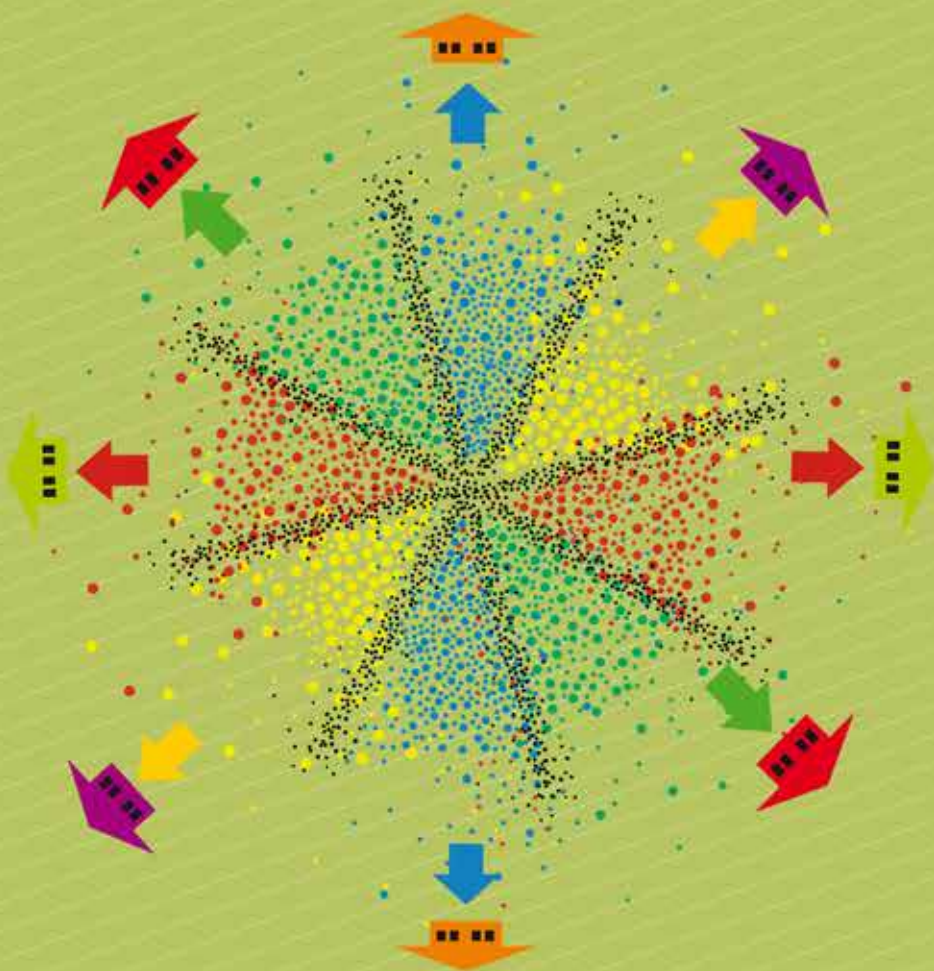


Parâmetros

para a Educação Básica do Estado de Pernambuco



Parâmetros Curriculares de Matemática
para o Ensino Fundamental e Médio

Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco

Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco

Parâmetros Curriculares de
Matemática para o Ensino
Fundamental e Médio

2012



Eduardo Campos
Governador do Estado

João Lyra Neto
Vice-Governador

Anderson Gomes
Secretário de Educação

Ana Selva
Secretária Executiva de Desenvolvimento da Educação

Margareth Zaponi
Secretária Executiva de Gestão de Rede

Paulo Dutra
Secretário Executivo de Educação Profissional



Undime | PE
M^a do Socorro Maia
Presidente Estadual

GERÊNCIAS DA SEDE

Shirley Malta

Gerente de Políticas Educacionais de Educação Infantil e Ensino Fundamental

Marta Lima

Gerente de Políticas Educacionais em Direitos Humanos, Diversidade e Cidadania

Raquel Queiroz

Gerente de Políticas Educacionais do Ensino Médio

Cláudia Abreu

Gerente de Educação de Jovens e Adultos

Cláudia Gomes

Gerente Geral de Correção de Fluxo Escolar

Vicência Torres

Gerente de Normatização do Ensino

Albanize Gomes

Gerente de Políticas Educacionais de Educação Especial

Epifânia Valença

Gerente de Avaliação e Monitoramento

GERÊNCIAS REGIONAIS DE EDUCAÇÃO

Antonio Fernando Santos Silva

Gestor GRE Agreste Centro Norte – Caruaru

Paulo Manoel Lins

Gestor GRE Agreste Meridional – Garanhuns

Sinésio Monteiro de Melo Filho

Gestor GRE Metropolitana Norte

Maria Cleide Gualter Alencar Arraes

Gestora GRE Sertão do Araripe – Araripina

Cecília Maria Patriota

Gestora GRE Sertão do Alto Pajeú Afogados da Ingazeira

Anete Ferraz de Lima Freire

Gestora GRE Sertão Médio São Francisco

Ana Maria Xavier de Melo Santos

Gestora GRE Mata Centro – Vitória de Santo Antão

Luciana Anacleto Silva

Gestora GRE Mata Norte – Nazaré da Mata

Sandra Valéria Cavalcanti

Gestora GRE Mata Sul – Palmares

Gilvani Pilé

Gestora GRE Recife Norte

Marta Maria de Lira

Gestora GRE Recife Sul

Danielle de Freitas Bezerra Fernandes

Gestora GRE Metropolitana Sul

Elma dos Santos Rodrigues

Gestora GRE Sertão do Moxotó Ipanema – Arcoverde

M^a Dilma Marques Torres Novaes Goiana

Gestora GRE Sertão do Submédio São Francisco – Floresta

Edjane Ribeiro dos Santos

Gestora GRE Vale do Capibaribe – Limoeiro

Waldemar Alves da Silva Júnior

Gestor GRE Sertão Central – Salgueiro

Jorge de Lima Beltrão

Gestor GRE Litoral Sul – Barreiros

CONSULTORES EM MATEMÁTICA

Abraão Juvencio de Araujo

Antônio José Barboza dos Santos

Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

Cristiane de Arimatéa Rocha

Jorge Henrique Duarte

José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Lázaro Laureano dos Santos

Lúcia de Fátima Durão Ferreira

Maria José Gomes

Marilene Rosa dos Santos

Monica Maria Campelo de Melo

Regina Celi de Melo André

Rogério da Silva Ignácio

Ross Alves do Nascimento



Reitor da Universidade Federal de Juiz de Fora
Henrique Duque de Miranda Chaves Filho

Coordenação Geral do CAEd
Lina Kátia Mesquita Oliveira

Coordenação Técnica do Projeto
Manuel Fernando Palácios da Cunha Melo

Coordenação de Análises e Publicações
Wagner Silveira Rezende

Coordenação de Produção Visual
Hamilton Ferreira

EQUIPE TÉCNICA

Coordenação Pedagógica Geral
Maria José Vieira Féres

Coordenação de Planejamento e Logística
Gilson Bretas

Organização
Maria Umbelina Caiafa Salgado

Assessoria Pedagógica
Ana Lúcia Amaral

Assessoria Pedagógica
Maria Adélia Nunes Figueiredo

Diagramação
Luiza Sarrapio

Responsável pelo Projeto Gráfico
Rômulo Oliveira de Farias

Capa
Edna Rezende S. de Alcântara

Revisão
Adriana de Lourdes Ferreira de Andrade
Aline Gruppi Lanini
Carolina Pires Araújo
Luciana Netto de Sales

Especialistas em Matemática
Glauco Aguiar
Marcelo Câmara
Maria Isabel Ramalho Ortigão

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. O ESTATUTO DA MATEMÁTICA E SEU PAPEL NA EDUCAÇÃO BÁSICA	16
3. A MATEMÁTICA NA SALA DE AULA.....	22
3.1. Algumas concepções de ensino e aprendizagem.....	22
3.2. Mediação das relações entre professor e estudante na sala de aula.....	24
4. FAZER MATEMÁTICA NA SALA DE AULA.....	26
4.1. A estratégia da resolução de problemas	26
4.2. A modelagem matemática	29
4.3. Mudanças tecnológicas e ensino da Matemática	31
4.4. Evolução histórica dos conceitos matemáticos como estratégia de ensino.....	34
4.5. Os jogos matemáticos na sala de aula.....	35
4.6. Os projetos de trabalho	38
4.7. Avaliação da Aprendizagem em Matemática	40
5. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	49
5.1. Geometria.....	50
5.2. Estatística e probabilidade (tratamento da informação).....	57
5.3. Álgebra e funções.....	62
5.4. Grandezas e medidas	67
5.5. Números e operações	76

6. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	91
6.1. Geometria.....	92
6.2. Estatística e probabilidade (tratamento da informação).....	97
6.3. Álgebra e funções.....	101
6.4. Grandezas e medidas.....	106
6.5. Números e operações.....	111
7. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO MÉDIO.....	120
7.1. Geometria.....	121
7.2. Estatística e probabilidade (tratamento da informação).....	125
7.3. Álgebra e funções.....	128
7.4. Grandezas e medidas.....	134
7.5. Números e operações.....	136
8. REFERÊNCIAS.....	140
9. COLABORADORES.....	141

1. INTRODUÇÃO

Em todos os países, as relações entre desenvolvimento socioeconômico e cultural e a melhoria da Educação Básica são cada vez mais evidentes. A escola, em todos os níveis, não pode concentrar-se apenas em transmitir fatos ou informações. Ela precisa ir além e ensinar a pensar, raciocinar, criticar, decidir e inovar. Educar significa, também, elevar a consciência do estudante sobre sua situação pessoal, cultural e social. Significa ainda construir, com os alunos, competências básicas, o que requer uma reflexão pormenorizada sobre os conhecimentos envolvidos nessa construção.

No caso específico do ensino da Matemática, é fundamental que se reflita não apenas sobre os conteúdos a serem ensinados, mas também sobre as expectativas de aprendizagem, ou seja, o que se espera que o estudante aprenda. Isso é necessário para o acompanhamento do processo de ensino e aprendizagem e a garantia do seu sucesso.

Neste documento, a expressão “conteúdos matemáticos” refere-se a situações, conceitos, representações e procedimentos matemáticos, e o termo expectativa é tomado em seu sentido etimológico de “espera”, “esperança”. Daí o significado que vamos adotar em nosso texto, ou seja, expectativa de aprendizagem é aquilo que “esperamos que nosso estudante aprenda”, que desejamos que ele aprenda. As expectativas de aprendizagem explicitam aquele mínimo que o estudante deve aprender para desenvolver as competências básicas na disciplina. Em outras palavras, elas descrevem o “piso” de aprendizagens, e não o “teto”. Dependendo das condições de cada sala de aula, elas podem ser ampliadas e/ou aprofundadas.

Evidentemente, como estamos no contexto da escola, a aprendizagem está, por definição, ligada à ideia de ensino; trata-se, em nosso caso, de um binômio indissociável.

É importante que, ao ensinar Matemática, o professor não isole os conteúdos em blocos estanques e autossuficientes e leve em conta que a aprendizagem é mais eficiente quando os conteúdos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. Estudos têm demonstrado que, para grande parte dos conceitos e procedimentos trabalhados na escola, a aprendizagem não se realiza em um único período, nem em um período muito limitado de tempo. Este ponto de vista tem levado algumas instituições escolares à adoção de ciclos mais extensos de aprendizagem. Com base em um ponto de vista análogo, optou-se, neste documento, por apresentar os conteúdos da Educação Básica em três grandes etapas de escolaridade: anos iniciais do Ensino Fundamental; anos finais do Ensino Fundamental; e Ensino Médio. Também na modalidade EJA, foram usadas 3 etapas: Fases 1 e 2 – anos iniciais do Ensino Fundamental; Fases 3 e 4 – anos finais; Módulos I, II e III – Ensino Médio.

Atualmente, outra questão que não pode ser negligenciada, ao se estabelecerem expectativas de aprendizagem, é sua articulação com os diferentes sistemas de avaliação educacional em larga escala. Dessa forma, o presente documento contempla as atuais Matrizes de Referência de avaliação do Saeb, do Saepe, do Enem e do Encceja, além do programa para o vestibular da Universidade de Pernambuco (UPE).

Os textos teóricos e as expectativas de aprendizagem apresentadas neste documento se fundamentam na Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (BCC-PE, Secretaria de Educação de Pernambuco, 2008). Muitos trechos foram importados diretamente desses documentos, que devem ser retomados pelo professor.



É importante, também, que outros documentos sejam considerados pelo professor ao planejar a sua atividade docente, tais como as Diretrizes Curriculares para as diferentes modalidades e etapas de ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio etc.

2. O ESTATUTO DA MATEMÁTICA E SEU PAPEL NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Hoje em dia, mais fortemente que em outras épocas, é inegável a importância da Matemática na formação humana, em especial, por vivermos em uma sociedade cada vez mais permeada pela Ciência e pela Tecnologia. Diversas profissões, das mais simples às mais complexas, exigem conhecimentos matemáticos e competências básicas para lidar com esses conhecimentos. Além disso, somos chamados a emitir opinião sobre fatos para cuja compreensão se necessita, cada vez mais, de habilidades e conhecimentos matemáticos, tais como compreensão de gráficos, capacidade de efetuar estimativas, capacidades de organizar o pensamento e tomar decisões conscientes etc.

As atividades matemáticas estiveram, em todas as épocas, entre as formas de interação do ser humano com o mundo físico, social e cultural, em intensidade e diversidade crescentes com a evolução histórica. No mundo atual, podem ser observadas atividades matemáticas nas mais diversas culturas, como respostas a um amplo leque de demandas. As mais elementares ações cotidianas requerem competências matemáticas, que se tornam mais complexas na medida em que as interações sociais e as relações de produção e de troca de bens e serviços vão sendo diversificadas e intensificadas. As mudanças no mundo do trabalho têm sido rápidas e profundas, exigindo capacidade de adaptação a novos processos de produção e de comunicação. Na sociedade de hoje, permeada por tecnologias de base científica e por crescente acúmulo e troca de informação, é consenso reconhecer que as competências matemáticas tornaram-se um imperativo.

As atividades matemáticas, movidas pela necessidade do homem de organizar e ampliar seu conhecimento e pela sua capacidade de intervenção sobre os fenômenos que o cercam, geraram, ao longo da evolução histórica, um corpo de saber – a Matemática, que é um campo científico extenso, diversificado e em permanente evolução. Portanto, não é um repertório de conhecimentos antigos e petrificados, como erroneamente imaginam muitos segmentos da sociedade.

A Matemática pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos nas mais diversas áreas. Tais modelos são construções abstratas que constituem instrumentos para a compreensão desses fenômenos. Modelos matemáticos incluem conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e representações simbólicas que, num processo contínuo, passam de instrumento na resolução de uma classe de problemas a objeto próprio de conhecimento.

Assim, aprofundar o conhecimento sobre os modelos matemáticos fortalece a contribuição da Matemática para outras áreas do conhecimento. No sentido oposto, buscar questões em outros campos do conhecimento promove o desenvolvimento de novos modelos matemáticos.

Modelos matemáticos são construídos com vários graus de abrangência e de sistematização. Nos estágios mais simples, por exemplo, quando uma caixa de papelão, que é um objeto do mundo físico, é associada à figura geométrica definida abstratamente como um paralelepípedo retângulo, o que se faz é formular um modelo matemático para essa caixa. Analogamente, funções lineares, quadráticas, exponenciais e trigonométricas podem ser concebidas como modelos matemáticos para fenômenos em que a variação de uma grandeza é relacionada com a variação de outra grandeza. Tais modelos particulares são, quase sempre, enfeixados em teorias matemáticas gerais que constituem modelos abstratos

para amplas classes de fenômenos em vários outros campos do saber. A geometria euclidiana, a teoria das estruturas algébricas, a teoria das probabilidades são exemplos desses modelos matemáticos mais gerais.

Por outro lado, muitas vezes, parte-se de um conceito ou ente matemático e procura-se no mundo físico um fenômeno ou objeto que o represente. Neste caso, tal objeto ou fenômeno é chamado **modelo concreto** do ente matemático. Assim, uma caixa de papelão pode ser um modelo concreto da figura geométrica definida como paralelepípedo retângulo. Há, atualmente, uma diversidade de **materiais** de uso frequente, como recurso didático, no ensino da Matemática, que podem ser compreendidos como modelos concretos. Em muitos casos, tais materiais prestam-se a atividades de construção e manuseio por parte dos alunos, e são, por vezes, denominados materiais de manipulação. Dentre estes materiais, não podemos deixar de citar os desenhos como importantes modelos concretos de entes matemáticos, que cumprem papel fundamental nas atividades que envolvem visualização.

Outra característica importante do conhecimento matemático está relacionada a sua metodologia de validação. Os seres humanos recorreram, nas práticas matemáticas, a diversos métodos para validar e organizar o conhecimento nesse campo do saber. Dentre esses, o método axiomático-dedutivo, que, a partir da civilização grega, passou a predominar na Matemática e assumiu a primazia como o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático. Os conceitos de axioma, definição, teorema, demonstração são centrais nesse método e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática.

No entanto, duas ressalvas se impõem em relação ao método axiomático-dedutivo. Primeiramente, o próprio conceito de rigor lógico a ser atingido nas demonstrações mudou, no decorrer

da história, mesmo no âmbito da comunidade matemática. Em segundo lugar, trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na verdade, a construção efetiva desse conhecimento implica o uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos plausíveis, de conjecturas, tentativas, verificações empíricas, enfim, recorre a uma variedade complexa de outros procedimentos.

Assim, é indispensável que, gradualmente, se estabeleça a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação. Em particular, é fundamental que se compreenda a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas.

O acervo acumulado do conhecimento matemático, a partir de certo ponto de sua evolução, tem sido organizado em disciplinas e subdisciplinas, tais como aritmética, álgebra, geometria, estatística, probabilidade, entre outras. Entretanto, a Matemática não deve ser encarada como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como um campo em que os conhecimentos são fortemente articulados entre si. O conceito de número e as operações numéricas, por exemplo, permeiam todas as áreas da Matemática. A resolução de equações algébricas repousa em propriedades dos sistemas numéricos, a medição de grandezas geométricas esteve sempre associada à produção de números, que estão, também, na base da estatística e da probabilidade.

A Matemática comporta uma diversidade de formas simbólicas, presentes em seu corpo de conhecimento. Língua natural, linguagem simbólica, desenhos, gráficos, tabelas, diagramas, ícones, entre outros, desempenham papel central, não só para representar os conceitos, relações e procedimentos, como também

para a própria formação deles. Por exemplo, um mesmo número racional pode ser representado por diferentes símbolos tais como $\frac{1}{4}$, 0,25, 25%, ou pela área de uma região plana ou, ainda, pela expressão “um quarto”. Uma função pode ser representada, entre outras possibilidades, por uma tabela, por um gráfico cartesiano ou por símbolos matemáticos.

Para além das características da ciência matemática e de seu estatuto epistemológico, a Matemática desempenha importante papel no mundo de hoje. A convivência na sociedade atual, cada vez mais complexa, tem sido marcada por graves tensões sociais, geradas por persistentes desigualdades no acesso a bens e serviços e às esferas de decisão política. Tem sido marcada, também, por uma supervalorização das ideias de mercado e de consumo. Além disso, ainda prevalece no mundo uma ordem social contrária aos princípios da solidariedade, da igualdade de oportunidades para todos; contrária, ainda, ao estabelecimento de vínculos sociais e à constituição da cidadania plena.

Na superação desse quadro indesejável, múltiplos papéis podem ser atribuídos ao ensino de Matemática, independentemente da modalidade ou etapa de ensino. Dois deles são mencionados a seguir.

Em primeiro lugar, deve-se defender um ensino que reconheça e valorize saberes e práticas matemáticas dos cidadãos e das comunidades locais – que são competências prévias relativamente eficientes –, mas não se deve abdicar do saber matemático mais universal.

Em segundo lugar, é preciso desenvolver competências e habilidades matemáticas que contribuam mais diretamente para auxiliar o cidadão a ter uma visão crítica da sociedade em que vive e a lidar com as formas usuais de representar indicadores numéricos de fenômenos econômicos, sociais, físicos, entre outros.

Como afirmado anteriormente, construir um currículo implica fazer escolhas que promovam no sujeito as condições para que ele possa interpretar sua realidade e intervir nela. Para tanto, é necessário romper com um ensino de Matemática marcado pela concepção de que a aprendizagem de conteúdos matemáticos leva, de forma automática, à construção de competências. Pela simples observação da realidade, não é difícil reconhecer o fracasso desse modelo. Por outro lado, é preciso reconhecer que a construção de competências não prescinde da construção de saberes, pois são exatamente tais saberes que estão na base das competências. O trabalho com os saberes, no entanto, deve ser orientado para as competências que se deseja que o estudante construa, o que nos leva à necessidade de estabelecer as expectativas de aprendizagem.

3. A MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

3.1. ALGUMAS CONCEPÇÕES DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Refletir sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática implica estabelecer relações entre alguém que ensina (o professor), alguém que aprende (os estudantes) e o objeto de conhecimento (o saber). Nesse contexto, um primeiro questionamento que surge diz respeito ao que se concebe como ensinar e aprender. De forma resumida, podemos citar, entre outras, três grandes correntes sobre o processo de ensino e aprendizagem.

A primeira, sem dúvida a mais encontrada na maioria de nossas salas de aula, identifica o ensino como a transmissão e a aprendizagem como a recepção dos conhecimentos, definindo o professor como o transmissor e o estudante como o receptor desses conhecimentos. Nessa concepção, a aprendizagem é compreendida como acúmulo de conteúdos e o ensino se baseia, essencialmente, na “verbalização” do conhecimento, por parte do professor. Se, por um lado, o ensino segundo essa corrente teórica apresenta a vantagem de possibilitar que um grande número de estudantes receba as mensagens do professor, ao mesmo tempo, por outro, demanda alunos passivos, obedientes e dispostos a considerar a palavra do professor como a verdade estabelecida.

Uma segunda corrente, baseada em ideias behavioristas, concebe a aprendizagem com base na fragmentação do conhecimento. Essa concepção apoia-se na identificação de objetivos de aprendizagem cada vez mais específicos, na suposição de que atingir cada um

desses objetivos levaria à aquisição de conceitos subjacentes. Se essa corrente teórica, por um lado, atribui ao estudante um papel de certa forma ativo no processo de aprendizagem, pode, por outro lado, levá-lo a centrar sua atenção nos fragmentos do conhecimento, impossibilitando, muitas vezes, a aprendizagem do conceito como um todo.

Finalmente, uma terceira corrente, ainda pouco explorada em nossos sistemas de ensino, transfere para o estudante a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal nesse processo. A perspectiva sociointeracionista da aprendizagem, baseada, sobretudo, nas ideias de Vygotsky, parte do princípio de que a aprendizagem implica a construção dos conceitos pelo próprio estudante, na medida em que ele é desafiado a colocar em confronto antigas concepções e levado à elaboração dos novos conceitos pretendidos pela escola. Nesse cenário, cabe ao professor o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem o confronto de concepções, cabendo ao estudante o papel de construtor de seu próprio conhecimento.

Confrontando a primeira concepção com a terceira, pode-se dizer que a primeira se baseia no modelo DEFINIÇÃO ⇒ EXEMPLOS ⇒ EXERCÍCIOS, ou seja, a introdução de um novo conceito se daria pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como modelos, os quais os alunos iriam seguir de forma acrítica, em momentos posteriores. A cadeia se completa com a proposição dos chamados “exercícios de fixação”. A terceira concepção apresenta outra lógica, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito ocorre pela apresentação de uma situação-problema ao estudante. A análise dessa situação conduz à definição, à generalização e à sistematização do conceito, que vai sendo construído ao longo do processo de aprendizagem. Por sua vez, os mesmos conceitos são retomados, posteriormente, em

níveis mais complexos, de forma a levar o estudante a relacionar o que já sabia com o que virá a aprender em um novo contexto.

3.2. MEDIAÇÃO DAS RELAÇÕES ENTRE PROFESSOR E ESTUDANTE NA SALA DE AULA

As concepções mencionadas no tópico anterior, de certa maneira, estão na base de diferentes fenômenos que atravessam a sala de aula, influenciando nas relações entre os professores e os estudantes. São eles, o contrato pedagógico e o contrato didático, bem como a transposição didática, já mencionados anteriormente neste documento.

De forma resumida poderíamos dizer que, enquanto o contrato pedagógico se baseia no funcionamento da classe, o contrato didático tem suas cláusulas ancoradas no conhecimento que está em jogo nessa classe. Por exemplo, as regras que norteiam o trabalho com a geometria não são necessariamente as mesmas do trabalho com a álgebra.

Ancorada nas concepções de aprendizagem, e fortemente articulada ao conceito de contrato didático, nasce a ideia de **transposição didática**, também discutida na Introdução deste documento. Lembremo-nos de que ela, por sua vez, se divide frequentemente em dois grandes momentos: a transposição didática externa e a transposição didática interna. A primeira toma como referência as transformações, inclusões e exclusões sofridas pelos objetos de conhecimento, desde o momento de sua produção até o momento em que eles chegam à porta das escolas. Atuando, de certa forma, em uma esfera exterior à escola (mas sempre como resposta a demandas dela), o produto dessa transposição didática externa se materializa, em sua maior parte, nos livros didáticos e nas orientações curriculares, como o presente documento.

A segunda – transposição didática interna – se apresenta, por sua própria natureza, no interior da escola, e, mais particularmente, em cada sala de aula. É o momento em que cada professor vai transformar os conhecimentos que lhe foram designados para ensinar em objetos de conhecimento efetivamente ensinados. As escolhas efetuadas pelo professor é que determinam, de certa maneira, a qualidade das aprendizagens realizadas pelos alunos.

Nesse processo de transposição, a temporalidade, associada à aparição dos objetos de conhecimento no cenário didático, surge como elemento importante nas aprendizagens realizadas pelos estudantes. Se nos referirmos ao processo de transposição didática externa, podemos pensar que a apresentação do conhecimento que chega às escolas aparece segundo uma organização linear, regida pelo tempo legal, ou seja, aquele determinado pelos referenciais curriculares, e pelo tempo lógico, que organiza, de certa maneira, a apresentação e a articulação dos objetos de conhecimento, criando uma espécie de cadeia.

A partir do momento em que a transposição didática se torna interna, entra em ação o tempo de aprendizagem, diretamente articulado com o tempo de ensino. Diversos estudos têm mostrado que esse tempo de aprendizagem é próprio de cada estudante, caracterizando-se essencialmente pela não linearidade. Em outras palavras, trata-se de um tempo que não obedece à mesma lógica do tempo de ensino, que, normalmente, é linear.

