

SECRETARIA DE ESTADO
DE EDUCAÇÃO
DE MINAS GERAIS

PROPOSTA CURRICULAR

CBC

MATEMÁTICA

ENSINOS FUNDAMENTAL E MÉDIO



Autores

Mário Jorge Dias Carneiro

Michel Spira

Jorge Sabatucci



Governador

Aécio Neves da Cunha

Vice-Governador

Antônio Augusto Junho Anastasia

Secretária de Estado de Educação

Vanessa Guimarães Pinto

Chefe de Gabinete

Felipe Estábile Moraes

Secretário Adjunto de Estado de Educação

João Antônio Filocre Saraiva

Subsecretária de Informações e Tecnologias Educacionais

Sônia Andère Cruz

Subsecretária de Desenvolvimento da Educação Básica

Raquel Elizabete de Souza Santos

Superintendente de Ensino Médio e Profissional

Joaquim Antônio Gonçalves

1ª parte : Ensino Fundamental da 6ª a 9ª série

1- Introdução.....	11
2 - Considerações Didático-Metodológicas.....	12
3 - Orientações Pedagógicas	14
4 - Resolução de Problemas	15
5 - Avaliação	17
6- Como Lidar com Erros	19

CBC de Matemática do Ensino Fundamental da 6ª à 9ª série

1 - Eixo Temático I- Números e Operações.....	21
2 - Eixo Temático II- Álgebra	23
3 - Eixo Temático III- Espaço e Forma	25
4 - Eixo Temático IV- Tratamento de Dados	30

2ª parte: Ensino Médio

1 - Introdução.....	31
2 - Eixos Temáticos.....	35
3 - Resolução de Problemas.....	38
4 - Avaliação.....	39
5 - Contextualização.....	40
6 - A Questão dos Pré-Requisitos.....	41
7 - Apresentação do CBC de Matemática 2007.....	42

Tópicos do CBC para o 1º Ano

1 - Eixo Temático I - Números, Contagem e Análise de Dados.....	44
2 - Eixo Temático II - Funções Elementares e Modelagem.....	46
3 - Eixo Temático III - Geometria e Medidas	48

Tópicos do CBC para o 2º Ano: Conteúdos de Aprofundamento

1 - Eixo Temático IV - Números, Contagem e Análise de Dados.....	50
2 - Eixo Temático V - Funções Elementares e Modelagem.....	51
3 - Eixo Temático VI - Geometria e Medidas.....	52

Sugestões de tópicos complementares para o 3º Ano

1 - Eixo Temático VII - Números, Contagem e Análise de Dados.....	56
2 - Eixo Temático VIII - Funções Elementares e Modelagem.....	57
3 - Eixo Temático XI - Geometria e Medidas.....	58

Tópicos do CBC: 1º, 2º e 3º Ano

1 - Tópicos 1º Ano.....	67
2 - Tópicos 2º Ano.....	72
3 - Tópicos 3º Ano.....	75

Bibliografia

Bibliografia.....	79
-------------------	----

Apresentação

Estabelecer os conhecimentos, as habilidades e competências a serem adquiridos pelos alunos na educação básica, bem como as metas a serem alcançadas pelo professor a cada ano, é uma condição indispensável para o sucesso de todo sistema escolar que pretenda oferecer serviços educacionais de qualidade à população. A definição dos conteúdos básicos comuns (CBC) para os anos finais do ensino fundamental e para o ensino médio constitui um passo importante no sentido de tornar a rede estadual de ensino de Minas num sistema de alto desempenho.

Os CBCs não esgotam todos os conteúdos a serem abordados na escola, mas expressam os aspectos fundamentais de cada disciplina, que não podem deixar de ser ensinados e que o aluno não pode deixar de aprender. Ao mesmo tempo, estão indicadas as habilidades e competência que ele não pode deixar de adquirir e desenvolver. No ensino médio, foram estruturados em dois níveis para permitir uma primeira abordagem mais geral e semiquantitativa no primeiro ano, e um tratamento mais quantitativo e aprofundado no segundo ano.

A importância dos CBCs justifica tomá-los como base para a elaboração da avaliação anual do Programa de Avaliação da Educação Básica (PROEB) e para o Programa de Avaliação da Aprendizagem Escolar (PAAE) e para o estabelecimento de um plano de metas para cada escola. O progresso dos alunos, reconhecidos por meio dessas avaliações, constitui a referência básica para o estabelecimento de sistema de responsabilização e premiação da escola e de seus servidores. Ao mesmo tempo, a constatação de um domínio cada vez mais satisfatório desses conteúdos pelos alunos gera conseqüências positivas na carreira docente de todo professor.

Para assegurar a implantação bem sucedida do CBC nas escolas, foi desenvolvido um sistema de apoio ao professor que inclui: cursos de capacitação, que deverão ser intensificados a partir de 2008, e o Centro de Referência Virtual do Professor (CRV), o qual pode ser acessado a partir do sítio da Secretaria de Educação (<http://www.educacao.mg.gov.br>). No CRV encontra-se sempre a versão mais atualizada dos CBCs, orientações didáticas, sugestões de planejamento de aulas, roteiros de atividades e fórum de discussões, textos didáticos, experiências simuladas, vídeos educacionais, etc; além de um Banco de Itens. Por meio do CRV os professores de todas as escolas mineiras têm a possibilidade de ter acesso a recursos didáticos de qualidade para a organização do seu trabalho docente, o que possibilitará reduzir as grandes diferenças que existem entre as várias regiões do Estado.

1. Introdução

Este novo volume da Matemática para a Série “Cadernos Pedagógicos” foi elaborado a partir da revisão de parte da proposta curricular do Conteúdo Básico Comum (CBC) para o ensino da Matemática no Ensino Fundamental em todo o Estado de Minas Gerais.

Trata-se essencialmente da parte em que são listados os eixos temáticos, ou seja, as unidades estruturadoras e os tópicos que irão constituir o Conteúdo Básico Comum (CBC) para todas as propostas curriculares das Escolas Estaduais de Minas Gerais.

A revisão está baseada nas sugestões obtidas ao longo do ano de 2005, por meio de contatos diretos com professores da rede estadual e durante os cursos de capacitação, palestras, debates e fóruns realizados com estudantes de licenciatura em Matemática e com docentes do ensino superior.

Nesta revisão buscou-se:

- Melhorar a coerência da proposta e formular com maior precisão as competências e habilidades, tentando esclarecer o que é essencial para um aluno do Ensino Médio;
- Aprimorar o entendimento da relação entre os diversos tópicos;
- E permitir uma maior flexibilização nos temas complementares através da fusão ou supressão de alguns tópicos.

A listagem dos tópicos representa apenas um guia, um roteiro baseado no qual cada escola poderá traçar o caminho que seja mais adequado aos seus objetivos, buscando fazer uma distribuição ao longo do ano escolar, de modo coerente com o seu projeto pedagógico.

É importante frisar que parte integrante fundamental da presente proposta curricular são as orientações pedagógicas, também revisadas e melhoradas com a incorporação de sugestões dos professores.

“Além do Conteúdo Básico Comum (CBC), foram sugeridos Temas Complementares com o objetivo de introduzir novos tópicos, dentro do projeto pedagógico da escola e de acordo com as potencialidades e interesses das turmas. Esse projeto pode prever também atividades curriculares que busquem a supressão de possíveis deficiências de conteúdos específicos (por exemplo, aulas de revisão)”.

2. Considerações Didático-Metodológicas

Para alcançar os objetivos descritos anteriormente, é fundamental que se adotem estratégias adequadas de ensino e, para isso, é essencial que se conheça não apenas o que se ensina mas para quem se ensina. Durante o período entre a 6ª e 9ª séries, os alunos passarão por fases marcantes em seu desenvolvimento. É um período bastante complexo, no qual se manifestam várias características para as quais o professor deve estar atento e considerar nas suas ações pedagógicas e orientar as suas opções metodológicas.

Transcrevemos a parte das considerações sobre as características dos alunos descritas nos PCNs e reproduzidas no documento [PP]:

“Nos dois primeiros anos dessa etapa da escolaridade convivem alunos com características muitas vezes ainda bastante infantis e adolescentes, ou mesmo alunos mais velhos, que já passaram por uma ou várias experiências de reprovação ou de interrupção dos estudos, sendo que, dentre esses, muitos já trabalham e assumem responsabilidades perante a família.”

“No caso dos adolescentes, as significativas mudanças que afetam seu desenvolvimento físico, emocional e psicológico repercutem fortemente no seu comportamento o qual, na escola, muitas vezes é interpretado pelos professores como insolência, gerando conflitos no relacionamento entre ambos. Acrescente-se a isso a instabilidade, o medo e a insegurança, que caracterizam as reações dos adolescentes frente a situações diversas. Nessa fase também intensifica-se a capacidade para questionar, acirra-se a crítica pouco fundamentada, que faz com que coloquem em dúvida a importância de certos valores, atitudes e comportamentos e, inclusive, a necessidade de certas aprendizagens.”

“Acentuando esse descompasso, a passagem do antigo período de 1ª a 4ª séries para 5ª a 8ª séries traz, ainda, para os alunos um aumento crescente de pressões, exigências e disponibilidade de dedicação com os quais não estão habituados. Por outro lado, apesar das atitudes de insegurança nessa fase do desenvolvimento do aluno, ampliam-se as capacidades para estabelecer inferências e conexões lógicas, para tomar algumas decisões, para abstrair significados e idéias de maior complexidade, para argumentar expressando idéias e pontos de vista com mais clareza. Outro aspecto que se evidencia é a maior possibilidade de compreender e utilizar recursos tecnológicos.”

“No caso da Matemática, contrariando as considerações do parágrafo anterior, há uma forte tendência em fazer da 5ª série uma revisão dos conteúdos estudados nos anos anteriores. Essa revisão, na

maioria das vezes infundável, causa desinteresse aos alunos e, paradoxalmente ao que se pretendia com ela, contribui para o fracasso escolar comprovado pelos elevados índices de reprovação que aparecem nesse ano.”

“Já no ano seguinte (6ª série), alguns conteúdos novos são explorados, o que garante, de certo modo, um maior interesse por parte dos alunos. Porém, diferentemente do trabalho realizado nas séries anteriores, o vínculo da Matemática com as situações do cotidiano, a possibilidade de levantar hipóteses, de arriscar-se na busca de resultados sem a tutela do professor, vão ficando cada vez mais distantes gerando em muitos casos o divórcio entre o aluno e o conhecimento matemático.”

“Nos dois últimos anos (7ª e 8ª séries), muitos alunos ainda estão às voltas com mudanças corporais, momentos de inquietação emocional e psicológica, que repercutem na vida afetiva, na sexualidade, nas relações com a família e também na escola. Junto a esses problemas, começa a se configurar uma nova e grande expectativa - a continuidade dos estudos e o futuro profissional. Convém lembrar que muitos desses alunos já terão ingressado no mercado de trabalho, geralmente desenvolvendo atividades pouco qualificadas e ansiosos por melhores condições de vida.”

“A perspectiva de ingresso na juventude, além de expectativas quanto ao futuro, traz para os alunos desses dois últimos anos do ciclo novas experiências e necessidades. O conhecimento do mundo e as experiências de vida, ao contrário dos anos anteriores, acontecem no círculo do grupo, fora da tutela dos pais. Isso faz com que esses jovens ampliem suas percepções e tornem-se mais independentes e autônomos diante de certas vivências: administrar as próprias economias, transitar sozinhos por novos espaços, participar das decisões familiares, decidir sobre as atividades de lazer, etc.”

“Sob o ponto de vista cognitivo, a observação ganha em detalhes, ampliam-se as capacidades para pensar de forma mais abstrata, para tomar algumas decisões, para abstrair significados e idéias de maior complexidade, para argumentar expressando idéias e pontos de vista com mais clareza. Outro aspecto que se acentua é ampliação da capacidade para compreender e utilizar recursos tecnológicos e audiovisuais. Ao mesmo tempo que os alunos se organizam melhor para produzir em grupo, também ampliam-se suas possibilidades de realização de trabalhos individuais.”

“Nesses últimos dois anos acentua-se, também, o interesse dos jovens por alguns temas sociais tais como cidadania, saúde, orientação sexual, meio ambiente, trabalho e consumo.”

“Diante de um quadro complexo como esse, é necessário refletir sobre o que é possível fazer no sentido de minimizar os problemas que caracterizam esse ciclo, canalizando para a aprendizagem toda a ebulição desse espírito emotivo, instável e questionador do aluno nessa fase de desenvolvimento.”

3. Orientações Pedagógicas

Também de acordo com os PCNs, as finalidades do ensino de Matemática indicam, como objetivos do ensino fundamental, levar o aluno a:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente.

Isto significa que o ensino da Matemática deve evidenciar o caráter dinâmico, em constante evolução, do conhecimento matemático. Devido ao fato de que mesmo conhecimentos matemáticos muito antigos possuem ainda hoje aplicações, existe uma tendência de considerá-los como algo pronto e estático. O que ocorre é exatamente o contrário: a cada dia, surgem novas questões matemáticas e até novas áreas de pesquisa, (por exemplo, a criptografia), e não cessam as demandas de outras áreas (por exemplo, Biologia, Economia) por modelos matemáticos mais efetivos e sofisticados.

O entendimento da Matemática como um conhecimento científico em construção, propicia ao aluno o reconhecimento das contribuições desta disciplina e a importância de sua aquisição para a compreensão e atuação consciente na sociedade.

- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;

O objetivo é levar o aluno a raciocinar e expressar-se matematicamente, ou seja,

reconhecer situações que podem ser descritas em linguagem matemática e ser capaz de aplicar métodos matemáticos (operações, equações, diagramas, fatos da geometria) para resolvê-las .

- Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos, e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;

Isto significa que o projeto pedagógico para a Matemática deve ser elaborado de forma articulada com as outras disciplinas e que, sempre que possível, seja ressaltada a relação entre os conceitos abstratos com as suas aplicações e interpretações em situações concretas, tanto na aula de Matemática quanto na disciplina em que está sendo utilizada.

- Sentir-se seguro da própria capacidade e construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar e aprendendo com eles

Especialmente na fase em que se encontram os alunos, o ensino de Matemática pode contribuir muito para que adquiram responsabilidades, hábitos e métodos de estudo. Isto porque a aquisição do conhecimento matemático demanda trabalho individual, capacidade de concentração e reflexão, disciplina e perseverança. Em contrapartida, pode ser uma fonte de prazer intelectual em cada solução encontrada e desafio superado.

Portanto, as metodologias utilizadas devem priorizar um papel ativo do aluno, estimulando a leitura de textos matemáticos, os estudos dirigidos, o trabalho em grupo e os recursos didáticos de caráter lúdico como jogos, exposições, murais de problemas e curiosidades matemáticas e, quando disponíveis, recursos computacionais para uso em geometria dinâmica e experimentos de cálculo.

Deve-se evitar a formalização excessiva e concentrar-se no desenvolvimento de habilidades conceituais e manipulativas, estimulando o uso de mecanismos informais como intuição, analogia, reconhecimento de padrões, análise de casos particulares e generalização, aproximação, estimativas. Por outro lado, na 7ª e 8ª séries, quando já se atingiu alguma maturidade, é adequado e desejável introduzir de modo gradativo o método lógico dedutivo, apresentando e requerendo do aluno demonstrações simples em álgebra e geometria.

4. Resolução de Problemas

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de situações concretas observáveis (“contextualizadas”) ou não. No primeiro caso, é necessária uma boa capacidade de usar a linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. Por outro lado, problemas interessantes, que despertam a curiosidade dos estudantes, podem surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo da imaginação.

Por situação-problema entendemos problemas que envolvem o processo de tradução do enunciado, seja contextualizado ou não, em linguagem matemática, e a tomada de decisão sobre quais ferramentas matemáticas serão usadas em sua resolução (“modelagem”).

Estes problemas são aqueles que levam a uma compreensão do que realmente é Matemática, pois se passam em um ambiente onde coexistem os modos de pensamento formal e intuitivo, bem como as linguagens formal e verbal. Eles estimulam o trabalho em grupo, a crítica dos modelos adotados e o confronto dos resultados obtidos com o enunciado original do problema.

A solução de uma ampla variedade de problemas desenvolve a capacidade de abstração do aluno, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados. Ao contrário do que ocorre em vários livros-texto atuais, deve-se privilegiar a diversidade em oposição à repetição e à quantidade.

O constante desenvolvimento das habilidades para a solução de problemas envolve as seguintes estratégias, que devem tornar-se hábito para o aluno: seu uso deve ser apontado e estimulado pelo professor.

- Usar figuras, diagramas e gráficos, tanto de forma analítica quanto intuitiva.
- Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica questões expressas verbalmente.
- Perceber padrões em situações aparentemente diversas.
- Estudar casos especiais mais simples usando-os para elaborar estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.
- Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
- Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações, usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados e adaptando-os para a resolução de novos problemas.

- Trabalhar de trás para diante, supondo conhecida a solução de um problema e deduzir suas propriedades para obter um caminho para encontrá-la.
- Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros estudantes, adquirindo assim experiência e novas perspectivas (“insights”) para abordar um problema.

Ressaltamos que não deixam de ter importância exercícios de fixação de técnicas e habilidades de rotina que, em geral, são de caráter repetitivo. Tais exercícios destinam-se exclusivamente a fazer com que o aluno, ao encontrar determinada situação padrão, proceda sem percalços, quase que automaticamente. Por exemplo, o aluno deve se sentir seguro ao somar duas frações executando a operação como um hábito de rotina (sem prejuízo, é claro, de sua discussão e interpretação) para que não tenha dificuldades na hora de encontrar a solução de um problema.

5. Avaliação

O professor, ao planejar, orientar, observar, instigar, organizar e registrar as atividades em sala de aula, possui um conjunto de parâmetros que o habilita a fazer uma avaliação contínua de todo o processo de aprendizagem. Nesse processo, estão envolvidos ele próprio, os alunos, o material e a metodologia utilizados. Isso permite ao professor reformular a cada momento suas práticas pedagógicas e melhor adaptá-las às condições de sala de aula.

A avaliação deve ser parte integrante desse processo. Além do que foi mencionado acima, o professor deve buscar, selecionar e registrar situações e procedimentos que possam ser avaliados de modo a contribuir efetivamente para o crescimento do aluno. Essa observação e registro, juntamente com os métodos tradicionais de verificação de aprendizagem (provas e listas de exercícios), nos quais são ressaltados os aspectos mais relevantes e importantes das unidades, devem fazer parte das estratégias de ensino.

Sabe-se que a questão da avaliação é muito delicada e que pode afetar a auto-estima do aluno, especialmente no caso de adolescentes. Dessa forma, deve-se ter uma atitude positiva e construtiva em relação à avaliação. O professor deve incentivar e abrir espaço para que os alunos exponham, oral ou de forma escrita, suas observações, suas dificuldades e seus relatos sobre as atividades e conteúdos trabalhados.

A avaliação é parte do processo de ensino-aprendizagem e, como tal, deve levar em conta as competências pedagógicas e as competências sociais a serem adquiridas pelos alunos.

No primeiro caso (competências pedagógicas), cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem em relação à compreensão dos conhecimentos, como, por exemplo, os raciocínios e análises desenvolvidos e o domínio de certas

estratégias. Além dessas, questões mais especificamente relacionadas com o grau de envolvimento do aluno no processo, tais como: *Procura resolver problemas? Usa estratégias criativas? Faz perguntas? Justifica as respostas obtidas? Comunica suas estratégias com clareza? Questiona os pontos que não compreende ou com os quais não concorda?* etc; também devem ser observadas. Essas informações deverão servir para o professor:

- Orientar-se na elaboração de ações pedagógicas mais diversificadas objetivando atender aos diferentes ritmos de aprendizagem;
- Trabalhar diferentes níveis de aprofundamento e complexidade ao mesmo tempo;
- Orientar os alunos quanto aos currículos diferenciados.

Considerando o exposto acima, concluímos que a avaliação não deve se resumir somente a provas individuais e a resultados expressos por notas, pois essas são insuficientes ou mesmo inadequadas para avaliar a maioria das competências que estamos propondo avaliar. Assim, sugerimos que a avaliação em Matemática ultrapasse os limites quantitativos e se dê nos diversos momentos da aprendizagem, a saber, nas atividades individuais e de grupo dentro da sala de aula, nas tarefas de casa, nas tarefas orais, nas participações em feiras e oficinas, etc. No entanto, achamos que as provas individuais ainda desempenham um papel importante no processo, pois essas também ajudam o aluno a refletir sobre suas capacidades e limitações e servem de orientação aos esforços necessários para superar as dificuldades. Além disso, a correção dessas provas por parte do professor em sala de aula, com a participação dos alunos, proporciona uma excelente atividade de revisão dos conhecimentos. Dessa maneira, os “erros” propiciam uma oportunidade para que os alunos possam aprender a partir deles.

As observações que o professor julgar necessárias registrar, podem ser anotadas, por exemplo, em fichas individuais, com o objetivo de fornecer um mapeamento do desenvolvimento do aluno ao longo do ciclo. Por outro lado, o professor não deve passar a maior parte do seu tempo de trabalho se dedicando a registrar essas observações. Convém deixar claro que o objetivo é a aprendizagem. Ele deve distinguir quais as informações são importantes para a reflexão da sua prática e quais as informações devem ser repassadas aos alunos. Para estes, as informações devem fornecer elementos importantes que os auxiliem a refletir e a auto-regular seu processo de aprendizagem.

Já no segundo caso (competências sociais), a avaliação tem como função auxiliar e orientar os alunos quanto ao desenvolvimento das atitudes, das competências e das habilidades que são exigidas socialmente: responsabilidade, solidariedade, valorização do trabalho coletivo, perseverança, capacidade de tomar decisões, etc.

Resumindo, a avaliação deve levar em conta as competências pedagógicas e sociais e, em ambos os casos, refletir com clareza em que momento da aprendizagem se encontra o aluno: competência adquirida, competência em fase de aquisição ou competência a ser reforçada.”

6. Como Lidar com Erros

O erro na resolução de um problema ou em uma avaliação deve ser encarado como uma oportunidade ideal de revisão de conceitos e estratégias de solução. É extremamente importante que uma tentativa consciente de resolver um problema, mesmo incorreta, seja tão respeitada quanto uma solução correta. Quando o aluno percebe que, mesmo errando, seu esforço é bem recebido e que ele contribuiu positivamente para o trabalho do professor e da turma, sua autoconfiança aumenta e ele percebe que o erro é uma oportunidade de crescimento.

A postura adequada do professor, frente a um erro do aluno, é, primeiro, fazer o aluno expor claramente seu raciocínio. Isto feito, o professor deve mostrar que algo está errado, não criticando o raciocínio, mas mostrando que a solução não atende ao enunciado do problema. Após isto, o raciocínio, deve ser colocado em discussão aberta com a turma, e as sugestões de correção devem ser registradas e discutidas, dando a elas o mesmo valor do raciocínio inicial. Idealmente, uma solução correta deve vir da turma; o professor pode então intervir, analisando as etapas da discussão e apresentando soluções alternativas, caso adequado.

Conteúdo Básico Comum (CBC) de Matemática do Ensino Fundamental da 6^a à 9^a série

- Os tópicos obrigatórios são numerados em algarismos arábicos
- Os tópicos complementares são numerados em algarismos romanos

Eixo Temático I

Números e Operações

Tema 1: Conjuntos Numéricos

TÓPICOS	HABILIDADES
1. Conjunto dos números naturais	<p>1.1. Operar com os números naturais: adicionar, multiplicar, subtrair, calcular potências, calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.</p> <p>1.2. Utilizar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 5 e 10.</p> <p>1.3. Utilizar o algoritmo da divisão de Euclides.</p> <p>1.4. Representar a relação entre dois números naturais em termos de quociente e resto.</p> <p>1.5. Fatorar números naturais em produto de primos.</p> <p>1.6. Calcular o mdc e o mmc de números naturais.</p> <p>1.7. Resolver problemas que envolvam técnicas simples de contagem.</p> <p>1.8. Resolver problemas envolvendo operações com números naturais.</p>
2. Conjunto dos números inteiros	<p>2.1. Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais através de situações contextualizadas e resolução de equação.</p> <p>2.2. Operar com números inteiros: adicionar, multiplicar, subtrair, calcular potências.</p> <p>2.3. Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.</p> <p>2.4. Localizar números inteiros na reta numérica, utilizando a ordenação no conjunto.</p>

<p>3. Conjunto dos números racionais</p>	<p>3.1. Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números inteiros através de situações contextualizadas e/ou resolução de equação.</p> <p>3.2. Operar com números racionais em forma decimal e fracionária: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências e calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.</p> <p>3.3. Associar uma fração à sua representação decimal e vice-versa.</p> <p>3.4. Resolver problemas que envolvam números racionais.</p> <p>3.5. Localizar números racionais na reta numérica, utilizando a ordenação no conjunto.</p>
<p>I. Conjunto dos números reais</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números racionais através de situações contextualizadas e da resolução de problemas. • Identificar números racionais com as dízimas periódicas. • Identificar as dízimas não periódicas com os números irracionais. • Usar geometria para construir alguns segmentos de comprimento irracional.
<p>TÓPICOS</p>	<p>HABILIDADES</p>
<p>II. Números naturais</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar a representação decimal para justificar critérios de divisibilidade. • Representar geometricamente os conceitos de quociente e de resto na divisão de dois números naturais.

Tema 2: Grandezas Proporcionais

TÓPICOS	HABILIDADES
4. Proporcionalidade Direta e Inversa	<p>4.1. Identificar grandezas diretamente proporcionais.</p> <p>4.2. Identificar grandezas inversamente proporcionais.</p> <p>4.3. Resolver problemas que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.</p>
5. Porcentagem	<p>5.1. Interpretar e utilizar o símbolo % .</p> <p>5.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de porcentagem.</p>
6. Juros	<p>6.1. Calcular descontos, lucros e prejuízos.</p> <p>6.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de prestações em financiamentos com poucas prestações.</p> <p>6.3. Comparar preços à vista e a prazo.</p>

Eixo Temático II

Álgebra

Tema 1: Expressões Algébricas

TÓPICOS	HABILIDADES
7. Linguagem Algébrica	<p>7.1. Utilizar a linguagem algébrica para representar simbolicamente as propriedades das operações nos conjuntos numéricos e na geometria.</p> <p>7.2. Traduzir informações dadas em textos ou verbalmente para a linguagem algébrica.</p> <p>7.3. Utilizar a linguagem algébrica para resolução de problemas.</p>

8. Valor Numérico de uma Expressão	<p>8.1. Calcular o valor numérico de uma expressão.</p> <p>8.2. Utilizar valores numéricos de expressões algébricas para constatar a falsidade de igualdade ou desigualdades.</p>
9. Operações com Expressões Algébricas Básicas	<p>9.1. Somar, multiplicar e subtrair polinômios.</p> <p>9.2. Dividir um monômio por um monômio.</p> <p>9.3. Dividir um polinômio por um monômio.</p> <p>9.4. Reconhecer os produtos notáveis.</p> <p>9.5. Fatorar uma expressão algébrica.</p>

Tema 2: Equações Algébricas

TÓPICOS	HABILIDADES
10. Equações do Primeiro Grau	<p>10.1. Identificar a raiz de uma equação do primeiro grau.</p> <p>10.2. Resolver uma equação do primeiro grau.</p> <p>10.3. Resolver problemas que envolvam uma equação do primeiro grau.</p>
11. Sistemas de Equações do Primeiro Grau	<p>11.1. Identificar a(s) solução (ões) de um sistema de duas equações lineares.</p> <p>11.2. Resolver problemas que envolvam um sistema de duas equações do primeiro grau com duas incógnitas.</p>
12. Equações do Segundo Grau	<p>12.1. Identificar a(s) raiz(izes) de uma equação do segundo grau.</p> <p>12.2. Identificar as raízes de uma equação dada por um produto de fatores do primeiro grau.</p> <p>12.3. Resolver uma equação do segundo grau.</p> <p>12.4. Resolver situações-problema que envolvam uma equação do segundo grau.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
III. Operações com expressões algébricas	<ul style="list-style-type: none"> • Dividir dois polinômios. • Calcular o mdc e o mmc de polinômios simples (de grau baixo). • Somar, multiplicar, subtrair e dividir polinômios.
IV. Equações	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar as raízes de uma equação dada por um produto de fatores do primeiro e do segundo graus.

