

# RELATÓRIO PEDAGÓGICO

## 2014 SARESP

### MATEMÁTICA

---

500

---

475

---

450

---

425

---

400

---

375

---

350

---

325

---

300

---

275

---

250

---

225

---

200

---

175

---

150

---

125

---

100

---

75

---

50

---

25

---

# GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

## **Governador**

Geraldo Alckmin

## **Secretário da Educação**

Herman Jacobus Cornelis Voorwald

## **Secretário-Adjunto**

Cleide Bauab Eid Bochixio

## **Chefe de Gabinete**

Fernando Padula Novaes

## **Subsecretaria de Articulação Regional (SAREG)**

Raquel Volpato Serbino

## **Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA)**

Olavo Nogueira Batista Filho

## **Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB)**

Ghisleine Trigo Silveira

## **Coordenadoria de Gestão de Recursos Humanos (CGRH)**

Cleide Bauab Eid Bochixio - Secretária Adjunta - Respondendo pelo expediente da CGRH

## **Coordenadoria de Orçamentos e Finanças (COFI)**

Cláudia Chiaroni Afuso

## **Coordenadoria de Infraestrutura e Serviços Escolares (CISE)**

Célia Regina Guidon Falótico

## **Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Professores do Estado de São Paulo “Paulo Renato Costa Souza” (EFAP)**

Irene Kazumi Miura

## **Execução: Fundação Vunesp**

Rodrigo de Souza Bortolucci

Maria Eliza Fini

Ligia Maria Vettorato Trevisan

Tânia Cristina Arantes Macedo de Azevedo

## **Leitura Crítica: CGEB**

### **Anos Iniciais do Ensino Fundamental**

Fabiana Cristine Porto dos Santos

Renata Rossi Fiorim Siqueira

### **Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio**

Djalma de Oliveira Bispo Filho

João dos Santos Vitalino

Otávio Yoshio Yamanaka

Vanderley Aparecido Cornatione

**Secretaria da Educação do Estado de São Paulo**

Praça da República, 53

01045-903 – Centro – São Paulo – SP

Telefone: (11) 3218-2000

[www.educacao.sp.gov.br](http://www.educacao.sp.gov.br)

# RELATÓRIO PEDAGÓGICO

## 2014 SARESP

### MATEMÁTICA

---

500

---

475

---

450

---

425

---

400

---

375

---

350

---

325

---

300

---

275

---

250

---

225

---

200

---

175

---

150

---

125

---

100

---

75

---

50

---

25

---



# APRESENTAÇÃO

---

Caros Professores e Gestores,

Avaliações externas de acompanhamento e monitoramento da qualidade da educação nas diversas redes de ensino, já se incorporaram às práticas das escolas brasileiras em seus diferentes níveis de atendimento.

Especialmente, nosso Estado, participa de avaliações internacionais, nacionais e, ainda, promove a avaliação externa da Educação Básica por meio do SARESP, cujas características asseguram a identidade de processo avaliativo de sistema em larga escala, orientado por uma matriz de referência que faz interlocução com o Currículo do Estado de São Paulo e tem fornecido, ao longo das edições, contínuas informações sobre o desempenho das escolas, permitindo o acompanhamento periódico da sua evolução.

Na edição de 2014 tivemos a inclusão do 3º ano do Ensino Fundamental na mesma escala dos demais subsequentes, ancorada no Saeb, após devida equalização. Essa inovação, introduzida neste ano, constitui ação inédita nas avaliações de sistema em larga escala destinadas aos Anos Iniciais.

A divulgação e análise dos resultados do SARESP adquire especial importância pois o conhecimento e discussão das suas informações deverão inspirar ações de melhoria nos projetos – em âmbito central, regional e local – e aperfeiçoar as atividades de formação continuada, aprimorando o conjunto das políticas públicas.

Os Relatórios Pedagógicos, ao analisarem e explicitarem os resultados da avaliação realizada, por meio de interpretações e orientações pedagógicas, propiciam também às escolas um olhar para seu processo de ensino-aprendizagem e sua proposta pedagógica, baseado em dados objetivos e realizando cotejamentos e análises para tomadas de decisão na esfera de sua governabilidade.

Dessa forma cada instância, nas suas esferas de gestão, devem acompanhar e apoiar as atividades necessárias e fundamentais, para que juntas – Escolas – Diretorias de Ensino – Coordenadorias – Secretarias Municipais – Secretaria de Estado – prossigam no aprimoramento de programas e projetos destinados à Educação Básica, com vistas à constante melhoria da qualidade da educação ofertada aos alunos paulistas.

**Herman Voorwald**

Secretário da Educação do Estado de São Paulo



# SUMÁRIO

---

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	VII
<b>PARTE I – DADOS GERAIS</b> .....	1
1. – O SARESP 2014 .....	1
1.1. – Características Gerais .....	3
1.2. – Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência .....	5
2. – PROVAS .....	7
3. – ABRANGÊNCIA DO SARESP 2014 .....	11
<b>PARTE II – RESULTADOS DO SARESP 2014 – REDE ESTADUAL DE ENSINO</b> .....	15
1. – 2º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....	17
2. – 3º, 5º, 7º e 9º Anos do Ensino Fundamental e 3ª Série do Ensino Médio .....	21
2.1. – Níveis de Proficiência em Matemática .....	26
2.2. – Resultados Comparativos do SARESP com a Prova Brasil/Saeb – Rede Estadual .....	28
<b>PARTE III – ANÁLISE PEDAGÓGICA DOS RESULTADOS</b> .....	31
1. – PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SARESP – MATEMÁTICA .....	33
1.1. – A Matriz de Referência para Avaliação (MRA) .....	35
1.2. – Análise dos Resultados da Avaliação .....	41
1.3. – Sobre a Análise de Itens .....	42
2. – PERFIL DAS PROVAS DE MATEMÁTICA NO SARESP 2014 .....	45
3. – ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ALUNOS EM MATEMÁTICA POR ANO/SÉRIE E NÍVEL DE PROFICIÊNCIA .....	49
3.1. – A Matemática no 5º Ano do Ensino Fundamental .....	51
3.1.1. – Análise do Desempenho por Nível no 5º Ano do Ensino Fundamental .....	60
3.1.2. – Desempenho em Itens de Ligação – 5º Ano do Ensino Fundamental .....	73
3.2. – A Matemática no 7º Ano do Ensino Fundamental .....	75
3.2.1. – Análise do Desempenho por Nível no 7º Ano do Ensino Fundamental .....	83
3.2.2. – Desempenho em Itens de Ligação – 7º Ano do Ensino Fundamental .....	98
3.3. – A Matemática no 9º Ano do Ensino Fundamental .....	101
3.3.1. – Análise do Desempenho por Nível no 9º Ano do Ensino Fundamental .....	110
3.3.2. – Desempenho em Itens de Ligação – 9º Ano do Ensino Fundamental .....	124
3.4. – A MATEMÁTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO .....	127
3.4.1. – Análise do Desempenho por Nível na 3ª Série do Ensino Médio .....	135
3.4.2. – Desempenho em Itens de Ligação – 3ª Série do Ensino Médio .....	152
4. – CONSIDERAÇÕES SOBRE O SARESP: UMA REFLEXÃO AO LONGO DOS ANOS .....	155
4.1. – 5º Ano do Ensino Fundamental .....	157
4.2. – 7º Ano do Ensino Fundamental .....	160
4.3. – 9º Ano do Ensino Fundamental .....	162
4.4. – 3ª Série do Ensino Médio .....	164
5. – PALAVRAS FINAIS .....	167
6. – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	171

<b>ANEXOS</b> .....	175
Escala de Proficiência de Matemática .....	177
Descrição da Escala de Matemática – SARESP 2014 .....	178
Os Alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental .....	179
Os Alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental .....	187
Os Alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental .....	196
Os Alunos da 3ª Série do Ensino Médio .....	204

# INTRODUÇÃO

---

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP realizou, em 2014, a 17ª edição do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – SARESP, caracterizada como uma avaliação externa da Educação Básica, aplicada desde 1996.

O SARESP tem como finalidade fornecer informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade básica na rede pública de ensino paulista, capazes de orientar os gestores do ensino no monitoramento das políticas voltadas para a melhoria da qualidade da educação.

Em 2014, a avaliação envolveu os alunos do 2º, 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF) e da 3ª série do Ensino Médio (EM) da rede pública estadual, contemplando as áreas de Língua Portuguesa, Redação, Matemática, Ciências e Ciências da Natureza – Biologia, Física e Química.

Além das 5.040 escolas estaduais, a edição do SARESP 2014 contou com a adesão voluntária de 3.417 escolas de 545 municípios paulistas, cujas despesas de participação ficaram, uma vez mais, sob a responsabilidade do Governo do Estado de São Paulo, e abrangeu também as escolas particulares, representadas por 203 instituições particulares de ensino, sendo 172 escolas da rede de ensino do SESI, que participaram da avaliação às suas próprias expensas. O Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza participou com 190 escolas técnicas, distribuídas em 144 municípios.

A operacionalização do SARESP 2014 ficou, pelo quinto ano consecutivo, sob a responsabilidade da Fundação para o Vestibular da UNESP – VUNESP, instituição pública, com personalidade jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, criada em 26 de outubro de 1979 pelo Conselho Universitário da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP.

Da aplicação do SARESP, resultam diferentes produtos: boletins e relatórios de desempenho, relatórios técnicos e relatórios pedagógicos, destinados a atender finalidades específicas, sendo importante destacar o diagnóstico dos resultados das ações da gestão pedagógica, que permite a avaliação e o redirecionamento de programas em andamento bem como a concepção de novas estratégias para promoção da educação de qualidade.

Os relatórios pedagógicos do SARESP são organizados com a finalidade de oferecer aos professores e aos gestores de escolas o diagnóstico do estágio de desenvolvimento do processo educacional que vem sendo executado nas escolas públicas estaduais paulistas. Nos relatórios pedagógicos, as informações e dados são distribuídos em três partes:

**Parte I – Dados Gerais:** apresenta informações básicas sobre o SARESP 2014, os instrumentos utilizados no processo de avaliação e sua abrangência.

**Parte II – Resultados do SARESP 2014:** apresenta os resultados gerais relativos ao componente curricular objeto do relatório nos anos/série da rede estadual. Sempre que oportuno, o capítulo apresenta dados da comparação de resultados do SARESP 2014 com outras edições dessa avaliação ou com outras avaliações nacionais de larga escala.

**Parte III – Análise Pedagógica dos Resultados:** aborda, no componente curricular em foco no relatório, aspectos pedagógicos envolvidos na avaliação, princípios curriculares e aspectos da organização das matrizes de referência para a avaliação do SARESP. Sua essência está na análise do desempenho do alunado e na apresentação, análise e discussão pedagógica de exemplos de itens selecionados das provas aplicadas. Em relação à expressão “itens selecionados”, é oportuno ressaltar que os exemplos possuem propriedades estatísticas que permitem classificá-los como questões que melhor avaliam o desempenho na habilidade investigada e melhor discriminam os alunos dos grupos com menor e maior desempenhos.

Os relatórios pedagógicos são parte das publicações anuais do SARESP, que compreendem também o Sumário Executivo, no qual são divulgados os resultados de todas as redes participantes do SARESP.

# **PARTE I – DADOS GERAIS**

## **1. – O SARESP 2014**

--

--

--

--



## 1.1. – CARACTERÍSTICAS GERAIS

---

A 17ª edição do processo de avaliação de rendimento escolar do estado de São Paulo, denominada SARESP 2014, consolidou a incorporação de uma série de mudanças destinadas a fortalecer a sintonia entre a avaliação e as prioridades educacionais da gestão da SEE.

Em relação às disciplinas avaliadas, a execução e a apuração dos resultados de 2014 do SARESP têm como características básicas:

- uso da metodologia de Blocos Incompletos Balanceados (BIB) na montagem das provas do 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, o que permite utilizar um grande número de itens por ano/série e por componente curricular avaliado e classificar com maior amplitude os níveis de desempenho dos alunos em relação ao desenvolvimento de competências e habilidades;
- avaliação do 2º ano do Ensino Fundamental por meio de itens de resposta construída pelos alunos e seus resultados descritos em quatro níveis de desempenho, em Língua Portuguesa e em Matemática, que expressam o estágio de desenvolvimento da alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática, em crianças de 7 anos de idade;
- avaliação do 3º ano do Ensino Fundamental por meio de itens de múltipla escolha e de resposta construída pelos alunos e seus resultados descritos na escala do Saeb, como se faz tradicionalmente para a avaliação do 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio;
- avaliação do 7º ano do Ensino Fundamental da rede estadual por meio de uma amostra correspondente a 10% da população avaliada, estratificada por tipo de atendimento, Diretoria de Ensino (DE) e Região Metropolitana e, ainda, pela classificação das escolas quanto ao desempenho médio em Língua Portuguesa e em Matemática, garantindo assim uma amostra que represente o sistema que está sendo avaliado;
- a utilização da metodologia da Teoria da Resposta ao Item (TRI), em todos os anos e componentes curriculares avaliados, tanto em provas objetivas quanto nas provas de respostas construídas, que permite a comparação dos resultados obtidos no SARESP, ano a ano, possibilitando o acompanhamento da evolução dos indicadores de qualidade da educação;
- apresentação dos resultados do SARESP 2014, em Língua Portuguesa e em Matemática – 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio –, na mesma escala de desempenho da Prova Brasil/Saeb;
- diagnóstico do desempenho dos alunos da rede estadual em Ciências e em Ciências da Natureza - Biologia, Física e Química, análise e validação da escala de proficiência para cada área;
- apresentação de resultados por Região Metropolitana do Estado de São Paulo, com vistas à ampliação de informações para análise de desempenho regional;
- correção externa e *online* das provas de questões de resposta construída aplicadas aos alunos de 2º e 3º anos do Ensino Fundamental em Língua Portuguesa e Matemática;

- correção externa e online da prova de Redação, aplicada a uma amostra representativa de 10% do conjunto dos alunos dos anos/série avaliados selecionados segundo plano amostral;
- atuação de aplicadores externos à escola (à exceção do 2º e 3º anos do Ensino Fundamental) para garantir a necessária credibilidade aos resultados;
- presença de fiscais externos à escola para verificar e garantir a uniformidade dos padrões utilizados na aplicação;
- presença de apoios regionais nas Diretorias de Ensino e de agentes da Fundação VUNESP para dar suporte às redes de ensino participantes do SARESP;
- participação dos pais nos dias de aplicação das provas para acompanhar o processo avaliativo nas escolas.

## 1.2. – CLASSIFICAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA

---

As proficiências dos alunos da rede estadual de ensino de São Paulo, aferidas no SARESP 2014, foram, a exemplo dos anos anteriores, consideradas na mesma métrica do Saeb/Prova Brasil.

***A escala do SARESP:** Uma escala é uma maneira de medir resultados de forma ordenada e a escolha dos números que definem os pontos da escala de proficiência é arbitrária e construída com os resultados da aplicação do método estatístico de análise denominado Teoria da Resposta ao Item (TRI). Os resultados do SARESP utilizam a equalização e interpretação da escala do Saeb, completada pela amplitude oferecida pelos itens que melhor realizam a cobertura do Currículo implantado nas escolas estaduais, explicitada na Matriz de Referência da Avaliação do SARESP.*

Para interpretar a escala de proficiência dos alunos do 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, foram selecionados os pontos 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400 e 425, escolhidos a partir do ponto de nível de proficiência igual a 250, média do 9º ano do Ensino Fundamental no Saeb 1997, em intervalos de 25 pontos (meio desvio-padrão).

A Escala de Matemática é comum aos cinco anos/série avaliados no SARESP – 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.

A cada ano, com base nos resultados de desempenho dos alunos na prova SARESP, a escala é atualizada mediante a inclusão de novos descritores, extraídos de itens da prova cujas propriedades estatísticas permitem afirmar em que ponto da escala eles se situam. A interpretação pedagógica de cada um dos pontos da escala compõe um documento específico, intitulado Descrição das Escalas de Proficiência.

A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado nível dominam não só as habilidades associadas a esse nível mas também as proficiências descritas nos níveis anteriores – a lógica é a de que quanto mais o estudante caminha ao longo da escala mais habilidades ele terá desenvolvido.

Os pontos da escala do SARESP, por sua vez, são agrupados em quatro níveis de proficiência – **Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado** – definidos a partir das expectativas de aprendizagem estabelecidos para cada ano/série e componente curricular no Currículo do Estado de São Paulo, descritos nos quadros a seguir.

**Quadro 1. – Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP**

<b>Classificação</b>	<b>Níveis de Proficiência</b>	<b>Descrição</b>
<b>Insuficiente</b>	Abaixo do Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
<b>Suficiente</b>	Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, das competências e das habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente.
	Adequado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
<b>Avançado</b>	Avançado	Os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, das competências e das habilidades acima do requerido para o ano/série escolar em que se encontram.

O quadro apresentado a seguir reúne informações sobre os intervalos de pontuação que definem os níveis de proficiência em Matemática, para os anos/série avaliados.

**Quadro 2. – Níveis de Proficiência em Matemática – SARESP**

<b>Níveis de Proficiência</b>	<b>3º EF</b>	<b>5º EF</b>	<b>7º EF</b>	<b>9º EF</b>	<b>3ª EM</b>
<b>Abaixo do Básico</b>	< 150	< 175	< 200	< 225	< 275
<b>Básico</b>	150 a < 200	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
<b>Adequado</b>	200 a < 250	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
<b>Avançado</b>	≥ 250	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

## 2. – PROVAS



## 2. – PROVAS

As provas do SARESP 2014 foram organizadas de modo a contemplar as características básicas das edições anteriores do SARESP.

A avaliação censitária abrangeu alunos do 2º, 3º, 5º, e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, com diferentes instrumentos (provas). Atendendo aos requisitos do Projeto Básico SARESP 2014, a avaliação do 7º ano do Ensino Fundamental na rede estadual da SEE/SP foi realizada por amostragem. Provas com letras ampliadas ou em braille, destinadas a atender aos alunos deficientes visuais, foram elaboradas por disciplina e ano/série avaliados.

O quadro seguinte sintetiza os diferentes tipos de cadernos de prova estruturados para o SARESP 2014.

**Quadro 3. – Composição de Provas do SARESP 2014**

	Prova	Quantidade de Cadernos	Questões por Caderno	Número Total de Questões	Tipo de Prova
<b>2º Ano EF</b>	Língua Portuguesa	2 (M e T)	6	6	Resposta aberta
	Matemática	2 (M e T)	15	15	Resposta aberta
<b>3º Ano EF</b>	Língua Portuguesa	2 (M e T)	11	11	Resposta aberta + Objetiva
	Matemática	2 (M e T)	18	18	Resposta aberta + Objetiva
<b>5º ano EF</b>	Língua Portuguesa	26	24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa
<b>7º ano EF</b>	Língua Portuguesa		24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Ciências		16	56	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa
<b>9º ano EF</b>	Língua Portuguesa		24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Ciências		16	56	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa
<b>3ª série EM</b>	Língua Portuguesa		24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Ciências da Natureza		16	56	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa

Legenda: M – manhã  
T – tarde

Na composição das provas do SARESP 2014, foram utilizados:

- itens selecionados de avaliações anteriores do SARESP e itens comuns com o Saeb/Prova Brasil, chamados itens de ligação;
- itens de resposta aberta (resposta construída pelo aluno), de Língua Portuguesa e Matemática, para 2º e 3º anos do Ensino Fundamental, elaborados por especialistas contratados pela VUNESP;
- itens SARESP de múltipla escolha, elaborados e pré-testados pela Fundação VUNESP.

Todos os instrumentos de medida aplicados no SARESP 2014 foram validados por equipes da Secretaria de Estado da Educação, designadas pela Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB) e Coordenadoria de Informação e Monitoramento da Avaliação (CIMA).

## **3. – ABRANGÊNCIA DO SARESP 2014**

--

--

--

--



### 3. – ABRANGÊNCIA DO SARESP 2014

A participação na avaliação do SARESP 2014 foi estendida às escolas das redes municipal e particular por meio de adesão. Foi prevista a participação de 2.147.929 alunos na aplicação da edição 2014 do SARESP, sendo de 88,6% a média de participação.

A rede estadual corresponde a 60,7% do total dos alunos, distribuídos em 5.040 escolas. Na edição do SARESP 2014, a adesão de redes municipais resultou na participação de estabelecimentos localizados em 545 municípios paulistas.

As redes municipais correspondem a cerca de 36,0% do total de alunos, distribuídos em 3.417 escolas.

Na edição do SARESP 2014 participaram 190 Escolas Técnicas Estaduais – ETE – administradas pelo Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza e vinculadas à Secretaria Estadual de Desenvolvimento do Estado de São Paulo, presentes em 144 municípios paulistas.

Foram 203 as escolas particulares participantes do SARESP 2014 e nesse grupo a maior proporção é constituída por escolas vinculadas ao SESI – Serviço Social da Indústria, totalizando 172 escolas.

A Tabela 1 apresenta dados relativos à participação de alunos e escolas na edição do SARESP de 2014.

**Tabela 1. – Participação dos Alunos por Rede de Ensino e Dia de Aplicação**

Rede de Ensino	1º dia			2º dia		Escolas	Municípios
	Previsto	Participante	%	Participante	%		
<b>Estadual</b>	1.304.288	1.136.580	87,1	1.109.986	85,1	5.040	644
<b>ETE</b>	20.977	18.297	87,2	17.137	81,7	190	144
<b>Municipal</b>	770.654	699.904	90,8	700.448	90,9	3.417	545
<b>Particular</b>	52.010	48.361	92,9	47.767	91,8	203	115
<b>Total</b>	<b>2.147.929</b>	<b>1.903.142</b>	<b>88,6</b>	<b>1.875.338</b>	<b>87,3</b>	<b>8.850</b>	



# **PARTE II – RESULTADOS DO SARESP 2014 – REDE ESTADUAL DE ENSINO**

## **1. – 2º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**




# RESULTADOS DO SARESP 2014 PARA A REDE ESTADUAL DE ENSINO

---

Os resultados da 17ª edição do SARESP para as escolas da rede estadual administradas pela Secretaria Estadual da Educação/SP foram agrupados, segundo a recomendação da SEE/SP, em regiões metropolitanas e interior, da seguinte forma<sup>1</sup>:

- Região Metropolitana de São Paulo – RMSP;
- Região Metropolitana da Baixada Santista – RMBS;
- Região Metropolitana de Campinas – RMC;
- Região Metropolitana do Vale do Paraíba e Litoral Norte – RM Vale;
- Interior – Interior.

## 1. – 2º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

---

Dando continuidade ao procedimento adotado na edição anterior do SARESP, a avaliação de Língua Portuguesa e Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental foi realizada em 2014 como mecanismo que se alinha ao compromisso assumido pelo Estado de São Paulo para a Educação Fundamental ao definir, como meta a ser alcançada a partir de 2013, a plena alfabetização dos estudantes até os 7 anos de idade. Nesse contexto, a avaliação, pelo SARESP, do desempenho dos alunos ao final do 2º ano do Ensino Fundamental permite verificar a consecução daquele objetivo, bem como o cumprimento da meta, além de oferecer subsídios para o planejamento das políticas públicas de fomento ao desenvolvimento docente.

Na edição do SARESP 2014, as provas aplicadas para a avaliação dos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental guardam, uma vez mais, estreita relação estrutural com os instrumentos aplicados no 3º ano do Ensino Fundamental.

Além disso, as provas do SARESP aplicadas aos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental são compostas por questões de resposta construída pelo aluno, e ensejam a oportunidade de aferir a aprendizagem básica em leitura e, em especial, o desenvolvimento das habilidades de escrita das crianças matriculadas no 2º ano.

As provas de Matemática, respondidas pelos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, foram digitalizadas e corrigidas por especialistas. A metodologia de correção *online*, desenvolvida pela Fundação VUNESP envolveu 457 corretores especialmente treinados para assinalar o resultado de 6.058.907 itens de Matemática. Os resultados foram processados adotando-se a metodologia já bem estabelecida no campo de avaliações em larga escala, e que já é utilizada nos demais anos/série avaliados no SARESP, a Teoria da Resposta ao Item (TRI).

<sup>1</sup> <http://www.sdmetropolitano.sp.gov.br>

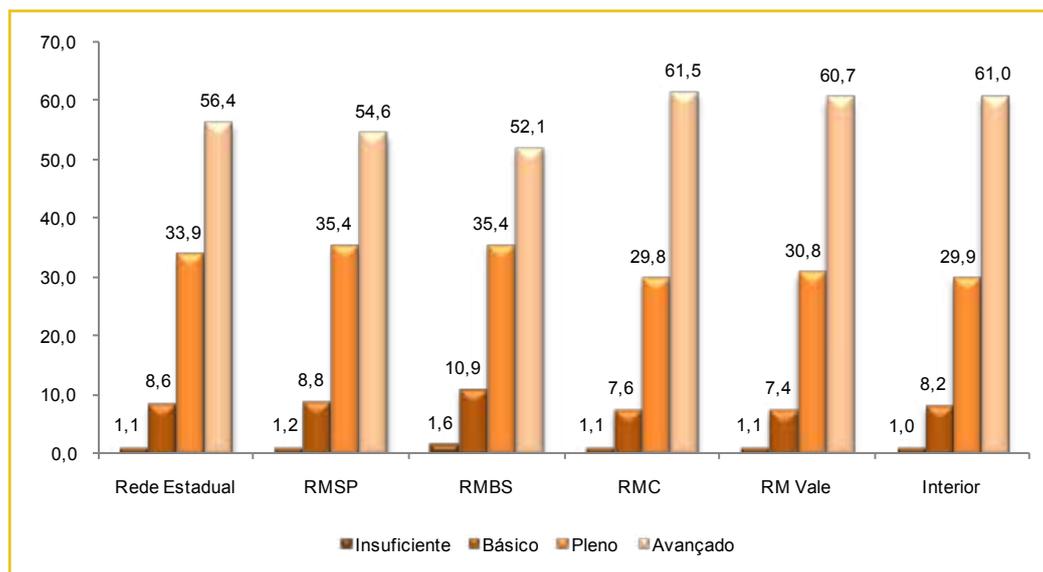
Com o processamento dos resultados pela TRI, as respostas dos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental foram agrupadas em quatro diferentes níveis de domínio das habilidades investigadas: Insuficiente, Básico, Pleno e Avançado, repetindo o procedimento adotado em 2013 para descrever as principais características do desempenho do 2º ano do Ensino Fundamental. As habilidades descritas em cada nível são cumulativas, o que significa, por exemplo, que um aluno classificado no nível Pleno, desenvolveu as habilidades compreendidas nos dois níveis anteriores.

A tabela seguinte descreve o que os alunos demonstraram ser capazes de fazer em cada nível, e indica o percentual de alunos por nível para Matemática, na rede estadual, no interior e nas regiões metropolitanas. A representação gráfica desses resultados está no Gráfico 1.

**Tabela 2. – Distribuição dos Alunos do 2º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2014**

Nível	Descrição	% de Alunos					
		Rede Estadual	RMSP	RMBS	RMC	RM Vale	Interior
<b>Insuficiente</b>	Os alunos classificados neste nível fazem a contagem dos elementos de uma coleção e identificam a regularidade de uma tabela de números, mas não demonstram ter desenvolvido conhecimentos sobre as regras do sistema de numeração decimal.	1,1	1,2	1,6	1,1	1,1	1,0
<b>Básico</b>	Os alunos classificados neste nível identificam dados apresentados em tabelas e gráficos de colunas simples e identificam formas geométricas em objetos criados pelo homem, mas ainda apresentam dificuldades a respeito de regras do sistema de numeração decimal.	8,6	8,8	10,9	7,6	7,4	8,2
<b>Pleno</b>	Os alunos classificados neste nível comparam escritas numéricas indicando o menor ou o maior em um dado conjunto de números, fazem leitura de informações em um calendário, calculam o resultado de uma adição sem reserva e resolvem problemas envolvendo uma adição cuja ideia é a de compor o total de objetos de duas coleções; identificam a localização de um objeto, indicando compreensão do significado de “vire à direita” ou “vire à esquerda”, e calculam o valor total de determinada quantia de cédulas e moedas.	33,9	35,4	35,4	29,8	30,8	29,9
<b>Avançado</b>	Os alunos classificados neste nível comparam quantidades de elementos de duas coleções e indicam a maior, calculam a diferença numérica entre as duas coleções, escrevem números da ordem de dezenas, demonstrando conhecer regras do sistema de numeração decimal, e resolvem situação-problema envolvendo subtração por meio de estratégias pessoais ou de técnicas convencionais.	56,4	54,6	52,1	61,5	60,7	61,0

**Gráfico 1. – Distribuição dos Alunos do 2º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2014 (em %)**



No SARESP 2014, dos resultados da prova de Matemática, que aferiu o estágio de desenvolvimento dos alunos de 2º ano do Ensino Fundamental quanto ao domínio de conceitos fundamentais sobre sistema de numeração decimal, operações, espaço e tratamento da informação, apurou-se que:

- 99,0% dos alunos identificam dados apresentados em tabelas e gráficos de colunas simples e identificam formas geométricas em objetos criados pelo homem, mas ainda apresentam dificuldades a respeito de regras do sistema de numeração decimal;
- 56,4% dos alunos classificam-se no nível Avançado, e nessa condição demonstram ser capazes de comparar quantidades de elementos de duas coleções e indicar a maior, calcular a diferença numérica entre duas coleções, escrever números da ordem de dezenas, demonstrando conhecer regras do sistema de numeração decimal, e resolver situação-problema envolvendo subtração por meio de estratégias pessoais ou de técnicas convencionais;
- o padrão de distribuição dos alunos segundo os níveis de desempenho por região geográfica revela que em todas as regiões os mais elevados percentuais concentram-se nos níveis Pleno e Avançado;
- nas Regiões Metropolitanas de Campinas, Vale do Paraíba e Litoral Norte e no Interior, o percentual de alunos no nível Avançado é mais alto que a média da rede estadual. Nas escolas da Região Metropolitana da Baixada Santista, estão os percentuais mais elevados de alunos nos níveis Insuficiente e Básico.



**2. – 3º, 5º, 7º E 9º ANOS DO  
ENSINO FUNDAMENTAL E  
3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**

---

---



## 2. – 3º, 5º, 7º E 9º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL E 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Os resultados da 17ª edição do SARESP para as escolas da rede estadual administradas pela Secretaria Estadual da Educação/SP foram agrupados, segundo a recomendação da SEE/SP, em regiões metropolitanas e interior, da seguinte forma:

- Região Metropolitana de São Paulo – RMSP;
- Região Metropolitana da Baixada Santista – RMBS;
- Região Metropolitana de Campinas – RMC;
- Região Metropolitana do Vale do Paraíba e Litoral Norte – RM Vale;
- Interior – Interior.

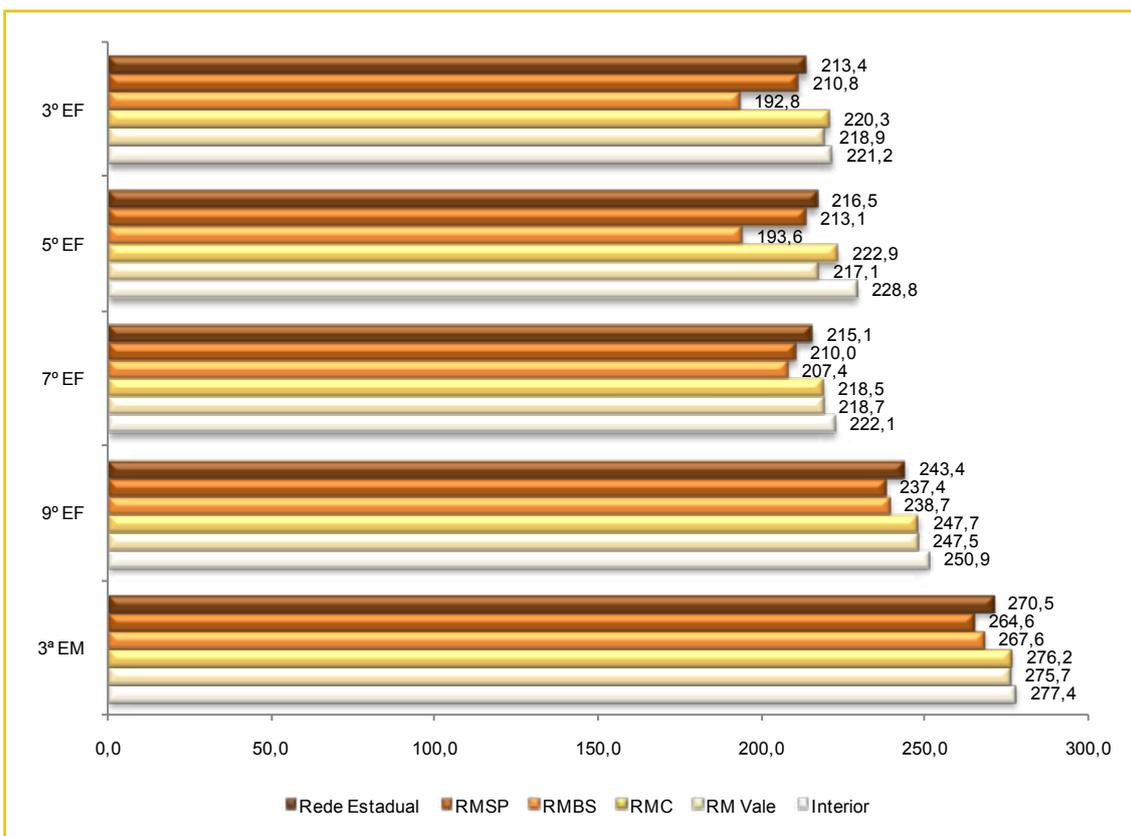
A Tabela 3 e o Gráfico 2 apresentam as médias de proficiência em Matemática, por anos/série avaliados, da Rede Estadual e por Região Metropolitana.

O Gráfico 3 apresenta a sequência histórica da evolução da média de proficiência dos anos/séries avaliados no SARESP e, no Gráfico 4, tem-se uma visão mais abrangente do distanciamento das médias de proficiência aferidas no SARESP 2014 em relação à expectativa dos níveis de proficiência Básico e Adequado para os anos/série avaliados.

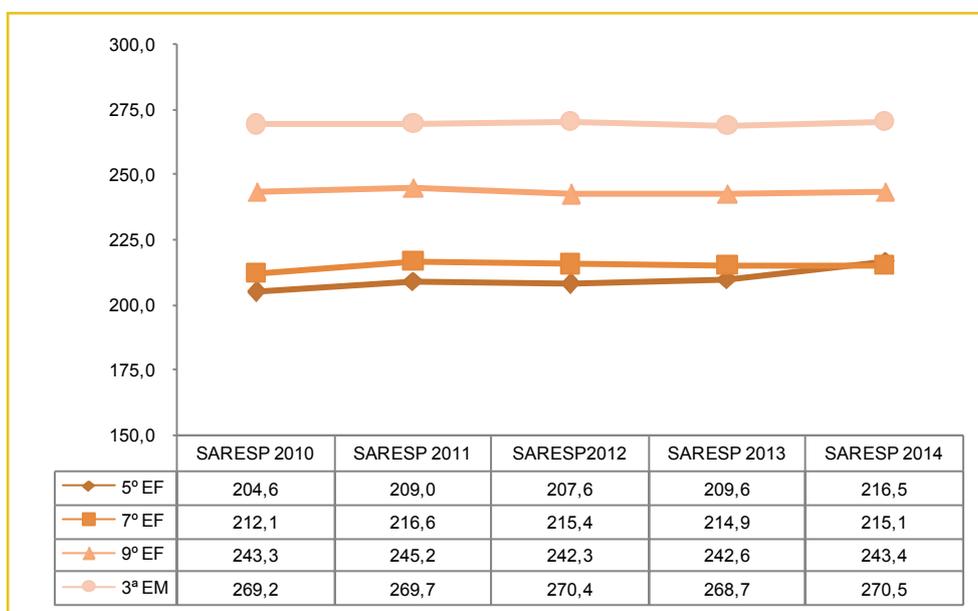
**Tabela 3. – Médias de Proficiência por Ano/Série**  
**Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2014**

	Rede Estadual	RMSP	RMBS	RMC	RM Vale	Interior
<b>3º EF</b>	213,4	210,8	192,8	220,3	218,9	221,2
<b>5º EF</b>	216,5	213,1	193,6	222,9	217,1	228,8
<b>7º EF</b>	215,1	210,0	207,4	218,5	218,7	222,1
<b>9º EF</b>	243,4	237,4	238,7	247,7	247,5	250,9
<b>3ª EM</b>	270,5	264,6	267,6	276,2	275,7	277,4

**Gráfico 2. – Médias de Proficiência por Ano/Série**  
**Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2014**



**Gráfico 3. – Evolução Temporal das Médias de Proficiência**  
**Matemática – Rede Estadual – SARESP 2010 a 2014**



**Gráfico 4. – Distanciamento das Médias de Proficiência Aferidas em Relação à Expectativa do Nível de Proficiência Adequado para os Anos/Série Avaliados Matemática – Rede Estadual – SARESP 2014**



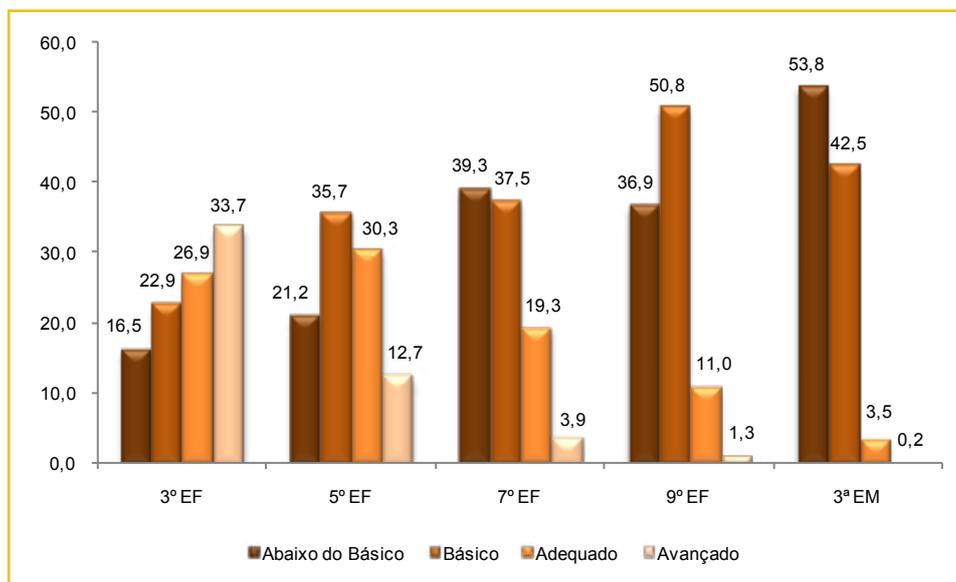
- *Em relação aos resultados da edição anterior, as médias de proficiência em Matemática, em todos os anos/série avaliados no SARESP 2014, são mais altas, sendo que o maior incremento foi registrado para o 5º ano do Ensino Fundamental.*
- *As médias de proficiência na rede estadual variam entre 192,8 (3º ano do EF - RMBS) e 277,4 (3ª série do EM - Interior), ou seja, uma evolução de 85 pontos na escala de nível de proficiência, sendo que a expectativa, nesse intervalo de 10 anos, é de 150 pontos, levando-se em consideração o nível Adequado.*
- *A média de proficiência do 3º ano do Ensino Fundamental situa-se no nível Adequado da escala adotada no SARESP.*
- *No SARESP 2014, em Matemática, as médias de proficiência em todos os anos/série da RMC, da RM Vale e do Interior são mais altas que as médias da RMSP e da RMBS e superam as médias da rede estadual.*
- *A medida que se avança nas séries/anos da escolaridade básica, vão aumentando as distâncias entre os resultados da avaliação e o nível adequado de desempenho.*

## 2.1. – NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA

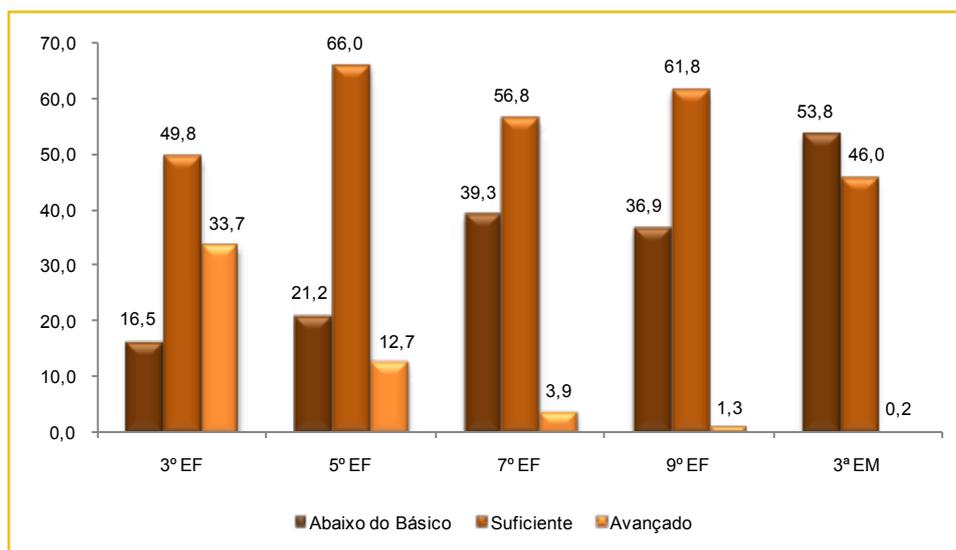
Os pontos da escala do SARESP são agrupados em quatro níveis de desempenho – **Abaixo do Básico**, **Básico**, **Adequado** e **Avançado** – definidos a partir das expectativas de aprendizagem e habilidades estabelecidas para cada série/ano e componentes curriculares avaliados no SARESP. Esses níveis são ainda agrupados em três classificações – **Insuficiente**, **Suficiente** e **Avançado**.

Os percentuais de desempenho dos alunos com proficiência situada em cada um desses quatro níveis de proficiência em Matemática e as correspondentes representações por níveis de proficiência agrupados são apresentados nos gráficos seguintes.

**Gráfico 5. – Percentuais de Alunos por Nível de Proficiência Matemática – Rede Estadual – SARESP 2014**



**Gráfico 6. – Percentuais de Alunos por Nível de Proficiência Agrupado  
Matemática – Rede Estadual – SARESP 2014**



Em Matemática, no SARESP 2014,

- *o padrão de distribuição dos alunos do 3º ano do EF registra percentuais mais elevados nos níveis Adequado e Avançado;*
- *a distribuição de alunos do 5º ano do EF concentra no nível Básico (35,7%) e Adequado (30,3%) os percentuais mais elevados;*
- *para o 7º ano do EF, o nível Abaixo do Básico reúne o maior contingente de alunos;*
- *Para o 9º ano do EF, verifica-se a concentração de alunos no nível Básico (50,8 %), bem como um significativo contingente alocado no nível Abaixo do Básico (36,9 %);*
- *53,8 % dos alunos da 3ª série do EM estão classificados no nível Abaixo do Básico, resultado semelhante ao registrado em 2013;*
- *a proporção de alunos no nível de desempenho Avançado diminui com o nível de escolaridade;*
- *a maioria dos alunos do 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental obtiveram média de proficiência que os classifica no nível Suficiente.*

## 2.2. – RESULTADOS COMPARATIVOS DO SARESP COM A PROVA BRASIL/SAEB – REDE ESTADUAL

O modelo de avaliação adotado no SARESP permite comparar os seus resultados com os resultados das avaliações nacionais – Prova Brasil e Saeb – em relação às médias de proficiência e à interpretação pedagógica da escala de desempenho em Língua Portuguesa e Matemática.

As Tabelas 4 e 5 apresentam, respectivamente, os desempenhos dos alunos do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental, em Matemática, nas edições do SARESP realizadas nos anos de 2009 a 2014 e na Prova Brasil/Saeb, no período de 2009 a 2013 (média nacional das redes estaduais e média da rede estadual de São Paulo). A Tabela 6 apresenta os dados para a 3ª série do Ensino Médio.

**Tabela 4. – Médias de Proficiência em Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – Rede Estadual**

	2009	2010	2011	2012	2013	2014
<b>Prova Brasil/Saeb</b>	207,1	-	209,8	-	214,1	-
<b>Prova Brasil/Saeb – SP</b>	212,9	-	213,1	-	220,1	-
<b>SARESP</b>	201,4	204,6	209,0	207,6	209,6	216,5

**Tabela 5. – Médias de Proficiência em Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – Rede Estadual**

	2009	2010	2011	2012	2013	2014
<b>Prova Brasil/Saeb</b>	242,9	-	244,7	-	244,4	-
<b>Prova Brasil/Saeb – SP</b>	242,8	-	244,3	-	245,1	-
<b>SARESP</b>	251,5	243,3	245,2	242,3	242,6	243,4

**Tabela 6. – Médias de Proficiência em Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – Rede Estadual**

	2009	2010	2011	2012	2013	2014
<b>Prova Brasil/Saeb</b>	265,5	-	264,1	-	260,0	-
<b>Prova Brasil/Saeb – SP</b>	270,7	-	273,7	-	269,6	-
<b>SARESP</b>	269,4	269,2	269,7	270,4	268,7	270,5

A análise comparativa dos desempenhos dos alunos do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio demonstra que, em Matemática:

- *as médias no SARESP 2014, para o 5º ano do Ensino Fundamental, superam apenas a média nacional da Prova Brasil/Saeb 2013;*
- *no 9º ano do EF, a média de Matemática no SARESP 2014 é muito próxima da média da Prova Brasil/Saeb 2013, observando-se ainda que, na prova nacional, a diferença entre as médias das escolas estaduais de São Paulo e das do Brasil é menor que 1 ponto;*
- *a média de proficiência em Matemática da 3ª série do Ensino Médio no SARESP 2014 é mais alta que a média nacional e supera também a média das escolas estaduais de São Paulo no Saeb 2013.*



# **PARTE III – ANÁLISE PEDAGÓGICA DOS RESULTADOS**

## **1. – PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SAESP – MATEMÁTICA**

---

---

---

---



# 1. – PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SARESP – MATEMÁTICA

---

A avaliação do desempenho dos alunos em Matemática, pelo SARESP, como nas demais disciplinas, está basicamente assentada no tripé:

- Currículo do Estado de São Paulo para a disciplina de Matemática<sup>2</sup>.
- Matriz de Referência para Avaliação.
- Metodologias estatísticas para planejamento, coleta e análise dos resultados.

O Currículo do Estado de São Paulo referencia-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e nos pressupostos teóricos que estão na base da criação do ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio. Seu objetivo, dentre outros, foi o de propor uma base comum de competências, habilidades e conhecimentos para que as escolas públicas do estado funcionem de fato como Rede. Em seus princípios centrais, aparecem as competências (formas de raciocinar e tomar decisões) como eixo em torno do qual guiam-se as aprendizagens e a prioridade que é dada à competência de leitura e escrita.

Do documento publicado para a Matemática, destacam-se as competências gerais para aprender:

- I. Dominar a norma-padrão da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica.*
- II. Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.*
- III. Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.*
- IV. Relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.*
- V. Recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaborar propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.*

A essas competências básicas a serem desenvolvidas pelos alunos ao longo da escola básica são associados três pares complementares de competências que constituem três eixos norteadores da ação educacional e nos quais facilmente se pode reconhecer a contribuição que a Matemática oferece ao seu desenvolvimento. São eles:

---

<sup>2</sup> Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1. ed. atual. – São Paulo : SE, 2011. ISBN 978-85-7849-449-0. Disponível em [www.educacao.sp.gov.br](http://www.educacao.sp.gov.br).

