que aparece no termo da esquerda da lei de Gauss “*é o campo resultante de todas as cargas, sejam elas internas ou externas à superfície gaussiana*” (Halliday e Resnick 1991 pg. 37, grifo dos autores). Esta “assimetria” algébrica da lei de Gauss é usualmente ressaltada pelos professores em suas aulas¹. Entretanto, em situações físicas com alta simetria geométrica, tal como a cilíndrica da questão três, o cálculo do campo elétrico fica simplificado porque pode-se desprezar também as cargas externas à superfície gaussiana (uma vez que o campo resultante devido a elas é nulo), o que faz com que desapareça a assimetria algébrica. Nestas situações torna-se possível utilizar a lei de Gauss para o cálculo algébrico do campo elétrico. (Na Gravitação este resultado tem o nome de *teorema das camadas*). Justamente por admitir cálculo algébrico, este aspecto da lei de Gauss — extremamente restrito — é cobrado nas avaliações ordinárias. No caso da primeira questão é necessário se cogitar situações em que não há simetria geométrica, e portanto algébrica. Já no caso da segunda questão, apesar de haver simetria cilíndrica, o enunciado da questão incita o leitor a refletir sobre a assimetria algébrica da lei de Gauss.

Podemos comparar as questões dois, três e quatro em relação a referências — cálculo ou desenho dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ — às faces da superfície gaussiana cuja contribuição para o fluxo é nula. Como a terceira e quarta questões, do ponto de vista da superfície gaussiana envolvida, são idênticas, vamos analisá-las inicialmente. Na terceira apenas 21% dos alunos fazem algum tipo de consideração (o que não deixa de ser um critério muito fraco) acerca das faces da superfície gaussiana cuja contribuição para o fluxo é nula. A ausência de tal consideração poderia ser entendida, num primeiro momento, como uma decisão do aluno de não explicitar passagens algébricas óbvias. No entanto, na quarta questão os resultados não são muito diferentes, apesar de seu enunciado pedir que se considere as diversas faces da

¹ É possível, no entanto que muitas vezes este aspecto passe despercebido ou apareça de forma equívoca como é o caso da citação do próprio Halliday e Resnick (1991 pg. 34): “*A lei de gauss nos diz de que modo o campo encontrado na superfície gaussiana se correlaciona com as cargas contidas na mesma*”.

superfície gaussiana: apenas 24% dos alunos respondem que o fluxo nas bases é nulo, sendo que 11% nem sequer identificam as faces da superfície a que se referem seus cálculos. A partir da correlação que apresentamos na questão quatro — entre o cálculo do fluxo nas bases do cilindro e a referência às direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ —, podemos cogitar, então, que na questão três a falta de referências às faces da superfície gaussiana cuja contribuição para o fluxo é nula revela menos uma atitude intencional do aluno de omitir passagens algébricas óbvias do que deficiências na compreensão da lei de Gauss. No caso da segunda questão esta situação também está presente quando se considera as laterais do cilindro gaussiano. Porém, outra dificuldade aparece: a contribuição para o fluxo de uma das bases do cilindro também é nula, porém, por uma razão distinta das anteriores — o próprio campo elétrico é nulo. Estas devem ser as razões para o fato de que somente o aluno C-12, citado anteriormente, apresente resposta correta.

A análise da diferença de desempenho dos alunos nas questões três e quatro é feita comparando a solução algébrica dos dois termos da lei de Gauss separadamente. No caso do primeiro termo ($\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$), está acima de 50% a frequência do cálculo correto na questão três (excetuando o item c que possui alto índice de macetes), enquanto na questão quatro esta frequência é de apenas 24%. Se levarmos em conta as operações algébricas exigidas na resolução das questões (mais complexas na questão 3), não é possível explicar tal diferença. Acrescente a isto mais um fato: na terceira questão, no cálculo de $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$, está embutido o cálculo exigido na quarta questão, isto é, o cálculo do termo desta integral referente às bases do cilindro, cujo resultado é nulo. Como explicar, então, a diferença de desempenho? Uma possibilidade reside no fato que acabamos de apontar no parágrafo anterior. Outra possibilidade tem a ver com o enunciado da quarta questão, que faz menção a um termo cujo significado, apesar de fundamental na formulação da lei de Gauss, fica mascarado por manipulações algébricas: fluxo do campo elétrico. Uma evidência disto é que raramente este termo aparece na resolução das questões propostas. Quando isto acontece é sempre de fundamental importância na solução de questões não triviais, como a segunda questão (ver citação do aluno C12 mais acima). Passemos ao segundo termo da lei de Gauss (q / ϵ): está acima de 50% a frequência do cálculo correto na questão três (excetuando o item c que possui alto índice de macetes), enquanto na questão quatro esta frequência é de apenas 23%. Se levarmos em conta as operações algébricas exigidas na resolução das questões, não é possível explicar tal diferença (na questão 4 a resolução consistia em uma operação de divisão, já que o valor da carga q era dado no item anterior). Como explicar, então, a diferença de desempenho? A única possibilidade que vislumbramos coincide com a que acabamos de cogitar no caso do primeiro termo da lei de Gauss acerca do emprego do termo *fluxo* no enunciado da quarta questão. Tanto a possibilidade levantada no parágrafo anterior como a que acabamos de expor, são indícios de uma mecanização da aprendizagem, uma aprendizagem que envolve aplicação de fórmulas desprovidas de significado físico.

