Lições do

Rio Grande

Matemática e suas Tecnologias

CADERNO DO PROFESSOR

Ensino Fundamental
Ensino Médio

Prezado(a) Professor(a)

É com satisfação que fazemos chegar às suas mãos os Cadernos do Professor, organizados nas mesmas áreas do conhecimento – Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas – do Referencial Curricular elaborado pela Secretaria de Estado da Educação para os anos finais do ensino fundamental e ensino médio.

Esses Cadernos do Professor são acompanhados de Cadernos do Aluno para serem utilizados em sala de aula. Formados por atividades de todos os componentes do currículo, os Cadernos do Aluno são organizados por séries: um para as 5ª e 6ª séries e outro para as 7ª e 8ª séries do ensino fundamental, um terceiro caderno para os alunos do 1º ano e outro ainda para os 2º e 3º anos do ensino médio.

As atividades presentes nos Cadernos do Professor e Cadernos do Aluno consistem em exemplos de como o Referencial Curricular pode ser implementado em aulas que – acreditamos – possam ser motivadoras e atraentes para nossos alunos.

A organização dos currículos pelas escolas a partir de um referencial deverá assegurar o desenvolvimento de habilidades e competências cognitivas e um conjunto mínimo de conteúdos em cada ano letivo dos anos finais do ensino fundamental e médio, na rede estadual de ensino. A escola é autônoma para construir seu currículo a partir dessa base comum e para escolher o método de ensino, numa livre opção didático-metodológica, mas não tem o direito de deixar de desenvolver essas habilidades e competências cognitivas e abordar esses conteúdos com seus alunos.

Como o Referencial Curricular deverá estar em constante evolução e aperfeiçoamento a partir da prática, coloca-se, para a Secretaria de Estado da Educação, o desafio de desenvolver, a partir de agora, e encaminhar permanentemente para as escolas novas atividades didáticas como essas, se os professores e professoras assim o desejarem e solicitarem.

Dessa maneira, a equipe da Secretaria de Estado da Educação espera estar contribuindo com o seu trabalho em sala de aula e também contar com a sua participação para construirmos uma Boa Escola para Todos.

Mariza Abreu

Secretária de Estado da Educação

Sumário

Matemática

Matemática

CADERNO DO PROFESSOR

Ana Maria Beltrão Gigante
Maria Rejane Ferreira da Silva
Monica Bertoni dos Santos

Ler, escrever e resolver problemas em Matemática

"Compreender não é apenas entender o que as coisas representam, mas é entender o modo de existir dessas coisas-no-mundo."
(DANYLUK, 1989, p. 26)

Matemática é muito mais do que a ciência dos números, das abstrações ou do espaço. Ela é constituída de um amplo espectro de Matemáticas que se intercomunicam numa lógica de relações que é fundamental para as aprendizagens do ser humano. Sistematizar a lógica dessas relações é tarefa da pedagogia e, portanto, da escola. No entanto, não basta a transmissão do saber de cultura, para que se produzam aprendizagens. O saber de cultura, aquele sistematizado em nível científico, necessita passar por uma transposição didática para se transformar em saber de ensino.

No ensino de Matemática, os objetivos, as situações, os procedimentos propostos e os recursos utilizados devem proporcionar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, do aritmético, do algébrico, do geométrico e do estatístico-probabilístico e, consequentemente, das suas respectivas linguagens, bem como da capacidade de resolver problemas.

Desenvolver o pensamento lógico-matemático é significar os conceitos, a linguagem e a simbologia matemática e propiciar o desenvolvimento do raciocínio. O pensamento aritmético é construído a partir de experiências potencialmente ricas, em especial aquelas que incluem situações-problema relacionadas com o dia a dia dos alunos. Ao generalizar eventos quaisquer, particularmente aqueles que apresentam regularidades, trabalha-se o domínio do pensamento algébrico. É importante entender que o pensamento aritmético e o algébrico desenvolvem-se simultaneamente, pois ambos apresentam uma raiz comum, na medida em que trabalham com relações quantitativas. O desenvolvimento do pensamento algébrico permite que se realizem abstrações e generalizações que ampliam os conceitos e permitem o uso de linguagens matemáticas cada vez mais sofisticadas. O desenvolvimento do pensamento geométrico inicia no momento em que o homem tem a percepção do movimento e de suas relações com os objetos que o rodeiam e proporciona o desenvolvimento de habilidades básicas para compreender o mundo em que vive e resolver os problemas que o cercam. Desenvolver o pensamento estatístico-probabilístico é possibilitar que, além do "Verdadeiro" e do "Falso", habitualmente trabalhados na lógica formal, trate-se do "Talvez", tornando a Matemática mais próxima da vida diária, da forma como ela deve ser.

Ler e escrever em Matemática estão ligados ao fato do aluno "transitar" nas diferentes linguagens dessa disciplina, bem como nas suas diferentes representações. Sendo a escrita um sistema de representações, cabe à escola valorizar e organizar as representações espontâneas dos alunos, auxiliando-os para que estejam capacitados ao uso da linguagem científica.

Para que o desenvolvimento dessa linguagem aconteça, é importante que o professor seja mediador nesse processo, estimulando as discussões e a comunicação de ideias em sala de aula. De um modo geral, os alunos escrevem pouco nas aulas de Matemática, o que, em parte, pode ser justificado por ser a síntese algo da natureza da disciplina. No entanto, esta ideia deve ser abandonada em favor de um ensino de Matemática que, para além de um resolvedor de problemas, contribua para a formação de um sujeito leitor e escritor.

O professor problematizador é aquele que propõe a seus alunos a resolução de situações-problema desafiadoras que despertem a curiosidade, que proporcionem o desenvolvimento da criatividade, a construção da autonomia e da autoconfiança, através das quais os alunos podem aprender a valorizar a Matemática e a apreciar a sua natureza e a sua beleza.

Cabe ao professor proporcionar aos seus alunos a construção de bases sólidas para estudos posteriores, encorajando-os a desenvolverem habilidades de comunicação, de raciocínio e de resolução de situações-problema. É através da prática pedagógica que o professor deve proporcionar o desenvolvimento do pensamento matemático, o raciocínio e a compreensão do mundo ao seu redor.

Contextualizando as situações propostas e considerando os conhecimentos de seus alunos, bem como suas experiências do dia a dia, respeitando-o como um sujeito que pensa e deve ter liberdade de expressar suas opiniões, de debater, de argumentar, o professor estará contribuindo para o desenvolvimento do aluno, dando-lhe uma perspectiva de futuro.

É necessário enfatizar que a Matemática deve ser uma experiência significativa que vá além da simples memorização e aplicação de fórmulas e definições que rapidamente caem no esquecimento. Deve abranger um vasto leque de conteúdos, de abordagens metodológicas associadas ao processo avaliativo. Uma das abordagens metodológicas ligadas aos conteúdos é a resolução de problemas entendidos como situações inéditas para quem os resolve e que, ao resolvê-los, o aluno tenha que reorganizar seus conhecimentos, testar hipóteses, analisar, criticar, desenvolver estratégias de solução, dialogar com os colegas, para depois chegar a um resultado satisfatório.

Matemática

Ensino Fundamental
5ª e 6ª séries

CADERNO DO PROFESSOR

Ana Maria Beltrão Gigante
Maria Rejane Ferreira da Silva
Monica Bertoni dos Santos

Nosso mundo é tridimensional

Caro professor:

Vivemos em um mundo intuitivamente geométrico. O estudo da Geometria, além de uma ferramenta de leitura de mundo, oferece oportunidade de explorar conceitos associados à aritmética, à álgebra, ao sistema de medidas, às frações, à porcentagem, tornando o trabalho de Matemática menos fragmentado e, consequentemente, mais significativo.

O nosso mundo é tridimensional – tudo tem comprimento, largura e altura. Para entender os entes primitivos da Geometria, o ponto, a reta e o plano, deve-se trabalhar com poliedros, considerando que suas faces são porções do plano, suas arestas, os segmentos de reta e seus vértices, os pontos. Para chegar aos poliedros, é fundamental partir de um conjunto de sólidos, separando-os, a partir da observação de suas características, em duas classes: os que rolam e os que não rolam, denominando de poliedros aqueles que não rolam.

Para o casal Van Hiele, professores holandeses, o desenvolvimento do pensamento geométrico passa por cinco diferentes níveis: visualização, análise, dedução informal, dedução e rigor. Inicia com o reconhecimento das formas, segue com o discernimento das propriedades, construindo classes, passando pelas deduções e demonstrações informais, quando interrelaciona propriedades, sendo capaz de construir demonstrações, para chegar a níveis mais altos do desenvolvimento do pensamento geométrico que é o rigor, quando o sujeito que aprende é capaz de, sozinho, formular e demonstrar teoremas de geometria (LINDQUIST E SHULTE, 1994).

O Caderno consta de duas atividades problematizadoras – **A geometria nas embalagens e Da brincadeira à sistematização**, que proporcionam o desenvolvimento da leitura, por meio de textos, quadros e tabelas, e o desenvolvimento da escrita, por meios das respostas às questões propostas e da produção de pequenos textos a respeito do que foi aprendido.

Nas atividades de aprendizagem, o aluno é incentivado a ler e a produzir pequenos textos informativos, explorando as seções "**Você sabia que...**" e "**Hoje eu aprendi que...**".

Esta proposta de trabalho contempla a construção de conceitos, a dedução de propriedades, a aquisição de vocabulário específico, o desenvolvimento das linguagens matemáticas, da leitura, da escrita e da capacidade de resolver problemas, possibilitando ao aluno diferentes leituras de mundo.

Objetivos

Tendo como objetivo promover o desenvolvimento de competências de leitura, escrita e resolução de problemas, entendemos que ler e escrever matematicamente, além de compreender a linguagem coloquial, significa utilizar pelo menos três linguagens matemáticas específicas, a aritmética, a algébrica e a geométrica, expressas por símbolos, sinais, notações ou palavras, em textos e desenhos ou diferentes representações como tabelas, gráficos, esquemas e diagramas. São essas diferentes linguagens, juntamente com propriedades e conceitos matemáticos, que, entrelaçados, possibilitarão ao aluno a leitura compreensiva de situações do dia a dia, tendo condições de resolver situações- problema e interferir na realidade.

Habilidades

- Ler e interpretar textos curtos;
- Localizar informações em um texto;
- Ler, identificar e organizar informações e dados apresentados em tabelas e em quadros;
- Organizar o pensamento e produzir pequenos textos;
- Estabelecer ligações entre a linguagem coloquial e a linguagem matemática;
- Criar registros pessoais para comunicar informações coletadas;
- Construir um vocabulário geométrico;
- Identificar semelhanças e diferenças entre figuras tridimensionais;
- Identificar propriedades comuns em figuras tridimensionais;
- Nomear cubos e paralelepípedos, bem como seus elementos;
- Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais;
- Perceber relações entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos;
- Reconhecer as planificações de um sólido geométrico;
- Reconhecer, nomear e diferenciar triângulos e quadriláteros, identificando o número de lados e ângulos;
- Identificar diferentes quadriláteros e reconhecer as posições relativas de seus lados;
- Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais;
- Perceber a Matemática dentro de um contexto social e cultural;
- Observar formas geométricas em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem;
- Perceber a Matemática em um ambiente social que possibilite a relação da linguagem coloquial com a linguagem matemática.

Conteúdos disciplinares a serem trabalhados:

- Leitura de quadros e tabelas;
- Classificação de sólidos geométricos (rolam e não rolam);
- Figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais;
- Paralelepípedos e cubos;
- Elementos dos poliedros: vértices, faces e arestas;
- Figuras geométricas planas: triângulos, quadriláteros e hexágonos;
- Ideia de congruência;
- Quadriláteros: quadrado, retângulo, trapézio, paralelogramo;
- Propriedades dos quadriláteros quanto à congruência e à posição relativa dos seus lados;
- Ângulos e ângulo reto.

Atividade 1 - A Geometria nas embalagens

Sugere-se que as atividades propostas a seguir sejam realizadas em sete aulas.

Aula 1

Habilidades a serem desenvolvidas

A partir da exploração de diferentes portadores textuais, tais como embalagens ou rótulos, pretende-se que os alunos leiam textos, quadros e tabelas, localizando informações e dados, organizando o seu pensamento a partir de discussões e da produção de pequenos textos.

Professor, no início do Caderno do Aluno, você encontrará um texto e uma tabela, conforme os que estão a seguir:

As embalagens e a reciclagem

As embalagens servem para o acondicionamento, a proteção e o transporte dos alimentos ou de outros produtos que são utilizados por nós no dia a dia.

Esse tipo de material deve ser reciclado ou reutilizado em lugar de, simplesmente, ser jogado no lixo, poluindo o meio ambiente.

As embalagens de papelão que vamos utilizar, por exemplo, demoram de 1 a 4 meses para se deteriorar, quando jogadas na natureza. Ao separar embalagens para reciclar, estamos evitando a poluição e poupando a natureza, pois, para fazer embalagens de papelão, por exemplo, precisamos derrubar muitas árvores.

Material	Tempo de degradação
Jornais	2 a 6 semanas
Embalagens de papel	1 a 4 meses
Casca de frutas	3 meses
Guardanapos de papel	3 meses
Pontas de cigarro	2 anos
Fósforo	2 anos
Chicletes	5 anos
Nylon	30 a 40 anos
Sacos e copos plásticos	200 a 450 anos
Latas de alumínio	100 a 500 anos
Tampas de garrafas	100 a 500 anos
Pilhas	100 a 500 anos
Garrafas e frascos de vidro ou plástico	Indeterminado

www.tvnatureza.com 15/7/2008.

O texto e o quadro exploram, respectivamente, a utilidade das embalagens e o tempo que é necessário para que se deteriorem na natureza.

Solicite, inicialmente, que os alunos façam uma leitura silenciosa do texto e, depois, que o mesmo seja lido em voz alta, por algum aluno. Discuta com eles o significado da palavra embalagem, questionando: Para que servem as embalagens? De que são feitas? Com que formato são comumente encontradas no mercado e por quê?

Só depois de a discussão ter se esgotado, peça aos alunos que leiam e analisem os dados do quadro, respondendo às questões formuladas a seguir.

Qual o material que menos agride a natureza, quando não reciclado?___________

Quais os materiais que levam mais de 100 anos para se degradar?_____________

Uma pessoa que tenha hoje 12 anos, terá quantos anos quando o chiclete que ela colocou no lixo se degradar?_______________

Uma lata de alumínio jogada no lixo no século XXI poderá estar na natureza no século XXV?_________

Reciclar é o caminho.

Discuta o significado da frase "Reciclar é o caminho" e do símbolo que aparece ao seu lado.

Professor, vale lembrar que a leitura de tabelas e de quadros oportuniza aos alunos a leitura de um texto apresentado de forma diferenciada daquelas a que eles estão acostumados. O tratamento da informação, citado nos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais,1997), faz referência a leituras diferenciadas, sejam elas na forma de gráficos, tabelas ou símbolos, para que os alunos possam se apropriar das ferramentas para leituras de aspectos relevantes.

Atualmente, a preocupação com a conservação do meio ambiente tem se intensificado. A expressão "Reciclar é o caminho" revela essa preocupação, provocando o engajamento dos indivíduos nessa campanha, reconhecendo a importância da reciclagem na conservação do ambiente. O símbolo apresentado junto a essa frase é representativo dessa ideia e é encontrado em inúmeras embalagens disponíveis no mercado, acompanhado das expressões: "Preserve a Natureza", no sentido de conservá-la, e "Recicle a embalagem".

Caso seus alunos tenham acesso à internet, estimule-os a consultarem sites relativos a esse assunto, como por exemplo: ***tanacaraqueebom.com.br*** e o ***greenpeace.org/brasil***.

Estimule os alunos a lerem o conteúdo da seção **"Você sabia que..."** e provoque uma discussão a respeito da palavra geometria.

A partir do que os alunos escreverem na seção **"Hoje eu aprendi que..."**, organize coletivamente um texto com eles. Isso dará a você a oportunidade de fazer um fechamento da atividade e de poder acompanhar as aprendizagens de seus alunos.

Professor, lembre que a avaliação é um processo contínuo e que acompanhar o desempenho de seus alunos é fundamental para a continuidade de seu trabalho. Lembre, ainda, que produzir pequenos textos, de forma cooperativa, possibilita a organização e a expressão do pensamento dos alunos de forma adequada, abrindo espaço para a exploração da linguagem matemática.

Aulas 2 e 3

Habilidades a serem desenvolvidas

A partir da realização de uma atividade prática envolvendo figuras tridimensionais e da observação das mesmas, pretende-se que os alunos se tornem hábeis na comparação de figuras tridimensionais, identificando semelhanças e diferenças entre elas, bem como algumas de suas propriedades. A discussão e a produção de pequenos textos favorecem a organização do pensamento.

Material: Embalagens variadas trazidas pelos alunos e pelo professor.

Para a realização das aulas 2 e 3, classificando os sólidos (embalagens) nas que rolam e nas que não rolam, solicite aos seus alunos, com antecedência, que tragam de casa os mais variados tipos de embalagens. Quanto mais variadas forem as embalagens, maiores serão as possibilidades de sua exploração. Você deve ter em mãos várias embalagens diferentes que contemplem tanto as formas cilíndricas e as cônicas, como os paralelepípedos, os cubos e outros tipos de prismas.

Ao manipularem diferentes tipos de embalagens, ao desmontá-las e ao remontá-las, você estará oferecendo aos alunos a oportunidade de perceberem suas características, reconhecendo as semelhanças e diferenças existentes entre elas. Ao classificá-las nas que rolam e nas que não rolam você estará proporcionando a construção da geometria plana, partindo da espacial.

Ao coletar os mais diferentes tipos de embalagens, os alunos já estarão no primeiro nível de desenvolvimento do raciocínio em geometria segundo a teoria Van Hiele, que é a **visualização**, ou seja, a identificação de formas geométricas pela aparência. Ao classificar as embalagens nas que rolam e nas que não rolam, os alunos estarão discernindo as suas características, o que é próprio do segundo nível, a **análise**.

"Experiência na Rampa"

Organize as cadeiras da sala de aula em um círculo. No centro, faça, com uma tábua apoiada em sua mesa, a montagem de uma rampa com uma inclinação adequada, de tal forma que as embalagens nela colocadas possam rolar ou deslizar.

Selecione com seus alunos, a partir do

conjunto de embalagens trazidas pelo grupo e por você, algumas representantes de cada tipo. Ao fazer essa seleção, o aluno já estará discutindo sobre características dos sólidos.

Selecionadas as embalagens, sob sua observação, os alunos devem ser convidados a colocar, uma por vez, essas embalagens na rampa.

Essa atividade permitirá que eles percebam que algumas embalagens, quando colocadas na parte superior da rampa, "rolam" e que outras "deslizam".

A partir dessa observação, depois da atividade prática realizada, peça aos alunos que separem as embalagens em dois conjuntos: o conjunto **das que rolam** (observe que nem todas rolam da mesma forma) e o conjunto das que deslizam, que você nomeará **as que não rolam.**

Discuta com eles por que algumas rolaram e outras não. Verifique que conhecimentos eles têm sobre os sólidos geométricos, representados pelas embalagens, explorando e valorizando os seus conhecimentos prévios.

Professor, explore conhecimentos prévios dos alunos. Ao valorizá-los, você estará alavancando o processo de aprendizagem. Explorando-os e promovendo o confronto de ideias, você estará contribuindo para a construção do conhecimento. Ao discutir com seus pares, os alunos terão a oportunidade de rever suas hipóteses e avançar, atingindo novos patamares em seu processo de aprendizagem.

A seguir, alguns alunos, com os olhos fechados, acompanhados por um colega, deverão, do conjunto das embalagens, retirar uma delas, explorando-a pelo tato, dizendo se ela rola ou não rola, justificando sua afirmação.

Proporcione, também, que outros alunos respondam, oralmente, como explicariam, por telefone, para um colega, as diferenças entre objetos que rolam e que não rolam. Desta forma, você estará contemplando as atividades propostas no Caderno do Aluno.

Peça aos seus alunos que façam o registro da experiência, incentivando o preenchimento do quadro e das etiquetas na atividade referente aos tipos de sólidos.

Da mesma forma que no final da aula anterior, estimule-os a preencherem a seção **"Hoje eu aprendi que..."** e, a partir do que eles escreverem, organize coletivamente um texto com eles sobre o aprendido.

Professor, a manipulação do material dá ao aluno um tempo próprio para fazer conexões e tirar as suas próprias conclusões. Durante a utilização do material, você terá a oportunidade de observar as aprendizagens de cada um. Poderá observar, também, que dentre seus alunos, alguns necessitarão explorar o material por um período maior de tempo do que os outros, mas que, depois de algum tempo, todos poderão fazer as abstrações necessárias para poder ir adiante.

Aula 4

Habilidades a serem desenvolvidas:

Com as atividades da aula 4, você estará possibilitando a identificação de semelhanças e diferenças entre figuras tridimensionais, o reconhecimento dos paralelepípedos, nomeando-os, e o entendimento do cubo como um paralelepípedo especial. A leitura, a interpretação e a produção de textos organizam o pensamento.

Inicie a aula, retomando com seus alunos o conjunto de embalagens, solicitando-lhes que as separem, novamente, em dois montes: o das que rolam e o das que não rolam, e lance a seguinte questão:

• Quais os tipos de embalagem que mais apareceram?

Solicite aos alunos, que separem o monte das que não rolam em outros pequenos montes, de acordo com suas semelhanças.

Aceite as classificações dos alunos, mas provoque-os a separarem as embalagens em dois montes: os paralelepípedos e os não paralelepípedos. Procure enfatizar o monte dos paralelepípedos e pergunte:

• Que nome esse tipo de embalagem recebe? Nesse momento, você terá a oportunidade de introduzir a denominação paralelepípedo, caso ela não tenha aparecido na fala dos alunos.

• Que objetos há no nosso ambiente que se parecem com esse tipo de embalagem?

Desafie-os a identificarem, no ambiente que os cerca, objetos que se pareçam com o paralelepípedo.

Aproveite o momento e explore com seus alunos as propriedades dos paralelepípedos: seis faces em forma de paralelogramo, paralelas duas a duas. Explore também as características dos paralelogramos.

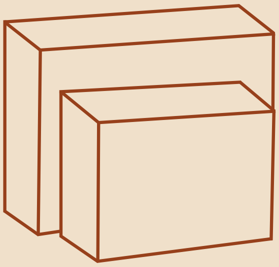
O objetivo desses questionamentos é fazer provocações, para que os alunos identifiquem os paralelepípedos, denominando-os.

Professor, ao introduzir o vocabulário matemático, recomenda-se que, inicialmente, você aceite as expressões usadas pelos alunos, explore-as e, no momento propício, introduza os termos convencionais usados na Matemática.

Após a realização dessa etapa do trabalho, explore com seus alunos o texto "Empresas em busca do desenvolvimento sustentável", que consta do Caderno do Aluno. Logo após, solicite-lhes que respondam às questões propostas.