- **Eixo expressão/compreensão:** a Matemática, sem dúvida, apresenta-se como uma maneira de expressar e compreender a realidade por meio de números, relações, formas, tabelas e gráficos. Eles estão presentes em textos, gráficos e tabelas de índices das mais diversas naturezas da atividade humana.
- **Eixo argumentação/decisão:** o desenvolvimento do pensamento lógico e a análise racional mostram-se como instrumentos muito fortes nesse eixo, sendo que o desenvolvimento desses instrumentos está muito ligado à Matemática, principalmente nas diversas situações-problema que o eixo permite os alunos trabalharem.
- **Eixo contextualização/abstração:** a Matemática permite simplificar a complexidade de situações do cotidiano por meio da abstração (via modelagem) para buscar compreendê-la e fazer ensaios sobre possíveis mudanças ou solução de problemas.

As habilidades cujo desenvolvimento acaba por construir essas competências podem ser percebidas na Matriz de Referência para Avaliação – MRA – concebida para o SARESP.

## 1.1. – A MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO (MRA)

A MRA/SARESP é um recorte do Currículo de Matemática. Ela reúne um conjunto de habilidades as quais se espera terem sido desenvolvidas pelos educandos ao construírem conhecimentos na escola e, além deles, formas de utilizá-los para resolver problemas.

Na MRA/SARESP, as habilidades propostas para cada ano escolar avaliado são dispostas nos cruzamentos das competências distribuídas nos quatro grandes temas da Matemática com as três competências próprias do aluno. As habilidades, assim dispostas, são descritas de modo específico para cada ano/série escolar buscando atender as expectativas de aprendizagem para os alunos de cada ano.

Há ainda que lembrar que, dada a natureza da MRA/SARESP, bem como as características da prova, a matriz seleciona, para um dado ano escolar, aquilo que é essencial para analisar até que ponto o aluno evoluiu no seu processo de formação e quais os limites de sua trajetória escolar.

Esquemáticamente, uma matriz apresenta-se da seguinte forma:

MATEMÁTICA	ALUNO		
	GI Competências para <b>observar</b> – esquemas representativos	GII Competências para <b>realizar</b> – esquemas procedimentais	GIII Competências para <b>compreender</b> – raciocínio hipotético- dedutivo
<i>Desenvolver o raciocínio quantitativo e o pensamento funcional, isto é, o pensamento em termos de relações e a variedade de suas representações, incluindo as simbólicas, as algébricas, as gráficas, as tabulares e as geométricas. Aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas. (Números, operações, funções)</i>	Habilidades	Habilidades	Habilidades
<i>Compreender as propriedades dos objetos e a sua posição relativa e desenvolver o raciocínio espacial por meio de construções e de formas. (Espaço e Forma)</i>	Habilidades	Habilidades	Habilidades
<i>Construir e ampliar noções de variação de grandeza para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano. Compreender e fazer uso das medidas, ou sistemas convencionais, para o cálculo de perímetros, áreas, volumes e relações entre as diferentes unidades de medida. (Grandezas e medidas)</i>	Habilidades	Habilidades	Habilidades
<i>Ler, construir e interpretar informações de variáveis expressas em gráficos e tabelas. Fazer uso das ferramentas estatísticas para descrever e analisar dados, realizar inferências e fazer previsões. Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar os conceitos e algoritmos adequados para medidas e cálculos de probabilidade. (Tratamento da informação)</i>	Habilidades	Habilidades	Habilidades

Para melhorar o entendimento da concepção da prova e dos resultados obtidos na avaliação de Matemática pelo SARESP, é importante compreender o significado das competências do aluno, reunidas na tabela em grupos: GI, GII e GIII. Para tanto, reproduzimos a seguir o texto sobre o tema, que já consta dos relatórios anteriores.

Entende-se por **competências cognitivas as modalidades estruturais da inteligência**, ou melhor, o conjunto de ações e operações mentais que o sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos, situações, fenômenos e pessoas que deseja conhecer.

Elas expressam o melhor que um aluno pôde fazer em uma situação de prova ou avaliação, no contexto em que isso se deu. As competências cognitivas admitem níveis de desenvolvimento. Cada nível expressa um modo particular (relativo ao processo de desenvolvimento) e o nível seguinte incorpora o anterior, isto é, conserva seus conteúdos, mas os transforma em uma forma mais complexa de realização, compreensão ou observação.

**Grupo I: Competências para observar**, expressas pelas seguintes habilidades:

- **observar** para levantar dados, descobrir informações nos objetos, acontecimentos, situações etc. e suas representações;
- **identificar, reconhecer, indicar, apontar**, dentre diversos objetos, aquele que corresponde a um conceito ou a uma descrição;
- **identificar** uma descrição que corresponde a um conceito ou às características típicas de objetos, da fala, de diferentes tipos de texto;
- **localizar** um objeto, descrevendo sua posição ou interpretando a descrição de sua localização, ou localizar uma informação em um texto;
- **descrever** objetos, situações, fenômenos, acontecimentos etc. e interpretar as descrições correspondentes;
- **discriminar**, estabelecer diferenciações entre objetos, situações e fenômenos com diferentes níveis de semelhança;
- **constatar** alguma relação entre aspectos observáveis do objeto, semelhanças e diferenças, constâncias em situações, fenômenos, palavras, tipos de texto etc.;
- **reconhecer** graficamente (por gestos, palavras, objetos, desenhos, gráficos etc.) os objetos, situações, sequências, fenômenos, acontecimentos etc.;
- **identificar** quantidades por meio de estratégias pessoais, de números e de palavras.

**Grupo II: Competências para realizar** (esquemas procedimentais, modos de estabelecer relações). Referem-se, portanto, a transformações e são expressas pelas habilidades:

- **classificar**, organizar (separando) objetos, fatos, fenômenos, acontecimentos e suas representações, de acordo com um critério único, incluindo subclasses em classes de maior extensão;
- **seriar**, organizar objetos de acordo com suas diferenças, incluindo as relações de transitividade;
- **ordenar** objetos, fatos, acontecimentos, representações, de acordo com um critério;
- **conservar** algumas propriedades de objetos, figuras etc., quando o todo se modifica;
- **compor e decompor** figuras, objetos, palavras, fenômenos ou acontecimentos em seus fatores, elementos ou fases etc.;

- **fazer antecipações** sobre o resultado de experiências, sobre a continuidade de acontecimentos e sobre o produto de experiências;
- **calcular por estimativa** a grandeza ou a quantidade de objetos, o resultado de operações aritméticas etc.;
- **medir**, utilizando procedimentos pessoais ou convencionais;
- **interpretar**, explicar o sentido que têm para nós acontecimentos, resultados de experiências, dados, gráficos, tabelas, figuras, desenhos, mapas, textos, descrições, poemas etc. e apreender este sentido para utilizá-lo na solução de problemas.

**Grupo III: Competências para compreender.** São operações mentais mais complexas que envolvem pensamento proposicional ou combinatório, graças ao qual o raciocínio pode ser agora hipotético-dedutivo. As habilidades associadas a este nível de competências são:

- **analisar** objetos, fatos, acontecimentos, situações, com base em princípios, padrões e valores;
- **aplicar** relações já estabelecidas anteriormente ou conhecimentos já construídos a contextos e situações diferentes; aplicar fatos e princípios a novas situações, para tomar decisões, solucionar problemas, fazer prognósticos etc;
- **avaliar**, isto é, emitir julgamentos de valor referentes a acontecimentos, decisões, situações, grandezas, objetos, textos etc;
- **criticar, analisar e julgar** com base em padrões e valores, opiniões, textos, situações, resultados de experiências, soluções para situações-problema, diferentes posições assumidas diante de uma situação etc;
- **explicar causas e efeitos** de uma determinada sequência de acontecimentos;
- **apresentar conclusões** a respeito de ideias, textos, acontecimentos, situações etc;
- **levantar suposições** sobre as causas e efeitos de fenômenos, acontecimentos etc;
- **fazer prognósticos** com base em dados já obtidos sobre transformações em objetos, situações, acontecimentos, fenômenos etc;
- **fazer generalizações** (indutivas) a partir de leis ou de relações descobertas ou estabelecidas em situações diferentes, isto é, estender de alguns para todos os casos semelhantes;
- **fazer generalizações** (construtivas) fundamentadas ou referentes às operações do sujeito, com produção de novas formas e de novos conteúdos;
- **justificar acontecimentos**, resultados de experiências, opiniões, interpretações, decisões etc.

O quadro a seguir sintetiza a distribuição de habilidades, segundo os temas aos quais estão associadas, na composição das Matrizes de Referência da Avaliação.

**Quadro 4. – Síntese das Matrizes de Referência para Avaliação e Habilidades Matemática – SARESP 2014**

TEMAS	Número de Habilidades			
	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
Números, Operações e Funções	16	15	20	17
Espaço e Forma	4	6	10	10
Grandezas e Medidas	8	11	11	5
Tratamento da Informação	2	6	4	6
<b>Total</b>	30	38	45	38

Esse quadro pode oferecer informações adicionais. Por exemplo, quando se analisa a distribuição das habilidades associadas aos temas em função das competências do aluno.

Os quadros a seguir mostram como fica a distribuição de habilidades, para o 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e a 3ª série o do Ensino Médio.

**Quadro 5. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental**

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números, Operações e Funções	8	3	5
CA-2: Espaço e Forma	4	0	0
CA-3: Grandezas e Medidas	2	3	3
CA-4: Tratamento da Informação	0	0	2
<b>Total</b>	14	6	10

A distribuição das habilidades permite observar algumas tendências em relação à matriz correspondente ao 5º ano EF.

Em Números, Operações e Funções, a principal competência do aluno é a de identificar diferentes representações numéricas (correspondência entre frações e decimais, decomposição na forma polinomial, localização de números na reta numérica) e observar sequências numéricas. A habilidade de resolver problemas (enquadrada em G-III) envolve diversas situações relacionadas com as operações fundamentais, sistema monetário, números decimais e porcentagem.

O segundo tema, Espaço e Forma, investiga a capacidade do aluno para observar e descrever localizações de pessoas ou objetos, além de identificar formas geométricas e ampliações/reduções de figuras planas.

O tema Grandezas e Medidas abrange as três competências do aluno, ou seja, busca-se verificar as habilidades de identificar as unidades de medidas usuais, estimando a medida de grandezas com unidades de medida convencionais ou não, assim como resolver problemas de cálculo de perímetro e área, utilizando as unidades de medida padronizadas.

Por fim, o último tema, Tratamento da Informação, concentra-se em ler, compreender e interpretar informações em tabelas ou gráficos de colunas.

É importante destacar que no 5º ano EF o foco reside em conhecer o novo, não exigindo grandes técnicas operacionais. O que se espera é que o aluno consiga fazer algumas associações do que está aprendendo com o que construiu até o momento.

**Quadro 6. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno  
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental**

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números, Operações e Funções	4	7	4
CA-2: Espaço e Forma	3	3	0
CA-3: Grandezas e Medidas	1	7	3
CA-4: Tratamento da Informação	1	5	0
<b>Total</b>	9	22	7

No 7º ano EF, a distribuição das habilidades no primeiro tema aponta para uma maior preocupação com a competência dos alunos para efetuar cálculos com frações decimais e números inteiros, além de cálculos com potenciação, ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos e resolver equações do 1º grau.

O tema Espaço e Forma está igualmente distribuído entre os dois primeiros grupos de competências do aluno, G-I e G-II, sendo que o primeiro consiste em identificar formas planas e espaciais em situações do cotidiano, identificar um sólido a partir de sua planificação e figuras geométricas simétricas (axial e rotação), e o segundo busca classificar formas planas e espaciais, com enfoque em poliedros, e determinar área e perímetro de figuras a partir da composição e decomposição de figuras.

Em Grandezas e Medidas, são privilegiadas as competências para realizar e isso inclui realizar medidas usando unidades não convencionais, aplicar as principais características do sistema métrico decimal, além de reconhecer o conceito de razão em diversos contextos, ângulos como mudança de direção ou giros e identificar ângulos retos e o número como uma razão constante na geometria.

O tema Tratamento da Informação continua a priorizar as competências para identificar e interpretar informações contidas em tabelas e gráficos e acrescenta a resolução de problemas que envolvam o princípio de contagem e a probabilidade de eventos simples.

No 7º ano EF, a característica de priorizar a parte mais técnica e operacional dos temas matemáticos é fortalecida, como esperado (Grupo II). Porém é preciso destacar o cuidado que a matriz reserva à compreensão do que está sendo feito, ao apresentar um número também significativo de habilidades associadas ao terceiro grupo de competências do aluno, G-III.

**Quadro 7. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno  
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental**

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números, Operações e Funções	8	6	6
CA-2: Espaço e Forma	3	5	2
CA-3: Grandezas e Medidas	4	7	0
CA-4: Tratamento da Informação	0	1	3
<b>Total</b>	15	19	11

O primeiro tema do 9º ano EF, Números, Operações e Funções, abrange os três grupos de competência do aluno, ou seja, busca-se verificar se o aluno é capaz de reconhecer as diferentes representações de um número racional, efetuar cálculos com tais números e resolver problemas que os envolva, assim como identificar expressões algébricas, expressar relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra, por meio de equações de grau 2, resolver sistemas lineares e problemas que envolvam equações do 2º grau, entre outros.

O tema Espaço e Forma focaliza habilidades que verifiquem a capacidade do estudante em reconhecer e identificar semelhanças entre figuras geométricas, privilegiando assim o segundo grupo de competências do aluno. O tema Grandezas e Medidas mantém a proposta do 7º ano EF e permanece focalizando a competência dos alunos para realizar aplicações do Teorema de Tales e resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras, além de outros problemas em diferentes contextos que envolvam as razões trigonométricas dos ângulos agudos, cálculo de perímetro e área de figuras planas e noções de volume em figuras tridimensionais, fazendo uso de diferentes unidades de medida.

O tema Tratamento da Informação tem como característica privilegiar as competências de compreender, na busca de solução de problemas com informações extraídas de dados apresentados em tabelas ou gráficos, nos problemas de contagem ou em probabilidade básica.

No 9º ano EF, o aluno foi apresentado a uma quantidade significativa de novos assuntos vindos principalmente da ampliação de conceitos em relação ao 7º ano, por isso a priorização dos dois primeiros grupos de competências do aluno.

**Quadro 8. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno  
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio**

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números, Operações e Funções	6	2	9
CA-2: Espaço e Forma	6	2	2
CA-3: Grandezas e Medidas	0	0	5
CA-4: Tratamento da Informação	0	0	6
<b>Total</b>	12	4	22

No último ano escolar, o tema Números, Operações e Funções tem a maior parte de suas habilidades concentradas no G-III, que exige do aluno a competência para compreender e resolver problemas envolvendo equações do 1º e 2º graus e sistemas lineares, para aplicar as relações entre coeficientes e raízes de uma equação, para resolver problemas envolvendo progressões, expressar padrões e regularidades em sequências, além de aplicar o significado de logaritmos e funções exponenciais.

O tema seguinte, Espaço e Forma, concentra a maior parte das habilidades nas competências para observar o elo entre a geometria e a álgebra; por exemplo, reconhecer a equação da reta e o significado de seus coeficientes, representar graficamente as inequações lineares por regiões do plano, usar sistemas de coordenadas para representar pontos ou figuras, identificar figuras semelhantes, além de conhecer e perceber a relação de Euler nos poliedros.

As competências para compreender estão presentes em Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, na MRA da 3ª série do Ensino Médio. Assim, espera-se que o aluno seja capaz de compreender e resolver problemas que envolvam as relações métricas fundamentais de triângulos e diversos sólidos, identificar propriedades características da esfera terrestre (fuso, latitude e longitude) e resolver problemas envolvendo probabilidades simples, raciocínio combinatório aditivo e/ou multiplicativo, além de interpretar medidas e índices estatísticos.

É interessante notar que na 3ª série do EM há pouca preocupação com as competências para realizar, o que mostra que o foco não deve ser unicamente operacional e técnico.

## 1.2. – ANÁLISE DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO

---

O SARESP utiliza provas com questões de múltipla escolha que podem ser aplicadas a um universo de milhares de alunos e cuja qualidade vem sendo gradativamente melhorada mediante a aplicação de um conjunto de procedimentos técnicos que incluem desde a análise de desempenhos na prova do ano anterior até, e sobretudo, a aplicação de metodologia estatística apropriada na seleção de itens para compor a prova e na análise de resultados, com vistas à apuração de médias de proficiência ancoradas na escala adotada pelo SARESP desde 2009, bem como à análise e interpretação pedagógica dos resultados.

As publicações do Relatório Pedagógico de Matemática – SARESP 2011 e SARESP 2012 apresentam textos explicativos que abordam as metodologias estatísticas que vêm sendo adotadas no planejamento, coleta e análise dos resultados da avaliação<sup>3,4</sup>. Nesses textos, o leitor pode encontrar explicação sobre os critérios de seleção de itens para compor a prova, sobre as formas de análise possíveis tanto pela aplicação da Teoria Clássica de Testes – TCT quanto da Teoria da Resposta ao Item – TRI e também de como a interpretação dos resultados da prova permite atualizar a escala de desempenho do SARESP.

---

3 Fini, M. E. Texto escrito originalmente e publicado no Relatório Pedagógico de Matemática, SARESP 2011. pág.47-52.

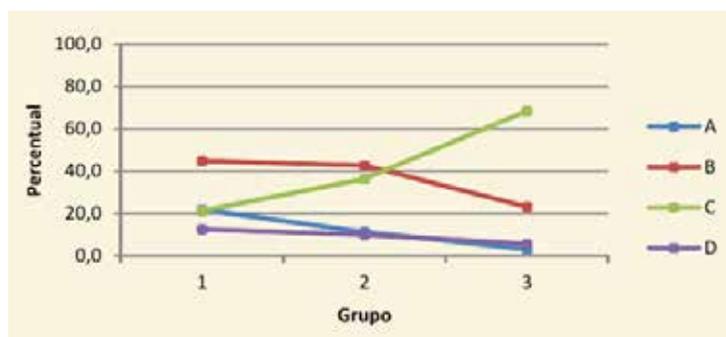
4 Bortollucci, R. Texto escrito originalmente e publicado no Relatório Pedagógico de Matemática, SARESP 2012. pág. 55-57.

## 1.3. – SOBRE A ANÁLISE DE ITENS<sup>5</sup>

A leitura do presente relatório e, mais especificamente, das análises dos itens apresentados deve levar em conta duas informações gerais e essenciais:

- as habilidades possibilitam inferir o nível em que os alunos dominam as competências cognitivas avaliadas relativamente aos conteúdos das disciplinas e em cada série ou ano escolares. Os conteúdos e as competências (formas de raciocinar e tomar decisões) correspondem, assim, às diferentes habilidades a serem consideradas nas respostas às diferentes questões ou tarefas das provas<sup>6</sup>;
- para cada item analisado, são apresentados dados estatísticos que possibilitam compreender melhor o desempenho dos alunos nas habilidades avaliadas. Para fins instrucionais, será apresentado a seguir um modelo dos gráficos que acompanham cada item analisado e a forma como cada uma das informações constantes deve ser interpretada.

O gráfico seguinte acompanha cada um dos exemplos apresentados na análise pedagógica. Ele permite ao professor observar a variação do percentual que cada alternativa de resposta recebeu em três grupos distintos de alunos, Grupo 1, também chamado de grupo inferior ou de menor desempenho; Grupo 2, ou grupo intermediário; e Grupo 3, também chamado de grupo superior ou de maior desempenho. Esses grupos são determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens) e não apresentam relação direta com os níveis de proficiência já que estes não são determinados única e exclusivamente pelo score do respondente. Os intervalos de acertos que caracterizam cada grupo não são os mesmos em todos os anos, pois dependem do desempenho de todos os alunos para serem obtidos.



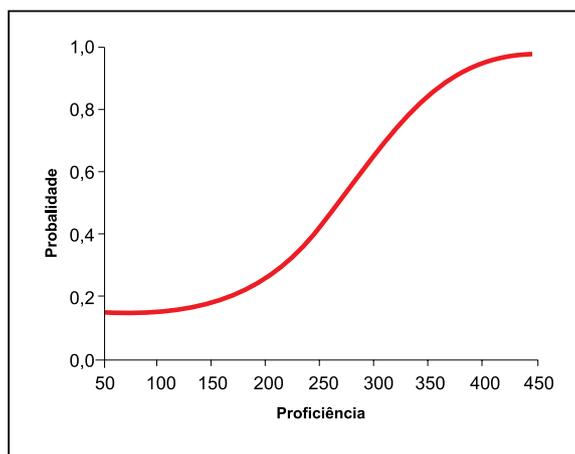
No eixo horizontal estão os três grupos de alunos e no eixo vertical está o percentual de alunos que assinalou determinada alternativa. Note-se, por exemplo, a variação da alternativa **C**, que é a resposta correta e está identificada pela linha verde. No Grupo 1, cerca de 20% assinalaram essa alternativa, no Grupo 2 quase 40% marcaram corretamente e, no terceiro grupo, cerca de 70%. Além de analisar o acerto, é possível ver outros

<sup>5</sup> As publicações do Relatório Pedagógico de Matemática – SARESP 2011 (p.47-52) e SARESP 2012 (p.55-57) apresentam textos explicativos que abordam as metodologias estatísticas que vêm sendo adotadas no planejamento, coleta e análise dos resultados da avaliação.

<sup>6</sup> São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. *Matrizes de referência para a avaliação Saresp*: documento básico. Coordenação geral, Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009. p. 13

indicativos, como: nos grupos 1 e 2 a alternativa **B** foi a mais assinalada, o que indica que este distrator foi atrativo. Investigar o motivo desses resultados pode auxiliar o professor para conhecer melhor seus alunos.

O relatório pedagógico de Matemática, de 2014, traz mais uma vez o gráfico da curva característica do item (CCI) a fim de tornar a análise estatística, segundo a TRI, mais próxima do leitor.



Além destes dois gráficos, os itens que serão apresentados como exemplos dos níveis de proficiência estarão acompanhados por uma tabela que apresenta suas propriedades estatísticas:

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	11,3	36,4	43,1	9,2	0,863	0,025	0,169

Os dados referentes à coluna de **ÍNDICES** são: o gabarito do item (GAB); o índice de dificuldade (DIF); a qualidade de discriminação do item (DISC). O nível de dificuldade é obtido a partir da porcentagem de respondentes que erraram o item, o que resulta em um índice que varia de 0,00 a 1,00. Um índice alto revela que a questão foi percebida como muito difícil para o grupo de respondentes, e um índice baixo uma questão muito fácil, como indicado a seguir.

Já o nível de discriminação é obtido a partir da diferença de desempenho (percentual de acerto) no item entre o grupo 3 e o grupo 1. Quanto maior o índice, maior o nível de discriminação: o item é respondido acertadamente por uma maior proporção de alunos que se situa no grupo de alto desempenho. Segue a tabela com as classificações associadas aos valores estabelecidos.

ÍNDICE DE DIFICULDADE	CLASSIFICAÇÃO	ÍNDICE DE DISCRIMINAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
		> 0,80	excelente
<b>1,00 – 0,85</b>	muito difícil (MD)	0,79 – 0,60	ótima
<b>0,84 – 0,65</b>	difícil (D)	0,59 – 0,40	muito boa
<b>0,64 – 0,35</b>	média (M)	0,39 – 0,20	boa
<b>0,34 – 0,15</b>	fácil (F)	0,19 – 0,10	fraca
<b>0,14 – 0,00</b>	muito fácil (MF)	< 0,10	muito fraca

Os **PERCENTUAIS DE ACERTOS** apresentam a distribuição, em porcentagem, das respostas apresentadas pelos alunos que responderam o item.

Os **PARÂMETROS TRI** são características do item, sendo utilizados para determinar a curva CCI apresentada anteriormente. O parâmetro de discriminação **a** mede se o item consegue diferenciar alunos com baixa proficiência de alunos com alta proficiência em relação à dificuldade da questão, definindo assim a sinuosidade da curva do gráfico. O parâmetro **b** está associado a dificuldade do item e define a posição da curva na escala de proficiência. Quanto mais à esquerda a curva estiver posicionada, menor é a proficiência exigida para a resolução de tal item. No entanto, quanto mais à direita a curva estiver posicionada, maior será a chance de apenas os alunos com alta proficiência acertarem o item. O parâmetro **c** representa a probabilidade de um indivíduo com baixa habilidade acertar o item, ou seja, um acerto casual.

## **2. – PERFIL DAS PROVAS DE MATEMÁTICA NO SARESP 2014**

---

---

---

---



## 2. – PERFIL DAS PROVAS DE MATEMÁTICA NO SARESP 2014

---

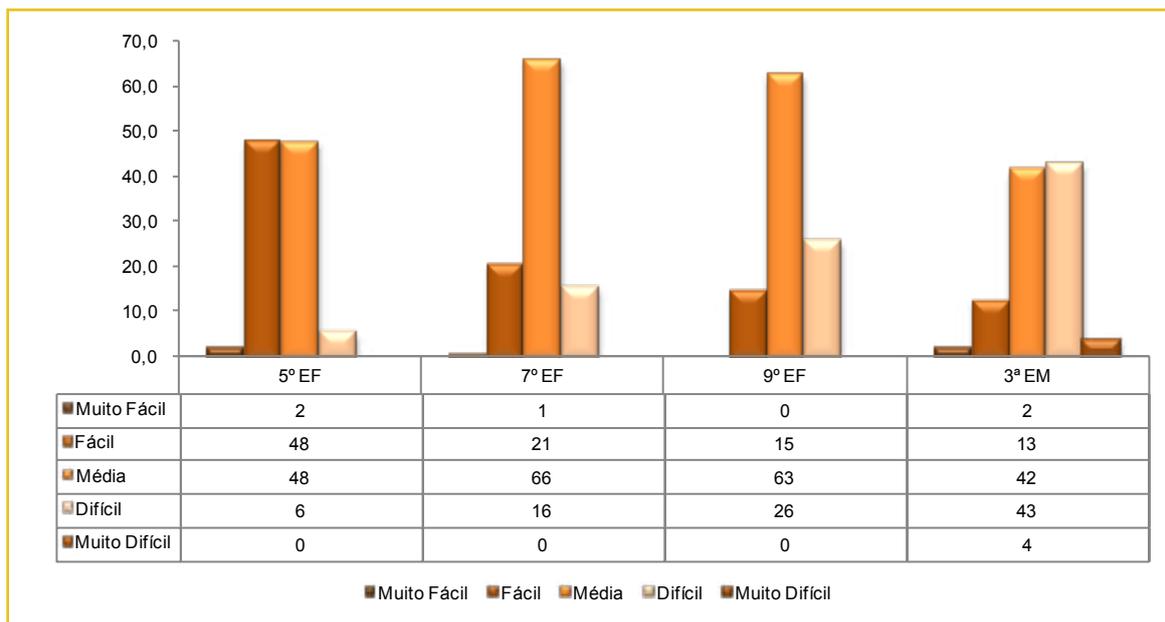
A prova de Matemática do SARESP leva em conta a necessidade de se distribuírem os itens que compõem a prova de modo a permear todas as habilidades propostas na matriz que sustenta a avaliação, tendo o cuidado de alinhar aquela distribuição com a repartição proporcional dos grupos de habilidades cognitivas, assim como uma quantidade adequada de níveis de dificuldades difícil, médio e fácil. Neste ano, em particular, duas habilidades não foram exigidas no 9º ano EF por se abordarem assuntos específicos do 4º bimestre que poderiam não ter sido trabalhados adequadamente devido ao adiantamento na data de aplicação da prova em relação a anos anteriores.

Assim como na edição anterior, o processo de montagem da prova buscou privilegiar os níveis de proficiência dos anos avaliados na rede estadual paulista, de modo a tornar a prova mais adequada para a avaliação dos alunos. Certamente, também ponderou-se a necessidade de avaliar aqueles que estão aquém e adiante da média geral obtida. Além disso, outro aspecto importante, e que precisa ser ressaltado, é o fato de essa prova utilizar resultados das edições anteriores, implicando em uma abordagem mais elementar ou aprofundada das habilidades, de acordo com o aproveitamento dos estudantes, de modo a buscar novos indicativos sobre o ensino de matemática na rede estadual.

Portanto, o equilíbrio em relação à matriz de avaliação e as considerações frente à proficiência dos anos escolares foram os principais fatores levados em conta na composição das provas, indo além da simples distribuição dos itens em relação aos níveis de dificuldade, que já não faz tanto sentido se pensada isoladamente.

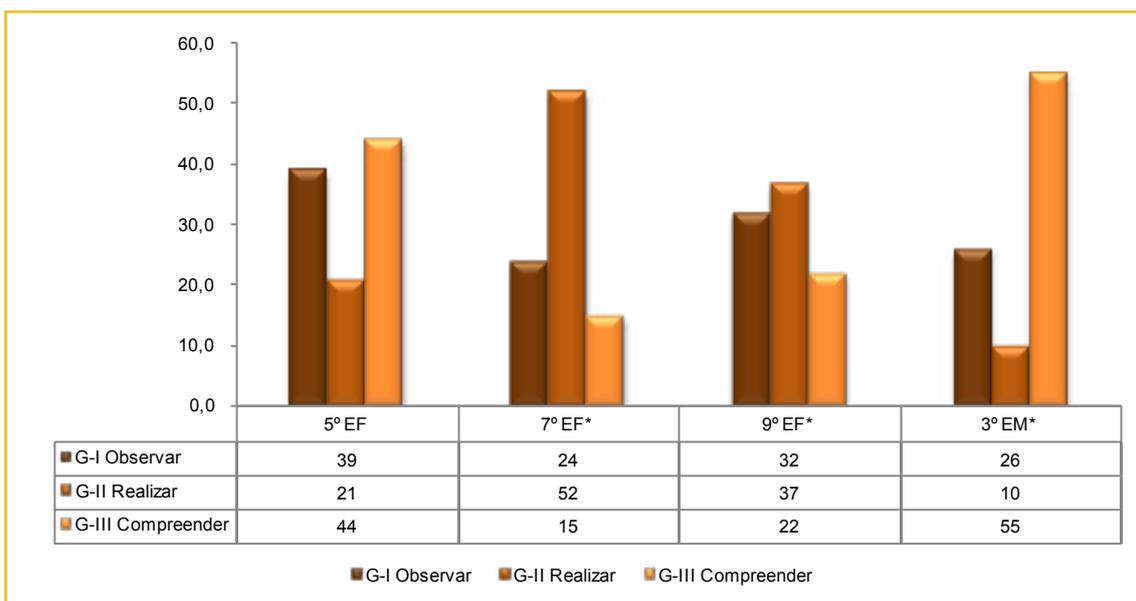
Os dados a seguir mostram o quadro geral das provas de Matemática do SARESP 2014, que serão detalhados na seção seguinte, para cada ano/série avaliados.

**Gráfico 7 – Distribuição dos Itens de Matemática segundo Nível de Dificuldade das Provas SARESP 2014**



MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

**Gráfico 8 – Distribuição dos Itens de Matemática segundo Habilidades Cognitivas dos Alunos Provas SARESP 2014**



\* Não totalizam 104 itens. Os itens de ligação do tipo ano escolar/ano escolar anterior não são computados.

### **3. – ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ALUNOS EM MATEMÁTICA POR ANO/SÉRIE E NÍVEL DE PROFICIÊNCIA**

--

--

--

--



# 3.1. – A MATEMÁTICA NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

**5º Ano**  
Ensino Fundamental

**7º Ano**  
Ensino Fundamental

**9º Ano**  
Ensino Fundamental

**3ª Série**  
Ensino Médio





## 3.1. – A MATEMÁTICA NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

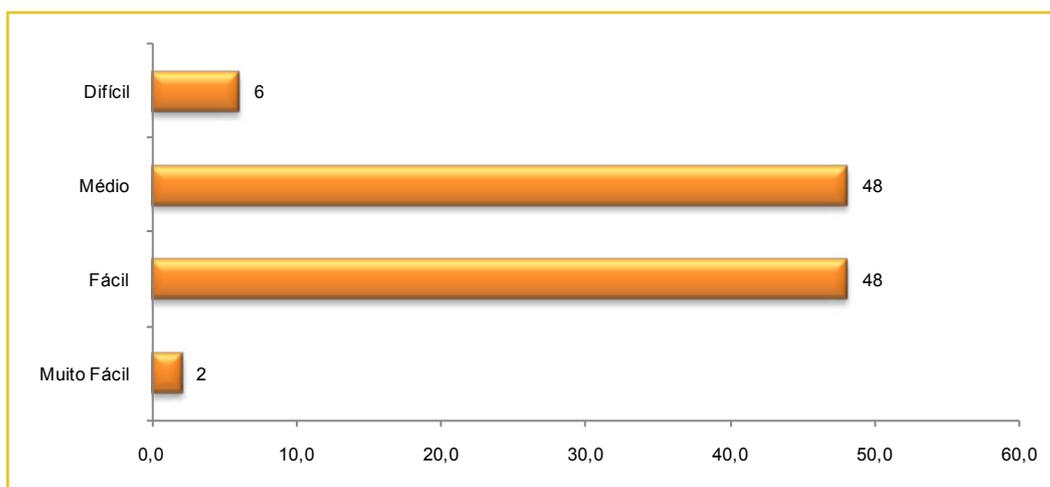
Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, vindas de um total de 104 itens que cobrem as 30 habilidades da Matriz de Referência de Matemática para esta etapa de escolaridade e com diferentes graus de dificuldades, conforme apresentado a seguir.

**Tabela 7. – Distribuição dos Itens segundo Habilidades e Competências de Área  
Prova de Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

5º EF – TEMAS		Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliados no SARESP 2014
CA-1	Números e Operações	16	68
CA-2	Espaço e Forma	4	8
CA-3	Grandezas e Medidas	8	22
CA-4	Tratamento da Informação	2	6
<b>Total</b>		<b>30</b>	<b>104</b>

A prova do SARESP 2014 privilegiou os itens de níveis de dificuldade médio e fácil, como pode ser visto no gráfico seguinte.

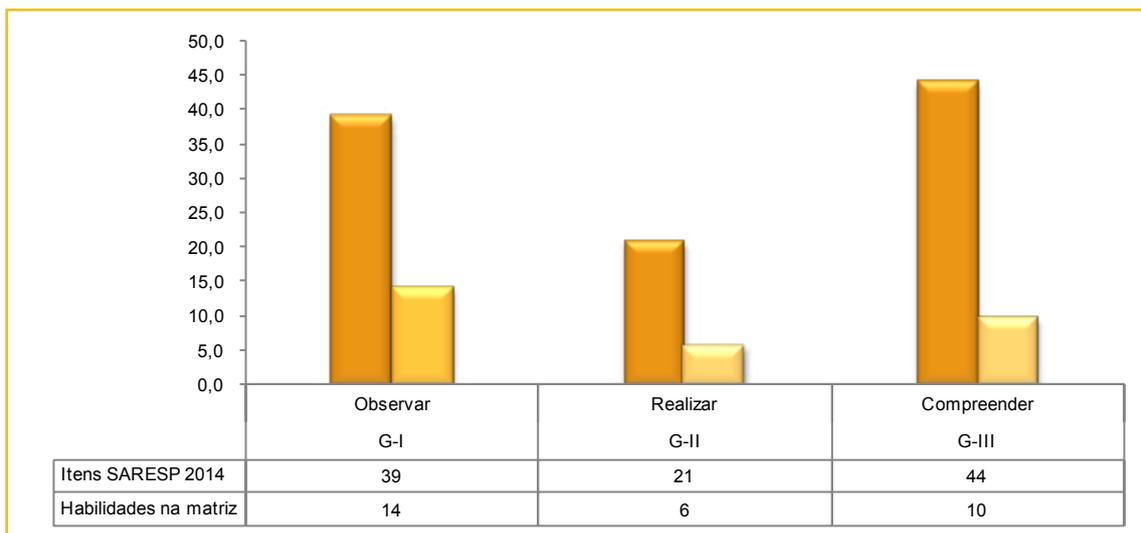
**Gráfico 9. – Distribuição das Questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade  
5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



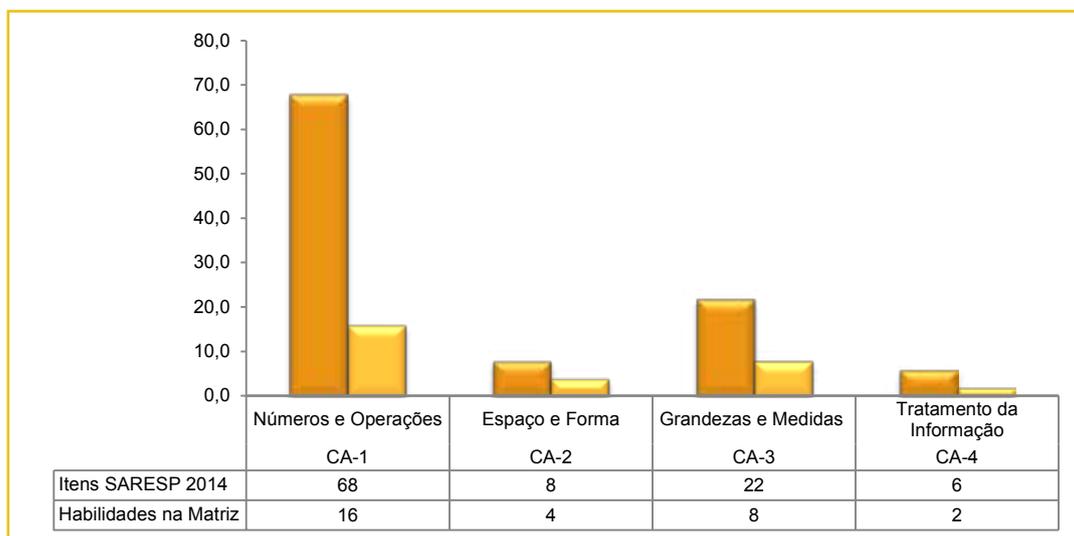
MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

Na sequência, é apresentada a distribuição dos itens da prova em relação às competências do aluno e de área, comparando com o que está presente na matriz da avaliação SARESP.

**Gráfico 10. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências Cognitivas do Aluno – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



**Gráfico 11. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

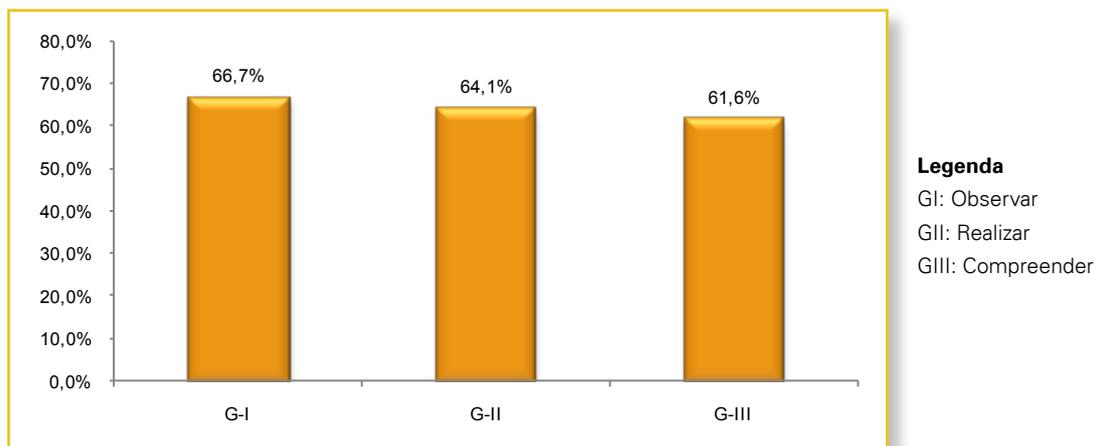


Essas distribuições refletem a intenção da avaliação, ou seja, mostram as competências do aluno e as áreas da matemática que concentram a maioria das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do ano em questão<sup>7</sup>.

<sup>7</sup> [http://saresp.fde.sp.gov.br/2010/pdf/Saresp2010\\_MatrizRefAvaliacao\\_DocBasico\\_Completo.pdf](http://saresp.fde.sp.gov.br/2010/pdf/Saresp2010_MatrizRefAvaliacao_DocBasico_Completo.pdf)

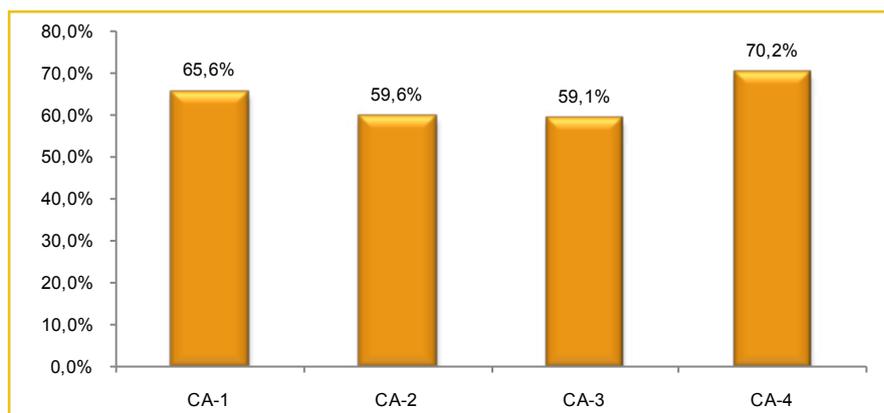
Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, foram analisados os percentuais de acerto nos 104 itens da prova, agrupados de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e, depois, de acordo com as competências de área da Matemática (CA). Os gráficos a seguir mostram estes fatos:

**Gráfico 12. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)**  
**Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



O conjunto de questões do Grupo I (Observar) continua apresentando o maior percentual de acertos por parte dos respondentes (66,7%), dentre os três grupos de competência dos alunos, mesmo com o aumento da proficiência exigida nas habilidades associadas, principalmente naqueles itens que abordaram a associação do sólido geométrico ao seu respectivo nome, assim como o reconhecimento das figuras planas que fizeram parte da composição de uma figura maior, e os alunos de melhor desempenho conseguem identificar as figuras que apresentam ângulo reto; o Grupo II (Realizar), com índice de 64,1% de acertos, teve o maior aumento no desempenho se comparado à edição anterior, e o destaque se deve à habilidade de associar corretamente um algarismo ao seu valor posicional à melhora no cálculo de subtrações com recurso, assim como na estimativa de grandezas; e, finalmente, o Grupo III, no qual mais de 60% dos alunos acertaram, resultado motivado principalmente pelo bom desempenho dos alunos nos itens voltados para a resolução de problemas envolvendo diferentes conceitos da multiplicação, inclusive aqueles itens que podem ser considerados como introdutórios para o conceito de proporcionalidade e para as situações de compra e venda mais próximas do cotidiano, como também pelo bom aproveitamento dos alunos de alto desempenho em problemas que envolviam diferentes concepções do conceito de divisão.

**Gráfico 13. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)  
Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



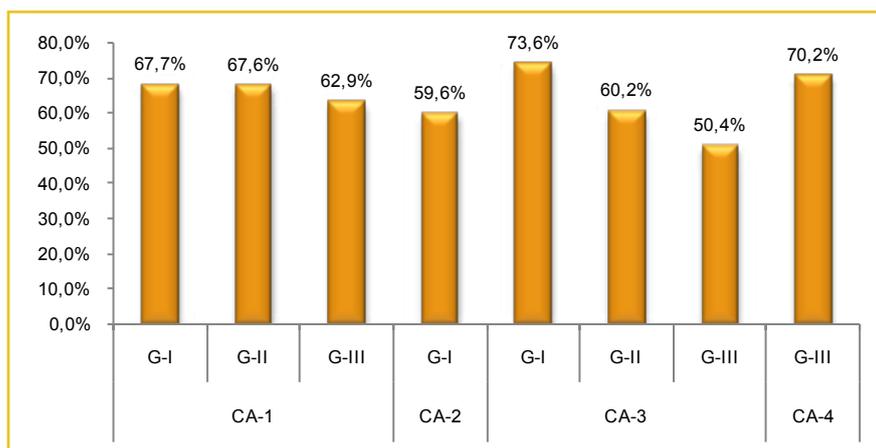
**Legenda**

- CA-1: Números e Operações
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação

Os itens que envolvem conteúdos de Números/Operações e Tratamento da Informação continuam sendo os de maior percentual de acerto, 65,9% e 70,2%, respectivamente, enquanto os itens de Espaço e Forma e de Grandezas e Medidas continuam apresentando os menores aproveitamentos, com índices de acerto próximos a 60,0%. É preciso ressaltar que a melhora no percentual ocorreu nas quatro competências de área da matemática, mesmo com uma prova com grau de exigência maior ou igual na maioria das habilidades que compõe os temas.

O gráfico a seguir apresenta os percentuais de acerto, de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

**Gráfico 14. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área  
Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



**Legenda**

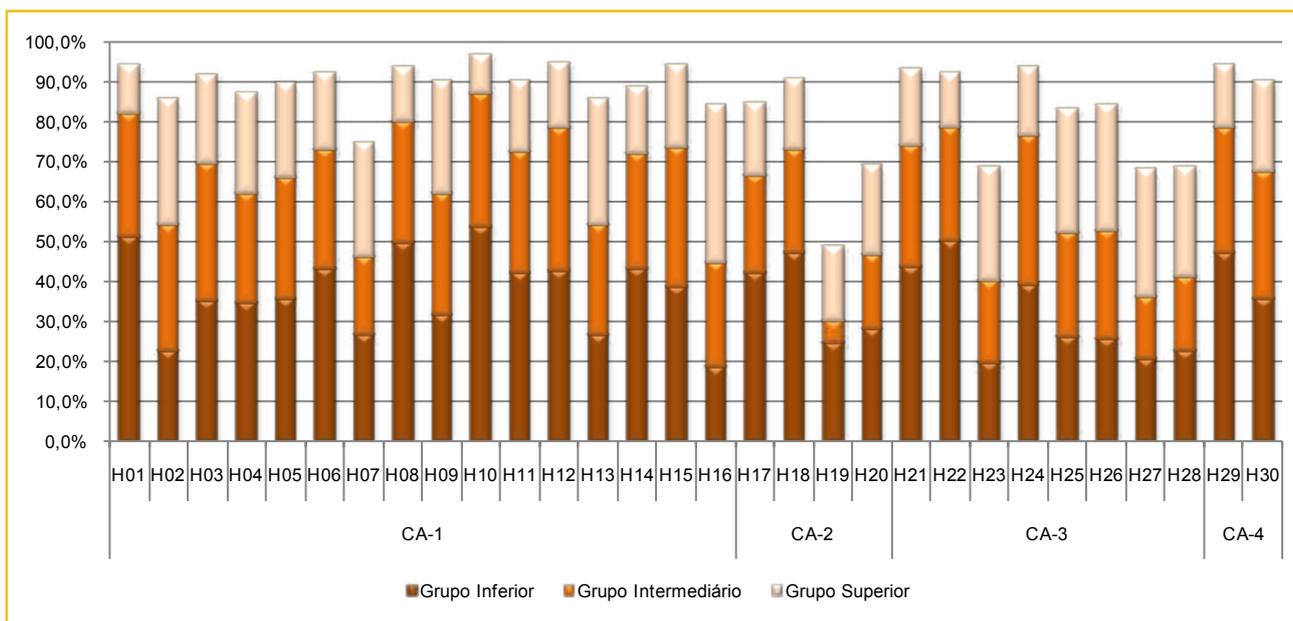
- CA-1: Números e Operações
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação
- G-I: Observar
- G-II: Realizar
- G-III: Compreender

Os menores índices (50,4% e 59,6%) mostram algumas fragilidades na concepção dos alunos quando se exige a resolução de problema envolvendo a conversão de unidades de medidas, mesmo entre as usuais, e a identificação de ampliação ou redução de uma figura com auxílio da malha quadriculada, além da determinação da razão do aumento ou diminuição. Isso porque itens dessa natureza foram respondidos corretamente por um bom percentual de alunos exclusivamente do grupo superior de desempenho.