A partir da análise transversal das questões podemos levantar a suspeita de que boa parte das respostas *corretas* da questão três poderiam ser interpretadas como *cálculo usual*, uma vez que a ausência de referências às direções dos vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ podem estar refletindo deficiências na compreensão da lei de Gauss da mesma ordem que as encontradas na questão quatro: deficiência ligadas a idéia de fluxo do vetor campo elétrico. Sobre o restante das respostas corretas preferimos nada afirmar.

Modelos mentais e a lei de Gauss

Podemos interpretar os resultados apresentados na perspectiva dos modelos mentais ou, mais precisamente, analisar as categorias adotadas — *só fórmula*, *cálculo usual*, *articulada*, *isolante*, *macete* e *correta* — de acordo com algumas das características dos modelos mentais que discutimos na introdução deste trabalho: instabilidade, proposição *versus* imagem.

Na categoria *só fórmula* o uso de fórmulas como tentativa de solucionar os problemas são simplesmente uma série de cálculos algébricos destituídos de significado, o que revela sua falta de dinamismo. Do ponto de vista da instabilidade esta categoria poderia ser interpretada como o funcionar de um *sistema caótico*: dado um enunciado de uma questão não há como prever as equações usadas, nem o seu desenvolvimento. Parece que o estudante, para não deixar a questão em branco, responde qualquer coisa, de forma aleatória. Seria um tipo de resposta que Piaget (1926, pg. 12) classifica como *não-importismo*. A forma proposicional desta categoria poderia ser um indício de um modelo basicamente proposicional. Entretanto, dada suas características nada nos autoriza a pensar em um modelo.

O *cálculo usual*, utilizado como uma maneira de escapar do aparente paradoxo proposto pela questão dois, constitui um indício de um funcionar próprio aos *sistemas regulares*, tal como o funcionar de um relógio de pêndulo: no cálculo as equações e seu desenvolvimento são corretos; o cálculo constitui uma maneira segura de chegar ao resultado correto; a estabilidade desta forma de pensar fica evidenciada pela ausência de conflito frente a enunciados potencialmente perturbadores; a perturbação, quando é percebida, é rapidamente corrigida pelo cálculo usual.

Entendemos que nas categorias *articulada* (relativa à primeira questão) e *isolante* um modelo analógico está presente. Ainda que geralmente expressos na forma proposicional da linguagem natural, este tipo de modelo comporta uma dimensão imagística. Nas duas categorias está presente a mesma analogia: tal como o campo gravitacional, o campo elétrico age à distância. Na categoria *articulada* esta analogia fica mais evidente porque são importantes a distância e o valor da carga envolvida. Na categoria *isolante* o campo elétrico atua como se tivesse as propriedades de uma partícula: sua ação é bloqueada por uma barreira, que no caso é o corpo isolante. Na importação de conhecimentos do domínio alvo para o domínio fonte, temos uma instabilidade relativa própria aos modelos mentais: frente à perturbação imposta pelo domínio alvo, há um ajuste do modelo que se mostra bem sucedido no caso da categoria *articulada* e mal sucedido na categoria *isolante*. Na questão dois o aluno A13, anteriormente citado, faz uma *articulação* não usual, e mesmo assim bem sucedida, entre o cálculo e o fenômeno da indução eletrostática (indicada apenas na figura referente à questão). Temos mais uma vez uma instabilidade relativa própria aos modelos mentais. Sua representação denuncia componentes imagística e proposicional. É interessante ressaltar que nenhuma dessas categorias constituem modelos mentais relativos à lei de Gauss. Modelos mentais que dariam conta do problema em questão deveriam apresentar uma articulação entre a forma algébrica e a forma imagística da lei de Gauss, que envolveria o idéia de fluxo do campo elétrico — conforme explicitado pelo aluno C12 anteriormente citado — e de carga elétrica como fonte/sumidouro desse fluxo.