Assim, o professor aparece como elemento importante nessa gestão do tempo em sala de aula, na medida em que lhe cabe ajustar a linearidade própria do tempo didático à não linearidade do tempo de aprendizagem do estudante. Se isso não for feito de maneira adequada, as consequências são negativas para a aprendizagem. Pode-se até mesmo afirmar que a tentativa de associar os tempos de ensino e de aprendizagem tem-se mostrado uma importante fonte do fracasso escolar (CÂMARA, 1997).

4. FAZER MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Como discutido anteriormente neste documento, tomamos como ponto de partida a ideia de que aprender Matemática vai além de simplesmente acumular conteúdos; mais que isso, o estudante deve ser levado a “fazer” Matemática. Para isso, diferentes caminhos são oferecidos ao professor. Vamos considerar alguns deles a seguir.

4.1. A ESTRATÉGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um primeiro caminho para levar o estudante a “fazer” Matemática é privilegiar a resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem.

A resolução de problemas é um tema central quando se discute qualidade no ensino de Matemática. Diversos autores ressaltam a importância da estratégia de resolução de problemas na construção do conhecimento matemático e afirmam que a atividade de resolver problemas está no cerne da ciência Matemática.

Pesquisas recentes, conduzidas com base nos resultados das avaliações em larga escala, com o propósito de compreender que características do estudante e das práticas escolares estão associadas à melhoria de resultados, afirmam que, quando os professores enfatizam a resolução de problemas em suas aulas de Matemática, os estudantes tendem a apresentar desempenhos melhores nessa disciplina (FRANCO, SZTAJN e ORTIGÃO, 2007; FRANCO, et al., 2007).

Nem sempre, contudo, a resolução de problemas foi utilizada como estratégia de construção do conhecimento matemático pelo estudante. Tradicionalmente, os problemas foram utilizados no ensino de Matemática de forma coerente com o paradigma educacional de anos passados, pautado pela ideia de que “aprender Matemática é resolver muitos problemas”. Assim, o pressuposto da resolução de problemas é que os neurônios se assemelhariam a músculos, que seriam desenvolvidos à custa de “muita malhação” – a resolução de problemas. Na maioria dos livros didáticos dessa época, o conteúdo era apresentado aos alunos, seguido de alguns problemas resolvidos, que serviriam de modelo para os exercícios de fixação, uma bateria extremamente longa de problemas de mesma estrutura (embora bolas de gude fossem, de vez em quando, substituídas por carrinhos ou bonecas). Esse papel aparece associado à primeira corrente relativa ao ensino e à aprendizagem de Matemática, mencionada anteriormente.

Nessa concepção era fundamental o papel do “problema fechado”, que se caracteriza como um problema cujo enunciado, ou localização no desenvolvimento dos conteúdos, já identifica, para o estudante, que conteúdo deverá ser utilizado para resolvê-lo. A utilização exclusiva desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, pois o estudante sabe que está sendo trabalhado, por exemplo, o “Capítulo 3”, que trata da adição. Por outro lado, no momento da avaliação e no qual o assunto a que se refere o problema não aparece explicitamente, surge a conhecida pergunta: “professor, o problema é de mais ou de menos?”.

A predominância desse tipo de problema, no processo de aprendizagem da Matemática, provoca a cristalização de uma forma de contrato didático que apresenta, como uma de suas regras implícitas, que o estudante não se deve preocupar com o enunciado do problema, bastando, para resolvê-lo, identificar os números presentes e descobrir a operação que conduz ao

resultado buscado. Dessa forma, uma das condições essenciais para o exercício da plena cidadania, a competência de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução deixa de ser desenvolvida no ensino da Matemática, gerando o que Stela Baruk¹ chama de “automáticos” (autômatos matemáticos).

Com o desenvolvimento dos novos paradigmas educacionais, as limitações da utilização privilegiada desse tipo de problema foram colocadas em evidência, surgindo, então, as ideias de “problema aberto” e “situação-problema”. Apesar de apresentarem objetivos diferentes, como mostraremos mais adiante, esses dois tipos de problemas tomam por eixo central colocar o estudante, guardadas as devidas proporções, numa situação análoga àquela em que o matemático se vê ao exercer sua atividade; o estudante deve, diante desses problemas, ser capaz de realizar **tentativas**, estabelecer **hipóteses**, **testar** essas hipóteses e **validar** seus resultados, provando que são verdadeiros ou, em caso contrário, mostrando algum contraexemplo.

Assim, o problema aberto procura auxiliar o estudante na aquisição de um processo de resolução de problemas em que ele desenvolve a capacidade de realizar as quatro ações apresentadas anteriormente, ou seja, realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar resultados. A prática desse tipo de problema, em sala de aula, acaba por transformar a própria relação entre o professor e os alunos, e entre os alunos e o conhecimento matemático, que passa a ser visto como algo provido de uma dinâmica particular, e não mais como algo que deve ser memorizado para ser aplicado nas avaliações.

1 Baruk (1975), em seus trabalhos, discute os efeitos do problema conhecido como “a idade do capitão”, que apresenta o seguinte enunciado: “Em um barco, há 7 cabras e 5 ovelhas. Qual a idade do capitão desse barco?”. Estudos mostram que a maioria dos alunos, confrontados com esse problema, efetua a multiplicação de 7 por 5, dando 35 como a idade do capitão.

Estudos² têm mostrado que as mudanças nas relações entre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática (professor, estudante e conhecimento), na abordagem de tal tipo de problema, promovem relações de solidariedade entre os participantes do processo, sendo o conhecimento matemático encarado não mais como algo externo ao estudante, mas como um elemento natural de seu ambiente social.

Enquanto o problema aberto objetiva levar o estudante a uma certa postura em relação ao conhecimento matemático, a situação-problema apresenta um objetivo distinto, ou seja, levar o estudante à “construção” de um novo conhecimento matemático. De maneira bastante sintética, pode-se caracterizar uma situação-problema como uma situação geradora de um problema, cuja resolução envolva necessariamente aquele conceito que queremos que o estudante construa (CÂMARA, 2002, p.40).

A ideia de situação-problema pode parecer paradoxal, quando se indaga: “Como o estudante pode resolver um problema se ele não aprendeu o conteúdo necessário à sua resolução?”. Mas a história da construção do conhecimento matemático mostra que esse mesmo conhecimento foi construído a partir de problemas a serem resolvidos. A ideia de resolução de problemas encontra-se na base da terceira concepção de ensino e aprendizagem de Matemática, mencionada anteriormente neste documento.

4.2. A MODELAGEM MATEMÁTICA

Em anos recentes, os estudos em Educação Matemática têm posto em evidência a ideia de **modelagem matemática**: “a arte de transformar problemas da realidade em problemas

2 Ver, por exemplo, Medeiros (2001).

matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p.16).

A modelagem matemática pode ser entendida como um método de trabalho científico. Nessa perspectiva, há coerência desse método com os pontos de vista expostos neste documento sobre as características da Matemática como fonte de modelos para o conhecimento dos fenômenos da natureza e da cultura.

No entanto, é a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem que convém destacar, neste momento, pela estreita conexão dessa estratégia com ações envolvidas no enfoque de resolução de problemas descrito acima.

De fato, quando a modelagem matemática propõe uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o estudante é chamado a mobilizar um leque variado de competências: SELECIONAR VARIÁVEIS que serão relevantes para o modelo a construir; PROBLEMATIZAR, ou seja, formular um problema teórico, na linguagem do campo matemático envolvido; FORMULAR HIPÓTESES explicativas do fenômeno em causa; RECORRER AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO ACUMULADO para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um esforço de SIMPLIFICAÇÃO, pelo fato de que o modelo originalmente pensado pode revelar-se matematicamente muito complexo; VALIDAR, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes, o que, quase sempre, leva à necessidade de MODIFICAÇÃO DO MODELO, que é essencial para revelar o aspecto dinâmico da construção do conhecimento.

Evidencia-se, além disso, que a estratégia de modelagem matemática no ensino e aprendizagem tem sido apontada como um instrumento de formação de um estudante que seja: COMPROMETIDO com problemas relevantes da natureza e da cultura de seu meio; CRÍTICO E AUTÔNOMO, na medida em que toma parte ativa

na construção do modelo para a situação-problema; ENVOLVIDO COM O CONHECIMENTO MATEMÁTICO em sua dupla dimensão de instrumento de resolução de problemas e de acervo de teorias abstratas acumuladas ao longo da história; QUE FAZ MATEMÁTICA, com interesse e prazer.

4.3. MUDANÇAS TECNOLÓGICAS E ENSINO DA MATEMÁTICA

Já foram mencionados, neste documento, os impactos das mudanças tecnológicas sobre a configuração do mundo atual. Em particular, verifica-se que repercutiram de forma evidente, na Matemática, as novas tecnologias de armazenamento e comunicação de informações, de computação automática e de criação de “realidades virtuais”. Não só a Matemática passou a ser empregada de forma mais extensiva e aprofundada, como novos campos surgiram, especialmente no âmbito das variáveis discretas, ampliando de forma impressionante o conhecimento matemático.

Em face dessas mudanças, novas ênfases no ensino e aprendizagem da Matemática tornaram-se inevitáveis, e as propostas curriculares mais recentes têm incluído conteúdos de um novo bloco, denominado, em geral, de “tratamento da informação”. Nesse bloco, quase sempre, são propostos conteúdos de: **estatística**, que procuram abordar questões de tratamento de dados com base em conhecimentos básicos desse campo científico; **probabilidade**, como base matemática para a estatística e como modelo teórico para os fenômenos envolvendo a ideia de acaso; **Matemática do discreto**, que lida com a COMBINATÓRIA e suas ferramentas teóricas para a contagem sistemática de conjuntos discretos e com outros campos de conhecimento envolvendo estruturas de tais conjuntos, a exemplo dos GRAFOS.

Tanto o surgimento de novos conteúdos curriculares como o emprego de metodologias de ensino e aprendizagem, que recorram às novas tecnologias, têm sido intensamente debatidos no campo educacional. Além disso, é extensa a literatura hoje disponível sobre esses temas. Desse debate, alguns aspectos são destacados a seguir.

Um primeiro ponto a mencionar é o papel que a calculadora e o computador desempenham para, entre outras possibilidades: facilitar os cálculos com números de ordem de grandeza elevada; armazenar, organizar e dar acesso a grande quantidade de informações (banco de dados); fornecer imagens visuais para conceitos matemáticos; permitir a criação de “micromundos” virtuais para a simulação de “experimentos matemáticos”.

Apoiado no emprego dessas tecnologias, o estudante poderá ter mais oportunidade de expandir sua capacidade de resolver problemas, de fazer conjecturas, de testar um grande número de exemplos, de explorar os recursos da chamada “geometria dinâmica”, em que é possível fazer variar continuamente parâmetros atrelados a figuras, operação impossível num contexto de papel e lápis.

Entretanto, o emprego da calculadora ou do computador não deve ser encarado como limitador do desenvolvimento da competência matemática para operar com números, como tem sido entendido por muitos. Ao contrário, eles devem ser instrumentos de expansão dessa capacidade de calcular. A competência de efetuar as operações básicas da aritmética, com números inteiros e racionais, continua sendo necessária para a formação básica de todos os cidadãos, respeitada a complexidade dessas operações. A adoção da calculadora e do computador na escola não deve ser obstáculo para a aquisição dessa competência. Não cabe mais, no entanto,

o estudante despender energia realizando imensas e repetitivas contas, com a pretensão de “fixar as regras de cálculo”.

O emprego da calculadora, por outro lado, torna indispensável que o estudante desenvolva a capacidade de efetuar cálculos mentais e estimativas. O cálculo por arredondamento é uma dessas estratégias, ao lado da estimativa da ordem de grandeza dos resultados das operações. O desenvolvimento dessas capacidades vai permitir ao estudante controlar o resultado de cálculos realizados com a calculadora ou com o computador e, dessa forma, evitar que ele fique refém desses instrumentos. Além disso, atividades com a calculadora podem auxiliar o desenvolvimento conceitual dos estudantes a partir da observação de regularidades e favorecer a comparação entre o uso de diferentes representações (SELVA e BORBA, 2010).

Além da calculadora e do computador, estão disponíveis em muitas escolas recursos de comunicação a distância, em particular, um acervo de vídeos educativos que tem sido mobilizado em várias delas.

Convém lembrar, também, que as novas tecnologias de ensino não são ferramentas que atuem por si sós e façam os estudantes aprenderem Matemática. Dessa maneira, elas não implicam a diminuição do papel do professor. Ao contrário, o planejamento didático das atividades a serem desenvolvidas assume lugar essencial entre as suas tarefas e, tendo em conta o amplo leque de possibilidades que tais tecnologias oferecem, pode-se até dizer que o papel do professor fica ampliado e se torna mais complexo.

4.4. EVOLUÇÃO HISTÓRICA DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Uma das formas mais eficazes de atribuir significado aos conceitos matemáticos é contextualizá-los em seu processo de evolução histórica.

No entanto, trazer a **história da Matemática** para a sala de aula significa mais que descrever fatos ocorridos no passado ou a atuação de personagens famosos. Em primeiro lugar, é importante que as articulações da Matemática com as necessidades humanas de cada época sejam evidenciadas. Mais importante ainda, é preciso levar em conta as contribuições do processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos para a superação das dificuldades de aprendizagem desses conteúdos em sala de aula.

A construção progressiva dos números naturais, racionais, irracionais, negativos e imaginários, ao longo da história, é uma fonte importante para a didática atual desses conceitos. Por exemplo, refletir sobre as dificuldades históricas da chamada “regra dos sinais”, relativa à multiplicação de números negativos e discutir a criação dos números irracionais podem contribuir bastante para o ensino desses conteúdos.

Outros exemplos em que o recurso à história pode contribuir para o ensino-aprendizagem da Matemática podem ser citados: os cálculos astronômicos realizados em diversas fases históricas podem ser relacionados a tópicos importantes de geometria; a discussão das Leis de Kepler e suas conexões com a geometria da elipse, o emprego do logaritmo com o advento das novas tecnologias de computação; o Princípio de Cavalieri e as questões de cálculo de volume.

4.5. OS JOGOS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

Vem de longa data o interesse pelos jogos matemáticos – ou, como dizem alguns, “Matemática recreativa” –, de tal modo que existe, hoje, uma extensa bibliografia sobre o tema e um crescente interesse dos professores em incorporá-lo à sua prática pedagógica.

No entanto, a produção a respeito desse tema mostra ser ele muito vasto para discussão neste texto. Assim, não discutiremos aqui o conceito de jogo e seu papel nas ações humanas, questão que pode ser estudada nos textos de Huizinga (1993) e Caillois (1990), duas referências clássicas e acessíveis em Língua Portuguesa.

Igualmente, não cabe tratar neste documento a teoria dos jogos, campo da Matemática que assume importância cada vez maior tanto no âmbito teórico, como nas inúmeras aplicações a outros domínios científicos.

O que se pretende nesta seção é tecer breves comentários sobre os possíveis papéis dos jogos matemáticos no ensino e aprendizagem da Matemática, defendendo o ponto de vista de que os jogos devem ser encarados como situações-problema a partir das quais podem ser tratados conceitos e relações matemáticas relevantes para o ensino básico.

A denominação genérica “jogos matemáticos” pretende englobar situações-problema de vários tipos. Entre eles podem ser citados: jogos que envolvem disputa entre duas pessoas ou entre pares, incluindo os clássicos e suas variações, tais como o xadrez, o jogo de damas, o jogo da velha e outros jogos com tabuleiro: o jogo do Nim e suas variantes e o jogo Hex³, que têm aparecido cada vez mais nas experiências com jogos matemáticos; quebra-cabeças de montagem ou movimentação de peças, tais como o Tangram

3 Mais informações sobre esses jogos podem ser encontradas na internet.

e os poliminós; os desafios, enigmas, paradoxos, formulados em linguagem do cotidiano e que requeiram raciocínio lógico para serem desvendados.

Vários aspectos têm sido apontados como pedagogicamente relevantes nas experiências com jogos na sala de aula de Matemática.

Em primeiro lugar, menciona-se a necessidade de ampliar a dimensão lúdica, importante para o desenvolvimento integral do estudante. Os jogos são, ao lado disso, um elemento que favorece a inserção do estudante em sua cultura, na medida em que a dimensão lúdica está enraizada nela. Os jogos seriam, assim, mais uma forma de exploração da realidade do estudante.

Em segundo lugar, argumenta-se que ideias e relações matemáticas importantes estão presentes numa enorme variedade de jogos e por meio deles é possível um encontro inicial e estimulante com essas ideias. Eles constituem uma forma interessante de lidar com problemas, pela possibilidade de serem propostos de modo atrativo, favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e na busca de soluções.

Além disso, a busca de estratégias para a vitória ou para solucionar um desafio inclui, via de regra, uma variedade de questões de lógica ou de Matemática – das elementares aos problemas não resolvidos por especialistas. Este fato possibilitaria a exploração de um mesmo jogo em diversos níveis, dependendo do estágio dos participantes.

Outro aspecto a ressaltar é o de que muitos dos jogos propiciam a integração de várias áreas da Matemática – aritmética, álgebra, geometria, combinatória etc –, o que tem sido uma das mais ricas características dessa ciência.

Também é mencionada a compatibilidade entre o trabalho pedagógico com jogos e a metodologia de resolução de problema, anteriormente discutida neste documento. Os jogos matemáticos

fornece uma excelente oportunidade para que sejam explorados aspectos importantes dessa metodologia. Como exemplo, convém lembrar que a observação precisa dos dados, a identificação das regras, a procura de uma estratégia, o emprego de analogias, a redução a casos mais simples, a variação das regras, entre outras possibilidades, são capacidades que podem ser desenvolvidas quando se trabalha com jogos na aula de Matemática.

No âmbito pedagógico, é fundamental o aspecto interativo propiciado pela experiência com jogos matemáticos. Os estudantes não ficam na posição de meros observadores, tomando conhecimentos de novos fatos, mas se transformam em elementos ativos, na tentativa de ganhar a partida ou na busca de um caminho para a solução do problema posto a sua frente. Tal atitude é certamente muito positiva para a aprendizagem das ideias matemáticas subjacentes aos jogos. Além do mais, a vitória numa partida ou a descoberta da solução de um desafio são experiências relevantes para fortalecer a autoconfiança, tão indispensável ao processo de aprendizagem. É bom notar, em contrapartida, que as derrotas repetidas e os insucessos frequentes diante dos desafios podem levar a frustrações e reforçar a ideia de incapacidade para compreender os fatos na área da Matemática.

O caráter recreativo da experiência com jogos tem sido apontado como um dos méritos dela no sentido de tornar mais atraente a Matemática para aqueles alunos que desenvolveram reações negativas ao trabalho nesse campo. Outro mérito, ainda, seria o de contribuir para atitudes positivas de convivência, pois, nos jogos não individuais, o estudante é chamado a negociar as regras do jogo, respeitá-las, colaborar com seus parceiros de jogo, saber perder e saber ganhar.

Além disso, o uso de jogos está associado a uma mudança de postura do professor em relação ao que é ensinar Matemática. De acordo com Silva e Kodama (2004, p. 5),

O professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, inventor, controlador e incentivador da aprendizagem, do processo de construção do saber pelo aluno, e só irá interferir, quando isso se faz necessário, através de questionamentos, por exemplo, que levem os alunos a mudanças de hipóteses, apresentando situações que forcem a reflexão ou para a socialização das descobertas dos grupos, mas nunca para dar a resposta certa. O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns nos outros, para observar as dificuldades, leva a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários.

Deve-se advertir, no entanto, que não é uma tarefa fácil trazer os jogos matemáticos para a escola básica. A complexidade de alguns jogos, mesmo aqueles mais comuns, requer, de um lado, clareza sobre os vários conceitos matemáticos envolvidos e, de outro, um planejamento do momento e da maneira adequados para a sua utilização no processo de ensino e aprendizagem, para que seja garantida a riqueza conceitual, o prazer em participar da atividade e a conquista da autoconfiança.

4.6. OS PROJETOS DE TRABALHO

Após as referências feitas neste documento a vários recursos metodológicos – a resolução de problemas; a modelagem matemática; as tecnologias no campo da informática; a história da Matemática; os jogos matemáticos – cabem alguns comentários sobre outros recursos didáticos que podem auxiliar o ensino e a aprendizagem da Matemática na escola.

Como dissemos neste documento, recentemente, tem sido mencionada na literatura educacional a atuação em sala de aula

baseada em projetos⁴. Do ponto de vista metodológico, a proposta de uma pedagogia de projetos de trabalho harmoniza-se com a da resolução de problemas ou a da modelagem matemática, tendo em comum com elas a valorização do envolvimento ativo do professor e dos alunos nas ações desenvolvidas na sala de aula. Além disso, os projetos que articulem vários campos do saber são oportunidades adequadas à prática da interdisciplinaridade. Outra dimensão positiva dessa ação pedagógica é a possibilidade de escolha de projetos com temas de interesse da comunidade, que favoreçam o despertar do estudante para os problemas do contexto social e para a necessidade de ações que tornem mais justo e humano esse contexto.

Deve-se dar atenção, por outro lado, à harmonização dos projetos de trabalho de sala de aula com o projeto pedagógico maior da escola. Sem essa sintonia, agrava-se a fragmentação do trabalho escolar que tem sido apontada como um dos fatores que atuam negativamente na instituição escolar.

Atenção também é necessária ao delineamento dos objetivos formadores do projeto, para que não se caia no desvio da ação pela ação. Em particular, tem sido enfatizada a importância de estabelecer um mapeamento dos conteúdos matemáticos, ou de outras áreas, que devem estar articulados com um projeto. Parte desse mapeamento deve ser planejada com antecedência, mas se deve cuidar de incorporar os conteúdos não previstos que surjam durante a realização do projeto. Como um exemplo de mapeamento dos conteúdos de um projeto cujo objetivo central fosse trabalhar os conceitos de comprimento e área, poder-se-ia incluir e articular, entre outros, os conteúdos: a) comparação de comprimentos sem medição; b) medição de comprimentos com unidades não convencionais; c) comparação de áreas de figuras

4 A esse respeito, consultar Hernández & Ventura (1998) e Pires (2000).

planas; d) medição de áreas com unidades não convencionais, medição de comprimentos e áreas com unidades do sistema métrico; e) medições de comprimentos e áreas no mundo da escola e nas práticas sociais; história dos instrumentos e sistemas de medidas de comprimento e área; as fórmulas de área; f) os números racionais como medidas de comprimento ou área; g) leitura de medidas de distância e de área em desenhos e plantas; h) comprimento e área nos campos da Física, da Biologia, da Geografia etc.

Tais conteúdos poderiam ser desenvolvidos como um projeto de cunho matemático ou ser inseridos como dimensão matemática de projeto voltado para problemas do contexto comunitário, como a construção de uma quadra, a reforma do prédio da escola, ou outro, de caráter mais amplo, como o transporte escolar, a divisão e ocupação de terras, a moradia nas cidades etc.

As metodologias de ensino e aprendizagem mencionadas neste documento requerem de professores e alunos o recurso permanente a variadas fontes de informação e a momentos de interação fora dos limites da sala de aula. As leituras complementares de livros, de jornais e de revistas, as buscas na internet, as sessões de vídeo, as visitas e excursões são alguns dos recursos mais conhecidos, mas professores e alunos devem exercitar a criatividade para a busca de outros.

4.7. AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

A avaliação da aprendizagem, que se expressa no desempenho dos alunos, às vezes é vista com reservas na comunidade dos professores de Matemática. Se o tema provoca certo entusiasmo nos administradores escolares, nos professores provoca, geralmente, um sentimento de desconfiança, na medida em que seus resultados podem ser interpretados como indicadores do

fracasso do processo de ensino e aprendizagem. Pode-se dizer que a avaliação escolar parece realizar-se em paralelo com o corpo docente, ao passo que a interpretação dos resultados de uma avaliação, tão carregada de consequências, não é muito reconhecida por esse mesmo corpo. Isso parece acentuar-se ainda mais quando esses resultados permitem, à administração escolar, julgar o desempenho dos professores.

Esses fatos, aliados a uma concepção fragmentada de aprendizagem em Matemática, na qual o conhecimento se decompõe em pequenas parcelas, acaba por transformar a avaliação em Matemática numa espécie de sistema binário, em que a aquisição do conhecimento se traduz por meio de uma escala na qual os valores são representados por 0 ou 1; dessa forma, o valor 1 corresponderia a uma aquisição completa e definitiva, enquanto o valor 0 representaria a não aquisição de certo objeto de conhecimento.

A própria natureza epistemológica do conhecimento escolar tende a refutar essa concepção, na medida em que se pode afirmar com certa segurança que uma noção matemática passível de se apresentar de forma simples, completa e definitiva, de modo a poder ter sua aprendizagem avaliada em um modelo binário, seria, com certeza, sem importância ou inútil.

A fragmentação das noções matemáticas em pequenos objetos de conhecimento, tão presente no trabalho por objetivos, ainda ocupa um grande espaço e importância em nossas salas de aula de Matemática. Se por um lado, o trabalho com objetivos parece importante, na medida em que permite clarificar e comunicar intenções pedagógicas, por outro lado, ele não permite resolver certos problemas essenciais da avaliação em Matemática, sendo que, em muitos casos, ele termina por ocultá-los.

Tome-se, como exemplo, a habilidade “resolver problema envolvendo perímetro de figuras planas”. Como explicar que, em média, apenas um em cada cinco alunos obtém sucesso quando os dados se encontram no enunciado do problema, enquanto o índice triplica quando uma figura é apresentada?⁵ Que tipo de afirmação pode ser feita em consequência desses resultados? Que tipo de formulação de objetivos permitiria distinguir os dois problemas?

A avaliação tem como objetivo fundamental proporcionar a tomada de decisões. Avaliar é então a organização (ou estudo) de situações que permitam recolher informações que, após tratamento, sejam susceptíveis de revelar algo de confiável e de substancial sobre o “valor” de um objeto.

Além da ideia de “valor” trazida no bojo da ideia de avaliação (pelo menos por sua etimologia), não se pode negligenciar o aspecto de “incerteza”. O desaparecimento da incerteza na avaliação levaria a substituir avaliação por medida. Um dos aspectos mais iluminados pelos estudos em Educação Matemática é, sem dúvida, a impossibilidade desse desaparecimento. Dessa forma, podemos avançar que o conhecimento matemático de um estudante (ou de um grupo de alunos) não pode ser medido.