Em relação à edição de 2013, é importante ressaltar a melhora no percentual de acertos de todas as categorias apresentadas no gráfico anterior. No entanto, destacam-se duas colunas que superaram 70% de aproveitamento, sendo que elas apontam para uma boa capacidade de leitura de informações apresentadas em gráficos ou tabelas, extrapolando a mera visualização do maior ou menor valor mostrado, o que sugere uma melhoria da competência de leitura por parte dos estudantes. O mesmo ocorre com a leitura de horas em relógio analógico e com a determinação da unidade de medida adequada para uma certa situação. Recomenda-se para essas habilidades que as discussões sejam aprofundadas, por exemplo, trabalhando com os alunos a interpretação de dados apresentados em gráficos ou tabelas para elaboração de afirmações, conclusões e justificativas.

De modo a facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área, é apresentado a seguir um gráfico que detalha o aproveitamento dos alunos em cada habilidade da matriz de avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). No 5º ano EF, os alunos do Grupo 1 são aqueles que acertaram até 12 itens, já os do Grupo 2 acertaram entre 13 e 18 itens, e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 19 e 24 itens. A pontuação máxima aferida em cada grupo de desempenho já dá uma indicação do desempenho geral dos alunos do nível de ensino considerado.

**Gráfico 15. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competências de Área Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



Com o auxílio do gráfico, podemos notar que se mostram bem consolidadas, além das já apresentadas anteriormente, as habilidades referentes à localização de números na reta numérica e as referentes operações de soma e subtração de números naturais. É importante destacar que as situações mais complexas dessas habilidades, como a localização de um número de quatro algarismos com os referenciais da reta variando de 32 em 32 unidades, fazem com que o desempenho diminua de um modo geral, mas esse resultado é motivado principalmente pelos alunos do grupo de menor desempenho, o que demonstra que para grande parte dos alunos essa habilidade foi bem desenvolvida e aprofundada.

Enquanto isso, resolver problemas envolvendo o cálculo ou a representação de 25%, ou que compreendam a conversão de unidades de medidas usuais se mostram bem assimiladas apenas no grupo de maior desempenho. Isso para o 5º ano EF é, de certa forma, compreensível pois extrapolam as considerações usuais feitas sobre os conteúdos associados.

Por fim, a diferenciação de desempenho de G1, G2 e G3 está bem representada na avaliação da habilidade *Relacionar a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração*, pois mesmo itens com diferentes níveis de dificuldade apresentaram a mesma discriminação no desempenho dos grupos inferior e superior. Os itens propostos abordaram: determinar um novo número a partir da troca de posição entre dois algarismos e identificar o número que possui um algarismo com determinado valor posicional.

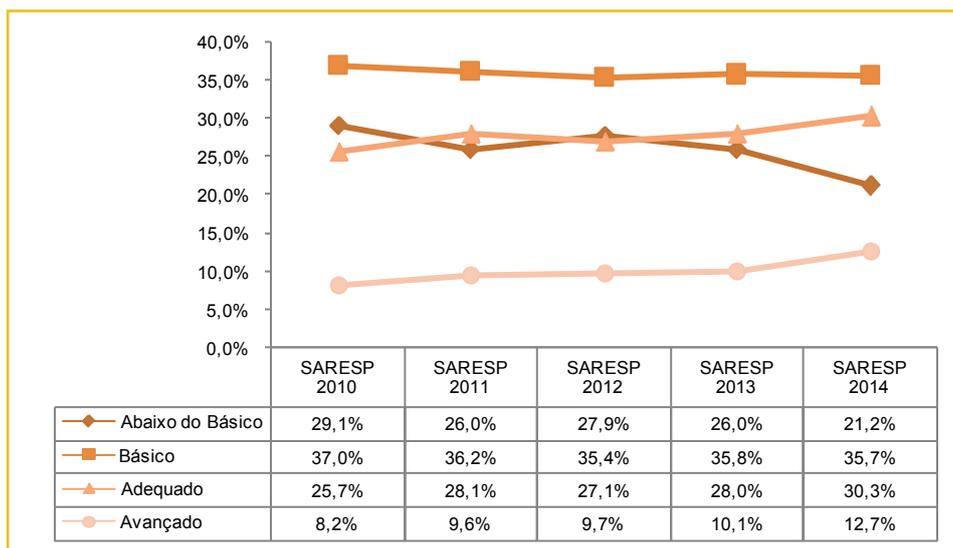
A tabela a seguir apresenta a distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos para o SARESP – Matemática 5º ano EF.

**Tabela 8. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática  
5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

<b>Nível</b>	<b>Alunos (em %)</b>
Abaixo do Básico (< 175): Os alunos classificados neste nível demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 5º ano EF.	21,2%
Básico (175 a < 225): Os alunos classificados neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	35,7%
Adequado (225 a < 275): Os alunos classificados neste nível demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 5º ano EF.	30,3%
Avançado (≥ 275): Os alunos classificados neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para o 5º ano EF.	12,7%

O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010-2014, com a evolução da situação dos alunos do 5º ano de Ensino Fundamental, em relação aos níveis de desempenho. É de se notar que os resultados dessa última edição apontam novas perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, quando o sobe e desce nos percentuais dos níveis Abaixo do Básico e Adequado torna-se, respectivamente, um decréscimo e um crescimento segundo as últimas três edições. Também é possível notar o aumento na população de alunos com proficiência Avançada.

**Gráfico 16. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2014**  
**Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental**



## 3.1.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

### NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 175

Na rede estadual de ensino, há 21,2% dos alunos classificados nesse nível de proficiência. Esses alunos obtêm a resposta correta apenas de algumas questões classificadas como fáceis ou muito fáceis. No entanto, é preciso destacar que as habilidades apresentadas nos níveis básico, adequado e avançado não são dominadas por esses alunos.

Os estudantes, neste nível da escala de proficiência, trabalham com problemas cuja solução depende, entre outras, do desenvolvimento das habilidades de:

#### Identificar:

- um elemento de uma sequência representado na reta numérica (razões pequenas);
- o horário mostrado em um relógio digital;
- o formato de um cubo.

**Calcular** a soma de dois números naturais com até quatro algarismos.

**Localizar** informações em gráfico de colunas simples.

#### Resolver problemas elementares envolvendo:

- fração como forma de representar parte/todo;
- áreas de figuras na malha quadriculada;
- operações de adição e multiplicação com cédulas e moedas na escrita decimal.

A seguir, são apresentados alguns itens que ilustram algumas destas habilidades.

## Exemplo 1<sup>8</sup>

**H08** Identificar sequências numéricas.

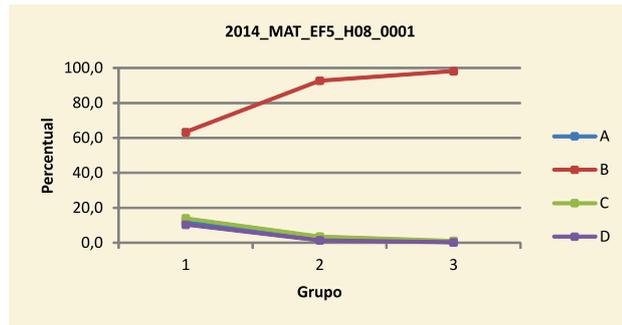
Observe a sequência

$$\boxed{32} - \boxed{35} - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} - \boxed{47} - \boxed{50}$$

Os números que completam corretamente a sequência são:

- (A) 39, 43 e 44.
- (B) 38, 41 e 44.
- (C) 37, 39 e 41.
- (D) 36, 37 e 38.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Muito Fácil	Boa	4,4	<b>86,4</b>	5,6	3,5	1,059	-2,017	0,121



O item propõe a descoberta dos três números naturais que faltam na sequência numérica que varia de 3 em 3 unidades. A lei de formação da sequência não foi informada no enunciado, e cabia ao estudante perceber a diferença entre os termos. A partir de então era possível concluir que o número seguinte seria  $35+3=38$  e, na sequência,  $38+3=41$  e, por fim,  $41+3=44$ . Vale destacar que descobrir apenas o primeiro número já era suficiente para determinar que a alternativa B é a correta.

O item foi bem respondido nos três grupos de desempenho, apresentando índices de acerto de aproximadamente 63,0%, 93,0% e 98,0% para os grupos inferior, Intermediário e Superior, respectivamente.

A curva de TRI mostra que o bom desempenho da maioria já era esperado, já que para a proficiência média do 5º ano EF a probabilidade de acerto está em torno de 90,0%. Mesmo considerando um intervalo de desvio padrão<sup>9</sup> (50 pontos acima e abaixo da média de proficiência), a probabilidade de acerto ainda é superior a 70,0%.

<sup>8</sup> Compõe a descrição do ponto 150 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP.

<sup>9</sup> O intervalo de um desvio padrão garante que a maioria dos alunos está sendo levada em consideração.

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

ABAIXO DO BÁSICO

5º  
Ano  
E.F.

## NÍVEL BÁSICO: 175 A < 225

Entre os alunos da rede estadual, temos 35,7% que apresentam proficiência em nível básico de Matemática. Esse grupo demonstra ter desenvolvido, principalmente, as habilidades de:

### Identificar:

- o horário em um relógio analógico;
- o número que representa a posição de um ponto na reta numerada ou a posição de um número em uma reta;
- um número a partir da sua decomposição polinomial (e vice-versa),
- o valor posicional de um determinado algarismo que compõe um número;
- um elemento de uma sequência (razões maiores que 10 unidades) e um único elemento de uma sequência numérica simples decrescente.

**Reconhecer** figuras planas.

**Associar** um objeto real a um sólido geométrico.

**Realizar** as quatro operações fundamentais (com baixo número de algarismos).

### Resolver problemas envolvendo:

- o cálculo de valores de cédulas e de moedas em situação de compra e venda;
- adição e subtração de números naturais ou decimais;
- multiplicação de números naturais com diferentes significados;
- a interpretação de informações a partir de dados apresentados em gráficos de colunas ou em tabelas de dupla entrada;
- a transformação de unidades de medidas comuns (*kg e g; km, m e cm; L e mL*).

Seguem alguns exemplos de itens desse nível de proficiência.

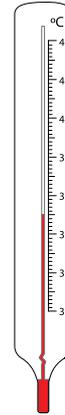
## Exemplo 2<sup>10</sup>

**H22** Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura.

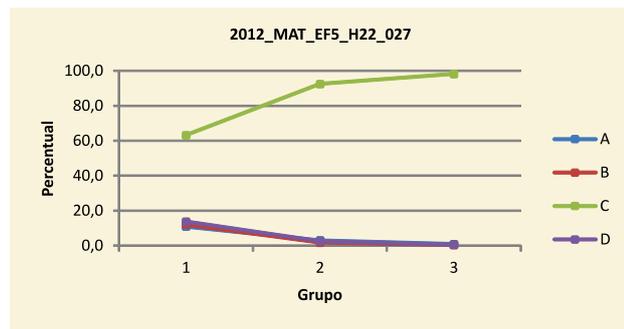
Desconfiada de uma possível febre, a mãe de Pedro mediu a sua temperatura obtendo a leitura abaixo.

Pelo visto Pedro está mesmo com febre, já que a sua temperatura é de:

- (A) 36,5°C.
- (B) 37,1°C.
- (C) **37,5°C.**
- (D) 38,0°C.



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	<b>C</b>	D	a	b	c
C	Muito Fácil	Boa	4,8	4,6	<b>85,2</b>	5,5	1,050	-2,134	0,011



Identificar marcações em instrumentos de medida é uma importante habilidade a ser desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para resolver o item, o respondente deveria observar que o marcador está entre os números 37 e 38, excluindo assim as alternativas (A) e (D). Para concluir que a alternativa correta é 37,5°C (alternativa C), bastava observar que a marcação está 5 subunidades a frente do número 37.

O item foi respondido corretamente por pouco mais de 85% dos respondentes, sendo que a alternativa correta foi a mais assinalada em todos os grupos de desempenho, sendo que no grupo intermediário menos de 8% desses alunos erraram a questão enquanto que no grupo superior houve menos de 2,0% de erro.

A curva da TRI mostra que apenas para alunos com nível de proficiência Abaixo do Básico há uma grande

10 Compõe a descrição do ponto 175 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
BÁSICO  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

5º  
Ano  
E.F.

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

variação na probabilidade de acerto, partindo do acerto casual até 85% de chances de acertar. Para os demais níveis a probabilidade de acerto é superior a 85%, havendo sempre um aumento na chance daqueles que possuem níveis mais altos.

### Exemplo 3<sup>11</sup>

**H29** Ler e/ou interpretar informações e dados apresentados em tabelas e construir tabelas.

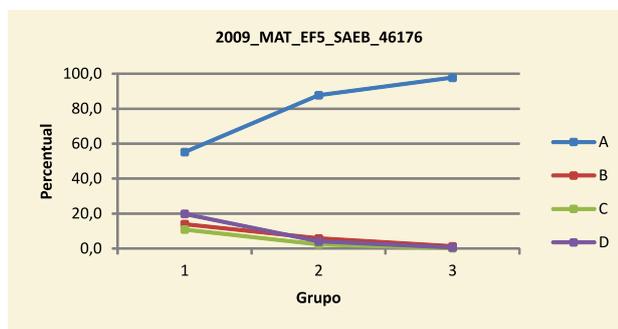
João e Maria colecionam selos e figurinhas e anotam a quantidade que têm no quadro a seguir:

	Quantidade de Figurinhas	Quantidade de selos
João	86	54
Maria	78	67

O número de selos de João é igual a

- (A) 54.
- (B) 67.
- (C) 78.
- (D) 86.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Fácil	Muito Boa	<b>82,7</b>	6,3	3,9	7,1	1,104	-1,796	0,098



O item exigia do respondente a identificação do número de selos que João possui em uma tabela de dupla entrada. O item foi respondido corretamente por um bom número de alunos nos três drupos de desempenho, o que demonstra uma boa assimilação do conteúdo, principalmente no grupo superior, no qual 97,8% dos alunos acertaram a questão. Vale destacar um índice de discriminação muito bom com o grupo de desempenho superior tendo um aproveitamento de 42 pontos percentuais acima do grupo de menor desempenho.

11 Compõe a descrição do ponto 175 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

Mais uma vez o bom desempenho dos estudantes refletiu a expectativa gerada pela curva da TRI, na qual é possível perceber que alunos com proficiência a partir da média atingida pelo 5º ano EF apresentam probabilidade de acerto igual ou superior a 90,0%.

Tem sido comum ao final do 5º ano EF os alunos apresentarem boa capacidade de leitura tanto de tabelas (simples ou de dupla entrada) como de gráficos (principalmente de colunas). Agora é preciso que essa leitura extrapole a identificação de valores e passe para a análise do que está apresentado, a fim de que o aluno seja capaz de apresentar suas próprias conclusões, justificando-as.

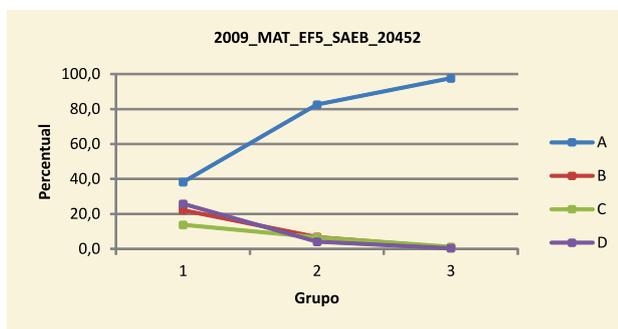
### Exemplo 4<sup>12</sup>

**H12** Resolver problemas que envolvam a adição ou a subtração, em situações relacionadas aos seus diversos significados.

Flávio comprou um caderno de 200 folhas. Ele já usou 104 folhas desse caderno. Quantas folhas, sem uso, ainda restam no caderno de Flávio?

- (A) 96.
- (B) 104.
- (C) 106.
- (D) 304.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Fácil	Muito Boa	<b>72,8</b>	9,9	7,2	10,0	1,613	-1,161	0,149



A situação-problema aborda uma das ideias associadas à operação subtração (quanto resta). O item, respondido corretamente por aproximadamente 73,0% dos respondentes, apresentou uma discriminação muito boa entre os grupos de maior e menor desempenho, o primeiro com 97,6% de acerto enquanto o segundo teve apenas 38,2%. Isso mostra que o grupo inferior teve mais erros (61,8%) do que acertos, o que implica na necessidade de uma retomada desse tipo de situação-problema associado à subtração para esse grupo de estudantes.

12 Compõe a descrição do ponto 200 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



A solução pode ser obtida, dentre outras maneiras, pela subtração  $200 - 104$ , que resulta 96 (alternativa A). Um aluno com boa percepção poderia simplesmente notar que mais da metade das folhas foram utilizadas, logo restou menos da metade das folhas do caderno, ou seja, menos de 100, e a alternativa A é a única com essa característica.

O provável desempenho nos níveis de proficiência pode ser analisado por meio da curva característica do item. Nela é possível observar que os alunos com nível de proficiência Abaixo do Básico têm chance de acerto inferior a 45,0%, enquanto aqueles que apresentam nível Básico de proficiência têm probabilidade de acerto variando entre 45,0% e 95,0% e alunos com nível proficiência Adequado ou Avançado apresentam mais de 95,0% de chances de acerto.

## NÍVEL ADEQUADO: 225 A < 275

A proficiência de nível Adequado é característica de 30,3% dos alunos da rede estadual de ensino. Os alunos com tal proficiência conseguem identificar as mesmas situações descritas no nível anterior, porém em casos mais sofisticados, e além destes demonstram ter desenvolvido as habilidades de:

### Identificar:

- a fração decimal correspondente a um número cuja representação decimal está expressa até décimos;
- a posição de um número decimal (com duas casas) na reta numérica;
- a ordem de grandeza de um número natural.

**Calcular** o perímetro de figuras desenhadas em malha quadriculada.

**Determinar** 50% de uma quantidade.

### Resolver problemas envolvendo:

- operações com números decimais em situações de compra e venda;
- leitura de uma tabela pictórica;
- adição e subtração ou multiplicação e divisão em um mesmo problema;
- os diversos significados das quatro operações fundamentais;
- o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas desenhadas em malha quadriculada.

Na sequência, destacam-se itens aos quais se associam algumas habilidades características desse nível, lembrando que os alunos nele classificados também dominam as habilidades dos níveis anteriores.

### Exemplo 5<sup>13</sup>

**H13** Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.

Renato colheu 1.530 quilogramas de laranjas e quer colocá-las em sacos, cada um com 18 quilogramas de laranjas.

Para ensacar todas as laranjas, ele vai precisar de

- (A) 58 sacos.
- (B) 64 sacos.
- (C) 72 sacos.
- (D) **85 sacos.**

13 Compõe a descrição do ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

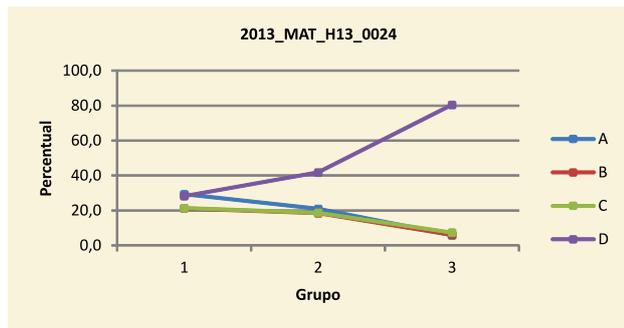
500
475
450
425
400
375
350
325
300
<b>ADEQUADO</b>
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

ADEQUADO

5°  
Ano  
E.F.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	<b>D</b>	a	b	c
D	Média	Muito Boa	18,1	15,0	15,5	<b>51,4</b>	1,752	-0,134	0,297



O item trata de uma situação-problema que envolve uma das ideias associadas ao conceito de divisão (repartir em partes iguais), e foi respondido corretamente por 51,4% dos alunos, que fizeram corretamente a divisão de 1530 por 18 com resultado igual a 85 (alternativa D). Além disso, apresentou um parâmetro de discriminação muito bom que é reflexo dos 52 pontos percentuais de diferença entre o grupo superior e inferior quando se analisa o número de alunos destes grupos que responderam o item corretamente. Analisando cada um dos grupos de desempenho, notamos uma divisão muito próxima na escolha das alternativas no grupo de menor desempenho, já no grupo intermediário nota-se uma preferência pela alternativa correta, porém 52,0% destes erraram a questão, e o bom aproveitamento só é observado de modo consolidado no grupo de maior desempenho, que superou 80% de aproveitamento.

A curva característica do item mostra que alunos com proficiência menor ou igual a 200 têm praticamente chance de acerto casual. Já estudantes com proficiência maior ou igual a 300 têm quase 100% de chance de acerto. Conseqüentemente, o intervalo de proficiência entre 200 e 300 apresenta uma variação muito grande na probabilidade de acerto, e caso uma turma esteja nesse intervalo é necessário verificar se o conceito foi bem desenvolvida por eles.

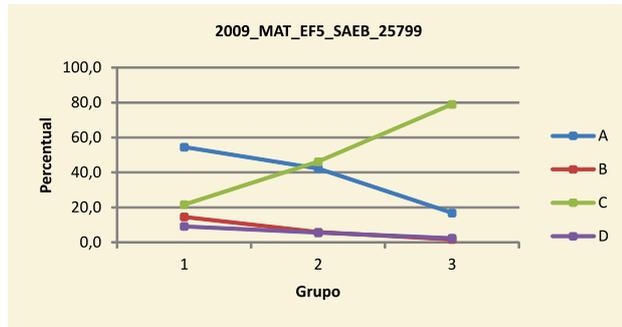
## Exemplo 6<sup>14</sup>

**H02** Relacionar a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração.

Henrique escreveu durante uma atividade um número formado por 45 unidades de milhar e 38 unidades. O número escrito por Henrique foi

- (A) 4538.
- (B) 45308.
- (C) **45038.**
- (D) 450038.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	37,4	7,2	<b>49,7</b>	5,7	1,041	-0,379	0,145



O item trata da decomposição de um número, porém de uma forma menos usual. Possivelmente, se o item descrevesse o número como sendo formado por 4 dezenas de milhar, 5 unidades de milhar, 3 dezenas e 8 unidades, o percentual de acertos aumentaria sensivelmente. No formato do enunciado, o estudante deveria associar 45 unidades de milhar com 45.000 (quarenta e cinco mil) e 38 unidades com o próprio 38, resultando em 45.038 (as unidades milhar e unitária foram tomadas como referência).

A questão foi respondida corretamente por quase 50,0% dos respondentes e apresentou discriminação muito boa. A alternativa A foi marcada por um considerável percentual de alunos (37,4%), e ela apenas apresenta os algarismos 4838 como aparece no enunciado. Provavelmente ocorreu uma leitura não compreensiva ou o sistema de numeração não está bem compreendido e assimilado por esses alunos.

Alunos do grupo de menor desempenho optaram, em sua maioria, pela alternativa “A” e apenas 22,0% chegaram na alternativa correta. O grupo intermediário tem a alternativa C como sendo a mais assinalada, no entanto o percentual de erros é superior ao de acertos. No grupo de maior desempenho, a probabilidade de acerto atinge 79,0%, que representa a grande maioria deste grupo.

Segundo o gráfico da TRI, o item mostra exigência acima da média, já que aqueles que apresentam proficiência igual a média estadual têm probabilidade de acerto em torno de 50,0% e, para os de nível avançado (proficiência menor ou igual a 275), a chance de acerto é superior a 95,0%.

14 Compõe a descrição do ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
ADEQUADO  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

5º  
Ano  
E.F.

## NÍVEL AVANÇADO: $\geq 275$

Os alunos com nível de proficiência Avançado correspondem a 12,7% dos estudantes do 5º ano EF das escolas da rede estadual que realizaram a prova de Matemática. Estes são capazes de:

### Identificar:

- semelhanças e diferenças entre polígonos;
- padrões geométricos.

**Relacionar** um número racional às suas diferentes representações: fracionária, decimal e percentual.

**Estimar** a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.

### Resolver problemas envolvendo:

- a identificação de frações equivalentes;
- o uso correto de medidas padronizadas;
- a estimativa da área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada que possuem um dos lados curvo;
- a comparação entre áreas desenhadas em malha quadriculada;
- a equivalência entre unidades de medidas usuais de volume.

Na sequência, ilustramos com itens casos dessa lista de habilidades.

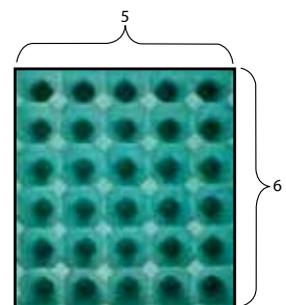
### Exemplo 7<sup>15</sup>

**H13** Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.

Uma granja tem 300 ovos para embalar em bandejas do tipo mostrado na figura.

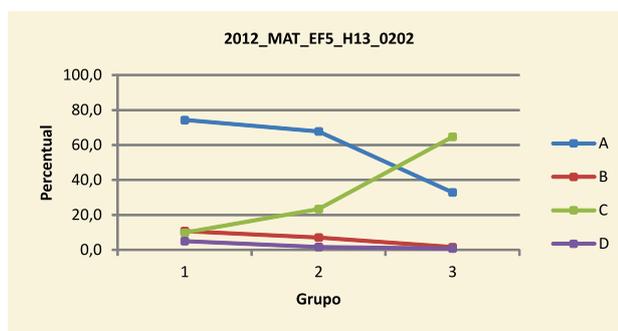
O número de bandejas necessárias para embalar todos os ovos é:

- (A) 30.
- (B) 20.
- (C) 10.
- (D) 5.



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Difícil	Muito Boa	58,3	6,5	<b>32,7</b>	2,5	2,123	0,009	0,115

15 Compõe a descrição do ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



A resolução correta do item exige a leitura atenta do problema, pois a solução depende de duas operações para a obtenção da resposta. Primeiramente, é necessário que o estudante descubra a quantidade de ovos que a bandeja comporta, nesse caso,  $6 \cdot 5 = 30$  ovos. Na sequência é preciso descobrir o número de bandejas necessárias para embalar a produção da granja. Para tanto, o aluno precisa concluir que se a produção é de 300 ovos então são necessárias 10 bandejas ( $300 \div 30 = 10$ ).

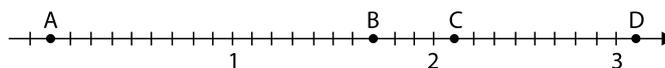
A questão foi respondida corretamente por 32,7% dos estudantes, sendo estes, em sua maioria, alunos do grupo de maior desempenho. A distribuição das respostas mostra que a alternativa "A" foi um atrativo para boa parte dos respondentes (58,3%), inclusive para alunos de alto desempenho. Destes, quase 33,0% optaram pela alternativa que indica o número de ovos que a bandeja comporta, mesmo não sendo essa a pergunta. Possivelmente uma leitura não compreensiva responde alto por este percentual de escolha da alternativa.

O gráfico da TRI mostra a alta proficiência exigida pelo item. Por meio dela podemos notar que os alunos com nível de proficiência Abaixo do Básico têm probabilidade de acerto muito próxima a de um acerto casual, enquanto alunos com nível proficiência Básico têm chances de acerto variando de 12,0% a 25,0%; já alunos de nível Adequado apresentam grande variação na probabilidade, de 25,0% até 90,0%, e somente os alunos de proficiência Avançada têm alta probabilidade de acerto, maior que 90,0%.

## Exemplo 8<sup>16</sup>

**H05** Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.

Observe a reta métrica a seguir.

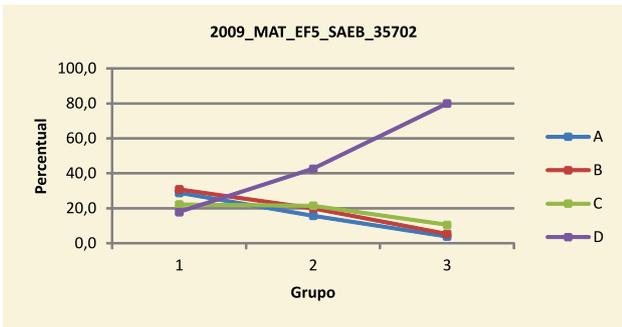


Os pontos A, B, C e D marcados na reta numérica representam os números

- (A) 0,1 1,6 2,0 3,1.
- (B) 0,1 1,6 2,0 3,0.
- (C) 0,1 1,7 2,1 3,0.
- (D) **0,1 1,7 2,1 3,1.**

<sup>16</sup> Compõe a descrição do ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	<b>D</b>	a	b	c
D	Média	Ótima	18,1	20,7	19,0	<b>42,2</b>	1,122	-0,098	0,137



A resolução do item exigia a contagem dos marcadores dos décimos a partir de algum número natural. Dos quatros pontos, o “A” pode ser considerado o mais difícil de ser obtido pois exigia que o estudante fizesse a contagem a partir do número 1 se deslocando à esquerda em direção ao 0, enquanto que os demais são obtidos por uma contagem crescente. No entanto, vale ressaltar que, para obtenção da resposta, o ponto “A” de nada interfere, já que todas as alternativas o associam ao mesmo número decimal.

O item, respondido corretamente por 42,2% dos alunos, mostrou um ótimo poder de discriminação. Dentre os grupos de desempenho, o grupo inferior apresenta a necessidade de maiores cuidados, já que a alternativa correta foi a menos assinalada. Os alunos do grupo intermediário também precisam de atenção, já que a alternativa correta foi a opção escolhida por menos 50,0% dos alunos desse grupo. Apenas os alunos do grupo superior demonstraram domínio do conteúdo com um índice de acertos de 80,0%.

A curva característica do item mostra a necessidade de uma investigação na sala de aula sobre a situação daquelas turmas que apresentam proficiência próxima à média estadual, já que, se considerarmos um desvio para mais e para menos em relação à média, a probabilidade de acerto relacionada aos alunos desse intervalo varia de 20,0% a 70,0%.

## 3.1.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Como já foi mencionado, as provas do SARESP são organizadas de modo a incluírem itens de edições anteriores e de avaliações nacionais. Esta inclusão subsidia a análise comparativa que deve ser feita como forma de acompanhar os resultados de um projeto educacional.

A tabela a seguir reúne os dados referentes ao desempenho dos alunos nos itens de ligação utilizados nas provas de Matemática do 5º ano do EF, em 2013 e 2014.

**Tabela 9. – Desempenho em Itens de Ligação  
Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013 e 2014**

Objetos de Conhecimento	% de Acerto	
	2013	2014
Estimativa da medida de um objeto colocado sobre uma régua numerada.	76,4	81,0
Identificação de fração definida pelas partes sombreadas de uma figura.	71,0	69,6
Cálculo de 25%.	29,2	34,5
	44,8	50,3
Problema envolvendo divisão não exata.	56,1	60,7
Problema envolvendo transformação de mL em L.	67,4	68,3
Problema envolvendo diferença entre decimais.	46,5	53,3
Problema envolvendo multiplicação - configuração retangular.	51,2	54,8
Decimais na reta numérica.	62,2	66,6
Problema de compra ou venda.	79,5	82,2
Conversão de dias em semanas.	52,6	53,8
Problemas de compra e venda com subtração.	54,7	57,4
Significado de 100%.	54,6	58,4
Problemas envolvendo multiplicação.	52,3	57,7
	76,7	81,4
Identificação da localização de números naturais na reta numérica, a partir de um padrão.	55,2	57,8
	69,0	73,1
Problemas envolvendo soma e subtração.	69,0	73,1
Problemas envolvendo cálculo com cédulas e moedas.	77,0	79,6
Identificação de números naturais que completam uma sequência numérica.	82,6	85,0
Estimativa de volume dentro de um recipiente.	58,8	58,4

Identificação de base retangular em um sólido geométrico.	78,9	82,6
Problema envolvendo divisão como razão.	63,4	52,9
Identificação da localização de número racional na reta numérica.	56,3	50,8
Identificação da fração que representa a relação parte-todo.	71,7	71,9
Correspondência entre decimais e frações.	54,4	53,9
Cálculo de uma subtração.	71,7	72,9
Cálculo de uma multiplicação.	71,8	71,9
Cálculo de uma divisão.	49,3	51,2
Problema envolvendo multiplicação – proporcionalidade simples.	55,2	58,9
Problema envolvendo soma de decimais (valores de produtos).	79,3	80,9
Problema de compra e venda – determinar troco.	56,5	60,0
Estimativa de volume total (em litros) de um conjunto de recipientes (em mililitros).	55,5	55,8
Total de pesquisados a partir de um gráfico de colunas.	56,2	54,5

Observa-se que na grande maioria (cerca de 80,0%) dos itens de ligação, houve melhora do desempenho dos alunos de 2013 para 2014. Essa é mais uma evidência da evolução constatada na proficiência dos estudantes do ano em questão. Os melhores índices de acerto nessas duas últimas edições da avaliação SARESP são de itens associados a problemas de compra e venda, localização de números (naturais e decimais) na reta numérica graduada, identificação de números que completam sequências simples, identificação de figuras planas, efetuar subtração ou multiplicação de números naturais.

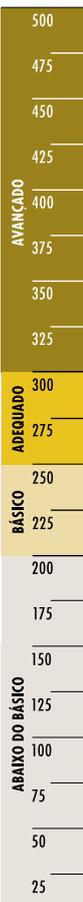
## 3.2. – A MATEMÁTICA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

**5º Ano**  
Ensino Fundamental

**7º Ano**  
Ensino Fundamental

**9º Ano**  
Ensino Fundamental

**3ª Série**  
Ensino Médio





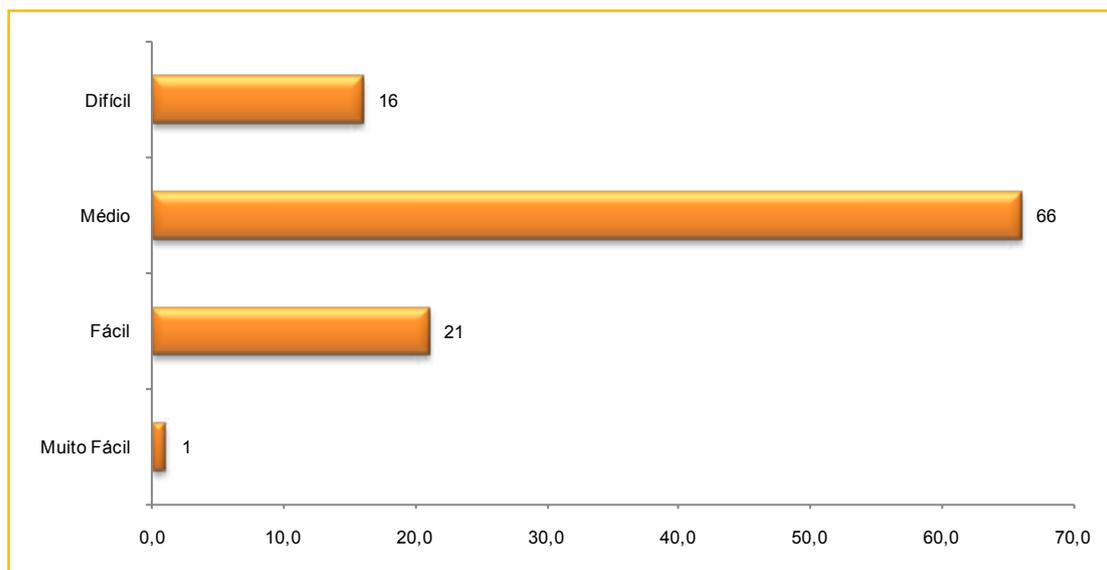
## 3.2. – A MATEMÁTICA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, retiradas de um total de 104 itens, cobrindo as 38 habilidades da Matriz de Referência de Matemática para esta etapa de escolaridade, e com diferentes graus de dificuldades, como mostram as tabelas e gráficos apresentados a seguir:

**Tabela 10. – Distribuição dos Itens segundo Habilidades e Competência de Área Prova de Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

TEMAS	Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliados no SARESP 2014	Itens de Ligação
CA-1 Números, Operações e Funções	15	33	8
CA-2 Espaço e Forma	6	16	0
CA-3 Grandezas e Medidas	11	27	3
CA-4 Tratamento da Informação	6	15	2
<b>Total</b>	<b>38</b>	<b>91</b>	<b>13</b>

**Gráfico 17 – Distribuição das Questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

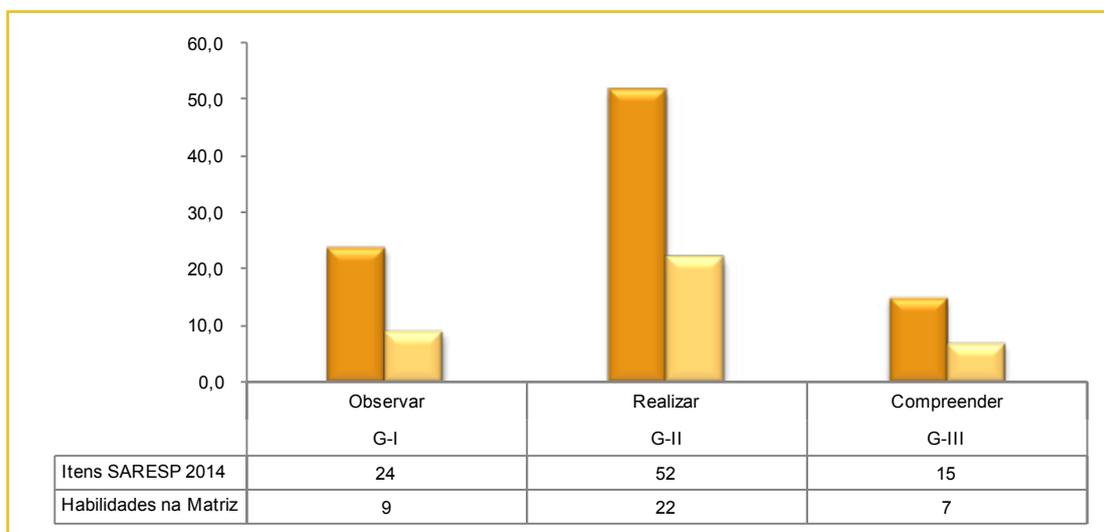


MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

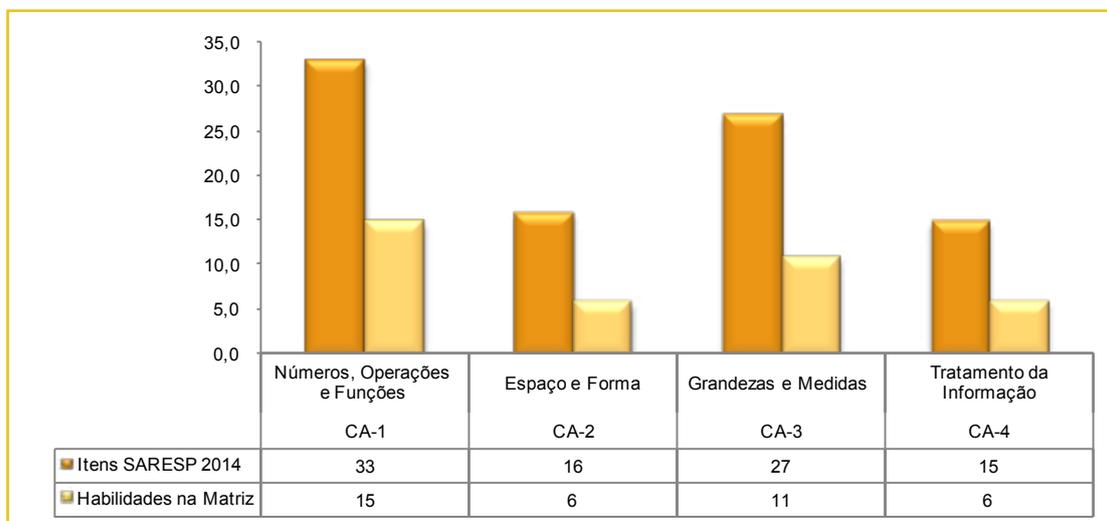
A prova SARESP 2014 apresenta uma distribuição de itens que segue o agrupamento das habilidades presentes na matriz de referência para a avaliação em questão, sendo que a avaliação apresentou um nível mediano de dificuldade.

Os gráficos seguintes mostram a distribuição dos itens da prova segundo grupos de competência do aluno e de área/tema (CA), de acordo com a Matriz de Referência de Avaliação para o 7º ano do Ensino Fundamental. É de se notar que a soma dos valores anotados, em ambos os casos, não totaliza 104, devido ao fato de a prova incluir itens de ligação do 5º ano que são colocados para a comparação dos resultados de desempenho entre anos escolares.

**Gráfico 18. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências Cognitivas do Aluno – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



**Gráfico 19. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014.**

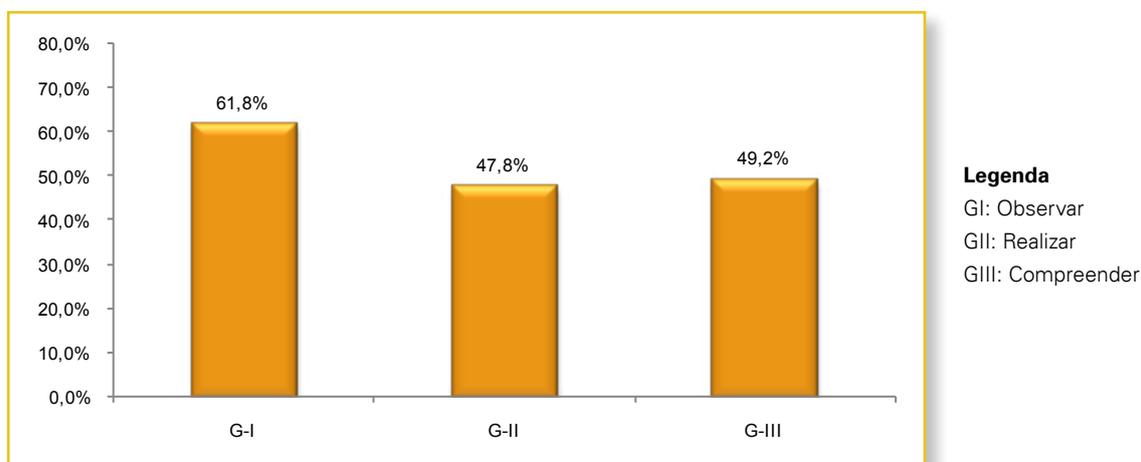


Essas distribuições refletem a proposta da avaliação, ou seja, mostram as competências do aluno e as áreas da Matemática que concentram a maioria das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do ano em questão.

Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, são analisados os percentuais de acertos nas questões agrupadas de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e, depois, de acordo com as áreas da Matemática (CA) trabalhadas nas 104 questões da prova. Isso é feito nos gráficos a seguir.

É importante ressaltar que a prova elaborada para o 7º ano EF teve como característica a investigação mais detalhada de alguns conceitos elementares, exigindo assim menor proficiência em alguns itens de certas habilidades. Essa tentativa buscou descrever melhor as diferenças entre os alunos dos níveis Abaixo do Básico e Básico, onde está concentrada a maioria dos estudantes avaliados nos últimos anos. Quanto aos alunos de maior proficiência, foi mantido um número de itens necessários para avaliá-los e medir seu bom desempenho.

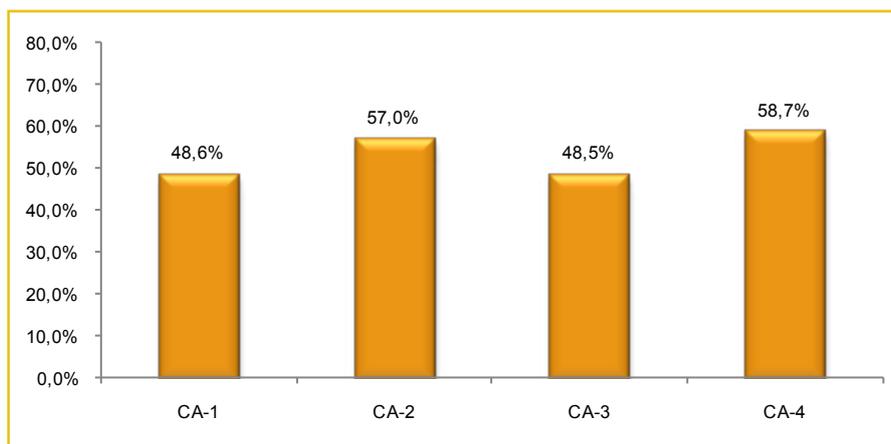
**Gráfico 20. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)  
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



Todos os percentuais de aproveitamento nos grupos apresentaram aumento em relação à edição anterior. Destes, o maior ganho está associado aos itens cujas Competências do Sujeito voltam-se para observar (G-I), que mostraram uma boa concepção dos estudantes sobre as ideias de fração como forma de representar a relação parte-todo; identificar formas planas que compõe um mosaico; associar objetos do mundo real à sólidos geométricas; identificar a planificação de um sólido geométrico; identificar a reflexão de uma figura; transformar os dados de uma tabela em um gráfico de barras, setores ou linha, sendo esse último mais familiar àqueles de maior proficiência.

Apesar de uma melhora discreta nos outros dois grupos, nota-se a necessidade de criar atividades a fim de aprofundar os conceitos trabalhados em sala, principalmente o cálculo envolvendo diferentes unidades de medida, a potenciação de números inteiros, a resolução de problemas envolvendo a noção de escala, o princípio fundamental da contagem.

**Gráfico 21. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)  
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



**Legenda**

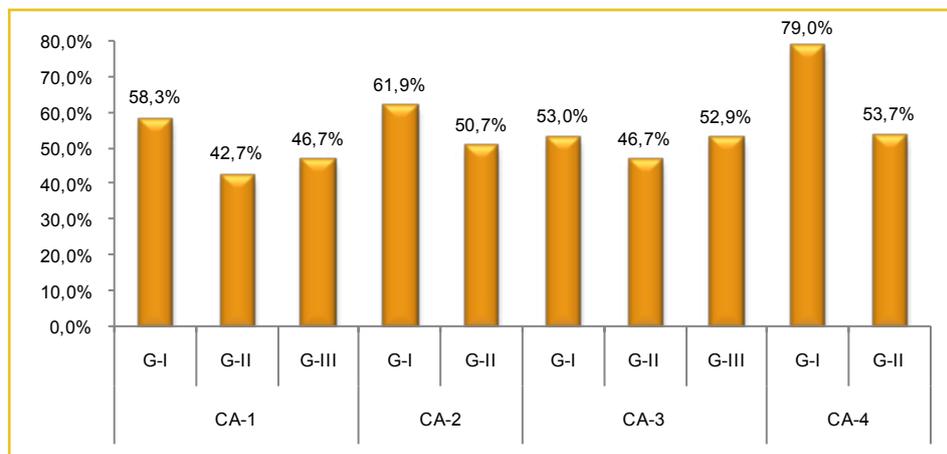
- CA-1: Números, Operações e Funções
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação

Em todas as Competências de Área houve uma discreta melhora no percentual de aproveitamento dos alunos, devida, principalmente, aos grupos de desempenho intermediário e de maior desempenho em itens associados ao cálculo de probabilidade simples; na leitura de tabelas; no reconhecimento da existência de proporcionalidade entre valores apresentados e no cálculo envolvendo números decimais.

Em relação aos eixos de Número e Operações e Grandezas e Medidas, vale destacar a dificuldade dos estudantes em resolver expressões numéricas envolvendo números positivos e negativos, em determinar a expressão matemática que descreve um problema e em identificar e operar medidas angulares.