Empresas em busca do desenvolvimento sustentável

Há pouco tempo, a maioria das marcas de sabão em pó substituiu as caixas estreitas e altas de 1 quilograma por uma em forma de "paralelepípedo", mais larga e mais baixa. Com a mudança, foi mantido o mesmo volume interno nas embalagens, mas a quantidade de papel -cartão utilizado foi reduzida em quase 15%.



www.tanacaraqueebom.com.br 24 /7/2008.

A partir da leitura do texto, estimule-os a responderem os questionamentos e a completarem as lacunas a seguir:

♻ A caixa de sabão em pó tem forma de ______________

♻ Para mudar a embalagem, a fábrica diminuiu a quantidade de sabão em pó contida na caixa?________

♻ Qual a vantagem de alterar as dimensões da caixa de sabão em pó?_____________

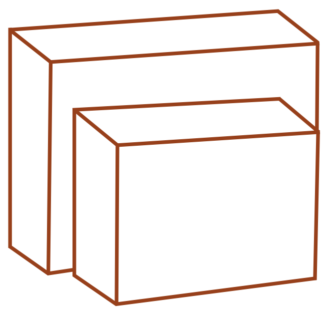
Lembre-se de que, ao alterar as dimensões da caixa de sabão em pó, parece ter diminuído o seu tamanho. No entanto, a quantidade de sabão permaneceu a mesma. O que reduziu foi a quantidade de papel utilizado na confecção da embalagem.

♻ Na sua opinião em que a geometria ajudou as empresas a diminuírem a quantidade gasta em papel-cartão?

O texto diz que antes o sabão em pó vinha em caixas estreitas e altas e foram mudadas para paralelepípedos. As caixas estreitas e altas não são paralelepípedos?

Explore as diferentes dimensões de uma embalagem em forma de paralelepípedo, e o conhecimento dos alunos sobre cada uma delas

Na figura abaixo, escreva nas duas embalagens, no lugar adequado, os termos largura, altura e profundidade.



Dizer que a caixa de sabão em pó ficou "mais larga e mais baixa", em geometria, quer dizer que o fabricante mudou a altura, a largura ou a profundidade da embalagem?

Para finalizar essa atividade, solicite que os alunos identifiquem, dentre os objetos que conhecem, aqueles que se parecem com paralelepípedos.

Dê um tempo para seus alunos descobrirem a razão dos tijolos usados nas construções terem a forma de paralelepípedo. No momento oportuno promova uma discussão sobre as respostas que eles trouxeram.

Vamos retomar as embalagens!

A mesma exploração realizada com embalagens em forma de paralelepípedo você fará com embalagens em forma de cubo. Lembre que o cubo é um paralelepípedo com características especiais.

Retome o conjunto de embalagens, tendo o cuidado de verificar se nele há também embalagens em forma de cubo. Caso não haja, providencie algumas.

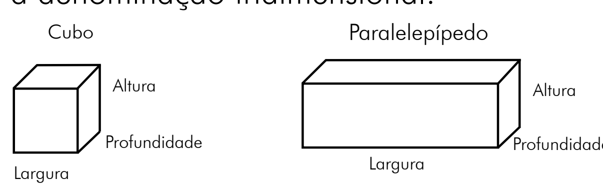
Peça-lhes que separem o conjunto das embalagens em dois montes, segundo critérios escolhidos por eles.

Professor, explorar semelhanças e diferenças favorece o estabelecimento de relações, desenvolve o raciocínio e permite que os alunos cheguem a determinadas conclusões, respeitando o conhecimento de cada um.

Aceite os diferentes critérios de separação sugeridos, mas questione-os de tal forma que percebam que nem todos os paralelepípedos são do mesmo tipo e que eles podem classificá-los, separando aqueles que se parecem com "dados" e os que se parecem com "tijolos".

Após realizar essa atividade prática, solicite aos seus alunos que realizem as tarefas do seu Caderno referentes ao cubo.

Ao explorar as embalagens em forma de paralelepípedo e cubo, os alunos deverão perceber que elas têm altura, largura e profundidade, isto é, três dimensões e, por isso, a denominação tridimensional.



Professor, incentivar seus alunos para que identifiquem objetos que se pareçam com paralelepípedos e cubos é proporcionar a aplicação desses conhecimentos e a possibilidade de generalização desses conceitos.

Ao explorar as duas formas geométricas, instigando os alunos a estabelecerem diferenças e semelhanças entre elas, você estará possibilitando aos alunos a **análise** das figuras geométricas segundo a teoria Van Hiele, analisando e reconhecendo propriedades isoladamente.

A seguir, no Caderno do Aluno, aparece mais uma vez a seção **"Você sabia que..."**. Explore o texto com seus alunos, discutindo os aspectos geométricos, como formas e medidas presentes nos objetos e nas obras construídas pelos homens.

Da mesma forma que no final das aulas anteriores, estimule seus alunos a preencherem a seção **"Hoje eu aprendi que..."** e, a partir do que eles escreverem, organize coletivamente um texto.

Aula 5

Habilidades a serem desenvolvidas

Considerando as atividades propostas, pretende-se que os alunos possam identificar semelhanças e diferenças entre formas bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as a algo encontrado na natureza ou criado pelo homem, nomeando alguns de seus elementos, relacionando a linguagem coloquial com a linguagem matemática.

Inicie a sua aula explorando as ideias dos alunos a respeito do significado da expressão "aparar as arestas". Com ela, explore a linguagem usual, fazendo uma associação dessa linguagem com termos utilizados na linguagem matemática. Discuta com seus alunos o significado matemático da palavra "aresta" como elemento do cubo, do paralelepípedo e de outras figuras tridimensionais que não rolam.

Retome com seus alunos algumas embalagens que não rolam, explore seus elementos e denomine-os de faces, de arestas, de vértices, explorando a linguagem geométrica.

Aceite a denominação sugerida pelos alunos, mas no momento adequado introduza os termos específicos. Os alunos precisam se familiarizar e usar adequadamente a linguagem geométrica.

Agora, retome com os alunos os seus Cadernos e incentive-os a lerem a respeito do que foi discutido em aula de modo a complementarem ideias relativas a arestas, vértices e faces.

Solicite que realizem as atividades seguintes, respondendo às perguntas, preenchendo o quadro e, finalmente, completando as lacunas.

Na seção **"Recordando"**, os alunos terão a oportunidade de revisar o aprendido, fazendo uma síntese.

Ao comparar e diferenciar o cubo e o paralelepípedo, os alunos estarão analisando suas características e comparando-as, estabelecendo semelhanças e diferenças entre elas, segundo nível da teoria Van Hiele, que é a **análise**. É importante que percebam que o cubo é um paralelepípedo, mas que nem todo paralelepípedo é um cubo.

Professor, circule pela sala de aula, observando o desempenho dos seus alunos. Esta é uma oportunidade que eles terão de resolver, de forma autônoma, situações-problema. No entanto, este também é um momento de aprendizagem, e você pode auxiliá-los, se necessário.

Aulas 6 e 7

Habilidades a derem desenvolvidas

Ao planificar sólidos, reconhecendo e identificando as suas respectivas planificações, os alunos estarão explorando as formas bidimensionais a partir das tridimensionais, além de identificar semelhanças e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais. É importante, ainda, que eles criem registros pessoais para comunicar informações.

Inicie sua aula propondo aos alunos a planificação de uma embalagem, conforme o roteiro abaixo:

1- Solicite que cada um escolha uma embalagem, orientando que eles escolham as menores, para que possam ser planificadas numa folha de papel tamanho ofício;
2-Peça que eles abram com cuidado a embalagem para não rasgá-la;
3- Peça que eles passem a mão sobre a embalagem aberta e explore as palavras planificar, planificação e plano;
4-Peça que os alunos recortem com cuidado as abas que servem para fechar a embalagem ou seja, aquelas faces que estão repetidas e que se sobrepõem a outras, quando a embalagem está fechada. Sempre que o aluno tiver dificuldade para identificar qual parte deverá ser recortada, recomende que ele remonte a embalagem para identificá-la;
5-Peça que ele contorne, na folha de ofício, a embalagem planificada, desenhando com uma linha pontilhada as dobras que definem as suas faces.

A seguir, incentive que os alunos façam as atividades do seu Caderno, que referem a planificação de embalagens.

A tarefa a seguir não consta do Caderno do Aluno. É uma proposta lúdica que proporcionará aos alunos a oportunidade de desenvolverem a criatividade.
Material: Tesoura, cola, lápis de cor, giz de cera, etc...
Sugestão: Solicite aos alunos que recortem as planificações dos sólidos que estão no encarte do seu Caderno e, com elas, montem os respectivos sólidos. Incentive que criem uma embalagem e um rótulo para a mesma, identificando o produto a ser embalado. Após, faça uma exposição desses trabalhos, proporcionando o fechamento da 1ª Atividade: A Geometria nas embalagens.

Professor, a atividade desenvolvida a partir das embalagens, assim como todas as atividades desse material, não têm a pretensão de esgotar conteúdos abordados, mas sim dar ideias a você de como iniciar a construção ou abordagem de conceitos, de forma a problematizar, estimular e promover o gosto pela Matemática.

Atividade 2 - Da brincadeira à sistematização

Sugerimos que a atividade seja realizada em cinco horas/aula.

Na 1ª atividade – A Geometria nas embalagens –, os alunos puderam perceber que as faces dos sólidos são figuras geométricas planas, bidimensionais. Ao planificar os sólidos, os alunos entraram em contato com diferentes figuras geométricas, como o retângulo, o quadrado, o hexágono e o triângulo, que vamos explorar nesta atividade.

Na aula 8, você vai explorar lendas sobre o Tangram. Antes de iniciar a atividade, você deve conversar com os alunos sobre a origem desse famoso quebra-cabeça, a respeito do qual você encontra informações no texto que segue.

Um pouco sobre o Tangram
Este quebra-cabeça chinês, de origem milenar, foi difundido pela tradição. Sua primeira referência escrita data do século XIX, quando foi trazido para o Ocidente. Em 1818, já era conhecido na América e em vários países da Europa. O Tangram é formado de sete peças que têm formas bem conhecidas e são originadas da decomposição de um quadrado. Com ele, é possível criar e montar cerca de 1.700 figuras entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números e figuras geométricas.

Aula 8

Habilidades a serem desenvolvidas

O trabalho com lendas possibilita aos alunos a percepção da Matemática em um ambiente sociocultural e a relação da linguagem coloquial com a linguagem matemática.

Inicie sua aula perguntando o que é uma lenda e se os alunos se recordam de alguma, lembrando o quanto o Rio Grande do Sul é rico em suas lendas.

Sugerimos, então, que você fale um pouco sobre o Tangram, relacionando-o às lendas que o cercam, às tradições milenares a ele relacionadas e à sua origem, propondo que os alunos leiam a lenda - **O quadrado de Tan** - que está em seu Caderno.

Após a leitura, é interessante comentá-la com os alunos. Eles serão solicitados a procurar uma lenda gaúcha qualquer.

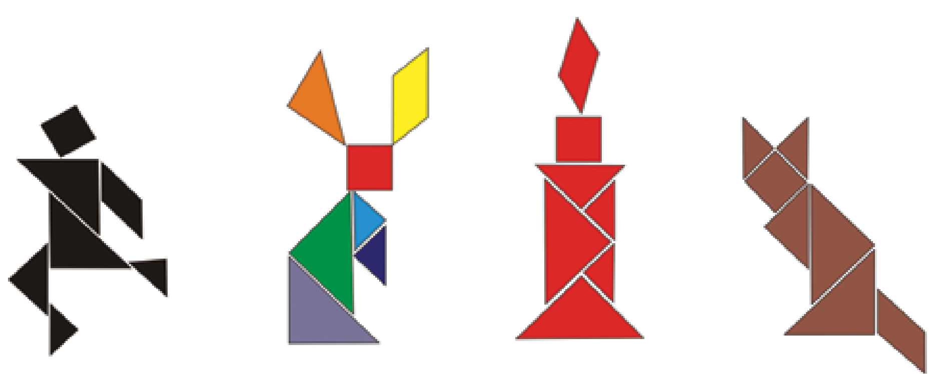
Professor, lembre que o trabalho com as diferentes lendas e histórias criadas em torno deste quebra-cabeça proporcionam o desenvolvimento da linguagem escrita e falada.

Para dinamizar a atividade, é importante que você leve para a sala de aula materiais bibliográficos, em que eles possam encontrar lendas gaúchas, organizando com eles o Mural da Lenda, que pode ser enriquecido com outras trazidas de casa. Pergunte se encontraram nas lendas pesquisadas, alguma que se assemelhe à *do quadrado de Tan* que eles leram.

O quadrado de Tan

Conta uma lenda que um chinês chamado Tan deixou cair uma placa quadrada de jade no chão e esta se partiu em sete pedaços.

Quando ele quis recompor o quadrado original, percebeu que, com as peças, podia montar figuras que se pareciam com pássaros, homens, animais e com muitos outros objetos que o rodeavam.



Ele mostrou a seus amigos o que conseguia fazer com aquelas peças e eles construíram os seus jogos, que chamaram de Tangram, que significa “quadrado de Tan”, tornando-o muito popular na China.

Aulas 9 e 10

Habilidades a serem desenvolvidas

A construção do Tangram possibilita o desenvolvimento de um vocabulário geométrico, o reconhecimento de figuras geométricas planas e a explicitação de alguns de seus elementos.

Construção do Tangram

Nas aulas 9 e 10, você vai orientar seus alunos na construção de um Tangram. A atividade deve ser realizada passo a passo.

Material: Uma folha de papel ofício e uma tesoura para cada aluno.

Inicie sua aula construindo com seus alunos um Tangram através de dobraduras, destacando peça a peça, fazendo comentários, dialogando com eles, incentivando-os e auxiliando-os na sua construção.

Incentive que seus alunos leiam cada passo da construção que está escrita em seu Caderno e sigam as instruções. Deixe-lhes um tempo para que interpretem as ordens e construam as peças a partir da leitura.

Professor, por seus aspectos lúdicos e pelas diferentes atividades que proporcionam, os jogos auxiliam no desenvolvimento das habilidades matemáticas, do gosto pela aprendizagem dessa disciplina, da criatividade, do espírito de equipe, da autoconfiança e da autoestima.

À medida que os alunos forem desenvolvendo as etapas da construção do Tangram, construa o seu. No momento certo, dê uma ajuda e, muito importante, faça os comentários propostos, dialogando com seus alunos, partindo do que eles já sabem ou observam. É fundamental que, durante a construção, você e seus alunos identifiquem as figuras geométricas que forem sendo construídas, bem como alguns de seus elementos.

Etapas da construção do Tangram

Professor, observe que as instruções em negrito das etapas da construção do Tangram são dirigidas aos alunos, conforme está no seu Caderno.
Os parágrafos que estão entre uma instrução e outra são sujestões de diálogo que você pode ter com eles, para que se familiarizem com os termos geométricos.

1) Tome a folha de papel ofício e, com apenas uma dobra, construa o maior quadrado possível.

Incentive que seus alunos descubram que a folha de papel ofício representa um retângulo. Analise o número de lados e ângulos do retângulo, destaque os ângulos retos, a igualdade e o paralelismo dos seus lados e desafie-os a encontrar a dobra que os leve a descobrir o maior quadrado possível. Neste momento, você pode ainda observar que a dobra determina uma linha que divide o quadrado ao meio.

2) Recorte o quadrado.

3) Dobre o quadrado ao meio, recortando-o pela linha que ficou marcada, conseguindo dois triângulos.

Discuta o que é um triângulo, incentive que seus alunos sobreponham os dois triângulos e observem que eles coincidem em seus lados e ângulos, portanto são congruentes. Analise que cada triângulo tem três lados, três vértices e três ângulos. Evidencie o ângulo reto, incentive-os a observarem que os triângulos construídos têm dois lados congruentes que são menores e um lado maior que se opõe ao ângulo reto, observando, ainda, o não paralelismo de seus lados.

Professor, lembre que é importante que termos novos para os alunos sejam explorados em sua significação, para que eles possam se apropriar de ideias, compreendendo o que está sendo discutido. Lembre que duas figuras geométricas são consideradas congruentes quando seus ângulos e seus lados coincidem. Uma boa estratégia para comprovar isso é sobrepor as figuras, comprovando que elas têm a mesma forma e o mesmo tamanho.

4) Tome um destes triângulos (deixando o 2º de lado), dobre-o ao meio, recortando-o pela dobra, conseguindo dois outros triângulos. Estes dois triângulos são as primeiras duas peças do Tangram e vamos numerá-los com os números 1 e 2. Num dos triângulos, escreva, na peça construída, a sua denominação e as suas características.

Como na atividade anterior, incentive que os alunos sobreponham os dois triângulos, verificando que são congruentes. Peça-lhes que os descrevam, observando o número e a igualdade da medida dos seus lados e o ângulo reto. Solicite, neste momento, que os alunos escrevam dentro de um dos triângulos a sua denominação e as suas características: triângulo, lados não paralelos, e solicite que pintem o ângulo reto.

5) Tome o 2º triângulo (o que foi deixado de lado) e, com uma dobra, marque o ponto do meio do lado maior.

Você pode comentar com seus alunos que o ponto que divide o lado em duas partes congruentes é chamado de ponto médio.

6) Em frente a esse ponto, encontra-se um ângulo reto. Encoste o vértice do ângulo reto no ponto médio do lado maior – aquele que você marcou –, calque a dobra e recorte por ela. Você obteve um outro triângulo que será a 3ª peça do Tangram. Numere-o com o número 3, e escreva, na peça construída, sua denominação e suas características.

É interessante que você comente com seus alunos que o triângulo marcado com o número 3 tem dois lados congruentes e um ângulo reto, isto é, as mesmas características dos triângulos construídos anteriormente.

7) Observe a figura que sobrou. Você descobriu uma nova figura geométrica. Ela poderá ser nova para você, pois poderá não ter aparecido em nenhuma embalagem trabalhada. Ela se chama trapézio. Desenhe essa nova figura no espaço abaixo e nela escreva as suas características, como você fez com o triângulo.

Incentive que seus alunos verifiquem que a figura formada, o trapézio, tem 4 lados, que tem dois lados paralelos e dois não paralelos, que não tem ângulos retos e, ainda, que o desenhe em seu Caderno, denomine-o e escreva as suas características.

8) Tome o trapézio construído, dobre-o ao meio, recortando-o pela dobra. Essas figuras também são trapézios? Desenhe o novo trapézio no espaço abaixo e escreva as suas características como você fez com o triângulo.

Incentive que, novamente, os alunos observem que as figuras construídas têm dois ângulos retos e têm quatro lados, que dois são paralelos e dois não são, e que, portanto, é um trapézio. Incentive-os a desenharem o novo trapézio em seu Caderno, denomine-o, escrevendo suas características.

9) Tome um dos trapézios (deixando o 2º de lado) e dobre-o de maneira a conseguir um quadrado. Recorte-o pela dobra, destacando as duas figu-

ras, obtendo um quadrado e um novo triângulo, que são a 4ª e a 5ª peças do Tangram. Numere o triângulo com o número 4 e o quadrado com o 5, escrevendo dentro deles, seus nomes e as suas características.

Observe com seus alunos as características do quadrado, quatro lados congruentes e quatro ângulos retos, e que o triângulo construído tem as mesmas características dos anteriores: dois lados congruentes e um ângulo reto.

10) Tome o segundo trapézio (o que você deixou de lado) e dobre-o, fazendo coincidirem os dois lados congruentes. Recorte-o pela dobra, destacando as duas figuras. Uma delas você já conhece, o triângulo, numere-o com o número 6. Como você descreveria a figura que sobrou? Essa figura chama-se paralelogramo e é a 7ª peça do Tangram. Numere-a com o número 7 e, dentro dela, escreva seu nome e as suas características.

Todo quadrilátero que tiver lados iguais e paralelos dois a dois, é um paralelogramo. Há um especial que não tem ângulos retos e, constumeiramente, é chamado paralelogramo.

Novamente, comente que o triângulo construído tem dois lados congruentes e um ângulo reto e dialogue com os alunos sobre a nova figura que eles construíram, o paralelogramo, incentivando-os a observarem que o paralelogramo tem quatro lados, que os lados são paralelos e congruentes dois a dois. Incentive-os, ainda, a escreverem dentro do paralelogramo o seu nome e as suas características, como foi feito nas figuras anteriores.

Agora, solicite que seus alunos descrevam oralmente as sete peças, relembrando suas características, identificando os três tamanhos de triângulos: os dois pequenos, o médio e os dois grandes, verificando com eles que os triângulos têm as mesmas características: dois lados congruentes e um ângulo reto. Estimule-os a sobrepor os triângulos e verificar que, embora os tamanhos sejam diferentes, os ângulos são congruentes. Que os dois triângulos pequenos são congruentes e que os dois grandes, também o são.

Os alunos serão solicitados a reconstruir o quadrado de Tan. Dê um tempo para que eles reconstruam o quadrado original, incentivando-os a realizarem esta tarefa.

Professor, considerado um jogo de encaixe, o Tangram oportuniza o desenvolvimento das relações espaciais. Pode-se, com ele, trabalhar o conhecimento das figuras geométricas (quadrado, triângulo, retângulo, trapézio, paralelogramo); sua classificação e seus elementos (ângulos, lados, diagonais e posições relativas de retas em um plano), construindo, assim, um vocabulário geométrico.

Em seus Cadernos, os alunos serão solicitados a desenhar as 7 peças do Tangram e a escrever seus nomes e as características que foram definidas durante a construção do Tangram.

Incentive seus alunos a completarem a seção **"Hoje eu aprendi que..."**, desenhando as figuras geométricas, nomeando-as, e descrevendo-as.

Aulas 11 e 12

Habilidades a serem desenvolvidas:

As atividades propostas para estas aulas proporcionam a construção de um vocabulário geométrico, bem como a explicitação de algumas propriedades dos quadriláteros, esboçando alguns critérios de classificação.

Material necessário: Tesoura.

Inicialmente, incentive seus alunos a lerem e realizarem o que lhes é proposto em seu Caderno.

A primeira é uma tarefa lúdica e criativa em que eles montam figuras a partir dos desenhos do Caderno e criam figuras com as peças do Tangram.

Professor, o lúdico por ser um veículo de desenvolvimento afetivo e cognitivo deveria ter seu espaço reservado na escola. Segundo Scliar (1997), há que se levar em conta que a disposição lúdica é parte integrante da natureza humana e também nosso equipamento de sobrevivência.

Lembre que quadrilátero é a denominação atribuída a todas as figuras geométricas planas que têm quatro lados.

A seguir, no Caderno do Aluno, há duas atividades cujo objetivo é generalizar o conceito de quadrilátero que eles já trabalharam durante a construção do Tangram.

A primeira é a atividade da Tábua das Sete Sabedorias.

Proponha que seus alunos leiam a lenda "A Tábua das Sete Sabedorias" e que construam as figuras geométricas propostas no decorrer da leitura.

A tábua das sete sabedorias

Diz a lenda que o jogo surgiu há quase quatro mil anos, quando um monge chinês deixou cair um ladrilho quadrado de porcelana, partindo-o em sete pedaços. Ele ficou maravilhado ao descobrir que podia recriar o mundo com os sete pedaços em que havia se despedaçado seu ladrilho.