Por outro lado, o sistema escolar solicita do professor que atribua notas (ou conceitos) a seus alunos. O professor é levado então a identificar, num certo tipo de escala, o valor do conhecimento desses alunos em relação a um domínio mais ou menos definido. Ora, os professores sabem como essa escala é pessoal, frequentemente não explicitável, variável no tempo e de difícil relação com as múltiplas significações da ordem didática. Em resumo, essa escala garante pouco em termos de validade, de

5 Fonte: Pernambuco. Secretaria de Educação e Cultura. **Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco**. Saepe – Relatório 2002. Recife, 2003.

fidelidade, de sensibilidade, de precisão etc. No entanto, continua havendo a necessidade de atribuir notas, o que se traduz, para o professor, num sentimento de contradição e de mal-estar.

O que se faz necessário reiterar é que, nessas condições, não existe transparência e a avaliação não garante um acesso direto ao conhecimento dos estudantes; uma observação a propósito de certo conhecimento de determinado estudante poderia não ser mais validada se houvesse uma ligeira modificação das variáveis em jogo, como apontado anteriormente. O que importa, então, não é propriamente um comportamento observável dos sujeitos, mas as inferências que essas observações permitem fazer. Dessa forma, a integração das questões de avaliação no processo de ensino e aprendizagem de Matemática obriga, de certa maneira, ao abandono da problemática da medida em prol da problemática do sentido.

Por exemplo, pode ser tomado o mesmo descritor citado anteriormente sobre a resolução de problemas envolvendo o perímetro de figuras planas. A observação dos resultados obtidos por alunos de nono ano, no Saepe-2002⁶, mostra que, em problemas de mesma estrutura (e com mesmos valores numéricos), aqueles que apresentam no enunciado a ideia de “medida de um contorno” obtêm um índice de acertos três vezes maior que aqueles que apresentam no enunciado a solicitação do “perímetro”. O que se pode observar é que o sentido de um problema para o estudante apresenta maior influência sobre seu sucesso do que a estrutura desse problema em si mesma.

Levar em consideração a ideia de sentido, na avaliação em Matemática, implica associá-la a duas outras dimensões fundamentais: a noção de “contrato” e a ideia de “observação”. A observação é a pedra de toque da avaliação. Antes de decidir, antes de concluir, é necessário observar. Entretanto, a observação

6 Dados do Saepe-2002.

está longe de ser uma atividade simples de ser efetivada em sala de aula; não basta olhar para observar, é necessário todo um trabalho para aprender a observar.

Mas quando se fala em observar, a primeira questão que surge é, “observar o quê?”. Se o centro das atenções é a sala de aula e, mais particularmente, o funcionamento do estudante dentro desse sistema, torna-se claro que se trata de observar a produção desse estudante, mais particularmente suas respostas a questões. Cabe aqui retomar as considerações feitas anteriormente neste documento sobre a importância da resolução de problemas na aprendizagem de Matemática, que, de fato, aparece, ao mesmo tempo, como um meio e como um critério de aquisição das noções matemáticas.

Embora a resolução de problemas esteja presente de maneira bastante forte nas salas de aula, seria necessário retomar as diferentes características que pode assumir um problema na sala de aula de Matemática, como já discutido neste documento, e que aparecem estreitamente associadas a diferentes “tipos” de contratos didáticos. Na realidade pode-se perceber que grande parte dos problemas que aparecem nas salas de aula é composta por problemas cuja solução somente pode ser interpretada como “certa ou errada”.

Ora, como já foi dito anteriormente, para observar é preciso haver “observáveis” e, para tê-los, seria preciso fugir desse sistema binário, tipo “certo ou errado”, sobre o qual se baseia a maioria dos contratos estabelecidos nas salas de aula. Em outras palavras, a verdadeira observação somente será possível a partir de uma ruptura de contrato didático.

Finalmente, poderia ser dito que, mesmo quando as condições precedentes fossem satisfeitas, uma boa observação seria dependente do conhecimento matemático em jogo na situação. Deve também ficar clara a necessidade de que esse conhecimento venha acompanhado de sentido.

Não é demais repetir que uma situação sem sentido não pode levar a uma aprendizagem consistente e duradoura.

QUADRO RESUMO DAS EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Antes de apresentar detalhadamente as expectativas de aprendizagem por ano de escolarização e por bloco de conteúdos, apresentamos o quadro a seguir, que mostra como essas expectativas progridem em função do avanço escolar.

Entretanto, é preciso, no momento do trabalho de planejamento e na ação em sala de aula, que o professor considere as expectativas detalhadas, como descritas no documento, pois é nesse momento que as variáveis adotadas serão explicitadas.

A legenda abaixo esclarece o sentido de cada uma das cores utilizadas no referido quadro:

• a cor branca indica que a expectativa não precisa ser objeto de intervenção pedagógica naquela etapa de escolarização, pois será trabalhada posteriormente;
• a cor azul clara indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve começar a ser abordada nas intervenções pedagógicas, mas sem preocupação com a formalização do conceito envolvido;
• a cor azul celeste indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve ser abordada sistematicamente nas intervenções pedagógicas, iniciando-se o processo de formalização do conceito envolvido;
• a cor azul escura indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) se espera que uma expectativa seja consolidada como condição para o prosseguimento, com sucesso, em etapas posteriores de escolarização.

GEOMETRIA

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Descrição, comparação, classificação e denominação de figuras planas.												
Descrição, comparação, classificação e denominação de figuras espaciais.												
Criação de composições com figuras planas.												
Simetrias (eixos de simetria, reflexão, rotação e translação).												
Localização e movimentação no plano e no espaço.												
Congruência de figuras planas.												
Relações entre figuras planas e espaciais (faces de sólidos e polígonos).												
Elementos de figuras planas e espaciais (vértices, lados, arestas etc.).												

GEOMETRIA

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Criação de composições com figuras espaciais.												
Representação de figuras planas e espaciais (planificação, vistas, construções com instrumentos).												
Caracterização e classificação de polígonos.												
Ângulos (reconhecimento, classificação, construção).												
Semelhança de figuras planas (ampliação e redução).												
Classificação dos quadriláteros.												
Posições relativas de retas (paralelas, perpendiculares etc.).												
Classificação dos triângulos.												
Sistema cartesiano.												
Retas, semirretas e segmentos de retas.												
Lei angular de Tales.												
Propriedades da circunferência e do círculo.												
Ângulos formados por retas.												
Retas, semirretas e segmentos notáveis (mediatriz, bissetriz, mediana, altura).												
Relações métricas no triângulo retângulo.												
Razões trigonométricas no triângulo retângulo.												
Polígonos inscritos e ângulos na circunferência.												
Teorema de Tales.												
Leis do seno e do cosseno.												
Retas no plano cartesiano.												
Vetores.												
Distância no plano cartesiano.												
Circunferência no plano cartesiano.												

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Elaboração de questões de pesquisa.												
Coleta de dados.												
Classificação e organização de dados.												
Construção e interpretação de gráficos e tabelas.												
Identificação de frequências em gráficos e tabelas.												
Identificação de categorias em gráficos e tabelas.												
Comparação de conjuntos de dados.												
Associação entre tabelas e gráficos.												
População e amostra.												
Medidas de tendência central.												
Probabilidade.												
Elementos constitutivos de gráficos e tabelas.												
Amplitude, concentrações e dispersões de dados.												
Classificação de variáveis.												
Tabelas com dados agrupados.												
Medidas de dispersão.												

ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Categorização de atributos.												
Regularidades em sequências.												
Problemas algébricos.												
Equivalência de igualdades.												
Equações de primeiro grau.												
Inequações de primeiro grau.												
Proporcionalidade entre grandezas.												
Operação com monômios.												
Operações com polinômios.												
Produtos notáveis.												
Sistemas de equações de primeiro grau.												
Equações do segundo grau.												
Fatoração de expressões algébricas.												
Funções.												

GRANDEZAS E MEDIDAS

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tempo.												
Comprimento.												
Massa.												
Capacidade.												
Sistema monetário.												
Relações entre unidades de medida.												
Medições.												
Área.												
Perímetro.												
Volume.												
Temperatura.												
Ângulos.												
Grandezas compostas.												
Fórmulas para medida de áreas.												
Fórmulas para medida de volumes.												

NÚMEROS E OPERAÇÕES

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Contagem de elementos de coleções.												
Representação de números naturais.												
Relação de ordem nos números naturais.												
Composição e decomposição de números naturais.												
Resolução de problemas de adição e subtração por meio de cálculo mental.												
Estimativas.												
Resolução de problemas de multiplicação por meio de cálculo mental.												
Proporcionalidade.												
Relações entre dezenas, centenas, milhares etc.												
Arredondamentos, aproximações.												

NÚMEROS E OPERAÇÕES

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Reconhecimento e representação de números racionais na forma fracionária.												
Números pares e ímpares.												
Representação simbólica e cálculo mental de adições e subtrações.												
Representação simbólica e cálculo mental de multiplicações.												
Resolução de problemas de divisão por meio de cálculo mental.												
Reconhecimento e representação de números racionais na forma decimal.												
Associação de números naturais a pontos na reta numérica.												
Composição e decomposição de números racionais na representação decimal.												
Diferentes ideias de números racionais na representação fracionária.												
Representação simbólica e cálculo mental de divisões.												
Frações equivalentes.												
Porcentagem.												
Multiplicação e divisão por potências de dez.												
Características do sistema de numeração decimal.												
Associação de números racionais a pontos na reta numérica.												
Relação de ordem nos números racionais.												
Resolução de problemas com números racionais por meio de cálculo mental.												
Expressões aritméticas.												
Divisibilidade e critérios de divisibilidade.												
Potenciação.												
Radiciação.												
Adição e subtração de frações.												
Números inteiros.												
Relação de ordem nos números inteiros.												
Associação de números inteiros a pontos na reta numérica.												
Simétrico e valor absoluto.												
Resolução de problemas de adição e subtração de números inteiros.												
Fatoração de números naturais.												
MMC e MDC												
Números irracionais e reais.												
Multiplicação e divisão de números racionais.												
Números em notação científica.												
Propriedades das operações aritméticas.												
Problemas de combinatória.												
Conjuntos numéricos.												
Operações aritméticas por meio dos algoritmos formais.												

5. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A criança, ao chegar à escola, traz consigo um conjunto de saberes matemáticos construídos em interação com seu meio social. Trata-se, então, de incentivá-la a utilizar tais conhecimentos para resolver situações que apresentem significado para ela e que facilitem a construção de saberes mais elaborados nas etapas posteriores. É recomendável que a introdução dos conceitos, procedimentos, simbologia, nomenclatura e sistematização característicos da Matemática como conhecimento estruturado se faça de forma progressiva e com extremo cuidado, para não gerar dificuldades de aprendizagem.

Nessa etapa da escolaridade, a Matemática adquire um aspecto mais informal e apresenta como referência o espaço social da criança. Por isso, é fundamental que o professor resgate esse espaço para a construção dos conceitos. A relação do estudante com o conhecimento é, de início, marcadamente individualista (“meu quadrado”, “minha conta”...), como também o são as representações utilizadas por ele. Embora sirvam de ponto de partida para a construção dos conceitos e possam, portanto, ser vistas como normais, o professor é chamado a levar o estudante a perceber as limitações dessas representações pessoais, por meio de atividades e de debates coletivos em classe.

O apoio em materiais de manipulação também pode ser necessário nessa etapa. Porém, é desejável que as situações criadas pelo professor levem o estudante a operar mentalmente. Tal passagem, bastante

delicada, deve ser realizada de forma cuidadosa e sem imposições, deixando-se que o próprio estudante perceba as limitações do material concreto.

A forte ligação entre a língua materna e a linguagem matemática também é uma característica desta etapa. Os símbolos matemáticos devem aparecer não como uma imposição do professor ou como uma característica do conhecimento matemático, mas como elementos facilitadores da comunicação.

As relações entre causa e efeito e as inferências lógicas começam a aparecer nessa fase. Os alunos começam a descobrir propriedades e regularidades nos diversos campos da Matemática. Cabe ao professor construir situações que promovam a consolidação progressiva dessas ideias, evitando cuidadosamente antecipar respostas a problemas e questionamentos vindos do estudante, de modo a permitir o desenvolvimento do pensamento lógico. A sistematização excessiva é totalmente desaconselhável nesta etapa.

As expectativas de aprendizagem serão apresentadas por blocos de conteúdos (geometria, estatística, álgebra e funções, grandezas e medidas e números e suas operações). Entretanto, é preciso ter clareza de que essa divisão se deve unicamente à busca de uma melhor forma de apresentação; no trabalho em sala de aula, é importante que o professor busque, de forma sistemática, articular os blocos de conteúdos.

5.1. GEOMETRIA

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o trabalho com a geometria deve estar centrado na exploração do espaço que envolve o estudante. As situações em que ele seja levado a **situar-se no espaço** que o cerca devem ser particularmente exploradas. Assim, em momentos iniciais podem ser propostas atividades que levem o estudante a

compreender as ideias de: pontos de referência; deslocamentos: esquerda, direita, acima, abaixo etc. Essas situações podem avançar na direção de analisar deslocamentos, verificando os mais longos e os mais curtos, por exemplo. O trabalho com malhas, mapas e croquis pode contribuir bastante para o desenvolvimento dessas ideias.

É também no espaço que cerca a criança dessa etapa que ela encontra as diferentes **figuras geométricas**, planas e espaciais. As situações propostas pelo professor devem, então, levar o estudante a identificar propriedades comuns e diferenças entre essas diversas figuras, sem, contudo, haver a preocupação excessiva com suas denominações. Por exemplo, nesta etapa de escolaridade, é bastante comum o estudante denominar o paralelepípedo por retângulo. É desejável que a atuação do professor se dirija não para enfatizar a nomenclatura das figuras, mas para destacar suas propriedades distintivas ou comuns. Por exemplo, observar que um retângulo é uma figura plana, enquanto o paralelepípedo é espacial.

Essa distinção pode ser facilitada no trabalho com, por exemplo, planificações de sólidos geométricos e suas representações, sem, entretanto, buscar a apresentação de procedimentos formais de representações planas. As **construções geométricas**, com o uso de instrumentos de desenho, também podem contribuir para a identificação das primeiras propriedades das figuras planas. É importante, porém, que o trabalho não se restrinja à apresentação de sequências de etapas de construção, que acabam por esconder do estudante seus significados.

Associada à ideia de proporcionalidade, a noção de **semelhança** pode ser introduzida nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É preciso esclarecer, porém, que essa ideia não se apresenta de forma pronta e definitiva. Sua construção demanda um longo tempo e somente será consolidada em etapas posteriores da escolaridade. Nessa etapa, as atividades envolvendo malhas são fundamentais para as primeiras

construções do conceito. Pode-se explorar malhas de diferentes tipos (quadradas, retangulares, triangulares), e situações que levem o estudante a perceber transformações que ampliem, deformem, reduzam ou mantenham inalteradas figuras planas e suas propriedades. Atividades de ampliação e redução de figuras planas por homotetias, no contexto de papel branco, são também acessíveis a alunos dos anos finais desse ciclo da aprendizagem.

1º ANO

- Descrever, comparar e classificar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo e círculo) ou espaciais (paralelepípedo, pirâmide e esfera) por características comuns, mesmo que apresentadas em diferentes disposições.
- Nomear figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo e círculo) e descrever suas características.
- Reconhecer quadrados, retângulos e triângulos não restritos a posições prototípicas.
- Reconhecer pares de figuras iguais (congruentes) apresentadas em diferentes disposições.
- Identificar uma determinada figura plana em um conjunto de várias figuras.
- Usar figuras planas para criar desenhos (por exemplo, usando colagem ou lápis e papel).
- Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo, mosaicos ou faixas decorativas utilizando malhas quadriculadas).
- Preencher uma região dada por meio da composição de figuras planas.
- Associar figuras espaciais a objetos do mundo real.
- Visualizar, descrever e comparar caminhos entre dois pontos (por exemplo, descrever o caminho da entrada da escola à sala de aula, usando pontos de referência conhecidos).

- Identificar e descrever a localização de objetos no espaço, considerando um referencial (por exemplo: localizar objetos que estão situados em cima/embaixo; direita/esquerda).

2º ANO

- Descrever, comparar e classificar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo e círculo) ou espaciais (paralelepípedo, pirâmide e esfera) por características comuns, mesmo que apresentadas em diferentes disposições.
- Usar figuras planas em diferentes composições para criar desenhos.
- Identificar determinada figura plana em um conjunto de várias figuras.
- Reconhecer pares de figuras iguais (congruentes) apresentadas em diferentes disposições.
- Identificar figuras planas em mosaicos, faixas e outras composições.
- Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: mosaicos ou faixas decorativas, utilizando malhas quadriculadas).
- Associar a representação de figuras espaciais a objetos do mundo real.
- Relacionar faces do cubo e do bloco retangular (paralelepípedo) a figuras planas.
- Visualizar, descrever e comparar caminhos entre dois ou três pontos (por exemplo, descrever o caminho da entrada da escola à sala de aula, usando pontos de referência conhecidos; descrever o caminho da casa à escola, passando pelo mercado).
- Identificar e descrever a localização de objetos no espaço, considerando mais de um referencial (por exemplo: localizar objetos que estão situados em cima/embaixo e à direita/à esquerda).

3º ANO

- Descrever e classificar figuras planas iguais (congruentes), apresentadas em diferentes disposições, nomeando-as (quadrado, triângulo, retângulo, losango e círculo).
- Descrever e classificar figuras espaciais iguais (congruentes), apresentadas em diferentes disposições, nomeando-as (cubo, bloco retangular ou paralelepípedo, pirâmide, cilindro e cone).
- Descrever informalmente características de uma figura plana, reconhecendo número de lados e de vértices (por exemplo, identificar o número de vértices – ou “pontas” – de um quadrado).
- Reconhecer pares de figuras iguais (congruentes) apresentadas em diferentes disposições, descrevendo a transformação que as relaciona (translação, rotação e reflexão) com suas próprias palavras.
- Compor e decompor figuras planas e espaciais para obter outras.
- Relacionar a representação de figuras espaciais a objetos do mundo real (bloco retangular, cubo, outros prismas, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
- Identificar características iguais e diferentes entre pirâmides de diferentes bases.
- Identificar características iguais e diferentes entre prismas de diferentes bases.
- Descrever informalmente características de prismas (incluindo a identificação de blocos retangulares e cubos) e de pirâmides, reconhecendo faces e vértices.
- Relacionar faces de cubos, blocos retangulares, outros prismas e pirâmides a figuras planas.
- Desenhar a representação plana de cubos e blocos retangulares e associar as planificações desses sólidos às suas representações.
- Desenhar figuras poligonais utilizando régua.
- Reconhecer figuras obtidas por meio de rotação, reflexão e translação, descrevendo com suas próprias palavras a transformação realizada, ainda sem nomear tais transformações formalmente.
- Identificar eixos de simetria em figuras planas.

- Descrever caminhos recorrendo a termos, tais como: paralelo, transversal, direita e esquerda.
- Identificar e descrever a localização e a movimentação de objetos no espaço, identificando mudanças de direções e considerando mais de um referencial.

4º ANO

- Analisar e comparar figuras planas e espaciais por seus atributos (por exemplo: número de lados ou vértices, número de faces, tipo de face etc.).
- Identificar pares de figuras iguais (congruentes) apresentadas em diferentes disposições, descrevendo a transformação que as relaciona (translação, rotação e reflexão), com suas próprias palavras.
- Reconhecer a caracterização de um polígono e suas denominações (triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono e octógono).
- Desenhar figuras poligonais utilizando régua.
- Identificar representações planas de sólidos geométricos (prismas, pirâmides, cilindros e cones) desenhados em diferentes perspectivas.
- Identificar igualdades e diferenças entre as faces de sólidos geométricos (prismas, pirâmides), relacionando-as a figuras planas.
- Desenhar uma representação plana de figuras espaciais.
- Construir modelos de sólidos a partir de planificações.
- Associar figuras espaciais a suas planificações e vice-versa.
- Compor e decompor figuras planas (por exemplo: juntar dois triângulos retângulos iguais para obter um retângulo).
- Reconhecer ângulos retos.
- Descrever caminhos usando termos, tais como: paralelo, perpendicular, intersecção, direita e esquerda.
- Construir figuras por reflexão e translação, recorrendo à nomenclatura da transformação utilizada.
- Identificar eixos de simetria em figuras planas.

- Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: mosaicos ou faixas decorativas, com ou sem o apoio de malhas quadriculadas).
- Desenhar ampliações e reduções de figuras planas em malha quadriculada.
- Descrever a localização e/ou movimentação de objetos no espaço, identificando mudanças de direções e considerando mais de um referencial.
- Associar ângulo a giro ou mudança de direção, reconhecendo ângulo de um quarto de volta, de meia volta e de uma volta.
- Caracterizar retângulos pelos seus lados e ângulos.
- Caracterizar quadrados pelos seus lados e ângulos.

5º ANO

- Descrever e classificar figuras planas e espaciais.
- Reconhecer figuras geométricas planas representadas em diferentes disposições.
- Classificar triângulos quanto aos lados (escaleno, equilátero e isósceles) e quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo).
- Classificar quadriláteros quanto aos lados e aos ângulos.
- Descrever e construir deslocamentos que utilizem medidas de ângulos.
- Desenhar figuras poligonais utilizando régua e transferidor.
- Identificar congruências entre figuras planas por sobreposição.
- Desenhar ampliações e reduções de figuras poligonais em malha quadriculada.
- Reconhecer, em situações de ampliação e redução, a conservação dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados homólogos de figuras poligonais.
- Reconhecer diferentes prismas e pirâmides em função de suas bases.
- Identificar planificações do cubo, do bloco retangular e de outros prismas, bem como do cilindro, do cone e da pirâmide.

- Identificar os elementos de prismas e de pirâmides (vértices, arestas e faces).
- Desenhar diferentes vistas de figuras espaciais formadas por blocos retangulares.
- Desenhar um bloco retangular em perspectiva (por exemplo, usando malhas ou régua).
- Localizar pontos ou objetos, usando pares ordenados de números e/ou letras, em desenhos representados em malhas quadriculadas.
- Descrever a movimentação de objetos no espaço, identificando mudanças de direção e considerando mais de um referencial, incluindo primeiras noções da utilização de coordenadas.
- Diferenciar reta, semirreta e segmento de reta.
- Reconhecer retas paralelas, concorrentes e perpendiculares.
- Desenhar figuras obtidas por simetria de translação, rotação e reflexão.
- Reconhecer eixos de simetria de figuras planas.
- Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: mosaicos ou faixas decorativas em malhas quadriculadas).

5.2. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE (TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO)

A Matemática apresenta-se como um campo do saber com um papel central no desenvolvimento de competências ligadas ao questionamento, ao estabelecimento de relações e conjecturas e à interpretação de informações e dados da realidade cotidiana do cidadão. Essas competências não podem ser desenvolvidas apenas com a construção de gráficos e tabelas. É preciso que sejam desenvolvidas competências associadas a: formulação de questões que envolvam a obtenção de dados; coleta, organização e apresentação de informações; observação e interpretação de fenômenos.

É recomendável que se leve em conta a curiosidade, muitas vezes presente na criança, para desenvolver a competência de formular questões que envolvam a procura de informações por parte dos alunos. Por exemplo, “Na minha turma, a que hora cada um acorda nos dias de aula?”. Obter as informações e organizá-las por diversos meios é o passo importante seguinte. Destacam-se, na organização e apresentação de dados, as tabelas e gráficos.

O trabalho com **tabelas e gráficos** deve propiciar ao estudante compreender essas formas de representação como facilitadoras da organização de informações. Tabelas simples podem ser construídas pelos estudantes desde os primeiros anos dessa etapa de escolaridade. Da mesma forma, estudos têm mostrado que a construção de gráficos de barras elementares pode auxiliar bastante o desenvolvimento de atitudes de observação e realização de inferências. É preciso ressaltar, porém, que não se pode esperar de estudantes dessa fase a construção formal de gráficos. Por exemplo, a correta representação das escalas nos eixos só será completamente efetiva em etapas posteriores da vida escolar do estudante.

A observação e a interpretação das informações contidas nas tabelas e gráficos podem levar a discussões relevantes para o estabelecimento de relações entre as variáveis envolvidas no fenômeno observado.

Uma oportunidade privilegiada de articulação desse bloco com o campo das operações numéricas é a exploração das ideias de **combinatória**. O professor pode elaborar situações em que o estudante seja levado a realizar diferentes combinações de elementos. Por exemplo, situações em que se pergunte ao estudante, diante de duas calças e três camisas, de quantas maneiras diferentes ele pode combiná-las e quais são essas maneiras.

Da mesma forma, a ideia de **chance** pode ser trabalhada nesta etapa, preparando o estudante para a construção da ideia de probabilidade, a ser elaborada posteriormente. Por exemplo, podem ser elaboradas

situações em que o estudante deva perceber que, ao lançar uma moeda, a chance é sair metade “cara” e metade “coroa” etc.

1º ANO

- Classificar elementos segundo uma ou duas características (por exemplo, cor, idade etc.).
- Propor perguntas para questionários ou entrevistas relacionadas a elementos ou aspectos do contexto da sala de aula (por exemplo, quantidade de irmãos, brinquedos preferidos etc.).
- Coletar dados em uma pesquisa e descrever os seus resultados.
- Criar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados.
- Organizar, classificar, ordenar, representar e interpretar dados utilizando contagens.
- Construir gráficos de barras ou colunas utilizando objetos físicos ou representações pictóricas.
- Identificar maior, menor ou igual frequências em gráficos de barras, colunas ou em representações pictóricas.
- Identificar informação em tabela de uma entrada com uma categoria apresentada por representações pictóricas.

2º ANO

- Formular questões sobre aspectos cotidianos que gerem pesquisas e observações para coletar dados (quantitativos e/ou qualitativos).
- Identificar etapas de um plano para coleta e registro de dados.
- Coletar e classificar dados, identificando diferentes categorias.
- Decidir sobre estratégias para comunicação de dados coletados.
- Construir gráficos de colunas ou barras utilizando objetos físicos ou representações pictóricas.
- Preencher tabelas para organização e classificação de dados, utilizando contagens.
- Construir tabelas, gráficos de barras ou colunas (por exemplo: com apoio de objetos físicos, representações pictóricas, papel quadriculado ou *softwares*).

- Descrever e interpretar dados apresentados em tabelas e gráficos, identificando suas principais características (maior e menor frequência, ou frequências iguais).
- Identificar uma categoria em um gráfico de barras ou colunas sendo dada uma frequência.
- Identificar informação em tabela de dupla entrada formada por representações pictóricas.
- Comparar dois conjuntos de dados apresentados em tabelas e gráficos.
- Discutir e compreender representações de dados elaborados por outros colegas.