Eixo Temático III

Espaço e Forma

Tema 1: Relações Geométricas entre Figuras Planas

TÓPICOS	HABILIDADES
13. Figuras planas	<p>13.1. Reconhecer as principais propriedades dos triângulos isósceles e equiláteros, e dos principais quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango.</p> <p>13.2. Identificar segmento, ponto médio de um segmento, triângulo e seus elementos, polígonos e seus elementos, circunferência, disco, raio, diâmetro, corda, retas tangentes e secantes.</p> <p>13.3. Identificar ângulo como mudança de direção.</p> <p>13.4. Identificar retas concorrentes, perpendiculares e paralelas.</p> <p>13.5. Reconhecer e descrever objetos do mundo físico utilizando termos geométricos.</p> <p>13.6. Reconhecer a altura de um triângulo relativa a um de seus lados.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
14. Ângulos formados entre paralelas e transversais	<p>14.1. Utilizar os termos ângulo, paralelas e transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos.</p> <p>14.2. Reconhecer as relações entre os ângulos formados por retas paralelas com uma transversal.</p> <p>14.3. Utilizar as relações entre ângulos formados por retas paralelas com transversais para obter a soma dos ângulos internos de um triângulo.</p>
15. Congruência de triângulos	<p>15.1. Reconhecer triângulos congruentes a partir dos critérios de congruência.</p> <p>15.2. Resolver problemas que envolvam critérios de congruência de triângulos.</p> <p>15.3. Utilizar congruência de triângulos para descrever propriedades de quadriláteros: quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos.</p>
16. Construções geométricas	<p>16.1. Construir perpendiculares, paralelas e mediatriz de um segmento usando régua e compasso.</p> <p>16.2. Construir um triângulo a partir de seus lados, com régua e compasso.</p>
17. Teorema de Tales e semelhança de triângulos	<p>17.1. Resolver problemas que envolvam o teorema de Tales.</p> <p>17.2. Reconhecer triângulos semelhantes a partir dos critérios de semelhança.</p> <p>17.3. Resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos.</p>
18. Teorema de Pitágoras	<p>18.1. Utilizar semelhança de triângulos para obter o teorema de Pitágoras.</p> <p>18.2. Resolver problemas que envolvam o teorema de Pitágoras.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
V. Pontos notáveis de um triângulo	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das medianas de um triângulo (baricentro). • Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das três alturas de um triângulo (ortocentro). • Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo (incentro). • Resolver problemas que envolvam segmentos que unem cada vértice de um triângulo a pontos do lado oposto (cevianas).
VI. Semelhança e trigonometria no triângulo retângulo	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar semelhança de triângulos para descrever as relações métricas no triângulo retângulo. • Resolver problemas que envolvam as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente.
VII. Simetrias	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar simetrias de figuras em relação a uma reta ou em relação a um ponto.
VIII. Construções geométricas	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer o ponto médio de um segmento, a mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo com figuras obtidas a partir de simetrias. • Construir com régua e compasso: a mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo, retas paralelas, retas perpendiculares, transporte de ângulos e de segmentos. • Construir triângulos isósceles e equiláteros, quadrados e hexágonos regulares.
IX. Ângulos em uma circunferência	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar ângulos centrais e inscritos em uma circunferência. • Relacionar medidas de ângulos centrais, inscritos e arcos em uma circunferência.

TÓPICOS	HABILIDADES
19. Medidas de comprimento e perímetros	19.1. Reconhecer a necessidade de medidas padrão. 19.2. Relacionar o metro com seus múltiplos e submúltiplos. 19.3. Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro para efetuar medidas. 19.4. Utilizar instrumentos para medir comprimentos. 19.5. Fazer estimativas de medidas lineares tais como comprimentos e alturas. 19.6. Resolver problemas que envolvam o perímetro de figuras planas.
20. Áreas e suas medidas	20.1. Relacionar o metro quadrado com seus múltiplos e submúltiplos. 20.2. Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro quadrado para efetuar medidas. 20.3. Fazer estimativas de áreas. 20.4. Resolver problemas que envolvam a área de figuras planas: triângulo, quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, discos ou figuras compostas por algumas dessas.
21. Volume, capacidade e suas medidas	21.1. Relacionar o metro cúbico com seus múltiplos e submúltiplos. 21.2. Relacionar o decímetro cúbico com o litro e o mililitro. 21.3. Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro cúbico para efetuar medidas. 21.4. Fazer estimativas de volumes e capacidades. 21.5. Resolver problemas que envolvam cálculo de volume ou capacidade de blocos retangulares, expressos em unidade de medida de volume ou em unidades de medida de capacidade: litros ou mililitros.

TÓPICOS	HABILIDADES
22. Medidas de ângulo	<p>22.1. Utilizar o grau como unidade de medida de ângulo.</p> <p>22.2. Utilizar instrumentos para medir ângulos.</p> <p>22.3. Resolver problemas que envolvam o cálculo de medida de ângulos internos ou externos de um polígono.</p>
X. Áreas laterais e totais de figuras tridimensionais	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular a área lateral ou total de figuras tridimensionais, bloco retangular, cilindro, pirâmide.
XI. Planificações de figuras tridimensionais	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais - cubo, bloco retangular, cilindro, cone e pirâmide. • Construir figuras tridimensionais a partir de planificações • Calcular a área lateral ou total de uma figura tridimensional a partir de sua planificação.

Eixo Temático IV

Tratamento de Dados

Tema 1: Representação Gráfica e Média Aritmética

TÓPICOS	HABILIDADES
23. Organização e apresentação de um conjunto de dados em tabelas ou gráficos	23.1. Organizar e tabular um conjunto de dados. 23.2. Interpretar e utilizar dados apresentados em tabelas. 23.3. Utilizar um gráfico de setores para representar um conjunto de dados. 23.4. Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de segmentos. 23.5. Utilizar um gráfico de colunas para representar um conjunto de dados. 23.6. Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de colunas. 23.7. Utilizar um gráfico de setores para representar um conjunto de dados. 23.8. Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de setores.
24. Média aritmética	24.1. Resolver problemas que envolvam a média aritmética.

Tema 2: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
25. Contagem	25.1. Resolver problemas simples de contagem utilizando listagens ou o diagrama da árvore.
26. Conceitos básicos de probabilidade	26.1. Relacionar o conceito de probabilidade com o de razão. 26.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos simples.

1. Introdução

Este documento está fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) e nas orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+ : Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias) e tem como objetivo tornar operacionais alguns princípios esboçados naquele documento, especificando e detalhando mais as unidades temáticas e sugerindo estratégias de ensino. Trata-se de um documento aberto a aperfeiçoamentos e reformulações, seja com a introdução de novas competências e conceitos, seja pela discussão contínua sobre a melhor estratégia a ser adotada em cada situação concreta em sala de aula. Não se pretende fazer aqui uma discussão teórica sobre as orientações sugeridas nos PCN+, mas sim especificar as competências e temas dentro da cada Unidade Temática, sugerindo atividades e alternativas de abordagens, com o objetivo de contribuir para a formulação de um projeto pedagógico nas escolas. A idéia é seguir o modelo dos PCN+, que estabelece parâmetros gerais, sem entrar em maiores detalhes sobre conteúdo ou estratégias de ensino, deixando para que os Estados e, finalmente, cada a escola desenvolva a sua proposta pedagógica para a disciplina.

Os PCN+ estabelecem que: “No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza.”

Algumas características da Matemática que servem de referência para uma proposta curricular:

- *A Matemática fornece instrumentos eficazes para compreender e atuar no mundo que nos cerca.*
- *A Matemática é uma ferramenta essencial na solução de problemas do mundo em que vivemos. Nela são desenvolvidas estruturas abstratas baseadas em modelos concretos; raciocínios puramente formais, permitem concluir sobre a possibilidade ou não da existência de certos padrões e suas propriedades no modelo original.*

- *Além de método, a Matemática é um meio de comunicação - uma linguagem formal - e como tal requer uma prática constante, um exercício de sua “gramática”. Por ser uma linguagem precisa, a Matemática permite a argumentação de forma clara, concisa, rigorosa e universal.*
- *O aspecto cultural da Matemática: o conhecimento matemático faz parte do patrimônio cultural que a humanidade vem acumulando, que possui características e procedimentos próprios, e que tem um papel fundamental na construção de uma visão de mundo consciente e crítica.*
- *A Matemática possui um forte caráter integrador e interdisciplinar: o conhecimento matemático não é propriedade privada dos matemáticos, ele tem evoluído também no contexto de outras ciências. Exemplos importantes desta interdisciplinaridade contribuições encontradas na Física, na Economia, na Biologia, Lingüística e Engenharia. Isso significa que a maneira de pensar matematicamente deve ser aprendida não apenas por aqueles que irão dedicar-se à Matemática.*

De acordo com os PCN+, a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias elegeu três grandes competências como metas a serem perseguidas:

- Representação e comunicação: leitura, transmissão de idéias, interpretação e produção de textos nas diversas formas características da área.

Algumas habilidades referentes a esta competência são:

- Ler e interpretar dados apresentados em tabelas, gráficos, diagramas, fórmulas, equações, ou representações geométricas;
- Traduzir informações de uma dessas formas de apresentação para outra; utilizar essas formas de apresentação de informações selecionando, em cada caso, as mais adequadas;
- Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas na forma de linguagem matemática como, por exemplo, artigos de conteúdo econômico, que aparecem em jornais e revistas, social ou cultural, em propagandas de promoções e vendas, apresentados em folhetos ou na mídia;
- Expressar-se com clareza sobre temas matemáticos oralmente ou por escrito.

Investigação e compreensão: capacidade de enfrentar desafios e resolução de situações problema, utilizando-se de conceitos e procedimentos peculiares (experimentação, abstração, modelagem).

Algumas habilidades referentes a esta competência são: Identificar os dados relevantes numa situação-problema para buscar possíveis resoluções; Elaborar estratégias para enfrentar resolver uma dada situação-problema; Identificar regularidade em dadas situações; Fazer estimativas; Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações; Reconhecer relações entre a matemática e outras áreas do conhecimento.

- Contextualização no âmbito histórico ou sócio-cultural, na forma de análise crítica das idéias e dos recursos da área, para questionar, modificar ou resolver problemas propostos.

Algumas habilidades referentes a esta competência são:

- Compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época;
- Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e ao uso do conhecimento matemático, sentindo-se mobilizado para diferentes ações que envolvam seu interesse como cidadão ou de sua comunidade;
- Utilizar as ferramentas matemáticas para analisar situações de seu entorno real e propor soluções; etc.

A seleção de tópicos e temas apresentados a seguir foi feita a partir de uma revisão do primeiro documento sobre a Proposta Curricular para a Matemática no Ensino Médio do Estado de Minas Gerais, publicado em 2005 pela SEE.

Esta revisão está baseada nas sugestões obtidas, durante os anos de 2005 e 2006, por meio de contatos diretos com professores da rede estadual (nos cursos de capacitação, palestras e debates, no Fórum Virtual), e com estudantes de licenciatura em Matemática e docentes de várias instituições de ensino superior. Nesta revisão buscou-se:

- Melhorar a coerência da proposta e formular com maior precisão as habilidades, tentando esclarecer melhor o que é essencial para um aluno do ensino médio.
- Aprimorar o entendimento da relação entre os diversos tópicos.
- Permitir uma maior flexibilização na parte complementar, através da fusão ou supressão de alguns tópicos.

Como foi dito, a listagem dos tópicos é apenas um guia, um roteiro, baseado no qual cada escola poderá traçar o caminho que seja mais adequado aos seus objetivos, buscando fazer uma distribuição ao longo do tempo de modo coerente e consistente com o seu projeto pedagógico.

Uma característica da presente proposta é a dependência do CBC para o Ensino Médio do CBC do Ensino Fundamental. Nesta listagem, não estão incluídos os tópicos geralmente vistos no Ensino Fundamental, mas que tratam de assuntos cujo conhecimento prévio é útil ou necessário para uma boa compreensão dos temas tratados no ensino médio. Portanto, para a efetiva implantação do CBC, é importante que os professores de matemática conheçam a proposta para os dois níveis como um todo, e que a escola cuide para que o conhecimento adquirido nos anos anteriores seja reforçado e que possíveis deficiências de formação sejam sanadas.

Vale ressaltar que as propostas curriculares de Matemática para os ensinos fundamental e médio sugerem que se trabalhe com atividades que proporcionem o desenvolvimento da criatividade do aluno, bem como se abra um espaço na sala de aula para o aluno expor suas dúvidas, observações e relatos sobre as atividades, de forma oral ou escrita.