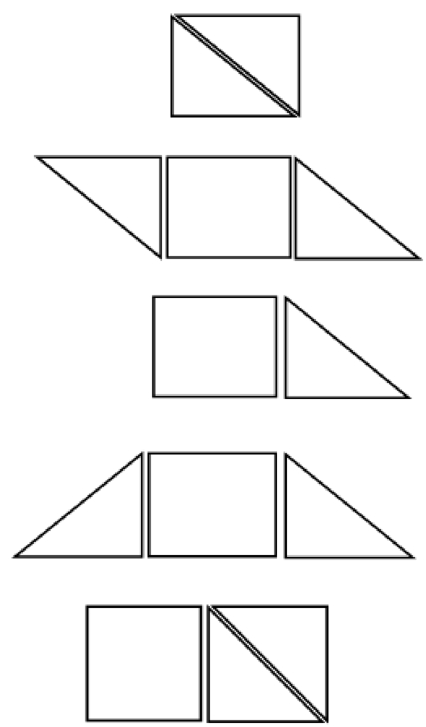
Ao se abaixar para recolher os cacos, ele percebeu que podiam ser dispostos de modo a formar muitas figuras geométricas sem faltar nem sobrar nenhuma peça.

Este quebra-cabeça deu origem ao Tangram (Tchí Tchío Pam), que significa habilidade e destreza.

Professor, a partir das relações quantitativas e de medida que se estabelecem entre as peças, as atividades propostas com Tangram permitem o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e de habilidades relacionadas à resolução de problemas.

Agora você vai criar figuras geométricas

A segunda atividade é a montagem de quadriláteros com apenas três peças do Tangram, a saber: o quadrado, o paralelogramo, o trapézio, outro trapézio e o retângulo.



Seus alunos podem ser incentivados a fazer um cartão para os pais ou para um colega ou, ainda, a criar uma lenda sobre o Tangram e ilustrá-la com algumas figuras montadas com as peças do Tangram para ilustrar o Mural das Lendas.

As três propostas seguintes são de culminância da Atividade 2 – **Da brincadeira à sistematização.**

A que trata das características dos quadriláteros é uma atividade de generalização dos quadriláteros e de suas propriedades que, além de enfocar o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, trabalha especificamente com duas linguagens: a geométrica e a lógica, usando um vocabulário específico da geometria que, esperamos, tenha sido construído pelos alunos.

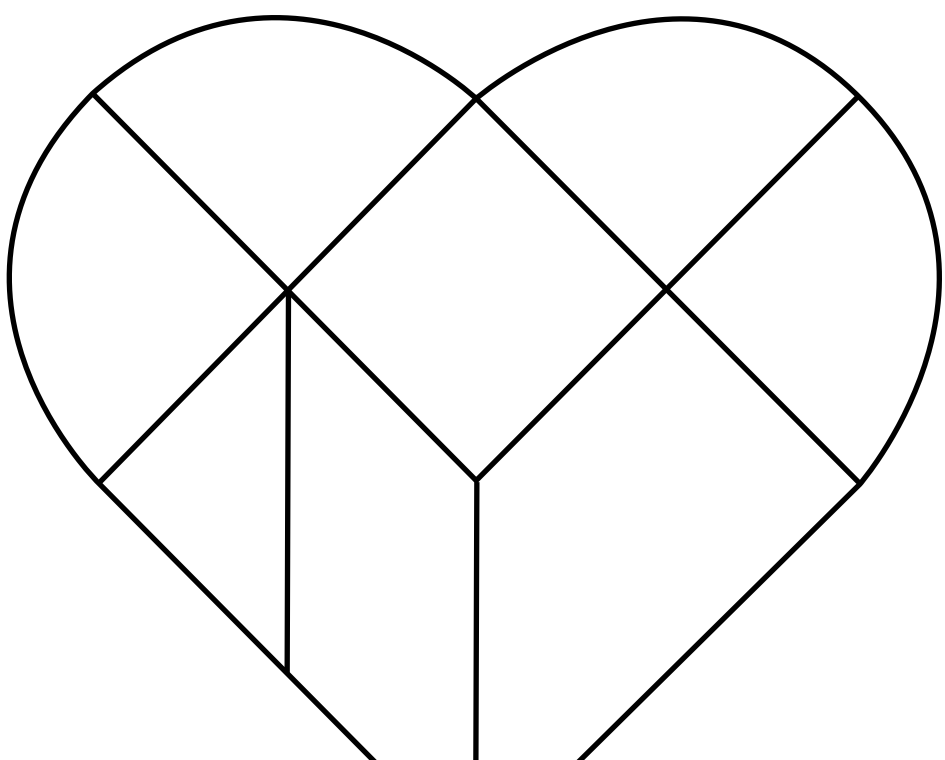
Incentive que seus alunos completem o quadro. Permita que eles troquem ideias com os seus colegas, que eles as defendam e argumentem em seu favor, tendo, também, humildade para aceitar os argumentos e as ideias de seus colegas, quando for o caso. Faça perguntas provocadoras.

Professor, o confronto de ideias e perguntas provocadoras auxiliam os alunos a reverem suas hipóteses e a reorganizarem suas ideias.

Os desafios, além de promoverem o gosto pela resolução de problemas, são lúdicos e recomendáveis para finalizar o Caderno.

Para você corrigir os desafios propostos aos alunos, saiba que no quadrado há sete triângulos e dois quadrados.

Você tem aqui a figura que, quando desenhada e colorida, pode ser branca, amarela, vermelha, de qualquer cor; que representa um sentimento muito forte; que, diante da emoção, seu ritmo se altera; que, enquanto há vida, está sempre batendo.



Anotações

Matemática

Ensino Fundamental
7ª e 8ª séries

CADERNO DO PROFESSOR

Ana Maria Beltrão Gigante
Maria Rejane Ferreira da Silva
Monica Bertoni dos Santos

Nosso mundo é mensurável

Caro professor:

O processo de medição acompanha a humanidade como importante ferramenta na ocupação e na organização do espaço. Desde Tales (séc. VIII a.C.), era solicitado aos pensadores o cálculo de distâncias e alturas de montanhas e dimensões dos campos. As medições indiretas, realizadas através da exploração de sombras e de projeções, eram as mais solicitadas na época.

Na organização deste Caderno, foram considerados alguns aspectos históricos, associados à medição ao longo do tempo, com a finalidade de despertar a curiosidade dos alunos, mobilizando-os para o trabalho e ajudando-os a perceber a Matemática como criação de sociedades humanas em busca de soluções para os seus problemas.

Segundo os PCN (1997), a História da Matemática deve ser usada como recurso de ensino e valorização dessa ciência.

Tudo o que cerca o homem em seu dia a dia é contado ou medido.

Sempre que, em nossa sociedade, se lida com um objeto que é produzido em massa, certamente há uma ou mais medidas padronizadas a ele associadas, como o comprimento da manga de uma camisa ou o tamanho do colarinho; o número de watts ou a voltagem das lâmpadas; o volume ou a resistência da caixa de papelão; a cor ou a quantidade de tinta para pintar uma casa; os litros de água por minuto produzidos por uma bomba e muitas outras coisas.

Ao desafiar os alunos a transformarem uma caixa de leite longa-vida em uma caixa cúbica, o professor estará explorando uma situação prática, que se caracteriza como um verdadeiro problema, por exigir a articulação do pensamento na busca de estratégias para atender ao solicitado. Favorecerá, dessa forma, a construção de conceitos geométricos, aritméticos e algébricos. Além disso, estará possibilitando que os alunos transitem da prática às generalizações. Dessa forma, a partir da manipulação de materiais, será possível encontrar o volume da caixa cúbica, chegando à generalização da sua respectiva fórmula, utilizando-a como ferramenta no cálculo do volume do paralelepípedo e do cubo, em especial.

Também aparecem situações do cotidiano, expressas em textos ou frases, na seção "Você sabia que...", de modo a contribuir para a percepção da utilidade e do significado dos conhecimentos matemáticos.

Dentre os diferentes materiais utilizados, o Tangram e o Material Dourado são explorados por serem excelentes recursos para a compreensão de estruturas geométricas e de medida, permitindo a exploração de áreas e de volumes num ambiente lúdico.

Ao explorar conhecimentos prévios dos alunos e acompanhar o seu desempenho ao longo do trabalho, oferecendo-lhes a ajuda necessária para que avancem na construção do conhecimento, o professor estará desenvolvendo o processo avaliativo.

A proposta de trabalho contempla a construção de conceitos, a identificação de propriedades, o cálculo de área de figuras planas e volume de figuras tridimensionais. Além disso, contribui para a aquisição de vocabulário específico para o desenvolvimento da linguagem matemática, da leitura, da escrita e da capacidade de resolver problemas, o que possibilita ao aluno diferentes leituras de mundo.

Objetivos

Tendo como objetivo promover o desenvolvimento de competências de leitura, escrita e resolução de problemas, entende-se que ler e escrever matematicamente, além de compreender a linguagem coloquial, significa utilizar pelo menos três linguagens matemáticas específicas: a aritmética, a algébrica e a geométrica, expressas por símbolos, sinais, notações ou palavras, em textos e desenhos ou em diferentes representações, como tabelas, gráficos, esquemas e diagramas. Essas diferentes linguagens, juntamente com propriedades e conceitos matemáticos, possibilitarão ao aluno a leitura compreensiva de situações do dia a dia, oferecendo-lhe condições de resolver situações-problema e interferir na realidade.

Habilidades

- Compreender noções de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Obter medidas por meio de estimativas e aproximações e decidir quanto a resultados razoáveis, dependendo da situação-problema.
- Calcular a área de figuras planas pela decomposição ou composição de figuras, ou por meio de estimativas.
- Identificar figuras geométricas planas, seus elementos e suas propriedades.
- Indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior.
- Estabelecer conversões entre unidades de medidas e de volume de capacidade.
- Desenvolver a capacidade de investigação e de perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados.
- Reconhecer que pode haver diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema.
- Valorizar o uso da linguagem matemática para expressar-se com clareza, precisão e concisão.
- Ampliar o vocabulário geométrico.
- Valorizar o trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.
- Verificar, experimentalmente, aplicações e comprovações do Teorema de Pitágoras.
- Calcular o volume de alguns prismas retos.
- Identificar semelhanças e diferenças entre sólidos geométricos.
- Identificar propriedades comuns e diferenciar figuras bidimensionais pelo número de lados e pelos tipos de ângulos.
- Identificar quadriláteros, observando as posições relativas entre seus lados.
- Resolver problemas, envolvendo diferentes unidades de medida.
- Ler um texto de forma compreensiva.
- Identificar ideias relevantes em um texto.
- Produzir pequenos textos.
- Utilizar diferentes formas de leituras para resolver situações-problema.
- Interpretar orientações dadas passo a passo, apresentadas oralmente, por desenhos ou por escrito.

Conteúdos disciplinares a serem trabalhados

Figuras geométricas planas: elementos e propriedades dos triângulos e dos quadriláteros.

Área de figuras planas: diferentes unidades arbitrárias de medida.

Equivalência entre áreas.

Relação de Pitágoras: diferentes maneiras de comprovação.

Figuras geométricas tridimensionais: elementos e propriedades do paralelepípedo e do cubo.

Volume de figuras tridimensionais: paralelepípedos e prismas.

Relação entre medidas de volume e de capacidade.

Atividade 1 - Descobrindo o Teorema de Pitágoras

Aulas 1 e 2

Habilidades a serem desenvolvidas

Estas aulas exploram a construção do Tangram, figuras geométricas planas, seus elementos e suas propriedades. Pretende-se que os alunos as identifiquem; desenvolvam o conceito de medir e calculem áreas com diferentes unidades de medida; construam um vocabulário geométrico e o expressem em um glossário que possibilite a valorização da linguagem matemática e que interpretem orientações apresentadas oralmente, por desenhos ou por escrito.

Inicie a aula conversando com os alunos sobre o Tangram, antes de desafiá-los à construção desse quebra-cabeça chinês.

Para que você tenha elementos que enriqueçam essa conversa, seguem algumas informações sobre o Tangram que não constam no Caderno do Aluno.

Um pouco sobre o Tangram

O Tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar, cujo uso foi difundido pela tradição. As primeiras referências escritas que se têm a seu respeito datam do século XIX, quando foi trazido para o Ocidente. Em 1818, já era conhecido na América e em vários países da Europa.

O Tangram é formado de sete peças que têm formas bem conhecidas e são originadas da decomposição de um quadrado. Com suas peças, é possível criar e montar cerca de 1.700 figuras: animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números e figuras geométricas. Há muitas lendas associadas à origem do Tangram. Considerado um jogo de encaixe, ele oportuniza o desenvolvimento das relações espaciais, que envolvem conceitos de medida.

A seguir, peça que os alunos leiam o texto Tangram, que está no seu Caderno.

Depois da leitura do texto, antes de iniciar a construção do Tangram, recomende que fiquem atentos aos termos geométricos que forem sendo explorados durante a sua construção, pois, logo após, eles serão solicitados a elaborar um glossário envolvendo-os.

Professor, ao fazer combinações com os alunos, deixando claros os objetivos e as regras do trabalho, bem como a forma de avaliação, você estará estabelecendo o contrato didático que, no nível de sala de aula, "[...] diz respeito a obrigações mais imediatas e recíprocas que se estabelecem entre o professor e alunos" (PAIS, 2002, p. 77).

A construção do Tangram

Professor, lembre-se de que há várias formas de construir um Tangram. Nessa atividade, ele será construído por dobraduras.

Encaminhe verbalmente a construção do Tangram, realizando-a passo a passo com os alunos. Procure explorar as orientações com clareza, considerando as seguintes convenções na interpretação dos esquemas que acompanham cada passo da construção:

- as letras maiúsculas do nosso alfabeto representam pontos;
- as linhas pontilhadas representam as dobras;
- as linhas cheias representam os segmentos de reta (dois segmentos, quando ligam, internamente, dois vértices não consecutivos de um polígono, são chamados de diagonais);

- os segmentos de reta são nomeados com a seguinte convenção: $\overline{EF}$ lê-se segmento EF ou diagonal EF.

Um dos objetivos dessa etapa é a construção significativa de um vocabulário relacionado aos conceitos de geometria a serem trabalhados ao longo das primeiras cinco aulas desta atividade.

Vocabulário a ser construído

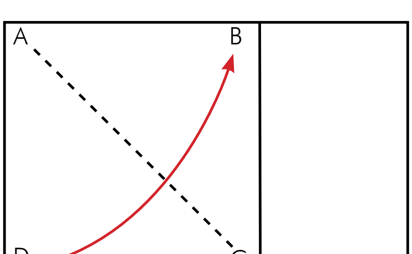
Diagonal, retângulo, quadrado, triângulo, ângulo reto, triângulo retângulo, catetos, hipotenusa.

Professor, observe que, nos passos da construção do Tangram, as instruções em negrito, são dirigidas aos alunos. Os parágrafos que não estão em negrito são dirigidos a você, a fim de lhe oferecer sugestões de procedimentos. Será muito bom que você os leia com cuidado, antes de planejar a sua aula, fazendo os ajustes que você julgar convenientes.

Material: Tesoura, folha de papel-ofício, régua, lápis, borracha.

Passos da construção do Tangram

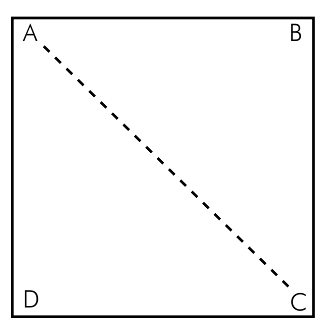
1- Tomem uma folha de papel ofício e, com uma dobra, formem o maior quadrado possível.



Incentive os alunos a descobrirem que a folha de papel-ofício, por suas características, representa um retângulo. Analise o número de lados, que os lados opostos são paralelos e têm a mesma medida. (Se os alunos conhecem a palavra congruente, é bom usá-la. Se eles não a conhecem, você trabalhará com ela logo a seguir.) Saliente que todos os ângulos do retângulo são retos e desafie-os a encontrarem a dobra que os leve a descobrirem o maior quadrado possível.

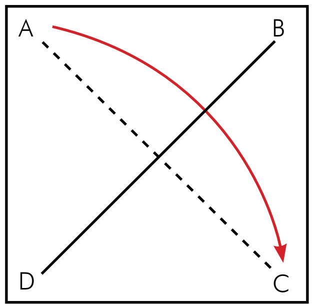
Professor, lembre-se de que todo quadrilátero que tem quatro ângulos retos é um retângulo. O quadrado é um quadrilátero que tem quatro ângulos retos. Pode-se, então, afirmar que um quadrado é um retângulo. Lembre-se, ainda, de que todo o quadrado é um retângulo, mas nem todo o retângulo é um quadrado.

2- Recortem o quadrado, escrevendo, no seu interior, as letras A, B, C, D em sequência. Essas letras indicarão os seus vértices.



Analise o quadrado quanto aos lados, quanto aos ângulos e quanto ao paralelismo dos lados. Saliente que todos os ângulos são retos e que dois deles foram conservados do retângulo original. Neste momento, mostre que a dobra que definiu o quadrado determina uma linha que o divide ao meio e informe que essa linha se chama diagonal.

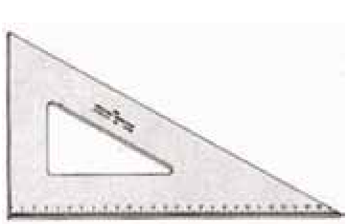
3 - Dobrem o quadrado pela diagonal BD, encostando o ponto A no ponto C. Desdobrem e risquem onde foi dobrado.



Após os alunos desenharem a diagonal do quadrado, observe com eles que foram formados dois triângulos. Discuta o que é um triângulo, incentive que observem que os triângulos formados coincidem em seus lados e ângulos, por isso são congruentes. Analise que cada triângulo tem três lados, três vértices e três ângulos. Explore o ângulo reto, incentive-os a observarem que os triângulos construídos têm dois lados congruentes, que são os menores, e um lado maior, que se opõe ao ângulo reto. Neste momento, é muito importante que você denomine de triângulos retângulos os triângulos construídos. Observe que o lado maior, aquele que se opõe ao ângulo reto, chama-se hipotenusa e que os lados menores, aqueles que formam o ângulo reto, se chamam catetos. Você pode, ainda, denominá-los de triângulos retângulos isósceles, pois eles têm dois lados – os catetos – que são congruentes.

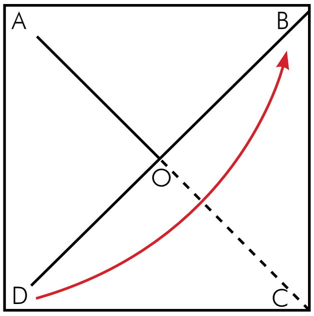
Observe que os triângulos determinados no quadrado pela diagonal são triângulos retângulos isósceles e que há, também, triângulos retângulos escalenos. Lembre que o esquadro de 45° representa um triângulo retângulo isósceles e que o de 30°/60° representa um triângulo retângulo escaleno.

esquadro de 45°



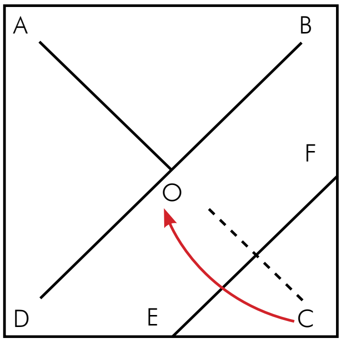
esquadro de 30°/60°

4- Agora, dobrem o quadrado pela diagonal AC, encostando o ponto D no ponto B, vincando do ponto A até a diagonal DB. Desdobrem e risquem pela diagonal AC, até a diagonal BD, marcando o ponto O. Vocês determinaram dois triângulos que são as duas primeiras peças do Tangram.



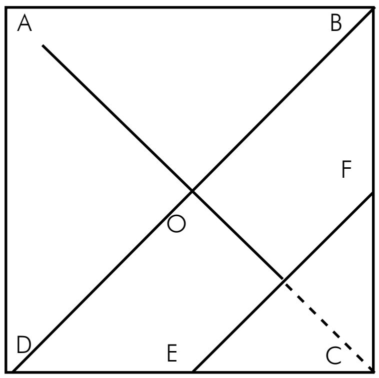
É interessante que você comente que os triângulos determinados no quadrado também são triângulos retângulos isósceles, isto é, que eles têm as mesmas características dos triângulos construídos anteriormente. Reforce a existência dos catetos e da hipotenusa.

5- Façam uma dobra, encostando o vértice C no ponto O, vincando a dobra. Desdobrem e risquem onde foi dobrado, nomeando o segmento EF. Vocês determinaram um outro triângulo que é a terceira peça do Tangram.

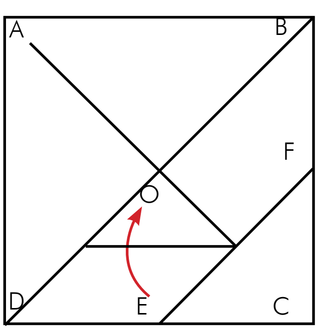


Novamente, é interessante que você comente que o triângulo determinado é um triângulo retângulo isósceles, isto é, tem as mesmas características dos triângulos construídos anteriormente. Reforce novamente a existência dos catetos e da hipotenusa.

6- A partir do ponto O em direção ao ponto C, risquem a diagonal AC até o segmento EF, marcando o ponto G sobre o segmento EF.

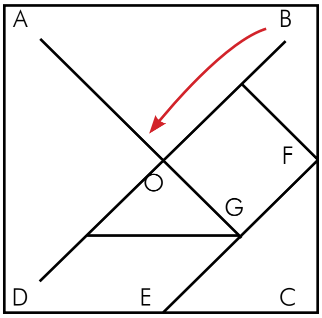


7- Façam uma dobra, encostando o ponto E no ponto O, vincando essa dobra do ponto G até a diagonal DB. Desdobrem e risquem na dobra. Vocês determinaram mais duas peças do Tangram: outro triângulo e um paralelogramo.



Comente que este também é um triângulo retângulo isósceles. Observe que o paralelogramo é um quadrilátero, que tem os lados congruentes e paralelos dois a dois e, que ele não tem ângulos retos. Por isso, ele não é um retângulo.

8- Agora, encostem o ponto B no ponto O, vincando essa dobra do ponto F até a diagonal BD. Desdobrem e risquem a dobra. Vocês determinaram mais duas peças do Tangram: outro triângulo e um quadrado.



Você e seus alunos chegaram ao final da construção do Tangram. Incentive que eles observem que o quadrado original ficou dividido em sete partes. Peça que as descrevam, nomeando oralmente as figuras geométricas que ficaram determinadas na dobradura. Em seus Cadernos, os alunos têm um quadro resumo dos passos para a construção do Tangram. Incentive-os que o construam em casa com seus familiares ou amigos.

Combine com eles a tarefa de elaboração do glossário, comentando que, nele, os termos devem aparecer associados ao seu significado.

A seguir, proponha que recortem o Tangram que está encartado em seus Cadernos, a fim de realizarem algumas atividades de medida de área. Depois que confeccionarem as peças do Tangram (exercício 1), incentive-os a verificarem as equivalências de área, realizando as atividades propostas nos exercícios de 2 a 7.