3º ANO

- Formular questões sobre aspectos cotidianos, coletar dados para respondê-las, categorizar os dados coletados e representá-los em tabelas e gráficos de barras ou colunas, com representações pictóricas ou não.
- Identificar maior, menor ou igual, frequências em gráficos de barras ou colunas elaborados com representações pictóricas ou não.
- Identificar informação em tabela de dupla entrada.
- Coletar dados que envolvam medidas e apresentá-los em tabelas e gráficos de colunas ou barras.
- Coletar dados de um evento durante um período de tempo (horas, dias, semanas, meses ou anos) e apresentá-los em tabelas.
- Resolver e elaborar problema a partir das informações de um gráfico.
- Identificar em gráficos uma categoria sendo dada uma frequência e vice-versa.
- Identificar informações apresentadas em gráficos de linhas (categorias envolvidas, maior, menor frequência, crescimento e decréscimo).
- Comparar diferentes representações de um mesmo conjunto de dados (tabelas e gráficos).

- Converter representações de conjunto de dados apresentados em tabela para representação gráfica e vice-versa.

4º ANO

- Formular questões e coletar dados por meio de observações, medições e experimentos e identificar a forma apropriada de organizar e apresentar os dados (escolha e construção adequada de tabelas e gráficos).
- Compreender intuitivamente as ideias de população e amostra.
- Elaborar tabelas ou outros tipos de instrumento que auxiliem o trabalho de coleta de dados.
- Interpretar, analisar e propor questões sobre dados coletados.
- Ler e interpretar (tirar conclusões e fazer previsões) a partir de diferentes representações de dados (tabelas, gráficos de barras, de colunas, de linha e pictogramas).
- Resolver e elaborar problemas a partir das informações de uma tabela ou de um gráfico de colunas, de barras ou de linha.
- Construir uma tabela de frequências a partir de um conjunto de dados.
- Coletar dados de um evento durante um período de tempo (horas, dias, semanas, meses ou anos) e apresentá-los em tabelas e gráficos de linha.
- Converter representações de conjunto de dados apresentados em tabela para representação gráfica e vice-versa.
- Compreender intuitivamente a ideia de moda como aquilo que é mais típico em um conjunto de dados.
- Discutir a ideia intuitiva de chance de ocorrência de um resultado a partir da análise das possibilidades.

5º ANO

- Formular questões e coletar dados por meio de observações, medições e experimentos e identificar a forma apropriada de organizar e apresentar os dados (escolha e construção adequada de tabelas e gráficos).
- Definir estratégias de coleta de dados apropriadas às questões de pesquisa.

- Registrar dados resultantes de medição reconhecendo a precisão adequada e/ou possível.
- Descrever dados coletados e elaborar representações apropriadas (listas, tabelas ou gráficos).
- Ler e interpretar diferentes tipos de gráfico (gráficos de colunas e barras, pictogramas, cartogramas, gráficos de linha e de setores).
- Reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, título, fonte etc.).
- Resolver e elaborar problema a partir das informações de uma tabela ou de um gráfico.
- Analisar criticamente os dados apresentados em tabelas ou gráficos.
- Identificar uma categoria em um gráfico sendo dada uma frequência e identificar a frequência de uma categoria.
- Construir diferentes representações de um conjunto de dados (tabelas, gráficos de colunas e barras, pictogramas, cartogramas e gráfico de linha), tirar conclusões e fazer predições a partir destas construções.
- Compreender intuitivamente a ideia de moda como aquilo que é mais típico em um conjunto de dados.
- Compreender intuitivamente a ideia de média aritmética de um conjunto de dados.
- Usar a média para comparar dois conjuntos de dados.
- Redigir uma interpretação a partir de um conjunto de dados coletados.
- Prever possíveis resultados de um experimento ou coleta de dados.
- Discutir a ideia intuitiva de chance de ocorrência de um resultado a partir da análise das possibilidades.

5.3. ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Durante muito tempo, a organização dos conteúdos escolares de Matemática foi realizada em três blocos, geometria, aritmética e álgebra.

Usualmente, o estudo dos números tem sido associado ao campo da aritmética, enquanto o trabalho com as “letras” tem sido ligado à álgebra. Na realidade, as tendências atuais em Educação Matemática encaram a álgebra não mais como um bloco de conteúdos, mas como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada, entre outros aspectos, pela busca de generalizações e de regularidades. Adotado esse ponto de vista, é recomendável que o ensino de álgebra seja desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o cuidado de não o reduzir a simples manipulação simbólica.

Destaca-se, com relação à formação em álgebra, não o trabalho com símbolos, mas a busca, por parte do estudante, de identificar **regularidades em sequências**, sejam elas numéricas, de figuras ou de outro tipo. As atividades propostas pelo professor devem, entre outros aspectos, procurar levar o estudante a identificar os elementos e as regras de formação dessas sequências. Tal trabalho pode ser muito bem articulado com o estudo dos números, em especial com o emprego da **reta numérica**.

Outra articulação importante com os números e suas operações pode ser efetivada em situações nas quais o estudante seja levado à **determinação do elemento desconhecido em uma igualdade matemática**. Neste nível de ensino, tais situações podem ser exploradas por meio da ideia de operações inversas, como, por exemplo, “determinar o número que, multiplicado por quatro, é igual a vinte”. Porém, é preciso cautela na utilização da linguagem simbólica convencional na Matemática, pois as representações próprias dos estudantes merecem muita atenção. A familiaridade deles com as operações inversas será uma das bases para o progressivo emprego da simbologia convencional da álgebra. Em geral, o efetivo trabalho com “letras” somente será realizado na etapa posterior de escolaridade.

O pensamento funcional também deve ser valorizado nesta etapa de escolaridade. Em particular, a noção de **proporcionalidade** pode ser

introduzida por meio de situações ligadas ao cotidiano do estudante. Por exemplo, “se um doce custa dois reais, três doces custam seis reais”. Nesse sentido, as situações e problemas devem ser elaborados de forma a permitir que o estudante desenvolva estratégias próprias de resolução, sendo desaconselhável a apresentação de regras fixas ou algoritmos únicos. Essas situações podem ser uma ótima ocasião de promover a articulação com o bloco do tratamento da informação, nas atividades com gráficos de segmentos. O estudante poderá, então, construir a associação da proporcionalidade entre grandezas com o gráfico linear.

Estudos em Educação Matemática também têm demonstrado que, nos anos finais desta etapa de escolaridade, os estudantes apresentam a competência de resolver, utilizando estratégias próprias, situações simples envolvendo a proporcionalidade inversa entre grandezas. Por exemplo, se ele gasta certo tempo para se deslocar de sua casa até a escola; dobrando seu ritmo (sua velocidade) ele gastará, aproximadamente, a metade do tempo para cumprir o mesmo percurso; triplicando o ritmo, o tempo cai para a terça parte, e assim sucessivamente.

1º ANO

- Criar categorias de atributos, tais como cor, formato, tamanho de coleções de objetos.
- Compreender a noção de regularidade a partir da construção de uma sequência numérica até 30, em ordem crescente ou decrescente.
- Compreender a noção de regularidade a partir da ordenação de números até 30, reconhecendo qual vem antes ou depois na sequência.
- Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no final da sequência.

2º ANO

- Criar categorias de atributos, tais como cor, formato, tamanho de coleções de objetos dadas.
- Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.
- Determinar um elemento desconhecido em uma igualdade envolvendo números até 10 (por exemplo: determinar o número que somado com 4 resulta em 9).

3º ANO

- Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.
- Reconhecer que todo número par termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Identificar que a soma de dois números pares resulta em um número par.
- Reconhecer que se adicionarmos um valor a uma das parcelas de uma adição, o resultado também será acrescido deste mesmo valor (por exemplo.: $12 + 4 = 16$ e $12 + 5 + 4 = 16 + 5$).
- Determinar um elemento desconhecido em uma igualdade envolvendo números até 20 (por exemplo: determinar o número que multiplicado por 3 resulta em 12).

4º ANO

- Reconhecer o padrão que está associado à multiplicação de um número por 10 ou por 100 (perceber que todo número multiplicado por 10 termina em zero e que multiplicado por 100 termina em dois zeros).
- Descrever e completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.
- Reconhecer que se multiplicarmos um dos fatores de um produto por um número, o resultado também ficará multiplicado por este mesmo número (por exemplo, se $3 \times 5 = 15$, então $3 \times (5 \times 2) = 15 \times 2$).
- Determinar o valor que torna uma igualdade verdadeira (por exemplo: na multiplicação $3 \times ? = 15$, o valor desconhecido vale 5).

- Determinar um elemento desconhecido em uma igualdade (por exemplo: determinar o número que multiplicado por 4 resulta em 12).
- Determinar alguns valores que tornam uma desigualdade verdadeira (por exemplo: se $4 \times ? < 20$, então o valor desconhecido deve ser menor que 5).
- Resolver, utilizando representação própria, problemas de partilha de quantidades envolvendo uma relação (por exemplo: João e Maria têm, juntos, 30 figurinhas, sendo que João tem 10 a mais que Maria. Quantas figurinhas tem cada um?).
- Perceber experimentalmente relações entre lado e perímetro de quadrado (por exemplo: se multiplicarmos o lado de um quadrado por dois, o que ocorrerá com seu perímetro?).

5º ANO

- Descrever e completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes (no início, no meio ou no fim da sequência).
- Reconhecer o padrão associado à multiplicação ou à divisão de um número por 10, 100 ou 1 000 (perceber que todo número natural terminado por três zeros é o resultado de uma multiplicação por 1 000).
- Reconhecer que se multiplicarmos ou dividirmos o dividendo e o divisor por um mesmo valor, o quociente não se altera (por exemplo: $120 \div 40 = 12 \div 4 = 60 \div 20 \dots = 3$).
- Determinar um elemento desconhecido em uma igualdade (por exemplo: determinar o número que multiplicado/dividido por 2 resulta...).
- Perceber relações de variações entre grandezas (por exemplo: um trabalho é realizado por um determinado número de pessoas em algumas horas. Se este trabalho for realizado por um número maior (ou menor) de pessoas, vai levar mais ou menos tempo para ser concluído?).

- Perceber experimentalmente relações entre lado e perímetro de quadrado (por exemplo: se multiplicarmos/dividirmos o lado de um quadrado por dois, o que ocorrerá com seu perímetro?).
- Perceber experimentalmente relações entre lado e área de quadrado (por exemplo: se multiplicamos o lado de um quadrado por dois, o que ocorrerá com sua área?).
- Resolver, utilizando representação própria, problemas de partilha de quantidades envolvendo duas relações multiplicativas (por exemplo: João, Maria e José têm, juntos, 30 figurinhas, sendo que Maria tem o dobro de figurinhas de João, e José tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas tem cada um?).

5.4. GRANDEZAS E MEDIDAS

Usualmente, o ensino de grandezas e medidas tem privilegiado a apresentação das unidades padronizadas de comprimento, massa, tempo, área e capacidade. Além disso, tem sido dada excessiva importância à conversão de unidades de medida. Em alguns casos, chega-se à apresentação e aplicação de fórmulas de cálculo de perímetro e de área de figuras planas. Essa estratégia tem-se mostrado não só ineficiente, em relação à aprendizagem, mas, muitas vezes, geradora de dificuldades para futuras aprendizagens.

Embora a criança nesta faixa de escolarização já chegue à escola com algum conhecimento sobre grandezas, ela ainda não apresenta, principalmente nos primeiros anos, uma compreensão de seu significado. São comuns as confusões, quando se considera um objeto, entre seus diversos “tamanhos”, que ora é o comprimento, ora é a área ou até mesmo o volume. Além disso, apesar de a criança estar exposta ao uso social frequente das unidades de medida convencionais, falta-lhe, muitas vezes, uma estimativa da ordem de grandeza dessas unidades de medida. Por exemplo, ela sabe que o comprimento de uma avenida é de três quilômetros, mas ainda não tem a compreensão do comprimento (ou distância) equivalente a

um quilômetro. As situações apresentadas podem, então, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, levar o estudante a compreender o **significado de algumas grandezas** e desenvolver a capacidade de estimativa de medidas. Por exemplo, compreender o que significa o comprimento de um segmento de linha reta ou de linha curva; saber que comprimentos podem ser medidos com um metro e não com um metro quadrado; ser capaz de estimar uma distância (ou comprimento) de um metro, a área de um metro quadrado, e assim por diante. Convém destacar a necessidade de ligação do estudo das grandezas e medidas a situações do cotidiano do estudante.

A construção da ideia de **medição** também pode ser realizada nos primeiros anos dessa etapa de escolarização. As situações apresentadas ao estudante podem levá-lo a compreender que grandezas podem ser medidas e comparadas. É importante, nesse momento, não dar exclusividade à utilização de unidades do sistema métrico, insistindo-se na utilização de unidades não convencionais que sejam significativas para a criança.

Quando se faz uso da medição para comparar duas grandezas, é preciso que seja utilizada a mesma **unidade de medida**.

Por exemplo, ao comparar dois comprimentos medidos em “palitos”, é necessário que os “palitos” empregados sejam do mesmo comprimento nas duas medições efetuadas. Por isso, na comunicação entre culturas, foi sendo estabelecida, progressivamente, uma uniformização das unidades adotadas, para que os dados envolvendo medidas de grandezas pudessem ser comparados. Por exemplo, para estimar o comprimento do corredor da escola, quando são utilizados os passos de dois estudantes, as medidas do referido comprimento podem ser diferentes. A sistematização das unidades convencionais de medida somente deve ser realizada após a construção dos significados das grandezas envolvidas. É importante ressaltar que essas unidades devem estar intimamente ligadas ao cotidiano do estudante.

Por exemplo, a conversão de uma medida em hectômetros para decâmetros não apresenta nenhum valor formativo, enquanto lidar com hectares ou braças pode estar relacionado às necessidades do estudante, e contribuir mais para sua formação.

O trabalho com as **grandezas geométricas** (comprimentos, áreas etc.) deve merecer especial atenção nesse momento de escolarização. A apresentação de fórmulas e sua aplicação em uma série exaustiva de problemas é um procedimento que se tem mostrado ineficaz e gerador de obstáculos futuros, como, por exemplo, a confusão entre perímetro e área. É importante que as situações apresentadas pelo professor propiciem ao estudante construir a distinção entre os três elementos envolvidos no trabalho com as grandezas geométricas: a figura (quadrados, retângulos etc.), a grandeza associada à figura (comprimento de 2m, perímetro de 12m, 4m² de área, capacidade de 30l etc.) e o número associado à medição dessa grandeza numa dada unidade (2, 12, 4 etc.).

Nos anos iniciais desta etapa, é fundamental a apresentação de situações que levem o estudante a **comparar grandezas, sem recorrer a medições**. Por exemplo, verificar que “a distância da escola à padaria é maior que a distância da escola ao supermercado”, identificar que “em certo recipiente cabe mais água que em outro” etc. Também podem ser trabalhadas situações que explorem a **distinção entre figura e grandeza**.

Por exemplo, situações em que figuras diferentes tenham o mesmo perímetro; em que recipientes diferentes tenham a mesma capacidade etc. É igualmente importante que o estudante compreenda que o **número associado à grandeza**, quando se realiza a medição, depende da unidade escolhida. Assim, certa área não é igual a dois; de fato, a área pode medir dois, ou quatro, ou oito etc., dependendo da unidade escolhida.

É preciso, porém, lembrar que a exploração de **fórmulas** deve ser deixada para a etapa de escolarização seguinte. Em classes em que o professor perceba que as construções anteriormente citadas já estão consolidadas, a expressão que fornece a área do retângulo pode ser sistematizada, a partir dos resultados obtidos pelos estudantes em situações associadas às disposições retangulares. Por exemplo, em uma situação de determinação da medida da área de um retângulo em papel quadriculado, o estudante pode perceber que não há necessidade de contar todos os quadradinhos da figura, realizando a multiplicação do número de quadradinhos em um dos lados pelo número de quadradinhos no lado adjacente.

1º ANO

- Compreender intuitivamente a necessidade das grandezas para o estabelecimento de comparações (por exemplo: para comparar dois objetos entre si é necessário considerar uma grandeza como referência – comprimento, massa).
- Identificar períodos do dia (manhã, tarde, noite e madrugada), dias da semana, meses do ano.
- Identificar datas usando um calendário.
- Identificar semanas e meses e relações entre esses períodos de tempo usando o calendário.
- Identificar ordem de eventos em programações diárias, usando palavras como: antes, depois, durante, no fim de etc.
- Comparar comprimento de dois ou mais objetos por comparação direta (sem o uso de unidades de medidas convencionais) para identificar: maior, menor, igual, mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo etc.
- Usar linguagem natural para comparar massa – “peso” (mais pesado, mais leve, mesmo “peso”), sem o uso de unidades de medidas convencionais.
- Usar linguagem natural para comparar capacidades de dois ou mais recipientes (mais cheio, mais vazio), sem o uso de unidades de medidas convencionais.

- Medir e comparar comprimentos utilizando unidades não convencionais (palmo da mão, palitos, pedaços de barbante etc.).
- Medir um mesmo comprimento utilizando diferentes unidades não convencionais (palmo da mão, palitos, pedaços de barbante etc.).
- Ordenar comprimentos (por exemplo: organização de uma fila pela altura).
- Reconhecer e nomear moedas e cédulas do nosso sistema monetário.
- Comparar valores de moedas e cédulas do nosso sistema monetário.
- Estabelecer equivalências de um mesmo valor utilizando diferentes cédulas e moedas.

2º ANO

- Compreender intuitivamente a necessidade das grandezas para o estabelecimento de comparações (por exemplo: para comparar dois objetos entre si é necessário considerar uma grandeza como referência – comprimento, massa).
- Identificar dias da semana, meses do ano, datas e períodos de tempo, usando o calendário.
- Identificar ordenação de eventos em planejamentos diários, situações do cotidiano e programações de eventos.
- Ler hora cheia (três horas, seis horas etc.), meia hora (dez horas e meia etc.) e quartos de hora (cinco horas e quinze minutos etc.) em relógio analógico e digital.
- Identificar e registrar tempo de início e fim de um evento usando notação analógica e digital.
- Determinar (comparar) a duração de eventos.
- Usar o minuto como unidade de medida de tempo para avaliar passagem de tempo. (exemplo: o tempo gasto em minutos para a escovação dos dentes).
- Identificar maior, menor, igual, mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais

leve, mas pesado, mais cheio, menos cheio etc., em atividades de comparação.

- Compreender o significado da distância a ser percorrida entre dois lugares.
- Comparar de maneira direta o comprimento de dois ou mais objetos (por exemplo: comparar os comprimentos de uma caneta e uma régua).
- Comparar comprimentos horizontais, verticais e de contornos formados por linhas retas, utilizando medidas não convencionais, tais como palmo, passo, lápis etc.
- Determinar o comprimento de caminhos utilizando medidas não convencionais (por exemplo: passos).
- Reconhecer a relação entre o tamanho da unidade escolhida e o número obtido na contagem (por exemplo, quanto maior o passo, menos passos são necessários).
- Realizar medições de comprimento sem a utilização de medidas convencionais.
- Selecionar instrumentos de medida apropriados à grandeza a ser medida (por exemplo: tempo, comprimento, massa, capacidade).
- Utilizar instrumentos de medida com compreensão do processo de medição e das características do instrumento escolhido.
- Fazer e utilizar estimativas de medida de tempo e de comprimento.
- Comparar intuitivamente capacidades de recipientes de diferentes formas e tamanhos.
- Identificar e nomear moedas e cédulas do nosso sistema monetário.
- Comparar valor monetário utilizando diferentes cédulas e moedas.
- Estabelecer equivalências de um mesmo valor utilizando diferentes cédulas e moedas.
- Propor diferentes trocas de valores usando outras cédulas e/ou moedas, seja do nosso sistema monetário ou de outros sistemas fictícios.

3º ANO

- Compreender intuitivamente a necessidade das grandezas para o estabelecimento de comparações (por exemplo: para comparar dois objetos entre si é necessário considerar uma grandeza como referência – comprimento, massa).
- Selecionar instrumentos de medida apropriados à grandeza a ser medida (por exemplo: tempo, comprimento, massa, capacidade).
- Usar unidades convencionais de medida para medir comprimentos (metro e centímetro).
- Comparar e ordenar comprimentos horizontais, verticais e de contornos formados por linhas retas e curvas por medição utilizando metros e centímetros, reconhecendo a relação entre um metro e 100 centímetros.
- Compreender o significado de distância a ser percorrida entre dois lugares.
- Reconhecer a relação entre a unidade escolhida e o número obtido na medição de comprimentos, massas e capacidades (metro e centímetro, quilograma e grama, litro e mililitro).
- Realizar estimativas de medida de comprimento, massa e capacidade.
- Realizar conversões simples entre unidades de medida convencionais mais comuns de comprimento (metro e centímetro), massa (grama e quilograma) e capacidade (litro e mililitro). Por exemplo, meio metro equivale a cinquenta centímetros.
- Identificar tempo, calcular intervalo de tempo e usar calendário.
- Compreender e usar equivalências importantes entre medidas de tempo (por exemplo: uma semana equivale a sete dias, um semestre tem seis meses etc.).
- Identificar e nomear moedas e cédulas do nosso sistema monetário.
- Comparar valor monetário utilizando diferentes cédulas e moedas.

- Estabelecer equivalências de um mesmo valor utilizando diferentes cédulas e moedas.
- Propor diferentes trocas de valores usando outras cédulas e/ou moedas, seja do nosso sistema monetário ou de outros sistemas fictícios.
- Compreender o significado de troco em transações envolvendo valores monetários.
- Resolver e elaborar problemas simples que envolvam medidas de tempo, comprimento, massa, capacidade e valor monetário.
- Comparar áreas de duas figuras planas recorrendo às relações entre elas ou a decomposição e composição.

4º ANO

- Comparar e ordenar comprimentos horizontais, verticais e de contornos formados por linhas retas e curvas e por medição, reconhecendo as relações entre metro, centímetro, milímetro e quilômetro.
- Realizar estimativas de medidas de comprimento.
- Compreender a noção de perímetro.
- Estimar e medir o perímetro de várias figuras planas usando unidade convencional.
- Ordenar itens por medidas de massa ("peso").
- Ordenar itens por medidas de capacidade (quantidade de líquido ou de grãos, por exemplo).
- Medir massa usando uma balança de dois pratos ou digital.
- Comparar áreas de figuras poligonais desenhadas em malha quadriculada pela contagem de quadradinhos e metade de quadradinhos.
- Comparar áreas de duas figuras planas recorrendo às relações entre elas ou a decomposição e composição.
- Medir a área, cobrindo uma superfície plana com unidades quadradas.
- Reconhecer que duas figuras podem ter a mesma área, mas não serem necessariamente congruentes.

- Determinar experimentalmente, usando cubos, o volume de um prisma retangular.
- Distinguir entre quantidade e massa (“peso”), evidenciando diferenças intuitivas entre as ideias de volume e densidade.
- Demonstrar entendimento de atributos como comprimento, área, massa e volume e selecionar a unidade adequada para medir cada atributo.
- Identificar tempo, calcular intervalo de tempo e usar calendário.
- Desenvolver estratégias para estimar e comparar a medida da área de retângulos, triângulos e outras figuras regulares utilizando malhas.
- Reconhecer temperatura como grandeza, identificando termômetros como instrumento de medida e o grau Celsius como unidade.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem medidas de comprimento, área, massa, capacidade, tempo e valor monetário.

5º ANO

- Comparar e ordenar comprimentos horizontais, verticais e de contornos formados por linhas retas e curvas e por medição, reconhecendo as relações entre metro, centímetro, milímetro e quilômetro.
- Reconhecer as grandezas comprimento, área, massa, capacidade, volume e temperatura, e selecionar a unidade adequada para medir cada grandeza.
- Compreender o significado de um metro quadrado e de um centímetro quadrado para comparar áreas.
- Determinar o perímetro de quadriláteros, triângulos e outros polígonos representados em malhas quadriculadas.
- Estimar medidas de comprimentos e de áreas de figuras planas.
- Compreender o uso de escalas em mapas.
- Medir distâncias usando escalas em mapas.
- Comparar e ordenar massas por medição, reconhecendo as relações entre grama, miligrama, quilograma e tonelada.

- Comparar e ordenar capacidades, reconhecendo as relações entre litro e mililitro.
- Relacionar empilhamentos de cubos com o volume de objetos tridimensionais.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas convencionais mais usuais.
- Desenvolver estratégias para estimar e comparar o perímetro e a medida da área de retângulos, triângulos e outras figuras regulares utilizando malhas.

5.5. NÚMEROS E OPERAÇÕES

Nos anos iniciais da escolaridade, construir os **significados dos números naturais** aparece como uma das primeiras tarefas da escola. Para tanto, as situações propostas pelo professor devem possibilitar ao estudante identificar um número natural em seus quatro aspectos: o de indicador da quantidade de elementos de uma coleção discreta (cardinalidade); o de medida de grandezas (2 quilos, 3 dias etc.); o de indicador de posição (número ordinal); e o de código (número de telefone, placa de carro etc.). É preciso ressaltar, porém, que essas distinções não devem ser introduzidas formalmente, mas construídas a partir de situações de uso do número natural.

É também em seu cotidiano social que o estudante toma contato com as primeiras **leituras e escritas numéricas**. As atividades propostas devem, então, buscar números que sejam familiares aos estudantes, nos primeiros anos de escolaridade. Nessa fase, ocorrem escritas diretamente articuladas com a linguagem natural, como, por exemplo, escrever 136 como 100306. A partir da observação da escrita de números familiares é que o estudante vai construindo os procedimentos adequados para lidar com as representações numéricas. Estudos têm mostrado que a introdução precoce de procedimentos muito rígidos de escrita dos números pode, muitas vezes, provocar o aparecimento de dificuldades de aprendizagem. Nos anos finais dessa etapa de

escolaridade, essa abordagem articulada com o ambiente social do estudante pode facilitar a interpretação e escrita de outros números, incluindo a **escrita dos números racionais em sua forma decimal**.

Nesta fase, ao chegar à escola, o estudante já apresenta certa familiaridade com as **operações fundamentais**. São as situações trazidas de seu convívio social que deverão servir de ponto de partida para o trabalho com tais operações. É muito importante fugir do esquema, ainda bastante encontrado nas escolas, de procurar que o estudante automatize os resultados das operações básicas de adição e multiplicação com números de um dígito (tabuada, fatos básicos), seguindo-se a apresentação dos algoritmos e uma série de problemas. Atividades baseadas em situações de vida do estudante levam, progressivamente, à automatização da tabuada sem a necessidade de exercícios de memorização, que apenas criam a ideia de uma matemática cansativa e desprovida de significados.