Em ambos os níveis, deve-se incentivar o aluno a justificar os procedimentos adotados diante de problemas e suas conclusões, mesmo que ele ainda não possua os instrumentos formais para fazê-lo. Se no ensino fundamental as justificativas se dão quase sempre num nível intuitivo, no ensino médio, além da metodologia aplicada ao ensino fundamental, deve-se dar ênfase a justificativas mais formais, introduzindo dessa forma a linguagem um pouco mais rigorosa.

É importante frisar também que parte integrante e fundamental da Proposta Curricular são as Orientações Pedagógicas e as Sugestões de Atividades, que estão sendo gradativamente revisadas e melhoradas, incorporando sugestões dos professores.

Além da parte comum (CBC), está prevista uma parte complementar, que no caso específico da matemática deve prever atividades curriculares que tenham como objetivos: a supressão de deficiências de conteúdos específicos (aulas de revisão, por exemplo); a introdução de novos tópicos de interesse de grupos de alunos (preparação para o ingresso no ensino superior, por exemplo); o aprofundamento de temas ou tópicos tratados no CBC e atividades interdisciplinares.

Finalmente, ressalta-se o caráter dinâmico desta proposta, que pretende agregar cada vez mais as contribuições de docentes e especialistas, buscando o seu aperfeiçoamento e melhorando a sua adequação às características e necessidades do nosso Estado.

Eixos Temáticos

De acordo com os PCN+, um tema estruturador é “Um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências almeçadas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das idéias e conteúdos matemáticos”. Com o objetivo de uniformizar a nomenclatura com as demais disciplinas, nesse trabalho, a terminologia eixo temático é usada com o mesmo sentido de tema estruturador, preservando o significado original desta última.

Os eixos temáticos aqui propostos são os seguintes:

Eixo Temático I

Números, Contagem e Análise de Dados

Contar é um dos atos primitivos da Matemática e se materializa no cotidiano e nas ciências através das perguntas “Quantos são?” e “De quantas maneiras?”. Os métodos e conceitos relativos ao ato de contar são essenciais em problemas tão diversos quanto enumeração de possíveis resultados de uma experiência genética, armazenamento de dados em formato eletrônico, estimativas do tempo de execução de programas em computadores e distribuição de senhas para usuários de sistemas seguros de comunicação. Todos estes problemas e inúmeros outros dependem da formalização matemática das técnicas de contagem, conhecida como Análise Combinatória, e de suas fundamentais aplicações em Probabilidade e Teoria de Grafos.

A contagem cotidiana se restringe, normalmente, à contagem direta, ou seja, à exibição explícita dos objetos envolvidos e seu conseqüente registro um a um. Isto é obviamente insuficiente em situações em que o número de objetos é muito grande ou não se dispõe de uma maneira conveniente de listá-los. Para lidar com estas situações, temos os métodos e conceitos de Análise Combinatória, que consistem essencialmente, neste nível, no estudo de subconjuntos e seqüências em outras palavras, no estudo de situações em que a contagem se reduz a saber de quantas maneiras um determinado grupo de objetos pode ser escolhido, sem e com restrições em relação à ordem em que são selecionados. Estes conceitos, propriamente formulados e verbalizados, permitem a transição imediata do pensamento cotidiano para o pensamento científico.

Os resultados do estudo de Análise Combinatória transcendem em muito o âmbito exclusivo da disciplina. Como os entes matemáticos utilizados são apenas números naturais e as operações elementares entre eles, os métodos de pensamento utilizados, que são de caráter geral e formativo, apresentam-se de maneira clara e despojada de complicações teóricas, conceituais ou notacionais. Isto propicia ao aluno o exercício de competências fundamentais como planejamento de estratégias de resolução de problemas, divisão de problemas em casos, análise envolvendo números pequenos levando à generalização e à crítica dos resultados obtidos. Os reflexos positivos deste exercício são imediatos no desempenho escolar global e na prática cotidiana.

Provavelmente é no tratamento de dados que a matemática manifesta mais claramente a sua utilidade no cotidiano. Hoje em dia a Estatística Descritiva e a Probabilidade fazem parte do discurso jornalístico e científico cotidiano quando se trata, por exemplo, de pesquisas de intenção de voto, perfil sócio-econômico da população brasileira, as chances da cura de determinada doença ou riscos de contraí-la. Espera-se, portanto, que numa formação básica do cidadão, não apenas se adquira a capacidade de ler e analisar dados expostos em diversas formas, mas que

se possa refletir criticamente sobre os seus significados e emitir juízos próprios. Por essa razão, a análise de dados é escolhida como um dos temas estruturadores da Matemática, pois proporciona uma adequada contextualização sócio-cultural, aproximando o conhecimento adquirido na Escola da realidade do aluno. Este tema é importante também por ser utilizado em quase todas as demais áreas do conhecimento, como, por exemplo, demografia, saúde, lingüística, possibilitando o desenvolvimento de várias atividades integradas dentro da escola.

Eixo Temático II

Funções Elementares e Modelagem

A atitude de tentar solucionar problemas propostos no “mundo real” está na própria base da criação matemática e tem sido uma fonte inesgotável de inspiração e de renovação dos seus métodos. A utilização de modelos matemáticos, por meio da formulação em linguagem simbólica e relações lógicas para analisar certas situações, tem sido um método bastante eficaz adotado com sucesso, há vários séculos.

Uma das maneiras de traduzir matematicamente alguns fenômenos é através do estabelecimento de relações de dependência entre as quantidades ou grandezas observadas. Por exemplo, a distância percorrida por um automóvel depende da velocidade e do tempo de percurso; o montante devido num empréstimo depende da taxa de juros, do número de prestações e do valor inicial tomado; a velocidade de espalhamento de uma epidemia depende, entre outras coisas, do número de pessoas infectadas; a absorção de um remédio depende da sua concentração, do peso do indivíduo e do tempo.

O conceito de função é um dos temas centrais e unificadores da matemática, podendo ser usado em diversas situações, mesmo não numéricas, por exemplo, na geometria, quando falamos em transformações geométricas.

As funções elementares estudadas no Ensino Médio - afim, polinomial, exponencial e trigonométricas- permitem a análise de fenômenos que envolvam proporcionalidade, crescimento, decaimento e periodicidade, que são bastante comuns no cotidiano.

Eixo Temático III

Geometria e Medidas

Qualquer pessoa se depara muito cedo, em sua vida, com várias formas geométricas como, por exemplo, uma bola, uma caixa, um bloco, um cone, triângulos, quadriláteros, círculos, etc. E, muito cedo, já consegue distingui-las. Várias etapas devem ser cumpridas, desde o simples

reconhecimento dessas figuras espaciais e/ou planas até a construção de sólidos ou superfícies que servem de modelos de estruturas arquitetônicas, construção de reservatórios para fins variados, modelagem geométrica de utensílios, aparelhos, órgãos para transplante, cápsulas espaciais, etc. Esse processo envolve a aquisição de diversos níveis de compreensão que vão desde o senso comum até a realização de análises mais detalhadas, como estimativas de medidas e a construção e ajuste de modelos.

A geometria estimula a capacidade de observação do aluno, sua criatividade, por meio do uso de formas geométricas para visualizar, representar ou descrever objetos. Ela, ainda, propicia a oportunidade de utilizar o raciocínio lógico-dedutivo para a validação de seus resultados, permite calcular e/ou fazer estimativas

No ensino médio, a geometria é estudada levando-se em conta três aspectos: o tratamento formal, lógico-dedutivo dos fatos referentes a figuras planas e espaciais; o desenvolvimento de técnicas de medição indireta (usando semelhança de triângulos ou trigonometria) e a algebrização da geometria através da introdução de um modelo para a geometria euclidiana plana (geometria analítica). Esses três aspectos são fundamentais na formação do aluno:

O raciocínio lógico-dedutivo, no qual provam-se fatos novos a partir de fatos conhecidos, é a base do conhecimento científico, sendo aplicado com frequência em discussões e debates.

Com o uso das técnicas de medição indireta é possível calcular, por exemplo, a altura de montanhas, distâncias intergalácticas e desenvolver instrumentos de medição, de desenho e de modelagem.

Por sua vez, a geometria analítica permite tratar lugares geométricos planos por meio de equações, transformando problemas geométricos em problemas algébricos. Além disso, possibilita a representação gráfica de funções ou de dados.

Esta proposta difere um pouco da proposta do PCN+, em que são propostos três temas estruturadores:

1. Álgebra: números e funções
2. Geometria e medidas
3. Análise de dados

O desdobramento aqui proposto justifica-se pelo fato de que as funções elementares associadas à modelagem possuem um papel importante na conexão com as outras disciplinas da área de Ciências da Natureza e mesmo com outras áreas, adquirindo um caráter estruturador e integrador.

A seleção dos conteúdos visa contribuir para a formação integral do aluno, procurando desenvolver a sua capacidade de raciocínio lógico, a sua criatividade e imaginação, a sua intuição, a sua capacidade de análise e de crítica fundamentada. Também deve se ter em mente outros componentes importantes dessa formação, como aquisição de valores, hábitos e procedimentos que propiciem uma atuação construtiva e cooperativa no meio em que se vive. Além disso, na escolha de tópicos, tem-se em vista a busca de explicações para fenômenos, evidenciando assim a sua relevância.

É importante frisar que os conteúdos conceituais ou idéias básicas apresentados formam o esqueleto, a estrutura da proposta, enquanto os conteúdos relacionados à atitudes e procedimentos formam a carne que lhe dá sustentação. Essas peças complementares devem ser encaradas como integradas, uma não existindo sem a outra. Dessa maneira, optou-se por estabelecer a proposta usando-se as competências e habilidades associadas a conceitos e idéias, e a esses correspondem algumas sugestões de atividades e estratégias de ensino.

Obviamente a lista de propostas pedagógicas para abordar os temas é quase inesgotável e existem várias fontes importantes de consulta que podem ser encontradas, por exemplo, na internet. O objetivo aqui é apresentar algumas sugestões que ilustrem o espírito da proposta. Anexo à proposta são apresentadas algumas situações de sala de aula (“vinhetas”) que podem servir de motivação para novas estratégias de ensino a serem adotadas.

3. Resolução de Problemas

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de situações concretas observáveis (“contextualizadas”) ou não. No primeiro caso, é necessária uma boa capacidade de usar a linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. Por outro lado, problemas interessantes, que despertam a curiosidade dos estudantes, podem surgir dentro do próprio contexto matemático, em que novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo da imaginação.

Em cada unidade temática várias situações práticas ou problemas podem ser exploradas tanto para a motivação, na introdução de novos conceitos e idéias, quanto nas aplicações.

O constante desenvolvimento das habilidades para a solução de problemas envolve as seguintes estratégias, que devem tornar-se hábito para o aluno:

- Usar figuras, diagramas e gráficos, tanto de forma analítica quanto intuitiva.
- Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica, questões expressas verbalmente.

- Perceber padrões em situações aparentemente diversas.
- Estudar casos especiais mais simples usando-os para elaborar estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.
- Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
- Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações.
- Usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados e adaptando-os para a resolução de novos problemas.
- Trabalhar de trás para diante, supondo conhecida a solução de um problema e deduzir suas propriedades para obter um caminho para encontrá-la.
- Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros estudantes, adquirindo assim experiência e novos “insights” para abordar um problema.

A solução de uma ampla variedade de problemas desenvolve a capacidade de abstração do aluno, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados. Ao contrário do que ocorre em vários livros-textos atuais, deve-se privilegiar a diversidade em oposição à repetição e à quantidade.

4. Avaliação

O professor, ao planejar, orientar, observar, instigar, organizar e registrar as atividades em sala de aula, possui um conjunto de parâmetros que o habilita a fazer uma avaliação contínua de todo o processo de aprendizagem. Nesse processo, estão envolvidos ele próprio, os alunos, o material e a metodologia utilizados. Isso permite ao professor reformular a cada momento suas práticas pedagógicas e melhor adaptá-las às condições de sala de aula.

A avaliação deve ser parte integrante desse processo. Além do que foi mencionado acima, o professor deve buscar selecionar e registrar situações e procedimentos que possam ser avaliados de modo a contribuir efetivamente para o crescimento do aluno. Essa observação e registro, juntamente com os métodos tradicionais de verificação de aprendizagem (provas e listas de exercícios), nos quais são ressaltados os aspectos mais relevantes e importantes das unidades, devem fazer parte das estratégias de ensino.

Sabe-se que a questão da avaliação é muito delicada e que pode afetar a auto-estima do aluno, especialmente no caso de adolescentes. Dessa forma, deve-se ter uma atitude positiva e construtiva em relação à avaliação.

O professor deve incentivar e abrir espaço para que os alunos exponham, oral ou de forma escrita, suas observações, suas dificuldades e seus relatos sobre as atividades e conteúdos trabalhados.

O erro na resolução de um problema ou em uma avaliação deve ser encarado como uma oportunidade ideal de revisão de conceitos e estratégias de solução. É extremamente importante que uma tentativa consciente de resolver um problema seja tão respeitada quanto uma solução

correta. Quando o aluno percebe que, mesmo errando, seu esforço e trabalho são bem recebidos e que ele contribuiu positivamente para o trabalho do professor e da turma, sua autoconfiança aumenta e ele percebe que o erro é uma oportunidade de crescimento.

A postura adequada do professor, frente a um erro do aluno, é primeiro fazer o aluno expor claramente seu raciocínio. Isto feito, o professor deve mostrar que algo está errado, não criticando o raciocínio, mas mostrando que a solução não atende ao enunciado do problema. Após isto, o raciocínio deve ser colocado em discussão aberta com a turma, e as sugestões de correção devem ser registradas e discutidas, dando a elas o mesmo valor do raciocínio inicial. Idealmente, uma solução correta deve vir da turma; o professor pode então intervir, analisando as etapas da discussão e apresentando soluções alternativas, caso seja adequado.