O gráfico a seguir apresenta os percentuais de acertos de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

**Gráfico 22. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área  
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



**Legenda**

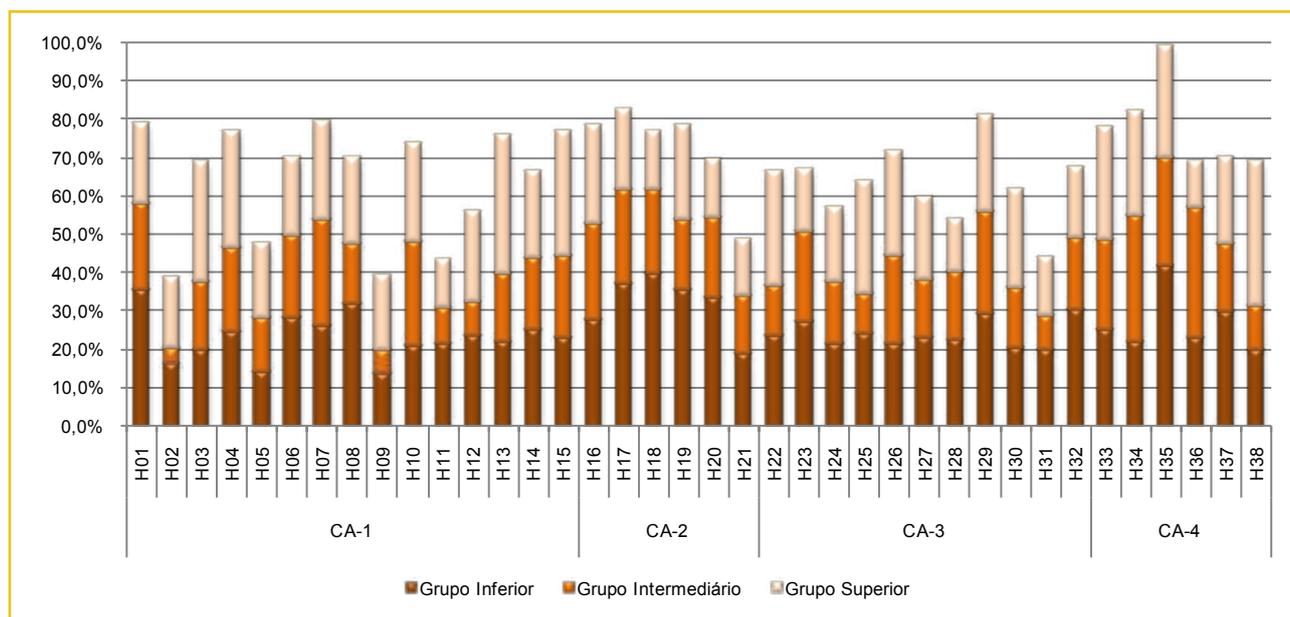
- CA-1: Números, Operações e Funções
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação
- G-I: Observar
- G-II: Realizar
- G-III: Compreender

O maior índice (79,0%) refere-se uma única habilidade: *Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações.* (gráficos elementares – barras, linhas, pontos) na qual os alunos de todos

os grupos de desempenho obtiveram um bom aproveitamento. Os itens associados a essa habilidade exigiam dos respondentes transpor as informações apresentadas em uma tabela para um gráfico (barras, setores e linha). O único dado que apresentou queda no percentual é referente ao tema CA-2 (G-II) no qual foram propostos novos desafios aos estudantes a fim de que extrapolassem a mera visualização para a identificação de características geométricas de figuras planas e tridimensionais, por exemplo, a contagem do número de arestas de um sólido dada a sua planificação.

Com o objetivo de facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área, é apresentado a seguir um gráfico que detalha o aproveitamento dos alunos em cada habilidade da Matriz de Avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos, divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). No 7º ano EF, o Grupo 1 é composto de alunos que acertaram até 9 questões, já os que compõem o Grupo 2 acertaram entre 10 e 14 itens, e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 15 e 24 itens. O número de acertos apurado em cada grupo de desempenho permite uma primeira análise do desempenho geral dos alunos do nível de ensino considerado.

**Gráfico 23. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competência de Área Matemática – 7º Ano Ensino Fundamental – SARESP 2014**



O gráfico reforça algumas observações anteriores sobre a necessidade de aprimorar as habilidades com os menores índices de acerto. Destacam-se nesse aspecto as habilidades referente a resolver problemas que envolvem o conceito de múltiplos comuns de dois números, efetuar cálculos com potências usando suas propriedades elementares, trabalhar com expressões numéricas envolvendo números inteiros e, assim como na edição anterior, a habilidade de identificar o número como a razão constante na geometria entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência.

Os dados ainda permitem apontar para o aproveitamento diferenciado do grupo de maior desempenho na prova, nos itens associados à resolução de problemas envolvendo as operações de adição, subtração e multiplicação com números inteiros; a ordenação correta dos cálculos para a resolução de um problema; e a

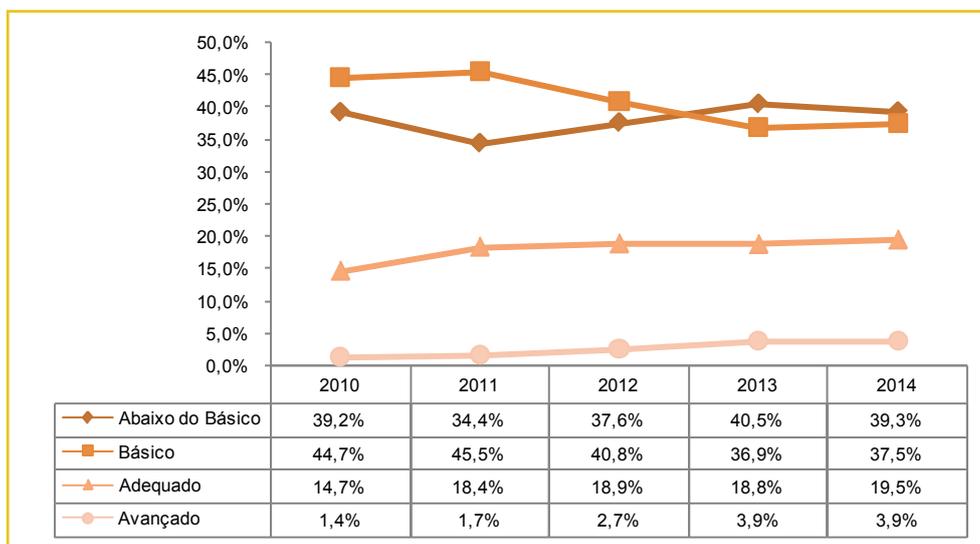
aplicação do princípio multiplicativo na contagem do número de combinações possíveis de elementos. Na tabela a seguir, é possível verificar que, em média, os alunos do 7º ano estão no nível considerado **Abaixo do Básico**. A distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos na escala de proficiência pode ser vista na tabela, para a situação em 2014.

**Tabela 11. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática  
7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

Nível	Alunos (em %)
Abaixo do Básico (< 200): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 7º ano EF.	39,3%
Básico (200 a < 250): Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	37,5%
Adequado (250 a < 300): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 7º ano EF.	19,5%
Avançado (≥ 300): Os estudantes neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para o 7º ano EF.	3,9%

O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010-2014, com a evolução da situação dos alunos do 7º ano de Ensino Fundamental em relação aos níveis de desempenho.

**Gráfico 24. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2014  
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental**



Conforme pode ser observado, após cinco edições do SARESP, não há, apesar das variações, uma melhora consolidada nos índices referente aos alunos cuja proficiência está no nível Abaixo do Básico. Contudo, é visível o avanço dos demais alunos para níveis mais elevados de proficiência.

## 3.2.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

### NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 200

Este grupo corresponde a 39,3% dos alunos da rede estadual de ensino e, com base na proficiência desses alunos, espera-se deles competências para realizar tarefas mais afeitas à série anterior, tais como identificar sequências numéricas e resolver problemas com números decimais envolvendo diferentes significados da adição ou subtração. Nos problemas voltados para o ano que frequentam, são capazes de:

**Identificar** formas planas e espaciais em situações do cotidiano e por meio de suas representações em desenhos e em malhas.

**Ler** dados e informações apresentados em um gráfico de barras.

**Resolver problemas envolvendo:**

- a interpretação de gráficos;
- as principais ideias de multiplicação e divisão de dois números.

Na sequência, é apresentado um exemplo de item que avalia uma das habilidades dos alunos com esse nível de proficiência.

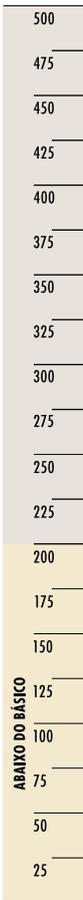
#### Exemplo 1<sup>17</sup>

**H34** Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas.

A tabela indica os Códigos de Discagem à Distância (DDD) de algumas cidades do Estado de São Paulo.

LOCALIDADES	DDD	LOCALIDADES	DDD
Araçatuba	18	Santos	13
Araraquara	16	São José do Rio Preto	17
Campinas	19	São José dos Campos	12
Cubatão	13	São Paulo	11

17 Compõe a descrição do ponto 175 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



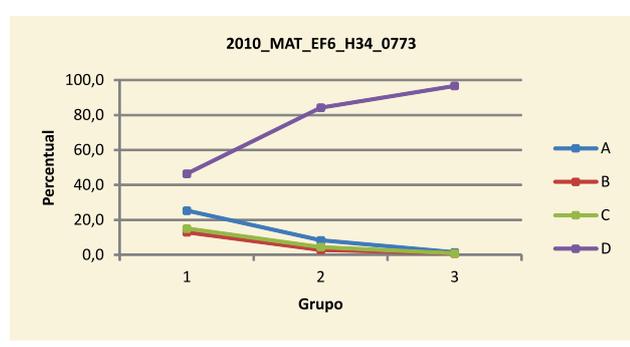
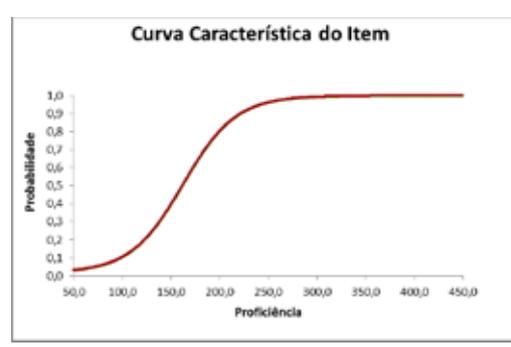
500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

ABAIXO DO BÁSICO

Destas cidades, as que possuem os mesmos DDD são:

- (A) Campinas e São Paulo.
- (B) Araraquara e Santos.
- (C) Cubatão e São José do Rio Preto.
- (D) Cubatão e Santos.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Fácil	Muito Boa	9,3	4,3	5,4	<b>80,9</b>	1,088	-1,748	0,015



O item trata da localização de duas cidades com mesmo DDD, sendo as informações dadas em uma tabela. Dentre as oito localidades, apenas duas, Cubatão e Santos, apresentam o mesmo DDD.

O índice de acertos é próximo de 81,0% e a maior frequência de erros ocorre no grupo G1, no qual 53,7% dos alunos não fizeram a leitura correta da tabela. A curva característica do item mostra que os alunos com proficiência Abaixo do Básico apresentam alta variação na probabilidade de acertar a questão (de 5,0% a 80,0%), enquanto os alunos nos demais níveis de proficiência apresentam alta probabilidade de acerto (superior a 80,0%). Caso seja identificada alguma dificuldade na turma frente à leitura de dados, é necessário que o professor intervenha, pois do contrário será impossível para o estudante conseguir fazer análises futuras dos dados, já que não conseguem fazer a leitura de modo satisfatório.

7º  
Ano  
E.F.

## NÍVEL BÁSICO: 200 A < 250

Na rede estadual de ensino, 37,5% dos alunos estão classificados nesse nível de proficiência. Desses alunos, era esperado que trabalhassem com tarefas cuja solução depende das habilidades de:

### Identificar:

- o gráfico (colunas ou setores) correspondente a uma tabela;
- a simetria reflexão dados os eixos;
- figuras espaciais a partir de suas planificações;

### Realizar:

- medidas usando padrões e unidades não convencionais ou de outros sistemas de medida;
- contagem por meio da utilização do diagrama de árvore (dado no problema);

**Distinguir** figuras planas e espaciais.

**Resolver** cálculos simples envolvendo grandezas proporcionais (direta e inversa).

### Resolver problemas que envolvem:

- as quatro operações fundamentais;
- a relação entre unidades de medida;
- a determinação de um evento mais provável que outro;
- a multiplicação com o significado de combinatória.

Na sequência, são apresentados alguns exemplos selecionados entre os itens, e que podem suscitar interesse pedagógico e atendem aos critérios estatísticos para definição de item âncora.

## Exemplo 2<sup>18</sup>

**H15** Expressar e resolver problemas por meio de equações.

A professora colocou o seguinte desafio:

- Pensei em um número.
- Multipliquei por 12.
- Somei 10 ao resultado, obtendo 58.
- Em qual número eu pensei?

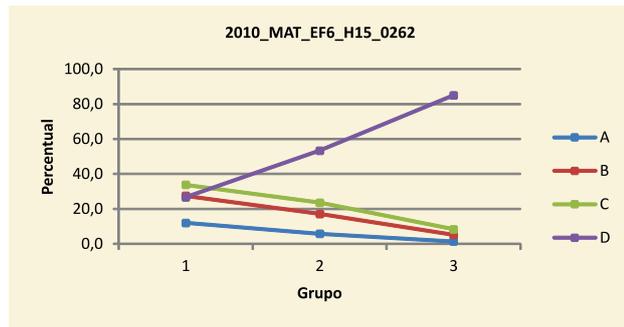
Júlia resolveu corretamente o desafio, obtendo o número

- (A) 1.
- (B) 2.
- (C) 3.
- (D) 4.

18 Compõe a descrição do ponto 225 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Média	Muito Boa	6,0	15,8	21,1	<b>57,1</b>	1,215	-0,613	0,197



O item retrata uma situação característica das propostas para introdução da linguagem algébrica. A solução mais usual é aquela na qual o aluno traduz a situação para uma equação, neste caso do 1º grau, conforme exemplo:

*Pensei em um número => x*  
*Multipliquei por 12 => 12.x*  
*Somei 10 ao resultado => 12.x + 10*  
*Obtendo 58 => 12.x + 10 = 58*

Montada a equação, a solução fica restrita a isolar a incógnita para descobrir seu valor, veja a seguir:

$$\begin{aligned}
 12x + 10 &= 58 \\
 12x &= 58 - 10 \\
 12x &= 48 \\
 x &= 48 \div 12 \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$

No entanto, essa não é a única forma de resolução. Veja

*I) Caminho inverso: o estudante pode optar em fazer o procedimento ao contrário para obter o número inicial*

*Partindo do 58*  
*Subtrair 10 => 48*  
*Dividir o resultado por 12 => 4*

*II) Testar as alternativas: assim é possível verificar qual delas chega no número final após realizar todas as operações descritas.*

O item foi respondido corretamente por pouco mais de 57,0% dos estudantes que realizaram a avaliação, sendo estes, em sua maioria, alunos do grupo de maior desempenho. Destaque para o grupo intermediário, no qual a maior parte dos alunos acertou a questão.

A curva da TRI mostra alta variação na probabilidade de acerto para aqueles com proficiência próxima a média estadual, o que reforça a necessidade de maiores investigações e cuidados do professor para diagnosticar corretamente sua turma. O acerto torna-se praticamente certo somente para alunos com proficiência superior a 300.

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

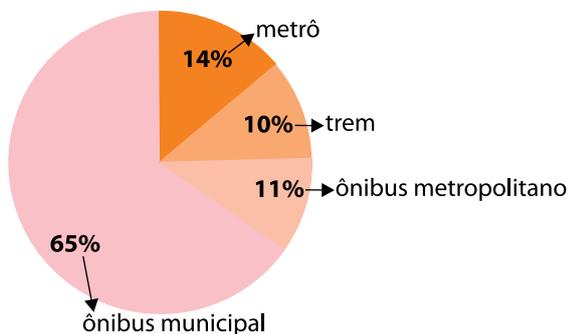
**7º**  
Ano  
E.F.

### Exemplo 3<sup>19</sup>

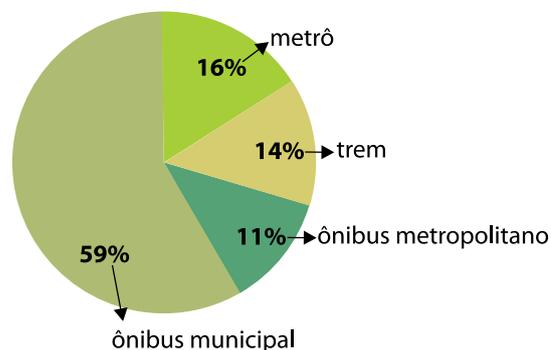
**H35** Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos. **(GII)**

A principal modalidade de transporte coletivo na Capital e na Grande São Paulo atrai menos passageiros nos últimos cinco anos, como mostram os gráficos a seguir:

**Passageiros por ano em 2006**



**Passageiros por ano em 2011**



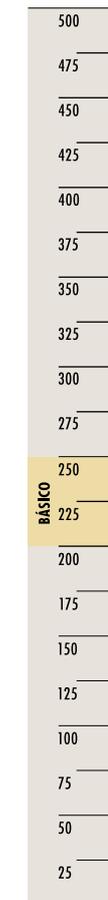
(Folha de *S.Paulo*. Cotidiano C3. 02.05.2012. Adaptado)

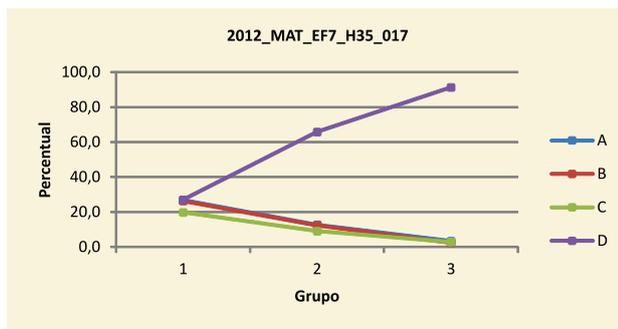
A respeito das informações do texto e do gráfico, é correto afirmar que a quantidade de passageiros de

- (A) metrô aumentou; trem aumentou; ônibus metropolitano não foi alterada e de ônibus municipal não foi alterada.
- (B) metrô aumentou; trem aumentou; ônibus metropolitano diminuiu e de ônibus municipal diminuiu.
- (C) metrô aumentou; trem não foi alterada; ônibus metropolitano não foi alterada e de ônibus municipal diminuiu.
- (D) **metrô aumentou; trem aumentou; ônibus metropolitano não foi alterada e de ônibus municipal diminuiu.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	<b>D</b>	a	b	c
D	Fácil	Ótima	12,0	11,3	8,9	<b>67,8</b>	1,051	-1,146	0,055

19 Compõe a descrição do ponto 225 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP





O percentual de acertos da questão é de quase 68,0% com ótimo índice de discriminação, pois o grupo inferior teve um percentual de acerto de 27,0% enquanto no grupo superior o percentual de acertos foi maior que 91,0%. A curva característica do item mostra que alunos com proficiência a partir de 250, ou seja de nível de proficiência Adequado ou Avançado, apresentam altíssima probabilidade de acerto.

A resolução implica na comparação um a um dos meios de transporte em dois anos distintos, sendo que o metrô apresentou aumento (+2 pontos percentuais) assim como o trem (+4 pontos percentuais), já o ônibus metropolitano manteve o mesmo percentual passageiros, enquanto o ônibus municipal apresentou queda no número de passageiros (-6 pontos percentuais).

Provavelmente alunos com dificuldades no primeiro exemplo dessa sessão também apresentarão dificuldades nesse item, já que são exigidas quatro comparações. Vale destacar que por meio de uma análise dos últimos anos o tipo de gráfico envolvido no problema parece que não tem interferido de maneira considerável no percentual de acertos.

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

BÁSICO

7º  
Ano  
E.F.

## NÍVEL ADEQUADO: 250 A < 300

Os alunos, neste nível de proficiência, correspondem a 19,5% dos alunos das escolas estaduais de São Paulo. Além de dominarem as habilidades deste mesmo nível no 5º ano e aquelas descritas nos níveis anteriores do 7º ano, estes alunos resolvem questões envolvendo habilidades de:

### Identificar:

- a decomposição polinomial de um número da ordem de milhão contendo algarismos zeros em sua composição;
- representações decimais de frações e de unidades de volume;
- a escrita em linguagem corrente de uma expressão algébrica;
- a expressão algébrica que representa um problema;
- frações equivalentes;
- o gráfico de linha que representa corretamente os dados de uma tabela.

### Reconhecer:

- elementos de uma sequência a partir da lei de formação;
- nomes dos sólidos geométricos associados a objetos reais;
- ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

### Determinar

- o valor da área de uma figura a partir de sua decomposição;
- a medida de um ângulo num triângulo dados os outros dois.

**Calcular** o produto de potências e expressões numéricas com números inteiros envolvendo as quatro operações fundamentais.

### Resolver problemas envolvendo

- conversão de medidas (usuais e não usuais);
- cálculo de probabilidade simples;
- multiplicação (princípio de contagem);
- leitura de gráfico com variável única;
- interpretação de dados de uma tabela;
- relação de proporcionalidade por meio de regra de três;
- distância real entre duas localidades utilizando o conceito de escala em uma ilustração;
- equações de 1º grau;
- movimentações bancárias;
- diagramas de árvore.

A seguir, são ilustradas algumas dessas habilidades, com exemplos da prova de 2014.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

7º  
Ano  
E.F.

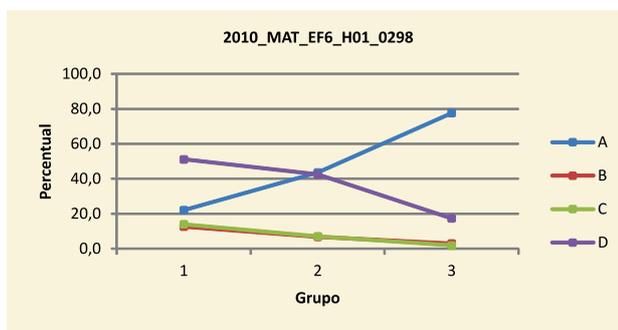
## Exemplo 4<sup>20</sup>

**H01** Reconhecer as principais características do sistema decimal: contagem, base, valor posicional

No número 3.457, o algarismo com maior valor posicional é o

- (A) 3.
- (B) 4.
- (C) 5.
- (D) 7.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Média	Muito Boa	<b>47,6</b>	7,5	7,7	37,2	1,107	-0,328	0,164



A resolução do item é direta utilizando o fato de que no sistema numérico decimal o algarismo situado à esquerda sempre possui maior valor posicional. Particularmente, nesse caso, 3 é o algarismo de maior valor posicional, já que este se refere a 3000; enquanto que o 4 significa 400; o 5 se refere ao 50; e o algarismo 7 significa 7 unidades.

O item foi respondido corretamente por menos da metade dos estudantes (47,6%) o que implica em um sinal de alerta, afinal trata-se de um dos conceitos básicos da matemática elementar. A distribuição das respostas mostra que as alternativas B e C foram pouco atrativas, diminuindo gradualmente sua proporção de escolha conforme avançamos do grupo de menor desempenho para o grupo de maior desempenho. Nesse último, menos de 5% dos estudantes optaram por uma dessas alternativas. A indecisão dos respondentes se concentrou nas alternativas "A" e "D", a primeira apresenta o maior valor posicional, enquanto que a segunda traz o maior algarismo. Conforme é melhor o desempenho do grupo, mais alta é o percentual de escolha da alternativa "A".

A curva da TRI mostra que alunos com proficiência Adequada e Avançada apresentam probabilidade de acerto superior a 70,0% e 90,0%, respectivamente. Nos outros dois níveis mais inferiores, a variação da chance de acerto é alta, o que reforça o fato do conceito de sistema de numeração decimal não estar bem consolidado para esses alunos.

20 Compõe a descrição do ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

Apesar de parecer ser um erro de simples intervenção, o problema reforça um conceito mal formado que precisa ser melhor investigado. Se o valor posicional de número naturais não estiver claro para o estudante, provavelmente o conceito de número decimal também não estará. E os resultados do 9º ano EF mostram que essas dificuldades dos alunos estão passando despercebidas.

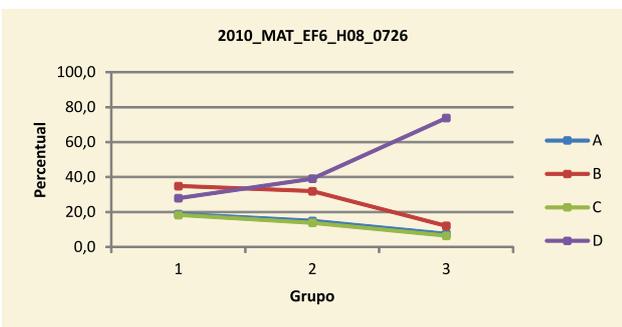
### Exemplo 5<sup>21</sup>

**H08** Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.

A moeda que tem o valor de  $\frac{1}{4}$  de real é



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Média	Muito Boa	13,5	25,7	12,5	<b>48,4</b>	1,873	0,024	0,314



Menos da metade dos respondentes acertou a questão, sendo que os dos grupo inferior e intermediário mais erram do que acertam a questão. Apenas o grupo de maior desempenho tem maior número de respostas corretas (73,8%), o que garante uma discriminação muito boa para o item.

A curva característica do item mostra que alunos com proficiência abaixo da média do ano em questão apresentam chances de acerto igual a de um acerto casual. Entre a proficiência média e o nível 300 há

21 Compõe a descrição do ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

uma variação de 60 pontos percentuais na probabilidade de acerto. Para os alunos de nível de proficiência Avançado, a probabilidade de acerto supera os 90,0%.

Para solucionar a questão pode-se fazer a correspondência de reais para centavos, já que as alternativas se apresentam dessa forma. Sendo assim, temos  $1 \text{ Real} = 100 \text{ centavos}$  e conseqüentemente  $\frac{1}{4} \text{ Real} \rightarrow \frac{100}{4} \text{ centavos} = 25 \text{ centavos}$  (alternativa D).

Outra maneira seria transformar um quarto em número decimal (notação usual do Real) que resultaria em 0,25 reais, ou seja, 25 centavos (alternativa D).

Também é possível obter a solução interpretando  $\frac{1}{4}$  de Real como a quarta parte do Real, ou seja, a moeda que quando se reúne quatro delas se obtém 1 Real, o que ocorre com a de 25 centavos.

### Exemplo 6<sup>22</sup>

**H22** Realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais ou de outros sistemas de medida dados.

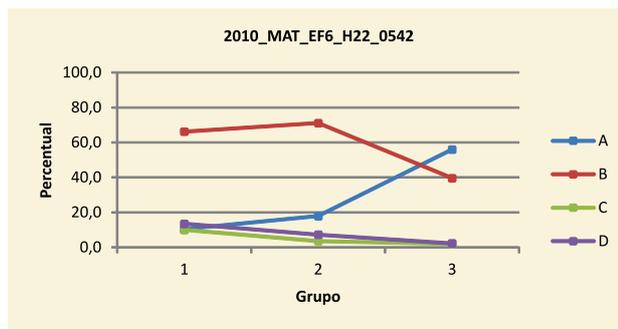
João, Laura, Tales e Cristina são primos e, numa brincadeira, mediram o comprimento da varanda da casa da avó, utilizando cada um o seu próprio pé como unidade de comprimento. O resultado da medição feita por João foi de 40 pés, o de Laura 56 pés, o de Tales 42 pés e o de Cristina 48 pés.

Desta forma, quem tem o pé com maior comprimento é

- (A) João.
- (B) Laura.
- (C) Tales.
- (D) Cristina.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Difícil	Muito Boa	<b>32,3</b>	56,7	4,4	6,6	1,278	0,189	0,104

22 Compõe a descrição do ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



O item trata de uma situação que se mostra mal compreendida por grande parte dos alunos participantes. A situação proposta envolve fundamentalmente o conceito de unidade de medida, que parece não ser bem compreendido por cerca de 57,0% dos alunos, que optaram pela alternativa “B”.

O estudante, para resolver corretamente a questão, deveria atentar para o fato de que quanto mais “pés” são necessários para fazer a medição menor ele é em relação aos demais. Logo, o indivíduo com maior pé é aquele que utilizou menor número na sua medição, nesse caso, João (alternativa “A”).

O item foi respondido corretamente por menos de um terço dos respondentes, no entanto, garantiu um parâmetro de discriminação muito bom, pois grande parte dos que acertaram a questão são do grupo superior. O comportamento do grupo intermediário também merece destaque já que há maior proporção de escolha desse grupo pela alternativa “B” frente ao grupo inferior.

A curva característica do item reforça a alta proficiência exigida pela questão. A análise das probabilidades dos níveis de proficiência mostra que a probabilidade de acerto é menor que 20,0% para alunos com nível de proficiência Abaixo do Básico, entre 20,0% e 45,0% no nível Básico; entre 45,0% e 85,0% no nível Adequado e maior que 85,0% no nível Avançado.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
<b>ADEQUADO</b>
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

## NÍVEL AVANÇADO: $\geq 300$

Os alunos deste nível mostram domínio das habilidades que já foram descritas e, além dessas, são capazes de:

### Identificar:

- situações de proporcionalidade entre grandezas expressas em linguagem corrente ou tabela;
- a simplificação de uma razão;
- a regularidade de um padrão geométrico;
- a soma dos ângulos internos de um polígono decomposto em triângulos;
- um objeto por meio de suas vistas laterais e superior;
- a existência de simetria em uma figura.

**Localizar** informações em uma tabela de dupla entrada.

### Calcular:

- medidas de ângulos;
- resultados de divisão entre números decimais;
- o perímetro de um polígono e figura decomposta;
- adição e subtração de frações.

**Determinar** um múltiplo comum de dois números.

**Traduzir** em linguagem corrente o significado de uma sentença numérica e vice-versa.

### Resolver problema envolvendo:

- dados apresentados em um gráfico de pontos;
- frações equivalentes;
- diferentes unidades de medida do sistema métrico decimal (metro e centímetro);
- transformação de unidades de medida de área;
- equação do 1º grau com coeficiente fracionário;
- a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência.

A seguir, são apresentados exemplos de itens que caracterizam esse nível, no qual estão classificados 3,9% dos alunos da rede estadual.

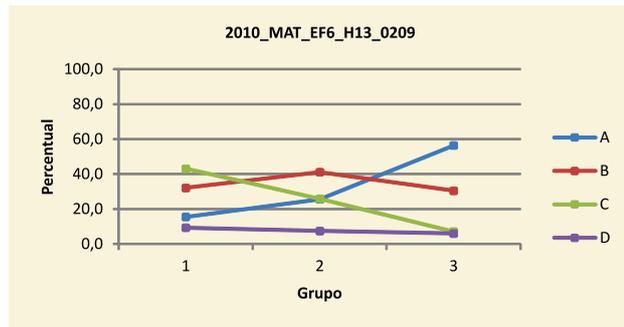
## Exemplo 7<sup>23</sup>

**H13** Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração).

Se adicionarmos 3 ao dobro da idade de Ana, vamos obter a minha idade, ou seja, 37 anos. Quantos anos Ana tem?

- (A) 17 anos.
- (B) 34 anos.
- (C) 40 anos.
- (D) 77 anos.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Difícil	Muito Boa	<b>33,0</b>	34,9	24,6	7,5	1,180	0,346	0,160



O item traz uma situação muito característica do estudo introdutório da linguagem algébrica, cuja solução pode ser obtida pela montagem e resolução da equação que traduz a situação:

$$\begin{aligned}
 2x + 3 &= 37 \\
 2x &= 37 - 3 \\
 2x &= 34 \\
 x &= 34 \div 2 \\
 x &= 17
 \end{aligned}$$

Ou então pelo processo inverso dos cálculos para obtenção do valor procurado

$$\begin{aligned}
 \text{Minha idade} &\Rightarrow 37 \text{ anos} \\
 \text{Descontar 3 anos} &\Rightarrow 34 \text{ anos}
 \end{aligned}$$

*Se o dobro da idade de Ana é 34; então sua idade é a metade desse valor, ou seja, Ana tem 17 anos*

Em relação aos distratores, pode-se notar que as alternativas "B" e "C" atraíram boa parte dos respondentes. O primeiro, assinalado por quase 35%, e o segundo, por quase 25%, são decorrências prováveis de uma leitura equivocada do problema ou um raciocínio incorreto. Para se obter 34 bastou subtrair 3 de 37, enquanto que 40 é obtido somando 3 a 37, e em ambos os casos o "dobro" foi ignorado. Apenas a alternativa "D" foi assinalada por um número baixo de estudantes.

23 Compõe a descrição do ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

O item teve uma discriminação muito boa já que o grupo inferior apresentou 15,5% de acertos, enquanto que o grupo superior, obteve 56,4% de acerto. Vale destacar que 41,1% dos alunos do grupo intermediário optou pela alternativa "B", superando o grupo inferior no percentual de escolha dessa alternativa.

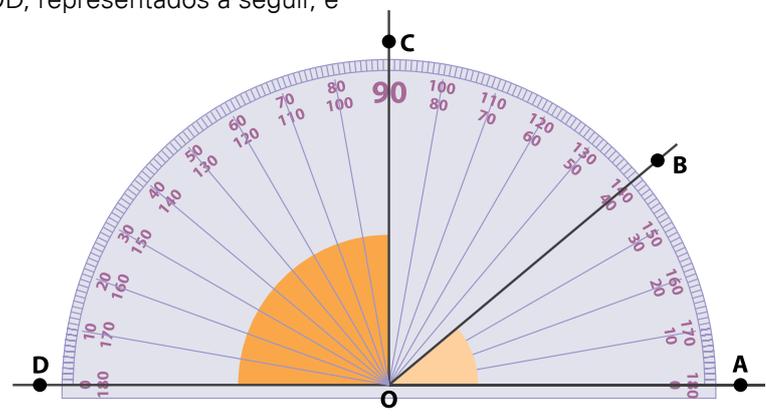
Ao analisarmos a probabilidade de acerto da maioria dos alunos que apresentaram proficiência próxima à média, verifica-se que não ultrapassa 50% as chances de acerto. Sendo assim, apesar do item tratar de um assunto próprio do 7º ano EF, ele ainda se mostra mal compreendido e/ou consolidado para uma quantidade expressiva dos estudantes desse ano escolar.

### Exemplo 8<sup>24</sup>

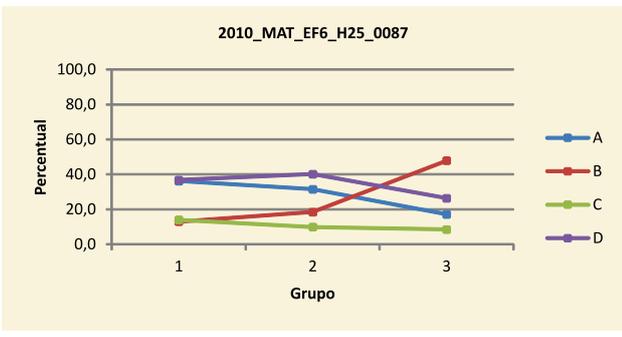
**H25** Efetuar cálculos que envolvam medidas de ângulos.

A soma das medidas dos ângulos AÔB e CÔD, representados a seguir, é

- (A) 90°.
- (B) 130°.
- (C) 150°.
- (D) 180°.



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Difícil	Boa	28,1	<b>26,7</b>	10,6	34,6	1,309	0,539	0,140



24 Compõe a descrição do ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

A situação proposta exige dos alunos reconhecer que o ângulo  $A\hat{O}B$  mede  $40^\circ$  enquanto o ângulo  $C\hat{O}D$  mede  $90^\circ$ . Portanto a soma destes ângulos totaliza  $130^\circ$  (alternativa "B"). A alternativa correta foi assinalada por pouco mais de um quarto dos respondentes, o que mostra que o item se mostrou pouco familiar para os participantes, inclusive para o grupo de maior desempenho cujo percentual de acerto foi inferior a 50%.

Em relação aos distratores, as alternativas "A" e "D" foram as opções mais assinaladas, provavelmente por se tratar das duas medidas angulares mais conhecidas no início do estudo desse tema.

A curva da TRI mostra mais uma vez a alta proficiência associada à habilidade em questão, pois apenas os alunos de nível de proficiência Adequado e Avançado apresentam probabilidade superior a 65% e 90%, respectivamente, de acertar a questão.

## 3.2.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Conforme anteriormente relatado, o SARESP utiliza questões de um ano para outro a fim de comparar os resultados de uma edição com as anteriores. Dentre esses itens de ligação estão questões do Saeb/Prova Brasil, úteis para estabelecer uma correlação com a avaliação de abrangência nacional. Aqui, cabe destacar que, devido ao fato de que não há uma prova Saeb destinada ao 7º ano, os itens utilizados são escolhidos no conjunto de itens Saeb do 9º ano EF, que se ajustam à MRA/SARESP do 7º ano do Ensino fundamental.

A seguir, estão comparados os desempenhos das edições de 2013 e 2014 do 7º Ano do Ensino Fundamental em Matemática.

**Tabela 12. – Desempenho em Itens de Ligação  
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013 e 2014**

Objetos de Conhecimento	% de Acerto	
	2013	2014
Problema envolvendo multiplicação (configuração retangular)	44,5	46,7
Problema envolvendo transformação de mL em L.	68,1	67,9
Produto de inteiros negativos.	37,0	35,8
Cálculo com potências.	24,5	21,3
Obter a soma dos ângulos internos de um polígono, a partir da sua decomposição em triângulos.	41,5	46,8
Problema envolvendo divisão não exata.	48,3	51,0
Problema envolvendo diferença entre decimais (temperatura).	46,4	47,2
Localização de decimal na reta numérica.	61,7	52,6
Calculo de área com auxílio de malha quadriculada.	53,8	53,4
Fração como representação parte/todo.	48,9	49,9
Problema envolvendo números decimais.	75,0	77,8
Problema envolvendo o cálculo da soma de três produtos (em reais).	76,3	78,6
Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais.	70,1	73,1
Resolver problema por meio da leitura de mapa com escala.	66,9	68,1
Determinação dos ângulos internos de um paralelogramo.	59,1	59,2
Resolução de problema por meio de equações.	43,1	43,2
Problema envolvendo a diferença entre um número positivo e um negativo (temperatura).	36,7	36,5
Identificação da expressão matemática que traduz um problema dado em linguagem materna.	32,4	32,0
Identificação das faces que compõe um prisma.	46,0	50,9

Problema envolvendo a determinação do valor do parcelamento de um pagamento com entrada.	50,2	49,4
Identificação de uma determinada face de uma pirâmide.	48,0	53,3
Determinação do ângulo dado em um transferidor.	35,3	32,2
Problema envolvendo conceito de probabilidade (em um dado).	55,3	58,5
Resolução de uma equação do 1º grau.	47,8	45,3
Determinação da área destacada em um mosaico.	40,2	44,9
Determinação de área com auxílio de malha quadriculada.	48,8	47,2
Identificação de figura simétrica.	77,0	78,4
Descrição de movimentação com auxílio de esquema.	49,3	49,3
Determinação das medidas dos ângulos internos de um triângulo.	44,7	47,9
Identificação de dado com determinada característica em uma tabela.	54,4	54,4
Interpretar as informações numéricas apresentadas em um mapa.	45,5	53,4

Observa-se que para quase 60,0% dos itens houve melhora do desempenho dos alunos. Contudo, vale destacar que, das quatro turmas avaliadas, o ano em questão foi o que apresentou menor aumento médio de desempenho nos itens de ligação. Os maiores índices de acerto são de questões relacionadas a problemas de compra e venda envolvendo decimais; problemas simples envolvendo grandezas diretamente proporcionais e a identificação de figuras simétricas (reflexão).



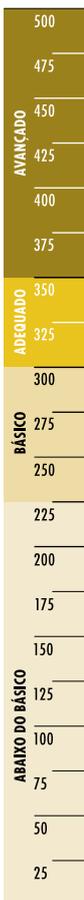
# 3.3. – A MATEMÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

**5º Ano**  
Ensino Fundamental

**7º Ano**  
Ensino Fundamental

**9º Ano**  
Ensino Fundamental

**3ª Série**  
Ensino Médio





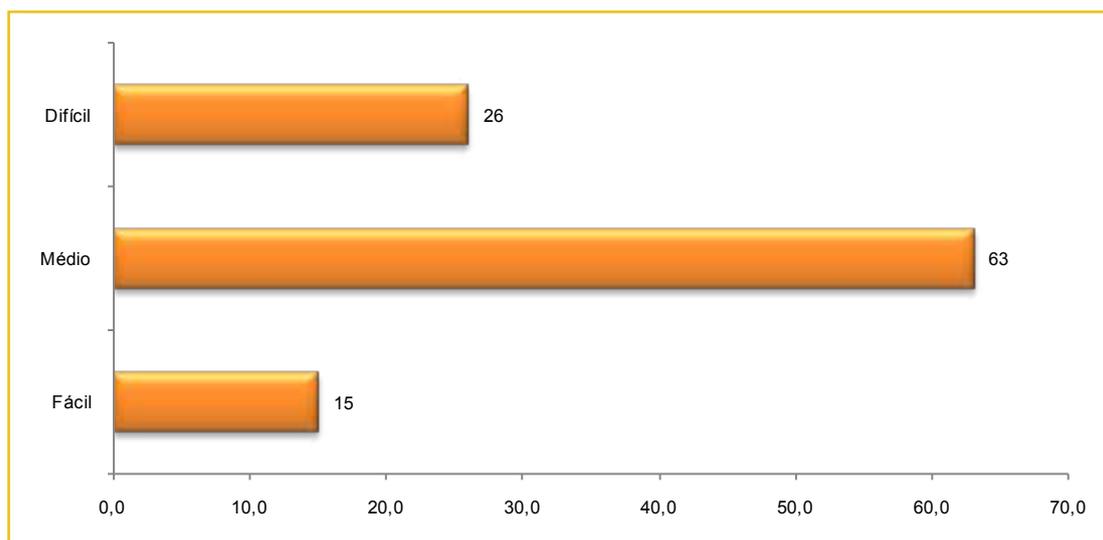
### 3.3. – A MATEMÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, escolhidas de um total de 104 itens, cobrindo as 45 habilidades da Matriz de referência de Matemática para esta etapa de escolaridade e com diferentes graus de dificuldades, como mostram as tabelas e gráficos apresentados a seguir:

**Tabela 13. – Distribuição dos Itens segundo Habilidades e Competência de Área  
Prova de Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

TEMAS	Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliados no SARESP 2014	Itens de Ligação (7º EF)
CA-1 Números, Operações e Funções	20	43	7
CA-2 Espaço e Forma	10	21	2
CA-3 Grandezas e Medidas	11	19	2
CA-4 Tratamento da Informação	4	8	2
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>91</b>	<b>13</b>

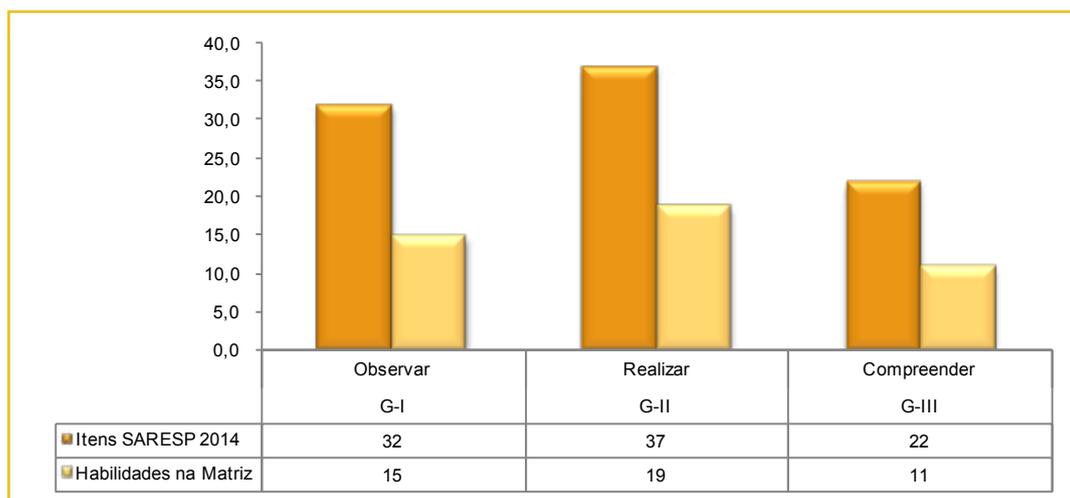
**Gráfico 25. – Distribuição das Questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade  
9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



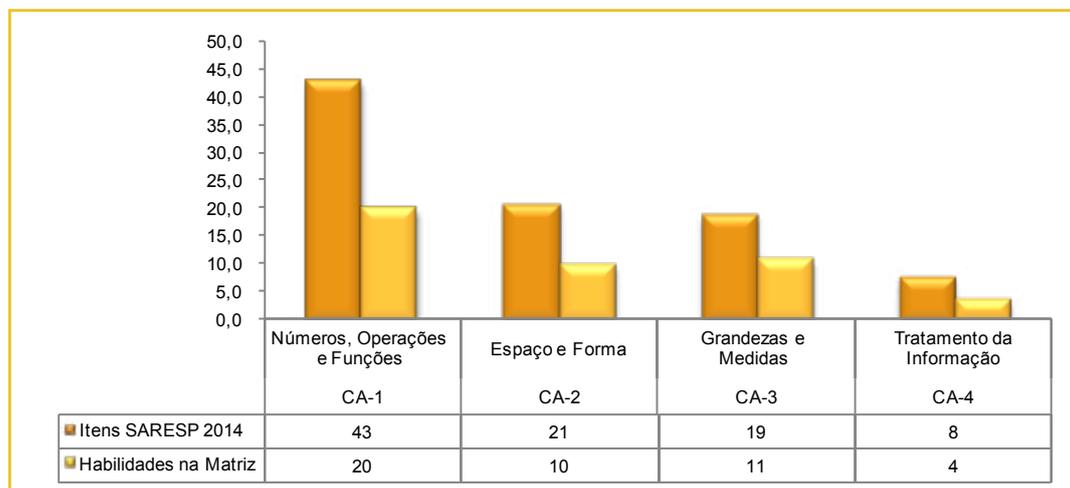
MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

A prova proposta, de nível mediano, alinhou-se com a composição das habilidades presentes na matriz curricular. Os gráficos seguintes mostram a distribuição dos itens da prova segundo grupos de competência do aluno e de área/tema (CA), de acordo com a Matriz de Referência de Avaliação para o 9º ano do Ensino Fundamental. Cabe lembrar que a soma dos valores anotados, em ambos os casos, não totaliza 104, devido ao fato de a prova incluir itens de ligação do 7º ano que são colocados para a comparação dos resultados de desempenho entre anos escolares.

**Gráfico 26. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências Cognitivas do Aluno – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



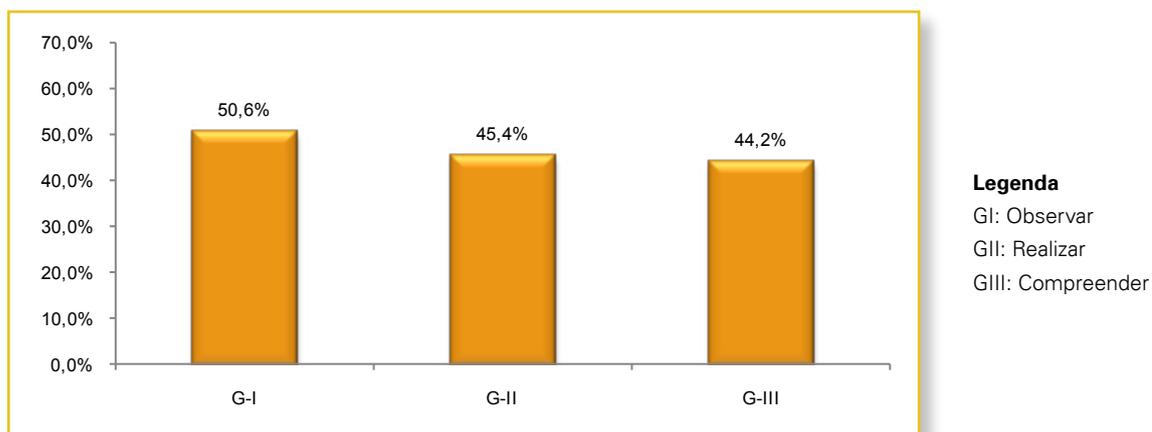
**Gráfico 27. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



Essas distribuições refletem a intenção da avaliação, ou seja, reúne as competências do aluno e as áreas da Matemática com as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, de modo bem representativo, no sentido de cada habilidade estar avaliada praticamente duas vezes em cada grupo de tema (área).

Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, foram analisados os percentuais de acertos nas questões, agrupadas de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e, depois, de acordo com as áreas da Matemática (CA) trabalhadas nas 104 questões da prova. Esses dados são apresentados nos gráficos seguintes:

**Gráfico 28. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)**  
**Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



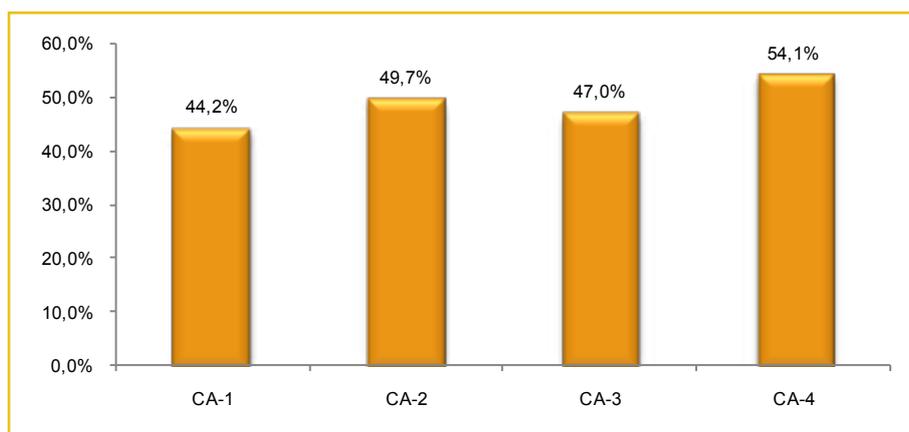
O conjunto de itens referentes ao Grupo I apresentou ligeira queda de 0,4 pontos percentuais no aproveitamento dos estudantes em relação à edição anterior. Deste grupo, os itens associados às habilidades para *descrever um problema por meio de um sistema linear 2x2*, e para *calcular o perímetro e a área da circunferência* apresentaram maior familiaridade apenas para os alunos do grupo de desempenho superior.

O bloco dos itens referentes ao Grupo III também foi respondido corretamente por 44,2% dos alunos, sendo as maiores dificuldades expostas pelos estudantes:

- resolver sistemas lineares, o que sugere uma intensa necessidade de se repensar o tratamento desse conteúdo já que os alunos também apresentaram dificuldades em montar um sistema que traduz uma situação-problema;
- resolver problema envolvendo semelhança de triângulo, mesmo esse sendo um dos assuntos mais importantes trabalhados nessa fase da escolaridade;
- interpretar dados apresentados em gráficos ou tabelas para elaboração de conclusões, que é uma demanda do Ensino Médio.

A melhoria do desempenho nos itens que avaliam as habilidades para *efetuar cálculos com números decimais* e para *calcular o perímetro de polígonos* foi um dos principais motivos para o percentual das questões que compõe o Grupo II atingir pouco mais de 45,0%.

**Gráfico 29. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)  
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



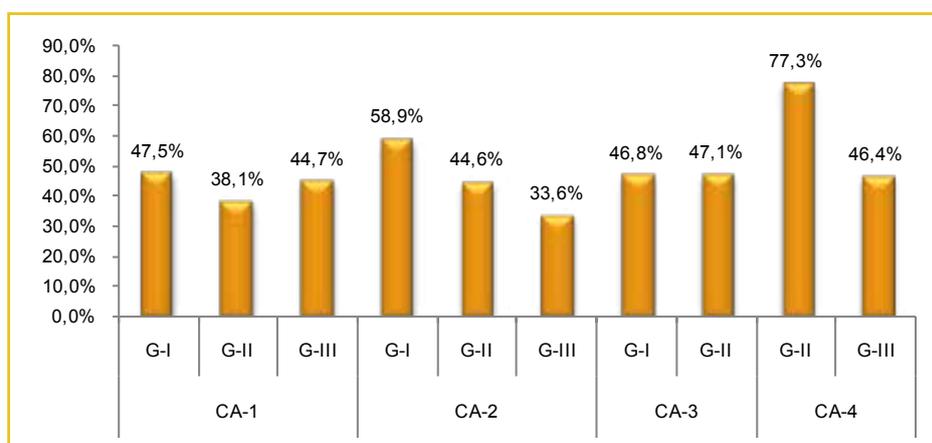
**Legenda**

- CA-1: Números, Operações e Funções
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação

Os itens que envolvem conteúdos de Números/Operações de Geometria (Espaço e Forma) têm respostas corretas dadas por cerca de 44,2% e 49,7% dos alunos, respectivamente. Esses resultados são muito próximos dos resultados do ano anterior. Já Grandezas e Medidas apresenta nova melhoria, para 47,0%, devido principalmente a um melhor desempenho dos grupos inferior e intermediário em itens mais elementares, principalmente no cálculo do volume de prismas. O percentual de acertos nos itens do tema Tratamento da Informação sofreu sensível queda, de aproximadamente 8 pontos percentuais, motivada pela proposição de itens de proficiência alta para melhor delimitar as potencialidades dos estudantes. Essa proposta demonstrou que associar os percentuais de um gráfico de setores com suas respectivas quantidades, assim como a contagem das possibilidades de combinação de três ou mais elementos, mostra-se uma tarefa complicada para boa parte dos estudantes.

O gráfico a seguir apresenta os percentuais de acerto de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

**Gráfico 30. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área  
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



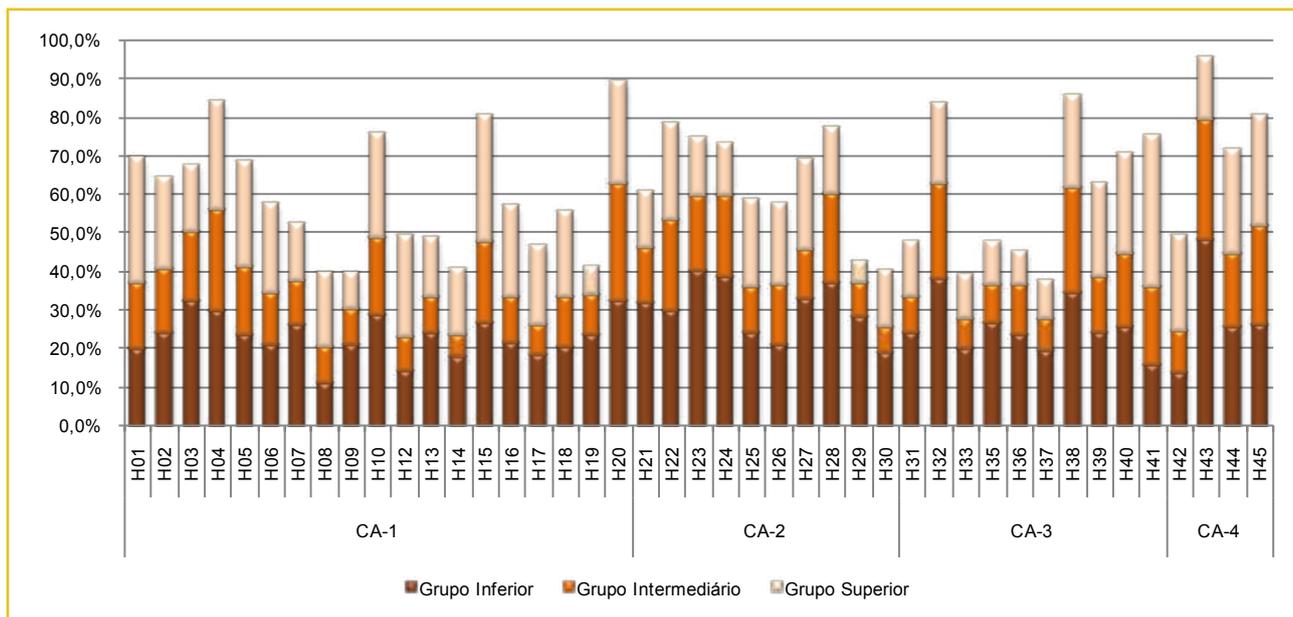
**Legenda**

- CA-1: Números, Operações e Funções
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação
- G-I: Observar
- G-II: Realizar
- G-III: Compreender

A maior parte dos percentuais se concentra na faixa entre 40,0% e 50,0% de acertos. Dois destaques para itens acima e abaixo desse padrão. Os valores mais baixos estão associados a itens que tratam da representação de números grandes por meio de notação científica, de operações envolvendo polinômios (38,1%); da resolução de problemas envolvendo propriedades angulares de polígonos, a de semelhança de triângulos para determinação da altura de um objeto (33,6%). O bom desempenho (58,9%) dos estudantes está relacionado com o trabalho envolvendo a identificação de pontos e retas no plano cartesiano a partir de suas coordenadas e equações, bem como as propriedades de figuras bi e tridimensionais, que é algo bem concebido desde os anos iniciais. No entanto, o melhor aproveitamento dos estudantes (77,3%) indica a necessidade de se aprofundar o estudo da associação entre dados de gráficos e tabelas. Este percentual pode melhorar, como é esperado nesta etapa da escolaridade.

De modo a facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área, é apresentado a seguir um gráfico que detalha o aproveitamento dos alunos em cada habilidade da matriz de avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). No 9º ano EF, os alunos do Grupo 1 são aqueles que acertaram até 8 questões, já os do Grupo 2 acertaram entre 9 e 12 itens e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 13 e 24 itens. A pontuação máxima aferida em cada grupo de desempenho já dá uma indicação do desempenho geral dos alunos do nível de ensino considerado.

**Gráfico 31. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competências de Área Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**



O gráfico demonstra que o grupo superior mostra um desempenho frente aos demais grupos nos itens que tratam das diferentes representações de um mesmo número racional, na determinação de frações equivalentes na associação de uma fração com um número decimal; na resolução de problemas envolvendo mais de uma operação, principalmente naqueles que são característicos de função afim; e nas situações-problema que exigem do estudante trabalhar com diferentes unidades de medida. Dentre as habilidades com

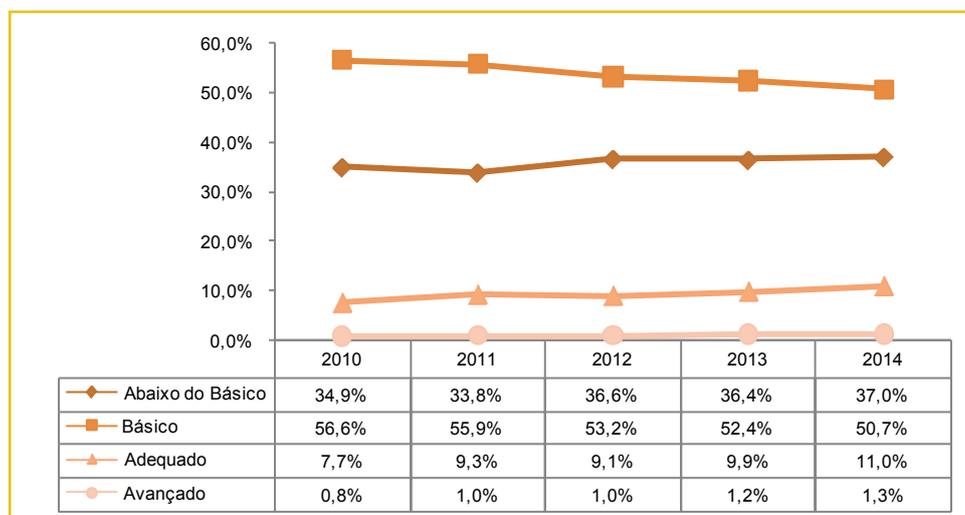
os índices mais baixos de aproveitamento, nas quais a diferença de desempenho entre os grupos é pequena, ressalta-se a importância de um cuidado especial por parte dos professores com a resolução de equações do 2º grau e com a resolução de problemas envolvendo a aplicação de razões trigonométricas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo, assuntos que serão aprofundados no Ensino Médio.

A partir da tabela a seguir, é possível verificar que, em média, os alunos do 9º ano estão no nível considerado Básico. A distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos na escala de proficiência pode ser vista na tabela, para a situação em 2014. O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010 a 2014, com a evolução da situação dos alunos do 9º ano de Ensino Fundamental em relação aos níveis de desempenho.

**Tabela 14. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática  
9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2014**

Nível	Alunos (em %)
Abaixo do Básico (< 225): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 9º ano EF.	37,0%
Básico (≥ 225 a < 300): Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	50,7%
Adequado (≥ 300 a < 350): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 9º ano EF.	11,0%
Avançado (≥ 350): Os estudantes neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para o 9º ano EF.	1,3%

**Gráfico 32. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2014  
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental**



O gráfico mostra que a cada edição um pequeno percentual de alunos se desloca do nível Básico para níveis superiores, o que evidencia uma melhora no aprendizado destes estudantes. No entanto, uma outra parcela, menor, se transfere para o grupo Abaixo do Básico, que é um fator alarmante, pois, após cinco edições, o percentual de alunos nesse grupo aumentou. Esse quadro mostra que o trabalho para avançar com os alunos está sendo bem realizado, porém também é necessário pensar naqueles estudantes que estão ficando aquém do desempenho esperado.

## 3.3.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

### NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 225

Esses alunos correspondem a um total de 37,0% do 9º ano do Ensino Fundamental, e demonstram capacidade para realizar tarefas mais relacionadas ao que se espera para as séries anteriores, referente a esta faixa de proficiência, mas realizam também algumas tarefas propostas para esse ano escolar, das quais se destacam as habilidades de:

**Identificar:**

- localizações em um mapa por meio de coordenadas (batalha naval);
- a fração correspondente a uma parte colorida em relação ao todo de uma figura.

**Reconhecer** a ampliação e redução de figuras.

**Associar** uma tabela a seu respectivo gráfico.

**Resolver problemas simples** que envolvem grandezas proporcionais.

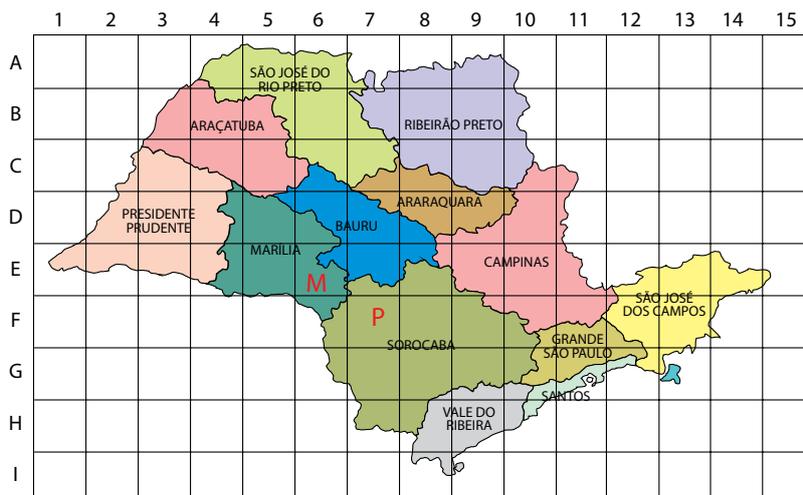
O exemplo seguinte é útil para caracterizar esse nível.

#### Exemplo 1<sup>25</sup>

**H22** Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.

Paula mora em Sorocaba, na região indicada pela letra P, e sua amiga Mara mora em Marília, na região indicada pela letra M, conforme mostra o mapa.

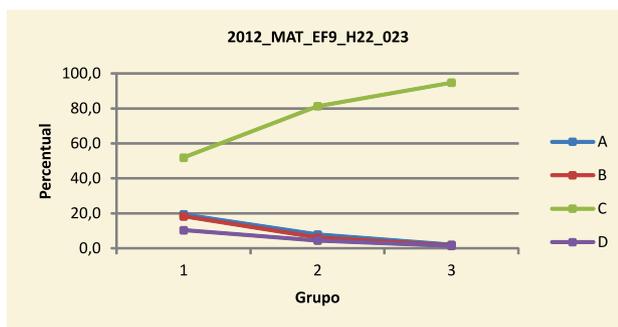
25 Compõe a descrição do ponto 200 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP



A localização das residências de Paula e Ana pode ser dada, respectivamente por,

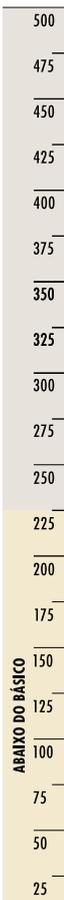
- (A) E7 e F7.
- (B) F6 e E6.
- (C) **F7 e E6.**
- (D) F7 e F6.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	<b>C</b>	D	a	b	c
C	Fácil	Muito Boa	7,6	6,6	<b>81,5</b>	4,3	0,840	-1,397	0,032



O item se mostrou bem simples para mais de 80,0% dos respondentes. A alternativa correta foi a mais assinalada em todos os grupos de desempenho, sendo que no grupo superior o aproveitamento foi de quase 95%. A curva característica do item mostra que o bom desempenho era esperado já que para os alunos próximos a proficiência média do 9º ano EF a probabilidade de acerto é superior a 75,0%.

Para obter a solução, basta associar "P" à coordenada F7 e "M" à coordenada E6, o que é indicado na alternativa B. Vale ressaltar que os estudantes, mesmo nos anos anteriores, apresentam bom desempenho nesse tipo de problema.



## NÍVEL BÁSICO: 225 A < 300

O percentual de alunos da rede estadual no nível Básico é de 52,4%. São esperadas desses alunos as habilidades desse mesmo nível nos anos anteriores do Ensino Fundamental, e além dessas, que também sejam capazes de:

### Identificar:

- a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas;
- números reais na reta numérica;
- elementos de uma sequência de figuras;
- o maior decimal dentre outros.

**Realizar** cálculos com números inteiros, decimais e frações de mesmo denominador.

**Resolver** sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas pelo método da adição e substituição.

### Resolver problemas envolvendo:

- o cálculo de perímetro e área de figuras planas;
- áreas e equações do segundo grau;
- a representação decimal de uma fração;
- conceito de probabilidade; equação simples de coeficientes racionais;
- noções de compra, venda e parcelamento;
- informações dispostas em uma tabela e contagem simples.

A seguir, são apresentados exemplos ilustrativos do nível.

### Exemplo 2<sup>26</sup>

**H40** Resolver problemas que envolvam noções de volume.

Um vaso na forma de prisma de base quadrada tem  $5 \text{ dm}^3$  de capacidade.

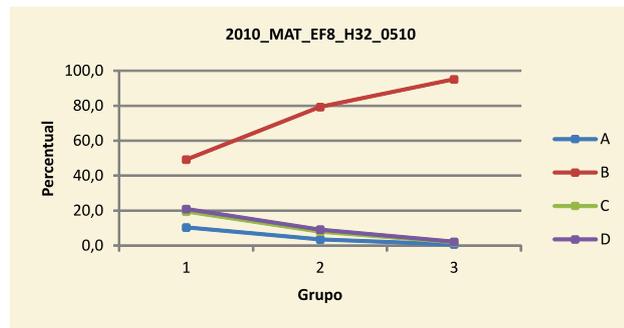
Se colocarmos água até a metade da sua altura, teremos um volume de água de

- (A)  $2 \text{ dm}^3$ .
- (B)  **$2,5 \text{ dm}^3$** .
- (C)  $3 \text{ dm}^3$ .
- (D)  $3,5 \text{ dm}^3$ .



26 Compõe a descrição do ponto 225 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Fácil	Muito Boa	3,8	<b>79,7</b>	7,8	8,7	1,023	-1,007	0,161



O item respondido corretamente, por quase 80% dos respondentes, apresentou um coeficiente de discriminação muito bom já que o grupo de menor desempenho teve 49,2% de seus alunos resolvendo corretamente o problema, enquanto o grupo de maior desempenho obteve 95,1% de acertos. A curva da TRI mostra que os alunos com proficiência a partir do nível Básico, que é o nível de proficiência característico do ano em questão, têm probabilidade de acerto superior a 80,0%, o que está de acordo com o bom desempenho apresentado pelos respondentes.

A resolução do problema exige a associação direta entre a altura do líquido e o volume desse líquido, ou seja, são grandezas diretamente proporcionais. Portanto, se o vaso tem capacidade de  $5 \text{ dm}^3$  cheio e a água está na metade da altura do vaso, então o volume de água também será metade da capacidade do vaso,  $2,5 \text{ dm}^3$ .

Vale destacar que isso não é válido para sólidos geométricos cujo formato é de pirâmide, cone ou esfera. Caso a turma se mostre apta, essa é uma interessante discussão, inclusive que contribuiria para o futuro trabalho do professor da 2ª série EM, quando parte considerável dos estudantes acredita que mesmo para essas formas continua existindo a proporcionalidade direta.

### Exemplo 3<sup>27</sup>

**H20** Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.

Uma máquina fabrica 5 peças a cada 6 segundos. Mantendo esse ritmo de produção, quantas peças serão produzidas em 1 minuto?

- (A) 20.
- (B) 40.
- (C) **50.**
- (D) 60.

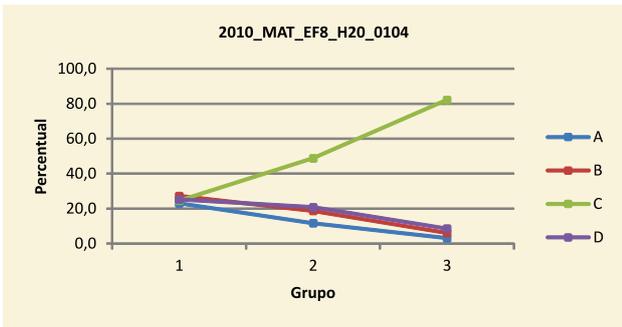
27 Compõe a descrição do ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

BÁSICO

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	11,3	16,0	<b>55,6</b>	17,1	1,287	0,159	0,216



O item, respondido corretamente por pouco mais de 55% dos alunos, apresenta uma situação-problema associada à proporção direta entre o número de peças produzidas e o tempo de funcionamento da máquina que as produz. Sendo assim, dentre as possibilidades de solução, a Regra de Três é a mais utilizável, com a ressalva de que é necessário igualar as unidades de medida utilizadas, sendo mais simples utilizar 60 segundos em vez de 1 minuto. Então,

$$\begin{array}{ccc} 5 \text{ peças} & \frac{\quad}{\quad} & 6 \text{ segundos} \\ x & \frac{\quad}{\quad} & 60 \text{ segundos} \end{array}$$

Com isso,

$$\begin{aligned} 6 \cdot x &= 5 \cdot 60 \\ x &= 300 \div 6 \\ x &= 50 \text{ peças} \end{aligned}$$

A discriminação do item é muito boa já que o grupo superior apresentou 82,2% de acertos enquanto apenas 24,6% dos alunos do grupo de menor desempenho acertaram a questão. Em relação a esse último Grupo, nota-se uma distribuição muito similar na escolha das alternativas, o que sugere a necessidade de se reforçar o assunto para esses estudantes.

A curva da TRI mostra que os alunos com nível de proficiência Abaixo do Básico têm probabilidade de acerto inferior a 40,0%, enquanto alunos no nível Básico (característica da turma) têm chances de acerto que variam entre 40,0% e pouco mais de 80,0%; já os alunos de proficiência Adequada ou Avançada apresentam alta probabilidade de acerto.

## NÍVEL ADEQUADO: 300 A < 350

Os alunos da rede estadual, classificados nesse nível, representam 9,9% do alunado. Estando classificados nesse nível, espera-se desses alunos as habilidades dos anos anteriores, e ainda a capacidade de:

### Identificar:

- a expressão que define o termo geral de uma sequência;
- um objeto por meio das suas vistas superior e lateral.

**Aplicar** o teorema de Tales.

### Calcular:

- valores aproximados de radicais;
- o resultado de uma expressão dado os valores das variáveis envolvidas.

**Realizar** soma de polinômios.

### Resolver problemas envolvendo:

- compra e venda, descontos, lucros e prejuízos e aumentos dados em percentuais;
- cálculo de medida de comprimento de um dos lados de triângulos semelhantes;
- cálculo do perímetro de uma circunferência;
- cálculo de probabilidades simples;
- sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas.

A seguir, são ilustradas algumas dessas habilidades, com exemplos da prova de 2014.

### Exemplo 4<sup>28</sup>

**H01** Reconhecer diferentes representações de um número racional.

A fração equivalente a  $\frac{2}{5}$  é

(A)  $\frac{4}{40}$ .

(B)  $\frac{5}{32}$ .

(C)  $\frac{8}{20}$ .

(D)  $\frac{10}{16}$ .

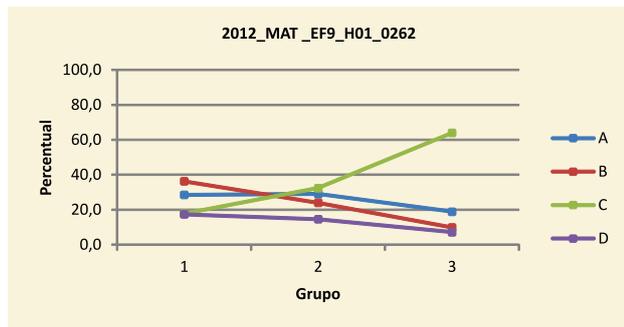
28 Compõe a descrição do ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

	500
	475
	450
	425
	400
	375
ADEQUADO	350
	325
	300
	275
	250
	225
	200
	175
	150
	125
	100
	75
	50
	25

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

ADERQUADO

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	<b>C</b>	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	24,8	21,7	<b>41,1</b>	12,4	1,388	0,737	0,222



O conceito de fração equivalente é um dos pilares do tema Frações e conseqüentemente parte importante dos Números Racionais já que, além de ser necessário para as operações de soma e subtração de frações, também está associado ao estudo de porcentagem e proporção direta entre grandezas. A obtenção da resposta correta dependia da análise das alternativas já que a classe de equivalência da fração  $\frac{2}{5}$  possui infinitos elementos. A alternativa C é a correta e a justificativa pode ser dada pelo fato do fator multiplicativo do numerador e denominador ser o mesmo, conforme segue.

$$\begin{array}{r} 2 \quad \xrightarrow{x \ 4} \quad 8 \\ \hline 5 \quad \xrightarrow{x \ 4} \quad 20 \end{array}$$

Ou então pelo fato de que

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \text{ se, e somente se, } 2 \cdot 20 = 5 \cdot 8 \rightarrow 40 = 40 \text{ (verdadeiro)}$$

O item foi assinalado corretamente por 41,1% dos alunos, sendo a grande maioria destes do grupo de maior desempenho. Este foi o único grupo de desempenho que apresentou mais da metade de seus alunos acertando o item. A curva da TRI mostra uma variação muito grande na probabilidade de acerto da maioria dos estudantes do ano em questão, pois estes têm seu desempenho no intervalo de proficiência entre 200 e 300, que está associado uma probabilidade de acerto que varia de 25,0% a 75,0%. Isso mostra que as turmas que apresentarem proficiência inferior a 300 necessitam reforçar a discussão desse assunto junto ao professor, juntamente com mais atividades sobre o tema.

9º  
Ano  
E.F.

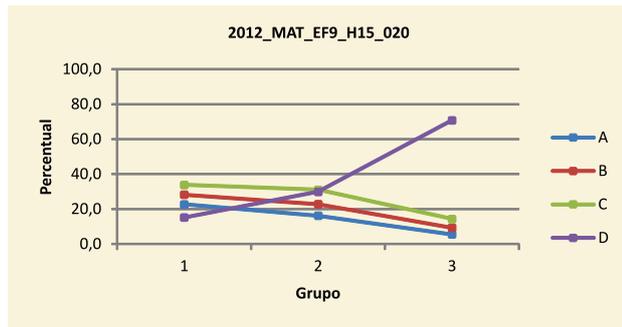
## Exemplo 5<sup>29</sup>

**H03** Resolver problemas com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).

Estou planejando uma viagem de automóvel. O consumo do veículo é de 10 km/L e o preço do combustível é de R\$ 2,00. Se a distância que irei percorrer é de 420 km e o pedágio custa R\$ 67,10, o valor que gastarei só para ir é

- (A) R\$ 96,25.
- (B) R\$ 102,75.
- (C) R\$ 136,40.
- (D) **R\$ 151,10.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	<b>D</b>	a	b	c
D	Média	Muito Boa	14,3	19,5	25,9	<b>40,3</b>	1,956	0,531	0,179



A situação-problema proposta apresenta uma qualidade muito boa de discriminação já que no grupo de menor desempenho a alternativa correta é a menos assinalada (15,2%) enquanto no grupo de maior desempenho o índice de acerto é de 70,8%. A curva característica do item reforça a alta discriminação do item, pois a probabilidade de acerto casual se estende para até a proficiência 225, enquanto a partir da proficiência 300 a chance de acerto é superior a 90,0%.

A solução do item, que foi respondido corretamente por 40,3% dos alunos, exige a obtenção da quantidade de combustível gasta na viagem e seu respectivo custo que será somado ao custo do pedágio. Sendo assim, se para cada 10 km o automóvel consome 1 litro, então (proporcionalmente) para 420 km são consumidos 42 litros de combustível. Como cada litro do combustível custa R\$ 2,00, então os 42 litros gastos custarão R\$ 84,00 que somados ao custo do pedágio (R\$ 67,10) totaliza R\$ 151,10.

Problemas como esse, quando bem compreendidos pelos estudantes no final do Ensino Fundamental, tornam a discussão sobre Função do 1º Grau mais rica no Ensino Médio.

29 Compõe a descrição do ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

## Exemplo 6<sup>30</sup>

**H05** Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).

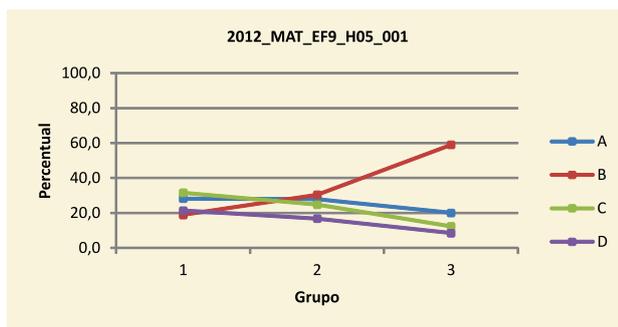
As variáveis **x** e **n** assumem valores conforme tabela abaixo.

x	2	4	6	8	10
n	4	8	12	16	20

A relação **x** e **n** é dada pela expressão

- (A)  $n = x + 2$ .
- (B)  $n = 2x$ .
- (C)  $n = 2x + 2$ .
- (D)  $n = x + 4$ .

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Média	Muito Boa	25,3	<b>36,7</b>	22,6	15,3	1,746	0,957	0,250



O item, respondido corretamente por 36,7% dos alunos, apresentou uma discriminação muito boa entre os grupos de maior e menor desempenho, com um aproveitamento superior a 40 pontos percentuais do primeiro em relação ao segundo grupo. Além de estar associado a uma habilidade do 9º ano EF, o item traz importantes indícios para o professor da 1ª série EM que irá começar o trabalho com funções que é o estudo da relação entre duas grandezas.

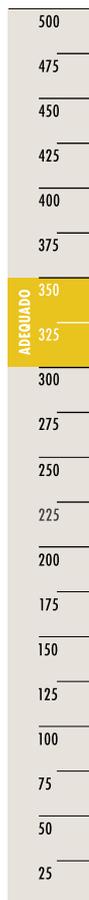
Para obter a expressão correta, o estudante deveria perceber que o padrão apresentado é que os valores de "n" sempre são o dobro do valor correspondente de "x" que matematicamente é descrito por  $n=2x$  (alternativa B).

É importante verificar, caso o aluno não consiga obter a expressão, se ele saberia completar a tabela para um novo valor atribuído para "x", pois assim é possível identificar se ele compreende a ideia, mas não consegue

30 Compõe a descrição do ponto 325 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

traduzi-la em linguagem matemática, ou se nem a relação apresentada foi compreendida. Para cada caso, será necessária uma intervenção específica do professor, após apresentar o problema para o aluno sem alternativas para que ele construa a solução.

A curva característica do item mostra que para alunos de proficiência Abaixo do Básico a probabilidade de acertar a questão é praticamente a mesma de um acerto casual, já alunos no nível Básico apresentam uma boa variação, entre 25,0% e 65,0% (o que implica na necessidade de uma investigação). Aqueles que possuem proficiência Adequada têm grande chance de acerto, com probabilidade entre 65,0% e 95,0%, enquanto alunos de proficiência Avançada têm provável acerto em mais de 95% das vezes.



## NÍVEL AVANÇADO: $\geq 350$

Os alunos deste nível de proficiência totalizam 1,2% dos participantes do ano em questão. Espera-se que, além de apresentarem todas as habilidades descritas anteriormente, eles consigam:

### Reconhecer:

- a representação geométrica de  $(a+b)^2$ ;
- a forma fatorada de uma equação do 2º grau.

**Utilizar** a notação científica como forma de representação para números muito pequenos ou muito grandes.

**Calcular** o valor aproximado de uma raiz quadrada, com apoio de informação.

### Resolver problemas envolvendo:

- o Teorema de Pitágoras;
- o Teorema de Tales;
- o uso de unidades de medida de volume;
- contagens e raciocínio combinatório;
- o cálculo da probabilidade de um evento na forma de porcentagem;
- a aplicação de razões trigonométricas de ângulos agudos;
- triângulos semelhantes;
- a determinação do número de lados de um polígono dado a soma dos ângulos internos do polígono;
- a propriedade do ângulo externo de um triângulo;
- relações métricas do triângulo;
- a área lateral de um cilindro.

A seguir, são apresentados alguns exemplos que caracterizam tais habilidades.

### Exemplo 7<sup>31</sup>

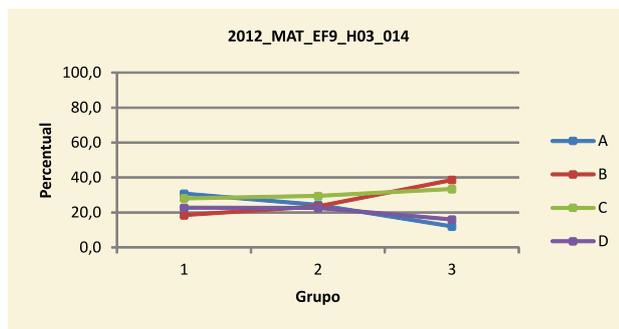
**H03** Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos.

Se colocados em ordem crescente os números decimais 0,05 – 0,5 – 0,003 – 0,057 – 0,35 têm-se

- (A) 0,05 – 0,5 – 0,003 – 0,057 – 0,35.  
 (B) **0,003 – 0,05 – 0,057 – 0,35 – 0,5.**  
 (C) 0,003 – 0,05 – 0,057 – 0,5 – 0,35.  
 (D) 0,5 – 0,35 – 0,057 – 0,05 – 0,003.

31 Compõe a descrição do ponto 350 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Difícil	Boa	20,9	<b>28,5</b>	30,7	19,9	1,531	1,402	0,230



O item, respondido corretamente por 28,5% dos alunos, apresenta boa discriminação entre os grupos de maior e menor desempenho, sendo que no primeiro a alternativa correta foi a opção mais assinalada, enquanto no segundo foi a menos escolhida dentre os respondentes. A curva característica do item mostra que até o ponto 250 da escala a probabilidade de acerto é muito próxima da casual, a partir de então a chance de acerto passa a se elevar de modo acentuado, apresentando mais de 90% de provável acerto para alunos com proficiência igual ou superior a 350.

A solução é obtida por meio da ordenação dos números decimais apresentados, cujo princípio é uma extensão do utilizado para os números naturais conforme apresentado no exemplo 4, página 90, do 7º ano EF. Ou seja, o número de maior valor é obtido pela análise dos algarismos que constituem os números da esquerda para a direita. Como, nesse caso, todos os números são do tipo 0,nnn é a primeira casa da esquerda para a direita após a vírgula que determinará quem apresenta o maior valor, caso haja dois números com o mesmo algarismo a análise recai sobre a segunda casa e assim sucessivamente. Outra possibilidade é igualar o número de algarismos de todos os números apresentados e comparar todos como sendo milésimos. Segue o esquema:

- 0,05 => 0,050 => 50 milésimos
- 0,5 => 0,500 => 500 milésimos
- 0,003 => 3 milésimos
- 0,057 => 57 milésimos
- 0,35 => 0,350 => 350 milésimos

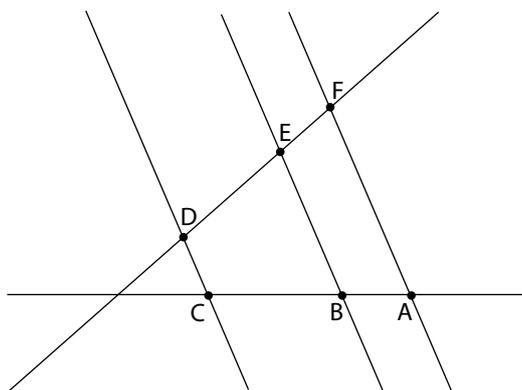
Ordenando-os, temos 3 milésimos; 50 milésimos; 57 milésimos; 350 milésimos; 500 milésimos

Ou seja 0,003 – 0,05 – 0,057 – 0,35 – 0,5 => Alternativa C.

## Exemplo 8<sup>32</sup>

**H35** Aplicar o Teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, em diferentes contextos.

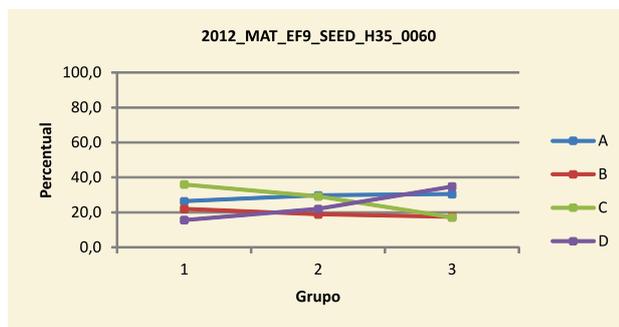
Na figura a seguir, temos a representação de feixes de retas paralelas ( $\overline{CD} // \overline{BE} // \overline{AF}$ ) intersectados por duas retas concorrentes ( $\overline{FD} \times \overline{AC}$ ).



Sabendo-se que as medidas dos segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{DE}$  são 2, 3 e 5 unidades, respectivamente, conclui-se, corretamente, que a medida do segmento  $\overline{EF}$ , em unidades, é

- (A)  $\frac{10}{3}$ .  
 (B) 3.  
 (C)  $\frac{8}{3}$ .  
 (D) 2.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Difícil	Muito Fraca	<b>29,2</b>	19,2	26,3	25,4	3,842	2,115	0,283



32 Compõe a descrição do ponto 375 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

O item aborda a aplicação do Teorema de Tales para obtenção da medida de  $\overline{EF}$  e, apesar de ser um tema muito característico do final do ciclo II do Ensino Fundamental, o índice de acertos é inferior a 30% e a diferença no percentual de acertos entre os grupos de maior e menor desempenho é inferior a 5 pontos percentuais. Esse resultado revela que para todos os Grupos o assunto não é familiar.

A solução está relacionada ao paralelismo dos segmentos  $\overline{BE}$  e  $\overline{AF}$ , juntamente com um terceiro segmento  $\overline{DC}$ , o que garante que a razão entre a medida dos segmentos  $\overline{EF}$  e  $\overline{AB}$  é proporcional à razão entre a medida dos segmentos  $\overline{DE}$  e  $\overline{CB}$ . Conseqüentemente,

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{CB}} \Rightarrow \frac{\overline{EF}}{2} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3 \cdot \overline{EF} = 10 \Rightarrow \overline{EF} = \frac{10}{3} \text{ (Alternativa A)}$$

Chama a atenção o fato da alternativa D ter atraído um bom número de respondentes, principalmente do grupo superior. Essa alternativa foi escolhida, possivelmente, a partir de uma associação errônea que, devido ao fato de os segmentos  $\overline{BE}$  e  $\overline{AF}$  serem paralelos entenderam que os segmentos  $\overline{EF}$  e  $\overline{AB}$  são iguais. É importante ressaltar que apenas essa intuição visual não pode servir como argumentação geométrica e que os alunos precisam ser desafiados a encontrar argumentos matemáticos que validem suas conclusões.

## 3.3.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Como se sabe, o SARESP utiliza questões similares de um ano para outro a fim de realizar uma comparação dos resultados dessa edição com as anteriores. Dentre esses itens de ligação estão questões do Saeb/Prova Brasil, para também estabelecer uma correlação com essa avaliação de abrangência nacional.

A seguir, estão comparados os desempenhos das edições de 2012 e 2014 do 9º ano do Ensino Fundamental em Matemática.

**Tabela 15. – Desempenho em Itens de Ligação  
Matemática – 9º Ano Ensino Fundamental – SARESP 2013 e 2014**

Objetos de Conhecimento	% de Acerto	
	2013	2014
Problema de compra e venda - valor de parcela.	28,8	28,2
Análise de sequência de figuras.	53,0	53,0
Variação de temperatura.	61,7	65,7
Identificação do segmento que representa o raio de uma circunferência.	52,7	47,0
Cálculo das medidas das dimensões de um retângulo, dada a sua área - teorema de Pitágoras.	33,9	32,3
Resolução de problema envolvendo porcentagem.	49,2	49,2
Representação em quadriculado de uma razão expressa em palavras.	54,7	57,1
Ordenação de números decimais.	29,8	32,0
Resolução de problema utilizando diferentes unidades de medidas.	31,9	34,7
Identificação das figuras geométricas que constituem as faces de um poliedro.	50,1	52,9
Coordenadas do quarto vértice de um retângulo, dadas as coordenadas dos demais vértices.	53,5	58,0
Identificação da distância que equivale ao raio da circunferência. (repensar).	39,0	44,0
Determinação do maior número decimal.	45,5	50,1
Determinação da lei de formação de uma sequência.	41,1	42,9
Identificação da fração que representa uma razão.	73,9	74,3
Identificação do valor decimal de um ponto na reta numérica.	53,3	58,3
Identificação da planificação de um sólido.	75,5	78,5
Descrição de trajetos com mudança de direção (giros).	38,5	40,0

Comparação de áreas de diferentes formas geométricas.	44,7	46,9
Resolução com diferentes unidades de medida.	59,5	59,8
Resolução de problema envolvendo proporção	74,6	78,2
Identificação de sistema linear que traduz um problema apresentado em linguagem materna.	36,7	38,9
Determinação do valor de uma expressão algébrica a partir dos valores de suas incógnitas.	36,7	37,7
Identificação da função do 2º grau que descreve um problema apresentado em linguagem materna.	34,4	35,8
Resolução de problema envolvendo subtração, multiplicação e divisão de números naturais.	39,4	42,0
Localização de pontos no mapa via coordenada.	81,6	81,5
Determinação da medida de um cateto de um triângulo.	74,8	74,4
Resolução de problema envolvendo contagem.	62,7	70,0

É possível notar uma melhora no percentual de acertos em três quartos dos itens de ligação presentes na prova do 9º ano EF, sendo que a descrição de localização de um ponto em um mapa por meio de coordenadas, a fração como representação de uma razão, a resolução de problemas simples envolvendo proporcionalidade direta e a identificação da planificação de um sólido geométrico continuam apresentando os maiores percentuais de acerto.



## 3.4. – A MATEMÁTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

**5º Ano**  
Ensino Fundamental

**7º Ano**  
Ensino Fundamental

**9º Ano**  
Ensino Fundamental

**3ª Série**  
Ensino Médio





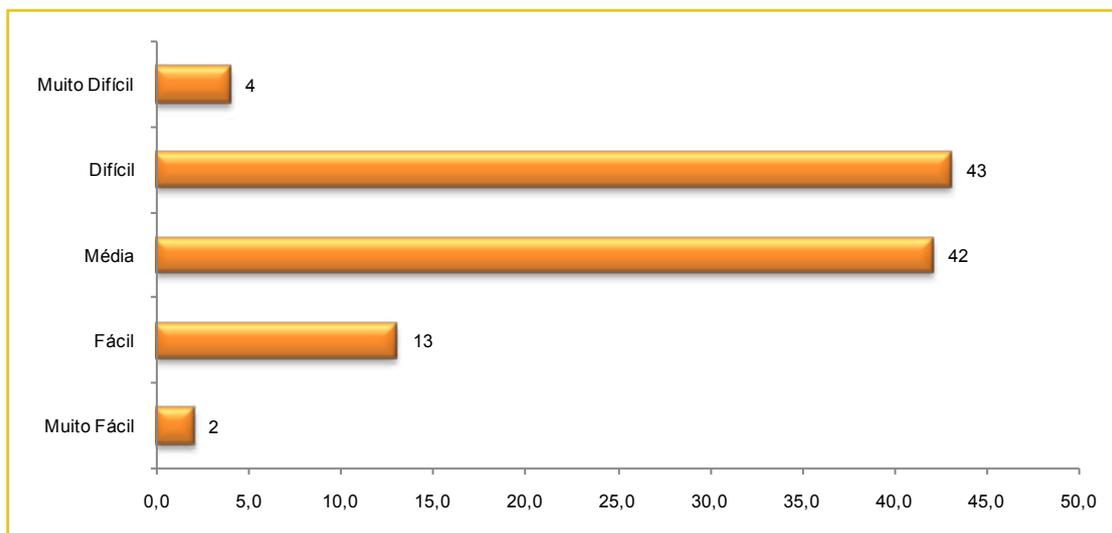
## 3.4. – A MATEMÁTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, arranjadas de um total de 104 itens, cobrindo as 38 habilidades da Matriz de Referência de Matemática para esta etapa de escolaridade e com diferentes graus de dificuldades, como mostram as tabelas e gráficos apresentados a seguir:

**Tabela 16. – Distribuição dos Itens segundo Habilidades e Competência de Área  
Prova de Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**

TEMAS	Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliados no SARESP 2014	Itens de Ligação (9º EF)
CA-1 Números, Operações e Funções	17	39	8
CA-2 Espaço e Forma	10	23	0
CA-3 Grandezas e Medidas	5	13	2
CA-4 Tratamento da Informação	6	16	3
<b>Total</b>	<b>38</b>	<b>91</b>	<b>13</b>

**Gráfico 33. – Distribuição das Questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade  
3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**

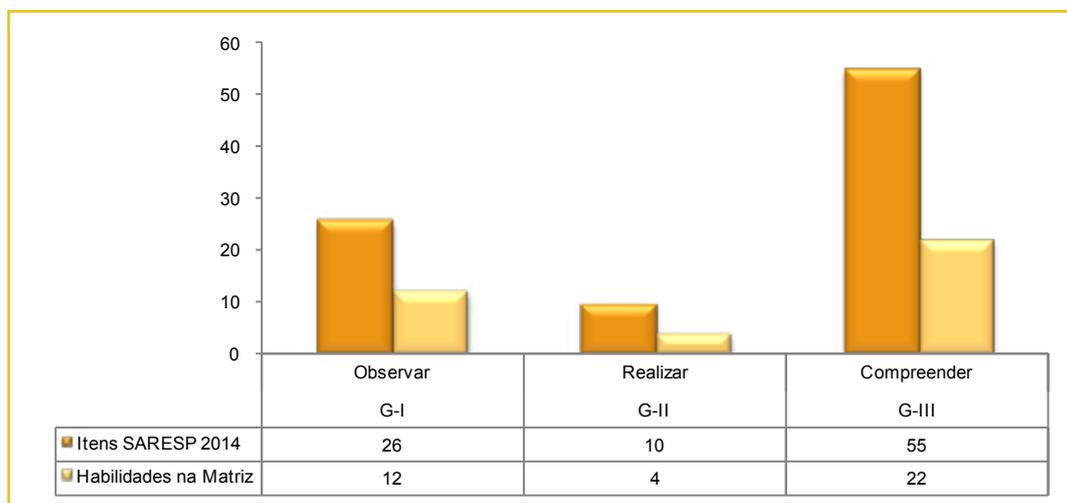


MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

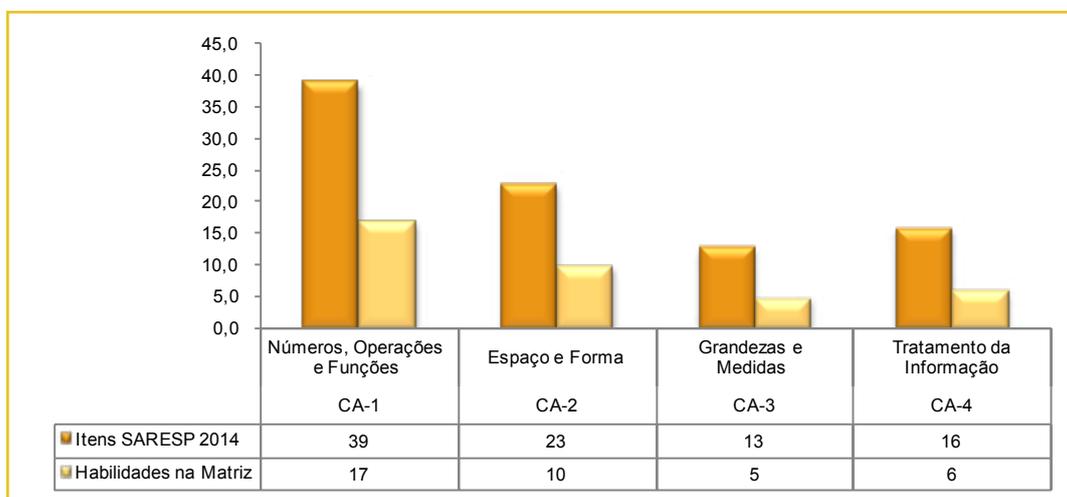
A prova classificada como difícil<sup>33</sup>, de acordo com o desempenho dos alunos, segue a distribuição das habilidades segundo o que está presente na matriz curricular da avaliação em questão.