A categoria *macete* foi a que mais criou resistência à nossa compreensão originando algumas questões: Trata-se de um modelo mental? Caso fosse um modelo mental, teríamos um modelo mental puramente proposicional? Ou existe alguma componente imagística num modelo tal como “na lei de Gauss importa apenas as cargas que estão no interior da superfície

gaussiana” ou “dentro de um condutor o a campo elétrico é nulo”? Macetes comportam dinamismo? Macetes revelam um funcionar próprios aos sistemas complexos ou se assemelham aos sistemas regulares? Apesar de admitirmos que este ponto — que se mostrou central no presente trabalho — merece aprofundamento com novas pesquisas, respostas às questões acima serão sugeridas. Acreditamos que macetes não caracterizam modelos mentais. Em primeiro lugar, pela sua falta de dinamismo. Apresentado na forma proposicional da linguagem natural, ele não admite nem sequer explorações do discurso. Trata-se de uma frase de efeito que não sustenta diálogo. Em relação a sua suposta componente imagística, não pudemos vislumbrar algo que se mostrasse relevante. Em segundo lugar, pelo funcionar próprio aos sistemas regulares. Perturbações impostas pelo enunciado do problemas não se transformam em conflito: respostas, qualquer que seja a pergunta, são sempre as mesmas.

Em relação às respostas *corretas* pouca coisa se pode afirmar. Na sessão anterior levantamos a suspeita de que boa parte delas podem ser interpretadas como *cálculo usual*.

A partir da análise podemos inferir que uma boa parte dos alunos não ofereceram respostas com base em modelos mentais, resultado previsível se considerarmos a forma das provas que são normalmente adotadas em cursos de física básica que, via de regra, avaliam o desempenho do aluno em técnicas de resolução de problemas.

Referências bibliográficas

- ABRANTES, P. (1998) *Imagens de Natureza, Imagens de Ciência*. São Paulo: Papyrus.
- BORGES, A.T. e Gilbert, J. (1998) Models of magnetism. *International Journal of Science Education*, 20(3).
- BUCKLEY, B. e BOULTER, C. (1997) Taking models apart: towards a framework for analysing representations in teaching and learning science. *Perspectives on models and modelling*. Publicação interna de Reading University.
- CLOSSET, J. L. (1983) Sequential reasoning in electricity. In *Research on Physics Education: Proceedings of the First International Workshop*. Paris.
- DE KLEER, J. e BROWN, J. S. (1983) Assumptions and ambiguities in mechanistic mental models. In Gentner, D. e Stevens, A. L. (eds.) *Mental Models*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, p. 155-190.
- DUIT, e GLYNN (1996) Mental Modelling. In Geoff Velford (ed.): *Research in Science Education in Europe*.
- FERREIRA, A.B. H. (1986) *Novo Dicionário da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.
- FRANCO, C.; LINS DE BARROS, H.; COLINVAUX, D.; KRAPAS, S.; QUEIROZ, G. e ALVES, F. (1999) From scientists' and inventors' minds to some scientific and technological products: relationship between theories, models, mental models and conceptions. *International Journal of Science Education*, 21(3), 277-291.

GENTNER, D. e GENTNER, D. R. (1983). Flowings waters or teeming crowds: mental models of eletricity. In Gentner, D. e Stevens, A. L. (eds.) *Mental Models*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

GOLDMAN, C.; LOPES, E. e ROBILOTTA, M. R. (1981) Um pouco de luz na lei de Gauss. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. 3(3).

GRECA, I. M. (1995) *Tipos de representações mentais - modelos, proposições e imagens - utilizados por estudantes de física geral sobre o conceito de campo elétrico*. Dissertação de mestrado, Instituto de Física da UFRGS.

GRECA, I. M. e MOREIRA, M. A. (1996). Un estudio piloto sobre representaciones mentales, imágenes, proposiciones y modelos mentales respecto al concepto de campo eletromagnético en alumnos de Física General, estudiantes e postgrado y físicos profesionales. *Investigações em Ensino de Ciências*, 1(1): 95-108.

HALLIDAY, D. e RESNICK, R. (1991) *Fundamentos de Física 3*. Rio de Janeiro: LTC editora

JOHNSON-LAIRD, P. N. (1983). *Mental Models*. Cambridge: Cambridge University Press.