5. Contextualização

De acordo com a DCNEM, a contextualização é um dos princípios estruturadores do Ensino Médio. Conforme o parecer que acompanha a Resolução que estabelece as Diretrizes, a contextualização evoca áreas, âmbitos e dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural (do aluno) e mobiliza competências cognitivas já adquiridas para tratar de novas questões. Nesse sentido, pode ser um recurso para ampliar as possibilidades de interação em diversos níveis: entre temas de uma mesma disciplina, entre as disciplinas de uma determinada área ou entre disciplinas de áreas diversas.

O objetivo é criar condições para uma aprendizagem motivadora que leve a superar o distanciamento entre os conteúdos estudados e a experiência do aluno, estabelecendo relações entre os tópicos estudados e trazendo referências que podem ser de natureza histórica, cultural ou social, ou mesmo de dentro da própria Matemática.

O tratamento contextualizado do conhecimento é um dos recursos que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Em Matemática, a contextualização é um instrumento bastante útil, desde que interpretada num sentido mais amplo e não empregada de modo artificial e forçado, ou que não se restrinja apenas a um universo mais imediato (“cotidiano”).

Alguns temas, como, por exemplo, o tratamento de dados ou contagem, podem ser mais facilmente referidos a situações que fazem parte do cotidiano da mídia e da linguagem coloquial. Outros podem ser estudados a partir de modificações de situações mais simples para mais complexas e que possuem motivação matemática. Isso ocorre, por exemplo, com alguns temas de geometria. Esse tipo de contextualização estimula a criatividade, o espírito inventivo e a curiosidade do aluno.

Finalmente, há temas que podem ser referidos a modelos matemáticos que estão relacionados a questões estudadas em outras disciplinas (por exemplo, Física ou Química) e, portanto, remetem a um outro princípio estruturador proposto nas DCNEM: a interdisciplinaridade.

A interdisciplinaridade consiste em utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. O objetivo é contribuir para a superação do tratamento estanque e compartimentado que caracteriza, hoje, o conhecimento escolar. Como foi dito na Introdução, a Matemática é bastante apropriada para realizar com sucesso tal empreendimento, uma vez que permite a aplicação de um mesmo modelo para tratar de fenômenos que ocorrem em cenários totalmente distintos. O estabelecimento dessas conexões requer o desenvolvimento de habilidades que envolvem tanto representação (usando, por exemplo, a linguagem simbólica, equações, diagramas ou gráficos) quanto a compreensão e investigação (ao formular questões, selecionar e interpretar informações e resultados).

Para que se consiga tal integração é necessário que

- a. o professor de Matemática esteja preparado para reconhecer as oportunidades de trabalho em conjunto com outras disciplinas;
- b. que haja uma sintonia entre as propostas curriculares das disciplinas e que sejam possíveis momentos de reflexão e planejamento comum das atividades por parte das equipes de professores;
- c. o professor disponha de uma série de exemplos de aplicações de Matemática em outras áreas para o enriquecimento de suas aulas.

6. A Questão dos Pré-Requisitos

Em cada uma das Orientações Pedagógicas relativas aos tópicos do CBC, encontra-se uma lista de conhecimentos prévios úteis ou necessários para uma boa compreensão dos tópicos tratados no Eixo Temático.

O conhecimento matemático é construído na escola básica passo a passo, desde as séries iniciais, num crescendo de complexidade. Com freqüência é impossível aprender alguns tópicos sem uma boa base em outros, por exemplo, o tópico Geometria Espacial depende muito do estudo de triângulos.

De fato, um dos grandes desafios da Matemática no ensino básico é cuidar para que o conhecimento adquirido em anos anteriores seja reforçado e que possíveis deficiências de formação sejam sanadas. Com isso, queremos dizer que é necessário que o professor tenha uma boa idéia do nível de preparação dos seus alunos antes de introduzir um novo tópico.

É comum constatar-se em diversos exames e avaliações, até mesmo em vestibulares, que algumas falhas elementares de formação permanecem até o final da terceira série do Ensino Médio. Por exemplo, as questões do ENEM que envolvem operações com frações ou números decimais apresentam alto índice de erro.

É necessário, portanto, que sejam observadas as condições de preparo dos alunos para a introdução de novos temas tendo como base assuntos supostamente conhecidos. Essa observação pode ser realizada, por exemplo, através de testes prévios de verificação de domínio de conteúdo.

Às vezes, uma simples revisão possibilita a superação dos problemas de pré-requisitos. Em outras ocasiões, os alunos devem ser encorajados a tomar a iniciativa por meio de utilização de listas de exercícios suplementares, seguidas de sessões de discussão de problemas. Uma vez constatadas deficiências mais generalizadas, a escola deve buscar meios de saná-las, por exemplo, reservando horários para aulas de revisão e reforço.

7. Apresentação do CBC de Matemática 2007

Esta é a distribuição dos tópicos dos Conteúdos Básicos Comuns (CBC) de Matemática para o primeiro e segundo anos do Ensino Médio Regular Diurno adaptada às normas dispostas pela Resolução SEE-MG, N° 833, de 24 de novembro de 2006. Essa distribuição foi feita de acordo com a seguinte trajetória: iniciando pela formação básica, passando pela etapa de aprofundamento e finalizando com conteúdos complementares.

O primeiro ano é o ano da formação básica, quando são apresentados conceitos e métodos que constam de todos os temas estruturadores do CBC de Matemática. A distribuição feita permite um retorno às habilidades referentes a tópicos do CBC do ensino fundamental, que são essenciais para o desenvolvimento de novas habilidades. Entretanto, esse procedimento não deve ser visto como uma simples revisão, mas como uma forma de abordagem dos tópicos de maneira mais geral.

O segundo ano é o ano de aprofundamento, quando são apresentadas situações com maior grau de complexidade, introduzidos novos tópicos e novos conceitos. Alguns tópicos são comuns aos dois anos, a diferença fundamental ocorrendo nas habilidades trabalhadas em cada um.

O terceiro ano é o ano da complementação de formação, quando a escola poderá eleger tópicos complementares, dentre os quais, os sugeridos no CBC.

Tópicos do CBC para o 1º Ano

Eixo Temático I

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 1: Números

TÓPICOS	HABILIDADES
1. Números racionais e dízimas periódicas	1.1. Associar a uma fração sua representação decimal e vice-versa. 1.2. Reconhecer uma dízima periódica como uma representação de um número racional.
2. Conjunto dos números reais	2.1. Reconhecer uma dízima não periódica como uma representação de um número irracional. 2.2. Utilizar números racionais para obter aproximações de números irracionais.
3. Potências de dez e ordem de grandeza	3.1. Resolver problemas que envolvam operações elementares com potências de dez.

Tema 2: Contagem

TÓPICOS	HABILIDADES
4. Princípio multiplicativo	4.1. Resolver problemas elementares de contagem utilizando o princípio multiplicativo.

Tema 3: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
5. Probabilidade	<p>5.1. Reconhecer o carácter aleatório de variáveis em situações-problema.</p> <p>5.2. Identificar o espaço amostral em situações-problema.</p> <p>5.3. Resolver problemas simples que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.</p> <p>5.4. Utilizar o princípio multiplicativo no cálculo de probabilidades.</p>

Tema 4: Estatística

TÓPICOS	HABILIDADES
6. Organização de um conjunto de dados em tabelas	<p>6.1. Organizar e tabular um conjunto de dados.</p> <p>6.2. Interpretar e utilizar dados apresentados em tabelas.</p> <p>6.3. Representar um conjunto de dados graficamente.</p> <p>6.4. Interpretar e utilizar dados apresentados graficamente.</p> <p>6.5. Selecionar a maneira mais adequada para representar um conjunto de dados.</p>
7. Médias aritmética e geométrica	<p>7.1. Resolver problemas que envolvam a média aritmética ou ponderada.</p> <p>7.2. Resolver problemas que envolvam a média geométrica.</p>

Eixo Temático II

Funções Elementares e Modelagem

Tema 5: Funções

TÓPICOS	HABILIDADES
8. Função do primeiro grau	<p>8.1. Identificar uma função linear a partir de sua representação algébrica ou gráfica.</p> <p>8.2. Utilizar a função linear para representar relações entre grandezas diretamente proporcionais.</p> <p>8.3. Reconhecer funções do primeiro grau como as que têm variação constante.</p> <p>8.4. Identificar uma função do primeiro grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica.</p> <p>8.5. Representar graficamente funções do primeiro grau.</p> <p>8.6. Reconhecer funções do primeiro grau crescentes ou decrescentes.</p> <p>8.7. Identificar os intervalos em que uma função do primeiro grau é positiva ou negativa relacionando com a solução algébrica de uma inequação.</p> <p>8.8. Identificar geometricamente uma semi-reta como uma representação gráfica de uma inequação do primeiro grau.</p> <p>8.9. Reconhecer uma progressão aritmética como uma função do primeiro grau definida no conjunto dos números inteiros positivos.</p> <p>8.10. Resolver problemas que envolvam inequações do primeiro grau.</p>
9. Progressão aritmética	<p>9.1. Reconhecer uma progressão aritmética em um conjunto de dados apresentados em uma tabela, seqüência numérica ou em situações-problema.</p> <p>9.2. Identificar o termo geral de uma progressão aritmética.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
10. Função do segundo grau	<p>10.1. Identificar uma função do segundo grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica.</p> <p>10.2. Representar graficamente funções do segundo grau.</p> <p>10.3. Identificar os intervalos em que uma função do segundo grau é positiva ou negativa.</p> <p>10.4. Resolver situações-problema que envolvam as raízes de uma função do segundo grau.</p> <p>10.5 Resolver problemas de máximos e mínimos que envolvam uma função do segundo grau.</p>
11. Progressão Geométrica	<p>11.1. Identificar o termo geral de uma progressão geométrica.</p>
12. Função exponencial	<p>12.1. Identificar exponencial crescente e exponencial decrescente.</p> <p>12.2. Resolver problemas que envolvam uma função do tipo $y(x) = ka^x$.</p> <p>12.3. Reconhecer uma progressão geométrica como uma função da forma $y(x) = ka^x$ definida no conjunto dos números inteiros positivos.</p>

Tema 6: Matemática Financeira

TÓPICOS	HABILIDADES
13. Matemática financeira	<p>13.1. Resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem.</p> <p>13.2. Resolver problemas que envolvam o conceito de juros simples ou compostos.</p> <p>13.3. Resolver situações-problema que envolvam o cálculo de prestações em financiamentos com um número pequeno de parcelas.</p>

Eixo Temático III

Geometria e Medidas

Tema 7: Semelhança e Trigonometria

TÓPICOS	HABILIDADES
14. Semelhança de triângulos	14.1. Resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos. 14.2. Relacionar perímetros ou áreas de triângulos semelhantes.
15. Trigonometria no triângulo retângulo	15.1. Reconhecer o seno, o cosseno e a tangente como razões de semelhança e as relações entre elas. 15.2. Resolver problemas que envolvam as razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. 15.3. Calcular o seno, cosseno e tangente de 30° , 45° e 60° .

Tema 8: Geometria Analítica

TÓPICOS	HABILIDADES
16. Plano cartesiano	16.1. Localizar pontos no plano cartesiano. 16.2. Representar um conjunto de dados graficamente. 16.3. Resolver problemas que envolvam simetrias no plano cartesiano. 16.4. Reconhecer a equação de uma reta no plano cartesiano. 16.5. Interpretar geometricamente a inclinação de uma reta.

Tópicos do CBC para o 2º Ano

Conteúdos de Aprofundamento

Eixo Temático IV

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 9: Contagem

TÓPICOS	HABILIDADES
17. Contagem do número de elementos de uma união de conjuntos	17.1. Resolver problemas que envolvam o cálculo do número de elementos da união de conjuntos.
18. Conjuntos e seqüências	18.1. Reconhecer a diferença entre conjuntos e seqüências. 18.2. Identificar em situações-problema agrupamentos associados a conjuntos e seqüências.
19. Princípio multiplicativo	19.1. Resolver problemas utilizando o princípio multiplicativo.
20. Arranjos, combinações e permutações sem repetição	20.1. Reconhecer situações em que os agrupamentos são distinguíveis pela ordem de seus elementos ou não. 20.2. Resolver problemas que envolvam arranjos, combinações e/ou permutações sem repetição.

Tema 10: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
21. Probabilidade	21.1. Identificar o espaço amostral em situações-problema. 21.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos.

Eixo Temático V

Funções Elementares e Modelagem

Tema 11: Funções

TÓPICOS	HABILIDADES
22. Função do primeiro grau	22.1. Relacionar o gráfico de uma função do primeiro grau, no plano cartesiano, com uma reta.
23. Progressão aritmética	23.1. Resolver problemas que envolvam a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética.
24. Inequações do segundo grau	24.1. Identificar geometricamente uma inequação com parte de um gráfico de uma função do segundo grau. 24.2. Resolver problemas que envolvam inequações do segundo grau.
25. Progressão geométrica	25.1. Resolver problemas que envolvam a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica.
26. Função logarítmica	26.1. Reconhecer a função logarítmica como a inversa da função exponencial. 26.2. Utilizar em problemas as propriedades operatórias da função logarítmica. 26.3. Resolver problemas que envolvam a função logarítmica. 26.4. Reconhecer o gráfico de uma função logarítmica.
27. Sistema de equações lineares	27.1. Reconhecer se uma tripla ordenada é solução de um sistema de equações lineares. 27.2. Resolver um sistema de equações lineares com duas variáveis e interpretar o resultado geometricamente. 27.3. Resolver problemas que envolvam um sistema de equações lineares.