Os gráficos seguintes mostram a distribuição dos itens da prova, segundo grupos de competência do aluno e de área/tema (CA), de acordo com a Matriz de Referência de Avaliação para o 3º Ano do Ensino Médio. Cabe lembrar que a soma dos valores anotados em ambos os casos totaliza 91, devido ao fato de a prova incluir 13 itens de ligação do 9º Ano do Ensino Fundamental que são colocados para a comparação dos resultados de desempenho entre anos escolares.

**Gráfico 34. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências Cognitivas do Aluno – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**



**Gráfico 35. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**

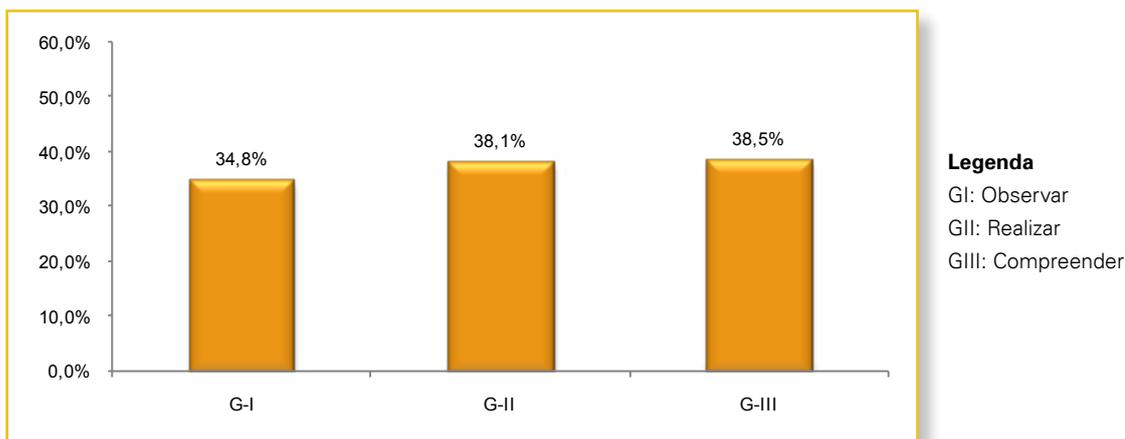


<sup>33</sup> Fato esse, de certo modo, compreensível já que a grande parte dos estudantes do Ensino Médio ainda apresentam um nível de proficiência Abaixo do Básico. Uma prova mais fácil não permitiria que alunos de maior proficiência mostrassem diferença no desempenho em relação aos demais.

A prova, quando possível, avaliou o desempenho em habilidades de maneira mais próxima do que se entende como sendo o adequado para a série em questão. Contudo, também houve a preocupação em manter itens que investigassem as habilidades de maneira mais elementar e por vezes intuitiva. Com isso foi possível investigar as fronteiras tanto dos níveis mais altos quanto dos mais baixos.

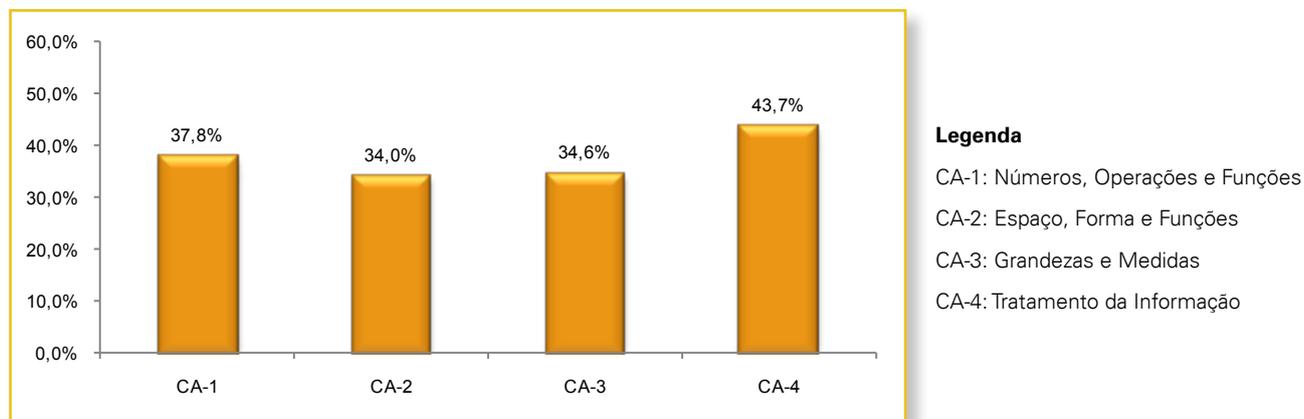
Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, foram analisados os percentuais de acertos nas questões agrupadas de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e depois, de acordo com as áreas da Matemática (CA) trabalhadas nas 104 questões da prova. Isso é feito nos gráficos a seguir:

**Gráfico 36. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)**  
**Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**



Dentre os três grupos de competências do sujeito, o G-I foi o que apresentou maior variação (negativa) no desempenho dos alunos quando comparado com a edição anterior. Provavelmente esse fato se deve à maior proficiência exigida nos itens relacionados à interpretação gráfica de funções de 1º e 2º graus, nos quais se exigiu a identificação de intervalos de crescimento e decrescimento, além da associação dos coeficientes das funções com o gráfico. Os alunos também mostraram dificuldades em relação às equações que representam as cônicas e suas características.

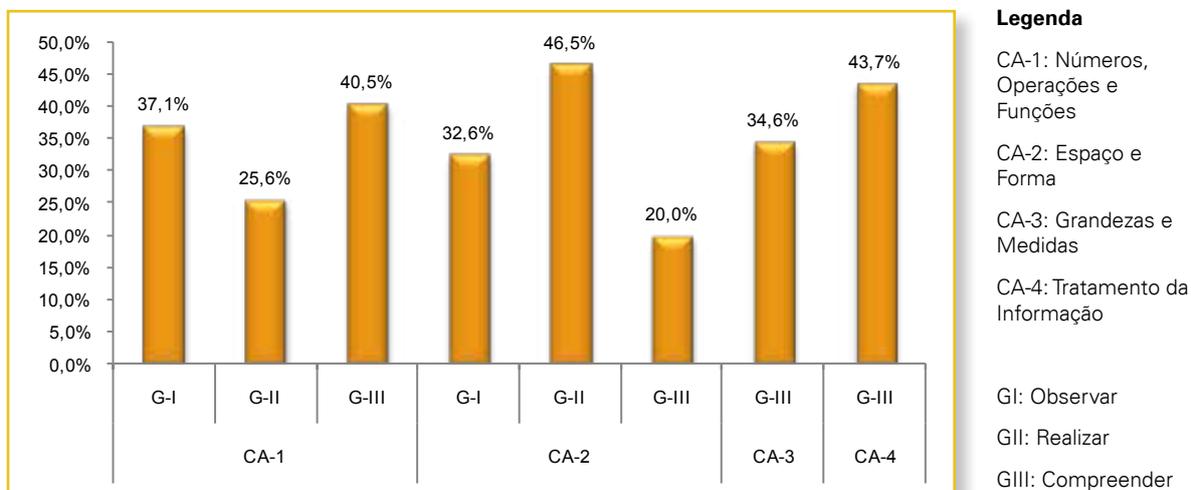
**Gráfico 37. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)**  
**Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**



O conjunto de itens associados ao “Tratamento da Informação” obteve o melhor percentual de acerto (43,7) possivelmente devido a uma melhor leitura dos alunos em relação a dados apresentados em gráficos e tabelas, além da determinação dos valores das medidas de tendência central. É importante ressaltar que todos os grupos de desempenho apresentaram melhores resultados nessas duas habilidades. Em contrapartida, o grupo de maior desempenho apresentou queda no seu aproveitamento frente aos itens associados ao tema “Grandezas e Medidas,” principalmente em situações nas quais se analisava a alteração apresentada no volume de um sólido a partir da mudança de uma de suas medidas.

O gráfico seguinte apresenta os percentuais de acertos de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

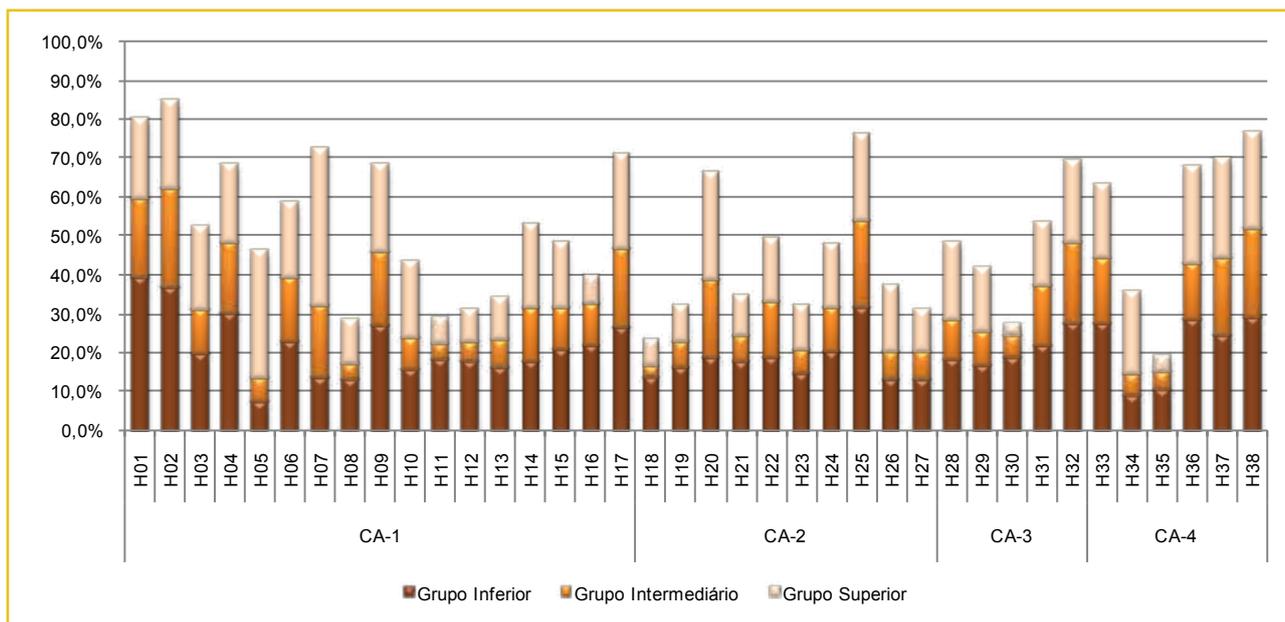
**Gráfico 38. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**



O tema “Números e Operações” apresentou queda em todos os Grupos de Competência do Aluno (G-I, G-II e G-III), sendo as principais dificuldades apresentadas pelos estudantes associadas à interpretação gráfica de funções; à resolução de equações exponenciais e trigonométricas; e à obtenção de novos logaritmos a partir de outros. Já o tema “Espaço e Forma” apresentou forte queda nas habilidades relacionadas à compreensão (G-III), sendo novamente o trabalho com pavimentação de superfície o fator de baixo desempenho dos estudantes, o que mostra que esse tema gera muita estranheza para os alunos. Sua prática em sala de aula merece reconsiderações.

De modo a facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área, é apresentado a seguir um gráfico que detalha o aproveitamento dos alunos em cada habilidade da matriz de avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). No 3º Ano EM, os alunos do Grupo 1 são aqueles que acertaram até 7 questões, já os do Grupo 2 acertaram entre 8 e 10 itens, e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 11 e 24 questões. A pontuação máxima aferida em cada grupo de desempenho já dá uma indicação do desempenho geral dos alunos do nível de ensino considerado.

**Gráfico 39. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competências de Área Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**



A análise individual das habilidades deixa muito claro quais habilidades necessitam ser repensadas a fim de melhorar o aproveitamento dos estudantes. Itens que avaliam habilidades como a *“resolução de problemas que utilizam equação do 2º grau”* se mostraram pouco familiares para os estudantes de todos os grupos de desempenho, já que nem os alunos de melhor desempenho conseguiram atingir 30% de acerto. Esse comportamento se repetiu nas habilidades de *“aplicar propriedades logarítmicas para obtenção de novos logaritmos”*; *“aplicar as propriedades de polígonos regulares na pavimentação de superfícies”*; *“resolver problemas envolvendo a pirâmide e/ou o cone”* e *“calcular a probabilidade de eventos repetidos”*.

Em contrapartida as habilidades para *“identificar o elemento pertencente a uma sequência de figuras ou numérica”*; *“identificar o elemento de uma PA, dado um termo e a razão da progressão”*; e *“identificar a planificação e as formas planas que compõe a superfície de um sólido geométrico”* apresentaram os melhores índices, inclusive para o grupo de menor desempenho.

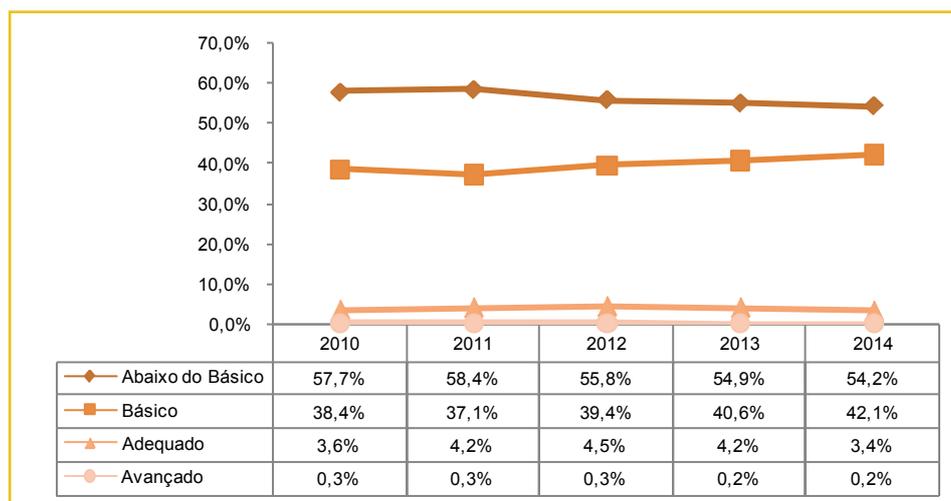
Observando a tabela seguinte, verifica-se que a maioria dos alunos da 3ª série do Ensino Médio está classificada no nível de proficiência considerado Abaixo do Básico. A distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos para o SARESP pode ser vista na tabela, para a situação em 2014.

O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010-2014, com a evolução da situação dos alunos do 3º ano do Ensino Médio, em relação aos níveis de desempenho.

**Tabela 17. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática  
3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2014**

Nível	Alunos (em %)
Abaixo do Básico (< 275): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a 3ª série EM.	54,2%
Básico (≥ 275 a < 350): Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	42,1%
Adequado (≥ 350 a < 400): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a 3ª série EM.	3,4%
Avançado (≥ 400): Os estudantes neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para a 3ª série EM.	0,2%

**Gráfico 40. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2014  
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio**



A análise dos resultados medidos nos últimos 5 anos mostra que, nesse período, a principal conquista feita para a 3ª série EM foi o aumento de alunos no nível Básico, sendo alguns vindos de níveis mais altos, mas a maior parte do nível Abaixo do Básico. No entanto, ainda se mostra um grande desafio aumentar o número de alunos classificados nos níveis mais elevados.

## 3.4.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

---

### NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 275

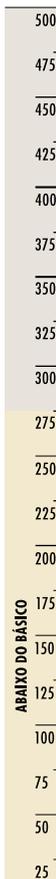
---

O percentual de alunos da 3ª série do EM da rede estadual no nível Abaixo do Básico é de 54,2%. Neste nível da escala de proficiência, os alunos apresentam habilidades limitadas para solucionar questões propostas para o ano escolar. Estes são capazes de:

#### Identificar:

- o gráfico de barras associado a uma tabela;
- o gráfico setorial associado a dados de um texto;
- o conceito de probabilidade;
- a localização de pontos no plano cartesiano.

No SARESP 2014 não foram obtidos âncoras que possam caracterizar as habilidades desenvolvidas pelos alunos neste nível.



## NÍVEL BÁSICO: 275 A < 350

Entre os alunos da rede estadual, 42,1% estão classificados nesse nível de proficiência. Nesse nível, os alunos são capazes de:

### Identificar:

- o valor da raiz comum de duas funções apresentadas em um gráfico;
- a planificação de um poliedro dado seu desenho;
- o número de fusos terrestres;
- as propriedades relativas ao crescimento/decrescimento de funções exponenciais do tipo  $f(x)=a^{kx}$ .

**Representar** pontos no referencial cartesiano e identificam o polígono resultante da união destes pontos.

### Determinar:

- a raiz comum de duas equações dado suas representações gráficas;
- o maior trajeto possível entre dois pontos em um plano cartesiano.

**Completar** tabela que relaciona duas grandezas em relação de proporcionalidade.

**Resolver** problemas envolvendo:

- porcentagens;
- progressões aritméticas;
- modelagem e resolução de um sistema de três equações e três incógnitas;
- cálculo de média ponderada.

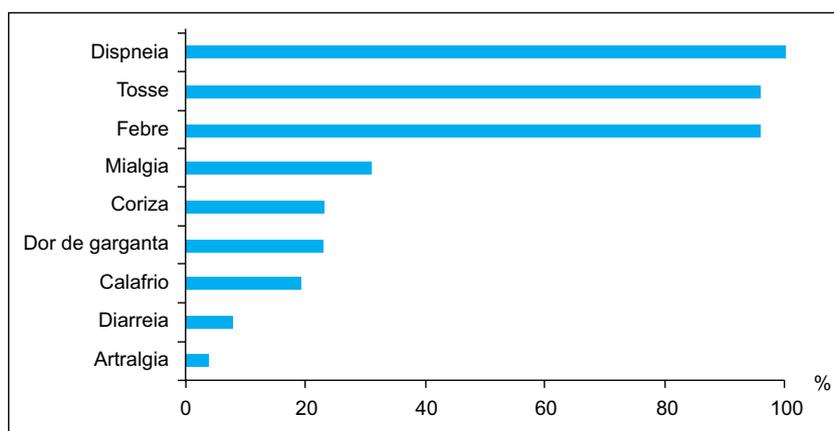
Na sequência, são apresentados alguns exemplos que avaliam tais habilidades.

### Exemplo 1<sup>34</sup>

**H38** Analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos.

*Influenza* é um tipo de doença respiratória aguda, conhecida popularmente como gripe. Existem vários tipos de vírus causadores de gripe; no caso da gripe A, o vírus responsável pelo processo infeccioso é o H1N1. Esse novo tipo do vírus de gripe é transmitido de maneira direta, de pessoa para pessoa, principalmente por meio da tosse, espirro e de contato com secreções respiratórias das pessoas infectadas. Observe o gráfico que mostra a porcentagem de sinais ou sintomas apresentados pelos indivíduos que tiveram casos confirmados da *Influenza A*.

34 Compõe a descrição do ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP

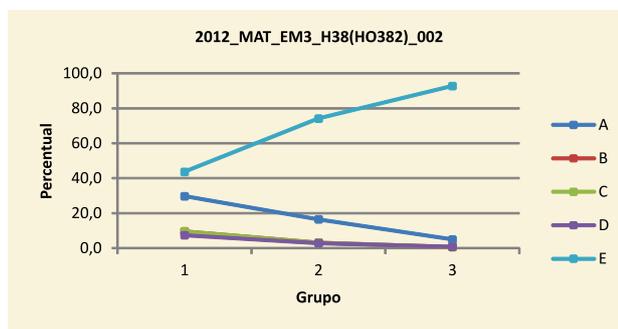


([http://www.cve.saude.sp.gov.br/htm/resp/pdf/IF12\\_INFLU22MAIO.pdf](http://www.cve.saude.sp.gov.br/htm/resp/pdf/IF12_INFLU22MAIO.pdf). Acessado em 26.06.2012)

Com base no gráfico, podemos afirmar que

- (A) tosse e febre são sintomas mais presentes em indivíduos com o vírus H1N1.
- (B) mialgia, coriza e dor de garganta aparecem com a mesma frequência em indivíduos com H1N1.
- (C) mialgia aparece em 40% dos indivíduos que tem o vírus H1N1.
- (D) somente cinquenta por cento dos indivíduos com o vírus H1N1 apresentam febre.
- (E) a dispneia está presente em todos os indivíduos com o vírus H1N1.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
E	Fácil	Muito Boa	15,6	4,0	4,0	3,3	<b>73,0</b>	0,971	-0,259	0,011



O item exige do participante julgar as informações apresentadas nas alternativas a fim de determinar qual delas é a verdadeira. Para tanto, basta uma análise direta do gráfico de barras apresentado na questão. A alternativa (A) é falsa pois a dispneia é o principal sintoma de quem teve *Influenza A* e não aparece na descrição dos dois principais sintomas; já a alternativa (B) é falsa porque a frequência de mialgia é diferente dos outros dois sintomas citados; a alternativa (C) é falsa já que a mialgia apresenta uma frequência inferior a 40%; a alternativa (D) também é falsa, pois o percentual dos indivíduos que apresentam febre é superior a 50%; a

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

3ª  
Série  
E.M.

alternativa (E) é a verdadeira, não só pela exclusão das demais alternativas mas também porque a frequência de dispneia é 100%, o que significa que todos os indivíduos doentes apresentam esse sintoma.

O item apresentou um percentual de acertos de 73%, sendo que a alternativa correta foi a mais assinalada em todos os grupos de desempenho, com um índice muito bom de discriminação. Dos distratores, apenas a alternativa (A) pareceu razoável para pouco mais de 15% dos respondentes, sendo que o grupo de menor desempenho foi o mais atraído para essa alternativa. A curva característica do item sugere esse bom desempenho já que alunos que atingiram a proficiência média da turma em questão apresentam até 75% de chance de acertar a questão.

Identificar as informações diretas apresentadas em um gráfico é uma habilidade que os alunos demonstram desde os anos iniciais de escolaridade. O professor do Ensino Médio, sabendo disso, pode exigir de seus alunos perguntas mais desafiadoras que exijam uma análise mais aprofundada da situação.

### Exemplo 2<sup>35</sup>

**H14** Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares até a 3ª ordem.

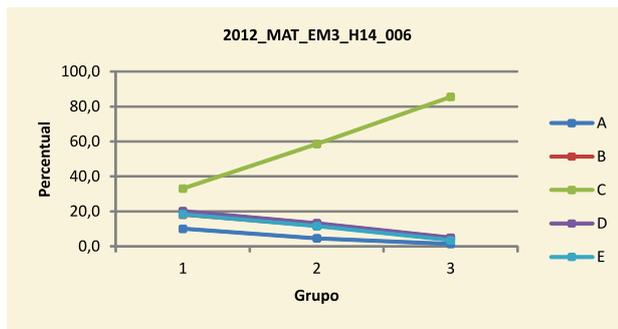
José precisava comprar ração e dar um banho em seu cão. Foi a uma "pet shop" e deparou-se com a seguinte promoção:

3 banhos para o seu cão + 2 pacotes de ração = R\$ 130,00  
4 banhos para o seu cão + 3 pacotes de ração = R\$ 180,00

Qual o valor, em reais, do banho e da ração, respectivamente?

- (A) 20 e 10.
- (B) 25 e 15.
- (C) **30 e 20.**
- (D) 35 e 25.
- (E) 40 e 30.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	<b>C</b>	D	E	a	b	c
C	Média	Muito Boa	4,7	10,5	<b>63,2</b>	11,6	9,9	1,111	0,464	0,195



O item foi respondido corretamente por 63,2% dos alunos, sendo que apenas um terço dos participantes do grupo de menor desempenho acertou a questão, enquanto que o percentual de acertos no grupo de maior desempenho foi um pouco maior do que 85%, o que caracteriza uma qualidade de discriminação muito boa para o item.

O problema é facilmente retratado por um sistema linear 2x2, inclusive a apresentação dos dados no quadro já favorece essa associação, pois basta atribuir a incógnita “x” para o “banho do seu cão” e “y” para “pacotes de ração” que o sistema estará formado, conforme segue:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 130 \\ 4x + 3y = 180 \end{cases}$$

A solução do sistema pode ser obtida pelo método da adição (escalonamento), substituição ou até mesmo através do método de Cramer para aqueles que gostam de trabalhar com matrizes e determinantes.

No entanto, o formato apresentado pela questão também privilegia os alunos que apresentam dificuldade em solucionar um sistema por meio de técnicas matemáticas, já que é possível ao estudante analisar a situação e tirar suas próprias conclusões para identificar a resposta correta. Nesse caso, basta analisar a diferença entre os dois pacotes promocionais, ou seja, o que o segundo oferece a mais que o primeiro e quanto isso custa? Ao analisar a situação, é esperado que o aluno veja que a segunda promoção é R\$ 50,00 mais cara que a primeira e conseqüentemente o que está sendo oferecido a mais, que é um banho e um pacote de ração, custa exatamente o valor extra. Dessa forma, é possível concluir que um banho e um pacote de ração juntos custam R\$ 50,00 e apenas a alternativa (C) apresenta dois valores que somados totalizam a quantia correta.

Para a discussão extrapolar a identificação da alternativa correta, é preciso conseguir chegar à conclusão de que o banho custa R\$ 30,00 e o pacote de ração R\$ 20,00. Novamente, isso é possível sem uso de técnicas matemáticas sofisticadas, veja:

$$\begin{aligned} \text{Se } 1 \text{ banho} + 1 \text{ pacote de ração} &= \text{R\$}50,00 \\ \text{então } 2 \text{ banhos} + 2 \text{ pacotes de ração} &= \text{R\$}100,00 \\ \text{e como } 3 \text{ banhos} + 2 \text{ pacotes de ração} &= \text{R\$}130,00 \end{aligned}$$

Novamente, a ideia da diferença é suficiente para mostrar que os R\$ 30,00 reais a mais cobrados se deve ao banho a mais incluído na promoção. Por fim, o pacote de ração deve custar R\$ 20,00 para que juntos totalizem R\$ 50,00.

Esse tipo diferenciado de abordagem é feito possivelmente pelo estudante que não consegue trabalhar com a descrição/manipulação algébrica do problema, e isso ocorre muitas vezes porque aquilo não é plausível para o

500
475
450
425
400
375
350
BÁSICO
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

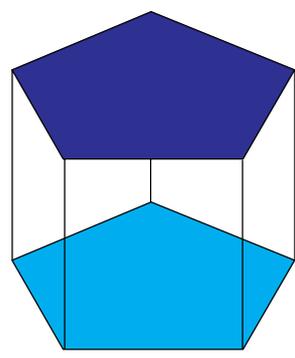
aluno. Ao resolver a questão dessa forma, o aluno apresenta as mesmas ideias associadas a sistema, porém sem fazer uso da linguagem algébrica. Cabe ao professor então associar essas ideias à álgebra, mostrando que por trás da solução técnica estão inseridas todas essas ideias, porém com outra roupagem. Ao fazer isso, é possível que o aluno comece a se sentir mais confiante para lidar com algo que até então lhe parecia totalmente estranho.

**Exemplo 3<sup>36</sup>**

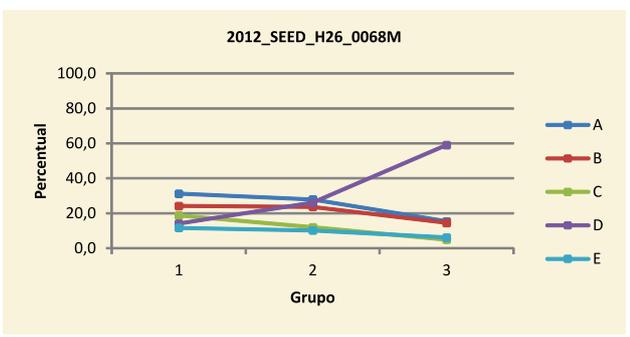
**H26** Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.

Os números de vértices, faces e arestas de um prisma de base pentagonal são, respectivamente,

- (A) 6, 6 e 10.
- (B) 7, 10 e 15.
- (C) 8, 12 e 18.
- (D) **10, 7 e 15.**
- (E) 10, 10 e 18.



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	<b>D</b>	E	a	b	c
D	Difícil	Muito Boa	24,2	20,4	11,5	<b>34,7</b>	9,2	1,721	1,174	0,169



O item proposto apresentou uma propriedade de discriminação muito boa entre os grupos de maior e menor desempenho, já que estes apresentaram índices de 59,1% e 14,1% de acertos, respectivamente.

A solução do problema exige que o estudante saiba identificar os elementos de um sólido geométrico e, nesse caso, há a imagem como apoio para tal tarefa. Sendo assim, bastaria identificar que a figura é formada

36 Compõe a descrição do ponto 325 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP

500
475
450
425
400
375
350
<b>BÁSICO</b>
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

por 2 pentágonos e 5 retângulos, totalizando 7 faces, o que implica diretamente na alternativa (D). Quanto à confirmação do número dos demais elementos, temos 5 vértices que unem a base (azul clara) às laterais e outros 5 vértices que unem o topo (azul escuro) às laterais, totalizando 10 vértices. Além disso, a figura é composta por 5 arestas na base, 5 arestas laterais e outras 5 no topo, resultando em 15 arestas.

A contagem do número de arestas também pode ser associada ao número de faces, caso não se tenha a figura como apoio. Para tanto, basta recordar que, para esse caso:

$$n^{\circ} \text{ arestas} = \frac{2 \cdot (n^{\circ} \text{ arestas do pentágono}) + 5 \cdot (n^{\circ} \text{ arestas do retângulo})}{2} = \frac{2 \cdot 5 + 5 \cdot 4}{2} = 15$$

Conseqüentemente, com o número de arestas e faces, é possível determinar o número de vértices pela relação de Euler ( $V + F = A + 2$ ), que indica que a figura possui 10 vértices.

No entanto, é importante ressaltar que a distribuição de respostas nas demais alternativas demonstra que os alunos, em sua maioria, não são capazes de identificar os elementos de um sólido. A curva da TRI também reforça essa suspeita, já que para alunos de proficiência Abaixo do Básico a probabilidade de acerto fica praticamente resumida à chance de um acerto casual, enquanto alunos de proficiência Básica apresentam uma grande variação na probabilidade de acerto, que varia de 20,0% a 95,0%. Por fim, estudantes com proficiência Adequada ou Avançada apresentam mais de 95,0% de chances de acerto.

## NÍVEL ADEQUADO: 350 $\alpha$ < 400

O nível adequado está representado por apenas 3,4% dos alunos do ano em questão. Espera-se dos alunos que tenham as habilidades construídas nos anos anteriores referentes a este mesmo nível de proficiência. Acrescenta-se a isso a capacidade de:

### Identificar:

- a intersecção de dois intervalos de números reais representados na reta numérica;
- as características de uma função do 1º grau (inclusive os sinais dos coeficientes a partir do seu gráfico);
- o gráfico de uma função do 2º grau.

**Calcular** e interpretar médias.

### Aplicar:

- raciocínios combinatórios e de permutação simples na resolução de problemas;
- as propriedades fundamentais dos polígonos regulares em problemas de pavimentação de superfície;
- a relação de Euler para poliedros.

**Resolver** equações exponenciais.

**Resolver** problemas envolvendo:

- progressões geométricas;
- função exponencial;
- modelagem e resolução de função do 2º grau;
- relações métricas;
- razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- frequências apresentadas em um gráfico de setores juntamente com o cálculo de porcentagens.

A seguir, apresentamos alguns itens que avaliam algumas dessas habilidades.

500

475

450

425

400

ADEQUADO

375

350

325

300

275

250

225

200

175

150

125

100

75

50

25

3ª

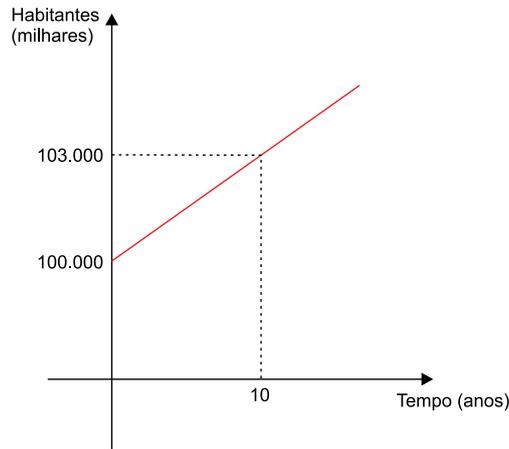
Série

E.M.

### Exemplo 4<sup>37</sup>

**H05** Descrever as características fundamentais da função do 1º grau, relativas ao gráfico, crescimento/ decrescimento, taxa de variação.

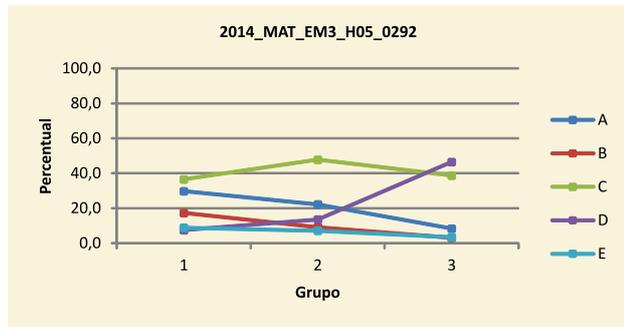
O gráfico a seguir representa uma projeção do número de habitantes de um município em **n** anos.



A taxa de crescimento deste município, em habitantes por ano, foi de:

- (A) 103.000.
- (B) 100.000.
- (C) 3.000.
- (D) **300.**
- (E) 10.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	<b>D</b>	E	a	b	c
D	Difícil	Boa	18,7	9,0	40,7	<b>25,5</b>	6,1	1,512	1,460	0,079



37 Compõe a descrição do ponto 350 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP

500  
475  
450  
425  
400  
375  
350  
325  
300  
275  
250  
225  
200  
175  
150  
125  
100  
75  
50  
25

A situação-problema proposta está associada a função do 1º grau cujo gráfico é uma reta, conforme apresentado no item. A solução pode ser obtida pela análise do gráfico, sendo que o número de habitantes apresenta um aumento de 3000 após 10 anos, que implica em um crescimento médio na população de 300 habitantes por ano (alternativa D). É importante destacar que boa parte dos respondentes (40,7%) identificou o aumento da população ao longo do tempo, mas não calculou a taxa de crescimento anual. A solução também poderia ser obtida de outras maneiras mais técnicas nas quais a taxa de crescimento da população pode ser associada ao coeficiente “a” da função do 1º grau,  $f(x) = a \cdot x + b$

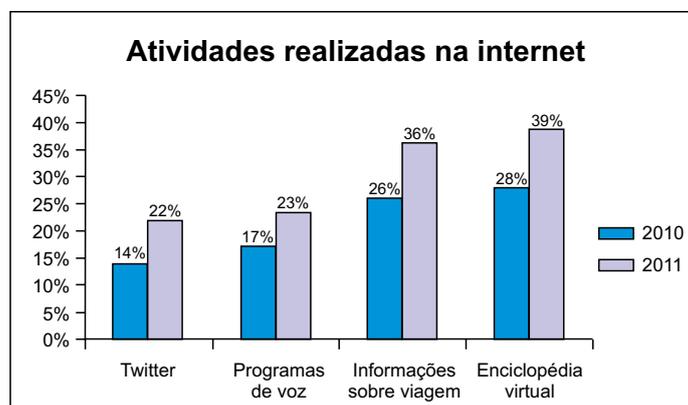
A curva característica do item mostra que é esperada certa dificuldade para a grande maioria dos estudantes da 3ª série EM para a resolução dessa questão, já que a probabilidade de acerto começa a ficar favorável apenas para proficiências acima de 325. Ou seja, apenas alunos com nível de proficiência adequado ou avançado apresentam boa chance de resolver corretamente a questão.

O item apresenta um bom coeficiente de discriminação já que enquanto no grupo de menor desempenho a alternativa correta é a menos assinalada, com 7,5% de acerto, o grupo de maior desempenho apresenta um aproveitamento de 46,5%. Mesmo assim, menos da metade do grupo de maior desempenho respondeu corretamente a questão, o que sugere a necessidade de maiores cuidados no ensino do tema “Função do 1º grau”.

### Exemplo 5<sup>38</sup>

**H38** Analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos.

A presença do computador e da internet continua crescendo nos domicílios brasileiros: a proporção de domicílios com computador no país passou de 35% para 45%, enquanto a presença de internet passou de 27%, em 2010, para 38%, em 2011. Abaixo segue o gráfico que representa as atividades realizadas na internet pelos usuários brasileiros.

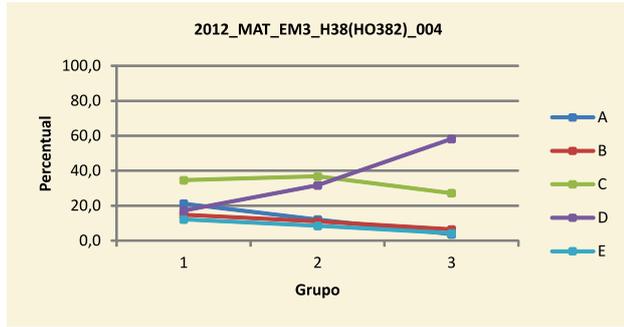


(<http://www.top30.com.br/news>. Acessado em 12.06.2012)

Com base nos dados apresentados no gráfico, assinale a alternativa correta.

- (A) Nem todas as atividades realizadas pelos brasileiros na internet aumentaram de 2010 para 2011.
- (B) A moda das atividades realizadas na internet pelos brasileiros em 2011 foi o Twitter.
- (C) A média aritmética de atividades realizadas pelos brasileiros pela internet em 2011 foi de 60%.
- (D) A média aritmética das atividades realizadas com programa de voz, no período 2010-2011, foi de 20%.**
- (E) O Twitter foi a atividade que mais aumentou do ano de 2010 para 2011.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
D	Média	Muito Boa	12,2	10,7	32,7	<b>36,0</b>	8,3	1,035	1,327	0,154



O item proposto está associado mais uma vez à leitura de gráficos, porém com dois diferenciais em relação ao primeiro exemplo apresentado nessa sessão. Primeiramente, o fato de a tabela ser de dupla entrada mostra um comparativo de informações coletadas em momentos diferentes. Além disso, é exigida uma análise mais profunda que a simples análise dos dados, como a verificação de alguns conceitos de medidas centrais.

Assim como no primeiro caso, é preciso analisar cada uma das alternativas para se chegar à afirmação correta. A alternativa (A) é falsa já que uma observação direta do gráfico mostra que todas as atividades aumentaram de 2010 para 2011; a alternativa (B) é falsa pois a moda, ou seja, a atividade com maior frequência no ano de 2011, foi a consulta à Enciclopédia virtual; a alternativa (C) também é falsa já que não é possível uma média ser de 60% quando todos os valores utilizados para o cálculo são inferiores a 60%; a alternativa (D) é a verdadeira pois a média das atividades com programa de voz é dada por  $(17\% + 23\%) \div 2 = 20\%$ .

Diferentemente do primeiro exemplo, em que a alternativa correta foi a mais assinalada em todos os grupos de desempenho, nesse item apenas o grupo de maior desempenho optou em sua maioria pela resposta correta, o que caracterizou uma discriminação muito boa para o item. Além disso, a curva característica do item reforça a mudança esperada no desempenho, já que alunos que atingiram a proficiência média da turma em questão apresentam em torno de 25% de chances de responder corretamente a questão.

## NÍVEL AVANÇADO: $\geq 400$

O percentual de alunos da 3ª série do Ensino Médio da rede estadual classificados nesse nível de proficiência em Matemática é de 0,2%. Espera-se desses alunos que consigam trabalhar com todas as habilidades descritas até o momento. Além destas, estes estudantes conseguem:

**Associar** a equação da circunferência à sua representação desenhada no plano cartesiano, e vice-versa.

**Identificar:**

- a soma e a subtração de dois números complexos no plano de Argand-Gauss;
- a inequação referente a uma região sombreada.

**Determinar** a equação da reta que passa por dois pontos no plano cartesiano.

**Analisar** os coeficientes de uma equação do 2º grau a partir do seu gráfico.

**Resolver** equações logarítmicas.

**Resolver** problemas envolvendo:

- equações do 2º grau;
- o cálculo da taxa de crescimento de uma função exponencial;
- o cálculo de probabilidades de eventos simultâneos ou que se repetem seguidamente;
- o cálculo da área superficial e do volume de sólidos geométricos;
- determinação de ângulos em uma pavimentação com polígonos;
- propriedades da circunferência;
- comparação do volume de cilindros ou cones distintos;
- o termo geral de uma sequência de triângulos de Sierpinski;
- a média ponderada com intervalos de classe.

Seguem alguns exemplos desse nível de proficiência:

### Exemplo 6<sup>39</sup>

**H11** Aplicar o significado de logaritmos para a representação de números muito grandes ou muito pequenos, em diferentes contextos.

Observe a seguinte tabela de logaritmos.

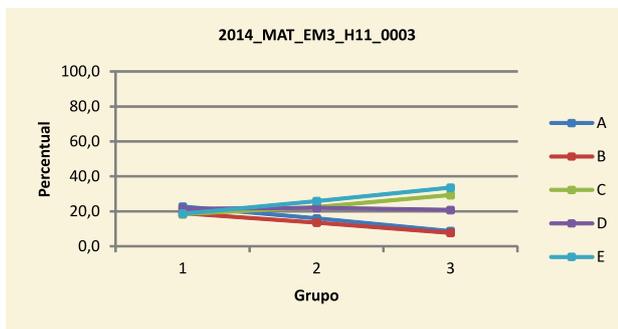
N	log N
1	0
2	0,30103
3	0,47712
6	0,77815
10	1

Dados:
$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$
$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$
$\log a^n = n \cdot \log a$

Baseado nas informações da tabela acima, log de 60 será:

- (A) 0,77815.
- (B) 1,07918.
- (C) **1,77815.**
- (D) 2,77815.
- (E) 10,77815.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	<b>C</b>	D	E	a	b	c
C	Difícil	Fraca	15,3	13,0	<b>23,8</b>	21,3	26,6	1,955	2,328	0,238



O item respondido corretamente por menos de um quarto dos alunos apresentou uma fraca discriminação entre o grupo de menor desempenho, que ficou próximo de 19% de acerto, e o grupo de maior desempenho, que não atingiu 30,0% de acerto.

Esse baixo aproveitamento demonstra que o assunto é estranho para a grande maioria dos estudantes do Ensino Médio da rede estadual paulista. A curva da TRI confirma essa expectativa ao mostrar que alunos com

39 Compõe a descrição do ponto 400 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP

níveis de proficiência Abaixo do Básico e Básico têm uma probabilidade de acertos inferior a 40,0%. O gráfico mostra que apenas o grupo de alunos com proficiência Avançada apresenta boa expectativa de acertos, com probabilidade superior a 90%.

A solução do problema para quem conhece o assunto se resume em utilizar corretamente as propriedades de logaritmos que foram apresentadas junto ao enunciado. Sendo assim, temos:

$$\log 60 = \log 6 \cdot 10 = \log 6 + \log 10 = 0,77815 + 1 = 1,77815 \text{ (alternativa C)}$$

No grupo de menor desempenho, nota-se uma escolha totalmente aleatória das alternativas, enquanto no grupo intermediário e no de maior desempenho a alternativa E acabou atraindo mais estudantes que a resposta correta, provavelmente pelo seguinte erro de manipulação:

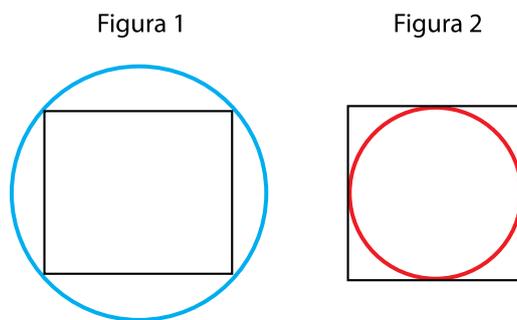
$$\log 60 = \log 10 \cdot 6 = \log 10 + \log 6 = \log 10 + 0,77815 = \log 10,77815$$

De toda forma, fica o alerta para o professor de matemática frente à dificuldade que o tema apresenta para os estudantes do Ensino Médio, o que implica na necessidade de repensar as estratégias de ensino utilizadas.

### Exemplo 7<sup>40</sup>

**H19** Caracterizar polígonos regulares inscritos e circunscritos em circunferências.

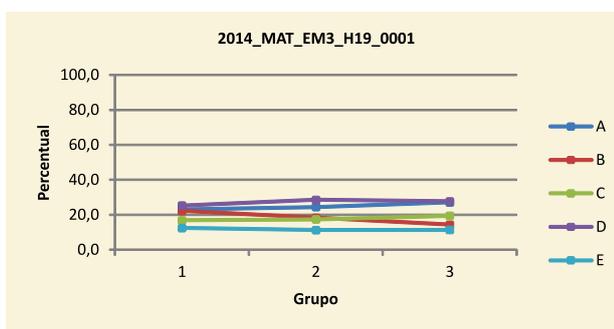
A ilustração a seguir apresenta duas imagens de um quadrado, cuja aresta mede 10 cm. Na Figura 1, o quadrado está inscrito em uma circunferência de raio R. Na Figura 2, o mesmo quadrado apresenta uma circunferência, de raio r, inscrita em seu interior.



É possível afirmar que os valores dos raios são, respectivamente,

- (A)  $R = 5 \text{ cm}$  e  $r = 2,5 \text{ cm}$ .
- (B)  $R = 5 \text{ cm}$  e  $r = 5 \text{ cm}$ .
- (C)  $R = 5\sqrt{2} \text{ cm}$  e  $r = 5 \text{ cm}$ .
- (D)  $R = 10 \text{ cm}$  e  $r = 5 \text{ cm}$ .
- (E)  $R = 10\sqrt{2} \text{ cm}$  e  $r = 5 \text{ cm}$ .

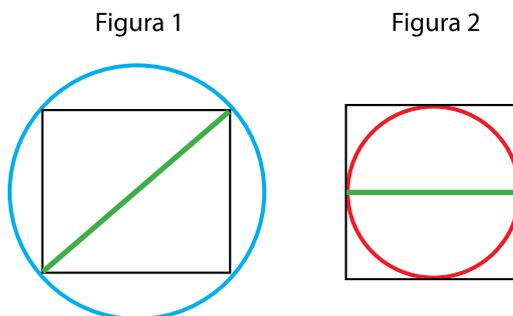
ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
C	Difícil	Muito Fraca	25,3	17,5	<b>18,2</b>	27,3	11,7	2,383	2,397	0,176



A situação proposta aborda as propriedades de polígonos inscritos e circunscritos na circunferência, que se mostrou difícil para os respondentes, com apenas 18,2% de acertos, e a diferença no aproveitamento do grupo de maior desempenho frente ao de menor desempenho foi de apenas 2,5 pontos percentuais.