KRAPAS, S. QUEIROZ, G.; COLINVAUX, D. e FRANCO, C. (1997). Modelos: uma análise de sentidos na literatura de pesquisa em ensino de ciências. *Investigações em Ensino de Ciências*, 2 (3).

KREY, I. e MOREIRA, M.A. (1998) Dificuldades dos alunos na aprendizagem da lei de gauss à luz da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird. Trabalho apresentado no VI EPEF, Folrianópolis.

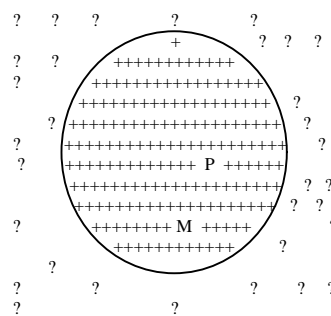
MOREIRA, M. A. (1997) Modelos Mentais. *Investigações em Ensino de Ciências*, 3, p. 1-39.

PIAGET (1926). *A Representação do Mundo na Criança*. Rio de Janeiro: Record.

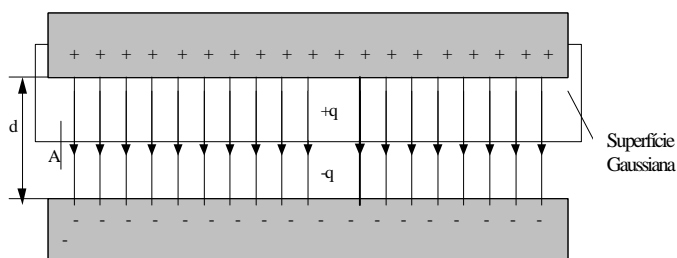
VIENNOT, L. (1992) Students' reasoning about the superposition of electric fields. *International Journal of Science Education*, 14(4), 475-487.

WILLIAMS M. D., HOLLAN, J. D. e STEVENS, A. L. (1983) Humam reasoning about a simple physical system. In Gentner, D. e Stevens, A. L. (eds.) *Mental Models*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, p. 155-190.

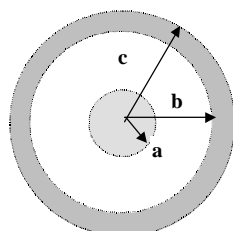
Questão 1) Um isolante esférico de raio R está carregado com uma densidade de carga *uniforme* ρ . A distribuição de carga fora da esfera é desconhecida. Deseja-se calcular o campo eletrostático em um ponto M localizado dentro da esfera, isto é, a uma distância r do centro tal que $r < R$. É possível fazer este cálculo sem conhecer a distribuição de carga fora da esfera? Se SIM, POR QUÊ? e COMO? Se NÃO, POR QUÊ? EXPLIQUE SUA RESPOSTA EM DETALHE.



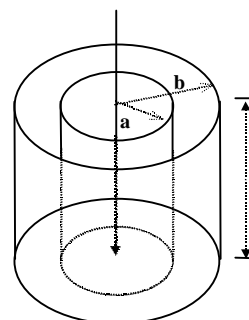
Questão 2) Imagine duas placas paralelas condutoras carregadas com carga $+q$ e $-q$, com dimensões muito maiores do que a distância entre elas. É possível, através da lei de Gauss, calcular o campo elétrico no ponto P gerado pelas duas placas, usando a superfície gaussiana esquematizada na figura que engloba somente a carga positiva? Se SIM, POR QUÊ? e COMO? Se NÃO, POR QUÊ? EXPLIQUE SUA RESPOSTA EM DETALHE.



Questão 3) A figura mostra a seção transversal através de dois cilindros concêntricos e longos. Um é maciço, isolante, de raio a e tem carga $+q$. O outro é condutor, tem raio interno b e raio externo c , carga $+2q$. Use a Lei de Gauss e determine o campo elétrico nos pontos onde a distância até o eixo dos cilindros é: (a) menor que a ; (b) entre a e b ; (c) entre b e c ; (d) maior que c . Desenhe a distribuição de cargas no condutor.



Questão 4) A figura mostra, de forma esquemática, os dois anéis cilíndricos usados na experiência do Laboratório 2. Os anéis têm raios a e b conforme é mostrado na figura e comprimento h . É aplicada uma d.d.p. V sobre eles, de tal forma que o anel interno fique positivo e o externo negativo. Desprezando os efeitos de borda:



(a) Mostre que a carga depositada nesses anéis é dada por:

$$q = \frac{2\pi\epsilon_0 V h}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

(b) Calcule o fluxo do campo elétrico através de todas as faces da superfície gaussiana utilizada no item anterior. Faça um desenho da superfície utilizada.