Eixo Temático VI

Geometria e Medidas

Tema 12: Semelhança e Trigonometria

TÓPICOS	HABILIDADES
28. Trigonometria no círculo e funções trigonométricas	<p>28.1. Calcular o seno, o cosseno e a tangente dos arcos notáveis: 0°, 90°, 180°, 270° e 360°.</p> <p>28.2. Resolver problemas utilizando a relação entre radianos e graus.</p> <p>28.3. Reconhecer no círculo trigonométrico a variação de sinais, crescimento e decréscimo das funções seno e cosseno.</p> <p>28.4. Identificar no círculo trigonométrico o período das funções seno e cosseno.</p>

Tema 13: Geometria Analítica

TÓPICOS	HABILIDADES
29. Plano cartesiano	<p>29.1. Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.</p> <p>29.2. Relacionar a tangente trigonométrica com a inclinação de uma reta.</p> <p>29.3. Reconhecer e determinar a equação da reta a partir de sua inclinação e das coordenadas de um de seus pontos; ou a partir de dois de seus pontos de coordenadas dadas numericamente ou por suas representações no plano cartesiano.</p> <p>29.4. Identificar a posição relativa de duas retas a partir de seus coeficientes.</p> <p>29.5. Reconhecer e determinar a equação de uma circunferência conhecidos seu centro e seu raio ou seu centro e um de seus pontos.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
30. Prismas e cilindros	30.1. Identificar os vértices, as arestas e as faces de um prisma. 30.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo da diagonal de um paralelepípedo retângulo. 30.3. Identificar as seções feitas por planos paralelos à base de um prisma ou de um cilindro.
31. Pirâmides e cones	31.1. Identificar os elementos de uma pirâmide e de um cone. 31.2. Identificar as seções feitas por planos paralelos à base de uma pirâmide ou um cone.
32. Esferas e bolas	32.1. Identificar os elementos de uma esfera e de uma bola. 32.2. Identificar as interseções entre planos e esferas.
33. Planificações de figuras tridimensionais	33.1. Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais usuais: cubo, paralelepípedo retangular, prismas retos, pirâmide, cilindro e cone.

TÓPICOS	HABILIDADES
<p>34. Posição relativa entre retas e planos no espaço</p>	<p>34.1. Reconhecer posições relativas entre retas: paralelas, concorrentes, perpendiculares e reversas. 34.2. Reconhecer posições relativas entre retas e planos: concorrentes, perpendiculares e paralelos. 34.3. Reconhecer posições relativas entre planos: paralelos, perpendiculares e concorrentes.</p>
<p>35. Áreas laterais e totais de figuras tridimensionais</p>	<p>35.1. Resolver problemas que envolvam o cálculo da área lateral ou total de figuras tridimensionais.</p>
<p>36. Volumes de sólidos</p>	<p>36.1. Resolver problemas que envolvam o cálculo de volume de sólidos.</p>

Sugestões de Tópicos Complementares para o 3º Ano

Eixo Temático VII

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 15: Números

TÓPICOS	HABILIDADES
37. Números complexos	<p>37.1. Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números reais.</p> <p>37.2. Representar geometricamente um número complexo.</p> <p>37.3. Operar com números complexos e identificar suas partes real e imaginária: somar, subtrair; multiplicar, dividir, calcular uma potência, raízes, o conjugado e o módulo de um número complexo.</p> <p>37.4. Resolver equações do segundo grau.</p> <p>37.5. Forma polar ou trigonométrica de números complexos.</p>

Tema 16: Contagem

TÓPICOS	HABILIDADES
38. Arranjos, combinações com repetições e permutações cíclicas	38.1. Resolver problemas que envolvam arranjos, combinações e permutações com repetições e permutações cíclicas.
39. Coeficientes binomiais, binômio de Newton e triângulo de Pascal	<p>39.1. Utilizar propriedades combinatórias dos números binomiais.</p> <p>39.2. Utilizar o binômio de Newton para calcular potências de binômios.</p>

Tema 17: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
40. Probabilidade condicional	40.1. Identificar eventos independentes e não independentes em situações-problema. 40.2. Resolver problemas que envolvam o conceito de probabilidade condicional. 40.3. Utilizar probabilidades para fazer previsões aplicadas, em diferentes áreas do conhecimento.

Tema 18: Estatística

TÓPICOS	HABILIDADES
41. Mediana e moda	41.1. Interpretar os conceitos de mediana e moda em situações - problema. 41.2. Resolver problemas que envolvam a mediana e a moda.

Eixo Temático VIII Funções Elementares e Modelagem

Tema 19: Funções

TÓPICOS	HABILIDADES
42. Funções trigonométricas	42.1. Identificar o gráfico das funções seno, cosseno e tangente. 42.2. Reconhecer o período de funções trigonométricas. 42.3. Resolver equações trigonométricas simples.

43. Estudo de funções

- 43.1. Reconhecer funções definidas por partes em situações-problema.
- 43.2. Reconhecer os efeitos de uma transição ou mudança de escala no gráfico de uma função.
- 43.3. Usar a função logarítmica para efetuar mudança de escala.

Tema 20: Matemática Financeira

TÓPICOS	HABILIDADES
44. Matemática financeira	<ul style="list-style-type: none">44.1. Comparar rendimentos em diversos tipos de aplicações financeiras.44.2. Comparar e emitir juízo sobre diversas opções de financiamento.

Eixo Temático IX **Geometria e Medidas**

Tema 21: Semelhança e Trigonometria

TÓPICOS	HABILIDADES
45. Funções trigonométricas	<ul style="list-style-type: none">45.1. Resolver problemas que envolvam funções trigonométricas da soma e da diferença de arcos.45.2. Resolver problemas que envolvam a lei dos senos.45.3. Resolver problemas que envolvam a lei dos cossenos.45.4. Identificar os gráficos das funções seno e cosseno.45.5. Identificar o período, a frequência e a amplitude de uma onda senoidal.

Tema 22: Construções Geométricas

TÓPICOS	HABILIDADES
46. Lugares geométricos	46.1. Reconhecer a mediatriz, a bissetriz e a circunferência como lugares geométricos. 46.2. Reconhecer a parábola como um lugar geométrico.

Tema 23: Geometria Analítica

TÓPICOS	HABILIDADES
47. Interseções entre retas e circunferências	47.1. Resolver e interpretar geometricamente um sistema formado por uma equação de reta e outra de circunferência. 47.2. Reconhecer a equação de uma circunferência identificando seu centro e seu raio. 47.3. Resolver e interpretar geometricamente um sistema formado por uma equação de reta e outra de parábola.
48. Elipse, hipérbole e parábola	48.1. Equação cartesiana da elipse. 48.2. Equação cartesiana da hipérbole. 48.3. Equação cartesiana da parábola. 48.4. Relacionar as propriedades da parábola com instrumentos óticos e antenas. 48.5. Reconhecer a elipse como um lugar geométrico e relacioná-la com as leis de Kepler.

49. Vetores

- 49.1. Calcular a soma de dois ou mais vetores.
- 49.2. Multiplicar um vetor por um número real.
- 49.3. Resolver problemas simples envolvendo a soma de vetores e a multiplicação por um número real.
- 49.4. Resolver problemas simples de geometria utilizando vetores.

Tema 24: Geometria de Posição no Espaço

TÓPICOS	HABILIDADES
50. Seções planas de figuras tridimensionais usuais	50.1. Reconhecer seções planas obtidas paralelas ou perpendiculares aos eixos de simetria de um prisma, de um cilindro, de uma pirâmide, de um cone e de uma esfera.

Tema 25: Geometria Métrica

TÓPICOS	HABILIDADES
51. Princípio de Cavalieri	51.1. Utilizar o Princípio de Cavalieri para calcular volumes de sólidos.

Vinhetas de Sala de Aula e Sugestões de Atividades

Vinhetas de Sala de Aula

Apresentamos a seguir algumas situações de sala de aula que podem sugerir estratégias para o ensino de alguns tópicos. O objetivo é, com o tempo, agregar sugestões provenientes dos professores e disponibilizá-las no CRV.

Uma aula de Análise Combinatória deve enfatizar a resolução de problemas; a parte teórica é praticamente inexistente. Problemas com contextualização geométrica podem ser acompanhados da confecção dos objetos que satisfazem as condições pedidas e que envolvam um número pequeno de casos. Como exemplos, citamos as maneiras de colorir um mapa simples com cores distintas, o número de diagonais de um polígono regular, maneiras de colorir um cubo com cores distintas ou usando apenas duas cores. Pode-se estimular a listagem de situações pequenas de modo atraente, enfatizando aspectos de simetria e boa diagramação. Como exemplo, citamos número de maneiras de colocar bolas em caixas, comissões que se podem fazer com um dado número de pessoas.

Quantos são os números pares de 2 dígitos que podemos fazer usando os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5?

Primeiro deve-se criticar o enunciado do problema: os dígitos dos números que se quer formar são distintos ou não? Parece que não, pois o enunciado não estabelece condições, mas já temos dois problemas distintos que devem, é claro, ser resolvidos. Uma vez decidido qual o enunciado se vai trabalhar, deve-se listar alguns exemplos dos objetos que se quer contar.

Aproveitando a crítica feita ao enunciado, vamos, primeiramente, abordar o problema supondo que os algarismos sejam distintos. Assim, exibem-se então alguns exemplos como 12, 20, 54, etc. Apontando que 24 e 42 são números distintos que satisfazem às condições pedidas, chega-se naturalmente à idéia de que estamos lidando com seqüências.

Aqui comete-se propositalmente um erro de raciocínio; o princípio multiplicativo aplicado às pressas como “6 escolhas para a primeira posição seguida de 3 para a segunda” nos dá o total de $6 \times 3 = 18$ possibilidades. Como 18 não é muito grande, convida-se a turma a fazer a listagem para verificar a resposta. Obtêm-se 10, 12, 14, 20, 24, 30, 32, 34, 40, 42, 50, 52, 54 – ou seja, temos apenas 13 em vez de 18 números que satisfazem o enunciado. Algo está errado; o que é?

A partir desta situação, o professor deve conduzir a turma a perceber que: (1) o 0 não pode aparecer na primeira posição; e (2) que se usa um dígito par na primeira posição à esquerda, então ele não pode ser usado outra vez.

Deste modo, a solução errada e sua análise indicam o procedimento correto para resolver o problema: usa-se o princípio aditivo (divide-se o problema na contagem de números que começam com dígito par e números que começam com dígito ímpar) e o princípio multiplicativo para a contagem em cada caso.

Agora vamos abordar o problema supondo que os algarismos sejam distintos, o que é sugerido pelo enunciado.

Nesse momento, já tendo o cuidado de não contar os números que têm o 0 na primeira posição, uma solução seria considerar 5 opções para a primeira posição e 6 para a segunda. Assim, pelo princípio multiplicativo, o número de dois dígitos que pode ser formado é $5 \times 6 = 30$.

Quantos são os números de 1 a 9999 em que aparece exatamente um 5?

Notamos primeiro que podemos uniformizar os objetos de nosso universo, no caso os números de 1 a 9999, pensando em todos eles como tendo 4 dígitos; assim, por exemplo, pensamos em 23 como 0023; este simples passo evita uma tediosa divisão em casos.

A partir daí, temos duas estratégias. Primeiro, podemos dividir os números que queremos contar em casos: números com 5 na casa das unidades, das dezenas, etc; contando cada caso separadamente com o uso do princípio multiplicativo e fechando com o uso do princípio aditivo. Assim, exibe-se um método de procedimento típico e a filosofia de uso dos princípios: reduz-se o problema a problemas menores ou casos (princípio aditivo) e trata-se cada caso como sendo uma seqüência de eventos (princípio multiplicativo).

De qualquer modo, este método de contagem é trabalhoso e outro bem mais fácil é o de contar o complementar, ou seja, os números nos quais não aparece nenhum 5. Assim, a contagem fica fácil: (todos os números de 4 dígitos) - (os números de 4 dígitos nos quais não aparece o 5) = os números que queremos.

A contagem dos dois termos do lado esquerdo desta igualdade é feita facilmente com o uso do princípio multiplicativo. Agora, comparam-se os resultados obtidos. Também generaliza-se o problema: quantos são os números de 1 a 999...99 (n noves) nos quais não aparece o dígito 5?, ilustrando a generalização do raciocínio usado em um caso particular e (neste exemplo específico) mostrando como o segundo método utilizado é bem mais eficiente que o primeiro.

Pode-se ainda aproveitar para trabalhar com enunciados alternativos, substituindo “exatamente” por “no mínimo” ou “no máximo”. Este tipo de procedimento serve para ilustrar como pequenas mudanças nas condições pedidas levam a raciocínios completamente distintos.

Seria interessante discutir a estratégia análoga para resolver o problema 1.1. Nesse caso, contam-se todas as maneiras possíveis de se preencher a primeira e a segunda posições, sem restrições, obtendo $6 \times 6 = 36$ e, em seguida, subtrai-se do resultado, 36, todos os números que têm o 0 na primeira posição ($1 \times 6 = 6$), daí obtém-se $6 \times 6 - 1 \times 6 = 30$.

Análise a resolução apresentada para o seguinte problema: uma criança possui cinco blocos cilíndricos, todos de cores diferentes, cujas bases circulares têm o mesmo raio. Desses blocos, quatro têm alturas iguais a 20 cm e o outro tem altura de 10 cm. Ao brincar, a criança costuma empilhar alguns desses blocos, formando um cilindro cuja altura depende dos blocos utilizados. Determine de quantas maneiras distintas a criança pode formar cilindros que tenham exatamente 70 cm.

Resolução a ser analisada: para obter um cilindro de altura 70 cm, a criança deve escolher 3 blocos cilíndricos de altura 20cm e usar o de altura 10cm. Como os blocos têm cores diferentes, a ordem em que são colocados gera cilindros diferentes. Portanto, o total de maneiras de se construir esses cilindros é $(4 \times 3 \times 2) \times 1 = 24$.