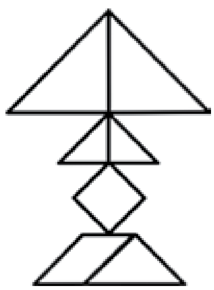
Observe que a atividade 2 tem por objetivo constatar que o quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio do Tangram têm a mesma área; as atividades de 2 a 6, além de aspectos lúdicos, promovem experiências de medida e de construção do espaço.

Professor, segundo Scliar (1997), é preciso levar em conta que a disposição lúdica é parte integrante da natureza humana e também nosso equipamento de sobrevivência.
O lúdico, por ser veículo de desenvolvimento afetivo e cognitivo, deveria ter seu espaço reservado na escola.

Depois da realização e correção cooperativa dos exercícios de 2 a 6, peça que leiam o pequeno texto e observem as figuras construídas com as peças do Tangram, no quadro que consta em seus Cadernos.

Calculando a área

Nesta atividade, seus alunos serão desafiados a montar a figura abaixo a partir do Tangram e, depois a calcular a sua área.



Medindo-a, sucessivamente, com os três diferentes triângulos do Tangram (o grande, o médio e o pequeno), tomados como unidade de medida de área, os alunos terão a oportunidade de concluir que, quanto menor a unidade de medida, maior a área, e quanto maior a unidade de medida, menor a área.

Quando concluírem a tarefa, proporcione que alguns leiam as suas conclusões, comentando-as.

Professor, é importante enfatizar o conceito de proporcionalidade sempre que houver oportunidade. "O fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Para raciocinar sobre proporções, é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista e também identificar situações em que o que está em jogo é a não proporcionalidade" (PCN, 1997).

Aulas 3 e 4

Habilidades a serem desenvolvidas

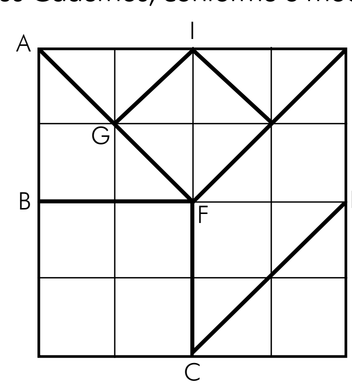
Estas aulas propõem a leitura e a escrita de textos variados, tendo em vista a representação simbólica, que proporciona a aquisição de uma linguagem algébrica. Por meio do trabalho coletivo e de trocas entre iguais, os alunos são desafiados a resolver problemas que envolvem a equivalência de áreas e o uso de diferentes enfoques e materiais, oportunizando-lhes desenvolver habilidades de verificação e demonstração da relação de Pitágoras.

Outra construção do Tangram

Proponha agora a construção de outro tipo de Tangram: o Tangram de Pitágoras. Incentive os alunos a lerem o texto que consta em seu Caderno, denominado "Um Pouco de História da Matemática".

A seguir, apresente o Tangram de Pitágoras aos seus alunos, incentivando-os a descreverem as peças que o compõem.

Oriente-os a desenharem o Tangram de Pitágoras na malha quadriculada, que está no encarte dos seus Cadernos, conforme o modelo abaixo.



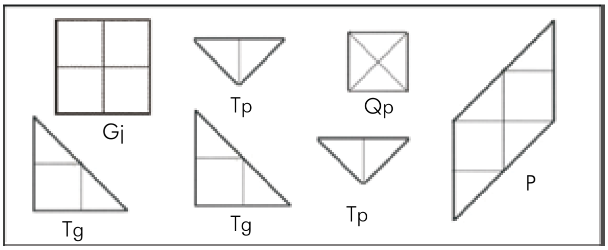
Peça, então, que recortem as peças que desenharam.

Proponha que realizem a **tarefa de casa** e, na aula seguinte, contem o que aconteceu.

Na atividade do Caderno do Aluno indicada por: **Agora você vai usar o seu novo Tangram para aprender a Relação de Pitágoras**, combine uma forma de identificar as peças desenhadas abaixo.

Observe as representações a seguir que, possivelmente, serão as sugeridas pelos alunos.

Oriente-os, agora, a utilizarem o quadrado da malha quadriculada como unidade de medida de área, e incentive-os a fazerem, com atenção, os exercícios de medida propostos.



Professor, nomear figuras geométricas com símbolos é introduzir aspectos algébricos, uma vez que as letras, em álgebra, são usadas para generalização.

Terminados os exercícios, antes de passar para a atividade seguinte, faça a correção cooperativa dos mesmos.

A seguir, oportunize que comprovem a Relação de Pitágoras de duas maneiras diferentes.

Na atividade **Relação de Pitágoras** que vem a seguir, sugira que leiam e realizem as trocas necessárias para constatá-la.

Ao final, comente suas conclusões, sistematizando a Relação de Pitágoras.

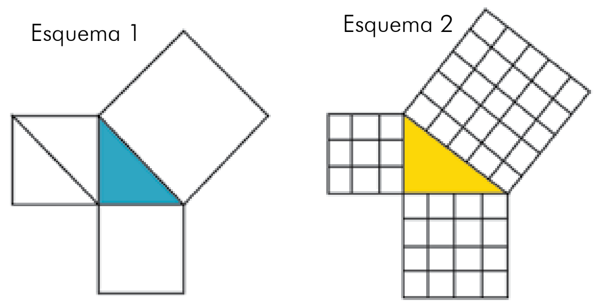
Aula 5

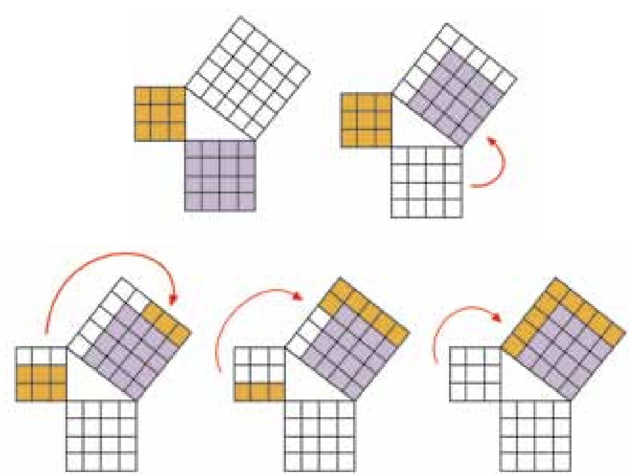
Habilidades a serem desenvolvidas

Nesta aula, a Relação de Pitágoras já comprovada de diversas maneiras, possibilita reconhecer que pode haver diferentes formas de resolução para uma mesma situação-problema; ao constatar a Relação de Pitágoras em vários tipos de triângulos, o aluno tem a oportunidade de generalizá-la e reconhecê-la como um teorema.

Na atividade **Outra maneira de comprovar a Relação de Pitágoras**, inicialmente, os alunos serão provocados a observarem a utilização de um triângulo retângulo escaleno, diferentemente da atividade anterior, em que foi utilizado um triângulo retângulo isósceles.

No Caderno do Aluno, constam os dois esquemas e uma sequência de desenhos como os que estão a seguir:





Após observar a sequência de desenhos propostos e preencher o quadro com suas observações, os alunos poderão concluir que os quadradinhos que preenchem os dois quadrados cujos lados são os catetos do triângulo retângulo também preenchem totalmente o quadrado cujo lado é a hipotenusa, comprovando, novamente, a relação de Pitágoras, que pode ser entendida como um teorema.

Observação importante: Para realizar a 2ª atividade, solicite que os alunos tragam, na próxima aula, duas caixas vazias de leite longa-vida, bem lavadas.

Professor, comente com seus alunos o que é um teorema. Lembre-se de que teorema é qualquer proposição que, para ser admitida ou se tornar evidente, precisa ser demonstrada (MICHAELIS, 1998, p. 2043). Aproveite todas as oportunidades que surgirem para complementar as ideias ou corrigir distorções que aparecerem nas discussões e respostas dos alunos.

Atividade 6 - A riqueza das informções contidas nas embalagens

Aula 6

Habilidades a serem desenvolvidas

A partir da exploração e da produção de pequenos textos, os alunos localizam informações e organizam seu pensamento. Ao lê-los e discuti-los no grande grupo, eles tem a oportunidade de valorizar o trabalho coletivo, de desenvolver a linguagem oral, de defender seus argumentos e de respeitar os de seus colegas.

Inicie a aula explorando a afirmação introdutória que está no Caderno do Aluno:

O tempo presente é o resultado das mudanças que ocorrem ao longo da história, impulsionadas pelas necessidades do homem e da sociedade.

O texto de Arnaldo Lorençato **As embalagens de ontem e hoje** dá uma ideia de como o leite era acondicionado antigamente e como está sendo nos dias de hoje. Promova a leitura desse texto, das seções **Curiosidade** e **Você sabia que**..., presentes no Caderno do Aluno.

A seguir, pergunte a respeito das informações que se pode ler em uma caixa de leite. Com isso, você estará levantando os conhecimentos prévios de seus alunos.

Peça que observem as embalagens de leite longa-vida que trouxeram e escrevam, no quadro que consta no Caderno do Aluno, as informações relevantes nelas contidas, bem como os símbolos que lá aparecem com seus respectivos significados.

No grande grupo, faça, oralmente, um levantamento das informações e dos símbolos que os alunos acharam relevantes.

Associe a leitura do texto e dessas seções à observação e à exploração da embalagem de leite longa-vida, que seria descartada ou iria para a reciclagem. Problematize o tema com os alunos, explorando algumas questões relativas à conservação do meio ambiente, à reciclagem, ao consumo exagerado de certos produtos e tantos outros assuntos que fazem parte do dia a dia.

Professor, a leitura de texto, não especificamente de texto matemático, permite a desmistificação de que a Matemática só trabalha com números e está desconectada do contexto. A Matemática surgiu de forma organizada, pela ação de grandes pensadores que utilizavam conhecimentos de diversas áreas para resolver problemas do cotidiano. Essa forma de fazer Matemática também deve ser a dos alunos, já que, se forem bem-informados, críticos, conhecedores de ferramentas matemáticas e articuladores de conhecimentos, conseguirão resolver situações-problema. É preciso considerar, entretanto, que contextualizar vai muito além da relação com o cotidiano. Não basta trazer o assunto para o cotidiano dos alunos, é preciso colocar o objeto de estudo em um universo em que ele tenha sentido (BERGER, apud CAVALCANTE, 2005).

Aulas 7 e 8

Habilidades a serem desenvolvidas

Estas aulas, ao propor a transformação de um paralelepípedo em um cubo, oferecem a oportunidade de identificar e explorar propriedades comuns e diferenças existentes entre eles, desafiam à resolução de problemas não convencionais, incentivando os alunos a investigarem e persistirem na busca de soluções, a valorizarem o uso de estratégias de verificação e de controle de resultados e a reconhecerem que há diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema.

Esta atividade é um desafio!

Material: Régua, tesoura, 2 caixas de leite longa-vida vazias e bem lavadas, fita adesiva.

Proponha que os alunos transformem uma das caixas de leite longa-vida, que tem forma de paralelepípedo, em uma caixa (sem tampa) de forma cúbica com **10 cm** de aresta, isto é, altura, largura e profundidade iguais. A caixa cúbica deverá ficar bem vedada, pois nela será colocada água, quando da exploração da sua capacidade.

Professor, tenha disponíveis algumas embalagens de leite longa-vida para ceder a seus alunos, caso haja algum imprevisto.

Retome com seus alunos os conceitos de paralelepípedo e cubo, antes que eles iniciem a tarefa. Lembre-os de que paralelepípedo é um sólido geométrico que tem 6 faces paralelas duas a duas e que todas são paralelogramos. Lembre-os, ainda, de que os paralelogramos são quadriláteros que têm lados congruentes e paralelos dois a dois e que um cubo é um paralelepípedo especial, pois todas as suas faces são congruentes.

É importante que os alunos discutam entre si as várias hipóteses de solução que forem levantadas para transformar o paralelepípedo em caixa cúbica. No final, deverão, antes de cortar ou dobrar a embalagem, verificar qual é a solução mais adequada.

Oriente-os para levantarem as alternativas de solução antes de partirem para a ação. Faça questionamentos, provoque reflexão a respeito das alternativas que estiverem propondo. Estimule-os a discutirem em grupos, mas cada um deverá construir sua caixa cúbica. Procure respeitar o ritmo de cada aluno.

Observe como executam a tarefa e oriente-os para que utilizem corretamente a régua, iniciando a medição pelo zero.

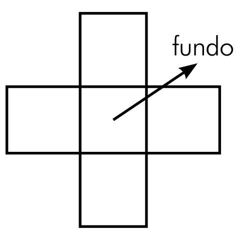
Toda a atividade está proposta na forma de roteiro, para que cada aluno possa executá-la sem a ajuda do professor, desenvolvendo a habilidade de leitura e interpretação de dados, o que favorece a construção da autonomia.

Professor, este é um tipo de problema não convencional. Segundo Toledo (1997), problemas não convencionais desenvolvem no aluno a capacidade de planejar, de elaborar estratégias gerais de compreensão, de testar soluções e avaliar a adequação do raciocínio desenvolvido e dos resultados encontrados. Quando estão livres da obrigação de fazer cálculos para chegar às respostas, os alunos conseguem organizar seu próprio plano de ação. Desse modo, estarão também vivenciando, em circunstâncias bem informais, a avaliação e a autoavaliação.

Só para o professor

Abaixo, consta uma alternativa de solução para a situação-problema que propõe transformar uma caixa de leite longa-vida, na forma de paralelepípedo, em uma caixa cúbica, sem tampa, com 10 cm de aresta. Utilize-a para orientar seus alunos, caso tenham dificuldade de executar a tarefa proposta.

Abra totalmente a caixa, planifique-a sem retirar as abas, tornando-a um retângulo. Após, meça as dimensões do retângulo e marque duas tiras com 10 cm de largura no comprimento da caixa de leite aberta, considerando que, neste caso, o comprimento é o lado maior do retângulo. Recorte essas duas tiras e coloque-as uma sobre a outra, conforme a figura abaixo, de modo que os dois quadrados sobrepostos sejam o fundo da caixa. Vinque os quatro lados do fundo da caixa para poder levantar os lados da caixa cúbica. Passe fita adesiva em torno da caixa, vedando-a, pois na atividade que envolve cálculo de capacidade, os alunos irão colocar água dentro dela.



Depois que a caixa cúbica de seus alunos estiver pronta, oriente-os para que meçam, com a régua, as suas arestas e respondam às questões que constam no seu Caderno.

Alerte-os de que, ao construírem a caixa cúbica com materiais alternativos, possivelmente não tenha havido precisão nas suas medidas. Por isso e porque a caixa está aberta, considerar válido que ela apenas se parece com um cubo.

Aulas 9 e 10

Habilidades a serem desenvolvidas

Nestas aulas, por meio de informações relativas à história da Matemática, os alunos têm oportunidade de desenvolver valores relativos ao conhecimento matemático e ao gosto pela disciplina; ao realizarem a medição do volume da caixa cúbica, tomando diferentes unidades de volume, ampliam o conceito de medir e de calcular o volume do paralelepípedo a partir de suas dimensões.

Incentive a leitura do texto **História da Matemática: Platão**, que aparece no Caderno do Aluno, e converse com os alunos sobre Platão, explorando a história da Matemática.

Professor, segundo os PCN, 1997, "ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a oportunidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático" (p. 45).

Medida de volume da caixa cúbica, utilizando o cubinho de 1 cm de aresta como unidade

Oriente seus alunos a utilizarem o Material Dourado, tomando o cubinho de 1 cm de aresta para preencher a caixa cúbica. Mesmo que a escola não possua o material, a atividade deverá ser desenvolvida. Seus alunos, então, estarão diante de uma situação-problema. Desafie-os a resolvê-la.

Se achar conveniente, converse com seus alunos sobre o Material Dourado.

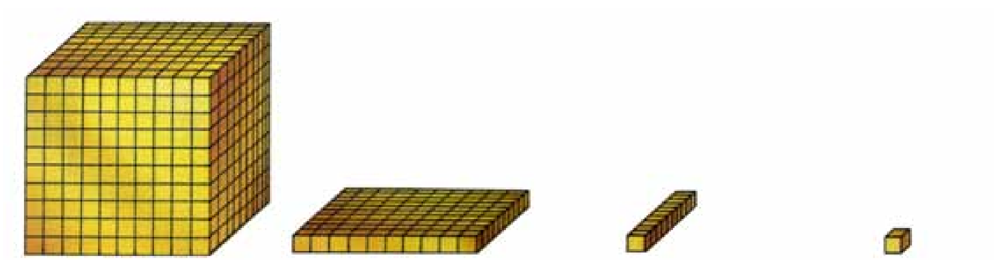
Professor, a liberdade na busca de estratégias adequadas para a resolução de uma situação-problema favorece o desenvolvimento da criatividade. É importante que, ao manusear livremente o material concreto, o aluno possa descobrir, por conta própria, a relação existente entre as peças que o compõem e, a partir dessas relações, chegar a determinadas conclusões.

Material dourado

"O material dourado foi criado pela médica italiana Maria Montessori (1870 – 1952), quando ela trabalhava com crianças que apresentavam distúrbios de aprendizagem. Montessori observou que, para essas crianças, mais do que para as outras, era muito importante a ação na construção dos conceitos, e desenvolveu uma série de materiais e estratégias de trabalho. Devido à grande eficiência demonstrada, seu método de ensino passou a ser utilizado em várias escolas comuns, as chamadas escolas montessorianas.

O material original era constituído de contas de plástico transparente, na cor dourada – daí o nome.

Hoje, o material dourado ou montessoriano, geralmente, é constituído de peças de madeira, apresentadas em quatro tipos: cubo, placa, barra e cubinho" (TOLEDO, 1997, p. 72).



CUBO	PLACA	BARRA	CUBINHO
(10 cm x 10 cm x 10 cm)	(1 cm x 10 cm x 10 cm)	(1 cm x 1 cm x 10 cm)	(1 cm x 1 cm x 1cm)

Incentive os alunos a descreverem a estratégia utilizada **para descobrir quantos cubinhos de 1 cm de aresta são necessários para preencher a caixa cúbica.**

Após o relato escrito das estratégias utilizadas que levaram os alunos à conclusão de que, na caixa cúbica, cabem 1.000 cubinhos, promova a socialização de ideias, solicitando que leiam o que escreveram. A partir da leitura, em voz alta, das soluções encontradas, analise coletivamente os caminhos percorridos, identificando as diferentes estratégias usadas para chegar à solução.

Pense e faça o que se pede

Desafie os alunos a descobrirem quantas vezes a aresta do cubinho cabe na altura, na largura e na profundidade da caixa cúbica. Após, promova uma discussão entre eles na tentativa de que descubram que o volume da caixa cúbica corresponde ao produto da altura, pela largura e pela profundidade.

A partir disso, peça-lhes que preencham as lacunas das sentenças associadas ao tema dessa discussão.

Desafio

Aplicando o conhecimento construído de que o volume da caixa cúbica é o produto da altura, pela largura e pela profundidade, incentive-os a calcularem o volume do cubinho de 1 cm e do cubo de 10 cm de aresta.

Aula 11

Habilidades a serem desenvolvidas

Nesta aula, são utilizadas diferentes unidades de medida para o cálculo do volume do cubo, possibilitando aos alunos o desenvolvimento e a generalização da fórmula do seu volume. Também, ao trabalhar com empilhamento, é proporcionada a possibilidade de generalizar a fórmula e estendê-la para os paralelepípedos e prismas.

Uma outra forma de encontrar o volume da caixa cúbica

Professor, a utilização de diferentes unidades de volume encaminha o aluno para a construção do conceito de medir. Atente para o fato de que medir é comparar duas grandezas de mesma espécie, tomando uma delas como unidade.

Na atividade anterior, a unidade de medida de volume foi o cubinho de um centímetro de aresta. Nas atividades seguintes, a unidade de medida será a placa do Material Dourado, o que poderá favorecer a construção do conceito de volume, entendido como a medida do espaço ocupado por um corpo tridimensional.

Professor, favoreça que seu aluno leia e resolva as situações-problema propostas, trabalhando com autonomia e chegando aos conceitos muito mais pelas relações que ele próprio possa estabelecer do que pela sua fala.

Oriente os alunos a fazerem algumas trocas, verificando que 100 cubinhos poderão ser trocados por uma placa e que 10 placas preenchem a caixa cúbica.

Estimule-os a concluírem que: quanto menor a unidade de volume (u. v.), maior a quantidade de peças para o preenchimento da caixa cúbica. Quanto maior a unidade de volume (u. v.) menor a quantidade de peças para o preenchimento da caixa. A expressão do volume da caixa cúbica varia de acordo com o tamanho da unidade que se usa para medi-la.

Solicite que leiam e completem as lacunas. Discuta o uso de letras para facilitar as generalizações e expressar fórmulas para calcular o volume do cubo.

Explore a ideia expressa na seção **Você sabia que...**

Professor, "a última etapa da construção de um conceito é aquela em que se pode generalizá-lo, ou seja, utilizá-lo em situações novas" (TOLEDO, 1997, p. 38).

Lembre-se de que os alunos é que deverão estabelecer essas relações. Não as faça por eles, pois, se assim ocorrer, eles poderão perder o significado. O seu papel é o de facilitador nesse processo de construção do conhecimento.

Empilhando placas e determinando volumes

Comente que a sequência de figuras indica que o volume de um paralelepípedo ou de um prisma é obtido pelo empilhamento da base, reforçando a ideia de que é possível construir diferentes sólidos e calcular os seus volumes, quando se entende a questão do empilhamento.

Solicite que os alunos resolvam os exercícios propostos sobre volume dos sólidos, a partir dos conhecimentos construídos até então.

Professor, a diversificação de situações permitirá que seus alunos estabeleçam as mais ricas relações, possibilitando-lhes a construção de conceitos.

O último desafio permitirá que os alunos façam o raciocínio inverso, partindo do volume do cubo para chegar à medida da sua aresta. A reversibilidade na problematização permitirá a mobilidade de pensamento e a flexibilização do raciocínio.

Aula 12

Habilidades a serem desenvolvidas

Nesta aula, por meio de experiência prática, os alunos resolvem problemas que possibilitam relacionar e diferenciar volume e capacidade e verificam que 1 litro = 1.000 cm^3 = 1 dm^3. Também, através de uma sistematização escrita da atividade, seguida da avaliação do processo, possibilita-se a reflexão, a síntese e a crítica.

Você vai encher a caixa cúbica com água, calculando a sua capacidade

Nesta atividade, os alunos deverão encher com água a sua caixa cúbica, despejando nela o conteúdo de uma garrafa de um litro de água ou o conteúdo de um litro de água contido em um medidor de líquidos.

Pergunte, inicialmente, se eles acreditam que seja possível colocar todo o conteúdo desta garrafa ou do medidor dentro da caixa cúbica. Solicite que façam o registro de suas ideias.

A partir da leitura das observações registradas, discuta a relação entre cm^3 e dm^3 e entre o dm^3 e o litro, levando em consideração todas as hipóteses levantadas. Peça então que preencham as lacunas nas frases a seguir.