As situações mencionadas acima também são bastante propícias para que se explorem os **diferentes significados das operações fundamentais**. Por exemplo, para a adição e a subtração devem ser propostas, aos estudantes, atividades que levem à compreensão de: a) ações de juntar, separar e tirar; b) transformações de quantidades, com aumento ou diminuição; c) comparação de duas quantidades. Para a multiplicação, são essenciais situações em que surjam: a) a ideia de multiplicação comparativa (duas vezes mais...); b) a noção de proporcionalidade (um custa 2 reais, 3 quanto custam?); a contagem de configurações retangulares (em 6 filas de 5 bancas, quantas bancas há); a combinação de elementos de diferentes maneiras (3 camisas e 4 saias). A divisão pode ocorrer em situações de: a) partição (repartir igualmente 24 chocolates para 6 crianças); b) busca do número de cotas (quantas prestações de 24 reais são necessárias para pagar 72 reais); c) de proporcionalidade (se 8 viagens custam 24 reais quanto custa uma viagem?).

Um aspecto a observar é que os estudantes desenvolvem estratégias pessoais de cálculo escrito, que devem ser compreendidas, valorizadas pelo professor e confrontadas com as de outros alunos. A aquisição da habilidade de calcular com os algoritmos convencionais das quatro operações, em papel e lápis, deve ocorrer somente na conclusão de um longo processo, a se iniciar a partir do 5º ano do Ensino Fundamental, consolidando-se na etapa seguinte de escolarização.

É essencial, nesse processo, o trabalho com o **cálculo mental**, quase sempre apoiado em diversas estratégias de decomposição dos números e de realização das operações. Fazer **estimativas e arredondamentos** é outra habilidade numérica a ser desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O uso da **calculadora**, nessa fase, deve ser bastante criterioso. A familiaridade com tal recurso de cálculo deve ser adquirida com base em atividades que incentivem o estudante a fazer explorações com números e com as operações, a confrontar os resultados com o cálculo mental e as estimativas. Por outro lado, é necessário ter cautela para que o uso da calculadora não constitua um entrave ao desenvolvimento de outras formas de realização dos cálculos numéricos.

A construção do significado do **sistema de numeração decimal** é um processo longo e que demanda diferentes articulações com outros conceitos. Dessa forma, não é aconselhável apresentar precocemente a estrutura formal, sendo mais adequado que as ideias de unidade, dezena e centena apareçam a partir de situações ligadas ao cotidiano da criança. Além disso, na articulação entre o cálculo mental e as propriedades do sistema de numeração decimal, é bastante aconselhável o trabalho com números decompostos em sua forma polinomial, por exemplo, compreender que 345 significa 300 mais 40 mais 5.

O estudo da **relação de ordem usual** nos números naturais é fundamental para o desenvolvimento de competências numéricas.

Atividades que envolvam a reta numérica podem contribuir para a construção de ideias como maior e menor, bem como para a identificação de um número entre dois outros.

Propor situações cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais pode levar o estudante a perceber a necessidade de ampliar seu universo numérico para incluir os **números racionais**. A literatura em Educação Matemática tem mostrado a riqueza dessas situações, entre as quais se destacam as que envolvem as frações.

Desde cedo, a criança, em seu universo social, entra em contato com as ideias de “metade da turma”, “um terço da largura da mesa”, “a quarta parte da fita”, “meio quilo de carne” etc. Como mostram os exemplos, as frações surgem em situações que envolvem, quase sempre, uma grandeza, seja discreta (uma coleção de objetos ou entidades), seja contínua (comprimento, área, volume, massa etc.). Explorar essa diversidade de contextos certamente contribui para a evolução da compreensão do conceito de fração. As situações envolvendo frações aparecem, também, associadas ao quociente de dois números naturais, como no exemplo: “repartir igualmente dois chocolates para três pessoas” e, ainda, para representar uma razão entre duas quantidades (numa turma, a razão do número de meninas para o de meninos é de $\frac{2}{3}$). Explorar as denominadas frações fundamentais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ etc.) é um dos bons caminhos para auxiliar o estudante na compreensão do próprio conceito de fração, além de contribuir para a aprendizagem da equivalência, da comparação e das operações básicas no âmbito das frações. Por exemplo, “ $\frac{3}{4}$ da fita” pode ser entendido como “três pedaços de $\frac{1}{4}$ da fita”, o que levaria à operação $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. De modo análogo, outras situações contribuem para ideias como “um quinto mais dois quintos resulta em três quintos” ($\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$); “um quarto cabe oito vezes em duas unidades” ($2 \div \frac{1}{4} = 8$). Os algoritmos das operações fundamentais com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão) devem receber um tratamento gradual e ancorado em situações significativas, evitando-se, a todo

custo, a redução ao automatismo de aplicação de regras. Além disso, é recomendável que parte do estudo das operações, em particular, a adição e subtração com frações de denominadores diferentes e a multiplicação e a divisão de frações, seja deixada para a etapa seguinte de escolarização.

Os números racionais, no entanto, não são representados apenas por frações. Cada vez mais, a **representação decimal** desses números ganha importância nas práticas sociais e, por isso, torna-se indispensável no ensino da Matemática. A articulação da representação decimal dos números naturais com tal representação no caso dos racionais é uma tarefa difícil, mas necessária, a ser realizada nesta fase da escolarização. São boas auxiliares para isso as atividades com o nosso sistema monetário, que devem estar presentes desde o início da formação do estudante.

A construção da ideia de **porcentagem** pode ser iniciada, nessa etapa, em estreita relação com situações encontradas no cotidiano do estudante. As porcentagens utilizadas devem ser simples, do tipo 10%, 20%, 50% etc., de modo a favorecer a passagem para outras representações, tais como décimo, quinta parte, metade etc., além do emprego do cálculo mental.

É preciso evidenciar que cabe sempre ao professor determinar a profundidade com que os conceitos serão explorados em sua sala de aula, em função do desenvolvimento dos estudantes. E mais, nessa etapa de escolaridade, é importante que os conceitos matemáticos sejam construídos como respostas a problemas e que sejam priorizados problemas que pertençam ao universo sociocultural do estudante. Na mesma direção, a elaboração de problemas, por parte do estudante, permite que ele compreenda as relações matemáticas envolvidas em diferentes situações. É recomendável que se evitem os excessos na sistematização e se garanta que as atividades propostas favoreçam o envolvimento efetivo do estudante na aprendizagem da Matemática.

1º ANO

- Reconhecer a presença de números no cotidiano (números familiares do cotidiano da criança, tais como: valores monetários, número da casa, do ônibus, placa de carro, telefone, altura da criança, sua massa ("peso"), calendário, medida de tempo etc.).
- Contar elementos de uma coleção de até 30 objetos (apresentados nas formas ordenada e desordenada), reconhecendo que o último número contado corresponde ao número de objetos da coleção.
- Associar números da linguagem corrente a sua escrita em linguagem numérica, e vice-versa.
- Identificar o maior entre dois números dados (números até 30).
- Produzir coleções de até 30 objetos, utilizando desenhos ou material manipulativo, a partir de uma quantidade fornecida.
- Reconhecer que duas coleções com o mesmo número de elementos apresentam a mesma quantidade, independentemente da disposição espacial em que esses elementos estiverem.
- Representar simbolicamente números presentes em seu contexto cotidiano.
- Comparar a quantidade de elementos de coleções de até 30 objetos dispostos de diferentes maneiras, usando termos como mais, menos, mesma quantidade.
- Elaborar composições ou decomposições de números até 10 (por exemplo: $10 = 2 + 8$ ou $5 + 5$ ou $1 + 9$ ou $11 - 1$ etc.)
- Reconhecer números ordinais do 1º ao 10º em uma situação cotidiana, seja ela representada por imagens ou não, utilizando a expressão oral, sem o recurso à simbologia.
- Utilizar agrupamentos (de 2 em 2, 5 em 5, 10 em 10) para contagem.
- Resolver e elaborar problemas em linguagem oral (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ações de comparar e completar quantidades de até 30 elementos.

- Resolver e elaborar problemas com os significados de juntar, acrescentar quantidades, separar e retirar quantidades, utilizando estratégias próprias como desenhos, decomposições numéricas e palavras.
- Encontrar mais de uma solução para problemas que apresentam várias soluções.
- Estimar a quantidade de elementos de uma coleção de até 10 elementos (por exemplo: perceber se uma determinada coleção apresenta mais ou menos do que 10 objetos).

2º ANO

- Reconhecer a presença de números em situações do seu cotidiano da criança.
- Contar elementos de uma coleção de até 100 objetos, apresentados de forma ordenada e desordenada, reconhecendo que o último número contado corresponde ao número de objetos da coleção.
- Associar números da linguagem corrente a sua escrita em linguagem numérica, e vice-versa.
- Produzir coleções de até 100 objetos, utilizando desenhos ou material manipulativo.
- Contar elementos de coleções de até 100 objetos apresentando-os em grupos com a mesma quantidade, de modo a perceber, por exemplo que quatro grupos iguais com cinco objetos em cada, totalizam vinte objetos.
- Identificar o maior entre dois números dados (números até 100).
- Reconhecer que duas coleções com o mesmo número de elementos apresentam a mesma quantidade quando a disposição dos elementos é alterada.
- Estimar a quantidade de elementos de uma coleção de até 50 elementos (por exemplo: perceber se uma determinada coleção apresenta mais ou menos do que 10 objetos ou 30 objetos).

- Representar simbolicamente números presentes em seu contexto cotidiano.
- Comparar a quantidade de elementos entre coleções de até 100 objetos dispostos de diferentes maneiras.
- Elaborar composições e decomposições de números até 100 (por exemplo, $24 = 20 + 4$ ou $6 + 18$ ou $26 - 2$ etc.).
- Reconhecer números ordinais do 1º ao 50º em uma situação cotidiana, seja ela representada por imagens ou não, utilizando a expressão oral, sem o recurso à simbologia.
- Construir uma sequência numérica, em ordem crescente ou decrescente, de diferentes maneiras (1 em 1, 5 em 5, 10 em 10 etc.).
- Resolver e elaborar problemas em linguagem verbal (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ações de comparar e completar quantidades de até 100 elementos.
- Resolver e elaborar problemas aditivos, utilizando estratégias próprias (desenhos, decomposições numéricas, palavras etc.).
- Resolver e elaborar problemas de multiplicação em linguagem verbal (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais e de elementos apresentados em disposição retangular (números de 2 até 10 por 2, 3 ou 5).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo as ideias de dobro e de metade.
- Encontrar mais de uma solução para problemas que apresentam várias soluções.
- Representar a quantidade de elementos de uma coleção utilizando a linguagem simbólica.

3º ANO

- Reconhecer os diferentes usos dos números.
- Contar elementos de uma coleção de diferentes maneiras (de 1 em 1, de 10 em 10, de 25 em 25, de 50 em 50 etc.).
- Representar a quantidade de elementos de uma coleção utilizando a linguagem simbólica.

- Associar a escrita de um número em linguagem corrente a sua escrita em linguagem numérica e vice-versa.
- Ler, escrever e reconhecer números até 1 000.
- Estimar a quantidade de elementos de uma coleção e comparar com o resultado obtido pela contagem dos elementos.
- Identificar relações entre 10 unidades e 1 dezena; entre 10 dezenas e 1 centena e entre 10 centenas e 1 milhar.
- Identificar a quantidade de dezenas ou centenas mais próximas de um número dado [por exemplo: reconhecer que 18 está mais próximo de 2 dezenas (20) do que de 1 dezena (10)].
- Ler e reconhecer números ordinais em uma situação cotidiana, seja ela representada por imagens ou não, com o recurso à simbologia.
- Representar, ordenar e comparar números.
- Elaborar composições ou decomposições de números até 1000 em centenas, dezenas e unidades (por exemplo: $168 = 100 + 60 + 8$).
- Elaborar composições e decomposições de números até 1000 (por exemplo: $168 = 50 + 50 + 50 + 18$).
- Reconhecer frações unitárias usuais (um meio, um terço, um quarto e um décimo) de quantidades contínuas e discretas em situação de contexto cotidiano, sem recurso à representação simbólica.
- Reconhecer números pares e ímpares.
- Reconhecer termos como dúzia e meia dúzia; dezena e meia dezena; centena e meia centena, associando-os às suas respectivas quantidades.
- Representar simbolicamente adições e subtrações e elaborar problemas em linguagem verbal utilizando essas representações, sem explorar o algoritmo formal.
- Representar simbolicamente a multiplicação de fatores com um algarismo ou de fatores, um com dois algarismos e outro com um algarismo, sem explorar o algoritmo formal.
- Resolver e elaborar problemas aditivos envolvendo os significados de juntar e acrescentar quantidades, separar e

retirar quantidades e comparar e completar quantidades, em situações de contexto cotidiano e utilizando o cálculo mental.

- Resolver e elaborar problemas de multiplicação em linguagem verbal (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais, elementos apresentados em disposição retangular, proporcionalidade.
- Resolver e elaborar problemas de divisão em linguagem verbal (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ideias de repartir uma coleção em partes iguais e determinar quantas vezes uma quantidade cabe em outra (números até 100).
- Efetuar adição e subtração por meio de estratégias de cálculo mental [por exemplo: $37 + 22 = (30 + 20) + (7 + 2)$ ou $50 + 9$ etc.].
- Estimar quantidades até 1 000 (por exemplo: na sua sala há mais ou menos de 50 crianças? Na sua escola, há mais ou menos do que 1 000 pessoas?).
- Reconhecer a quantidade de centenas que há em um número de 3 ou mais algarismos (por exemplo: no número 1 540 quantas centenas há?).

4º ANO

- Ler, escrever e comparar números até 10 000.
- Estimar a quantidade de elementos de uma coleção (por exemplo: no jogo de futebol havia mais ou menos de 10 000 espectadores?).
- Reconhecer a quantidade de centenas que há em um número de 3 ou mais algarismos (por exemplo: no número 1 540 quantas centenas há?):
- Identificar a quantidade de dezenas, centenas ou milhares mais próxima de um número dado (por exemplo: 128 está mais próximo de 100 ou de 1000?; 6 700 está mais próximo de 1 000 ou de 10 000?).
- Reconhecer números ordinais, com o recurso à simbologia.

- Realizar contagens de diferentes maneiras (por exemplo: de 10 em 10, de 25 em 25, de 50 em 50; de 75 em 75; de 100 em 100; de 150 em 150; etc.).
- Identificar relações entre 10 unidades e 1 dezena, entre 10 dezenas e 1 centena, entre 10 centenas e 1 milhar, entre 10 milhares e 1 dezena de milhar etc.
- Relacionar o valor posicional do zero na representação simbólica de um número a sua decomposição polinomial (por exemplo, associar 504 a $5 \times 100 + 0 \times 10 + 4 \times 1$).
- Elaborar composições e decomposições de números de diferentes magnitudes e de diferentes maneiras.
- Reconhecer que numa unidade dividida em 10 partes iguais, cada parte corresponde a um décimo e que numa unidade dividida em 100 partes iguais, cada parte corresponde a um centésimo.
- Perceber que 1 unidade corresponde a 10 décimos ou a 100 centésimos.
- Reconhecer a representação simbólica de décimos e centésimos.
- Elaborar composições e decomposições de números decimais (décimos e centésimos), como, por exemplo, perceber que 0,3 corresponde a 3 parcelas iguais de um décimo.
- Reconhecer e representar frações usuais de quantidades contínuas e discretas em situação cotidiana, relacionando-as às frações unitárias (por exemplo, reconhecer que $\frac{3}{4}$ corresponde a 3 quantidades iguais de $\frac{1}{4}$).
- Reconhecer frações como partes iguais de um todo.
- Compreender relações entre metades, quartos e oitavos e entre quintos e décimos.
- Determinar a posição aproximada, na reta numérica, de frações com numerador unitário ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$).
- Reconhecer números pares e ímpares.
- Efetuar multiplicação por meio de estratégias de cálculo mental (por exemplo.: $37 \times 2 = 30 \times 2 + 7 \times 2 = 60 + 14 = 60 + 10 + 4$).

- Reconhecer termos como dúzia e meia dúzia; dezena e meia dezena; centena e meia centena associando-os às suas respectivas quantidades.
- Relacionar a representação decimal a seu respectivo valor monetário (por exemplo: relacionar R\$ 0,50 a 50 centavos ou metade de um real; R\$ 0,25 a 25 centavos ou à quarta parte de um real; R\$ 0,10 a 10 centavos ou à décima parte de um real etc.).
- Resolver e elaborar problemas de estrutura aditiva envolvendo seus diferentes significados, em situações contextualizadas utilizando o cálculo mental.
- Representar simbolicamente adições e subtrações e elaborar problemas em linguagem materna utilizando essas representações.
- Compreender e utilizar a comutatividade da adição na resolução de um problema (por exemplo, na situação de juntar duas coleções).
- Efetuar adição e subtração em linguagem simbólica, utilizando diferentes formas de registro.
- Representar simbolicamente a multiplicação e a divisão, obtendo o resultado por meio de cálculo mental.
- Relacionar adição e subtração, bem como multiplicação e divisão, como operações inversas.
- Resolver e elaborar problemas de multiplicação em linguagem verbal (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação), envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais, elementos apresentados em disposição retangular, proporcionalidade e a ideia de combinatória.
- Resolver e elaborar problemas de divisão em linguagem verbal utilizando diferentes estratégias de cálculo mental baseadas na decomposição de números em sua forma polinomial (por exemplo: $384 \div 3 = (300 \div 3) + (60 \div 3) + (24 \div 3) = 100 + 20 + 8 = 128$).

5º ANO

- Ler, escrever e comparar números de diferentes magnitudes.

- Compreender a magnitude de grandes quantidades (por exemplo: milhares, dezenas de milhares, centenas de milhares e milhão).
- Reconhecer que numa unidade dividida em 10 partes iguais, cada parte corresponde a um décimo; que numa unidade dividida em 100 partes iguais, cada parte corresponde a um centésimo e que numa unidade dividida em 1 000 partes, cada parte corresponde a um milésimo.
- Perceber que 1 unidade corresponde a 10 décimos ou a 100 centésimos ou, ainda, a 1 000 milésimos.
- Reconhecer a representação simbólica de décimos, centésimos e milésimos.
- Elaborar composições e decomposições de números decimais (décimos, centésimos e milésimos), como por exemplo, perceber que 0,3 corresponde a três parcelas iguais de um décimo.
- Estimar a quantidade de elementos de uma coleção (por exemplo: num estádio de futebol em dia de jogo importante cabem mais ou menos de 50 000 pessoas?).
- Reconhecer entre múltiplos de 10 o mais próximo de um número dado (por exemplo: 1 024 está mais próximo de 1 000 ou de 1 500?).
- Reconhecer números ordinais, com o recurso à simbologia.
- Construir uma sequência numérica em ordem crescente ou decrescente, de diferentes maneiras (5 em 5, 10 em 10, 25 em 25, 50 em 50, 75 em 75, 100 em 100 etc.).
- Relacionar números racionais (representações fracionárias e decimais) positivos a pontos na reta numérica e vice-versa.
- Elaborar composições e decomposições de números de diferentes magnitudes e de diferentes maneiras.
- Identificar e representar frações menores e maiores que a unidade.
- Relacionar frações equivalentes em situação contextualizada.
- Associar a representação simbólica de uma fração às ideias de parte de um todo e de divisão.

- Resolver e elaborar problemas envolvendo a determinação de porcentagens (por exemplo: determinar 10% de 1 000 reais. (10%, 5%, 20%, 25%, 50%, 75% e 100%)).
- Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% à décima parte, quarta parte, metade, três quartos etc. em problemas de contexto cotidiano do estudante.
- Comparar e ordenar números na representação decimal, usados em diferentes contextos.
- Resolver e elaborar problemas com as quatro operações envolvendo seus diferentes significados, em situações contextualizadas e utilizando o cálculo mental.
- Representar simbolicamente as quatro operações e elaborar problemas em linguagem materna utilizando representações.
- Reconhecer a comutatividade e a associatividade da adição e utilizá-las na resolução de um problema (por exemplo: situações de compra em feira em que se compram três ou mais mercadorias)
- Efetuar adição e subtração em linguagem simbólica utilizando diferentes formas de registro.
- Efetuar multiplicação em linguagem simbólica utilizando diferentes formas de registro.
- Efetuar divisão com divisor de até dois algarismos em linguagem simbólica utilizando diferentes formas de registro.
- Usar estratégias mentais para determinar produtos e quocientes por 10, 100, 1000 etc.
- Resolver problema contextualizado envolvendo a adição de frações de mesmo denominador.
- Resolver problema contextualizado envolvendo a multiplicação de uma fração por um número natural.
- Resolver problema de adição ou subtração de números decimais, por meio de cálculo mental em diferentes contextos.
- Resolver problema de multiplicação de um número decimal por um número natural, por meio de cálculo mental em diferentes contextos.

- Compreender a relação inversa entre adição/subtração e entre multiplicação/divisão.
- Explicar, registrar e comparar estratégias utilizadas para resolver problemas.

6. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Essa etapa de escolaridade pode ser vista como uma continuação da anterior, ou seja, como avanço, ampliação e consolidação das aprendizagens realizadas anteriormente. Isso significa que, nessa fase, o professor precisa conhecer bem as aprendizagens já realizadas pelos estudantes, para evitar o aparecimento de rupturas que os possam prejudicar. Partir da premissa de que o estudante não realizou adequadamente aprendizagens anteriores, repetindo certos conceitos de forma esquemática e pouco significativa, pode levá-lo ao desinteresse e à desmotivação. Por outro lado, considerar as aprendizagens anteriores como definitivamente construídas, tem criado barreiras para que o estudante atribua significado aos novos conhecimentos visados, em particular, no que diz respeito ao conhecimento mais abstrato e simbólico da Matemática.

Por exemplo, é normal que os estudantes cheguem a esse nível de ensino sem conseguir utilizar de forma adequada a linguagem matemática, o que não significa ausência de aprendizagens anteriores. Cabe, então, ao professor identificá-las e utilizá-las como ponto de partida para as novas aprendizagens e para a ampliação dessa linguagem. Não se espera, porém, que isso esteja plenamente consolidado mesmo ao fim dos anos finais do Ensino Fundamental.

O espírito crítico e questionador é uma marca bastante forte nessa fase. Em relação à Matemática, aparecem questões relativas à utilidade de certos conceitos, ao processo de sua construção etc. Boas respostas a tais questões somente podem ser obtidas se o conhecimento matemático consegue ser portador de significados

para o estudante. A construção desses significados somente é possível, nessa etapa da escolarização, se o estudante percebe a construção desse conhecimento como resposta a problemas que lhe são apresentados.

É na elaboração de estratégias e na resolução de problemas que o estudante estabelece processos cognitivos importantes que não podem ser desenvolvidos por meio de um ensino baseado na memorização sem compreensão ou na sistematização precoce de conceitos.

A capacidade de realizar inferências e deduções desenvolve-se de maneira importante nessa etapa. As situações propostas pelo professor devem, então, oferecer oportunidades para que o estudante possa confrontar suas ideias e estratégias com as de seus colegas e as do próprio professor e, com isso, validá-las ou reformulá-las. É desejável que esses processos não venham acompanhados, nessa etapa, de linguagens e sistematizações finalizadas. É preciso que o professor leve isso em consideração, para criar atividades em que tais processos se consolidem cada vez mais.

Nessa fase, os estudantes interagem de forma mais aprofundada com o contexto social que os rodeia, e muitos deles já estão inseridos no mercado de trabalho. Apresentam também uma preocupação cada vez maior com seu projeto de vida. É preciso, então, que a Matemática se constitua em um elemento importante na construção desse projeto, e que o estudante compreenda sua importância, tanto em seu ambiente social, como para a continuação de seus estudos.

6.1. GEOMETRIA

O trabalho com a **localização no plano e no espaço**, iniciado na etapa anterior de escolaridade, deve ser ampliado com as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e perpendicularismo etc. A introdução da ideia de **coordenadas cartesianas** pode ser

feita com significado, articulada a outros campos do conhecimento (plantas, mapas, coordenadas geográficas etc.).

A distinção entre as diferentes **figuras geométricas** planas e espaciais deve ser aprofundada nessa etapa, com o estudo de suas propriedades. É importante ressaltar que o estudante começa a mudar seu ponto de vista sobre os objetos geométricos. Se, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a ênfase aparece no aspecto global das figuras, nos anos finais, as atividades propostas pelo professor devem levar o estudante à percepção de que as figuras geométricas são caracterizadas por suas propriedades. Dessa forma, na etapa posterior, o Ensino Médio, o estudante deverá ter condições para aprofundar essas propriedades e desenvolver o pensamento dedutivo.

Construções, planificações e representações das diferentes vistas de **figuras espaciais**, particularmente de prismas, pirâmides, cilindros e cones são fundamentais para o estabelecimento de suas propriedades. Este momento também oferece boas possibilidades de realização de um rico trabalho de construções com instrumentos.

Em relação às **figuras planas**, o estudo das propriedades dos triângulos e dos quadriláteros abre possibilidades de desenvolvimento da percepção espacial, mas é importante salientar que a ênfase não deve recair na memorização dessas propriedades e de nomenclatura. As atividades de **composição e decomposição de figuras** complexas, a partir de figuras geométricas simples, podem auxiliar tanto na articulação dessas propriedades, como na compreensão dos conceitos relativos às grandezas geométricas.

As atividades explorando as **transformações isométricas** de figuras planas (reflexão, translação e rotação) são importantes para que o estudante desenvolva habilidades de percepção espacial e

favorecem também a construção da noção de congruência de figuras planas.

As atividades de ampliação e de redução de figuras vão permitir consolidar a ideia de **semelhança**, iniciada na etapa anterior. O estudante já deverá ser capaz de identificar os elementos que não se alteram e aqueles que se modificam, em atividades de ampliação e redução. A consolidação dessas ideias irá permitir, nos últimos anos dessa etapa, a compreensão dos **Teoremas de Tales e de Pitágoras**, bem como suas aplicações em problemas relacionados ao contexto social do estudante.

6º ANO

- Diferenciar polígonos de não polígonos.
- Classificar polígonos como regulares e não regulares.
- Reconhecer e nomear polígonos considerando o número de lados (triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, octógono etc.).
- Classificar triângulos quanto às medidas dos lados (escaleno, equilátero e isósceles) e dos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo).
- Conhecer as propriedades dos quadriláteros e utilizá-las para classificá-los.
- Associar pares ordenados a pontos no plano cartesiano, considerando apenas o 1º quadrante.
- Desenhar retas paralelas e perpendiculares usando instrumentos de desenho.
- Associar modelos de sólidos a suas planificações.
- Identificar elementos de prismas e pirâmides (vértices, arestas e faces).
- Quantificar e estabelecer a relação entre o número de vértices, arestas e faces de prismas e de pirâmides.
- Reconhecer, em situações de ampliação e redução, a conservação dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados de figuras poligonais.