Problema: apresente uma estratégia para convencer seu aluno de que a resolução não está correta, sem resolver o problema.

Funções elementares

Construindo funções a partir de outras:

O primeiro objetivo é entender a mudança que ocorre no gráfico de uma função ao fazermos uma mudança de escala ou uma translação. Isso permite trabalhar o conceito de composição de funções nesse caso específico.

a. Se $f(x) = 10x$ e $g(x) = 2x - 7$, escreva as expressões de $h(x) = g(f(x))$ e $k(x) = f(g(x))$. Compare os gráficos de $g(x)$, $h(x)$ e $k(x)$; o que você pode concluir? Observe que $f(x)$ pode ser interpretada como uma mudança de escala, por exemplo, de metros para decímetros. O que ocorreria no caso em que $f(x) = -10x$? Construa mais exemplos com outras funções de grau um ou de grau dois e enuncie uma generalização.

b. Proceda da mesma forma, usando agora uma translação, isto é, se $f(x) = x - 1$ e $g(x) = 2x - 7$, escreva a expressão de $h(x) = g(f(x))$ e $k(x) = f(g(x))$. Compare os respectivos gráficos e descreva com palavras o que ocorreu. Construa mais exemplos com outras funções de grau um e enuncie uma generalização. Examine o que ocorre quando consideramos a função $g(x) = x^2$. Quais as diferenças que você pode apontar?

c. Encontre exemplos em outras disciplinas em que são utilizadas as mudanças de escala, por exemplo, quando se utilizam diferentes unidades de medida.

Agora trabalham-se funções definidas como áreas:

a. Sejam $f(x) = 3$ e a um número real positivo. Escreva a expressão para a função $g(a)$ que expressa a área da figura plana compreendida entre o gráfico de $f(x)$, o eixo OX , o eixo OY e a reta vertical $x = a$.

b. Construa mais exemplos e generalize o que pode ser observado.

c. Se $f(x) = c$ representa a velocidade de uma partícula que se move com velocidade constante, qual interpretação pode ser dada para a função $g(a)$ construída acima?

d. Considere agora a função $f(x) = 2x$ e a um número real positivo. Usando a fórmula para a área do triângulo, escreva a expressão para a função $g(a)$ que expressa a área da figura plana compreendida entre o gráfico de $f(x)$, o eixo OX , o eixo OY e a reta vertical $x = a$. Observe que $g(a)$ é uma função quadrática.

e. Construa mais exemplos e generalize o que pode ser observado e, usando a fórmula para a área do trapézio, proceda como acima considerando a função $f(x) = x^2$. f. Compare o que você fez com o estudo do movimento uniformemente acelerado.

Geometria:

Argumentando formalmente em Geometria:

A construção de demonstrações de fatos geométricos é um dos instrumentos formativos mais marcantes do Ensino Médio. Entretanto, a habilidade de argumentar usando a linguagem matemática para demonstrar fatos só se adquire com muita prática e paciência, num processo geralmente lento e longo, mas que, ao contrário do que muitos imaginam, pode ser conquistado por qualquer aluno.

Ressalte-se que há dois momentos bastante distintos na demonstração de um resultado. O primeiro, da descoberta, envolve experimentação, interpretação, intuição e analogia. O segundo momento, o da demonstração formal, envolve compreensão, comunicação e destreza no uso da linguagem matemática. É o momento da comunicação do argumento, isto é, do encadeamento lógico-dedutivo das afirmações.

A exposição de um argumento pode ser feita usando vários dispositivos: diagrama de blocos; exposição na forma de duas colunas, uma contendo a afirmação e outra a justificativa correspondente; texto corrido com cada passo da demonstração destacado. Cada uma delas tem a sua vantagem e auxiliam na visão global do argumento.

Para começar, o professor pode usar demonstrações que requeiram argumentos simples, decorrentes quase que imediatamente das hipóteses ou das definições. Assim o aluno se familiariza com a idéia de hipótese e de tese. Estabelecem-se assim as “regras do jogo” num crescendo de complexidade. Argumentos que envolvem várias etapas podem ser analisados de trás para diante, permitindo uma visão mais global do encadeamento de idéias e construções.

É fácil encontrar exemplos desse tipo de procedimento na literatura. A próxima vinheta é uma ilustração dessa proposta:

3.2. Problema:

Dados dois pontos A e B distintos fora de uma reta m , determinar um ponto p sobre m de modo que a soma do comprimento dos segmentos seja mínima.

Primeiro caso: Os dois pontos encontram-se em lados opostos em relação à reta m .

A solução é bastante intuitiva e pode ser realizada explorando o conceito de distância de dois pontos no plano, que é obtida pelo segmento que os une.

Segundo caso: Os dois pontos encontram-se do mesmo lado em relação à reta m .

A solução é bastante intuitiva e pode ser realizada explorando os conceitos de distância de dois pontos no plano e de simetria de um ponto com relação a uma reta.

Uma vez de posse de uma possível solução, trata-se de justificá-la usando fatos da geometria. Os fatos usados na justificativa devem ser colocados em ordem lógica, indicando a ordem em que devem ser apresentados.

Neste problema, a solução segue imediatamente da desigualdade triangular; esta, por sua vez, segue do fato de que se dois lados de um triângulo não são congruentes, então o maior ângulo é oposto ao maior lado. Este último fato segue da caracterização dos triângulos isósceles, que, finalmente, decorre de um caso de congruência de triângulos. Esta exploração deve ser feita de modo informal; depois propõe-se que se desenhe um diagrama de blocos ordenando as implicações acima (por exemplo, começando da caracterização de triângulos isósceles), questionando se o argumento está completo.

Usando este procedimento é possível notar que um argumento complexo pode ser quebrado em pedaços mais simples. A prova então pode ser reescrita, por exemplo, na forma de duas colunas, uma delas contendo as afirmações e a outra suas justificativas.

Finalmente, imaginando que a reta é um espelho, podemos relacionar o problema com o Princípio de Fermat e talvez a Lei de Snell. Para isso os alunos podem consultar bibliografia ou o professor de Física.

Tópicos do CBC 1º, 2º e 3º Anos

Eixo Temático I

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 1: Números

Sugestões de atividades

- Utilizar diferentes representações numéricas para a mesma quantidade.
- Efetuar divisões de inteiros para obter dízimas periódicas.
- Usar calculadoras e interpretar os resultados nela apresentados, como por exemplo o significado de 0,33333333 como resultado da divisão de 1 por 3, em vez de $= 0,333\dots$. Ressaltar que as calculadoras utilizam, em geral, aproximações de números reais por decimais exatas.
- Recuperar uma fração a partir de sua representação decimal (fração geratriz).
- Representar na reta numérica a raiz quadrada de números de números inteiros, utilizando régua e compasso ou aproximadamente aproximando-a de um número racional.
- Utilizar números racionais como aproximações de números irracionais e representá-los na reta numérica.
- Usar dados de uma experiência e compará-los com soluções “exatas” obtidas pela utilização de modelos como, por exemplo, o período de um pêndulo em função de seu comprimento, queda livre.
- Estimar em diferentes unidades de medida o tamanho de objetos conhecidos: uma pulga, a cabeça de um alfinete, um elefante, uma girafa, edifícios públicos, etc.
- Fazer estimativas da capacidade de um recipiente, de um caminhão de carga, de um estádio de futebol.
- Distâncias muito grandes ou muito pequenas: anos-luz, microns, etc.
- Buscar exemplos do uso de potências de 10 em outras áreas: o número de Avogadro, a velocidade da luz, idades geológicas, dimensões de átomos e moléculas, etc.

Tema 2: Contagem

Sugestões de atividades

- Propor problemas que envolvam a contagem de placas de carro, de números de telefone, maneiras de dispor pessoas em filas, formação de seqüências satisfazendo condições especiais, modos de pintar mapas ou sólidos simples. Para abordar uma situação-problema mais complexa utilizando a estratégia de partir de situações mais simples, que envolvam um número menor de alternativas. Exemplo: Calcular o número de placas de automóvel que podem ser confeccionadas com três letras e quatro algarismos.
- Neste caso, a estratégia seria calcular o número de placas com apenas uma letra. A partir dessas, obter o número de placas com exatamente duas letras, em seguida, as que possuem três letras, três letras e um número e assim por diante.

Tema 3: Probabilidade

Sugestões de atividades

- Apresentar exemplos de variáveis aleatórias como, por exemplo, no lançamento de dados e moedas.
- Apresentar exemplos de variáveis não aleatórias (determinísticas) como, por exemplo, uma pedra que é solta de cima de um edifício sempre cai, em uma partida de futebol um dos times vence, ou perde ou empata, em prova de dez pontos as notas possíveis para um aluno variam de 0 a 10.
- Relacionar o cálculo de probabilidades com os princípios de contagem.
- Calcular a probabilidade da união e da interseção de dois eventos de probabilidade conhecida.
- Usar simulações para estimar probabilidades como, por exemplo, lançar uma moeda várias vezes e verificar que a probabilidade de sair cara é 50%.
- Calcular e obter uma determinada nota em uma prova de múltipla escolha, marcando-se as alternativas ao acaso, etc.
- Utilizar situações envolvendo probabilidades em outras áreas, como, por exemplo, em genética.
- Utilizar informações sobre saúde, meio ambiente, ciências sociais veiculadas em revistas e jornais que envolvem fenômenos probabilísticos.

Tema 4: Estatística

- Propor a elaboração de questionários sobre o perfil social dos alunos levantando dados e utilizando gradativamente métodos estatísticos.
- Utilizar estatísticas para extrair informações sobre diversos espaços geográficos.
- Propor leitura e discussão de textos da área de saúde que utilizam estatística, por exemplo, dados que descrevam a relação entre o fumo e o câncer.
- Utilizar dados do censo brasileiro para extrair informações, formulando questões que possam ser desenvolvidas em outras disciplinas.
- Utilizar estatísticas para tratamento de dados obtidos em experiências de laboratório.
- Utilizar recursos computacionais ou de laboratório para construir tabelas e gráficos de vários tipos utilizados pela mídia.
- Utilizar o plano cartesiano para representar dados estatísticos.
- Decidir sobre a média que melhor representa um conjunto de dados em uma situação.
- Utilizar a média ponderada, por exemplo, para calcular a nota final (média) em um concurso com provas de pesos conhecidos.
- Calcular a média geométrica de números dados, por exemplo, a taxa trimestral média de juros, em regime de juros compostos.
- Propor uma atividade de pesquisa entre os alunos de forma que eles cumpram as seguintes etapas: objetivo da pesquisa, para que colem dados e, em seguida, selecionar a maneira mais adequada para representar um conjunto de dados.

Eixo Temático II

Funções Elementares e Modelagem

Tema 5: Funções

Sugestões de atividades

- Promover trabalhos de discussão em grupos para a formulação de modelos para situações-problema.
- Manter um jornal mural de problemas, trazidos pelos alunos, que possam ser tratados com o uso do conceito de função.

Sugestões de atividades (continuação)

- Utilizar recursos computacionais para construir tabelas e gráficos de vários tipos utilizados na imprensa.
- Discutir problemas de proporcionalidade direta ou inversa no contexto das funções elementares.
- Discutir problemas que envolvam a questão da taxa de variação através da análise de notícias que falam de crescimento rápido ou lento, desaceleração.
- Pesquisar dados sobre modelo de crescimento populacional (Malthus) em Biologia ou de expansão de uma epidemia, usando dados concretos.
- Propor exercícios de traçar o gráfico de uma PG com razões maior do que um e menor do que um. Esboçar o gráfico correspondente a várias situações.
- Discutir problemas que envolvam a absorção de medicamentos (por exemplo, antibióticos e a necessidade do período da dosagem).
- Relacionar o cálculo de prestações em financiamentos com a função exponencial e a progressão geométrica.
- Propor projetos em que possam ser estudadas algumas relações de dependência funcional, por exemplo, em biologia, a capacidade de sustentação do peso de um animal.
- Sazonalidade: estudar alguns gráficos de variação de preço de alguns produtos durante o ano, ou durante período maiores.

Tema 6: Matemática Financeira

- Comparar questões que envolvam juros simples ou compostos e problemas simples de matemática financeira. Exemplos: cobrança de juros de mora – juros simples - (devido ao atraso em uma prestação); cálculo do rendimento de poupança – juros compostos.
- Relacionar o cálculo de prestações em financiamentos com a função exponencial e a progressão geométrica.
- Fazer estimativas e cálculos dos juros cobrados em financiamentos; comparar formas de pagamento na compra de um bem e emitir juízo sobre a forma mais vantajosa de pagamento.

Eixo Temático III

Geometria e Medidas

Tema 7: Semelhança e Trigonometria

Sugestões de atividades

- Utilizar maquetes ou plantas de casas.
- Utilizar “softwares” de geometria dinâmica ou dobraduras para ilustrar os teoremas.
- Fazer medições indiretas utilizando semelhança de triângulos, por exemplo, altura de montanhas, prédios, distâncias intergalácticas.
- Ilustrar a utilização de semelhança de triângulos na arte.
- Propor que os alunos desenvolvam projetos para a contextualização histórica do uso da semelhança de triângulos, produzindo materiais que possam ser divulgados em eventos para a comunidade escolar ou não.
- Propor que os alunos desenvolvam projetos para a contextualização histórica do uso da semelhança de triângulos, produzindo materiais que possam ser divulgados em eventos para a comunidade escolar.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para analisar e decompor grandezas vetoriais em relação a dois eixos. Exemplo: decompor uma força que atua sobre um objeto em um plano inclinado.