O item exige alta proficiência, como mostra a curva característica do item, sendo que alunos com proficiência Abaixo do Básico apresentam probabilidade de acerto igual a de um acerto casual, enquanto alunos com proficiência de nível Básico apresentam até 30% de chances de acerto. Os alunos no nível adequado têm probabilidade de acerto variando entre 30% e pouco mais de 90%. Apenas os alunos de proficiência avançada têm mais de 90% de chance de acertar a questão.

A solução do problema é obtida por meio de uma relação entre alguma medida do quadrado com o diâmetro da circunferência, conforme ilustrado a seguir:



A imagem mostra que, para a Figura 1, o diâmetro da circunferência (traço verde) tem a mesma medida que a diagonal do quadrado, ou seja,  $10\sqrt{2}$  cm. Em contrapartida, na Figura 2, o diâmetro da circunferência passa a ter a mesma medida que a aresta do quadrado, ou seja, 10 cm. Como o item solicita o tamanho do raio das circunferências, basta calcular a metade da medida do diâmetro que a resposta será encontrada, nesse caso:  $R=5\sqrt{2}$  cm e  $r=5$ cm.

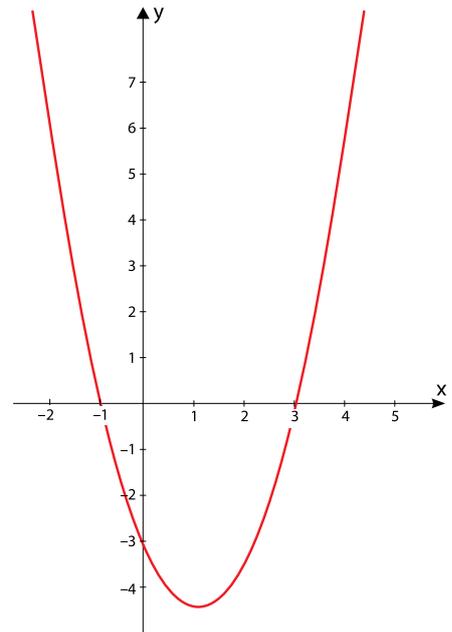
Em relação aos distratores, aqueles que mais se destacam são as alternativas (A) e (D). Essas opções provavelmente resultaram de escolhas que fazem uma associação incorreta entre o diâmetro da circunferência 1 e a aresta do quadrado ou entre o raio da circunferência 1 e a aresta do quadrado, respectivamente.

### Exemplo 8<sup>41</sup>

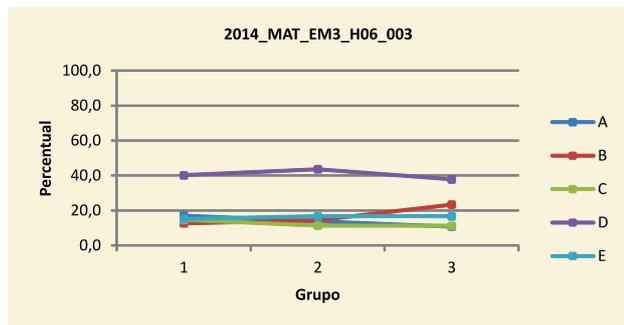
**H06** Descrever as características fundamentais da função do 2º grau, relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento, valores máximo ou mínimo.

Sobre a função  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ , é correto afirmar que

- (A) seus valores são negativos para qualquer valor de  $x$ .
- (B) é crescente para  $x > 1$ .
- (C) tem somente valores positivos para  $x > 0$ .
- (D) é decrescente para  $-1 < x < 3$ .
- (E) seu menor valor ocorre quando  $x = -1$ .



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
B	Difícil	Fraca	13,3	<b>17,9</b>	12,2	40,2	16,3	1,443	2,632	0,162



O item proposto mostra um outro assunto que precisa ser visto de forma mais cuidadosa: a leitura e a interpretação do gráfico de uma função. Se o gráfico da função do 1º grau apresenta uma interpretação mais próxima dos alunos do Ensino Médio, as demais funções apresentam dificuldade, na maioria das vezes. O percentual de acertos nesse caso foi de 17,9%, sendo que o percentual de alunos que responderam corretamente nos grupos de maior e menor desempenho foi de 12,7% e 23,4%, respectivamente, o que caracteriza um índice de discriminação fraco.

41 Compõe a descrição do ponto 425 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP

A identificação da resposta correta depende novamente do julgamento de todas as alternativas, o que exige alta proficiência. Apesar de a TRI apresentar um gráfico muito semelhante ao do exemplo anterior, o fato de ser menos sinuoso implica numa diminuição da probabilidade de acerto dos níveis de proficiência mais altos. Os alunos de nível Avançado, por exemplo, têm chances de acerto maior ou igual a 75%.

Ao analisar as alternativas, o estudante deveria perceber que:

- (A) Falsa, pois para  $x < -1$  ou  $x > 3$  a função é positiva. (Poucos alunos foram atraídos por essa alternativa).
- (B) Verdadeira, pois a parábola com concavidade para cima passa a ser crescente após o ponto de mínimo, que nesse caso tem coordenada  $x=1$ , ou seja, a função é crescente se  $x > 1$ .
- (C) Falsa, pois para valores como  $x=1$  ou  $x=2$  a função é negativa mesmo esses valores de abscissa sendo maiores que zero. (Essa foi a alternativa menos assinalada).
- (D) Falsa, pois no intervalo apresentado ( $-1 < x < 3$ ) a função é decrescente até  $x=1$ , para valores maiores, como já tido a função passa a ser crescente. (Muitos respondentes optaram por essa alternativa, o que caracteriza uma associação equivocada muito forte entre a função ser negativa e decrescente).
- (E) Falsa, pois seu menor valor ocorre quando  $x=1$ . (Provável erro por desatenção).

## 3.4.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Como foi mencionado, o SARESP utiliza questões de um ano para outro a fim de realizar uma comparação dos resultados dessa edição com as anteriores. Dentre esses itens de ligação, estão questões do Saeb/Prova Brasil, para também estabelecer uma correlação com essa avaliação de abrangência nacional.

A seguir, comparam-se os desempenhos das edições de 2013 e 2014 da 3ª série do Ensino Médio em Matemática.

**Tabela 18. – Desempenho em Itens de Ligação  
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013 e 2014**

Objetos de Conhecimento	% de Acerto	
	2013	2014
Termo de ordem $n$ de uma progressão aritmética.	58,9	60,3
Identificação de progressões aritmética e geométrica.	27,9	28,9
Análise do crescimento e decrescimento de uma função a partir do seu gráfico.	51,6	54,2
Problema envolvendo função exponencial.	30,6	28,7
Relações entre seno e cosseno de um ângulo.	18,4	21,1
Resolução gráfica de um sistema de equações do 1º grau.	15,4	17,2
Representação de números reais na reta numérica.	26,1	32,0
Análise gráfica da solução de uma equação de 1º grau.	33,5	33,6
Dimensões da ampliação de um retângulo.	25,4	26,7
Identificação de planificação de um sólido.	53,8	56,6
Relações trigonométricas no triângulo retângulo.	16,6	17,2
Raciocínio Combinatório multiplicativo em problema de contagem.	21,4	20,8
Cálculo de porcentagem na resolução de problemas.	44,2	46,0
Leitura de informações em um gráfico de linha.	39,6	40,3
Identificação da forma fatorada de polinômios.	34,6	37,3
Identificação do valor numérico de um ponto da reta numérica.	78,6	79,9
Identificação da figura faltante em uma sequência.	73,8	76,8
Identificação do próximo termo de uma PA de razão $-4$ .	75,8	76,8
Cálculo de distância entre pontos.	39,9	42,2
Resolução de uma equação do 1º grau com apoio visual.	41,9	40,1
Identificação de sequência numérica com crescimento exponencial.	32,3	31,6
Identificação de pontos no plano cartesiano.	57,5	60,5

Cálculo de probabilidade em um sorteio.	64,3	68,5
Resolução de problema envolvendo média de notas.	66,3	66,9
Análise de afirmações feitas a partir de dados apresentados em gráfico de barras.	70,4	73,0

Assim como as demais turmas avaliadas, na 3ª série EM também há melhora no desempenho dos alunos na maioria (80%) dos itens de ligação de 2013 para 2014. No entanto, os índices de acerto na série em questão são menores do que os constatados nas demais turmas, sendo que os maiores percentuais de acertos estão associados às habilidades que não são próprias da 3ª série do EM, como a identificação de números na reta numérica, a análise de gráfico de barras e a compreensão de sequências (de números ou figuras) simples.



## **4. – CONSIDERAÇÕES SOBRE O SARESP: UMA REFLEXÃO AO LONGO DOS ANOS**



## **4. – CONSIDERAÇÕES SOBRE O SARESP: UMA REFLEXÃO AO LONGO DOS ANOS**

---

A avaliação SARESP, nesses últimos anos, foi além da simples aferição de proficiências para as turmas da rede estadual paulista. Ela buscou traduzir esse número, ao mostrar que tal valor está associado a uma lista de tarefas matemáticas que se espera que a turma seja capaz de realizar. Com isso, é possível identificar quais assuntos já estão consolidados, o que ainda precisa ser repensado e trabalhado com maior cuidado, além de poder constatar a evolução apresentada nos últimos anos.

Analisar de forma mais concisa e atenta as turmas avaliadas a fim de perceber melhor suas características e necessidades é algo que se impõe como fundamental para a contínua melhora da educação paulista.

As páginas a seguir se propõem a dar início a esse estudo e a convidar você, professor, a direcionar esse olhar para a sua sala de aula, para sua escola e quem sabe para seu bairro ou cidade com o intuito de promover o movimento necessário para novas mudanças, claro, para melhor.

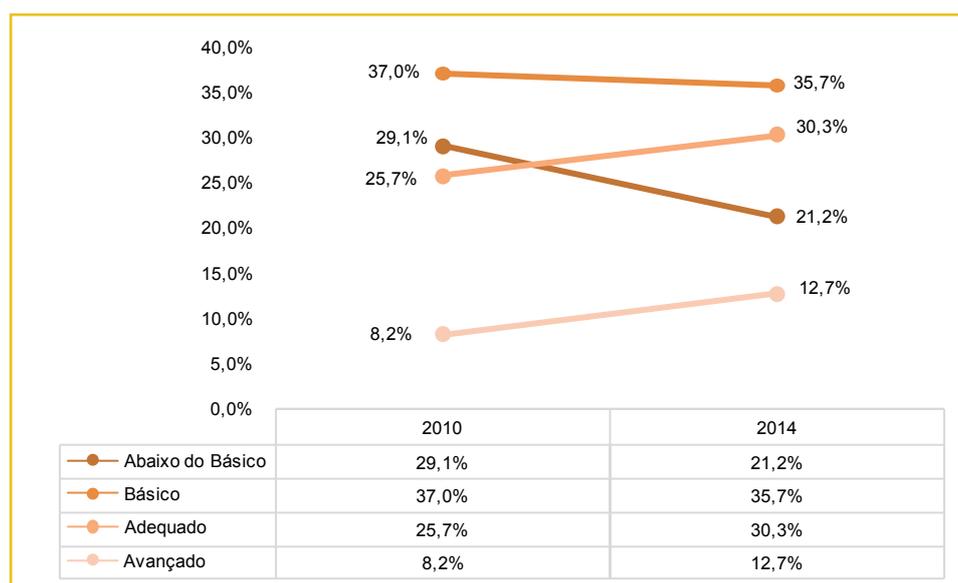
### **4.1. – 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

---

O desempenho dos alunos do 5º ano EF reflete mais do que o trabalho feito nesse ano, ele traduz o ótimo trabalho que vem sendo realizado durante esses cinco primeiros anos de escolaridade.

Esses estudantes têm mostrado uma melhora contínua que tem se refletido no aumento da proficiência, mas principalmente na diminuição dos alunos no nível Abaixo do Básico. O gráfico a seguir ilustra muito bem essa situação ao mostrar as linhas de tendência, os resultados da edição de 2010 com a edição de 2014, ou seja, o reflexo de cinco anos de trabalho.

**Gráfico 41. – Comparativo de Desempenho das Edições do SARESP 2010 e 2014  
5º Ano do Ensino Fundamental – Matemática**



O gráfico mostra a grande transição de alunos para os níveis mais altos de proficiência, sendo que o percentual de alunos que estavam no nível Abaixo do Básico<sup>42</sup> diminuiu praticamente 8 pontos percentuais, enquanto o percentual de alunos que atingiram os níveis Adequado ou Avançado aumentou pouco mais de 9 pontos percentuais. Com isso, temos hoje 43% dos alunos do 5º ano EF com proficiência igual ou superior ao que é proposto como sendo adequado para esse ano escolar. Isso significa que no ano de 2015 pouco mais de 50.000 estudantes que fizeram o SARESP em 2014 estão iniciando seus estudos no 6º ano em plenas condições de fazê-lo. Se considerarmos aqueles que apresentam as condições mínimas, esse número sobe para 92.427 estudantes.

Em relação às habilidades desses alunos, é importante destacar que demonstram um excelente domínio em:

- identificar a fração que representa a relação parte/todo, começando a apresentar maior solidez quando associada ao conceito de razão;
- identificar números em retas numéricas ou que completam uma sequência numérica. Mesmo em situações mais complexas, nas quais a variação é da ordem de dezenas não informadas no texto, o desempenho é muito satisfatório;
- efetuar soma, subtração, multiplicação ou divisão entre números naturais. As operações inversas quando envolvem altos valores apresentam maiores dificuldades, mas pode-se dizer que o conceito foi compreendido pelos estudantes;
- resolver problema envolvendo as principais ideias das quatro operações fundamentais (juntar, tirar, soma de parcelas iguais, configuração retangular e repartição em partes iguais). As demais ideias precisam ser reforçadas para compreensão plena de todos;

<sup>42</sup> Na dimensão atual da prova, isso significa pouco mais de 25.000 estudantes.

- identificar formas geométricas bidimensionais e tridimensionais, inclusive na associação com objetos do mundo real;
- identificar horas e minutos em relógios analógicos e digitais;
- reconhecer as unidades de medidas usuais adequadas à situação proposta.

Além destas, as ideias essenciais de outras habilidades se mostram bem desenvolvidas, porém os alunos de nível Abaixo do Básico necessitam de uma retomada e um acompanhamento mais cuidadoso. Os estudantes dos demais níveis de proficiência também mostram bom domínio em:

- associar os algarismos que compõem um número ao seu respectivo valor posicional;
- resolver problemas envolvendo cédulas e moedas (por imagem ou via escrita) em situações de compra e venda;
- resolver problemas envolvendo os conceitos de 100% e 50%. As situações que utilizam o conceito de 25% apresentam maiores dificuldades para os estudantes, sendo que boa parte dos que resolvem o problema apresentam alta proficiência;
- descrever a localização e a movimentação em espaços não circulares;
- ler informações apresentadas por meio de gráficos ou tabelas. A interpretação das informações para julgamento de afirmações ou para a realização de cálculos exige maior proficiência e normalmente é bem realizada pelos alunos de alta proficiência.

Outras habilidades precisam ser discutidas em sala com mais cuidado, pois pequenas variações no enunciado ou na situação-problema causam estranheza para a grande parte do alunado. Elas se referem a:

- associar fração decimal ao seu respectivo número decimal ou vice-versa;
- reconhecer ângulos e a existência de simetria em polígonos;
- identificar a ampliação de uma figura e reconhecer seu fator de ampliação;
- estabelecer relações entre unidades de medida, principalmente entre unidades de tempo;
- resolver problema envolvendo o conceito de perímetro e área de figuras bidimensionais com o auxílio de malha quadriculada. Tem se notado uma grande confusão entre os conceitos, o que tem levado muitos alunos a errarem os exercícios.

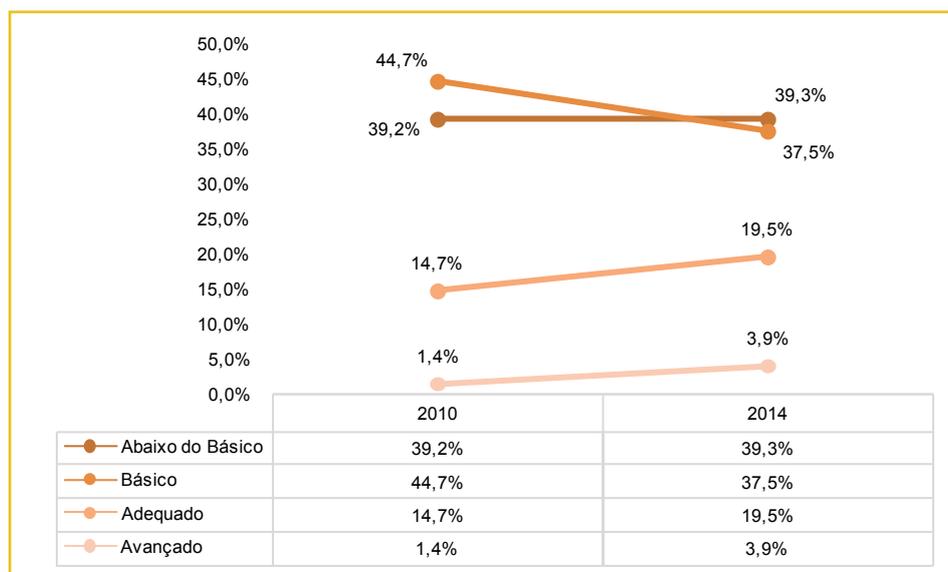
Isso permite afirmar que essa turma precisa de pequenos ajustes no tratamento de alguns assuntos e de muitos estímulos e desafios para continuar avançando a fim de atingir melhores índices. A transição do 5º para o 6º ano do ensino fundamental parece ser uma passagem delicada, porém não mais desconhecida, na qual é necessário que os professores de ambos os anos colaborem e compreendam esse momento para que o aluno consiga se adequar à nova realidade o mais rápido possível. O professor do 6º ano tem importante papel, pois é ele que inicia uma nova maneira de sistematização de pensamento, mais própria do pensamento matemático, que permitirá complementar as estruturas mentais do aluno.

## 4.2. – 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Qual o resultado esperado para o 7º ano EF mediante o bom aproveitamento apresentado pelo 5º ano EF? Quais as expectativas frente ao aprofundamento do conteúdo estudado? E o desempenho frente a novos temas e habilidades? Os bons índices são mantidos?

Todos esses questionamentos são pensamentos derivados dos resultados apresentados nos últimos anos pelo 5º ano EF e da expectativa gerada em relação a esses resultados. No entanto, o quadro do 7º ano EF é bem diferente daquele esperado, conforme pode-se notar no gráfico a seguir:

**Gráfico 42. – Comparativo de Desempenho das Edições do SARESP 2010 e 2014  
7º Ano do Ensino Fundamental – Matemática**



Como se pode notar, há um maior contingente de alunos no nível Abaixo do Básico em relação ao apresentado no final do Ciclo I, ou seja, novos alunos apresentaram essa indesejável classificação. Além disso, após cinco edições do SARESP não se conseguiu uma diminuição no percentual de alunos pertencentes a esse grupo. No entanto, é válido destacar a queda no número de alunos com nível de proficiência Básico motivada pela transição desses alunos para níveis de proficiência mais avançados. Em 2014, quase um quarto dos estudantes que fizeram a prova apresentaram proficiência superior àquela tida como Básica.

Em relação às habilidades e competências dos alunos do ano em questão, é preciso ressaltar que, apesar de adquirirem novos conhecimentos, não há evolução em relação à proficiência desenvolvida até o final do 5º ano EF. Em outras palavras, os assuntos que não foram bem concebidos até o 5º ano EF continuam causando estranheza no 7º ano EF, e as novas descobertas mobilizam as mesmas estruturas que as adquiridas até o 5º ano EF.

Frente às habilidades específicas do ano em questão, os estudantes apresentaram um excelente domínio em:

- efetuar a soma de dois números decimais;

- classificar figuras planas e espaciais com apoio de imagem. A diferenciação entre quadrados e cubos, triângulos e pirâmides, círculos e esferas exige maior proficiência e portanto é característico de um grupo menor de estudantes;
- associar uma figura tridimensional à sua planificação, com apoio visual do sólido montado;
- reconhecer o ângulo de  $90^\circ$  em diversas situações;
- identificar a reflexão de uma imagem dado um eixo de simetria;
- ler dados apresentados em tabelas, associando-os a uma representação gráfica.

Além dessas habilidades, é importante destacar que as habilidades que foram bem consolidadas no 5º ano EF continuam apresentando bom desempenho nos anos seguintes. As próximas habilidades apresentadas mostram bom desempenho, porém não pleno, indicando a necessidade de uma retomada do assunto para aprimorar a fixação do conteúdo. São elas:

- decompor um número natural que contém algarismo “zero” na sua forma polinomial;
- efetuar subtração ou multiplicação de dois números decimais;
- estabelecer relações entre medidas em metros e centímetros;
- identificar a soma dos ângulos internos de um polígono dividido em triângulos, sendo informado no texto que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ ;
- resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais em situações simples como produção de peças, vazão e custo;
- determinar a probabilidade de um sorteio simples, no qual todos os elementos são descritos e a solução exige apenas a contagem dos elementos que satisfazem a condição imposta;
- comparar informações apresentadas em gráficos de colunas e setores.

Em contrapartida, outras habilidades precisam ser rediscutidas em sala, de modo a tornarem-se mais significativas para um número maior de alunos. É necessário reforçar o estudo associado a:

- identificar frações equivalentes, ou então associar uma fração (não decimal) à sua representação decimal;
- identificar números primos e utilizar o conceito de múltiplo comum na resolução de problemas;
- efetuar cálculos com frações, principalmente soma ou subtração, com diferentes denominadores;
- efetuar cálculos com números inteiros, principalmente quando a operação envolve números positivos e negativos;
- identificar o diagrama de árvore que representa uma situação de contagem;
- resolver problemas envolvendo o princípio da contagem, principalmente quando o número excede 3 unidades.

Além desses assuntos, outros exigem grande replanejamento na estratégia de trabalho, pois estão se mostrando muito distante daquilo que é esperado, o que compromete a continuidade no trabalho com essas habilidades nos anos seguintes, *como é o caso do cálculo com potências; introdução à linguagem algébrica e resolução de equações do 1º grau; compreensão do conceito do Pi e o trabalho com escalas, inclusive para a leitura de mapas.*

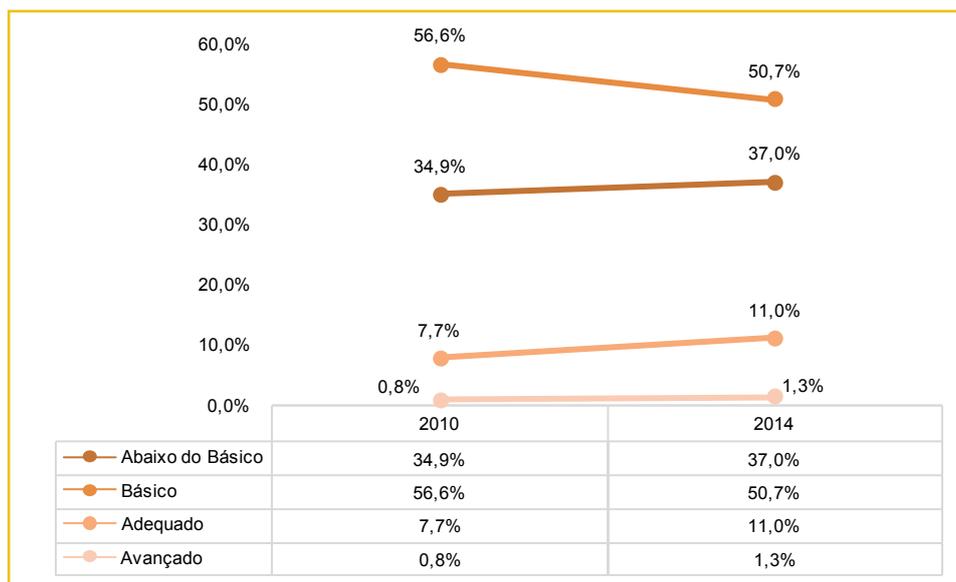
Tudo isso mostra que além de não conseguir extrapolar a proficiência adquirida, a turma do 7º ano EF não tem conseguido desenvolver de modo satisfatório novas habilidades associadas a conteúdos que se estenderão por toda a jornada matemática que o aluno ainda terá até o Ensino Médio. Portanto, repensar é preciso.

## 4.3. – 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

O ano final do Ensino Fundamental é um momento de reflexão sobre o encerramento de um ciclo e também para analisar a preparação dos estudantes para o ingresso no Ensino Médio. Quanto à primeira parte, nota-se no 9º ano EF que há um aprimoramento na concepção das ideias centrais de parte considerável dos conteúdos que mobilizados, permitindo a construção das habilidades trabalhadas em séries anteriores, o que pode ser observado na melhoria da proficiência dos alunos. Por isso é reforçada a necessidade do ensino de matemática não ser apenas técnico, mas também significativo, de modo a permitir uma melhor compreensão das ideias trabalhadas.

As últimas cinco edições do SARESP permitiram a identificação de um padrão de comportamento nos níveis de proficiência do 9º ano EF, conforme ilustrado no gráfico a seguir:

**Gráfico 43. – Comparativo de Desempenho das Edições do SARESP 2010 e 2014  
9º Ano do Ensino Fundamental – Matemática**



O percentual de alunos no nível Abaixo do Básico é um pouco menor do que o apresentado no 7º ano EF, no entanto ele vem apresentando um crescimento ao longo do tempo, fruto do deslocamento de alguns alunos de proficiência Básica. Se esse deslocamento não é o ideal, ao menos o percentual de alunos descolados do nível Básico para as proficiências mais elevadas foi maior. Isso sugere que há um duplo trabalho que envolve recuperar os alunos que apresentam baixa proficiência e fornecer subsídios para que cada vez mais alunos atinjam a proficiência Adequada ou Avançada.

Esse período de análise das provas permitiu identificar diferentes conjuntos de habilidades características de diversos grupos de estudantes do 9º ano EF. As habilidades bem desenvolvidas pela maioria desses alunos, aponta que eles são capazes de:

- identificar a localização de pontos ou objetos por meio de coordenadas;
- identificar a planificação de um sólido, inclusive se este apresentar alguma marcação em uma de suas faces, obrigando-a a estar em determinada posição;
- ler e fazer associações diretas em dados apresentados em uma tabela;
- associar os dados de uma tabela ao gráfico (colunas, linha ou setores) correspondente;
- identificar a fração que representa uma razão entre grandezas.

O desenvolvimento de outras habilidades necessita de uma abordagem mais cuidadosa, principalmente para a necessidade dos alunos com proficiências mais baixas, a fim de que melhorem sua compreensão. Estas situações estão associadas a:

- localizar números decimais na reta real;
- resolver problemas envolvendo uma ou duas operações que abordam suas ideias mais características;
- resolver problemas envolvendo proporção direta entre duas grandezas (quanto menos comum é a situação maior proficiência ela exige);
- utilizar coordenadas cartesianas para a representação de pontos no plano;
- resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de uma figura, sendo que o comando da questão está associado ao *contorno da figura* ou então *dar a volta na figura*;
- calcular a probabilidade de um evento unitário, ou de situações que permitam a contagem dos casos favoráveis, ou do complementar de um evento.

No entanto, para um bom contingente de estudantes, ainda há conceitos mal compreendidos ou assimilados que se arrastam assim para além do 9º ano EF, por exemplo:

- associar frações e números decimais compostos pelos mesmos algarismos;
- resolver problemas modelados por função do 1º grau envolvendo quantias fixas e variáveis
- identificar e resolver sistemas lineares;
- resolver equações do 2º grau;
- resolver problemas utilizando triângulos semelhantes;
- resolver problemas utilizando as razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- aplicar corretamente o Teorema de Tales e o Teorema de Pitágoras.

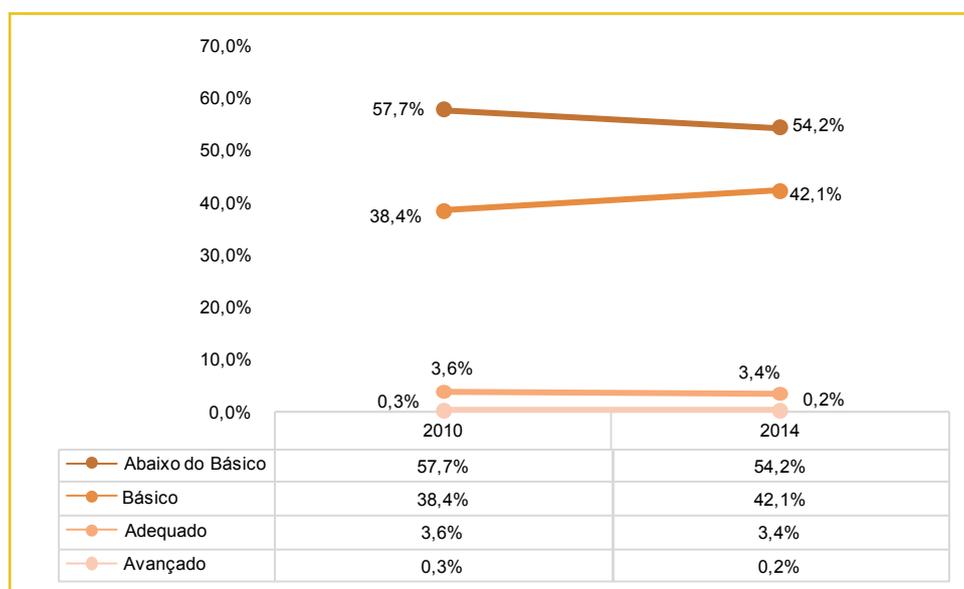
Traçar novas estratégias se faz necessário, principalmente no campo da compreensão matemática, que será o principal objetivo do ensino, conforme consta na Matriz de Referência da 3ª série EM. Claro que aprimorar técnicas e procedimentos se faz necessário, desde que atrelados a conceitos bem definidos para que o aluno não se torne um mero aplicador de fórmulas e procedimentos.

Afinal, se os alunos apenas se preocuparem de como se faz (procedimento para resolver) determinada tarefa, mas não compreende o que está fazendo e o que fundamenta isso, ele jamais compreenderá, de fato, o que está obtendo. Logo, quando o(a) professor(a) não está mais presente indicando o que fazer e quando parar, o estudante se encontra perdido, reproduzindo assim a famosa fala dos alunos: “Não entendo... na sala com a ajuda do(a) senhor(a) [professor(a)] eu entendo tudo, mas na hora de fazer a tarefa sozinho(a) em casa eu não consigo”.

## 4.4. – 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

O Ensino Médio, de um modo geral, tem sido alvo de muitas discussões, não só em São Paulo, mas em todo o país, devido ao desalinhamento entre suas expectativas, currículo e realidade. Aliado a isso, é nesse ciclo que encontramos os índices educacionais mais alarmantes do Estado, como podemos notar no gráfico a seguir, que apresenta a evolução obtida após cinco edições do SARESP.

**Gráfico 44. – Comparativo de Desempenho das Edições do SARESP 2010 e 2014  
3ª Série do Ensino Médio – Matemática**



A partir do gráfico, é possível notar que a maioria dos estudantes do Ensino Médio ainda apresentam um nível de proficiência Abaixo do Básico, contudo em um percentual menor que em 2010. O histórico mostra que há uma migração dos alunos para o nível Básico, tanto para quem estava no nível Abaixo do Básico quanto para quem estava nos níveis mais altos. No entanto, é importante destacar que essa segunda transição é bem menor.

De um modo geral, a Matriz de Referência para a Avaliação do Ensino Médio apresenta diversas habilidades que têm por característica própria estarem associadas a proficiências distantes da média apresentada pelos estudantes.

A Matemática do Ensino Médio apresenta um caráter científico mais acentuado, o que exige a quebra dos "achismos" por parte dos estudantes. Fato esse que não acontece de maneira satisfatória, já que os alunos são facilmente levados por distratores que apontam respostas razoáveis para quem faz uma leitura desatenta e superficial, ou faz manipulações aleatórias com os números envolvidos no problema.

Resolver problemas envolvendo funções é um bom exemplo para ilustrar a situação. Se o item propor uma situação associada a uma função do 1º grau, os alunos conseguem fazer inferências e algumas investigações,

mesmo que elementares para chegar na resposta do problema. Agora, quando o item aborda função do 2º grau ou função exponencial, os alunos apresentam muita dificuldade em desenvolver estratégias, mesmo quando se pede para aplicar as ideias elementares dessas funções.

Outra situação interessante é a associação direta que muitos alunos fazem com o nível de altura de um líquido e o volume ocupado pelo mesmo líquido em um sólido. Parece ser comum para o estudante do Ensino Médio, pelo menos nos cálculos apresentados, que se o nível do líquido está na metade da altura do sólido então o volume de líquido é metade da capacidade do sólido. Isso é válido para os prismas, no entanto é falso para as pirâmides, cones e esferas. Ou seja, o aluno não conseguiu extrapolar aquela ideia elementar de volume.

Medidas centrais é outra situação na qual os alunos calculam muito bem a média de 20 valores, mas desde que eles não estejam dispostos em uma tabela de frequência. Essas situações mostram como a estrutura do pensamento matemático se mostra frágil no Ensino Médio.

Na sequência, analisaremos situações associadas a habilidades nas quais os alunos, em sua maioria, apresentam bom desempenho. Tais situações estão relacionadas a:

- completar sequências simples de figuras ou números;
- resolver problema envolvendo PA de razão pequena e, em proporção menor, situações que podem ser resolvidas com o desenvolvimento dos termos (sem a necessidade de aplicação de fórmula);
- identificar movimentações por meio de coordenadas com apoio da imagem;
- identificar a planificação de um sólido ou vice-versa;
- ler informações apresentadas em um gráfico de linhas ou colunas.

Outras habilidades são melhor compreendidos por alunos de proficiências acima da média da série em questão. Tais habilidades são descritas por:

- associar as características gráficas (crescimento, valor máximo ou mínimo, taxa de variação) aos coeficientes de uma função;
- resolver problemas modelados por uma função linear;
- reconhecer o conceito de longitude e latitude em coordenadas esféricas;
- calcular probabilidade simples de evento, dada a descrição dos elementos envolvidos;
- calcular a média de um conjunto de elementos descritos.

As demais habilidades parecem ser compreendidas por um grupo mais restrito de alunos da 3ª série do Ensino Médio, que demonstram alta capacidade em:

- resolver problemas envolvendo função do 2º grau (resolução de equação quadrática; obtenção de máxima e mínimo e valores de "x" que tornam a função positiva);
- reconhecer as principais características das funções e saber analisar seus gráficos;
- reconhecer a equação da reta a partir da sua representação no plano;
- reconhecer os elementos de um poliedro;
- aplicar o conceito de *seno* na resolução de um problema;
- resolver problemas mais intuitivos envolvendo o conceito de volume. Apresentam melhor técnica na lida com o cubo.

Por fim, assuntos próprios da 3ª série EM como *Números Complexos; Equações exponenciais e trigonométricas; Polinômios e suas propriedades; Pavimentação de Superfície; Combinação e casos não triviais de Probabilidade* mostram-se pouquíssimo familiares para os estudantes, que não conseguem, na maioria das vezes, desenvolver as estratégias necessárias para obtenção da solução dos itens associados a esses temas.

## 5. – PALAVRAS FINAIS



## 5. – PALAVRAS FINAIS

---

É muito satisfatório para o avaliador externo constatar uma importante evolução no cenário da educação paulista. Poder notar que aquelas pequenas variações anuais, ora para mais, ora para menos, que pontualmente colocavam em dúvida todo um esforço empregado, quando analisadas ao longo do tempo (a Educação pede essa paciência) mostram um quadro motivador, de evolução, no qual os estudantes que passam pelas escolas estaduais paulistas são capazes de desenvolver, no mínimo, as competências e habilidades básicas deles esperadas.

Atualmente, essa é a realidade de 78,2% dos alunos que concluem o 5º ano EF, sendo que a maioria desses apresenta domínio acima do básico. Para o 7º e 9º anos EF têm-se 60,3% e 63%, respectivamente, com importante migração de alunos para níveis mais elevados. Na série final do Ensino Médio, o resultado aponta para 45,8% dos estudantes, que se não é o cenário ideal, no mínimo é melhor desde há cinco edições do SARESP.

A continuação desse processo de melhoria, que tem como produto final uma melhor qualificação do alunado e dos agentes educacionais envolvidos nesse processo, exige novas propostas de trabalho pautadas nos resultados aferidos por uma avaliação externa.

A evolução constatada também mostra que a avaliação SARESP tem estado ano a ano mais presente na realidade escolar, cada vez menos vista como uma avaliação apenas, mas como parte integrante do trabalho de professores e gestores. Por isso, mais uma vez fica o convite: tomem ciência dos dados disponibilizados pelo SARESP, tomando-os não isoladamente, mas na perspectiva de uma série histórica, na perspectiva dos resultados ao longo dos diferentes níveis de ensino e no conjunto das diferentes disciplinas. Os dados das edições anteriores apresentados em seus respectivos Relatórios Pedagógicos, e as análises que deles se fazem, associadas à experiência acumulada do professor em sala de aula, permitirão aos educadores discutir com mais propriedade as ações e estratégias necessárias para se atingirem as metas fixadas para a Educação Básica do Estado.



## **6. – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

---

---

---

---



## 6. – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

BORTOLUCCI, R. S., FINI, M. E., TREVISAN, L. M. V., AZEVEDO, T. C. A. M. **Relatório Pedagógico SARESP 2013**: Matemática. Material de Apoio Pedagógico. São Paulo, 2014.

\_\_\_\_\_ **Relatório Pedagógico SARESP 2012**: Matemática. Material de Apoio Pedagógico. São Paulo, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 22 maio 2005.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Matrizes de referência para a avaliação Saesp**: documento básico. São Paulo, 2009. Coordenação geral: Maria Inês Fini.



# ANEXOS

---

---

---

---



# ESCALA DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA

A Escala de Matemática é comum às quatro séries/anos avaliados no SARESP – 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. A Escala permite identificar as competências e habilidades construídas pelos alunos, conforme a matriz que serve de referência para o SARESP. A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado ponto dominam não só as habilidades associadas a esse ponto, mas também as proficiências descritas nos pontos anteriores.

A Escala de Matemática é interpretada em 13 pontos, a saber: 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400, 450 e 475. A descrição de cada um dos pontos foi feita com base nos resultados de desempenho dos alunos na prova de Matemática do SARESP e de acordo com as habilidades detalhadas nas Matrizes de Referência para Avaliação do SARESP.

**Tabela 19. – Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP**

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
<b>Insuficiente</b>	Abaixo do Básico	Os alunos neste nível demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
	Básico	Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, das competências e das habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente.
<b>Suficiente</b>	Adequado	Os alunos neste nível demonstram domínio pleno dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
	Avançado	Os alunos neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, das competências e das habilidades acima do requerido para o ano/série escolar em que se encontram.

**Tabela 20. – Níveis de Proficiência de Matemática do SARESP**

Níveis de Proficiência	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
<b>Abaixo do Básico</b>	< 175	< 200	< 225	< 275
<b>Básico</b>	175 < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
<b>Adequado</b>	225 a 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
<b>Avançado</b>	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

## DESCRIÇÃO DA ESCALA DE MATEMÁTICA – SARESP 2014

---

Nessa edição, a proposta de apresentação da Escala de Proficiência ganha um novo formato enquadrando os descritores associados as habilidades da Matriz nos seus respectivos temas, o que não exige o professor do trabalho de analisá-la como um todo para uma melhor compreensão do seu funcionamento e complexidade.

Os descritores dos itens que estiveram nas últimas edições da avaliação SARESP foram reorganizados e apresentados separadamente por turmas, de modo a facilitar a identificação dos descritores que compõem a escala de proficiência de matemática.

Resaltamos que, para cada ano avaliado, além da descrição da escala de proficiência, há um quadro que mostra a disposição dos descritores que compõem cada habilidade ao longo da escala, permitindo assim melhor visualização da relação entre os níveis de proficiência e as habilidades associadas.

Assim sendo, o professor pode identificar, a partir da proficiência de sua turma, as habilidades e tarefas que se espera que esses sejam capazes de realizar, assim como o que é característico de proficiências mais elevadas.

# OS ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

O quadro a seguir mostra a distribuição dos descritores de itens associados às suas respectivas habilidades ao longo da escala de proficiência.

**Quadro 9. – Distribuição dos Descritores de Habilidades da MRA<sup>1</sup> SAESP nos Pontos da Escala de Proficiência – 5º Ano do Ensino Fundamental – Matemática**

HAB/PROF.	<150	150	175	200	225	250	275	300	325
Número, Operações e Funções	H01		■	■	■	■			
	H02			■	■	■	■	■	
	H03			■	■	■		■	
	H04			■	■	■	■	■	■
	H05			■	■	■	■		
	H06			■	■	■		■	
	H07						■	■	
	H08		■	■	■		■		
	H09		■	■	■	■		■	
	H10		■		■	■			
	H11		■	■	■	■			
	H12			■	■	■			
	H13			■	■	■	■	■	
	H14		■	■	■	■		■	
	H15			■	■	■			
	H16			■	■	■	■	■	
Espaço e Forma	H17	■	■	■				■	
	H18	■	■	■	■		■		■
	H19			■	■	■			■
	H20			■	■		■	■	
Grandezas e Medidas	H21		■	■	■	■			
	H22	■		■	■			■	
	H23		■	■	■	■	■		
	H24		■	■	■	■	■		
	H25			■	■		■	■	
	H26			■	■	■	■	■	
	H27					■	■	■	
	H28		■	■			■	■	
Trat. da Info	H29			■	■	■	■		
	H30		■	■	■	■			

1 [http://saesp.fde.sp.gov.br/2009/pdf/Saesp2008\\_MatrizRefAvaliacao\\_DocBasico\\_Completo.pdf](http://saesp.fde.sp.gov.br/2009/pdf/Saesp2008_MatrizRefAvaliacao_DocBasico_Completo.pdf)

A presença de uma mesma habilidade em diferentes pontos da escala é reflexo de diversos fatores, como a complexidade do próprio conteúdo, o contexto inserido no problema, a capacidade de discriminação do item, assim como os distratores propostos.

Para melhor compreensão de cada habilidade, é necessário analisar em conjunto todos os descritores associados a essa habilidade, nos diferentes pontos da escala de proficiência.

# <150

.....

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** a forma triangular das faces de uma pirâmide.
- **Identificam** a localização de objetos colocados à direita de outro objeto (referencial).

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Reconhecem** que o peso de uma pessoa é medido em kg.

# 150

.....

## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Efetuem** soma envolvendo números com até 4 algarismos (sem “vai 1”);
- **Identificam** o elemento de uma sequência (razão 2, 3, 5 ou 6);
- **Resolvem** problema envolvendo a escrita decimal de cédulas e moedas envolvendo as operações de adição e multiplicação.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** a movimentação de um carro para a direita a partir de uma placa de sinalização com setas  $\rightarrow$ ,  $\leftarrow$  e  $\uparrow$ ;
- **Identificam** a forma geométrica de um dado.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Efetuem** cálculos envolvendo valores de cédulas e moedas em situações de compra: dados os preços de 3 objetos e o total do dinheiro para a compra, além de calcular o troco;
- **Estimam** a medida de um palito de fósforos desenhado ao lado de uma régua;
- **Identificam** o horário mostrado em um relógio digital;
- **Identificam** em relógio de ponteiros horas e minutos apresentados em relógio digital;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da área de figura desenhada em malha quadriculada.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Localizam** informações expressas em gráfico de colunas.

## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Determinam** a quantidade média de quilômetros percorridos por hora. (dado que 309 Km foram percorridos em 3h);
- **Calculam** a soma entre números naturais (com "vai 1");
- **Calculam** a diferença entre dois números naturais com até quatro algarismos (sem empréstimo);
- **Calculam** a multiplicação entre dois números naturais, sendo um deles de apenas um algarismo;
- **Determinam** o número ocultado em uma soma que torna a sentença verdadeira;
- **Determinam** dentre duas compras a que foi mais cara, a partir da soma dos valores dos produtos adquiridos;
- **Identificam** a figura que representa corretamente a fração  $7/12$ ;
- **Identificam** regularidades em sequência numérica simples ou em reta numerada com pequenos intervalos;
- **Identificam** número representado pictoricamente, em uma simulação de decomposição polinomial do mesmo;
- **Identificam** um conjunto de moedas, dados seus valores, que totalizam cinco reais;
- **Leem** medida de comprimento em régua milimetrada e identificam o número decimal correspondente, com representação até décimos;
- **Leem** a temperatura marcada em um termômetro;
- **Relacionam** um número natural à sua escrita por extenso;
- **Resolvem** problema envolvendo escrita decimal de notas e moedas – quantos objetos de R\$ 1,99 podem ser comprados com R\$ 20,00;
- **Resolvem** problema envolvendo quociente entre números naturais;
- **Resolvem** problema envolvendo sistema monetário brasileiro em situação de transformação de centavos em real;
- **Resolvem** problema envolvendo porcentagem – 50%;
- **Resolvem** problema envolvendo subtração com significado de comparação envolvendo números com dois algarismos,
- **Resolvem** problema envolvendo soma de números decimais (1 casa decimal);
- **Resolvem** problema envolvendo adição e subtração de números naturais;
- **Resolvem** problema envolvendo multiplicação como soma de parcelas iguais.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** o número de ângulos internos de polígonos apresentados em figuras;
- **Identificam** o número de lados de polígonos apresentados em figuras;
- **Identificam** quadrado como uma figura que possui 4 ângulos retos;
- **Identificam** quadrados, círculos e triângulos;
- **Localizam** posição de objeto no espaço empregando noções de lateralidade;
- **Localizam** posição de objeto no plano por suas coordenadas;
- **Reconhecem** entre figuras desenhadas em malha quadriculada qual delas é uma ampliação de outra;
- **Reconhecem** a forma cilíndrica em objetos do mundo real;
- **Reconhecem** a forma triangular em objetos do mundo real.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** a área de diversas figuras desenhadas em malha quadriculada;
- **Calculam** a quantidade de notas e moedas necessária para se obter uma dada quantia;





## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** as formas de um losango, um triângulo, um hexágono e um pentágono como sendo as de pipas apresentadas por desenhos;
- **Relacionam** a planificação de um cilindro ao seu nome.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Estimam** (visualmente) o volume líquido presente em uma jarra;
- **Leem** horas e minutos em relógio analógico;
- **Resolvem** problema envolvendo o produto de 20 por 350 g, sendo a resposta dada em Kg.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Identificam** dois valores próximos em um gráfico de colunas;
- **Resolvem** problema envolvendo a leitura de uma tabela pictórica e a adição de números naturais;
- **Resolvem** problema envolvendo frequências de valores numa tabela.

# 250



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Associam** um número à descrição do mesmo número, dada em função de suas unidades e unidades de milhar;
- **Calculam** 25% de 300;
- **Identificam** a fração decimal correspondente a um número cuja representação decimal está expressa até décimos;
- **Identificam** dentre quatro figuras aquela que pode ser associada a 25%;
- **Identificam** números presentes numa sequência numérica decrescente;
- **Identificam** a localização de números decimais na reta numérica tendo apenas números naturais como referência;
- **Identificam** um número a partir da informação de suas ordens de acordo com as regras do sistema de numeração decimal;
- **Identificam** a existência da redução de um valor em 50%;
- **Identificam** a representação racional da relação parte-todo destacada em três figuras, sendo uma dada em fração, outra em decimal e a última em porcentagem;
- **Resolvem** problema envolvendo divisão em partes iguais, sendo que o divisor é um número de dois algarismos.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** a razão de ampliação de figuras planas desenhadas em malhas quadriculadas.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Associam** dois tempos de 45 minutos com 1h30min;
- **Associam** 15 Km a 15.000 m;
- **Calculam** o perímetro de figuras desenhadas em malha quadriculada;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo do perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da distância total percorrida (em Km) em um circuito dado o número de voltas dadas e a extensão do circuito em metros;
- **Transformam** 8h e 20min em minutos.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Identificam** o número de dados presentes em uma tabela que fazem parte de uma restrição.