- Perceber que duas figuras semelhantes são congruentes quando a razão de semelhança entre elas é igual a 1.
- Desenhar um bloco retangular em perspectiva considerando diferentes pontos de vista do observador.

7º ANO

- Compreender as propriedades dos quadriláteros e utilizá-las para classificá-los.
- Reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180° e utilizar esse conhecimento para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados.
- Quantificar e estabelecer a relação entre o número de vértices, arestas e faces de prismas e de pirâmides e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Associar pares ordenados a pontos no plano cartesiano.
- Desenhar figuras obtidas por simetria de translação, rotação e reflexão.
- Reconhecer polígonos semelhantes.
- Determinar, sem uso de fórmula, o número de diagonais de um polígono.
- Utilizar a Lei Angular de Tales para determinar a soma das medidas dos ângulos internos de polígonos.
- Reconhecer ângulos complementares, suplementares e opostos pelo vértice.
- Perceber a relação entre ângulos internos e externos de polígonos.
- Reconhecer a circunferência como lugar geométrico e desenhá-la com compasso.

8º ANO

- Compreender, sem uso de fórmula, a relação entre o número de lados de um polígono e a soma dos seus ângulos internos.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam semelhança e congruência de triângulos.

- Perceber as relações entre as medidas dos ângulos formados pela interseção de duas retas.
- Compreender as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
- Reconhecer mediatriz de um segmento como lugar geométrico.
- Reconhecer bissetriz de um ângulo como lugar geométrico.
- Construir, utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*), mediatriz de um segmento, bissetriz de um ângulo, retas paralelas, retas perpendiculares e ângulos notáveis (por exemplo: 90° , 60° , 45° , 30°).
- Construir polígonos regulares utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*).
- Construir alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo, utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*).
- Obter a transformação de uma figura no plano por meio de reflexão, translação e rotação e identificar elementos que permanecem invariantes nessas transformações.
- Utilizar as propriedades da semelhança para obter ampliações ou reduções de figuras planas.
- Associar modelos de sólidos a suas planificações.
- Reconhecer e desenhar perspectivas de figuras espaciais a partir de suas vistas.
- Reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes.

9º ANO

- Resolver e elaborar problemas utilizando as propriedades da semelhança de figuras planas (por exemplo, envolvendo escalas).
- Reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos semelhantes.
- Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.

- Construir alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo, utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*).
- Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Diferenciar círculo e circunferência e reconhecer seus elementos e suas relações.
- Reconhecer ângulo central e inscrito na circunferência e estabelecer a relação entre eles.
- Perceber que todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência.
- Relacionar ângulos de polígonos regulares inscritos na circunferência com o ângulo central.

6.2. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE (TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO)

Formular questões que envolvam a obtenção de dados da realidade; coletar, organizar e apresentar informações; observar e interpretar fenômenos são competências que devem ser alvo da atenção da escola, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Na presente etapa, tais competências devem ser ampliadas e aprofundadas.

Em particular, o tipo de questão que pode ser abordada desloca-se para temas mais gerais, capazes de despertar o interesse do estudante e de favorecer a formação mais ampla. Exemplos desses temas podem ser: preservação da natureza; reciclagem; sexualidade na adolescência; cuidados com a saúde, entre muitos outros.

O trabalho com **tabelas e gráficos**, nessa etapa de escolaridade, deve ir além de atividades de leitura e interpretação, sendo ampliado para situações que propiciem ao estudante trabalhar com conjuntos de informações, elaborar conjecturas e destacar aspectos relevantes das informações apresentadas.

Ao utilizar informações obtidas do ambiente social do estudante, o professor poderá promover situações que permitam a compreensão de algumas **medidas estatísticas**, como, por exemplo, **médias aritméticas e ponderadas**. A interpretação de termos como frequência, frequência relativa, amostra etc. também pode ser bastante facilitada quando se trabalha com atividades ligadas ao contexto social do estudante.

A construção da ideia de **probabilidade** deve apoiar-se em situações elaboradas de tal forma que o estudante possa experimentar e realizar simulações. Dessa maneira, em etapas posteriores, o estudante poderá estabelecer o modelo matemático que permite determinar a probabilidade de ocorrência de um evento.

6º ANO

- Compreender intuitivamente as ideias de moda e média aritmética de um conjunto de dados.
- Discutir aspectos gerais dos dados de uma pesquisa, tais como: amplitude total dos valores obtidos, valores fora do esperado, concentrações e dispersões.
- Compreender a ideia intuitiva de variabilidade dos dados a partir da amplitude.
- Usar a moda e a média aritmética para comparar dois ou mais conjuntos de dados.
- Compreender intuitivamente a noção de variável.
- Classificar as variáveis em numéricas e categóricas, a partir das características dos dados.
- Perceber a diferença entre amostra e população.
- Descrever dados coletados e elaborar representações apropriadas (listas, tabelas ou gráficos).
- Compreender intuitivamente a noção de escala em gráficos.
- Analisar criticamente os dados apresentados em tabelas ou gráficos.

- Elaborar perguntas baseadas nas informações obtidas a partir dos dados coletados, organizados e representados em diferentes tipos de gráficos ou tabelas.
- Elaborar conclusões com bases nos dados organizados.
- Compreender intuitivamente algumas características que uma amostra deve ter para melhor representar a população.
- Identificar situações do cotidiano dos estudantes nas quais se emprega a probabilidade.
- Discutir intuitivamente probabilidade, utilizando palavras como certo, provável, pouco provável, igualmente provável e impossível.
- Reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, título, fonte etc.).

7º ANO

- Identificar o tipo apropriado de gráfico para representar um determinado conjunto de dados.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha), inclusive utilizando recursos tecnológicos.
- Reconhecer os elementos de gráficos de colunas, barras e linha (eixos, escalas, título, fonte etc.).
- Analisar criticamente os dados apresentados em tabelas ou gráficos.
- Ler e interpretar dados estatísticos para fazer previsões, inferências e tomar decisões.
- Usar a moda e a média aritmética para comparar dois ou mais conjuntos de dados, compreendendo essas medidas como indicadoras da tendência de uma pesquisa.
- Discutir intuitivamente probabilidade, utilizando palavras como certo, provável, pouco provável, igualmente provável e impossível.
- Identificar situações do cotidiano dos estudantes nas quais a probabilidade é empregada.

- Determinar intuitivamente os possíveis resultados de um experimento aleatório simples (por exemplo, lançar uma moeda várias vezes e contar as vezes em que aparece “cara” e as vezes em que aparece “coroa”).
- Desenvolver estratégias para selecionar uma amostra.
- Diferenciar eventos determinísticos daqueles em que a incerteza está presente (aleatórios).

8º ANO

- Reconhecer intuitivamente algumas características e limitações de uma amostra de dados.
- Compreender o significado dos termos frequência absoluta e frequência relativa.
- Elaborar uma tabela de frequência absoluta e frequência relativa.
- Compreender a conveniência do agrupamento de dados e elaborar uma tabela de frequência utilizando intervalos de classes.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e linha), inclusive utilizando recursos tecnológicos.
- Reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, escalas, título, fonte etc.).
- Analisar criticamente os dados apresentados em tabelas ou gráficos.
- Usar diferentes técnicas de contagem (diagrama de árvores, permutação, combinação e arranjo, sem uso de fórmulas) para determinar o número de resultados possíveis de um experimento.
- Usar a moda e a média aritmética para comparar dois ou mais conjuntos de dados, compreendendo essas medidas como indicadoras de tendência central em uma pesquisa.
- Analisar e interpretar dados estatísticos do seu cotidiano do estudante para fazer previsões e para resolver e elaborar problemas.

- Descrever e comparar conjuntos de dados usando os conceitos de média, moda, valor mínimo, valor máximo e amplitude.
- Representar a probabilidade de ocorrência de um evento por meio de uma fração ou de uma porcentagem.
- Descrever com precisão a probabilidade de ocorrer um evento usando números ou palavras.

9º ANO

- Discutir algumas características e limitações de uma amostra de dados.
- Compreender o significado dos termos frequência absoluta e frequência relativa.
- Elaborar uma tabela de frequência absoluta e frequência relativa.
- Compreender a conveniência do agrupamento de dados e elaborar uma tabela de frequência utilizando intervalos de classes.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores, linha, pontos e histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Usar as medidas de tendência central (moda, mediana e média aritmética) para comparar dois ou mais conjuntos de dados.
- Usar a variabilidade para comparar dois ou mais conjuntos de dados.
- Compreender intuitivamente a ideia de dispersão.
- Analisar e interpretar dados estatísticos do cotidiano do estudante para fazer previsões e para resolver problemas.

6.3. ÁLGEBRA E FUNÇÕES

O trabalho com a álgebra deve ser visto como a ampliação do que é estudado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com o surgimento das “letras”, é importante que o estudante construa a **noção de variável** e reconheça uma **expressão algébrica** como a interpretação de uma relação entre duas grandezas. Isso indica

que o trabalho no nível simbólico, com a ênfase na manipulação de “letras”, tão comum no 6º e no 7º anos, deveria ser evitado.

A ampliação do estudo das sequências, iniciado anteriormente, pode contribuir para dar significado às expressões algébricas, principalmente em atividades que tenham por objetivo determinar a “lei de formação” das sequências.

As **equações de primeiro grau** devem aparecer de forma natural, não como um objeto de estudo em si mesmo, mas como uma representação de um determinado problema a ser resolvido. Assim, cabe ao professor elaborar situações em que, cada vez mais, os procedimentos aritméticos sejam considerados pouco econômicos para resolvê-las, levando os estudantes à necessidade de estabelecer outros processos. É preciso, porém, levar em consideração que a passagem acima referida não se dá na forma de uma ruptura, pois há estudantes que sistematicamente buscam procedimentos aritméticos, sempre que é possível.

As técnicas de **resolução de equações de primeiro grau** também não devem ser consideradas como objetos de estudo, em especial nos primeiros anos da etapa de ensino em análise. Propor situações de resolução de problemas em que as equações sejam ferramentas apropriadas poderá levar, gradativamente, o estudante à construção e sistematização dessas técnicas. A retomada da ideia de operações inversas, iniciada na etapa anterior, poderá facilitar bastante a construção desse processo.

A ampliação da ideia de generalização por meio de expressões algébricas é que vai dar origem a algumas **fatorações de expressões algébricas simples**. Neste momento, é imprescindível a articulação das propriedades das operações aritméticas com a geometria e as grandezas geométricas. Por exemplo, o estudante pode identificar a expressão algébrica $(a+b)^2$ com a que fornece a área de um quadrado de lado $(a+b)$. Ressalte-se, mais uma vez, que atividades

envolvendo expressões algébricas podem ser vistas como uma ferramenta para a resolução de problemas e não como um objeto de estudo independente.

Tem-se observado que uma abordagem das **equações do segundo grau** apenas pela aplicação direta da fórmula de Bhaskara termina por provocar dificuldades posteriores. Os alunos acabam tomando-a como método único e, quando “esquecem a fórmula”, não são capazes de resolver o problema. Assim, é recomendável que, nessa etapa, os estudantes sejam incentivados a resolver equações de segundo grau utilizando a fatoração e o processo de completar quadrados, os quais, além de serem métodos eficazes, podem dar significado à fórmula de Bhaskara, que somente deverá ser apresentada aos estudantes no Ensino Médio.

O estabelecimento de relações entre grandezas deve ser tomado como ponto de partida para o estudo da noção de **função**. O aprofundamento dessa noção deve ter sua origem em atividades ligadas a situações do cotidiano do estudante, evitando-se a sistematização precoce. Situações que envolvam a **proporcionalidade** também podem ser aprofundadas nessa fase. Em particular, a articulação de problemas envolvendo proporcionalidade com o estudo da **função linear** constitui um tópico relevante.

6º ANO

- Descrever, completar e elaborar uma sequência numérica ou formada por figuras.
- Determinar o elemento desconhecido em uma igualdade matemática envolvendo representação simbólica.
- Perceber relação entre desigualdades (por exemplo: reconhecer que se 4 é maior que certo número, então esse número é menor que 4).
- Reconhecer os valores que tornam uma desigualdade verdadeira, expressa em linguagem simbólica, identificando a representação desses valores na reta numérica.

- Determinar um elemento desconhecido em uma igualdade (por exemplo: determinar os números que elevados ao quadrado resultam 16).
- Associar uma situação descrita em linguagem natural a um gráfico.
- Resolver problemas de partilha de quantidades com duas ou mais relações fazendo uso das representações simbólicas.
- Estabelecer a técnica da equivalência (metáfora da balança) para resolver equações de primeiro grau do tipo $ax + b = c$, envolvendo apenas valores naturais para os parâmetros e para a incógnita.

7º ANO

- Adicionar e subtrair monômios de grau unitário (por exemplo: reconhecer que $2x + 3x = 5x$).
- Reconhecer um polinômio como a soma algébrica de monômios e somar e subtrair monômios semelhantes.
- Associar uma situação descrita em linguagem natural a um gráfico, reconhecendo continuidade e domínio de validade das grandezas envolvidas (por exemplo: reconhecer que a grandeza tempo não pode ter domínio negativo ou que o gráfico que relaciona o valor a pagar em função do número de cópias tiradas numa copiadora não pode ser representado por uma linha e sim por pontos).
- Resolver problemas de partilha e de transformação (por exemplo: dentro de dois anos a minha idade será o dobro da idade que você tinha há dois anos atrás...), fazendo uso das representações simbólicas.
- Estabelecer a técnica da equivalência (metáfora da balança) para resolver equações de primeiro grau do tipo $A(x) = B(x)$, sendo $A(x)$ e $B(x)$ expressões polinomiais.
- Perceber relação de desigualdades (por exemplo: reconhecer que se 4 é maior que x , então x é menor que 4).

- Resolver inequações de primeiro grau simples com coeficiente de "x" positivo, reconhecendo a representação do resultado na reta numérica.

8º ANO

- Multiplicar binômios por monômios ou por binômios, com coeficientes inteiros, utilizando a propriedade distributiva.
- Desenvolver produtos notáveis dos tipos $(x \pm y)^2$ e $(x + y) \cdot (x - y)$.
- Estabelecer relações entre os produtos notáveis e as operações aritméticas [por exemplo: reconhecer que $(10 + 2)^2 = (10^2 + 2 \times 10 \times 2 + 2^2)$ e, portanto, é diferente de $(10^2 + 2^2)$].
- Resolver e elaborar problemas envolvendo equações de primeiro grau, fazendo uso das representações simbólicas.
- Estabelecer a técnica da transposição de termos para resolver equações de primeiro grau.
- Compreender as propriedades da invariância das igualdades (multiplicação e divisão dos membros de uma igualdade por um mesmo número e adição e subtração de igualdades).
- Resolver inequações de primeiro grau, reconhecendo a representação do resultado na reta numérica.
- Associar as soluções de duas inequações de primeiro grau a intervalos na reta numérica (por exemplo: reconhecer que se x é maior que 2 e ao mesmo tempo é menor que 5, então o valor de x se encontra no intervalo de 2 a 5).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo um sistema de duas equações e duas incógnitas identificando o método adequado.
- Determinar um elemento desconhecido em uma igualdade (por exemplo: determinar os números que elevados ao quadrado resultam 16).
- Reconhecer que o grau de uma equação determina o número de raízes da equação.

- Resolver equação do segundo grau incompleta do tipo $ax^2 + b = c$ (por exemplo: $x^2 + 3 = 7$ ou $2x^2 = 8$).

9º ANO

- Multiplicar e dividir monômios.
- Desenvolver produtos notáveis dos tipos $(x \pm y)^2$, $(x + y) \cdot (x - y)$ e $(x + a) \cdot (x + b)$.
- Relacionar os produtos notáveis aos casos de fatoração $x^2 + 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$, $x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$ e $x^2 + Sx + P = (x + a) \cdot (x + b)$ (com $S = a + b$ e $P = a \cdot b$).
- Resolver e elaborar problema envolvendo equações de primeiro grau, fazendo uso das representações simbólicas.
- Resolver problemas envolvendo sistemas de equações de primeiro grau com duas incógnitas pelos métodos de adição, substituição e comparação, e representar sua solução no plano cartesiano fazendo uso das representações simbólicas.
- Compreender as propriedades da invariância das igualdades (multiplicação e divisão por um mesmo número e adição e subtração de igualdades).
- Resolver inequações de primeiro grau com duas incógnitas, reconhecendo a sua solução no plano cartesiano.
- Resolver equações de segundo grau por meio da fatoração de polinômios (por exemplo: $x^2 - 4 = 0$, sendo fatorado em $(x + 2)(x - 2) = 0$ e tendo como raízes 2 e -2 ou $x^2 + 4x + 4 = 0$ sendo fatorado em $(x+2)^2 = 0$ e tendo como raiz dupla -2).
- Compreender função como relação entre grandezas, identificando variável dependente e independente e estabelecendo sua representação gráfica.

6.4. GRANDEZAS E MEDIDAS

Nessa fase de escolaridade, a ideia de **medição** é ampliada, contemplando as medidas relativas a comprimento, área, volume (capacidade), ângulo, tempo, massa e temperatura, sempre em situações que permitam dar significado a essas grandezas. As

atividades envolvendo o sistema monetário devem dar continuidade ao que foi feito nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O trabalho baseado exclusivamente em transformações de unidades, sem que o estudante consiga perceber as relações entre elas, deve ser evitado.

A necessidade do emprego de **unidades padronizadas de medida** deve ser enfatizada por meio de atividades que tenham sentido para o estudante. Outras unidades de medida podem ser introduzidas e ampliadas, como, por exemplo, as unidades agrárias (particularmente aquelas mais próximas do contexto dos alunos), as utilizadas no contexto da informática (Kb, Mb etc.) e aquelas relativas a grandezas determinadas pela razão ou produto de duas outras (KWh, velocidade, densidade etc.). No caso da grandeza volume, é desejável que se compreenda capacidade como o volume interno de determinados sólidos e não como a “quantidade de líquido” em tal recipiente, como muitos são levados a pensar, como consequência do ensino usual.

No trabalho com as **grandezas geométricas**, a busca de dissociação entre as figuras (triângulo, quadrilátero etc.), as grandezas associadas à figura (3m , 4cm^2 , 12m^3 , 30^0 etc.) e o número associado à medição dessas grandezas (4, 12, 30 etc.) deve ser amplificada.

Iniciar atividades que relacionem a área de algumas figuras planas com a área do retângulo permite o estabelecimento de expressões algébricas que possibilitam generalizar procedimentos de medidas de áreas a outras figuras, levando, assim, à sistematização de algumas **fórmulas** (áreas de quadrados, paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos e comprimento da circunferência). É preciso ressaltar, porém, a necessidade de uma forte articulação com a geometria, buscando-se utilizar as propriedades das figuras planas para generalizar expressões.

6º ANO

- Resolver e elaborar problemas envolvendo as ideias de perímetro e área (sem emprego de fórmulas).
- Reconhecer ângulo como grandeza, identificando o transferidor como instrumento de medição, e o grau, como unidade.
- Reconhecer que o ângulo reto mede 90 graus.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo unidade de medida de ângulos (graus).
- Compreender que a medida do ângulo não depende do comprimento representado de seus lados.
- Reconhecer as grandezas: comprimento, área, massa, capacidade, volume e temperatura, e selecionar o tipo apropriado de unidade para medir cada uma delas.
- Identificar o instrumento adequado para medir uma grandeza (comprimento, massa, temperatura, tempo).
- Conhecer os diferentes sistemas de medidas padrão (metro, quilograma, hora).
- Compreender que perímetro e área são independentes (por exemplo: podemos aumentar a área de uma superfície sem modificar seu perímetro).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de triângulos e retângulos sem utilização de fórmulas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área das faces de prismas retangulares.
- Compreender a noção de volume e suas unidades de medida.
- Resolver problemas envolvendo o cálculo da medida do volume de prismas retangulares sem utilização de fórmulas.

7º ANO

- Conhecer os diferentes sistemas de medidas padrão.
- Utilizar instrumentos de medida para realizar medições (régua, escalímetro, transferidor, esquadros, trena, relógio, cronômetro, balança, termômetro).

- Compreender a noção de equivalência entre áreas de figuras planas, comparando-as por meio da composição e decomposição de figuras.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo unidade de medida de ângulos.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do perímetro de figuras planas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de triângulos e paralelogramos, sem utilização de fórmulas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de figuras planas pela composição e/ou decomposição de figuras de áreas conhecidas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo os conceitos de perímetro e área de figuras planas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do volume de prismas retangulares, sem utilização de fórmulas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do comprimento da circunferência, sem utilização de fórmulas.
- Resolver problemas envolvendo o cálculo da medida da área das faces de prismas retangulares, sem utilização de fórmulas.

8º ANO

- Usar e converter, dentro de um mesmo sistema de medidas, as unidades apropriadas para medir diferentes grandezas.
- Conhecer as medidas agrárias de superfícies e suas relações com o metro quadrado.
- Associar o litro ao decímetro cúbico e reconhecer que 1 000 litros correspondem ao metro cúbico.
- Reconhecer as grandezas compostas, determinadas pela razão ou produto de duas outras: velocidade, aceleração, densidade e potência, e selecionar o tipo apropriado de unidade para medir cada grandeza.

- Reconhecer a capacidade de memória do computador como uma grandeza e identificar algumas unidades de medida (por exemplo: bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida de área de triângulos, paralelogramos, com ou sem utilização de fórmulas.
- Compreender que o volume de um prisma pode ser obtido pelo produto da medida da área de sua base pela medida de sua altura.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do volume de prismas.
- Compreender a noção de equivalência de figuras planas, comparando áreas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Utilizar instrumentos de medida para realizar medições (régua, escalímetro, transferidor, esquadros, trena, relógio, cronômetro, balança, termômetro etc.).

9º ANO

- Reconhecer as grandezas compostas, determinadas pela razão ou produto de duas outras: velocidade, aceleração, densidade e potência, e selecionar o tipo apropriado de unidade para medir cada grandeza.
- Reconhecer a capacidade de memória do computador como uma grandeza e identificar algumas unidades de medida (por exemplo: bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes).
- Compreender a ideia de “erro de medição” na utilização de instrumentos de medida.
- Usar e converter, dentro de um mesmo sistema de medidas, as unidades apropriadas para medir diferentes grandezas.
- Conhecer as medidas agrárias de superfícies e suas relações com o metro quadrado.
- Associar o litro ao decímetro cúbico e reconhecer que 1 000 litros correspondem ao metro cúbico.

- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de triângulos, paralelogramos e trapézios, inclusive pela utilização de fórmulas.
- Calcular a medida da área do círculo.
- Utilizar a razão de semelhança para resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo de área e perímetro de figuras planas semelhantes (por exemplo: levar o estudante a perceber que, ao duplicar o lado de um quadrado, seu perímetro aumenta na mesma razão, enquanto que sua área aumenta 4 vezes).
- Perceber a relação entre a razão de semelhança entre os lados/arestas homólogos de figuras semelhantes e a razão entre suas áreas e seus volumes (por exemplo: levar o estudante a perceber que, ao duplicar a aresta de um cubo, a área da face aumenta 4 vezes, enquanto que o volume aumenta 8 vezes).

6.5. NÚMEROS E OPERAÇÕES

O trabalho com os **números naturais** deve ser visto como continuação e consolidação das aprendizagens anteriores, principalmente em relação à escrita e à leitura desses números. A estrutura do **sistema de numeração decimal** vai sendo progressivamente consolidada e as atividades em que são exploradas a composição e a decomposição de números em sua forma polinomial contribui bastante para a compreensão da mencionada estrutura.

Além disso, com base na compreensão do sistema de numeração decimal e de suas propriedades, o estudante será capaz de compreender o funcionamento dos **algoritmos escritos convencionais** das operações com os diferentes tipos de números. Porém, tais algoritmos não devem ser os únicos a merecer a atenção no ensino. Destaca-se, a esse respeito, que a compreensão deles pode ficar bastante facilitada a partir de situações de **cálculo mental**, em que os alunos sejam levados à explicitação de suas

estratégias. O professor pode explorar, por exemplo, a relação entre o cálculo mental de $35 + 17$ ($30 + 10, 5 + 5, + 2$) com o algoritmo da adição com reserva. Além disso, o cálculo mental, associado ao uso da **calculadora** e à realização de **estimativas** e de arredondamentos pode contribuir para que o estudante desenvolva a capacidade de análise de resultados obtidos como respostas a problemas.

Os conceitos de **múltiplos e divisores de um número natural** consolidam-se, a partir da compreensão das propriedades desses números. É preciso, porém, que as situações apresentadas pelo professor permitam que essas ideias sejam construídas como respostas a problemas, evitando-se o trabalho baseado exclusivamente na aplicação de técnicas ou dispositivos práticos.

Atividades que explorem a representação e a contagem, em uma situação de **combinatória** devem levar o estudante à construção do conceito de **princípio multiplicativo** como recurso fundamental, **mas não único**, na resolução de diversos problemas.

Situações que o estudante encontra em seu contexto social devem ser tomadas como ponto de partida para a apresentação dos **números inteiros**. Dessa forma, tais números podem ser vistos como necessários para a ampliação dos números naturais. As regras das **operações** com esses números, não devem ser apresentadas prontas e acabadas, mas pela observação de regularidades e aplicação das propriedades dos números naturais. Por exemplo, para se concluir que $2 \cdot (-2) = -4$, pode-se observar a sequência $2 \cdot (2)$; $2 \cdot (1)$; $2 \cdot (0)$; $2 \cdot (-1)$; $2 \cdot (-2)$.

O conceito de **número racional**, tanto em sua representação fracionária, como em sua representação decimal, também deve ser ampliado e consolidado sem que o termo consolidação seja entendido como a memorização de procedimentos de cálculo. Os diferentes **significados dos números racionais** devem ser aprofundados: parte-todo; quociente entre dois números

inteiros; medida; razão; e operador. Esta última ideia, que aparece estreitamente associada às **operações com os números racionais**, deve vir acompanhada de significado que a justifique, como, por exemplo, a compreensão de que a metade de seis corresponde a $\frac{1}{2} \times 6$. A construção dos procedimentos operatórios com esse tipo de número é uma aprendizagem lenta e que não pode ser finalizada em um tempo bem definido. A equivalência de frações ainda deve ser tomada como elemento principal na aprendizagem das operações com as frações. O mais importante é que o estudante seja capaz de construir significado para essas operações. Por exemplo, mais importante do que interpretar a divisão do racional **a** pelo racional **b** como o “produto de **a** pelo inverso de **b**”, seria compreender que tal divisão significa identificar “quantas vezes **b** cabe em **a**” ou, ainda, fazer apelo à ideia de divisão como operação inversa da multiplicação.