Tema 8: Geometria Analítica

- Utilização de papel quadriculado para traçado de gráficos em experimentos.
- Utilizar o plano cartesiano para representar dados estatísticos.
- Propor outras questões de representações e mapas, tais como os sistemas de coordenadas usados em radares ou na navegação.
- Usar o plano cartesiano para fazer estimativas de áreas de figuras planas.
- Usar o plano cartesiano para fazer o traçado aproximado de mapas.
- Prever os possíveis números de interseções entre retas e circunferências, antes de resolver o problema algebricamente.
- Usar o plano cartesiano para obter propriedades de figuras planas, por exemplo, classificação de triângulos, determinação de pontos notáveis de um triângulo.
- Explorar a simetria de figuras no plano cartesiano.

Tópicos 2º Ano

Eixo Temático IV

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 9: Contagem

- Abordar situações-problema mais complexas utilizando a estratégia de partir de situações mais simples, que envolvam um número menor de alternativas.
- Contagem de comissões (com e sem indivíduos distinguidos) formadas a partir de um grupo de pessoas.
- Calcular o número de cartões distintos que podem ser feitos na Mega-Sena, Quina, loteria esportiva, etc.
- Apresentar situações em que o aluno tenha que calcular a quantidade de comissões que podem ser formadas a partir de um grupo de pessoas, com e sem condições adicionais.

Tema 10: Probabilidade

- Relacionar o cálculo de probabilidades com os princípios de contagem.
- Calcular a probabilidade da união e da interseção de dois eventos de probabilidade conhecida.
- Calcular a chance de ganhar em um jogo da Mega-Sena, loteria esportiva, de obter uma determinada nota em uma prova de múltipla escolha, marcando-se as alternativas ao acaso, etc.
- Utilizar situações envolvendo probabilidades em outras áreas, como, por exemplo, em genética.
- Utilizar informações sobre saúde, meio ambiente, ciências sociais veiculadas em revistas e jornais que envolvem fenômenos probabilísticos.
- Repassar os conceitos de eventos aleatórios e determinísticos (ver sugestões para o tema 3).

Eixo Temático V

Funções Elementares e Modelagem

Tema 11: Funções

- Manter um jornal mural de problemas, trazidos pelos alunos, que possam ser tratados com o uso do conceito de função.
- Utilizar recursos computacionais para esboçar gráficos de funções do primeiro, do segundo grau e da função logarítmica.
- Discutir problemas que envolvam a questão da taxa de variação através da análise de notícias que falam de crescimento rápido ou lento, desaceleração.
- Propor pesquisa sobre aplicações da função logarítmica para modelar fenômenos, por exemplo, na relação entre intensidade de um terremoto e a quantidade de energia liberada por ele; luminosidade de uma estrela em relação ao seu brilho.
- Apresentar situações cujos modelos são dados por desigualdades.
- Utilizar a soma dos termos de uma PA ou PG para fazer estimativas. Um exemplo no caso de PG é o seguinte: Se a cada mês uma árvore crescesse de forma que sua altura em um mês fosse o dobro da altura do mês anterior, calcular a altura dessa árvore ao final de 2 anos.
- Propor situações que envolvam grandezas cujas relações possam ser modeladas por um sistema de equações lineares. Exemplos: Fornecer as quantidades e tipos de vitaminas em determinadas frutas. Pedir o número de frutas necessárias para se obter uma certa quantidade de vitaminas de cada tipo.
- Discutir métodos de resolução de sistemas de equações lineares.
- Resolver e interpretar geometricamente um sistema de equações lineares.

Eixo Temático VI

Geometria e Medidas

Tema 12: Semelhança e Trigonometria

- Utilizar “softwares” de geometria (por exemplo, o Z.u.L.) ou com papelão, sobre o qual desenha-se um círculo de raio 1, palito (como raio) que deve estar atado ao centro por um prego (de forma a permitir que o palito possa girar), linha presa à extremidade do palito e um pequeno peso na outra extremidade, marcar uma escala ou colocar uma régua graduada sobre dois diâmetros perpendiculares (que funcionarão como o eixo das abscissas e o das ordenadas). Isso permitirá introduzir o conceito das funções seno e cosseno, calcular os valores de senos, cossenos e tangentes de alguns ângulos notáveis e avaliar outros, estudar o sinal das funções seno, cosseno e tangente, intervalos em que elas são crescentes ou decrescentes e seus períodos.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para estudo do movimento circular uniforme e cálculo de distâncias.

Tema 13: Geometria Analítica

- Prever os possíveis números de interseções entre retas e circunferências, antes de resolver o problema algebricamente e calcular as interseções, certificando-se que o número obtido era o esperado.
- Reconhecer que um ponto dado é interior, exterior ou pertence a uma circunferência a partir das coordenadas do ponto e da equação da circunferência ou do centro e raio dela.
- Usar o plano cartesiano para obter propriedades de figuras planas, por exemplo, classificação de triângulos, determinação de pontos notáveis de um triângulo (por exemplo, baricentro, ortocentro, circuncentro).

Tema 14: Geometria Métrica e de Posição

- Utilizar modelos feitos de canudos ou papelão na exploração de propriedades de figuras tridimensionais e seus elementos. Algumas dessas figuras podem ser confeccionadas pelos próprios alunos, que terão oportunidade de identificar propriedades características da figura a ser construída. Podem ser explorados, por exemplo, a fórmula de Euler, as posições relativas entre retas, entre retas e planos e entre planos no espaço.
- Identificar simetrias nos sólidos platônicos, que podem ser confeccionados pelos alunos ou pelo professor.
- Propor a confecção de um painel com ilustrações de sólidos geométricos, que ocorrem na natureza.
- Apresentar uma figura tridimensional e pedir sua planificação e vice-versa.
- Pedir para calcular o preço para se construir uma caixa retangular, conhecendo-se preço do centímetro quadrado (ou em outra unidade de área) do material a ser utilizado para confeccioná-la.
- Calcular o volume de sólido mergulhando-o completamente em um recipiente com água e comparando o resultado com a fórmula que fornece seu volume.

Tópicos 3º Ano

Eixo Temático VII

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 15: Números

- Propor problemas que envolvam a resolução de equações de segundo grau com discriminante negativo.
- Representar geometricamente, no plano complexo, as operações de adição e multiplicação, bem como a conjugação, relacionando-as com simetrias, rotações e semelhança. Dar ênfase à geometria que acompanha os números complexos.

Tema 16: Contagem

- Propor problemas de contagem que envolvam situações sobre pessoas sentadas em mesas circulares, crianças em rodas gigantes, etc.
- Calcular o número de cartões distintos que podem ser feitos na Mega-Sena, Quina, loteria esportiva, etc.
- Construir o triângulo de Pascal a partir da relação de Stieffel.
- Localizar e discutir padrões no triângulo de Pascal.
- Interpretar combinatorialmente propriedades dos coeficientes binomiais.

Tema 17: Probabilidade

- Relacionar o cálculo de probabilidades com os princípios de contagem.
- Utilizar simulações para estimar probabilidades como, por exemplo, o problema dos bodes e do carro (ver Revista do professor de Matemática SBM Número 36).
- Calcular a probabilidade da união e da interseção de dois eventos de probabilidade conhecida.
- Calcular a probabilidade de se ganhar em um jogo da Mega-Sena, de obter uma determinada nota em uma prova de múltipla escolha, marcando-se as alternativas ao acaso, etc.

- Utilizar situações envolvendo probabilidades em outras áreas, como, por exemplo, em genética.
- Utilizar informações sobre saúde, meio ambiente, ciências sociais veiculadas em revistas e jornais que envolvem fenômenos probabilísticos.
- Repassar os conceitos de eventos aleatórios e determinísticos (ver sugestões para o tema 3).

Tema 18: Estatística

- Apresentar situações em que os alunos devem decidir sobre o número (média) mais adequado para representar um conjunto de dados.

Eixo Temático VIII **Funções Elementares e Modelagem**

Tema 19: Funções

- Propor situações que envolvam funções que apresentam periodicidade. Exemplos: ondas senoidais, movimento de rotação em torno de um ponto (Roda gigante, satélites).
- Propor situações-problema que envolvam o cálculo da amplitude, frequência e o período de uma onda senoidal.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para analisar movimentos ondulatórios e circular uniforme.

Tema 20: Matemática Financeira

- Fazer estimativas de dívidas e de rendimentos em diversas situações de juros.
- Buscar em revistas, jornais ou lojas com anúncios de venda de bens como computadores, televisores, etc; para que os alunos calculem a taxa mensal de juros cobrada, ou para que calculem os valores das prestações.
- Utilização de calculadoras ou de computadores para elaborar planilhas de amortização. Seria também interessante que os alunos elaborassem planilhas eletrônicas.

Eixo Temático IX

Geometria e Medidas

Tema 21: Semelhança e Trigonometria

- Propor atividades de pesquisas mostrando a motivação histórica da extensão da trigonometria no triângulo retângulo ao círculo trigonométrico.
- Utilizar a lei dos cossenos no cálculo de distância entre astros; problemas de navegação; relação entre as velocidades escalar e angular, estudo de ondas senoidais.
- Utilizar a lei dos senos.

Tema 22: Construções Geométricas

- As construções geométricas proporcionam uma oportunidade para o desenvolvimento de habilidades relacionadas com interpretação, escrita, organização e formalização, além de propiciar o desenvolvimento da criatividade do aluno.
- Desenvolver estratégias e métodos para efetuar construções geométricas com régua e compasso desenho geométrico.
- Utilizar “softwares” de geometria para a construção, análise e formulação de observações de fatos geométricos.
- Destacar as propriedades das figuras planas utilizadas nas construções geométricas.
- Desenvolver atividades que levem os alunos à confecção de ferramentas não convencionais para resolução de problemas práticos ou teóricos de construção geométrica. Fazer uma análise crítica da adequação dessas ferramentas à solução do problema.
- Utilizar fatos da geometria plana para demonstrar propriedades de lugares geométricos. Exemplo: lugares geométricos construídos com diversos instrumentos convencionais ou não.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para estudo das leis de Kepler; da ótica geométrica.

Tema 23: Geometria Analítica

- Apresentar demonstrações de fatos geométricos utilizando a geometria analítica.
- Apresentar, por exemplo, a demonstração de que as três mediatrizes de um triângulo encontram-se em um mesmo ponto, utilizando um sistema de equações lineares formado pelas equações das mediatrizes; as diagonais de um paralelogramo cortam-se ao meio.
- Obter propriedades de reflexão da parábola a partir da equação cartesiana da parábola.
- Obter resultados de geometria utilizando vetores como, por exemplo, o segmento que une os pontos médios dos lados de um triângulo é paralelo e vale a metade do terceiro lado.

Tema 24: Geometria de Posição no Espaço

- Construir modelos, por exemplo, em sabão, e efetuar cortes para analisar as seções obtidas.

Tema 25: Geometria Métrica

- Utilizar pilhas de discos feitos em madeira ou papelão para formarem sólidos de mesma altura e com as respectivas seções de mesma área.

Bibliografia

PCN+ Ensino Médio. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, MEC. (e referências nele contidas).

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN] para a área de Matemática no ensino fundamental (www.mec.gov.br/sef/estruct2/pcn/pdf/matematica.pdf)

REVISTA do Professor de Matemática (RPM) publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) - RP BIBLIOGRAFIA

PCN+ Ensino Médio. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, MEC. (e referências nele contidas).

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN] para a área de Matemática no ensino fundamental (www.mec.gov.br/sef/estruct2/pcn/pdf/matematica.pdf)

REVISTA do Professor de Matemática (RPM) publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) - RPM - IME - USP - Caixa postal 66281 - CEP 05 311-970 - , que contém tanto artigos de discussão sobre questões de ensino quanto sugestões e relatos de experiências em salas de aula.

LINDQUIST, Mary Montgomery e Shulte, Albert P., organizadores. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Atual Editora, 1994.

MACHADO, N.J. et al, **Vivendo a Matemática**. Editora Scipione.

GIONGO, Affonso Rocha. **Construções Geométricas**. Editora Nobel.

IFRAH, G.; **Os números: A história de uma grande invenção**, Ed. Globo, 1989.

KRULIK, S.Reys.F; **A resolução de Problemas na matemática escolar**, Atual, 1998.

LIMA, E. L et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) Coleção do Professor de Matemática, Três volumes.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM). Col. do Professor de Matemática.

BARBOSA J. L., **Geometria Euclidiana Plana**. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM). Col. do Professor de Matemática.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Editora Edgard Blücher LTDA, 1974.

Software Cabri-géomètre de geometria dinâmica.

MORGADO, A . C . et al, **Análise Combinatória e Probabilidade**, SBM, Col. do Professor de Matemática.

Software gratuito de geometria dinâmica de geometria dinâmica Z.n.L. (ou C.a.R.)

SANTOS, J. P. O. , **Introdução à Análise Combinatória**, Ed. UNICAMP.

HAZAN, S. **Fundamentos de Matemática Elementar**, ed. Atual.

Coleção O prazer da Matemática, ed. Gradiva, Portugal.

Coleção Ciência Aberta, ed. Gradiva, Portugal.

Polya, G. **Mathematical Discovery: on understanding, learning in teaching problem solving**, John Wiley, 1981.

SCHOENFELD, A. **Mathematical Problem Solving**, Ac. Press, N.York.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas. Sociedade Brasileira de Matemática**
Col.do Professor de Matemática.

Morgado, Augusto Cesar e outros, **Progressões e Matemática Financeira**, SBM, Col. do Professor de Matemática.

Lista de sites interessantes para os professores de Matemática, RPM, 41, 1999.

<http://standards.entcm.org>

www.teacherlink.org/content/math

www.enc.org

www.mathforum.org

www.geom.umn.edu

www.sbm.br

www.mathmistakes.com

www.m-a.org.uk/

www.obm.org.br

M - IME - USP - Caixa postal 66281 - CEP 05 311-970 - , que contém tanto artigos de discussão sobre questões de ensino quanto sugestões e relatos de experiências em salas de aula.

www.mat.ufmg.br/apefm

www.obmep.org.br