275

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Determinam** o número de caixas completas com 12 unidades que podem ser montadas a partir de um total de 980 unidades;
- **Identificam** o valor posicional de algarismos em números com até 4 algarismos;
- **Identificam** frações equivalentes;
- **Identificam** quatro números decimais associados às marcações feitas em uma reta numérica, tendo três números naturais consecutivos como referência;
- **Relacionam** um número decimal à fração decimal correspondente, evitando associações errôneas típicas como, por exemplo, a fração  $\frac{2}{10}$  e o decimal 2,10;
- **Resolvem** problema envolvendo relação de proporcionalidade e regra de três;
- **Resolvem** problema envolvendo divisão em partes iguais, sendo que o divisor (com duas casas) é obtido por meio de uma multiplicação;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo do montante de uma fatura de celular dado o preço fixo da assinatura, o custo dos minutos e o total de minutos falados no mês;
- **Resolvem** problema envolvendo o significado da troca da posição de algarismo em um número.

### TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** a figura de um cone, descritas suas características: forma arredondada, uma face plana, um vértice.

### TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** área de um triângulo desenhado em malha quadriculada;
- **Identificam** áreas equivalentes com o auxílio de malha quadriculada;
- **Resolvem** problema envolvendo conversão de medidas com unidade “palmo” em centímetros;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo do total consumido (em Kg) de um produto ao longo de dez dias, dado o consumo diário, em gramas.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Resolvem** problema envolvendo a diferença de horários de início e fim de um evento, com dados apresentados em tabela.

300

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Identificam** a fração que representa um total de horas em relação às 24 horas do dia;
- **Identificam** a redução proporcional de uma figura apresentada em malha quadriculada;
- **Identificam** a representação decimal da fração  $\frac{1}{2}$ ;
- **Identificam** a figura que pode representar o número decimal 0,6;
- **Identificam** o número a partir de sua decomposição polinomial ( $3 \times 1\,000 + 9 \times 100 + 6 \times 10$ );
- **Resolvem** problema envolvendo a identificação de frações equivalentes:  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{5}{15}$ ,  $\frac{3}{15}$  e  $\frac{2}{15}$ ;
- **Resolvem** problema envolvendo a identificação de uma fração decimal com o número decimal correspondente.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** posições à direita e à esquerda, com figuras sentadas em cadeiras enfileiradas ou apresentadas em círculo.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Resolvem** problema envolvendo uso correto de unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, L/mL;
- **Resolvem** problema envolvendo a identificação da unidade adequada para a medida de amostras e/ou corpos inteiros (xarope; água de uma piscina; altura de uma pessoa, o peso de um elefante);
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da quantidade (em metros) de rodapé a ser colocado em uma sala desenhada em malha quadriculada;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo aproximado da área de uma figura desenhada em malha quadriculada, com um dos “lados” em linha curva;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da área de uma figura com o auxílio de malha quadriculada, sendo que alguns quadrados estavam coloridos pela metade.

325



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** adições e subtrações de frações;
- **Relacionam** um número racional a diferentes representações: fracionária, decimal e percentual.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** figura com apenas um eixo de simetria, dado exemplo do eixo de simetria de um triângulo;
- **Identificam** quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos como figuras que têm em comum o fato de possuírem lados opostos paralelos dois a dois;
- **Identificam** a forma cúbica entre representações de diversos objetos.

# OS ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

O quadro a seguir mostra a distribuição dos descritores de itens associados às suas respectivas habilidades ao longo da escala de proficiência.

**Quadro 10. – Distribuição dos Descritores de Habilidades da MRA SARESP nos Pontos da Escala de Proficiência – 7º Ano do Ensino Fundamental – Matemática**

HAB/PROF.	<175	175	200	225	250	275	300	325	350	375
Número, Operações e Funções	H01		■			■	■	■		
	H02						■	■	■	■
	H03	■	■	■			■	■		
	H04			■	■		■	■		
	H05					■	■	■	■	
	H06						■			
	H07	■	■	■	■	■	■			
	H08			■			■			
	H09			■			■	■		
	H10				■	■				
	H11								■	
	H12					■	■		■	■
	H13				■	■	■	■		
	H14					■			■	
	H15				■		■			■
Espaço e Forma	H16	■	■		■	■			■	
	H17			■	■		■			
	H18	■			■	■	■	■		
	H19				■	■	■			
	H20				■	■	■			
	H21						■			■
Grandezas e Medidas	H22			■	■	■	■			
	H23			■		■	■	■	■	
	H24				■	■	■	■		
	H25					■	■	■	■	
	H26					■	■	■		
	H27						■			
	H28						■	■		■
	H29			■			■	■		
	H30					■		■		
	H31						■	■		
	H32						■	■	■	

	HAB/PROF.	<175	175	200	225	250	275	300	325	350	375
Trat. da Info	H33										
	H34										
	H35										
	H36										
	H37										
	H38										

A presença de uma mesma habilidade em diferentes pontos da escala é reflexo de diversos fatores, como a complexidade do próprio conteúdo, o contexto inserido no problema e a capacidade de discriminação do item, assim como os distratores propostos.

Para melhor compreensão de cada habilidade, é necessário analisar em conjunto todos os descritores associados a essa habilidade, nos diferentes pontos da escala de proficiência.

É importante ressaltar o caráter contínuo e acumulativo da escala de proficiência, ou seja, o estudante com determinada proficiência no 7º ano EF, além de ter suas habilidades específicas detalhadas aqui, também apresenta habilidades constituídas dos anos anteriores. Por isso, é fundamental que o profissional da educação não se limite somente a analisar as descrições do ano em questão, já que em certos casos será necessário descobrir o que o aluno ainda não demonstrou dominar no 5º ano EF para então conseguir desenvolver novas habilidades específicas do 7º ano EF.

## 150

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Resolvem** problema envolvendo valor de uma compra com dados apresentados na escrita decimal de cédulas e moedas.

### TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** a figura formada por dois cones.

### TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Resolvem** problema envolvendo dados apresentados em um gráfico de colunas.

## 175

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Identificam** o menor número com algarismos diferentes que pode ser formado a partir de quatro algarismos dados;
- **Resolvem** problema envolvendo a adição e a subtração de números inteiros;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da diferença entre dois números decimais;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo de porcentagem – 25%;
- **Resolvem** problema envolvendo multiplicação no sentido de uma configuração retangular.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Associam** quatro objetos comuns a sólidos geométricos;
- **Identificam** o formato octogonal de um objeto.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Associamos** cinco dados de uma tabela com o gráfico de barras que os representa corretamente;
- **Identificam** situação descrita por um diagrama de árvore;
- **Identificam** em uma tabela contendo oito cidades e seus respectivos códigos de DDD duas que apresentam o mesmo código.

# 200



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** adição de números decimais com representação até centésimos;
- **Efetuem** o produto de potências de mesma base;
- **Identificam** o número decimal associado à fração  $102/100$ ;
- **Identificam** a representação decimal do número três décimos (apresentado por extenso);
- **Identificam** o número que ocupa determinada posição em uma sequência de números inteiros (primeiro termo 450 e razão -3);
- **Resolvem** problema envolvendo divisão de números inteiros;
- **Resolvem** problema envolvendo subtração com significado de comparação, com números decimais com representação até centésimos;
- **Resolvem** problema envolvendo multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, com escrita decimal de cédulas e moedas.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** duas formas geométricas planas presentes em uma imagem.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** o total de semanas inteiras em x dias;
- **Determinam** a nova medida de uma pessoa dados sua altura anterior, em metros, e o seu crescimento, em centímetros;
- **Estimam** o volume de líquido em um recipiente a partir de um desenho e da informação da capacidade do recipiente;
- **Realizam** transformação de unidade de medida de comprimento – centímetros em milímetros – expressa na representação decimal até décimos;
- **Resolvem** problema envolvendo conceito de grandezas diretamente proporcionais para determinar o total de água desperdiçada em um dia, dado a vazão por hora;
- **Resolvem** problema envolvendo quociente entre x quilos e meio quilo;
- **Resolvem** problema envolvendo quociente entre 1 litro e x mL.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Comparam** valores apresentados em tabela para tomada de decisão;
- **Associam** gráficos (linha ou barras) a tabelas simples de dupla entrada;
- **Realizam** contagem de elementos presentes em um diagrama de árvore;
- **Relacionam** gráfico de coluna a gráfico de setores correspondente;
- **Resolvem** problema envolvendo noção básica de probabilidade – “é mais provável que”;

# 225



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** o triplo de um décimo;
- **Reconhecem** a relação entre a totalidade e 100%;
- **Representam** medidas não inteiras utilizando frações;
- **Resolvem** a equação de 1º grau dada através de ditado que apresenta a sequência de operações realizadas e o resultado final;
- **Resolvem** problema envolvendo soma e subtração de números decimais (até duas casas decimais);
- **Resolvem** problema envolvendo multiplicação com significado de proporcionalidade, cujos valores estão expressos em reais sob representação decimal;
- **Resolvem** problema envolvendo a divisão não exata de dois números e expressam o resultado na forma decimal;
- **Resolvem** problema envolvendo multiplicação de inteiro por um número decimal (uma casa);
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo de porcentagem.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Calculam** a área de uma figura formada pela composição de oito triângulos iguais de área conhecida;
- **Distinguem** figuras planas de figuras espaciais;
- **Identificam** a figura construída a partir de outra, inacabada e com um eixo de simetria destacado;
- **Identificam** o losango, o triângulo, o hexágono e o pentágono entre diversas figuras;
- **Identificam** a planificação de uma figura tridimensional.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Identificam** a medida de um ângulo indicado no desenho de uma bússola;
- **Resolvem** problema envolvendo conversão de polegadas em centímetros (dado o valor da polegada);
- **Transformam** unidades de área não usuais em unidades usuais.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Identificam** aumentos, quedas e estagnação no comparativo dos percentuais de dois gráficos de setores;
- **Interpretam** os dados presentes em uma tabela simples (ano e população) para apontar em que ano a população atingiu o dobro de um referencial dado;
- **Interpretam** os dados de um gráfico de colunas para identificar a afirmação correta dentre as quatro associadas ao gráfico;
- **Resolvem** problema envolvendo o princípio multiplicativo de contagem, com apoio de esquema;
- **Resolvem** problema envolvendo a interpretação de dados apresentados em um gráfico de setores.

# 250



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** a soma de duas frações de mesmo denominador (com distratores que representam erros comuns dos estudantes);
- **Calculam** a subtração de dois números decimais com valores até a casa do centésimo (conta com empréstimo);
- **Calculam** o resultado de uma expressão aritmética, envolvendo somente números naturais, dada por meio de frases descrevendo as operações;
- **Determinam** a relação parte-todo por meio de uma porcentagem;

- **Executam** cálculos simples utilizando uma das quatro operações fundamentais com números decimais;
- **Identificam** a escrita em linguagem corrente de uma expressão algébrica;
- **Identificam** em um número o algarismo que possui maior valor posicional;
- **Reconhecem** e quantificam elementos específicos de uma sequência numérica proposta apenas por sua lei de formação;
- **Resolvem** equação do 1º grau;
- **Resolvem** expressão numérica envolvendo a multiplicação e a divisão de números negativos;
- **Resolvem** problema envolvendo medidas de temperatura decimais ou negativas e positivas;
- **Resolvem** problema envolvendo subtração e divisão de números decimais (parcelamento de compra com entrada).

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Reconhecem** os nomes dos sólidos geométricos – cubo, esfera e cilindro, relacionados a objetos do mundo real;
- **Reconhecem** relacionam a planificação de um cilindro ao seu nome.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** a soma dos ângulos internos de um losango a partir das medidas dos ângulos do triângulo retângulo que serve de base para a construção do losango;
- **Calculam**, em metros, a soma de comprimentos de quatro fios que foram dados em metros e centímetros;
- **Calculam** a distância em metros entre duas árvores dada a princípio em pés, sendo que neste caso o pé valia 0,3m;
- **Determinam** a medida de um ângulo interno de um triângulo, conhecidas as medidas dos outros dois ângulos;
- **Determinam** o valor da soma dos ângulos internos de um paralelogramo dividido em dois triângulos, sendo informado que os ângulos internos de um triângulo totalizam 180°;
- **Determinam** a medida do ângulo de 180° associado a um giro descrito em texto e figura;
- **Identificam** a quantidade de líquido em um copo graduado;
- **Reconhecem** o ângulo de 90° formado pelos ponteiros de um relógio ao marcar 9 horas;
- **Reconhecem** ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos;
- **Resolvem** problema envolvendo a conversão de arrobas em quilogramas (dado o valor da arroba);
- **Resolvem** problema envolvendo adição de medidas de tempo – horas e minutos – e transformações entre elas.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Determinam** o número de combinações que podem ser feitas escolhendo uma fruta e uma carne dentre quatro opções de frutas e outras quatro para a carne;
- **Identificam** o gráfico de linha adequado para representar os dados apresentados em uma tabela;
- **Resolvem** problema envolvendo probabilidade simples expressa em porcentagem;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo de probabilidade simples (retirar determinada cor de bola de um saco; escolher um item dentre sete);
- **Resolvem** problema envolvendo dados apresentados em um gráfico de linha (registro de variação de temperatura).

**275**  
 ════════════════════

## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** expressão numérica envolvendo a adição e a subtração de frações de mesmo denominador;
- **Calculam** o valor de expressão numérica envolvendo adição e subtração de números decimais (com até duas casas decimais);
- **Calculam** o resultado da subtração 0,789 de 2;

- **Calculam** produto de potências;
- **Determinam** a quantia de alimentos, em Kg, arrecadada por uma pessoa, dado o total arrecadado por essa pessoa e uma outra, sendo que essa segunda pessoa arrecadou 5Kg a mais que a primeira;
- **Determinam**, em Kg, a soma de meio quilo mais metade de meio quilo;
- **Identificam** a moeda que equivale a 1/4 de real;
- **Identificam** a expressão algébrica que expressa uma situação-problema;
- **Identificam** a fração de uma hora que corresponde a 15 minutos;
- **Identificam** a representação decimal da quarta parte de um litro;
- **Identificam** a decomposição polinomial de um número da ordem do milhão (contendo algarismo zero em algumas posições);
- **Leem** números naturais até a classe dos bilhões, em representação reduzida com recurso da vírgula;
- **Ordenam** números racionais com representação decimal até milésimos;
- **Resolvem** expressão numérica envolvendo as quatro operações;
- **Resolvem** problema envolvendo duas operações - multiplicação e divisão - com significado de soma de parcelas iguais e divisão igualitária;
- **Resolvem** problema envolvendo soma, subtração e multiplicação de números inteiros;
- **Resolvem** problema envolvendo equação do 1º grau.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Calculam** a área de uma figura por meio da decomposição da mesma;
- **Calculam** a área total dos triângulos que compõe uma figura, dado o valor da área dos quadrados que originaram a figura (dobro do valor da área do triângulo);
- **Identificam** o número de vértices de uma pirâmide, dada sua representação em uma figura;
- **Identificam** a figura resultante após um giro de 180°;
- **Reconhecem** a planificação de sólidos apresentados apenas pelos seus nomes – pirâmide, cilindro e cubo.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** a medida de ângulo interno de polígono composto por triângulos e quadriláteros;
- **Calculam** distância real entre dois pontos do espaço a partir de representação em escala;
- **Determinam** dentre quatro pessoas aquela que possui o maior pé, dado a quantidade de pés que cada um utilizou para medir uma mesma distância;
- **Determinam** o ângulo associado a uma imagem que reflete 3/4 de uma volta no círculo;
- **Resolvem** problema envolvendo as medidas de ângulos internos de um triângulo retângulo;
- **Transformam** em metros 1000 milhas náuticas dado o valor em metros de uma milha náutica (com distratores que exigem a conversão correta).

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Determinam** a diferença entre o maior valor e a soma dos três menores dados apresentados em um mapa;
- **Determinam** o número de combinações de se vestir, dado o número de camisetas, calças e sapatos disponíveis para a composição da vestimenta;
- **Interpretam** informação a partir de dados apresentados em um gráfico de linha ou tabelas de dupla entrada;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo de probabilidade, com maior número de elementos;
- **Resolvem** problema envolvendo contagem, usando diagrama de árvore dado o primeiro “galho” da árvore como exemplo;
- **Resolvem** problema envolvendo interpretação e utilização de dados apresentados em um gráfico.

## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** o resultado da adição de frações com denominadores diferentes;
- **Calculam** o valor numérico de uma expressão com adição, multiplicação e divisão de frações;
- **Calculam** o resultado do produto de duas potências de bases distintas;
- **Calculam** o número resultante de operações que envolvem cálculos com as quatro operações e números positivos e negativos.
- **Determinam** o múltiplo comum de 4 e 7;
- **Determinam** o valor da incógnita cujo dobro adicionado a três resulta em 37;
- **Identificam** a fração correspondente a um número decimal (até a casa dos centésimos);
- **Identificam** números primos até 21;
- **Identificam** a simplificação de uma razão (entre o número de cestas e o de arremessos);
- **Reconhecem** que em um número a mudança da posição de um algarismo para uma ordem imediatamente superior significa que seu valor posicional fica multiplicado por 10;
- **Resolvem** problema envolvendo as quatro operações fundamentais com números decimais;
- **Resolvem** problema envolvendo a concepção de múltiplo comum a dois números;
- **Resolvem** problema envolvendo potenciação;
- **Resolvem** problema envolvendo uma equação do 1º grau com coeficientes fracionários.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Calculam** área de uma figura tendo como unidade de medida uma superfície montada com triângulos equiláteros;
- **Calculam** o perímetro de uma figura que pode ser decomposta em quadrados e retângulos;
- **Calculam** a soma de dois ângulos marcados em um mesmo transferidor, sendo estes não consecutivos;
- **Determinam** o valor da soma dos ângulos internos de um octaedro dividido em triângulos, sendo informado que os ângulos internos de um triângulo totalizam 180°;
- **Identificam** figura formada somente por quadriláteros;
- **Identificam** uma figura depois de ela ter passado por um giro de 90° no sentido horário;
- **Reconhecem** a existência de simetria em figuras;
- **Reconhecem** a figura que é a reflexão, em torno de um eixo de simetria, de uma figura dada.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Determinam** a escala utilizada em uma planta baixa (4 cm para representar 4 m);
- **Identificam** a soma das medidas dos ângulos de um polígono de n lados (por decomposição em triângulos);
- **Identificam** figuras desenhadas na mesma escala;
- **Identificam** números que estão na razão de 4 para 3;
- **Identificam** o pentágono como sendo a figura que possui a soma dos ângulos internos igual a 540°, sendo a imagem dividida em triângulos a única informação do exercício;
- **Identificam** situações de proporcionalidade entre grandezas expressas em linguagem corrente;
- **Reconhecem** a fórmula para o cálculo do perímetro de uma circunferência;
- **Resolvem** problema envolvendo a razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência;
- **Resolvem** problema envolvendo regra de três, tratando de grandezas inversamente proporcionais;
- **Resolvem** problema envolvendo a transformação de horas em minutos;

- **Resolvem** problema envolvendo unidades de medida de comprimento não convencionais, expressando a relação entre elas por meio de fração;
- **Resolvem** problema envolvendo a utilização de desenhos de escalas (leitura de plantas);
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da medida de um ângulo suplementar de outro ângulo cuja medida é dada em graus e minutos.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Calculam** a razão entre dois valores expressos em uma tabela.

# 325



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** o valor de uma incógnita em expressão expressa na forma fracionária;
- **Calculam** a divisão entre dois números negativos;
- **Relacionam** uma fração ao decimal correspondente (com auxílio de imagem);
- **Simplificam** expressão numérica envolvendo adição e subtração de frações;
- **Traduzem** em linguagem corrente o significado da expressão  $2x - x/2 = 6$ ;
- **Resolvem** problema envolvendo o conceito de múltiplo comum de dois números (3 e 8);
- **Resolvem** problema envolvendo o conceito de múltiplo comum entre 30 e 50 (determinar o horário de encontro de dois ônibus).

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** um objeto por meio de suas vistas lateral e superior;
- **Identificam** um prisma hexagonal na foto de favos de uma colmeia.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** medida de ângulo interno de quadrilátero convexo;
- **Reconhecem** a existência de proporcionalidade entre o gasto de água e o tempo em que a torneira fica aberta;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da medida de ângulos formados por retas concorrentes;
- **Resolvem** problema envolvendo o conceito de escala para determinação de medida (distância em uma linha do tempo).

# 350



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Identificam** a equação do 1º grau que expressa uma situação-problema que envolve porcentagem;
- **Interpretam** informações transmitidas por meio de gráficos;
- **Resolvem** problema envolvendo a concepção de múltiplo comum e números fracionários;
- **Resolvem** problema envolvendo expressão algébrica fornecida, identificando suas variáveis com os dados do problema.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Calculam** o número de faces de uma pirâmide;
- **Reconhecem** a expressão algébrica que representa o número de faces de um prisma de n lados;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo de medida de ângulo interno de triângulo retângulo equilátero;

### TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Identificam** situações de proporcionalidade a partir de dados numéricos apresentados em tabela;
- **Resolvem** problema envolvendo transformações entre unidades de medida de superfície –  $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{dm}^2$  e  $\text{mm}^2$ .

### TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Resolvem** problema envolvendo dados apresentados em um gráfico de pontos.

**375**

|||||||

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Reconhecem** números primos em uma sequência de ímpares.

## OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

O quadro a seguir mostra a distribuição dos descritores de itens associados às suas respectivas habilidades ao longo da escala de proficiência.

**Quadro 11. – Distribuição dos Descritores de Habilidades da MRA SARESP nos Pontos da Escala de Proficiência – 9º Ano do Ensino Fundamental – Matemática**

HAB/PROF.	200	225	250	275	300	325	350	375	400
Número, Operações e Funções	H01								
	H02								
	H03								
	H04								
	H05								
	H06								
	H07								
	H08								
	H09								
	H10								
	H11								
	H12								
	H13								
	H14								
	H15								
	H16								
	H17								
	H18								
	H19								
	H20								
Espaço e Forma	H21								
	H22								
	H23								
	H24								
	H25								
	H26								
	H27								
	H28								
	H29								
	H30								

	HAB/PROF.	<175	175	200	225	250	275	300	325	350
Grandezas e Medidas	H31									
	H32									
	H33									
	H34									
	H35									
	H36									
	H37									
	H38									
	H39									
	H40									
	H41									
Trat. da Info	H42									
	H43									
	H44									
	H45									

A presença de uma mesma habilidade em diferentes pontos da escala é reflexo de diversos fatores, como a complexidade do próprio conteúdo, o contexto inserido no problema, a capacidade de discriminação do item, assim como os distratores propostos.

Para melhor compreensão de cada habilidade, é necessário analisar em conjunto todos os descritores associados a essa habilidade, nos diferentes pontos da escala de proficiência.

É importante ressaltar o caráter contínuo e acumulativo da escala de proficiência, ou seja, o estudante com determinada proficiência no 9º ano EF, além de ter suas habilidades específicas detalhadas aqui, também apresenta habilidades constituídas dos anos anteriores. Por isso, é fundamental que o profissional da educação não se limite somente a analisar as descrições do ano em questão, já que em certos casos será necessário descobrir o que o aluno ainda não demonstrou dominar no 5º ano EF e/ou 7º ano EF para então conseguir desenvolver novas habilidades específicas do 9º ano EF.

## 200



### TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** pontos no sistema cartesiano associados a um objeto de batalha naval.

### TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Identificam** um gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela.

## 225

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Identificam** a fração correspondente a uma razão.

### TEMA3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Determinam** o volume de água de um prisma de base retangular, dado que a água foi colocada até atingir metade da altura e o volume total do prisma.

### TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Associam** os dados de um gráfico de barras à respectiva tabela de dupla entrada que apresenta os dados;
- **Interpretam** informações a partir de dados apresentados em tabela com duas colunas;
- **Resolvem** problema elementar envolvendo o conceito de probabilidade.

## 250

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Identificam** elemento de uma sequência de figuras;
- **Identificam** o maior número decimal dentre outros;
- **Identificam** o sistema de equações que expressa um problema;
- **Resolvem** problema envolvendo noções de compra, venda e parcelamento com números racionais;
- **Resolvem** problema envolvendo a ordenação de números decimais apresentados em uma tabela;
- **Resolvem** problema envolvendo equações com coeficientes racionais;
- **Resolvem** sistemas lineares de duas equações com duas incógnitas (métodos da adição e da substituição).

### TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Descrevem**, em palavras, um trajeto desenhado por setas em um mapa de ruas;
- **Identificam** a localização de objeto em um croqui, dada a orientação sobre sua posição.

### TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da distância a ser percorrida para contornar uma quadra de vôlei, dadas suas medidas laterais.

### TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Interpretam** informações a partir de dados apresentados em gráficos setoriais;
- **Resolvem** problema envolvendo contagem simples com valores pequenos.



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** o valor numérico de uma expressão algébrica que envolve a diferença entre quadrados;
- **Calculam** a diferença entre um salário de R\$ 2500,00 e um total de gastos de R\$ 2300,89;
- **Determinam** a produção de uma máquina em um minuto dado sua produção em 6 segundos;
- **Identificam** números com uma casa decimal que estão representados por pontos marcados na reta numérica tendo como referência os números naturais de 40 a 45 e as marcações dos décimos;
- **Reconhecem** as diferentes representações de um número racional;
- **Resolvem** problema envolvendo área de um retângulo e equação do 2º grau;
- **Resolvem** problema envolvendo operações entre números decimais;
- **Resolvem** problema envolvendo sistema de equações do 1º grau.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Descrevem** em palavras um trajeto desenhado por setas em um quadriculado, envolvendo direção e ângulos;
- **Identificam** as formas das faces de um poliedro;
- **Identificam** o ângulo de 90° a partir da descrição de um trajeto mostrado em uma figura;
- **Identificam** triângulos semelhantes gerados pelos cruzamentos de retas paralelas sobre um triângulo;
- **Identificam** um octaedro mostrado em uma figura a partir de sua planificação;
- **Identificam** o raio de uma circunferência.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Resolvem** problema envolvendo o conceito de área de figuras conhecidas;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo do perímetro de uma figura retangular;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da diferença entre dois "pesos" em Kg, sendo que a resposta é dada em gramas.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Calculam** a probabilidade de um evento dada a probabilidade de seu complementar;
- **Determinam** o complementar de uma probabilidade, a partir da identificação dessa situação;
- **Resolvem** problema envolvendo contagem e o princípio multiplicativo.



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** valores aproximados de radicais mais comuns (raiz de pequenos valores);
- **Calculam** a raiz quadrada de um número natural, cuja resposta também é um número natural;
- **Calculam** o resultado de uma expressão simples após substituir as variáveis pelos valores dados;
- **Calculam** 20% de 80 pontos;
- **Identificam** a expressão que define o termo geral de uma sequência, sendo dada a sequência e a descrição em linguagem corrente do seu termo geral;

- **Identificam** o significado de 30% confrontando com situações que envolvem fração e divisão;
- **Identificam** a decomposição de um número decimal;
- **Identificam** a localização de números inteiros negativos na reta numérica;
- **Identificam** uma fração equivalente a  $\frac{2}{5}$ ;
- **Identificam** a representação decimal de  $\frac{1}{4}$  de um quilo;
- **Identificam** o sistema linear que descreve corretamente uma situação-problema;
- **Realizam** operações de soma com polinômios de diferentes graus;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo de lucro/prejuízo;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo do custo total de uma viagem baseado no gasto com combustível, que deve ser calculado a partir da autonomia do automóvel juntamente com o preço do combustível, somado ao custo dos pedágios;
- **Resolvem** problema envolvendo compra e venda envolvendo descontos e aumentos dados em percentuais;
- **Resolvem** problema envolvendo sistemas lineares (duas equações, duas incógnitas).

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** a localização de objeto em mapas, dadas as coordenadas de latitude e longitude de sua posição;
- **Identificam** as coordenadas do quarto vértice de um retângulo, conhecidas as coordenadas dos outros três;
- **Identificam** dentre quatro pontos em uma malha quadriculada aquele que está mais próximo de um quinto ponto, dadas suas coordenadas;
- **Identificam** o número e o tipo de faces de um paralelepípedo apresentado em uma figura;
- **Descrevem** a trajetória de um ponto a outro num sistema de coordenadas;
- **Reconhecem** a semelhança entre figuras planas, a partir da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes;
- **Reconhecem** as relações entre o raio, o centro e os pontos de uma circunferência;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo das medidas de ângulos de um triângulo construído a partir de um quadrado;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo das medidas de um triângulo ampliado de outro com dimensões dadas.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Aplicam** o Teorema de Tales na resolução de problemas simples que envolvem ideia de proporcionalidade, na determinação de medidas;
- **Comparam** as áreas de três figuras bidimensionais de diferentes formatos;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo do perímetro de uma circunferência;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo do volume de um paralelepípedo;
- **Resolvem** problema envolvendo triângulos semelhantes para o cálculo de medida de comprimento de um dos lados.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Identificam** a situação, dentre outras, que apresenta maior probabilidade;
- **Resolvem** problema envolvendo contagem com permutação de elementos;
- **Resolvem** problema envolvendo contagem dos resultados do lançamento de três moedas usando diagrama de árvore (dado o primeiro “galho” da árvore como exemplo);
- **Resolvem** problema envolvendo informações apresentadas em um gráfico de linha.

# 325



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** o total de uma quantia a partir do valor correspondente a  $\frac{3}{8}$  dessa quantia;
- **Calculam**  $\frac{2}{8}$  de uma quantia;
- **Calculam** a raiz quadrada da divisão de dois números naturais;
- **Identificam** a expressão matemática que relaciona os valores de duas linhas de uma tabela;
- **Representam** de forma aproximada o número  $\pi$  na reta numérica (localiza entre 3,1 e 3,2);
- **Representam** por meio de uma função do 2º grau a relação entre uma grandeza e o quadrado de outra;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo da medida do lado de um quadrado no contexto da resolução de equação de 2º grau;
- **Resolvem** problema envolvendo equação do 2º grau;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo da área de figura plana a partir da sua decomposição em quadrados e retângulos, via equação do 2º grau.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Reconhecem** as relações e calculam medidas dos elementos de uma circunferência;
- **Reconhecem** giros angulares no sentido horário e anti-horário;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo da medida do ângulo externo de um hexágono, apresentado em uma figura.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** o volume de um cilindro a partir da fórmula.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Calculam** o número de máscaras que podem ser formadas a partir do número de possibilidades de cores da cartolina, tipo de lantejola e de elástico.

# 350



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Determinam** a ordenação crescente de cinco números decimais, sendo um deles representado até o décimo, três deles até o centésimo e um deles até o milésimo;
- **Determinam** o valor faltante dentre três números para que se obtenha a média dada;
- **Expressam** matematicamente as relações de proporcionalidade direta entre a distância e o quadrado do tempo, no contexto de um corpo em queda livre;
- **Identificam** a expressão expandida de uma equação dada sua forma fatorada;
- **Identificam** o intervalo onde se localiza o radical  $(\frac{46}{2})^{\frac{1}{2}}$  ;
- **Identificam** o valor aproximado de  $\sqrt{1600}$  sendo fornecido o valor de  $\sqrt{2}$  ;
- **Identificam** o sistema de equações do 1º grau que expressa um problema, nomeadas as suas incógnitas;
- **Realizam** operações simples para o cálculo do valor numérico de polinômios;
- **Localizam**  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  entre os pontos -1 e 0 em uma reta numérica que marca os números -2, -1, 0, 1, 2;
- **Resolvem** problema envolvendo relação entre variáveis, expressas no gráfico de uma reta;





# OS ALUNOS DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

O quadro a seguir mostra a distribuição dos descritores de itens associados às suas respectivas habilidades ao longo da escala de proficiência.

**Quadro 12. – Distribuição dos Descritores de Habilidades da MRA SARESP nos Pontos da Escala de Proficiência – 3ª Série do Ensino Médio – Matemática**

HAB/PROF.	<250	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475
Número, Operações e Funções	H01		■		■						
	H02			■	■	■					
	H03					■	■	■			■
	H04				■		■				
	H05						■	■			
	H06		■			■		■			
	H07			■	■						
	H08						■	■	■		
	H09				■						
	H10				■		■	■	■		
	H11							■	■		
	H12							■		■	■
	H13										
	H14				■			■			
	H15						■	■	■		
	H16								■		
	H17		■			■	■				
Espaço e Forma	H18				■	■		■	■	■	
	H19						■				
	H20	■	■		■	■	■	■			
	H21			■				■	■		
	H22							■	■		
	H23							■	■		
	H24					■		■	■		
	H25			■	■			■			
	H26					■		■	■		
	H27							■	■		
Grandezas e Medidas	H28					■	■				
	H29					■	■	■	■		
	H30						■	■	■		
	H31						■		■		
	H32					■		■	■		

	HAB/PROF.	<250	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475
Trat. da Info	H33			■			■	■				
	H34							■				
	H35								■	■		
	H36	■					■					
	H37				■	■	■	■		■		
	H38			■			■					

A presença de uma mesma habilidade em diferentes pontos da escala é reflexo de diversos fatores, como a complexidade do próprio conteúdo, o contexto inserido no problema, a capacidade de discriminação do item, assim como os distratores propostos.

Para melhor compreensão de cada habilidade, é necessário analisar em conjunto todos os descritores associados a essa habilidade, nos diferentes pontos da escala de proficiência.

É importante ressaltar o caráter contínuo e acumulativo da escala de proficiência, ou seja, o estudante com determinada proficiência na 3ª série EM, além de ter suas habilidades específicas detalhadas aqui, também apresenta habilidades constituídas dos anos anteriores. Por isso, é fundamental que o profissional da educação não se limite somente a analisar as descrições da série em questão, já que em certos casos será necessário descobrir o que o aluno demonstrou ainda não dominar no Ensino Fundamental para então conseguir desenvolver novas habilidades específicas do Ensino Médio.

## 225

### TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Identificam** o gráfico setorial associado a dados apresentados em um texto.

## 250

### TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** coordenadas de pontos no plano cartesiano.

## 275

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Descrevem** as características fundamentais da função do segundo grau, (como a função  $s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ ) relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento;
- **Determinam** o 17º termo de uma progressão aritmética de 1º termo 3 e razão 4;
- **Determinam** o 3º termo de uma progressão aritmética dados os dois primeiros;

- **Identificam** na reta numérica o valor estimado de um ponto tendo como referência números naturais que variam de 5 em 5 unidades;
- **Resolvem** problema envolvendo a determinação da equação de uma reta apresentada em um gráfico (sem distratores que apresentam algum erro comum).

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** a planificação de um poliedro apresentado em um desenho.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Resolvem** problema envolvendo dados descritos em um gráfico de linhas.

**300**

## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGBRA

- **Expressam** matematicamente padrões e regularidades em sequências de figuras;
- **Expressam** as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função do segundo grau;
- **Identificam** a função que traduz uma relação de proporcionalidade inversa;
- **Identificam** as propriedades relativas ao crescimento ou decréscimo de funções exponenciais  $f(x) = ak^x$ ;
- **Determinam** a raiz comum de duas funções a partir da representação gráfica das mesmas;
- **Resolvem** problema envolvendo Progressão Aritmética;
- **Resolvem** problema envolvendo a modelagem e a resolução de um sistema  $2 \times 2$  ou  $3 \times 3$ ;
- **Resolvem** problema envolvendo a modelagem por meio de uma equação do 1º grau;
- **Resolvem** problema envolvendo sistema linear  $2 \times 2$  apresentado em linguagem corrente.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Identificam** o ponto solução de um sistema de equações do 1º grau representado por duas representadas no sistema cartesiano;
- **Identificam** o traço resultante da união de 6 pontos no plano cartesiano;
- **Identificam** as possíveis jogadas do cavalo no jogo de xadrez usando coordenadas como referência;
- **Representam** pontos no referencial cartesiano e identificam o polígono resultante da união desses pontos.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Resolvem** problema simples envolvendo o cálculo de média ponderada.

**325**

## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGBRA

- **Completam** tabela que relaciona duas grandezas diretamente proporcionais;
- **Identificam** a localização de números reais e fracionários na reta numérica;
- **Identificam** intervalo de crescimento de uma função dado o seu gráfico;
- **Identificam** o gráfico de uma função do 2º grau, conhecidos os seus coeficientes;

- **Resolvem** problema envolvendo soma de termos de uma progressão aritmética, dada a fórmula para o cálculo;
- **Resolvem** problema envolvendo a obtenção do termo comum de duas progressões aritméticas distintas;
- **Resolvem** problema envolvendo progressão geométrica de razão 2;
- **Resolvem** problema envolvendo função afim.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Aplicam** propriedades de um hexágono regular em um problema de pavimentação de superfície;
- **Calculam** o número de vértices de um octaedro utilizando a relação de Euler (dada);
- **Determinam** o maior trajeto em um sistema cartesiano dado o ponto de partida e os movimentos permitidos;
- **Identificam** o número de vértices, arestas e faces de um prisma de base pentagonal a partir de sua imagem;
- **Identificam** um dodecaedro dados os números de seus vértices e arestas e a relação de Euler;
- **Resolvem** problema envolvendo relações métricas fundamentais em triângulos retângulos semelhantes;
- **Resolvem** problema envolvendo proporcionalidade, para a determinação de medidas em figuras semelhantes.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Identificam** o número de fusos existentes na esfera terrestre, dado que cada fuso tem um ângulo de 15°;
- **Resolvem** problema envolvendo a medida das arestas de um cubo.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Calculam** a moda e a mediana de um conjunto de valores, dadas as definições destes parâmetros.

# 350



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Associam** polinômios de grau 2 e 3 às suas respectivas formas fatoradas;
- **Calculam** o primeiro termo de uma PG dado o quarto termo e a razão da sequência;
- **Calculam** a temperatura, em graus Celsius, a partir da temperatura em graus Fahrenheit e a função que associa uma à outra;
- **Determinam** a taxa de crescimento de uma função do 1º grau a partir de sua representação gráfica;
- **Determinam** o tempo necessário para a massa de uma substância química se reduzir a metade, dada sua representação gráfica e a função exponencial que descreve a variação de massa em função do tempo;
- **Identificam** a possível função a que pertencem três pontos, dadas as suas coordenadas;
- **Identificam** a sequência que é uma progressão geométrica, dadas as definições de progressões aritmética e geométrica;
- **Identificam** os sinais dos coeficientes a, b na função  $y = ax + b$ , dado o seu gráfico;
- **Identificam** a intersecção de dois intervalos de números reais representados na reta numérica;
- **Representam**, por meio de uma função, a relação de proporcionalidade direta (velocidade = espaço percorrido/tempo), com valores da velocidade e do tempo, apresentados em uma tabela;
- **Resolvem** problema envolvendo a modelagem e a resolução de uma equação do 2º grau;
- **Resolvem** problema envolvendo Progressões Geométricas;
- **Resolvem** problema envolvendo uma função de 1º grau a partir de sua representação por uma reta, traçada em um referencial cartesiano.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Aplicam** as propriedades fundamentais dos polígonos regulares em problemas de pavimentação de superfícies;
- **Identificam** a ordem em que se apresentam, localizados na reta, três pontos, dadas as suas coordenadas;
- **Identificam** os pontos no plano cartesiano, dadas as suas coordenadas;

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Identificam** a sentença matemática que traduz a definição dada, do volume de um cilindro;
- **Identificam** a relação de ordem entre distâncias percorridas em rotas sobre a superfície terrestre, dadas as definições das linhas onde estão localizados os locais de partida;
- **Resolvem** problema envolvendo relações métricas no triângulo retângulo.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Analisam** as afirmações feitas a partir de uma pesquisa representada em um gráfico de barras para determinar a verdadeira;
- **Calculam** as medidas centrais (média, mediana e moda) de um conjunto de dados;
- **Resolvem** problema envolvendo propriedades do gráfico de setores e conversão de dados em porcentagem para quantidade numérica;
- **Calculam** a probabilidade de acertar determinada região de um alvo;
- **Calculam** área destacada num retângulo representada por meio de produtos notáveis;
- **Associam** um polinômio à sua fatoração;
- **Identificam** o polígono que tem o mesmo perímetro de um quadrado.

# 375



## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Analisam** o gráfico da função do 2º grau para determinar em qual intervalo ela se torna positiva;
- **Aplicam** as relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação de 3º grau;
- **Calculam** o produto de dois números usando logaritmos;
- **Determinam** a razão de crescimento de uma PG formada a partir da soma de outras duas progressões geométricas;
- **Identificam** a função que pode corresponder à fatoração de um polinômio de 5º grau;
- **Identificam** a função que traduz a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais, dados alguns de seus valores em uma tabela;
- **Identificam** a sequência numérica que apresenta crescimento exponencial;
- **Identificam** as características de uma função de 1º grau, assim como a associação da expressão para o gráfico;
- **Identificam** o gráfico que representa uma função do 2º grau;
- **Resolvem** equação exponencial;
- **Resolvem** problema envolvendo função exponencial;
- **Resolvem** problema envolvendo sistemas lineares de 3ª ordem;
- **Resolvem** problema envolvendo a determinação do raio de esferas colocadas em um paralelepípedo;
- **Resolvem** problema envolvendo Progressão Geométrica - termo geral.

## TEMA 2 – ESPAÇO E FORMA

- **Calculam** o valor do quociente de funções trigonométricas em pontos dados por ângulos desenhados em um triângulo retângulo;
- **Calculam** o valor da aresta de um hexágono regular inscrito numa circunferência;
- **Identificam** as coordenadas geográficas que definem a localização de uma cidade assinalada em um mapa;
- **Identificam** a relação entre o número de vértices, faces e arestas de poliedros expressa em um problema;
- **Identificam** as faces que compõem o octaedro regular, com apoio visual;
- **Localizam** pontos em um sistema de coordenadas cartesianas para identificar um losango;
- **Resolvem** problema envolvendo medidas de ângulos de um polígono de  $n$  lados, inscrito em uma circunferência;
- **Resolvem** problema simples envolvendo razões trigonométricas do triângulo retângulo, sendo fornecidos os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo em questão;
- **Verificam** a relação de Euler para dois poliedros apresentados em uma figura.

## TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Calculam** o volume de um cubo, dado o valor de sua aresta;
- **Resolvem** problema envolvendo o volume de um cone;
- **Resolvem** problema envolvendo o volume de um prisma de base quadrada;
- **Resolvem** problema envolvendo a determinação da área de escultura representada em figura por uma esfera colocada sobre um cubo.

## TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Aplicam** o princípio multiplicativo na resolução de problemas de contagem;
- **Aplicam** raciocínio combinatório e o princípio aditivo na resolução de situações-problema sobre contagens;
- **Calculam** a moda de uma distribuição de dados apresentados em um gráfico setorial;
- **Resolvem** problema envolvendo cálculo de probabilidade a partir de dados apresentados em uma tabela;
- **Resolvem** problema envolvendo contagem e permutação, dada a definição de permutação.

400

## TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Calculam** o  $\log_6 0$  a partir dos valores de outros logaritmos utilizando propriedades fornecidas no problema;
- **Determinam** a soma de dois números inteiros, positivos e consecutivos a partir do produto dos mesmos;
- **Identificam** a expressão matemática de uma função exponencial definida em linguagem corrente;
- **Identificam**, no plano de Argand Gauss, o resultado da adição e da subtração de 2 números complexos;
- **Identificam** o quadrante do afixo de um número complexo (dada a definição de afixo);
- **Resolvem** problema envolvendo as relações entre coeficientes e raízes de uma equação do 2º grau;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da taxa de crescimento de uma variável que cresce exponencialmente de acordo com uma função dada;
- **Resolvem** problema envolvendo relações entre coeficientes e raízes de uma equação do 3º grau, dadas estas relações para uma equação na forma genérica.



### TEMA 3 – GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Resolvem** problema de medida envolvendo comprimento do círculo máximo e volume da esfera, dadas as fórmulas;
- **Resolvem** problema envolvendo fuso horário;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da distância entre dois vértices opostos de um bloco retangular;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo do volume de uma pirâmide cujo vértice é o centro de um cubo e a base é uma das faces deste cubo, dada a medida da sua aresta;
- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo das áreas de dois cilindros, dadas suas alturas e raios das bases.

### TEMA 4 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- **Resolvem** problema envolvendo o cálculo da probabilidade de eventos que se repetem.

## 450

■■■■■■■■■■■■■■■■■■■■

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Determinam** dois números cuja soma resulta em -30 e a diferença em 4;
- **Resolvem** equação logarítmica.

## 475

■■■■■■■■■■■■■■■■■■■■

### TEMA 1 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

- **Resolvem** problema envolvendo o termo geral de uma sequência de triângulos associada a números (triângulo de Sierpinski).



## **SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO**

### **Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional**

Olavo Nogueira Batista Filho – Coordenador

### **Departamento de Avaliação Educacional**

William Massei – Diretor

Maria Julia Filgueira Ferreira – Assistente Técnico

### **Equipe do Departamento de Avaliação Educacional (CIMA)**

Ademilde Ferreira de Souza

Cristiane Dias Mirisola

Daniel Koketu

Denis Delgado Santos

Isabelle Regina de Amorim Mesquita

Juvenal Gouveia

Nilson Luiz da Costa Paes

Patricia de Barros Monteiro

Soraia Calderoni Statonato

### **Centro de Aplicação de Avaliações**

Diana Yatiyo Mizoguchi - Diretor

### **Departamento de Informação e Monitoramento**

Ione Cristina Ribeiro Assunção - Diretor

### **Departamento de Tecnologia de Sistemas e Inclusão Digital**

André da Costa Silva - Diretor

### **Coordenadoria de Gestão da Educação Básica**

Ghisleine Trigo Silveira - Coordenador

### **Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica**

Regina Aparecida Resek Santiago – Diretor

### **Centro de Ensino Fundamental dos Anos Finais, do Ensino Médio e da Educação Profissional**

Valéria Tarantello de Georgel – Diretor

### **Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais**

Sonia Gouveia Jorge – Diretor

## **FUNDAÇÃO PARA O VESTIBULAR DA UNESP**

### **Responsáveis pela Execução do Saesp 2014 Coordenação Geral**

Guilherme Pereira Vanni

Sheila Zambello de Pinho

Tânia Cristina Arantes Macedo de Azevedo

Carlos Augusto Araújo Valadão

Ricardo Samih Georges Abi Rached

### **Coordenação de Atividades**

Davi de Oliveira Gerardi – Analista de Dados

Edgar Dias Batista Junior – Analista de Sistemas

Eduardo de Souza Serrano Filho – Logística de Aplicação

Edgar Dias Batista Junior – Bases de Dados

Ligia Maria Vettorato Trevisan – Análise de Resultados

Silvia Bruni Queiroz – Análise Técnica e Pedagógica dos  
Instrumentos de Medidas

Rosa Maria do Carmo Condini – Elaboração de Materiais  
e Treinamento

Marcela Franco Fossey – Correção de Redações

### **Equipe de Análise de Resultados**

Heliton Ribeiro Tavares

Dalton Francisco de Andrade

Adriano Ferreti Borgatto

Natália Noronha de Barros

Adriana Moraes de Carvalho

Nayara Negrão Pereira

Júlio César Martins

### **Coordenação da Elaboração de Relatórios**

Tânia Cristina Arantes Macedo de Azevedo

### **Revisão**

Ana Maria Trevisan

José Ricardo da Silva

### **Capa**

Cintia Tinti

### **Editoração**

Marcelo Alt dos Reis

Relatório Pedagógico  
**MATEMÁTICA**

**SARESP**  
2014