A noção de **porcentagem** tem suas aplicações ampliadas nessa fase do ensino. As atividades propostas pelo professor devem permitir ao estudante não somente realizar cálculos de porcentagens, mas determinar os valores de reajustes e descontos, decidir a melhor forma de pagar uma compra, determinar o percentual total a partir de composição de porcentagens etc.

É nessa etapa de escolaridade que tem início a construção do significado de **número irracional**, pela insuficiência dos números racionais para resolver determinados problemas de medição abstrata de grandezas no âmbito da Matemática. Os irracionais devem ser vistos como números que não podem ser expressos por um quociente de inteiros. Sabe-se que os radicais de números inteiros são, em geral, números irracionais. Por exemplo, toda raiz quadrada de um número que não é um quadrado perfeito é irracional. No entanto, não é correto induzir o estudante a pensar que esses são os únicos irracionais que ocorrem em Matemática. Muito menos se justifica a excessiva atenção que usualmente é

dada ao cálculo com radicais. Na escola básica, pode-se definir um número irracional como uma dízima infinita e não periódica. Dessa maneira, tem-se um instrumento conceitual capaz de “produzir” números irracionais: basta definir sequências numéricas infinitas, garantindo-se a não periodicidade dessa sequência. Por exemplo: o número $b = 0,1234567891011121314\dots$, construído com a própria sequência numérica dos naturais é irracional. Essa abordagem é útil, ainda, para dar significado ao fato de que um número irracional pode ser aproximado por números racionais com a aproximação que se deseje. Tais aproximações podem ser obtidas aumentando o número de dígitos nas dízimas finitas extraídas da dízima infinita que define o irracional. No exemplo acima, os números racionais 0,123; 0,1234; 0,12345 etc. são aproximações racionais do número irracional b .

A compreensão do significado de cada um dos tipos de números é que vai servir de ponto de partida para a compreensão da **ordenação** desses números. No caso dos números racionais representados na forma decimal, a relação de ordem “maior do que” (ou “menor do que”) tem sido fonte de muita dificuldade na aprendizagem. É comum o estudante afirmar, erroneamente, que 3,15 é maior do que 3,3. Convém observar que atividades com a **reta numérica** são um recurso importante na abordagem dessas questões.

6º ANO

- Reconhecer as principais características do sistema decimal: contagem, base e valor posicional.
- Ler, escrever e ordenar números naturais.
- Arredondar números grandes para a centena ou o milhar mais próximo.
- Compreender a magnitude de grandes números (milhar, bilhão etc.).
- Reconhecer a parte decimal de um número (décimo, centésimo, milésimo etc.).

- Arredondar números decimais para a centena ou o milhar mais próximo.
- Associar a representação simbólica de uma fração às ideias de parte de um todo, de divisão e compreender a ideia de razão.
- Identificar e determinar frações equivalentes.
- Associar frações maiores que a unidade com os respectivos números mistos e vice-versa.
- Compreender a relação entre porcentagens e suas representações decimais e fracionárias.
- Relacionar números racionais positivos a sua localização exata ou aproximada na reta numérica e vice-versa.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem.
- Comparar e ordenar números racionais positivos representados nas formas fracionária, decimal e percentual.
- Compreender o conceito de números primos e números compostos.
- Compreender as características dos números e suas relações, por exemplo, par, ímpar, múltiplo, divisor etc.
- Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações.
- Resolver e elaborar problemas com números racionais nas formas fracionária ou decimal, envolvendo diferentes significados das operações.
- Compreender a adição como operação inversa da subtração e usar essa compreensão para resolver problemas.
- Compreender a divisão como operação inversa da multiplicação e usar essa relação para resolver problemas.
- Realizar cálculos mentais, utilizando procedimentos próprios, para resolver problemas que envolvem as quatro operações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da adição e da subtração de frações com denominadores diferentes, por meio da equivalência de frações (por exemplo: situações em que na soma de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$)
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de adições e subtrações de números decimais.

- Resolver uma expressão aritmética envolvendo operações distintas com parênteses.
- Resolver problema envolvendo proporcionalidade direta ou inversa entre duas grandezas (por exemplo: situações envolvendo velocidade e tempo, produção e dinheiro).
- Reconhecer e usar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 5 e 10.

7º ANO

- Reconhecer e usar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10.
- Compreender o significado da potenciação (com expoente inteiro e positivo) como produto reiterado de fatores iguais.
- Efetuar o cálculo de potências com expoente inteiro e positivo, inclusive as potências de base 10.
- Compreender e utilizar as propriedades da potenciação.
- Reconhecer e determinar múltiplos e divisores de um número.
- Compreender o significado da raiz quadrada de um número utilizando quadrados perfeitos para raízes exatas e localização na reta numérica para raízes não exatas.
- Elaborar composições e decomposições de números maiores que 1 000 de diferentes maneiras, inclusive na forma polinomial.
- Compreender o conceito de fração associado à representação da parte de um todo, da divisão entre números inteiros, de razão e de operador.
- Comparar e ordenar frações.
- Determinar a posição aproximada, na reta numérica, de números racionais positivos.
- Resolver problemas que envolvam o cálculo da adição e da subtração de frações com denominadores diferentes, por meio da equivalência de frações.
- Compreender conceitualmente números negativos.
- Ordenar números inteiros (negativos e positivos).
- Associar números inteiros (negativos e positivos) a pontos na reta numérica e vice-versa.

- Relacionar frações e números decimais (positivos e negativos) a pontos na reta numérica e vice versa.
- Compreender a ideia de simétrico e de valor absoluto (módulo) de um número na reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo adição e subtração de números inteiros (positivos e negativos).
- Reconhecer a decomposição de um número em fatores primos e não primos.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum, sem o recurso ao algoritmo.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade direta ou inversa entre duas grandezas.
- Resolver e elaborar problemas de estrutura aditiva e multiplicativa com números racionais envolvendo seus diferentes significados, incluindo a potenciação com expoente inteiro positivo, utilizando cálculo mental.
- Efetuar operações de multiplicação de frações por um número inteiro positivo.
- Resolver e elaborar uma expressão aritmética envolvendo várias operações (respeitando a ordem das operações) e sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves).

8º ANO

- Relacionar números racionais a pontos na reta numérica.
- Compreender e efetuar cálculos com potências de expoente inteiro.
- Reconhecer o intervalo na reta numérica que contenha um número irracional dado.
- Efetuar operações de multiplicação e de divisão de frações.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas envolvendo escalas (por exemplo: a elaboração da planta baixa da sala de aula).

- Reconhecer a representação de um número em notação científica, compreendendo a magnitude desse tipo de número.
- Compreender a ideia de simétrico e de valor absoluto (módulo) de um número na reta numérica.
- Decompor um número em fatores primos e não primos.
- Resolver uma expressão aritmética envolvendo várias operações, incluindo radiciação e potenciação (respeitando a ordem das operações) e sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves).
- Compreender e aplicar as propriedades das operações aritméticas (associativa, comutativa, distributiva, elemento neutro, inverso/simétrico) aos números racionais.
- Compreender a relação entre as operações inversas. (Por exemplo, evidenciar que multiplicar um número por $\frac{1}{2}$ é o mesmo que dividi-lo por 2; somar -3 a um número é o mesmo que subtrair 3 deste número).
- Resolver e elaborar problemas que envolvem diferentes operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação).
- Comparar números em notação científica.
- Resolver e elaborar problemas de contagem que envolvam o princípio multiplicativo, por meio de registros variados (diagrama de árvore, tabelas e esquemas), sem o uso de fórmulas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo a ideia de juros simples e determinação de taxa percentual.

9º ANO

- Comparar e ordenar números racionais em diferentes representações (frações, números mistos, decimais e porcentagens).
- Reconhecer o intervalo na reta numérica que contenha um número irracional dado.

- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, inclusive problemas envolvendo escalas e divisão em partes proporcionais.
- Reconhecer a representação de um número em notação científica, compreendendo a magnitude desse tipo de número.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo números em notação científica.
- Comparar e ordenar números reais.
- Associar números reais a pontos da reta numérica.
- Realizar operações com números reais.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas envolvendo escalas, taxa de variação.
- Relacionar o valor posicional, característica do sistema de numeração decimal, com os cálculos envolvendo o sistema métrico e a notação científica.
- Resolver problemas que envolvam as ideias de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum, sem o recurso ao algoritmo.
- Compreender a ideia de simétrico e de valor absoluto (módulo) de um número na reta numérica.
- Compreender e efetuar cálculos com potências cujos expoentes são inteiros negativos.
- Compreender e efetuar cálculos com potência de expoente racional.
- Resolver e elaborar problema envolvendo porcentagem, incluindo a ideia de juros simples e compostos e determinação de taxa percentual, relacionando representação percentual e decimal (por exemplo, entender que multiplicar por 1,20 corresponde a um aumento de 20% e multiplicar por 0,70 corresponde a um desconto de 30%).
- Resolver e formular problemas que envolvem diferentes operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação).

7. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO MÉDIO

O Ensino Médio caracteriza-se como última e complementar etapa da Educação Básica e deve visar a atingir tanto aqueles que vão encerrar sua escolaridade regular e ingressar no mundo do trabalho, como aqueles que ainda pretendem dar continuidade a sua formação escolar em fases posteriores.

Portanto, nessa etapa devem ser oferecidas condições para que o estudante possa complementar e consolidar as aprendizagens realizadas no Ensino Fundamental e desenvolver suas capacidades e competências. No âmbito da escola, isso significa, entre outras mudanças, rever e redimensionar alguns dos conteúdos atualmente trabalhados. Implica, também, passar de um ensino livresco ou utilitarista da Matemática, para um ensino com significado para o estudante e articulado com outros campos do saber.

Dessa forma, as atenções do professor, tanto na escolha dos temas a serem ensinados, como em seu trabalho em sala de aula, devem voltar-se para as questões da contextualização e da interdisciplinaridade. Em outras palavras, as escolhas do professor devem priorizar conceitos e procedimentos que permitam as conexões entre diversas ideias matemáticas, diferentes formas de pensamento matemático e vários campos do conhecimento. Importa, também, favorecer a compreensão da relevância social da Matemática e do seu papel no desenvolvimento histórico da ciência.

Pode-se dizer, nessa perspectiva, que a palavra-chave da Matemática do Ensino Médio seria “conexões”; conexões tanto

com outras áreas do conhecimento e aplicações sociais, como também com outros campos da própria Matemática. Um ponto de vista muito defendido na comunidade educacional indica que um dos meios de levar o estudante a estabelecer essas conexões é trabalhar, simultaneamente, as ideias matemáticas em diferentes quadros (numérico, algébrico, funcional, geométrico, gráfico etc.). Por exemplo, o estudo das funções, bastante explorado nos currículos atuais de Ensino Médio, pode ter suas potencialidades ampliadas se houver uma articulação com a álgebra e a geometria.

Contudo, não se pode esquecer que a Matemática do Ensino Médio, como disciplina estabelecida, também deve ser vista como uma ciência que apresenta características estruturais específicas. É importante que o estudante perceba o papel de: definições, simbologia, demonstrações e encadeamentos conceituais em sua composição interna. Nesse sentido, é importante que o professor esteja atento ao desenvolvimento, por parte do estudante, da capacidade de expressar-se em linguagem matemática, de realizar formulações coerentes e validá-las com argumentos apoiados no pensamento dedutivo. Deve ficar claro, porém, que tais competências não se desenvolvem pela “visualização” de demonstrações feitas pelo professor, mas, sobretudo, pela habilidade desse professor em criar, em suas salas de aula, situações de debate, nas quais os alunos sejam levados a construir essas competências.

7.1. GEOMETRIA

Nesta etapa de escolaridade, deve-se aprofundar o trabalho com representação das diferentes figuras espaciais, presentes na natureza ou imaginadas. Alguns conceitos estudados no Ensino Fundamental devem ser consolidados, como, por exemplo, as ideias de proporcionalidade, congruência e semelhança, o Teorema

de Tales e suas aplicações, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras.

No Ensino Médio, o estudo da geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas e reconhecer propriedades de figuras geométricas básicas. A geometria também aparece como campo privilegiado, apesar de não ser o único, para exercitar as interrelações entre o método lógico-dedutivo e o raciocínio intuitivo.

O trabalho com a geometria analítica, além de proporcionar o desenvolvimento das habilidades de visualização, permite a articulação da geometria com o campo da álgebra. Porém, para que essas características apresentem significado para o estudante, o trabalho nessa área não deve ser resumido à simples manipulação simbólica. Os significados geométricos de coeficientes de equações (da reta e da circunferência), de retas paralelas, perpendiculares, tangentes e secantes, podem contribuir bastante para a compreensão das relações entre a geometria e a álgebra. É importante também que o tema não fique restrito a determinado momento, mas seja desenvolvido durante todo o Ensino Médio. Assim, as articulações da geometria analítica com outras áreas da matemática escolar podem ser exploradas de forma proveitosa. Por exemplo, as ideias como crescimento, decrescimento, taxa de variação de uma função, inclinação de um gráfico, entre outras, podem ser relacionadas com o estudo das diferentes funções abordadas no Ensino Médio.

10º ANO

- Associar modelos de sólidos a suas planificações.
- Construir vistas de uma figura espacial e, dadas suas vistas, representá-la em perspectiva.

- Determinar a medida de ângulos de polígonos regulares inscritos na circunferência.
- Obter a transformação de uma figura no plano por meio de reflexão, translação e rotação e identificar elementos que permanecem invariantes nessas transformações.
- Compreender e aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas.
- Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo diagonais de prismas e alturas de pirâmides.
- Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos poliedros.
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos corpos redondos (cilindro, cone, tronco de cone e esfera).
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Associar pontos representados no plano cartesiano a suas coordenadas.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) as suas representações geométricas e vice-versa.
- Dividir segmentos em partes proporcionais, usando esquadros, compasso e *software*.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).

11º ANO

- Construir vistas de uma figura espacial e, dadas suas vistas, representá-la em perspectiva.
- Reconhecer simetrias (reflexão, translação e rotação) em conjuntos de figuras, incluindo a composição de transformações.
- Desenhar figuras obtidas por simetria (reflexão, translação e rotação).
- Compreender e aplicar o Teorema de Tales para resolver e elaborar problemas.
- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer posições relativas entre duas retas, entre dois planos, e entre retas e planos.
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Identificar figuras poligonais por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano, sem o uso de fórmulas.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica e vice-versa.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).

12º ANO

- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.

- Identificar figuras poligonais por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica e vice-versa.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
- Associar a equação de uma circunferência a sua representação no plano cartesiano.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).
- Relacionar as operações realizadas com as coordenadas de um vetor (soma e multiplicação por um escalar) com sua representação geométrica.

7.2. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE (TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO)

Nesta etapa de escolarização, o trabalho com tabelas e gráficos deve promover no estudante a capacidade de análise, e instrumentalizá-lo para a tomada de decisões. A produção rápida e excessiva de informações na sociedade atual requer um eficiente pensamento analítico para compreender pesquisas de opinião, índices econômicos, doenças, problemas ambientais etc.

Situações em que o estudante precise tomar certas decisões em sua vida cotidiana podem ser trazidas para a discussão de algumas medidas estatísticas, como, por exemplo, medidas de tendência central (média, mediana e moda) e de dispersão (desvio-médio,

desvio-padrão e variância). A interpretação de termos como frequência, frequência relativa, amostra, espaço amostral etc., também deve ser consolidada.

A ideia de probabilidade deve ser ampliada durante o Ensino Médio, de forma que o estudante, ao fim dessa etapa, seja capaz de estabelecer o modelo matemático que permite determinar a probabilidade de ocorrência de um evento. O conceito pode ser ampliado também para situações em que seja necessário identificar a probabilidade da união e da interseção de eventos, os eventos disjuntos e o conceito de independência de eventos.

10º ANO

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Selecionar uma amostra adequada para uma determinada pesquisa.
- Determinar frequências relativas, acumuladas e acumuladas relativas de dados agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda e mediana) para um conjunto de dados numéricos não agrupados.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.
- Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão) para um conjunto de dados numéricos não agrupados.
- Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento, explorando representações diversas.

- Determinar a probabilidade da união de dois eventos, explorando representações diversas.

11º ANO

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Selecionar uma amostra adequada para uma determinada pesquisa.
- Determinar frequências relativas, acumuladas e acumuladas relativas de dados agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda, mediana e quartil) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.
- Organizar tabelas com dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento.
- Determinar a probabilidade da união de dois eventos.

12º ANO

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.

- Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.
- Organizar tabelas com dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda, mediana e quartil) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio-padrão) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados;
- Determinar a probabilidade da união e da intersecção de eventos.
- Determinar a probabilidade condicional.

7.3. ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Da mesma forma que acontece no Ensino Fundamental, a álgebra no Ensino Médio deve ser encarada não como simples manipulação simbólica, mas como o estabelecimento de relações, levando o estudante a consolidar a noção de variável. O estudo das sequências, iniciado em etapas anteriores, pode contribuir para dar significado às expressões algébricas. Devem-se evitar as exaustivas coletâneas de cálculos que fazem simples uso de fórmulas (“determine a soma...”, “calcule o quinto termo...”), e é importante relacionar as progressões aritmética e geométrica às funções afim e exponencial, respectivamente, em que o domínio é o conjunto dos números naturais.

As equações devem ser introduzidas como uma ferramenta para resolver problemas em que estratégias aritméticas sejam bastante custosas, para somente em um segundo momento serem vistas como objetos de aprendizagem em si mesmos. No caso da equação de segundo grau, um importante trabalho deve ser feito na resolução por meio da fatoração e do método de

completar quadrados, para, somente depois, ser apresentada a expressão conhecida como fórmula de Bhaskara. A apresentação precoce dessa expressão leva à aplicação irrefletida de técnicas e procedimentos, que terminam por esconder o significado das raízes, nesse tipo de equação.

O estudo das funções é essencial nesta etapa de escolaridade, principalmente por seu papel de modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas em fenômenos do mundo natural ou social. Esse aspecto das funções deve ser priorizado, em lugar de uma abordagem essencialmente simbólica e de difícil compreensão por parte dos alunos. Em particular, a definição de função baseada na ideia de produto cartesiano de dois conjuntos aparece como bastante desaconselhável, tanto do ponto de vista matemático, como do ponto de vista didático.

No trabalho com funções, o mais importante é que o estudante perceba, além do aspecto da modelagem de fenômenos reais, aspectos relacionados ao crescimento e decréscimo de cada uma das funções estudadas, o que permite que ele desenvolva o pensamento funcional. Isso significa retirar a ênfase geralmente atribuída à manipulação simbólico-algébrica, normalmente privilegiada no Ensino Médio, deslocando o foco da relação entre grandezas para o estudo de equações e inequações e cálculos com logaritmos.

Quanto às funções trigonométricas, elas apresentam importante papel como modelos matemáticos para os fenômenos periódicos, devendo ser ressaltadas as funções seno e cosseno. Alguns tópicos usualmente privilegiados no estudo da trigonometria podem ser dispensados, como, por exemplo, as outras funções trigonométricas, as fórmulas arcos soma e diferença e as identidades trigonométricas.

10º ANO

- Construir e/ou analisar gráficos associados a uma situação do mundo natural ou social.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade (por exemplo: reconhecer que a grandeza tempo não pode ter domínio negativo ou que, um gráfico que relaciona o valor a pagar em função do número de cópias tiradas numa copiadora, não pode ser representado por uma linha e sim por pontos).
- Identificar crescimento e decrescimento pela análise de gráficos de situações realísticas.
- Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social.
- Reconhecer a relação entre a proporcionalidade direta e a função linear.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função afim.
- Resolver e elaborar problema envolvendo função afim.
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento linear a uma função de domínio discreto.
- Reconhecer o zero, o coeficiente linear e o coeficiente angular de uma função afim no plano cartesiano.
- Reconhecer as transformações sofridas pela reta no plano cartesiano em função da variação dos coeficientes (por exemplo: reconhecer que se o coeficiente angular é negativo, a reta é decrescente ou que quanto maior for o valor absoluto do coeficiente angular, maior será a inclinação da reta).
- Associar duas retas no plano cartesiano à representação de um sistema de duas equações de primeiro grau e duas incógnitas.
- Compreender as propriedades da invariância das igualdades (multiplicação e divisão por um mesmo número e adição e subtração de igualdades).

- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por sistemas de equações de primeiro grau.
- Resolver sistema de duas equações de primeiro grau e duas incógnitas por escalonamento (método da adição).
- Resolver sistema de três equações de primeiro grau e três incógnitas por escalonamento.
- Resolver e elaborar problema envolvendo função definida por mais de uma sentença polinomial do primeiro grau.
- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações de segundo grau.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau pelo método de completar quadrados.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função quadrática, associando a curva a uma parábola.
- Reconhecer, na representação gráfica da função do segundo grau, elementos como zeros, intersecção com o eixo das ordenadas, eixo de simetria, concavidade e pontos de máximo/mínimo.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função de segundo grau com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica, (por exemplo: utilizando recursos tecnológicos, observar que, ao variar o valor do coeficiente c na representação algébrica $y = ax^2 + bx + c$, a parábola sofre translações).
- Reconhecer a função de segundo grau como um modelo para o movimento uniformemente variado.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função exponencial associando-a ao seu padrão de crescimento.
- Diferenciar o modelo de crescimento/decrescimento da função exponencial em relação às funções lineares e quadráticas.

- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função exponencial com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica (por exemplo, ao considerar a expressão $y = b^x + c$, é conveniente usar *software* para verificar os efeitos provocados pela alteração dos parâmetros b e c).
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento exponencial a uma função de domínio discreto.

11º ANO

- Identificar crescimento e decréscimo pela análise de gráficos de situações realísticas.
- Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade de funções lineares, quadráticas e exponenciais.
- Reconhecer a relação entre a proporcionalidade direta e a função linear.
- Resolver e elaborar problema envolvendo uma ou mais funções afim.
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento linear a uma função de domínio discreto.
- Reconhecer as transformações sofridas pela reta no plano cartesiano em função da variação dos coeficientes (por exemplo: utilizando recursos tecnológicos, observar que, ao variar o valor do coeficiente b na representação algébrica $y = ax + b$, a reta sofre translações).
- Associar a região do plano cartesiano à solução de um sistema de duas inequações de primeiro grau e duas incógnitas.
- Resolver sistema de três equações de primeiro grau e três incógnitas por escalonamento.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau pelo método de completar quadrados.

- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau utilizando a fórmula de Bhaskara.
- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações de segundo grau.
- Reconhecer, na representação gráfica da função do segundo grau, elementos como zeros, intersecção com o eixo das ordenadas, eixo de simetria, concavidade e pontos de máximo/mínimo.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função de segundo grau com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica, (por exemplo: utilizando recursos tecnológicos, observar que, ao variar o valor do coeficiente c na representação algébrica $y = ax^2 + bx + c$, a parábola sofre translações).
- Reconhecer a função de segundo grau como um modelo para o movimento uniformemente variado.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função exponencial.
- Diferenciar o modelo de crescimento/decrescimento da função exponencial em relação às funções lineares e quadráticas.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função exponencial com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica (por exemplo, ao considerar a expressão $y = bx + c$, é conveniente usar *software* para verificar os efeitos provocados pela alteração dos parâmetros b e c).
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento exponencial a uma função de domínio discreto.

12º ANO

- Construir e/ou analisar gráficos associados a uma situação do mundo natural ou social.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade das diferentes funções.
- Reconhecer as transformações sofridas pelos gráficos das funções lineares, quadráticas e exponenciais em decorrência

da variação dos parâmetros, preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.

- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração, pelo método de completar quadrados ou utilizando a fórmula de Bhaskara.
- Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função seno.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função seno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por exemplo, utilizando um *software*, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro **a** na expressão $y = \text{sen}(ax)$].
- Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função cosseno.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função cosseno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por exemplo, utilizando um *software*, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro **a** na expressão $y = \text{cos}(ax)$].
- Reconhecer as funções trigonométricas como modelos para o movimento circular.

7.4. GRANDEZAS E MEDIDAS

O trabalho do estudante, em outras disciplinas como a Física e a Química, por exemplo, pode servir como motivação para a consolidação da ideia de grandeza, particularmente aquelas formadas por relações entre outras grandezas (densidade, aceleração etc.).

Em relação às grandezas geométricas, as atividades propostas deverão proporcionar a consolidação dos conceitos aprendidos nas etapas anteriores. O estudante já deve reunir as condições necessárias para a compreensão de demonstrações mais

elaboradas que conduzam a fórmulas para o cálculo de áreas e de volumes de figuras geométricas.

10º ANO

- Compreender a ideia de grandeza, inclusive a noção de grandeza formada por relações entre outras grandezas (densidade, aceleração etc.) e resolver e elaborar problemas envolvendo essas ideias.
- Reconhecer as relações de dependência e de independência entre a figura geométrica (segmentos, linhas, figuras planas, sólidos etc.) a grandeza associada (comprimento, área e volume) e a medida dessa grandeza (número real).
- Mobilizar conceitos e propriedades para estabelecer as fórmulas para determinação da medida da área e do volume de figuras geométricas e utilizá-las na resolução e elaboração de problemas.
- Calcular a área do círculo, de setores circulares e coroas, relacionando-as com ângulo central e o comprimento do raio.
- Calcular a medida da área e do perímetro de figuras planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.

11º ANO

- Mobilizar conceitos e propriedades para estabelecer as fórmulas para determinação da medida da área e do volume de figuras geométricas e utilizá-las na resolução de problemas.
- Compreender o princípio de Cavalieri e utilizá-lo para estabelecer as fórmulas para o cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide e cone).
- Resolver e elaborar problemas de cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide).

12º ANO

- Compreender o princípio de Cavalieri e utilizá-lo para estabelecer as fórmulas para o cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).
- Resolver e elaborar problemas de cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).

7.5. NÚMEROS E OPERAÇÕES

Desde os anos iniciais os estudantes estabelecem contato com diferentes números. No Ensino Médio, como etapa de consolidação das aprendizagens realizadas no Ensino Fundamental, é importante que os alunos percebam que os números se agrupam em diferentes conjuntos numéricos. Com isso, eles devem também perceber que algumas propriedades válidas em determinado conjunto numérico já não valem para outros conjuntos. É também nessa etapa que a construção dos números irracionais adquire sentido, encerrando-se com a construção dos números reais. É importante ressaltar que o trabalho com os números complexos, tradicionalmente explorado no Ensino Médio, deve ser deixado para o Ensino Superior, ocasião em que esses números, dependendo da escolha profissional do estudante, poderão ter sentido e utilidade.