Enfatize a conclusão final de que 1 litro = 1.000 cm^3 = 1 dm^3.

Para chegar ao dm^3, utilize a transformação de unidades ou mostre a conveniência de comparar 1 litro com 1 dm^3 e não com 1.000 cm^3, levando-os a entenderem que a relação de 1 para 1 facilita as transformações de unidades de medida.

Converse com os alunos sobre a diferença entre capacidade e volume.

Capacidade é a propriedade que tem um recipiente de conter alguma coisa, enquanto que volume é a medida do espaço ocupado por um corpo tridimensional. No entanto, devido à relação entre 1 litro=1.000 cm^3 =1 dm^3, é possível expressar a capacidade por meio da unidade padrão de medida de volume: o metro cúbico.

Para fazer o fechamento da atividade, solicite aos alunos que descrevam as etapas realizadas para encontrar o volume da caixa cúbica.

Promova a socialização das respostas e comente-as com a turma, organizando coletivamente algumas ideias e escrevendo no quadro as principais conclusões.

Para finalizar, peça que avaliem as atividades do Caderno do Aluno, resgatando a importância destas atividades práticas em que os alunos tiveram oportunidade de participar efetivamente, tanto para comprovar o Teorema de Pitágoras quanto na utilização das embalagens para o cálculo de volume e de capacidade.

Referências

AOKI, Virginia (Ed.). *Projeto Pitanguá*: geografia. São Paulo: Moderna, 2005. v. 2.

ASSOCIAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA. *Normas para o currículo e avaliação em matemática*. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática,1998. (Coleção Adendas)

BARATOJO, José Teixeira. *Dicionário de matemática para o 1º grau*. Porto Alegre: Sagra-DC Luzzatto, 1994.

BARROSO, Juliane Matsubara. *Projeto Araribá*: matemática – ensino fundamental 5ª série. São Paulo: Moderna, 2003.

BECKER, Fernando. O que é construtivismo. *Revista de Educação AEC*, Brasília, AEC, v. 21, n. 83, p. 7-15, abr./jun. 1992.

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática atual*. São Paulo: Atual, 1995. (Coleção de 5ª a 8ª série)

BONJORNO, José Roberto et. al. *Matemática:* Fazendo a diferença. São Paulo: FTD, 2006. (Coleção de 5ª a 8ª série).

BONGIOVANNI, Vicenzo; VISSOTO, Olímpio Leite;

LAUREANO, José Luiz Tavares. *Histórias de Matemática e de vida*. São Paulo: Ática, 1992.

___; ___; ___. *Matemática e vida*. São Paulo: Ática, 1993.

BOTOMÉ, Silvio Paulo; RIZZON, Luiz Antônio. Medida do desempenho ou avaliação da aprendizagem em um processo de ensino: práticas usuais ou possibilidades de renovação. *Chronos*, Caxias do Sul, v. 30, n. 1, p. 7-34, jan./jun.1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: matemática (PCN+). Brasília: SEF/MEC, 1997.

___. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais:* matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

___. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações curriculares para o ensino médio*: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

___. Ministério da Educação – Diretoria de Programas Especiais. Programa de Aprendizagem Escolar, Gestar II. *Matemática na alimentação e nos esportes*. Brasília: 2006. Caderno de Teoria e Prática 1.

___. Ministério da Educação – Diretoria de Programas Especiais. Programa de Aprendizagem Escolar, Gestar II. *Matemática nos esportes e nos seguros*. Brasília: 2006. Caderno de Teoria e Prática 2.

___. Ministério da Educação – Diretoria de Programas Especiais. Programa de Aprendizagem Escolar, Gestar II. *Matemática nas formas geométricas e na ecologia*. Brasília: 2006. Caderno de Teoria e Prática, 3.

BUKOWITZ, N. de S. L. Uma abordagem geométrica à compreensão dos números racionais. *Educação Matemática em Revista*, Recife, Gráfica A Única, ano 13, n. 24, p. 7-15, jun. 2008.

CALLAI, Helena; ZARTH, Paulo A. *O estudo do município e o ensino de história e geografia*. Ijuí: Unijuí Editora, 1998.

CÂNDIDO, Suzana Laino. *Formas num mundo de formas*. São Paulo: Moderna, 1997.

CARDOSO, Virgínia Cárdia. *Materiais didáticos para as quatro operações*. São Paulo: IME-USP, 2005.

CAVALCANTE, Meire. Dicas para dominar as modernas práticas pedagógicas. *Nova Escola*, São Paulo, Abril Cultural, dez. 2005.

CENTURION, Marília; JAKULOVIC, José; LELLIS, Marcelo. *Novo*: matemática na medida certa. São Paulo: Scipione, 2000. (Coleção de 5ª a 8ª série)

COLL, César. *O construtivismo na sala de aula*. São Paulo: Ática, 1997.

DANYLUK, Ocsana. *Alfabetização matemática*: as manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é matemática*. São Paulo: Ática, 2007. (Coleção de 5ª a 8ª série)

DEVLIN, Keith. *Matemática*: A ciência dos padrões. Porto, Portugal: Porto Editora, 2002.

FINI, Maria Inês (Coord.). *Proposta curricular do Estado de São Paulo*: matemática. São Paulo: SEE, 2008.

FUNDAÇÃO EDUCACIONAL SANTA ROSA DE LIMA. Construtivismo e a pedagogia. *Informativo da Fundação Educacional Santa Rosa de Lima*, Porto Alegre, ano 3, n. 6, jun. 1996.

FREIRE, Madalena. O que é grupo? In: GROSSI, Esther Pillar; BORDIN, Jussara (Org.). *Paixão de aprender*. Porto Alegre: Pallotti, 1995.

GUELLI, Oscar. Matemática – *nosso mundo*: 5ª série. São Paulo: Ática, 2001a.

___. Matemática – *nosso mundo*: 6ª série. São Paulo: Ática, 2001b.

___. Matemática – *nosso mundo*. São Paulo: Ática, 2001c.

HOFFMANN, Jussara. *Avaliação*: mito e desafio. Porto Alegre: Mediação, 1992.

___. *Avaliação mediadora*: uma prática em construção da pré-escola à universidade. Porto Alegre: Mediação, 1993.

___. *Avaliação na pré-escola*: um olhar sensível e reflexivo sobre o educando. Porto Alegre: Mediação, 1997.

___. *Pontos e Contra pontos*: do processo ao agir em avaliação. Porto Alegre: Mediação, 1998.

___. *Avaliar primeiro respeitar depois*. Porto Alegre: Mediação, 2008.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. *Matemática e realidade*: 6ª série. São Paulo: Atual, 2005.

IMENES, Luiz Márcio, LELLIS, Marcelo. *Matemática*. São Paulo: Scipione, 1999. (Coleção de 5ª a 8ª série)

KAMII, Constance; DECLARK, Geórgia. *Reinventando a aritmética*. São Paulo: Papirus, 1992.

LABORATÓRIO BÁSICO POLIVALENTE DE CIÊNCIAS PARA O 1º GRAU: *Manual do professor / FUNBEC*. 3. ed. Rio de Janeiro: FAE, 1987.

LENIR, M.; SEYSSEL, E.; SIMÕES, L. F. *Matemática 5ª série*. São Paulo: Escola Educacional, ano. (Série Linha de Solução)

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

LUCKESI, Cipriano. *Avaliação da aprendizagem escolar*. São Paulo: Cortez, 1995.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna*: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1998.

___. *Polígonos, centopeias e outros bichos*. São Paulo: Scipione, 2000. (Coleção Vivendo a Matemática)

MICHAELIS. *Moderno dicionário da língua portuguesa*. São Paulo: Melhoramentos, 1998.

MOREIRA, Igor. *Geografia* – Rio Grande do Sul. São Paulo: Ática, 2004.

MURRIE, Z. de F. *Documento básico*: ensino fundamental e médio. ENCCEJA: Brasília, MEC-INEP, 2002. Livro introdutório.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da matemática*: Uma análise de influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PEREIRA, Nilton Mullet, SCHÄFFER Neiva Otero, BELLI, Samuel Edmundo Lopes, TRAVERSINI, Clarice Salete, TORRES, Maria Cecília de A., SZEWCZYK, Sofia (organizadores). *Ler e Escrever*: Compromisso no ensino médio. Porto Alegre: Editora da UFRGS e NIUE/ UFRGS, 2008.

PERRENOUD, Philippe. *Ensinar*: agir na urgência, decidir na incerteza. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

___. *Construir competências desde a escola*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

PORTANOVA, Ruth (Org.). *Um currículo de matemática em movimento*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2005.

RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elisabeth. *Projeto Radix*: matemática. São Paulo: Scipione, 2005. (Coleção de 5ª a 8ª série)

ROSA, Ernesto. *Matemática*: construir e aprender. São Paulo: FTD, 2004.

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica. *Matrizes curriculares de referência para o SAEB*. 1999

SAERS – Sistema de avaliação do rendimento escolar do Rio Grande do Sul. *Boletim Pedagógico de Matemática da 5ª série/6º ano do ensino fundamental*. 2007.

SILVA, Circe; LOURENÇO, Simone; CÔGO, Ana. *O ensino-aprendizagem da matemática*. Brasília: Plano Editora, 2004.

SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Inês; CANDIDO, Patricia. *Figuras e formas*. Porto Alegre: Artmed, 2003.

___; ___ ___. *Resolução de Problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignês (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SMOOTHEY, Marion. *Atividades e jogos com formas*. São Paulo: Scipione, 1998.

___. *Atividades e jogos com triângulos*. São Paulo: Scipione, 1997. (Coleção Investigação Matemática)

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de matemática:* como dois e dois: construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

WADSWORTH, Barry. *Inteligência e afetividade da criança na teoria de Piaget*. São Paulo: Pioneira, 1995.

Matemática

Ensino Médio
1º ano

CADERNO DO PROFESSOR

Ana Maria Beltrão Gigante
Maria Rejane Ferreira da Silva
Monica Bertoni dos Santos

Padrões no nosso mundo

Caro professor:

Segundo Devlin (2002), a Matemática é ainda entendida por muitos como a "ciência dos números", perpassando uma visão de rigor, quando dela se fala, que revela uma descrição do que já deixou de existir há cerca de dois mil e quinhentos anos.

Provavelmente, quem ainda tem essa visão desconhece que a investigação matemática é uma atividade em desenvolvimento. Além disso, está afastado da ideia de que ela interfere, significativamente, na maior parte das atividades do dia a dia e da sociedade contemporânea.

Até o ano 500 a.C., no período egípcio e babilônico, a Matemática era considerada o estudo dos números. Entre 500 e 300 d.C., os matemáticos gregos preocuparam-se especialmente com a Geometria.

Nesse período, Tales introduziu a ideia de que as afirmações matemáticas, enunciadas com precisão, poderiam ser demonstradas através de uma argumentação formal, surgindo assim os teoremas que constituem hoje o fundamento da Matemática.

Até meados do século XVII, não se registravam alterações significativas na sua natureza global. Quando Newton e Leibniz, separadamente, inventaram o cálculo, entendido como estudo do movimento, da mudança, os matemáticos conseguiram estudar o movimento dos planetas e a queda dos corpos na Terra, o funcionamento mecânico, o fluxo de líquidos, a expansão dos gases, etc. Depois de Newton e Leibniz, a Matemática passou a ser entendida como o estudo do número, da forma, do movimento, da mudança e do espaço.

A partir do século XVIII, vários matemáticos procuraram compreender o que está por detrás do poder que o cálculo trouxera à humanidade. No final do século XIX, a Matemática passou a ser o estudo do número, da forma, do movimento, da mudança e do espaço e das ferramentas matemáticas utilizadas nesse estudo.

Hoje, registra-se um enorme crescimento da atividade matemática, com um número razoável de diferentes categorias que a integram. Entre elas, aparece a teoria das complexidades como uma área de estudo completamente nova.

Apenas nos últimos 20 anos, aproximadamente, surgiu a definição da Matemática como a ciência dos padrões. Segundo essa concepção, o que o Matemático faz é examinar "padrões" abstratos, numéricos, de formas, de movimento, de comportamento, etc. Esses padrões podem ter diferentes naturezas, "podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das atividades mais ocultas da mente humana" (DEVLIN, 2002, p. 9).

O objeto de estudo do Caderno do Aluno é a exploração de padrões, sequências numéricas, especialmente Progressões Aritméticas, o que está presvisto para doze aulas.

Este Caderno foi organizado a partir de três atividades, sendo que a primeira delas – **Observando e descobrindo padrões** – possibilitará ao aluno uma visão histórica dos padrões, despertando seu interesse para a observação dos mesmos no seu dia a dia, além de também observar diferentes sequências numéricas e sequências figurais e identificar as suas leis de formação.

Na segunda atividade – **Descobrindo sequências aritméticas** – os alunos são orientados para chegar à Fórmula Geral de uma Progressão Aritmética, decompondo cada termo em uma adição, com a primeira parcela relacionada ao primeiro termo da PA e a segunda relacionada com a sua razão.

Na terceira atividade – **Outra forma de ver uma Progressão Aritmética** –, os alunos terão a oportunidade de identificar uma Progressão Aritmética como uma função, representá-la graficamente e comparar essa representação com a representação gráfica de uma função polinomial de 1° grau.

Em todas as atividades previstas, serão propostas questões problematizadoras, visando ao desenvolvimento do raciocínio algébrico, além de sessões como **Você sabia que...**, que oportunizam ao aluno ler sobre a história da Matemática e perceber a sua importância como saber construído ao longo dos tempos. Será ainda proposta a confecção de pequenos resumos como fechamento de aula ou grupo de aulas.

As unidades de trabalho contemplam a construção de conceitos, a dedução de propriedades, a aquisição de vocabulário específico, o desenvolvimento das linguagens matemáticas, da leitura, da escrita e da capacidade de resolver problemas, possibilitando ao aluno diferentes leituras de mundo.

Objetivos

Tendo como objetivo promover o desenvolvimento de competências de leitura, escrita e resolução de problemas, entende-se que ler e escrever matematicamente, além de compreender a linguagem coloquial, significa utilizar pelo menos três linguagens matemáticas específicas: a aritmética, a algébrica e a geométrica, expressas por símbolos, sinais, notações ou palavras, em textos e desenhos ou diferentes representações, como tabelas, gráficos, esquemas e diagramas. Essas diferentes linguagens, juntamente com propriedades e conceitos matemáticos, possibilitam ao aluno a leitura compreensiva de situações do dia a dia, oferecendo-lhe condições de resolver situações-problema e interferir na realidade.

Habilidades

- Reconhecer padrões em sequências numéricas e figurais.
- Identificar unidades básicas de padrões e usá-los para criar figuras.
- Identificar regularidades, estabelecer relações e fazer generalizações.
- Relacionar uma sequência figural com uma sequência numérica.
- Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequência de números ou figuras.
- Resolver situações-problema, envolvendo sequências numéricas construídas a partir de padrões e regularidades.
- Reconhecer a Fórmula do Termo Geral de uma Progressão Aritmética como uma generalização.
- Perceber cada termo de uma Progressão Aritmétca como sendo o termo anterior mais a sua razão.
- Resolver situações-problema, utilizando a Fórmula do Termo Geral de uma Progressão Aritmética.
- Valorizar o uso da linguagem matemática para expressar-se com clareza, precisão e concisão.
- Valorizar o trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.
- Construir o gráfico de uma Progressão Aritmética.
- Identificar uma Progressão Aritmética como uma Função de N em R.
- Ler um texto de forma compreensiva.
- Identificar ideias relevantes em um texto.
- Identificar as mesmas ideias em diferentes textos.
- Produzir pequenos textos.
- Perceber a Matemática dentro de um contexto social e cultural.

Conteúdos disciplinares

- Padrões.
- Sequências.
- Progressões Aritméticas.
- Fórmula do Termo Geral.
- Gráfico da Progressão Aritmética.

Atividade 1 - Observando e descobrindo padrões

Aulas 1, 2 e 3

Essas aulas apresentam diferentes sequências numéricas e figurais. Pretende-se que, nelas, os alunos identifiquem padrões e, a partir deles, descubram outros termos dessas sequências. Pretende-se, também, que reconheçam a contribuição da Matemática na interpretação e explicação de fenômenos observados na natureza e a aplicação de padrões, até como forma de expressão artística.

Peça que seus alunos leiam silenciosamente e depois em voz alta o texto **Padrões na natureza e na arte.** Discuta com eles o significado da palavra PADRÃO, enfatizando o quanto os padrões estão presentes em situações do dia a dia das pessoas. Para isso, aproveite ideias do texto inicial deste Caderno do Professor.

Professor, a leitura de textos, não especificamente de textos matemáticos, permite a desmistificação de que a Matemática só trabalha com números e está desconectada de um contexto maior. A Matemática surgiu de forma organizada, através da ação de grandes pensadores que utilizavam conhecimentos de diversas áreas para resolver problemas do cotidiano. Essa forma de fazer Matemática também deve ser a dos nossos alunos. Alunos bem informados, críticos, conhecedores de ferramentas matemáticas e articuladores de conhecimentos conseguem resolver situações-problema. No entanto, contextualizar vai muito além da relação com o cotidiano. Não basta trazer o assunto para o cotidiano dos alunos, é preciso colocar o objeto de estudo em um universo em que ele tenha sentido (BERGER apud CAVALCANTE, 2005).

Provoque uma troca de ideias entre os alunos, para que possam contar aos colegas experiências em que tenham percebido a presença de padrões ou de regularidades em suas vidas.

Caso seus alunos tenham acesso à internet, estimule-os a consultarem os sites de artistas plásticos brasileiros que utilizam padrões na criação de suas obras de arte.

Sugestões de sites:

- www.paulojoel.com.br
- www.erminio-souza-arte.com.br
- www.dimasgarcia.com.br

Ao trabalhar com padrões, você estará desafiando seus alunos a descobrirem regularidades.

Professor, os alunos aprendem a dar valor à Matemática quando estabelecem conexões entre seus tópicos, entre o concreto e o abstrato e entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Como forma de enriquecer o trabalho com padrões, peça-lhes que tragam para a sala de aula, no próximo encontro, recortes de revistas, tecidos, livros ou gravuras, onde a ideia de padrões esteja presente. No início da próxima aula, solicite a apresentação do material trazido por eles aos colegas, a fim de que todos percebam como diferentes padrões compõem um todo, formando uma bonita ideia de conjunto. Essa observação será utilizada mais adiante, quando os alunos serão solicitados a construir um painel coletivamente.

Você é o artista!

Peça que os alunos realizem a atividade proposta nos seus Cadernos. Estimule-os a observarem o padrão que se repete e a completar as faixas decorativas que aparecem na atividade.

No exercício: Crie um padrão e monte uma faixa, oriente seus alunos a utilizarem a malha triangular, que consta no encarte do Caderno do Aluno, para criar uma faixa a partir de um padrão por eles imaginado. Após a confecção da faixa, solicite que organizem coletivamente um painel com suas produções, colando nele todas as faixas, uma encostada na outra, em um papel com mesma altura e largura, de forma a criar um painel quadrado que fará parte de um grande painel final a ser confeccionado pela turma, que poderá ser colocado numa das paredes da sala de aula.

Ao solicitar que esse painel tenha a forma de um quadrado, os alunos terão de discutir e planejar algumas estratégias para montá-lo. Precisarão verificar as medidas das faixas, o número de alunos do grupo para decidir o tamanho do mesmo, respeitando o formato sugerido e, ainda, terão que tomar decisões quanto à estética, critérios de agrupamento, cores e formatos, etc.

Professor, este é um tipo de problema não convencional. Segundo Toledo (1997), problemas não convencionais desenvolvem no aluno a capacidade de planejar, de elaborar estratégias gerais de compreensão do problema, de testar soluções e de avaliar a adequação do raciocínio desenvolvido e dos resultados encontrados. Quando estão livres da obrigação de fazer cálculos para chegar às respostas, os alunos conseguem organizar seu próprio plano de ação. Desse modo, estarão também vivenciando, em circunstâncias bem informais, a avaliação e a autoavaliação.

Antes de iniciar a construção do painel, diga para eles qual a sua intenção ao pedir que façam essa atividade. Nessa faixa etária, os alunos já possuem maturidade suficiente para compreender que não se trata de colar figurinhas em uma folha de forma aleatória, mas algo que exigirá deles a retomada de conceitos matemáticos, como múltiplo e divisor, ideia de quadrado, medida, etc. Além disso, exigirá organização, planejamento, definição de estratégias e cooperação.

Professor, você deverá disponibilizar aos alunos o papel adequado para a confecção do painel (papel pardo, por exemplo). No Caderno do Aluno, há mais de uma malha para confecção das faixas, podendo os alunos utilizá-las, caso seja necessário.

Após ter sido construído, peça aos alunos que relatem as dificuldades encontradas durante a confecção do painel, e como essas dificuldades foram superadas para chegarem à solução do problema proposto. Nesse momento, você terá a oportunidade de relatar para a turma a sua percepção quanto aos aspectos de organização, planejamento, colaboração, responsabilidade e autonomia de cada elemento do grupo.

Após o relato de sua percepção quanto à participação dos alunos na realização da tarefa, recorra à fala de Madalena Freire (1993) para uma reflexão:

Professor, "...vida em grupo dá muito trabalho e muito prazer, porque eu não construo nada sozinho, tropeço a cada instante com os limites dos outros e os meus próprios, na construção da vida, do conhecimento, da nossa história".

Em duplas, fazendo registros cada um no seu Caderno, solicite que **observem as sequências de desenhos, descubram e descrevam o padrão em cada uma delas e determinem seu próximo termo.**

Nas atividades envolvendo sequências, lance questões do tipo: O que é que vem a seguir? Porque você pensa que esta é uma boa resposta? Há outra forma de explicar este padrão? Todas elas são provocadoras e têm o propósito de desenvolver a capacidade de raciocínio dos alunos.

É importante que todos realizem as atividades tentando encontrar o próximo termo a partir de uma regularidade descoberta. Dê-lhes tempo para isso. Para a correção das respostas, peça-lhes que relatem como chegaram às conclusões. Cada dupla poderá ficar responsável por relatar uma das atividades. Com isso, você estará favorecendo a socialização de ideias, a comunicação entre seus alunos, proporcionando o desenvolvimento de atitudes de escuta e de respeito à fala dos colegas.

Peça-lhes que leiam a seção **Você sabia que...** lembrando-lhes da necessidade da linguagem simbólica para a comunicação matemática.

Professor, lembre-se de que a avaliação é um processo contínuo e que acompanhar o desempenho de seus alunos é fundamental para a continuidade de seu trabalho. Segundo Botomé e Rizzon (1997), "avaliação é parte do próprio ensino" (p. 19).

A seguir, solicite que, individualmente, seus alunos preencham os quadros dos exercícios em que a sequência está expressa na forma de desenho, em que lhes é solicitado que preencham os quadros em branco.

Professor, ao utilizar a linguagem algébrica, além da linguagem coloquial, os alunos estarão desenvolvendo competências de leitura, escrita e resolução de problemas.

Peça que cada aluno **crie uma sequência**, numérica ou não, escrevendo-a no seu Caderno, e depois solicite que a troque com seu colega para que ele descubra os próximos termos da mesma.

Professor, segundo Hoffmann (1993), é essencial a interação entre iguais para o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático. O aluno, discutindo, busca argumentos convenientes, estabelece melhores relações entre suas ideias e as dos outros.

No espaço **Resumo de hoje**, incentive os alunos a escreverem aspectos que consideraram importantes do estudo realizado e que mereçam ser destacados.

Faça uma brincadeira!

Faça com seus alunos uma atividade lúdica para finalizar essa etapa do trabalho. O jogo é descobrir a lei de formação utilizada pelo professor a partir de um número dado por um aluno da turma: o aluno diz o número 3, o professor a ele acrescenta, por exemplo, 3 unidades, dizendo que o resultado é 6. Outro aluno diz 5. O professor novamente acrescenta 3 unidades e diz 8. Assim por diante, até que a turma descubra qual a lei da relação entre cada par de números verbalizados. Após, peça-lhes que organizem uma sequência de números a partir do primeiro número dado pelos alunos, utilizando a lei de formação descoberta por eles na brincadeira anterior.
A seguir, repita a mesma brincadeira, utilizando uma lei de formação mais complexa.

Professor, por seus aspectos lúdicos e pelas diferentes atividades que proporcionam, os jogos auxiliam no desenvolvimento das habilidades matemáticas, do gosto pela aprendizagem da disciplina, da criatividade, do espírito de equipe, da autoconfiança e da autoestima.

Atividade 2 - Descobrindo sequências aritméticas

Aulas 4 e 5

Nestas aulas, pretende-se que os alunos desenvolvam estratégias que favoreçam a conceituação de Progressões Aritméticas, tornando-se capazes de calcular um de seus termos, sem o uso da Fórmula Geral. Ao lerem um texto, espera-se que percebam a Matemática num contexto social e cultural.

Ao iniciar a atividade 2, peça que leiam silenciosamente o texto **"País vai sequenciar genoma do bacilo da tuberculose"**. Depois, pergunte quem desejaria ler o texto em voz alta. Após a leitura, converse com eles sobre a importância da identificação de padrões e da criação de sequências em diferentes áreas do conhecimento, salientando, mais uma vez, que estes conceitos não estão restritos à área da Matemática. Pergunte onde identificam, no texto, a presença de um padrão e de uma sequência, de modo a perceber que cada linhagem de bactérias possui um padrão que permite sequenciar o seu genoma e, assim, como diz o presidente da Fiocruz, Paulo Buz, "Podemos encontrar seus pontos fracos com mais facilidade".

Solicite: Solicite ajuda do seu colega de Biologia para maiores explicações sobre sequenciamento do DNA. Talvez ele possa ir até sua sala para conversar sobre o assunto com seus alunos, tendo como foco critérios para fazer sequenciamentos de DNA.

No decorrer da atividade 2, desafie e oriente os alunos para que cheguem à Fórmula Geral da Progressão Aritmética. Sabe-se que a construção de generalizações passa por um processo em que os alunos devem estabelecer relações, levantar alternativas de solução para situações-problema até se apropriarem dos conhecimentos. É importante que percebam padrões e, a partir deles, estabeleçam relações, sem necessidade de memorizar fórmulas. Para que isso aconteça, é fundamental que participem do processo de construção das generalizações, utilizando referenciais próprios, relacionando conhecimentos prévios com os novos que estão surgindo.

Professor, a Fórmula do Termo Geral de uma Progressão Aritmética é importante e necessária para que os alunos possam calcular os seus elementos, quando desconhecidos. Mas a sua aplicação sem compreensão não proporciona desenvolvimento de habilidades importantes que ultrapassam o conceito de Progressão Aritmética.

Tempo para pensar!

Estimule os alunos a descobrirem o 20º termo de uma sequência, sem recorrer ao termo anterior da mesma. Para isso, terão que, a partir de uma sequência dada, fazer a análise da mesma até ser possível descobri-lo.

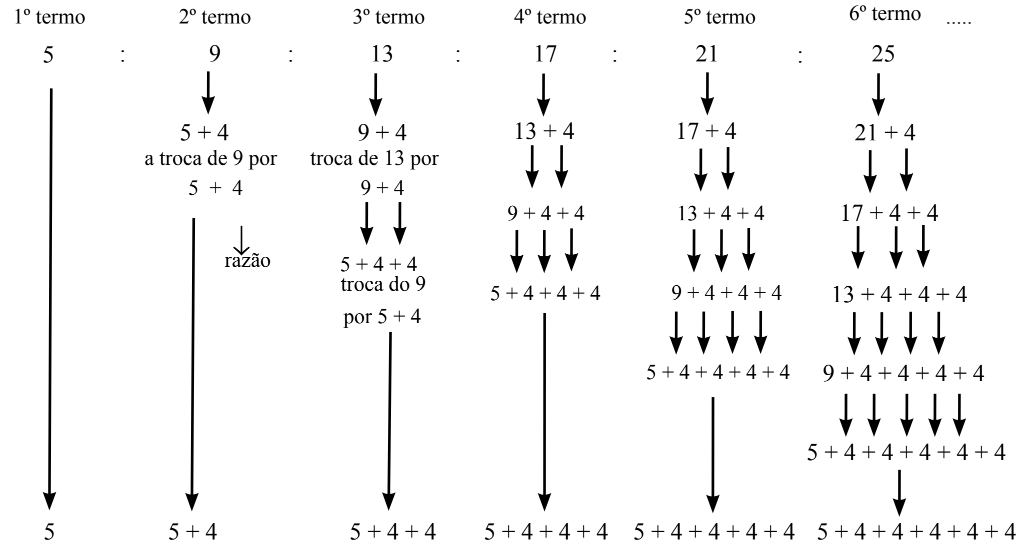
Em várias situações, os alunos já foram solicitados a fazer trocas, sejam elas na construção do sistema decimal, nas operações com frações, na fatoração, etc. Nesse momento, é importante que os alunos percebam que a Matemática possui recursos que devem ser utilizados sempre que necessário.

Na sequência (5, 9, 13, 17, 21, 25, ...), os alunos farão trocas para perceber a relação de cada termo com o termo inicial e com a razão. Solicite que completem o quadro de trocas, individualmente, observando com atenção as trocas realizadas. Após terem desenvolvido todo o esquema, coloque-o no quadro de giz e explore coletivamente a última linha, pedindo que eles respondam as questões propostas em seu Caderno.

Se cada aluno preencher o seu esquema, estará fazendo um processo de **análise**. Compare essa situação com situações do cotidiano, onde constantemente são solicitados a fazer análise de uma situação. Discuta com eles o significado da palavra e sua importância na resolução de situações-problema. A Matemática privilegia esse tipo de raciocínio. Diga isso para os seus alunos! Eles devem perceber que existe um planejamento nas suas aulas e que você vai ajudá-los a desenvolver habilidades importantes que estão além dos conteúdos matemáticos.

Após terem efetuado as trocas, o esquema dos alunos deverá ficar assim:

Quadro de trocas



Solicitar que completem o quadro a seguir, após terem analisado a sequência e preenchido o esquema substituindo, inicialmente, seus termos por uma adição de duas parcelas em que uma é a razão 4, e repetido o procedimento sucessivamente até esgotar esta possibilidade.

Desafie-os a analisarem os dados do quadro de modo a realizarem uma síntese, percebendo regularidades e uma forma de chegar ao 20º termo dessa sequência.

Síntese é: 1. Toda a operação mental pela qual se constrói um sistema; 2. Generalização, agrupamento de fatos particulares em um todo que os abrange e os resume; 3. Resumo; 4. Objeto que se considera como o resultado típico de uma série de objetos (MICHAELIS, 1998, p.1949).

Quadro resumo:

Número do termo	Termo	Termo na forma de adição	Termo na forma de multiplicação
1º	5		
2º	9	5 + 4	5 + 1 . 4
3º	13	5 + 4 + 4	5 + 2 . 4
4º	17	5 + 4 +4 + 4	5 + 3 . 4
5º	21	5 + 4 + 4 + 4 + 4	5 + 4 . 4
6º	25	5 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4	5 + 5 . 4
⋮	⋮	⋮	⋮
20º	81	$\underbrace{5 + 4 + \ldots + 4}_{\text{19 vezes}}$	5 + 19 . 4

Analisar é: 1. Determinar os componentes ou elementos fundamentais de alguma coisa; 2. Decompor em seus componentes ou elementos constituintes; 3. Determinar por discernimento mental a natureza, o significado e a relação das várias partes, elementos, aspectos ou qualidades daquilo que está sendo examinado; 4. Ponderar ou estudar vários aspectos ou qualidades daquilo que está sendo examinado (MICHAELIS, 1998, p. 140).

Solicite que respondam as perguntas a seguir analisando as informações do quadro anterior e estabelecendo relações entre o 20º termo da sequência e o 52º. **Essa é a etapa anterior à generalização.**

Observe se os alunos estão acompanhando as atividades, quando responderem às questões de seu Caderno que estão logo após o referido quadro. Solicite que alguns leiam a justificativa de como chegaram ao 52º termo.

Na questão: *Como você faria para saber se o número 125 faz parte da sequência?*, há uma complexidade maior, porque os alunos terão que abstrair e generalizar para chegar à conclusão de que, para pertencer à sequência, os termos deverão ser múltiplos de 4 acrescidos de 5. Ou $125 - 5 = 124$ e 124 é divisível por 4, então o número125 pertence à sequência.

A partir da observação do esquema e do quadro resumo, construa, de forma coletiva, uma definição para sequência aritmética ou Progressão Aritmética. Após, solicite que preencham, com essa definição, o quadro que consta em seu Caderno.

Professor, os alunos é que deverão estabelecer essas relações. Não as faça por eles, pois perderão o significado. Seu papel é o de facilitador nesse processo de construção do conhecimento.

Encontrando o Termo Geral da Progressão Aritmética

Aulas 6 e 7

Nestas aulas, serão desenvolvidas atividades que têm como propósito a expressão matemática da generalização que permite encontrar o Termo Geral de uma Progressão Aritmética.

Antes de passar para a atividade seguinte, sugere-se que, explorando outras sequências, seja montada novamente a construção do esquema de trocas, o que dependerá do andamento dos trabalhos em cada turma. Caso perceba que muitos alunos tiveram dificuldade para construir o esquema, é importante que você o explore, variando as sequências. Lembre-se de que é nesse momento que as habilidades estão sendo desenvolvidas. Não tenha pressa, deixe seus alunos realizarem várias trocas e raciocinarem sobre elas. Só depois que esse processo se esgotar, passe para a etapa seguinte, que é substituir números por letras, utilizando a linguagem algébrica, mostrando que esse tipo de linguagem tem um valor prático, que irá ajudá-los a resolver a situação-problema apresentada. Seus alunos já tiveram contato com a álgebra em séries anteriores. Sugere-se a retomada da mesma, com mais complexidade e sistematização.

Para as atividades seguintes, solicite que seus alunos trabalhem em duplas, para que possam trocar ideias e encontrar alternativas de solução. O trabalho está esquematizado de forma a lhes dar mobilidade e liberdade para desenvolverem o solicitado, conforme ritmo próprio.

Álgebra é a parte da Matemática que generaliza os problemas aritméticos e estuda as propriedades das estruturas matemáticas (BARATOJO, 1994, p. 12).

Incentive-os a lerem a seção **Você sabia que...** e posteriormente comente por que a

Matemática utiliza letras para as generalizações e qual a necessidade da utilização da linguagem algébrica.

Professor, o desenvolvimento do pensamento algébrico permite que os alunos realizem abstrações e generalizações, que ampliem conceitos, permitindo o uso de linguagens matemáticas cada vez mais sofisticadas

Retome a questão fromulada anteriormente:

Como encontrar um termo qualquer da Progressão Aritmética. (5, 9, 13, 17, 21, 25,...) sem necessitar calcular os seus termos um a um, até chegar à posição do termo a ser calculado?

Solicite que os alunos realizem os exercícios a seguir, completando as lacunas e transpondo os dados da linguagem corrente para a línguagem simbólica, observando como essa transposição foi feita nos três primeiros termos da Progressão Aritmética (5, 9, 13, 17, 21, 25...).

1º termo $5 \downarrow a_1$

2º termo $9 = 5 + 4$; $\downarrow$ $a_2 = a_1 + r$

3º termo $13 = 5 + 4 + 4$; $\downarrow$ $a_3 = a_1 + 2r$

4º termo $17 = 5 + 4 + 4 + 4$; $\downarrow$ $a_4 = a_1 + 3r$

5º termo $21 = 5 + 4 + 4 + 4 + 4$; $\downarrow$ $a_5 = a_1 + 4r$

⋮

20º termo $81 = 5 + 19 \times 4$; $\downarrow$ $a_{20} = a_1 + 19r$

Estimule-os a utilizarem uma linguagem mais sintética ainda, solicitando que preencham as lacunas da atividade seguinte do seu Caderno.

$$a_1 = 5$$
$$a_2 = a_1 + r$$
$$a_3 = a_1 + 2r$$
$$a_4 = a_1 + 3r$$
$$a_5 = a_1 + 4r$$
$$\vdots$$
$$a_{20} = a_1 + 19r$$

A partir de agora, os alunos poderão encontrar relações entre os termos e a razão de uma **sequência qualquer** e não mais apenas para a sequência (5, 9, 13, 17, 21, 25, ...).

Explore a relação existente entre o número que indica a posição do termo com o número de vezes que a razão se repete. Essas observações possibilitarão ao aluno perceber regularidades, isto é, características comuns, e, posteriormente, generalizar a fórmula do Termo Geral da Progressão Aritmética, considerando tais regularidades.

Por meio do quadro abaixo, leve os alunos a perceberem que a razão, nessas igualdades, está sempre multiplicada por um número que corresponde à posição do termo procurado menos uma unidade.

$$\boxed{\begin{aligned} a_2 &= a_1 + 1r \\ a_3 &= a_1 + 2r \\ a_4 &= a_1 + 3r \end{aligned}}$$

Solicite que os alunos preencham as lacunas dos exercícios que envolvem sequência e desafie-os a descobrirem o termo anterior a **n**.

Uma dificuldade que os alunos podem apresentar é a de escrever na linguagem matemática o termo anterior a **n**, o (n-1). Se tiverem dificuldade para encontrar a expressão (n-1) que multiplica a razão na Fórmula do Termo Geral da Progressão Aritmética, volte aos exemplos numéricos, enfatizando que **n** é o número correspondente à posição do termo na sequência, questionando como eles poderão expressar o termo anterior, usando a letra **n**.

Solicite que os alunos leiam o quadro **Você sabia que...** A seguir, retome a questão que desencadeou todas essas reflexões e desafie-os a encontrarem a resposta adequada para ela. Provavelmente seus alunos dirão que a aplicação da fórmula descoberta é o modo mais prático para encontrar qualquer termo de uma sequência aritmética. Discuta com eles o significado da expressão "Termo Geral". Peça-lhes que apliquem a fórmula para o cálculo do Termo Geral de uma Progressão Aritmética na sequência dada, nos exercícios a seguir.

Solicite-lhes que preencham a seção "**Resumo de hoje**", enfocando a definição de Progressão Aritmética, a fórmula que permite o cálculo do Termo Geral de uma Progressão Aritmética e o significado dos símbolos nela empregados.

Professor, é importante conscientizar os alunos de que a memorização sem a compreensão de conceitos não é aprendizagem. Se eles souberem deduzir fórmulas, conseguirão aplicá-las para resolver qualquer situação. Contudo, se apenas as memorizarem, sem compreensão, poderão esquecê-las a qualquer momento e desconhecerão o seu significado.

Conhecendo uma sequência famosa

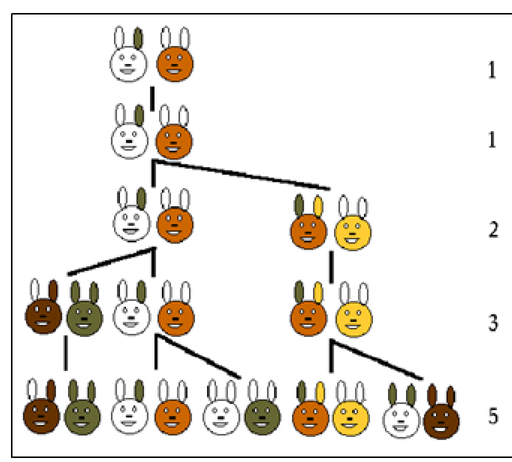
Aulas 8, 9 e 10

Nestas aulas, pretende-se a aplicação dos conhecimentos construídos no estudo das Progressões Aritméticas, utilizando estratégias adequadas na busca de soluções para situações-problema apresentadas.

Peça que seus alunos leiam e estabeleçam uma relação entre os textos **País vai sequenciar genoma do bacilo da tuberculose** e **Sobre Fibonacci e sua famosa sequência.** Ajude-os a perceberem semelhanças e diferenças entre eles.

Problema dos pares de coelhos: Quantos pares de coelhos serão produzidos em um ano, começando com um só par, se em cada mês cada par gera um novo par, que se torna produtivo a partir do segundo mês?

Analise, cooperativamente, a situação-problema e a representação gráfica referente ao problema de Fibonacci. A partir dessa análise, proponha aos alunos o preenchimento da tabela, escrevendo, logo após, a sequência e o número de pares de coelhos existentes, no final de um ano. Da resolução desse problema surge a sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...).



MES 1	1
MES 2	1
MES 3	2
MES 4	3
MES 5	5
MES 6	8
MES 7	13
MES 8	21
MES 9	34
MES 10	55
MES 11	89
MES 12	144

No final da **Atividade 2 Descobrindo sequências aritméticas**, no Caderno do Aluno, há uma série de exercícios, onde poderão ser aplicados conhecimentos construídos, a partir do que foi proposto anteriormente.

É interessante que você proponha a resolução dos mesmos em duplas, sob seu acompanhamento. À medida que forem sendo resolvidos, vá fazendo correções e atendendo às dificuldades enfrentadas.

Professor, em várias situações-problema há a exigência de conhecimentos supostamente trabalhados anteriormente. Aproveite-as para retomar alguns conceitos, caso seus alunos demonstrem ainda não os terem construído.

No exercício 1, a figura que ocupa a posição 38ª será a mesma figura da posição 2, pois a divisão de 38 por 4 (número que representa o ciclo completo) deixa resto 2, e a figura que ocupa a posição 149ª será a mesma da posição 1, visto que a divisão de 149 por 4 deixa resto 1.

No exercício 2, a solução é 30 quadradinhos brancos, pois 6 x 6 – 6 = 30.

No exercício 3, as raízes da equação $x^2 + 2x - 3$ são 1 e – 3. e o produto entre elas é – 3. Logo, r = – 3. Sendo a_1 = 7 e r = – 3, temos:

$$a_{100} = a_1 + (100 - 1)\ r$$

$$a_{100} = 7 + (100 - 1) \ . \ (-3)$$

$$a_{100} = 7 + 99 \ . \ (-3)$$

$$a_{100} = 7 - 297$$

$$a_{100} = -290$$

No exercício 4, a razão da Progressão Aritmética pode ser dada como segundo termo menos o primeiro, isto é, - a - (1 - a) = -1.

O terceiro termo é igual ao segundo mais a razão. Assim:

$$\sqrt{11 - a} = a - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 1 \geq 0 \\ 11 - a = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -1 \\ a^2 + 3a - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -1 \\ (a = 5 \text{ ou } a = 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = -5 \Leftrightarrow$$

O quarto termo é igual ao terceiro mais a razão, isto é:

$$\sqrt{11 - a} - 1 = \sqrt{11 - (-5)} - 1 = \sqrt{16} - 1 = 4 - 1 = 3$$

Na atividade 5, as sequências que têm a razão menor do que 3 são:

- $\left(\frac{1}{2}, 3, \frac{11}{2}, 8,...\right)$ *pois* $3 - \frac{1}{2} = \frac{6}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{5} = 2,5$

$\rightarrow 2,5 < 3$

- (-4, -10, -16, -22,...) *pois* -10 - (-4) = -6

$\rightarrow 6 < 3$

- (40, 35, 30, 25, 20, ...) *pois* 35-40 = -5

$\rightarrow 5 < 3$

Na atividade 6, exercício a, o 62º múltiplo positivo de 6 é 372, pois a sequência de múltiplos positivos de 6 é (6, 12, 18, 24, ...)

$a_1 = 6$ $\qquad$ $r = 6$

$a_{62} = 6 + (n - 1)\ r$

$a_{62} = 6 + (62 - 1)\ 6$

$a_{62} = 6 + 61.\ 6$

$a_{62} = 6 + 366$

$a_{62} = 372$

Na atividade 6, exercício b, o 10º Termo da Progressão Aritmética (23, 35, 47, 59,...) é 131 e a razão da Progressão Aritmética (-3, -8, -13, -18, -23, ...) é igual a -5. Então, o produto entre o 10º termo da Progressão Aritmética e a razão é: 131. (–5) = -655.

Na atividade 6, exercício c, temos como resposta:

$$\begin{cases} 2m + 2 - (m - 14) = r \\ m^2 - 2m - 2 = r \end{cases}$$

Multiplicando por (-1) a 2ª equação, temos:

$$\begin{cases} 2m + 2 - m + 14 = r \\ - m^2 + 2m + 2 = - r \end{cases}$$

Adicionando a 1ª com a 2ª equação, temos:

$$- m^2 + 3m + 18 = 0$$

Multiplicando por (-1), temos:

$$m^2 - 3m - 18 = 0$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} = \begin{cases} \frac{12}{2} = 6 \\ \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Então a sequência é:

$(m - 14, 2m + 2, m^2)$

Aplicando m = 6

$(6 - 14, 12 + 2, 36) \rightarrow (-8, +14, 36, ...)$, *razão* 22

$14 + 8 = 22$

$36 - 14 = 22$

Na atividade 7, a razão da Progressão Aritmética $\left(-5, -\frac{9}{2}, -4, ...\right)$ é dada por

$$-\frac{9}{2} - (-5) = -\frac{9}{2} + 5 = -\frac{9}{2} + \frac{10}{2} = \frac{1}{2}$$

Calculando o 52º termo da Progressão Aritmética temos:

$$a_{52} = -5 + 51 \cdot \frac{1}{2}$$

$$a_{52} = -5 + \frac{51}{2} = \frac{41}{2}$$

Esses exercícios foram pensados como sugestão de atividade, pois quem conhece o grupo de alunos é você. Neles, aparece uma graduação de dificuldades, mas só você poderá analisá-los e verificar se são adequados, considerando a caminhada de seus alunos.

Se você entender que deverá iniciar por situações mais simples, faça isso. Caso contrário, selecione situações mais complexas.

Professor, segundo Coll (1998), cada professor é coparticipante e corresponsável pelos processos que desenvolve, permitindo que na escola possa se oferecer uma educação de qualidade.

Outra forma de ver uma Progressão Aritmética

Aulas 11 e 12

Nestas aulas, ao ampliar o conceito de Progressão Aritmética, comparando a sua representação gráfica com a da Função Polinomial de 1º grau, é solicitado que os alunos representem, analisem e comparem gráficos, observando que a Progressão Aritmética, representada geometricamente, caracteriza-se, como um conjunto de pontos colineares, diferentemente de uma Função Polinomial de 1º grau, que se caracteriza como uma reta, pois é uma função real (uma função de R em N).