Nessa etapa de escolaridade, o estudante deve conhecer e estabelecer relações entre as diferentes representações dos números. Por exemplo, além de consolidar que $\frac{1}{2} = 0,5$, ele deve associar um número expresso por uma potência de expoente fracionário a um radical, ou uma potência de expoente negativo ao inverso multiplicativo do número. O trabalho com números expressos em notação científica deve ser consolidado, particularmente pela necessidade de seu uso em outros campos do conhecimento.

Em relação às operações, o trabalho com cálculo mental e com estimativas deve ser aprofundado no Ensino Médio. Isso deve ser feito de forma sistemática, na exploração de todos os conteúdos previstos para esse período de escolarização. É importante ressaltar que as operações aritméticas adquirem sentido para o estudante, na medida em que ele é levado a resolver problemas envolvendo essas operações.

Os algoritmos das operações aritméticas devem ser plenamente compreendidos pelos alunos desse nível de ensino. É importante que eles reconheçam as propriedades que estão subjacentes a esses algoritmos.

O trabalho com porcentagens deve ser continuado e aprofundado no Ensino Médio, principalmente por sua grande utilidade nas práticas sociais dos alunos. Eles devem ser capazes de solucionar problemas envolvendo situações de reajustes ou descontos, de cálculos de taxas percentuais e – muito importante para alunos que, muitas vezes, estão inseridos no mercado de trabalho – as ideias de juros simples e compostos.

O pensamento proporcional, apesar de ser explorado desde os anos iniciais, deve ser aprofundado no ensino médio. É importante que o estudante seja levado a analisar e resolver situações envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais, inclusive quando mais de duas grandezas estão em jogo. A apresentação de regras e procedimentos automatizados (esquemas de regra de três, por exemplo) é desaconselhável, pois impede que o estudante consiga atribuir sentido às variações entre as grandezas. Além disso, é fundamental que os alunos estabeleçam conexões entre a ideia de proporcionalidade e outros conceitos da Matemática, como, por exemplo, as funções lineares e as grandezas geométricas.

As noções ligadas à análise combinatória devem ser exploradas por meio de diferentes representações, tais como árvores de

possibilidades, tabelas, n-uplas de elementos etc. As situações de contexto realístico devem servir de base para o trabalho nesse campo, evitando-se a simples aplicação de fórmulas.

10º ANO

- Reconhecer características dos diferentes números, operações e suas propriedades e a necessidade de ampliação dos conjuntos numéricos.
- Compreender o conjunto dos números reais como a união entre os irracionais com os racionais.
- Compreender as diferentes representações de um mesmo número real (fração, radical, potência etc.), inclusive associando-o a um ponto na reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo números em notação científica.
- Compreender os algoritmos formais das operações aritméticas e realizar cálculos com esses algoritmos.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo as ideias de juros simples e compostos e a determinação de taxa percentual, relacionando representação percentual e decimal (por exemplo, entender que multiplicar por 1,20 corresponde a um aumento de 20%; multiplicar por 2,40 equivale a um aumento de 140%; multiplicar por 0,70 corresponde a um desconto de 30% etc.).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas com escalas e taxa de variação.
- Resolver e elaborar problemas de contagem, envolvendo as ideias de permutação, combinação e arranjo, usando estratégias diversas, sem uso de fórmulas.

11º ANO

- Compreender características dos diferentes números, operações e suas propriedades, bem como sua organização em conjuntos numéricos.

- Compreender as diferentes representações de um mesmo número real, inclusive associando-o a um ponto na reta numérica.
- Compreender as propriedades dos números e de suas operações, incluindo a ideia de densidade, completude.
- Compreender os algoritmos formais das operações aritméticas e realizar cálculos com esses algoritmos.
- Resolver problemas envolvendo porcentagem, incluindo cálculo de acréscimos e decréscimos, determinação de taxa percentual e porcentagem de porcentagem.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas com escalas e taxa de variação.
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de permutação (estratégias básicas de contagem).
- Resolver e elaborar problema de combinatória envolvendo a ideia de combinação.
- Resolver e elaborar problema de combinatória envolvendo a ideia de arranjo.

12º ANO

- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo cálculo de acréscimos e decréscimos, determinação de taxa percentual, e porcentagem de porcentagem.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade, incluindo duas ou mais grandezas direta e/ou inversamente proporcionais.
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de permutação (estratégias básicas de contagem).
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de combinação.
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de arranjo.

8. REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens**. Trad. de José Garcez Palha. Lisboa: Cotovia, 1990.

CÂMARA, M. O professor e o tempo. **Revista Tópicos Educacionais**, vol.15 n. 1/2, Recife: UFPE, 1997.

CÂMARA, M. Um exemplo de situação-problema: o problema do bilhar. **Revista do Professor de Matemática**, n. 50. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

FRANCO, C.; SZTAJN, P.; ORTIGÃO, M. I. R. Mathematics teachers, reform and equity: results from the Brazilian national assessment. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 38, n. 4, p. 393 – 419, jul. 2007.

FRANCO, C.; ORTIGÃO, I.; ALBERNAZ, A.; BONAMINO, A.; AGUIAR, G.; ALVES, F.; SÁTIRO, N. Eficácia escolar em Brasil: Investigando práticas y políticas escolares moderadoras de desigualdades educacionales. In: CUETO, S. (Org.) **Educación y brechas de equidad em América Latina**, Tomo I, Santiago, Chile: Fondo de Investigaciones Educativas/PREAL, p. 223-249. 2007.

HERNÁNDEZ, F. & VENTURA, M. **A organização do currículo por projetos de trabalho**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens – O jogo como elemento da cultura**. Trad. de João Paulo Monteiro, São Paulo: Perspectiva, 1993.

MEDEIROS, Kátia M. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. **Educação matemática em revista**, n. 11. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, 2001.

PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática: da organização linear à ideia de rede**. São Paulo: FTD, 2000.

SELVA, A.C.V. e BORBA, R.E.S. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SILVA, A.F. e KODAMA, L.M.Y. 2004. Jogos no ensino da Matemática. Trabalho apresentado na II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Salvador: Universidade Federal da Bahia, 25 a 29 de outubro de 2004.

9. COLABORADORES

Contribuíram significativamente para a elaboração dos Parâmetros Curriculares de Matemática Ensino Fundamental e Médio os professores, monitores e representantes das Gerências Regionais de Educação listados a seguir, merecedores de grande reconhecimento.

PROFESSORES:

Acacia Silva Pereira	Antonio de Padua Monteiro Barros
Adahir Gonzaga da Silva Junior	Antonio Ernane Nunes
Adelma Teixeira Amorim	Antonio Jose Pedrosa Braga
Adelma Melo de Santana Rodrigues	Antonio Marcos Cavalcante de Lima
Adriana Maria Melo Pessoa	Aparecida Elzita Pereira Dos Anjos
Adriana Silva Sobral	Aparecida Elzita Pereira Dos Anjos
Agenildo Braz de Moura	Aparecida Maria Pereira Lima de Carvalho
Aldenice Pereira Dos Santos	Aprigio Ricardo da Silva
Alessandra Maria Santos Silva de Almeida	Ariovaldo Emiliano da Silva
Alexandre Gomes da Silva	Armando Alves da Silva Filho
Alexsandra Teixeira	Artur Pereira de Oliveira Filho
Alexsandro de Souza Nunes	Aureni de Sa Bezerra Araujo
Aliete Freire Agostinho	Aurio Galdino do Vale
Aline Carvalho Ferreira Silva	Baiardo Lucena de Lira Filho
Amarilis Virginia Aguiar da Silva Arueira	Camila Araujo Dos Santos
Amaro Lopes de Ataíde	Carlos Alberto Coelho da Silva
Ana Alves Pereira Nunes	Carlos Alberto Muniz Junior
Ana Amara da Silva	Carlos Jose Silva
Ana de Queiroz Alves	Carmelia de Sa Guedes
Ana Gabriella Quirino de Siqueira	Carmelucia da Silva Souza
Ana Lucia de Andrade Marinho	Cicera Katuscia Sales Costa
Ana Lucia de Souza Gomes	Cicero Jose de Barros
Ana Lucia Goncalves de Andrade Silva	Clara do Carmo Vicente Matias
Ana Magali Muniz Loureiro	Claudenice Maria de Melo
Ana Maria Cerqueira Paranhos	Claudete Almeida Agra
Ana Maria Vieira Torres	Claudia de Oliveira Araujo
Ana Marlene da Silva	Claudiana de Sa Ferraz Gomes Vilarim
Ana Patricia Freitas de Araujo	Clebia Mira de Almeida Pereira e Silva
Ana Paula Ferreira da Silva	Clebson Cordeiro Nole Dos Santos
Ana Rosemary Pereira Leite	Cleilton Mota Brito de Souza
Anderson Goncalves de Andrade Lima	Clenilton Mota Brito de Souza
Andrea da Silva Santos	Cleverson Antonio da Costa
Andreia Alves de Oliveira	Conceicao Angelica Dos Santos Ramos
Anderson da Silva Alquino	Creusa Glauce Costa Leite de Araujo
Antonia Luzimar de Brito Vieira	Cristiane Alves Silva

Os nomes listados nestas páginas não apresentam sinais diacríticos, como cedilha e acentuação gráfica, porque foram digitados em sistema informatizado cuja base de dados não contempla tais sinais.

Dailton Fabio de Almeida
 Damazio Pereira de Santana
 Danniella Patricia Araujo de Almeida
 Dayse Socorro Alves
 Debora Nazario Cordeiro
 Dinalva Lima Pereira Bezerra
 Djalton Leite Nunes
 Djalma Ferreira da Cunha
 Djalma Gomes de Farias
 Doroty Lamour Pereira
 Edileide Tertuliano de Lima
 Edimilson Aureliano de Castro
 Edinair de Souza Mauricio
 Edivaldo Leoterio da Silva
 Edson Alves Moreira
 Edson da Silva Nascimento
 Edson Veloso de Souza Lopes
 Edvaldo Braz do Nascimento
 Edvaldo Braz do Nascimento Junior
 Edvaldo da Costa Ferreira
 Edvaldo Das Neves de Lima
 Edvaldo Ferreira de Brito Junior
 Elenalva Rodrigues Carvalho de Queiroz
 Eliane Ferreira Viana
 Elieser Felix de Almeida Sousa
 Eriberto Buonafina Silva
 Eriberto Vitorino da Silva
 Eronildo Juvencio da Silva
 Esmeralda Maria Queiroz de Oliveira
 Eurica Mousinho Lins
 Euridice Alves da Silva
 Evandro Ferreira da Silva
 Evanilson Landim Alves
 Fabia Ranete da Silva e Sa
 Fabio da Costa Oliveira
 Fabio Ferreira Nunes de Araujo
 Fabio Henrique da Silva
 Fabio Jose Dos Santos
 Fabio Lins Dos Anjos
 Fabiola Mercia de Sa
 Flavio Carlos da Silva
 Flavio Cavalcanti Dos Santos
 Francisca Ato Rodrigues
 Francisca Ednilda Gomes da Silva
 Francisca Magaly Augusto Silva
 Francisco de Almeida Filho
 Francisco Dejenete Dos Santos
 Francisco Lopes Machado
 Francisco Sales da Costa
 Francisco Sales da Costa
 Francisco Wilton Ferreira Lima
 Frank Presley de Lima Neves
 Gecilda Conrado Dos Santos
 Geraildo Jose Alves de Souza
 Geraldo Joaquim da Silva
 Gilberto Jose Ferreira
 Gilma Lira Santana Ferreira
 Gilvanete de Oliveira Dias
 Gilvanildo Joaquim da Silva
 Girlene Andrade da Silva
 Gismenya Maria Martins Silva
 Givaldo da Silva Costa
 Gleciene Pereira de Siqueira
 Heitor Anderson Buonafina Silva
 Helia da Silva Lima
 Hellen White Moraes e Silva
 Heribelto de Souza Gomes
 Hozana de Fatima da Silva Santos
 Ieda Maria Alves
 Ieda Tavares Nunes Pereira
 Ilca Mouzinho Lins
 Inaldo Xavier da Silva
 Iracema Dantas Dos Santos Alves
 Iraneide de Sa Rodrigues
 Iraneide Domingos da Silva
 Iria Teixeira Brito
 Ivaldo Flavio Alves Machado
 Ivanildo Luis Barbosa de Sousa
 Ivany Mariz Mendes de Azevedo
 Ivany Mariz Mendes de Azevedo
 Ivonaldo Ferreira Fernandes
 Ivone Maria Dos Santos Dantas
 Izaque Teodosio da Silva Junior
 Jailma Ramos de Caldas Feitosa
 Jailson Tenorio Ferreira
 Jaime de Cuinas Alvarez Netto
 Jamil Costa Ramos
 Janaina da Silva Oliveira Macedo
 Janaina Monteiro do Nascimento Gomes
 Janaina Laetitia de Siqueira Sousa
 Janio Marcelo Cavalcante Santos
 Janise Meneses Barbosa
 Jaqueline Kelly Viana
 Jayme Batista da Silveira
 Jean Carlos Bezerra
 Jeanne Rodrigues Machado
 Jefferson Moises Monteiro Morais
 Joana Darc Cardoso Rodrigues
 Joana Paula Neuza Alves
 Joao Luis de Franca Neto
 Joao Tavares da Silva Filho
 Joaquim Alves da Silva
 Joaquim de Melo Lira
 Joel Dias de Almeida
 Jonnas Calado da Silva
 Jorge Augusto da Silva
 Jorge Luiz Farias
 Jose Alberto Andrade de Souza
 Jose Antonio da Silva Junior
 Jose Carlos de Melo
 Jose Erlando Bezerra Sabino
 Jose Francisco Dos Santos
 Jose Gilson da Silva Costa
 Jose Gomes Feitoza Junior
 Jose Helton Andrade Dos Santos
 Jose Laercio de Farias
 Jose Marcos de Medeiros
 Jose Pedro da Costa
 Jose Ribamar de Carvalho
 Jose Ricardo de Oliveira
 Jose Silmario Vasconcelos Cavalcante
 Jose Valerio Gomes da Silva
 Josefa Joselma Dias
 Josefa Maria de Franca

Josefa Pereira Barbosa
 Joselma Maria Barbosa de Oliveira
 Josenava Bezerra de Oliveira Almeida
 Joseni Cavalcante da Silva
 Josenilda Maria de Lima Abreu
 Josilene da Conceicao
 Josinilson Jose Pessoa de Oliveira Junior
 Josue Amaro da Silva Filho
 Josue Ferreira Dos Santos Filho
 Jovanea Maria Barbosa
 Jucedi Maria da Silva
 Jucelio Ferreira de Melo
 Juliana Souza Diniz
 Juliane Campos de Araujo Cavalcante
 Julio Cesar Moraes de Souza
 Juraci da Silva Braga
 Jussara Marta da Silva
 Jussicle Felix Dos Santos
 Katia Cristina de Melo Vercoza
 Katia Maria Prysthom de Andrade
 Keile Kaline de Queiroz Medeiros
 Kenia Carla Belo Domingues Glowewcki
 Kleyton Wanderley Souto Maior
 Lairton Flavio Vasconcelos
 Lene Vieira da Silva
 Leonardo da Costa Silva
 Liane Maria Barbosa Luna Rodrigues
 Licia de Souza Leao Sanguinetti
 Lilian Maria Simoni Wanderley de Moraes
 Lindaci Costa Moura
 Lindimar Suely Lucas de Oliveira Cardoso
 Lindomercia Gleide Rodrigues Ferreira
 Luana Maria de Jesus Silva
 Luciana Maranhao de Carvalho
 Luciana Silva Viana Alves
 Luciano Jose Lourenco
 Luciano Ramos de Vasconcelos
 Lucicleide Cavalcanti de Oliveira Goes
 Lucinete de Souza Belo Pereira
 Lucivaldo Antonio Barbosa
 Luiz Carlos Costa da Silva
 Luzemberg Alves Dantas
 Mabel Solange Bezerra de Carvalho
 Magda Pereira de Lucena
 Manoel Jose de Souza
 Manoel Marcos de Souza Rafael
 Manoel Pedro Viana
 Manuela Bonifacio de Albuquerque
 Marcelino Jose da Silva
 Marcelo Vicente da Silva
 Marcia Cristina de Souza Dias Ribeiro
 Marcia Maria Alves da Rocha
 Marcia Pereira Lins Alves
 Marcio Claudino Alves
 Marconio Ferreira de Farias
 Marcos Antonio Targino de Araujo
 Marcos Fabio Martins Teixeira
 Margareth Maria Dos Santos
 Maria Aparecida Alves Alipio
 Maria Celene Muniz Andrade Beringuel
 Maria Cristina Diniz Simoes de Medeiros Cordeiro
 Maria da Conceicao Ferreira
 Maria Das Dores Santos Vieira
 Maria Das Gracias Jacome Vieira
 Maria de Fatima Almeida
 Maria de Fatima Luna de Carvalho
 Maria de Fatima Rodrigues da Silva
 Maria do Bom Conselho da Silva Beserra Freitas
 Maria do Patrocinio Silva Santos
 Maria do Socorro Beltrao Nunes Santana
 Maria do Socorro Bezerra da Silva
 Maria do Socorro da Silva Evangelista
 Maria do Socorro de Sa Tavares Santos
 Maria do Socorro Dos Santos Silva
 Maria do Socorro Moreira Bacurau
 Maria Dos Prazeres Santos Filha
 Maria Dos Prazeres Santos Filha
 Maria Edilene Vilaca Sousa e Silva
 Maria Edineide de Sousa Lima
 Maria Elizomar Vasconcelos de Almeida
 Maria Euni de Araujo
 Maria Goretti Galvao Cysneiros de Aguiar
 Maria Iolanda Gomes Alves
 Maria Ivani Dos Santos
 Maria Jacileide Dos Santos
 Maria Jose Agostinho da Silva
 Maria Jose Cavalcanti Barboza do Rego
 Maria Jose Pereira da Silva Dantas
 Maria Jose Rosendo Ermidio da Silva
 Maria Joselane da Silva Costa
 Maria Josimere Soares
 Maria Karina da Silva
 Maria Leyd Dayanna Sampaio Pereira
 Maria Lindinalva do Carmo
 Maria Marcia Moura Brito Andrade
 Maria Olinda Peixoto Alençar
 Maria Paula Das Dores da Silva Vasconcelos
 Maria Raquel de Lima
 Maria Socorro Brito de Mendonca
 Maria Socorro de Matos Soares
 Maria Solange Alexandre da Silva
 Maria Sonia Leitao Melo Vieira
 Maria Uilma Saraiva de Aquino
 Maria Valeria Soares de Moraes
 Maria Veronica Leao Menezes
 Marluce Dos Santos
 Marluce Reis Dos Santos
 Marta Antonieta Vasconcelos Cavalcante
 Marta Jucene Pimetel
 Mascleide Paula de Lima
 Mauriceia Leite de Siqueira
 Mauricio Gualberto Pelloso
 Mauricio Jose Rodrigues
 Mercia Graziela da Silva
 Miguel Canuto de Andrade Neto
 Millene Rachel Franca Silva
 Miriam Nery da Silva
 Miriam Nogueira de Sousa
 Monica de Cassia Branco da Silva
 Myrella Carolyn de Barros de Lira
 Neide Aparecida Rocha Moreira
 Neuciene Alves Bezerra
 Neuza Lopes de Sa
 Nilson Beserra da Silva

Nilvam Araujo da Silva Junior
 Normando Jose Santana de Carvalho
 Oscar Cosme Dos Santos Junior
 Patricia de Carvalho Galindo
 Paula Rafael Lima
 Paulo Jose Alves Pedroza
 Paulo Roberto de Miranda Santos
 Paulo Roberto Silva Silveira
 Petrucio Ranieri Freire
 Quirlandia Paulino de Souza
 Quiteria Luciana Vieira Monteiro
 Raimunda Maria Macena
 Reginaldo Amorim Pereira
 Regival Francisco de Paula
 Renata Milene Correa de Arruda
 Ricardo de Siqueira Almeida
 Ricardo Holanda Cavalcante
 Ricardo Mauricio da Silva
 Rildo Alves do Nascimento
 Rita de Cassia Batista da Silva
 Riverson Wanderley Souto Maior
 Roberval Soares Silva
 Romero Nunes da Silva
 Ronaldo Barbosa Ramos
 Rosa de Fatima Gomes Cavalcanti
 Rosaleda Lins de Franca
 Rosana Raety Barbosa Albuquerque
 Rosimere Bento da Silva
 Rosimery Maria de Araujo Teixeira
 Rosineide Chaves Dos Santos Batista
 Ruth Noemi de Holanda Souza
 Sandoval da Silva Figueiredo
 Sandra Lustosa da Silva
 Sandra Paula Leite Figueroa
 Sandra Regina da Silva Bulhoes
 Sandra Valeria de Arruda Santos
 Selma Luciano de Lucena
 Severina Fernanda Nascimento da Silva
 Severino Bezerra Chaves Filho
 Severino Justino Pereira
 Shirley Christine Oliveira Gueiros de Matos
 Sidcley Edson Novaes
 Silvana Maria da Silva
 Silvanete Francisca de Carvalho
 Solange Batista de Lima
 Solange Fernandes de Castro
 Sonia Maria Araujo da Silva
 Sonia Maria Dos Santos Campos Neves
 Suely Marques da Silva
 Telma Rejane Ribeiro da Silva
 Ubyrajara Salgado de Oliveira
 Uildo Bezerra de Almeida
 Valdemar Alves Vieira
 Valdemar Silva Costa
 Valdete Maria Melo da Silva
 Valeria Batista Costa Patriota
 Valter Gomes da Silva
 Vamberto Sergio do Carmo
 Vanbergue Sebastiao da Silva
 Vanderlucy Ferreira da Silva
 Vasseni da Mota Silva
 Vera Maria Lima Gomes
 Vilma Maria Crispim da Silva Rodrigues
 Virginia Licia de Andrade Cavalcanti
 Vivian Maria Pereira de Oliveira
 Wagner Nunes de Lacerda
 Wagner Willen Cavalcanti Araquam
 Waldiclecyo Souza Silva
 Walkiria de Fatima Tavares de Almeida
 Wellington Genuino Dourado
 Wendel Luiz da Silva Santos
 Wilma da Silva Santos
 Xeila Daniela Torres Xavier Ramos
 Zenialdo Rodrigues Pereira
 Zoraide Pereira de Deus e Melo

MONITORES:

Adalva Maria Nascimento Silva de Almeida
 Adeilda Moura de Araujo Barbosa Vieira
 Adriano Sobral da Silva
 Ana Lucia Oliveira
 Ana Paula Bezerra da Silva
 Andreza Pereira da Silva
 Andrezza Pessoa Affonso Ferreira Correia
 Angela Chrystiane Oliveira Fernandes
 Betania Pinto da Silva
 Carlos George Costa da Silva
 Celita Vieira Rocha
 Cicera Roseana Alves Falcao
 Clara Maria de Lima Costa
 Claudia Costa Dos Santos
 Claudines de Carvalho Mendes
 Cleiton de Almeida Silva
 Cristiane Marcia Das Chagas
 Daniella Cavalcante Silva
 Debora Maria de Oliveira
 Deborah Gwendolyn Callender Franca
 Diana Lucia Pereira de Lira
 Diego Santos Marinho
 Dulcineia Alves Ribeiro Tavares
 Emmanuelle Amaral Marques
 Genecy Ramos de Brito e Lima
 Gilmar Herculano da Silva
 Gilvany Rodrigues Marques
 Isa Coelho Pereira
 Ivan Alexandrino Alves
 Ivone Soares Leandro de Carvalho
 Jadilson Ramos de Almeida
 Jeane de Santana Tenorio Lima
 Joana Santos Pereira
 Joice Nascimento da Hora
 Jose Joaldo Pereira Silva
 Jose Pereira de Assis Filho
 Joselma Pereira Canejo
 Kacilandia Cesario Gomes Pedroza
 Kennya de Lima Almeida
 Leci Maria de Souza
 Leila Regina Siqueira de Oliveira Branco
 Lucia de Fatima Barbosa da Silva

Luciana da Nobrega Mangabeira	Marinalva Ferreira de Lima
Luciano Franca de Lima	Marineis Maria de Moura
Luciara Siqueira de Queiroz	Mary Angela Carvalho Coelho
Lusinete Alves da Silva	Monica Dias do Nascimento
Lyedja Symea Ferreira Barros	Monica Maria de Araujo Batista
Magaly Morgana Ferreira de Melo	Randyson Fernando de Souza Freire
Manuela Maria de Goes Barreto	Rejane Maria Guimaraes de Farias
Maria do Socorro de Espindola Goncalves	Roberto Carlos Novais de Carvalho
Maria do Socorro Santos	Rosa Maria de Souza Leal Santos
Maria Elianete Dos Santos Lima	Silvana Angelina Farias de Lima
Maria Gildete Dos Santos	Silvia Karla de Souza Silva
Maria Jose do Nascimento	Sueli Domingos da Silva Soares
Maria Jose Silva	Suely Maris Saldanha
Maria Joseilda da Silva	Vanessa de Fatima Silva Moura
Maria Neuma da Ponte Almeida	Veronica Rejane Lima Teixeira
Maria Valeria Sabino Rodrigues	Zelia Almeida da Silva

REPRESENTANTES DAS GERÊNCIAS REGIONAIS DE EDUCAÇÃO:

Soraya Monica de Omena Silva.....	Agreste Centro Norte (Caruaru)
Adelma Elias da Silva.....	Agreste Meridional (Garanhuns)
Ana Maria Ferreira da Silva	Litoral Sul (Barreiros)
Auzenita Maria de Souza.....	Mata Centro (Vitória)
Edson Wander Apolinario do Nascimento.....	Mata Norte (Nazaré da Mata)
Maria do Rosario Alves Barbosa	Mata Sul (Palmares)
Cristiane Rodrigues de Abreu.....	Metropolitana Norte
Mizia Batista de Lima Silveira.....	Metropolitana Sul
Rosa Maria Aires de Aguiar Oliveira	Recife Norte
Elizabeth Braz Lemos Farias	Recife Sul
Maria Solani Pereira de Carvalho Pessoa.....	Sertão Central (Salgueiro)
Jackson do Amaral Alves	Sertão do Alto Pajeú (Afogados da Ingazeira)
Maria Cleide Gualter A Arraes	Sertão do Araripe (Araripina)
Maria Aurea Sampaio.....	Sertão do Moxotó Ipanema (Arcoverde)
Silma Diniz Bezerra	Sertão do Submédio São Francisco (Floresta)
Maria Aparecida Alves da Silva	Sertão do Médio São Francisco (Petrolina)
Edjane Ribeiro Dos Santos.....	Vale do Capibaribe (Limoeiro)