Essa atividade oportuniza aos alunos saberem um pouco sobre Descartes e sua contribuição para o desenvolvimento da representação gráfica de pontos no plano, a partir de linhas numeradas numa malha quadriculada.

Assim como os estudos de Pitágoras, Fibonacci e outros, os estudos de Descartes fazem parte dos saberes historicamente construídos. Converse com os alunos sobre a importância desses saberes.

Peça que leiam o texto **Descartes e a representação de um ponto num plano**, e estimule-os a escreverem como fariam para explicar a uma pessoa que não conhece esse tipo de representação a posição da mosca na malha. Nesse relato, farão uso da linguagem matemática (eixos cartesianos, abcissa, ordenada, par ordenado) e exercitarão sua capacidade de comunicação.

Professor, em Matemática, a comunicação tem um papel fundamental. Se os alunos tiverem oportunidade de se comunicar, estarão explorando, organizando e conectando pensamentos, novos conhecimentos e confrontando pontos de vista.

Utilizando a Progressão Aritmética (3, 5, 7, 9, ...), peça que encontrem sua lei de formação, usando a Fórmula do Termo Geral ($a_n = 2n+1$), façam a representação da relação por meio de um diagrama e a representem por chaves. Eles deverão perceber que essa relação é uma função, porque, para cada número que indica a posição de cada termo da sequência, existe um e somente um número que é um dos termos da sequência.

Solicite que, na malha 1, representem a relação R de A em B.

Solicite, a seguir, que representem na malha 2 o gráfico da função polinomial de 1° grau $f : R \to R$ definida por $f(x)=2x+1$ e compare-o com o gráfico da Progressão Aritmética. Ajude-os a perceberem que, na forma gráfica, a Progressão Aritmética é representada por pontos colineares, havendo um intervalo não preenchido entre esses pontos enquanto que a representação gráfica da função real será definida por uma reta.

Solicite que justifiquem, por escrito, no seu Caderno, por que uma Progressão Aritmética é uma função de N em R.

Os alunos precisam perceber que a Progressão Aritmética é uma função de N em R em que o domínio, o conjunto das variáveis independentes representadas no eixo das abscissas, representa as posições dos termos nas sequências (uma sequência de Números Naturais) e que as variáveis dependentes, representadas no eixo das ordenadas (um conjunto de Números Reais), são constituídas pelos próprios elementos da sequência.

Neste caderno, os alunos tiveram a oportunidade de estudar padrões, e analisar sequências figurais e numéricas. Com isso, explicitaram o conceito de Progressão Aritmética. Por meio desse estudo, os alunos puderam deduzir a fórmula do Termo Geral de uma Progressão Aritmética e utilizá-locomo ferramenta na resolução de exercícios. Durante todo o trabalho, enfatizou-se o desenvolvimento da capacidade de análise, interpretação, representação e generalização de relações, na busca da compreensão dos conhecimentos matemáticos explorados, estimulando diferentes leituras que possibilitassem a resolução de sitações-problema.

Matemática

Ensino Médio
2º e 3º anos

CADERNO DO PROFESSOR

Ana Maria Beltrão Gigante
Maria Rejane Ferreira da Silva
Monica Bertoni dos Santos

Da Geometria Euclidiana, muito antiga, até a Geometria Fractal, muito atual

Caro professor:

Um dos grandes temas a serem trabalhados na educação básica é a Geometria. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) recomendam que se trabalhem tópicos de Matemática integrados com outras áreas do conhecimento e referem o desenvolvimento de competências como "importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento" (p. 91). Referem, ainda, que a Matemática, como detentora de uma dimensão histórica, percebida como "um bem cultural de leitura e interpretação da realidades (p. 92), [...] com um papel integrador de "importância histórica no desenvolvimento da própria ciência" (p. 92), que "vai além do seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem" (p. 111), deve auxiliar a desenvolver um conjunto de competências e habilidades que proporcionem ao aluno a possibilidade de compreensão das demais áreas do saber, para que ele "possa estar melhor preparado para sua inserção no mundo do conhecimento e do trabalho" (p. 92).

Ter como base os argumentos dos PCN (1977) de que a Matemática pode proporcionar ao aluno a percepção do processo histórico de construção do conhecimento matemático, trabalhando com diferentes modelos explicativos do espaço, no nosso entender, significa prever, na educação básica, a inclusão de outras geometrias, além da Euclidiana. Essa Geometria, com suas formas e propriedades, dá conta mais precisamente do estudo das formas do mundo oriundas do humano. Entretanto, para dar conta com mais eficácia do estudo das formas da natureza em que dominam as irregularidades e até mesmo o caos, é preciso recorrer à Geometria dos Fractais, que surgiu no final do século passado e trouxe consigo o desafio de **"ver ordem e padrões"** (BARBOSA, 2002, p. 10), podendo oferecer aproximações para o estudo de tais irregularidades.

O Caderno do Aluno que se intitula **Da Geometria Euclidiana, muito antiga, até a Geometria Fractal, muito atual** está organizado em quatro atividades: **Atividade 1 - Poliedros e corpos redondos: qual a diferença?**; **Atividade 2 - A relação de Euler; Atividade 3 - Sequências e padrões; Atividade 4 - Os fractais e a Geometria da Natureza.** Nas atividades 1 e 2, por meio da Geometria Euclidiana, propõe-se o estudo dos poliedros, deduzido a partir de diferentes linguagens, e a Relação de Euler. Na atividade 3, um breve estudo de sequências e padrões aborda as funções pela interpretação de tabelas e gráficos. Finalizando, na atividade 4, apresenta-se a Geometria Fractal com a construção do Triângulo de Sierpinski. A forma de trabalho enfatiza a leitura e a escrita de textos, gráficos e tabelas em que os dados são interpretados, codificados e decodificados, e os padrões e regularidades proporcionam a generalização de relações e expressões analíticas.

A caminhada da Geometria Euclidiana até a Fractal, passando por uma experiência relacionada à busca de padrões em sequências e seu estudo em gráficos, além de muitos conhecimentos matemáticos, poderá proporcionar aos alunos experiências estéticas e de compreensão do mundo com suas regularidades e, principalmente, irregularidades, possibilitando uma sensação de surpresa diante de uma ordem na desordem.

Objetivos

Tendo como objetivo promover o desenvolvimento de competências de leitura, escrita e resolução de problemas, entendemos que **ler e escrever** matematicamente, além de compreender a linguagem coloquial, significa utilizar pelo menos três linguagens matemáticas específicas, a aritmética, a algébrica e a geométrica, expressas por símbolos, sinais, notações ou palavras, em textos e desenhos ou diferentes representações, como tabelas, gráficos, esquemas e diagramas. Essas diferentes linguagens, juntamente com propriedades e conceitos matemáticos, possibilitarão ao aluno a leitura compreensiva de situações do dia a dia, habilitando-o a **resolver situações-problema** e interferir na realidade.

As habilidades

- Identificar propriedades em figuras tridimensionais.
- Diferenciar corpos redondos de poliedros, identificando os sólidos que rolam e os que não rolam.
- Identificar e nomear poliedros, seus elementos e suas propriedades.
- Classificar poliedros quanto à regularidade, à convexidade e ao número de faces;
- Reconhecer as planificações de um sólido geométrico e os polígonos que formam os poliedros.
- Observar formas geométricas em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem.
- Generalizar fórmulas para calcular o número de arestas e de vértices de um poliedro.
- Enunciar a relação de Euler e verificá-la para diferentes poliedros.
- Interpretar gráficos, quadros, tabelas e diagramas;
- Reconhecer padrões em sequências figurais ou numéricas.
- Identificar regularidades, estabelecer relações e fazer generalizações.
- Resolver situações-problema, envolvendo variáveis, construindo tabelas e gráficos.
- Identificar o gráfico que representa uma situação proposta em uma sequência.
- Identificar e diferenciar sequências aritméticas e geométricas, a partir de seus elementos.
- Relacionar sequências aritméticas e geométricas, entendidas com funções de N em R e comparando seus gráficos.
- Valorizar o uso da linguagem matemática.
- Diferenciar a Geometria Euclidiana da Geometria Fractal.
- Perceber a Matemática como uma criação do homem inserida em um contexto social e cultural.
- Ler textos, tabelas e gráficos, retirando as ideias e informações relevantes.
- Registrar sistematicamente dados em tabelas e a partir das observações, generalizar.

Conteúdos disciplinares

- Corpos redondos e poliedros.
- Elementos dos poliedros – faces, vértices, arestas.
- Elementos primitivos da Geometria – ponto, reta, plano.
- Polígonos regulares.
- Classificação de poliedros em regulares, não regulares, convexos e não convexos
- Poliedros regulares.
- Etimologia de alguns termos matemáticos.
- Cálculo do número de arestas e vértices.
- Relação de Euler.
- Sequências figurais e numéricas: Progressões Aritméticas e Geométricas.
- Fractais, Triângulo de Sierpinski e iterações.
- Cálculo do número de triângulos remanescentes em qualquer iteração – expressão analítica.

- Cálculo do perímetro e da área de um triângulo remanescente em qualquer iteração – expressão analítica.
- Cálculo do perímetro e da área de todos os triângulos remanescentes de qualquer iteração – expressão analítica.

Atividade 1 - Poliedros e corpos redondos: qual a diferença ?

Aulas 1 e 2

Nestas aulas, são apresentados os sólidos geométricos e os entes primitivos da Geometria, a partir da exploração das figuras geométricas tridimensionais, classificando-as nas que rolam e não rolam, definindo os poliedros e seus elementos. Pretende-se que os alunos desenvolvam a linguagem verbal e gestual e reconstruam um vocabulário geométrico.

Material: caixas e sólidos geométricos.

Antes de distribuir os Cadernos para os alunos, inicie o trabalho proposto com uma atividade prática de exploração de sólidos geométricos, cujo objetivo é o estudo dos poliedros. Para a realização desta aula, reúna um conjunto de sólidos que permita uma variedade de classificações. Para isso, solicite, com antecedência, aos alunos que tragam caixas de embalagens de diferentes formatos. Tenha, também, caixas trazidas por você, para assegurar-se de que o conjunto de sólidos não contenha apenas cilindros, paralelepípedos, cubos e prismas, que são formatos facilmente encontrados em embalagens. Inclua algumas pirâmides com diferentes bases, bem como cones e os poliedros regulares conhecidos como platônicos que, se sua escola não tiver, poderão ser construídos a partir de modelos facilmente encontrados em livros didáticos. As esferas podem ser representadas por bolas lisas.

Inicialmente, proponha que os alunos explorem os modelos de sólidos e percebam que alguns, os poliedros, têm pontas (os vértices), quinas (as arestas) e regiões planas (as faces). Com esses elementos, explore a ideia de que as faces são polígonos, as arestas são segmentos de retas e os vértices são pontos. A partir dessas explorações, você estará retomando os **entes primitivos da Geometria**, associando os vértices a **pontos**, os segmentos que, estendidos, representam as **retas** que os contém e as faces que, estendidas em todas as direções, representam os **planos**.

Solicite, ainda, que descrevam os sólidos com os olhos vendados, percebendo suas características com o tato.

Faça um jogo de mímica: os alunos dividem-se em dois grupos: A e B. Os participantes do grupo A escolhem um sólido e mostram para apenas um integrante do grupo B que deve, somente com gestos, descrever o sólido, para que os seus colegas de grupo tentem adivinhá-lo, dizendo o seu nome e apontando-o.

Por último, quando todos exploraram e descreveram algum sólido, solicite que façam classificações, segundo critérios que eles mesmos criaram. Um critério de classificação que deve aparecer é o de separar os sólidos em duas classes: a dos sólidos que rolam e a dos que não rolam. Os sólidos que rolam são os chamados **corpos redondos,** e os que não rolam são **os poliedros**.

Professor, a observação, a descrição, as linguagens oral e gestual devem ser incentivadas na sala de aula, pois é importante que o aluno fale sobre Matemática e utilize o vocabulário matemático. Para que isso ocorra, você deve estimular que os colegas respeitem o aluno que se coloca perante a turma, utilizando sua própria linguagem.

Nessa etapa do trabalho, você pode explorar uma série de conceitos e retomar termos da linguagem geométrica, proporcionando a reconstrução de conceitos e a significação de palavras e expressões relacionadas aos sólidos como: bases, faces laterais, altura, área da base, área lateral, área total, polígonos (quadrado, retângulo, círculo, triângulo, hexágono, pentágono), número de lados de cada polígono, arestas que concorrem para um mesmo vértice e que uma aresta é o encontro dos lados de dois polígonos.

Encerrada a atividade, distribua o Caderno do Aluno e incentive-os a lerem o texto inicial de apresentação. Após, esclareça que, nas próximas aulas, a turma trabalhará com este material, especialmente preparado para eles.

Diga-lhes que o trabalho feito anteriormente introduziu o estudo dos poliedros.

Solicite que iniciem as atividades do Caderno, cujo objetivo é sistematizar alguns conceitos trabalhados.

Professor, incentive os alunos a aprenderem a partir da leitura e da escrita, interpretando as informações e as propostas das atividades, registrando os dados coletados e compondo seus textos. Lembre-os de que a aprendizagem está muito mais na ação do aluno do que na fala do professor.

Proponha que observem os sólidos desenhados, leiam o significado da palavra sólido e realizem as atividades a seguir, identificando os objetos que rolam e os que não rolam e sistematizando conceitos relativos aos elementos dos poliedros. É muito importante que fique bem entendido que os sólidos que não rolam são os **poliedros** e que os poliedros têm **faces**, **arestas** e **vértices,** e que suas faces são **polígonos**.

Neste momento, discuta as respostas dos alunos, solicitando que alguns as leiam. Peça que eles mesmos concordem ou discordem dos colegas, encontrando argumentos que justifiquem suas afirmações. Reforce que os entes primitivos da Geometria Euclidiana são o **ponto**, a **reta** e o **plano**. Se achar conveniente, esclareça que um ente primitivo não tem definição e que ele é o termo inicial de uma teoria sobre o qual ela vai ser construída.

Professor, “no domínio lógico-matemático, a confrontação de pontos de vista serve para aumentar a capacidade de raciocinar dos alunos, a um nível sempre mais elevado e mais elaborado. A interação com os colegas deve sempre ser, pois maximizada” (KAMII, 1992, p. 64).

Este é um bom momento para você introduzir a ideia de que a Geometria que está sendo trabalhada – a Geometria Euclidiana – proporciona modelos para as criações humanas. Olhando ao seu redor, eles vão encontrar objetos cujos modelos são os corpos redondos ou os poliedros.

Incentive que leiam a seção **Você sabia que...** e descrevam o complexo do Congresso Nacional.

Peça a alguns que socializem seus textos, lendo-os em voz alta. Se, nessa aula, não houver tempo para realizar essa última atividade, recomende que ela seja feita em casa e inicie a próxima aula, promovendo a leitura dos textos. Você pode, também, solicitar que tragam alguns exemplos de objetos ou gravuras que tenham formas de corpos redondos ou de poliedros, ou ainda estimular que façam uma produção escrita ou um desenho, utilizando formas geométricas tridimensionais ou bidimensionais. Incentive a pesquisa e a criatividade. Relacione o estudo dos poliedros a obras de arquitetos ou de artistas plásticos.

Aulas 3 e 4

Estas aulas apresentam planificações e diferentes classificações de poliedros, destacando os poliedros platônicos. Pretende-se que o aluno reconheça planificações de poliedros e que os classifique e, ainda, que possa compreender a Matemática como uma construção humana em evolução.

Nas aulas 3 e 4, estimule o trabalho em duplas. Inicie a aula, orientando a realização do exercício que envolve a planificação de alguns poliedros. Certifique-se de que os alunos exploraram as planificações, reconhecendo os polígonos que formam os poliedros, identificando, assim, as faces, as arestas e os vértices de cada um.

Neste momento, devem perceber que cada **aresta** do poliedro é determinada por dois lados dos poligonos que são suas faces e que a formam.

Na atividade **Calculando o número de arestas de um poliedro**, incentive que eles preencham o quadro, observem e analisem os seus dados, a fim de poderem generalizar que, para qualquer poliedro, sabendo o número de faces e quantos lados tem cada face, é possível calcular o número de arestas: basta saber o total de lados de todos os polígonos, que são as faces dos poliedros, e dividi-lo por 2.

Os alunos devem generalizar que, chamando de **n**, o número de lados de cada face do poliedro e de **F** o número total de faces, se ele for regular, o número total de arestas é $A = \frac{nF}{2}$

Devem generalizar também que, se o poliedro tiver mais de um tipo de polígono como face, a forma de expressar o número total de arestas é:

$$A = \frac{n_1 \cdot F_1 + n_2 \cdot F_2}{2} + \dots ,$$

onde $\mathbf{n_1}$ é o número lados da face de um tipo e $\mathbf{F_1}$ é o número de faces desse tipo; $\mathbf{n_2}$ é o número de lados da face de outro tipo e $\mathbf{F_2}$ é o número de faces desse outro tipo.

Incentive que leiam a seção **Você sabia que...**

Discuta no grande grupo sobre a etmologia das palavras, em especial, as palavras matemáticas, esclarecendo que elas podem ter sufixos ou prefixos gregos ou latinos e que a maior parte das palavras estudadas nestas atividades tem origem grega.

Você pode solicitar uma pesquisa sobre o nome de poliedros com 4, 5, 6 ou mais faces. Pode, ainda, solicitar que os alunos em duplas construam diferentes sólidos geométricos regulares ou não, cujas as planificações eles encontram em livros didáticos.

Retome a ideia de que os sólidos que não rolam são os poliedros e que os poliedros são modelos para as obras dos homens. Chame a atenção para o fato de que os edifícios, os móveis, as salas, às vezes, têm saliências e reentrâncias. Após a discussão, incentive que observem os poliedros desenhados e identifiquem a diferença entre os que têm reentrâncias e os que não as têm, identificando os poliedros convexos e os não convexos, ao responder a pergunta: Em que eles são diferentes?

Dando continuidade ao estudo dos poliedros, analise o quadro em que eles estão classificados em regulares e não regulares.

Solicite que, no espaço abaixo do quadro, elaborem um texto enumerando as características dos poliedros regulares, iniciando pela congruência de suas faces, identificando-as como polígono regulares, para depois expressar outras propriedades que os caracterizam: o fato de serem convexos e de terem um número igual de arestas que concorrem para cada um de seus vértices.

A leitura sobre poliedros regulares na seção **Você sabia que...** traz dados interessantes sobre a história da Matemática.

Professor, instigue seus alunos a apreciarem a beleza da Matemática, a compreendê-la como uma produção do homem ao longo da História, entendendo-a como uma ciência em constante processo de construção.

Relembre a seus alunos o significado dos prefixos no vocabulário matemático.

O tetraedro tem quatro faces triangulares (triângulos equiláteros) e, para cada um de seus vértices, concorrem três arestas; o hexaedro (o cubo) tem seis faces quadrangulares e, para cada um de seus vértices, concorrem três arestas; o octaedro tem oito faces triangulares e, para cada um de seus vértices, concorrem quatro arestas; o dodecaedro tem doze faces pentagonais e, para cada um de seus vértices, concorrem três arestas; e o icosaedro tem vinte faces triangulares e, para cada um de seus vértices, concorrem cinco arestas.

Solicite que, em duplas, os alunos explorem o diagrama e o interpretem, preenchendo as etiquetas, conforme foi solicitado em seus Cadernos.

Se eles encontrarem alguma dificuldade para realizar a tarefa proposta, oriente-os, incentivando-os a relerem o que foi anteriormente estudado.

Esta pode ser considerada uma tarefa de avaliação. Portanto, observe seus alunos, enquanto eles a realizam. Auxilie-os, provocando-os com perguntas instigadoras, mas não dê as respostas. Faça as anotações necessárias para poder proporcionar atividades semelhantes para aqueles que apresentaram dificuldade ao realizá-la.

Desenhe o diagrama no quadro e promova uma discussão em que não só sejam tratadas as propriedades dos poliedros, mas conexões com outros conteúdos, como, por exemplo, no caso da Lógica, proposições e conetivos, no que se refere à Topologia, diagramas e linhas fechadas, em relação à Teoria dos Conjuntos, as relações de pertinência e de inclusão.

Professor, de muito pouco terá servido a avaliação, se os resultados não forem utilizados para a reorganização da situação de ensino e aprendizagem (...), quando ainda há tempo para suprir as lacunas evidenciadas (GRILLO, 1988, p. 99).

O aluno deve desenvolver a capacidade de comunicação e representação, lendo e interpretando situações matemáticas, usando variadas representações como expressões matemáticas, diagramas, tabelas, gráficos ou fórmulas.

Professor, seja um avaliador. Observe, constantemente, se os objetivos estão sendo alcançados. Mapeie o que aprenderam e verifique se é necessário reorganizar a situação apresentada.

A seguir, incentive os alunos a lerem a seção **Você sabia que...** e discuta sobre a Geometria Euclidiana.

Atividade 2 - A Relação de Euler

Aulas 5 e 6

A partir da análise de regularidades, da leitura e elaboração de textos, do registro e da interpretação de dados apresentados em tabelas ou quadros, pretende-se que o aluno deduza a Relação de Euler e que a verifique nos poliedros regulares.

A atividade a seguir – **Os poliedros e suas relações numéricas** – constitui-se em uma sequência de tarefas que tem como objetivo: a observação das pirâmides, dos prismas e de seus contraexemplos; o registro sistemático de suas características e de seus elementos em textos, tabelas ou quadros; a observação das regularidades que permite a dedução da Relação de Euler, que, a seguir, é verificada nos poliedros regulares.

Inicie a aula incentivando seus alunos a realizarem, em duplas, a atividade das regularidades das pirâmides e dos prismas. Atente para as tarefas propostas a seguir, pois a sua ação junto aos alunos, neste momento, é fundamental para que os objetivos propostos sejam alcançados. Cada atividade teve uma intenção ao ser planejada: promover o desenvolvimento de habilidades de observação, de expressão oral e escrita, o que deve culminar em inferências e generalizações.

As informações iniciais, relativas às pirâmides e aos prismas, utilizando proposições afirmativas (os poliedros abaixo representam pirâmides ou os poliedros abaixo representam prismas) e proposições negativas (os outros não representam pirâmides ou não representam prismas), trabalham com uma linguagem lógico-matemática e incentivam a observação e a interpretação.

Ao solicitar um pequeno texto com a descrição de pirâmides e de prismas (atividades 1 e 6) você estará promovendo o desenvolvimento da expressão escrita. Ao descreverem os poliedros, os alunos estarão analisando-os e fazendo a síntese de suas análises.

A descrição de um prisma ou de uma pirâmide como se estivessem falando ao telefone (atividades 2 e 7), desenvolve a observação e comunicação.

Professor, incentivar que seus alunos se comuniquem de forma escrita, oral e visual num contexto de resolução de problemas, que escrevam instruções e descrevam procedimentos, tanto oralmente como por escrito, é propiciar o desenvolvimento da capacidade de raciocinar e de se comunicar com eficácia.

Ao completar os quadros (atividades 3 e 8), os alunos estarão aptos a perceber as regularidades numéricas existentes entre os vértices, as arestas e as faces das pirâmides e dos primas, e a enunciar a Relação de Euler (V+F=A+2).

Ao encontrar o número de faces, arestas e vértices da pirâmide e do prisma que têm como bases eneágonos (polígonos de nove lados com os quais eles ainda não haviam trabalhado – atividades 5 e 10), os alunos são desafiados a aplicar, a Relação de Euler que eles próprios devem ter deduzido, a partir das regularidades numéricas observadas.

Por fim, na atividade 11, ao promover que os alunos enunciem a Relação de Euler, aceite qualquer enunciado verdadeiro, como, por exemplo: V+F=A+2 ou V+F–A=2. Se aparecerem dois resultados diferentes, explore-os e instigue os alunos a mostrarem a equivalência das duas expressões.

Solicite que na atividade **A relação de Euler nos poliedros regulares,** os alunos completem o quadro, analisando-o e resolvendo a questão 12.

Até aqui, os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com Geometria Euclidiana. A seguir, trabalharão com padrões em sequências figurais e numéricas, em especial as aritméticas e geométricas, o que os preparará para o estudo da Geometria Fractal, uma geometria não euclidiana.

Atividade 3 - Sequências e padrões

Generalizar, a partir de sequências e padrões, é um comportamento humano e natural. Quando os alunos conseguem captar um padrão, seja numa rima, numa sequência numérica ou geométrica, sentem prazer, o que lhes confere gosto pela aprendizagem.

As generalizações permitem fazer previsões, ter consciência do mundo, bem como uma grande visão sobre a Matemática e sobre a ciência.

Por meio da compreensão de padrões e da reação espontânea a padrões que se modificam, os alunos conseguem estabelecer poderosas conexões matemáticas, o que lhes confere ferramentas de compreensão do mundo que os cerca e, ainda, uma amostra da beleza dessa ciência. Percebem, também, que o estudo da Matemática pode ser uma porta aberta para se prepararem para a vida.

Aulas 7 e 8

Nestas aulas, é proposto um trabalho com sequências e padrões e uma revisão das Progressões Aritméticas e Geométricas. Pretende-se que os alunos utilizem seus conhecimentos matemáticos para generalizar as expressões analíticas em sequências figurais e numéricas e para fazer leituras da realidade.

Professor, estimule os alunos a representarem sequências de diferentes formas. É interessante que, no estudo das sequências, elas possam ser representadas como uma relação entre dois conjuntos **A** e **B** em que **y** pode ser calculado a partir de **x**, por meio de uma fórmula, isto é, por meio de uma expressão analítica.

Ao iniciar a aula, proponha o trabalho com sequências de figuras, cujo objetivo é explorar habilidades de generalizar fórmulas matemáticas a partir da observação e análise de processos recursivos.

Incentive que seus alunos leiam o texto **Os padrões e a Matemática.**

Discuta com eles as ideias do texto e solicite que nomeiem algumas sequências e padrões encontrados no seu dia a dia.

A seguir, eles vão trabalhar com as sequências figurais, respondendo as questões propostas e complementando os quadros que conduzem às generalizações.

A interpretação, a análise, a representação e a generalização de relações devem incidir sobre o estudo de padrões e de funções.

Após lerem a seção **"Lembre que..."**, solicite que realizem as atividades com sequências numéricas, em especial, as Progressões Aritméticas e Geométricas que, provavelmente, os alunos já conhecem. O objetivo é relacioná-las ao estudo de funções e seus gráficos. Certifique-se de que tenham interpretado bem as ordens dadas e que elaborem o gráfico solicitado.

Ao analisar o gráfico dessas relações, os alunos terão oportunidade de concluir, primeiramente, que se tratam de funções de N em R, em que o domínio, as variáveis independentes, representadas no eixo das abscissas, são as posições dos termos nas sequências (uma sequência de Números Naturais) e que as variáveis dependentes, representadas no eixo das ordenadas (um conjunto de Números Reais), é constituído pelos próprios elementos das sequências.

Outra conclusão diz respeito aos comportamentos diferenciados das Progressões Aritméticas e das Progressões Geométricas representados nas retas suporte que contém os pontos das funções, deverão ter sido traçadas em diferentes cores para facilitar a comparação.

Eles deverão observar que, enquanto as Progressões Aritméticas crescem ou decrescem sobre uma reta com uma variação constante, as Progressões Geométricas crescem ou decrescem sobre uma curva com variações crescentes ou decrescentes, isto é, com variações que não são constantes. De uma maneira mais simples, mas correta, eles poderão dizer que as Progressões Aritméticas crescem ou decrescem "devagar", enquanto as Progressões Geométricas crescem ou decrescem muito "ligeiro". Esta forma de interpretar o comportamento das Progressões Aritméticas e Geométricas, trabalhadas como funções, a partir da observação de seus gráficos, permite que os alunos possam entender a Teoria Malthusiana.

Um alerta muito importante: Você deve discutir e certificar-se de que tenha ficado muito claro para os alunos que as linhas traçadas (retas ou curvas) em diferentes cores são suporte dos pontos que representam os termos das Progressões Aritméticas e das Progressões Geométricas, uma vez que são funções de N em R e que N é um conjunto discreto (entre dois Números Naturais consecutivos, não há outro Número Natural).

Abaixo, aparecem algumas informações sobre a Teoria Malthusiana. Incentive seus alunos a lerem silenciosamente o texto **Malthus e sua Teoria** que está em seus Cadernos.

Malthus e sua Teoria

A **Teoria Populacional Malthusiana** foi desenvolvida por **Tomas Robert Malthus** (1766-1834), economista, estatístico, demógrafo e estudioso das Ciências Socias.

Malthus observou que o crescimento populacional, entre 1650 e 1850, dobrou em decorrência do aumento da produção de alimentos, das melhorias das condições de vida nas cidades, do aperfeiçoamento do combate às doenças, das melhorias no saneamento básico, benefícios obtidos com a Revolução Industrial, que fizeram com que a taxa de mortalidade declinasse, ampliando o crescimento natural da população mundial.

Ele foi mais além em suas pesquisas, afirmando que o crescimento populacional funcionava conforme uma **Progressão Geométrica,** e a produção de alimentos, mesmo nas melhores condições de produção dos setores agrícolas, só poderia alcançar o crescimento em forma de uma **Progressão Aritmética**.

A sequência – 2 Ton. – 4 Ton. – 6 Ton. – 8 Ton. – 10 Ton. – 12 Ton... – expressa a produção de alimentos em toneladas e a sequência – 2 mi/hab. – 4 mi/hab. – 8 mi/hab. – 16 mi/hab. – 32 mi/hab. – 64 mi/hab...– expressa o crescimento populacional em milhões de habitantes (mi/hab.)

Com base nesses dados, Malthus concluiu que a fome seria uma realidade, se não houvesse um controle imediato da natalidade.

Após a leitura do texto sobre Teoria Malthusiana, solicite que os alunos realizem a tarefa sobre o texto.

Finalmente, num trabalho de grande grupo, peça que alguns leiam os textos que produziram e promova uma discussão que aborde tanto aspectos da realidade como da Matemática.

Este é um momento muito importante do trabalho que você deve aproveitar para verificar se os alunos são capazes de relacionar os conteúdos matemáticos com a realidade. Para isso, leia com atenção os textos que os alunos elaboraram.

Atividade 4 - Os fractais: a Geometria da Natureza

Aulas 9 e 10

Nestas aulas, a partir da construção do Triângulo de Sierpinski, os alunos terão experiências de generalizar fórmulas, desenvolvendo raciocínios e formas de pensar matematicamente, o que lhes permitirá fazer leituras de mundo e tornarem-se aptos a interpretar e resolver problemas.

A atividade que segue aborda os fractais e faz um breve estudo da Geometria Fractal, considerada não euclidiana, especial para o estudo dos objetos da natureza.

Organize duplas e estimule os alunos a discutirem. Leve para a aula uma couve-flor, um brócolis híbrido ou, ainda, um galho de samambaia. Pergunte como achar a área das superfícies ou o volume desses objetos. Essa é uma boa abordagem para introduzir o estudo dos fractais.

No Caderno do Aluno, há um texto referente ao estudo dos fractais que você deve conhecer antecipadamente, pois ele contém informações relevantes que serão úteis no desenvolvimento desta aula. Peça que os alunos façam uma leitura individual do texto **Os fractais.** Depois, promova uma leitura em voz alta. Após a leitura, provoque uma discussão coletiva, partindo de perguntas, como: Vocês já ouviram falar em fractais? O que são fractais? Para que servem? Como, quando e por quem foram criados?

A seguir, proponha a construção de um fractal. A atividade tem como objetivo que os alunos tenham contato com essa nova Geometria, trabalhem com processos recursivos, sendo capazes de generalizar e trabalhar com questões complexas como as que envolvem noções de infinito.

Há vários fractais já estudados, entre eles, o famoso Triângulo de Sierpinski. Seus alunos vão construí-lo, utilizando um triângulo equilátero com pontos coloridos marcados em seus lados, como está no encarte do Caderno do Aluno, seguindo as etapas que lá estão enunciadas.

Antes de promover a realização desta tarefa, faça-a em casa, seguindo todas as etapas, para que, durante a construção, você possa auxiliar seus alunos com segurança.

Cada etapa da construção de um fractal é denominada iteração e, a partir da compreensão de cada uma das iterações, pode-se chegar a fórmulas matemáticas que permitem fazer cálculos muito interessantes.

Estimule a leitura da seção "**Você sabia que...**", que fala a respeito do Triângulo de Sierpinski, e comente que, no século XIX, os matemáticos já o haviam estudado, pois o conjunto conhecido com esse nome foi criado pelo matemático polonês Waclaw Sierpinski (1882-1969). Em 1916, Sierpinski apresentou um dos famosos "Monstros Matemáticos" na Academia de Ciências de Paris, o qual possui propriedades fractais. No entanto, os matemáticos não os entendiam. Na época, os fractais eram chamados de "Monstros Matemáticos" ou "Curvas patológicas". Por suas características, os fractais só puderam ser estudados muito recentemente, com o desenvolvimento da Ciência da Computação.

As formas estranhas e caóticas dos fractais são capazes de descrever alguns fenômenos naturais, dando origem a um novo ramo da Matemática, às vezes designado como a Geometria da Natureza. Esta nova Geometria tem aplicações na astronomia, na meteorologia, na economia e no cinema. Suas formas bizarras prestam-se para descrever paisagens e cenários e para traduzir a imaginação dos artistas.

Professor, seja um facilitador. Forneça materiais em forma de textos que contenham informações que o aluno não tem condições de obter sozinho.

Promova, agora, a construção do Triângulo de Sierpinski.

Material: Régua, lápis, borracha.

Após os alunos terem realizado a atividades de construção do Triângulo de Sierpinski, observando e analisando os desenhos referentes às iterações, eles devem preencher a tabela referente ao número de triângulos de cada iteração.

Ao conferir a tabela no grande grupo, comente sobre questões como a autossemelhança e a complexidade infinita que caracterizam os fractais. Outra ideia interessante a ser comentada é a questão de que a área total do Triângulo de Sierpinski, na sequência de suas iterações, tende a zero. Esta é uma boa oportunidade de abordar, ainda que intuitivamente, as questões matemáticas referentes a limite e a infinito.

Você deve saber que um fractal é um objeto que não perde a sua definição formal quando é ampliado, mantendo a estrutura original. Duas propriedades caracterizam os fractais: a autossemelhança e a complexidade infinita, mas a sua principal característica é a sua dimensão, que pode ser não inteira. Enquanto a autossemelhança consiste em cada pequena porção fractal ser vista como uma réplica do todo em escala menor, a complexidade prende-se a um processo infinito, a partir de infinitas iterações.

Leia com eles o pequeno texto **Curiosidade**, comentando sobre as modificações das comunicações e sobre a influência da tecnologia no mundo em que eles vivem.

Para concluir a aula, seria interessante que você pudesse mostrar como alguns artistas utilizam-se dos processos recursivos da Geometria Fractal para criar obras de arte que surpreendem e encantam. Se você tiver oportunidade, consulte o site: www.epo.pt/mat/escher e www.educ.fc.ul.pt, onde há mais informações sobre fractais e sobre as obras de Escher que exemplificam o uso de fractais.

Professor, segundo Milan, Guerra e Padovan (2006), "Arte e Matemática são duas manifestações do comportamento e conhecimento humanos. Uma obra de arte ou uma fórmula matemática podem ser portas para um novo conhecimento. A Matemática é uma ciência bela, que mostra a estética do raciocínio e dos padrões numéricos e geométricos" (p. 13).

Aulas 11 e 12

Nestas aulas, variadas experiências com tabelas e processos recursivos permitem a generalização de fórmulas. Pretende-se que os alunos desenvolvam habilidade de generalizar e perceber questões de limite e de infinito.

Inicie a aula com a atividade **Explorando a construção do Triângulo de Sierpinski**.

Os alunos, em duplas, devem iniciar a sequência de atividades do Caderno, quando eles serão solicitados a responder algumas perguntas.

Ao conferir as respostas, no grande grupo, provoque uma discussão, enfatizando as perguntas que eles responderam: a partir do triângulo equilátero, tomado como iteração zero, você fez 4 iterações. Quantas mais você poderia fazer? Que tipo de triângulos foram construídos em cada iteração? Você percebe alguma regularidade numérica quanto ao número de triângulos remanescentes após cada iteração? Justifique a sua resposta.

Analise com os alunos as justificativas e incentive que eles expliquem as regularidades percebidas.

Leia com os alunos os dois parágrafos iniciais da atividade, **Fazendo Matemática e Encontrando fórmulas a partir de regularidades.**

Professor, seja um mediador. Promova o debate sobre os procedimentos utilizados na resolução dos problemas e na generalização das fórmulas. Observe as diferentes respostas dos alunos, valorize-as, bem como as soluções mais adequadas. Oriente a sistematização dos conhecimentos.

Discuta com a turma sobre a atividade dos matemáticos que, desde a Antiguidade, procuram modelos as invenções dos homens e, portanto, que a história da Matemática acompanha a história da Humanidade.

Desafie-os a serem matemáticos e a construírem as fórmulas eles mesmos.

Nas atividades a seguir, incentive-os a preencherem as tabelas, após observar as regularidades e generalizar as expressões analíticas, para, inicialmente, calcular o número de triângulos remanescentes de cada iteração, a seguir, o perímetro de um e de todos os triângulos de cada iteração, finalizando com a área de um e de todos os triângulos de cada iteração.

Este é um trabalho em que, além de interpretar sequências e padrões, o aluno integra conceitos aritméticos, geométricos e algébricos, trabalhando com processos recursivos que permitem fazer generalizações.

Professor, ao registrar, observar e analisar os dados em tabelas, os alunos têm a oportunidade de investigar padrões e de generalizar em expressões matemáticas que envolvam variáveis que serão, geralmente, representadas por letras.

Se quiser complementar o seu trabalho com fractais com uma atividade interessante e prazerosa, proporcione a construção de cartões fractais. Você encontra todas as instruções no site: www.sbem.com.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/PO00995663033T.doc

É importante a compreensão de que o trabalho realizado promove o entendimento de que o estudo das regularidades resolve problemas complexos de forma mais simples, consistindo num poderoso instrumento de trabalho, e o reconhecimento de que as conexões entre a Geometria e outros tópicos da Matemática, especialmente com a Aritmética e a Álgebra, possibilita a compreensão mais ampla dos princípios e métodos matemáticos.

Professor, a variedade de conexões que você pode promover entre os múltiplos aspectos de um conteúdo ou de diferentes conteúdos não se esgota em uma única vez. Elas são aprofundadas em outras conexões. Pelo número cada vez maior de relações estabelecidas, os alunos terão a oportunidade de consolidar os conceitos matemáticos, de aplicá-los na resolução de problemas e na construção de novos conceitos.

Referências

ASSOCIAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA. *Normas para o currículo e avaliação em matemática*. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática,1998. (Coleção Adendas)

BARATOJO, José Teixeira. *Dicionário de matemática para o 1º grau*. Porto Alegre: Sagra-DC Luzzatto, 1994.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo a geometria fractal:* para a sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BECKER, Fernando. O que é construtivismo. *Revista de Educação AEC*, Brasília, AEC, v. 21, n. 83, p. 7-15, abr./jun. 1992.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2007.

BONGIOVANNI, Vicenzo; VISSOTO, Olímpio Leite; LAUREANO, José Luiz Tavares. *Histórias de Matemática e de vida*. São Paulo: Ática, 1992.

___; ___; ___. *Matemática e vida*. São Paulo: Ática, 1993.

BOTOMÉ, Silvio Paulo; RIZZON, Luiz Antônio. Medida do desempenho ou avaliação da aprendizagem em um processo de ensino: práticas usuais ou possibilidades de renovação. *Chronos*, Caxias do Sul, v. 30, n. 1, p. 7-34, jan./jun.1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: matemática (PCN+). Brasília: SEF/MEC, 1997.

___. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações curriculares para o ensino médio*: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

___. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações curriculares para o ensino médio*. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2008.

BRODY, Eliot Daniel; BRODY, Arnold. *As sete maiores descobertas científicas da história*. São Paulo: Cia. das Letras, 1999.

BUKOWITZ, N. de S. L. Uma abordagem geométrica à compreensão dos números racionais. *Educação Matemática em Revista*, Recife, Gráfica A Única, ano 13, n. 24, p. 7-15, jun. 2008.

CAVALCANTE, Meire. Dicas para dominar as modernas práticas pedagógicas. *Nova Escola*, São Paulo, Abril Cultural, dez. 2005.

COLL, César. *O construtivismo na sala de aula*. São Paulo: Ática, 1997.

___. *Matemática:* contexto e aplicações: ensino médio. São Paulo: Ática, 2000. v. único.

___. *Matemática:* contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 1999. v. 2.

___. *Matemática:* contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 1999. v. 3.

DEVLIN, Keith. *Matemática:* A ciência dos padrões. Porto, Portugal: Porto Editora, 2002.

FINI, Maria Inês (Coord.). *Proposta curricular do Estado de São Paulo*: matemática. São Paulo: SEE, 2008.

FUNDAÇÃO EDUCACIONAL SANTA ROSA DE LIMA. Construtivismo e a pedagogia. *Informativo da Fundação Educacional Santa Rosa de Lima*, Porto Alegre, ano 3, n. 6, jun. 1996.

FREIRE, Madalena. O que é grupo? In: GROSSI, Esther Pillar; BORDIN, Jussara (Org.). *Paixão de aprender*. Porto Alegre: Pallotti, 1995.

GIOVANNI, José Rey; BONJORNO, José Roberto. *Matemática 3*. São Paulo: FTD, 1996. (Coleção Olho no Vestibular)

GUELLI, Oscar. *Contando a história da matemática*: história da equação de 2º grau. São Paulo: Ática, 1992.

HOFFMANN, Jussara. *Avaliação*: mito e desafio. Porto Alegre: Mediação, 1992.

___. *Avaliação mediadora*: uma prática em construção da pré-escola à universidade. Porto Alegre: Mediação, 1993.

___. *Avaliação na pré-escola*: um olhar sensível e reflexivo sobre o educando. Porto Alegre: Mediação, 1997.

___. *Pontos e Contra pontos*: do processo ao agir em avaliação. Porto Alegre: Mediação, 1998.

___. *Avaliar primeiro respeitar depois*. Porto Alegre: Mediação, 2008.

IEZZI, Gelson et al. *Matemática*. São Paulo: Atual, 2002. v. único.

IEZZI, Gelson et al. *Matemática*: ciência e aplicações. São Paulo: Atual, 2001. v. 1.

___. *Matemática*: ciência e aplicações. São Paulo: Atual, 2001. v. 2.

___. *Matemática*: ciência e aplicações. São Paulo: Atual, 2001. v. 3.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS. ENEM – *Exame nacional do ensino médio*: documento básico, 2000. Brasília, DF, 1999.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

LUCKESI, Cipriano. *Avaliação da aprendizagem escolar*. São Paulo: Cortez, 1995.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna*: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1998.

MICHAELIS. *Moderno dicionário da língua portuguesa*. São Paulo: Melhoramentos, 1998.

MURRIE, Z. de F. Documento básico: *ensino fundamental e médio*. ENCCEJA: Brasília, MEC-INEP, 2002. Livro introdutório.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da matemática*: Uma análise de influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAIVA, Manoel. *Matemática*: conceito, linguagem e aplicações. São Paulo: Moderna, 2002. v. 2.

PEREIRA, Nilton Mullet, SCHÄFFER Neiva Otero, BELLI, Samuel Edmundo Lopes, TRAVERSINI, Clarice Salete, TORRES, Maria Cecília de A., SZEWCZYK, Sofia (organizadores). *Ler e Escrever*: Compromisso no ensino médio. Porto Alegre: Editora da UFRGS e NIUE/UFRGS, 2008.

PERRENOUD, Philippe. *Ensinar*: agir na urgência, decidir na incerteza. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

___. *Construir competências desde a escola*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

PORTANOVA, Ruth (Org.). *Um currículo de matemática em movimento*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2005.

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica. *Matrizes curriculares de referência para o SAEB*. 1999

SAERS – Sistema de avaliação do rendimento escolar do Rio Grande do Sul. *Boletim Pedagógico de Matemática da 5ª série/6º ano do ensino fundamental*.

2007.
SILVA, Circe; LOURENÇO, Simone; CÔGO, Ana. *O ensino-aprendizagem da matemática*. Brasília: Plano Editora, 2004.
SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Inês; CANDIDO, Patricia. *Figuras e formas*. Porto Alegre: Artmed, 2003.
___; ___ ___. *Resolução de Problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2000.
SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignês (Orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2001.
___; Matemática: vol. 1 ensino médio. São Paulo: Saraiva, 2009
___; Matemática: vol. 2 ensino médio. São Paulo: Saraiva, 2009
___; Matemática: vol. 3 ensino médio. São Paulo: Saraiva, 2009
___. *Atividades e jogos com triângulos*. São Paulo: Scipione, 1997. (Coleção Investigação Matemática)
SPINELLI, Walter. *Matemática*: ensino médio 1ª série 1º bimestre. São Paulo: SEE, 2008.
___. *Matemática*: ensino médio, 2ª série, 1º bimestre. São Paulo: SEE, 2008.
___. *Matemática*: ensino médio, 3ª série, 1º bimestre. São Paulo: SEE, 2008.
TINOCO, Lucia A. A. (Coord.). *Construindo o conceito de função*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2001.
VASCONCELLOS, Celso. *Avaliação*: concepção didática – libertadora do processo de avaliação escolar. São Paulo: Libertad – Centro de Formação e Assessoria Pedagógica, 1992.
WADSWORTH, Barry. *Inteligência e afetividade da criança na teoria de Piaget*. São Paulo: Pioneira, 1995.

Anotações

Anotações

Anotações

Anotações

Lições do

Rio Grande

professor
NOTA 10
Valorização do Magistério

Boa escola
PARA TODOS
Educação para o desenvolvimento das pessoas e do Rio Grande.

GOVERNO DO ESTADO
RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO