

RELATÓRIO PEDAGÓGICO

2013 SARESP

MATEMÁTICA

500

475

450

425

400

375

350

325

300

275

250

225

200

175

150

125

100

75

50

25

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Governador

Geraldo Alckmin

Secretário da Educação

Herman Jacobus Cornelis Voorwald

Secretária-Adjunta

Cleide Bauab Eid Bochixio

Chefe de Gabinete

Fernando Padula Novaes

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional (CIMA)

Ione Cristina Ribeiro Assunção

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB)

Maria Elizabete da Costa

Coordenadoria de Gestão de Recursos Humanos (CGRH)

Cleide Bauab Eid Bochixio

Coordenadoria de Orçamentos e Finanças (COFI)

Claudia Chiareli Afuso

Coordenadoria de Infraestrutura e Serviços Escolares (CISE)

Dione Whitehurst Di Pietro

Coordenadoria da Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Professores (EFAP)

Silvia Andrade da Cunha Galletta

Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE)

Barjas Negri

Execução: Fundação Vunesp

Rodrigo de Souza Bortolucci

Maria Eliza Fini

Ligia Maria Vettorato Trevisan

Tânia Cristina A. Macedo de Azevedo

Leitura Crítica: CGEB

Ciclo I

Fabiana Cristine Porto dos Santos

Ivana Piffer Catão

Mirtes Pereira de Souza

Soraia Calderoni Statonato

Matemática

Carlos Tadeu da Graça Barros

Ivan Castilho

João dos Santos

Otávio Yoshio Yamanaka

Rosana Jorge Monteiro Magri

Sandra Maira Zen Zacarias

Vanderley Aparecido Cornatione

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

Praça da República, 53

01045-903 – Centro – São Paulo – SP

Telefone: (11) 3218-2000

www.educacao.sp.gov.br

Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE

Av. São Luiz, 99

01046-001 – República – São Paulo – SP

Telefone: (11) 3158-4000

www.fde.sp.gov.br

RELATÓRIO PEDAGÓGICO

2013 SARESP

MATEMÁTICA

500

475

450

425

400

375

350

325

300

275

250

225

200

175

150

125

100

75

50

25

APRESENTAÇÃO

Caros Professores e Gestores,

As avaliações externas do desempenho educacional de alunos, redes e sistemas já estão incorporadas às práticas educacionais da maioria das escolas brasileiras em quase todos seus níveis de ensino.

De modo especial, nosso Estado, além de participar das avaliações nacionais, promove a avaliação externa da Educação Básica por meio do SARESP, cujas características asseguram a identidade de processo avaliativo de sistema, em larga escala, orientado por uma matriz de referência distinta, que faz interlocução com o Currículo do Estado de São Paulo e tem fornecido ao longo das edições, contínuas informações sobre os resultados do aprendizado dos alunos, permitindo o acompanhamento periódico da evolução do desempenho e dos fatores que influenciam a qualidade do ensino no sistema.

O fato inovador de 2013 é a avaliação do segundo ano do Ensino Fundamental, para acompanhamento da nova meta do nosso sistema, de alfabetizar as crianças até os sete anos, o que, esperamos, deva trazer reflexos positivos a médio prazo para toda a educação básica paulista.

Desse modo, a divulgação e análise dos resultados do SARESP adquire especial importância pois o conhecimento e discussão dessas informações deverão inspirar o aperfeiçoamento das atividades de formação continuada, da mesma forma que a readequação de projetos pedagógicos e aprimoramento de políticas públicas.

Ao analisarem e explicitarem os resultados da avaliação realizada, os Relatórios Pedagógicos propiciam também às escolas um olhar para seu processo de ensino-aprendizagem e sua proposta pedagógica, com base em dados objetivos, efetivando cotejamentos e análises para tomadas de decisão na esfera de sua governabilidade.

O mesmo processo cabe às instâncias regionais e centrais, nos seus âmbitos de gestão, no acompanhamento e apoio às atividades necessárias e que são fundamentais para que juntas – Escolas – Diretorias de Ensino – Coordenadorias – Secretarias Municipais – Secretaria de Estado – possam dar continuidade ao aprimoramento de programas e projetos destinados à Educação Básica pública do Estado de São Paulo, com vistas à constante melhoria da qualidade da educação ofertada aos nossos alunos.

Herman Voorwald

Secretário da Educação do Estado de São Paulo

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	VII
PARTE I – DADOS GERAIS	1
1. O SARESP 2013	1
1.1. Características Gerais	3
1.2. Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência	4
2. PROVAS	7
3. ABRANGÊNCIA DO SARESP 2013	11
PARTE II – RESULTADOS DO SARESP 2013 – REDE ESTADUAL DE ENSINO	15
1. 2º E 3º ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	17
1.1. 2º Ano do Ensino Fundamental	17
1.2. 3º Ano do Ensino Fundamental	19
1.3. 5º, 7º e 9º Anos do Ensino Fundamental e 3ª Série do Ensino Médio	22
1.3.1. Níveis de Proficiência em Matemática	24
1.3.2. Resultados Comparativos do SARESP com a Prova Brasil/Saeb – Rede Estadual.....	27
1.3.3. Comparação dos Resultados do SARESP 2010 a 2013	28
PARTE III – ANÁLISE PEDAGÓGICA DOS RESULTADOS	31
1. PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SARESP – MATEMÁTICA	33
1.1. A Matriz de Referência para Avaliação	35
1.2. Análise dos Resultados da Avaliação	41
1.3. Sobre a Análise de Itens	42
2. PERFIL DAS PROVAS DE MATEMÁTICA NO SARESP 2013	47
3. ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ALUNOS EM MATEMÁTICA POR ANO/SÉRIE E NÍVEL DE PROFICIÊNCIA	49
3.1. A Matemática no 5º Ano do Ensino Fundamental	53
3.1.1. Análise do Desempenho por Nível no 5º Ano do Ensino Fundamental	59
3.1.2. Desempenho em Itens de Ligação – 5º Ano do Ensino Fundamental	73
3.2. A Matemática no 7º Ano do Ensino Fundamental	77
3.2.1. Análise do Desempenho por Nível no 7º Ano do Ensino Fundamental	83
3.2.2. Desempenho em Itens de Ligação – 7º Ano do Ensino Fundamental	98
3.3. A Matemática no 9º Ano do Ensino Fundamental	103
3.3.1. Análise do Desempenho por Nível no 9º Ano do Ensino Fundamental	109
3.3.2. Desempenho em Itens de Ligação – 9º Ano do Ensino Fundamental	126
3.4. A MATEMÁTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO	131
3.4.1. Análise do Desempenho por Nível na 3ª Série do Ensino Médio	137
3.4.2. Desempenho em Itens de Ligação – 3ª Série do Ensino Médio	156
4. O PROCESSO DE ENSINO/APRENDIZAGEM DIANTE DOS ERROS E DIFICULDADES DOS ALUNOS: UMA REFLEXÃO	159
4.1. Considerações Sobre a Prova	161
4.2. Avaliar é... ..	162
4.2.1. A Avaliação SARESP.....	163

4.3. A Avaliação da Sala de Aula.....	164
5. PALAVRAS FINAIS.....	171
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	175
ANEXOS	177
Escala de Proficiência de Matemática.....	179
Descrição da Escala de Matemática – SARESP 2013.....	180

INTRODUÇÃO

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP realizou, em 26 e 27 de novembro de 2013, a 16ª edição do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – SARESP, caracterizada como uma avaliação externa da Educação Básica, aplicada desde 1996.

O SARESP tem como finalidade fornecer informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade básica na rede pública de ensino paulista, capazes de orientar os gestores do ensino no monitoramento das políticas voltadas para a melhoria da qualidade da educação.

Em 2013, a avaliação envolveu todos os alunos do 2º, 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF) e da 3ª série do Ensino Médio (EM) da rede pública estadual, contemplando as áreas de Língua Portuguesa – Leitura e Redação, Matemática e Ciências Humanas – Geografia e História.

Além das 5.024 escolas estaduais, a edição do SARESP 2013 contou com a adesão voluntária de 3.232 escolas de 536 municípios paulistas, cujas despesas de participação ficaram, uma vez mais, sob a responsabilidade do Governo do Estado de São Paulo, e abrangeu também as escolas particulares, representadas por 194 instituições particulares de ensino, sendo 174 escolas da rede de ensino do SESI, que participaram da avaliação às suas próprias expensas.

O Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza participou com suas 170 escolas técnicas, distribuídas em 128 municípios.

A avaliação incluiu a aplicação de questionários a pais e a alunos, para todas as redes de ensino; questionários específicos de gestão escolar também foram aplicados a Diretores, Professores Coordenadores e Professores da rede estadual dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de Língua Portuguesa e de Matemática, bem como a Professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental e de Ensino Médio das disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática, História e Geografia, da rede estadual.

A operacionalização do SARESP 2013 ficou, pelo quarto ano consecutivo, sob a responsabilidade da Fundação para o Vestibular da UNESP – VUNESP, instituição pública, com personalidade jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, criada em 26 de outubro de 1979 pelo Conselho Universitário da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP.

Da aplicação do SARESP, resultam diferentes produtos: boletins e relatórios de desempenho, relatórios técnicos e relatórios pedagógicos, destinados a atender finalidades específicas, sendo importante destacar o diagnóstico dos resultados das ações da gestão pedagógica, que permite a avaliação e o redirecionamento de programas em andamento, bem como a concepção de novas estratégias para promoção da educação de qualidade.

Os relatórios pedagógicos do SARESP são organizados com a finalidade de oferecer aos professores e gestores de escolas o diagnóstico do estágio de desenvolvimento do processo educacional que vem sendo executado nas escolas públicas estaduais paulistas.

Os principais destinatários dos relatórios são os professores. Por isso, são apresentados por disciplina, e incluem resultados gerais da disciplina, objeto do relatório, nos anos/série da rede estadual.

Além das informações gerais, os relatórios pedagógicos fornecem dados, análises, comentários e sugestões relativas aos resultados e ao acompanhamento do processo de ensino e de aprendizagem da disciplina, em cada ano/série avaliado. Acompanhamento esse que é possível graças à periodicidade de aplicação da avaliação, e sobretudo à natureza do SARESP, processo avaliativo externo, referenciado por uma matriz específica, desenvolvida à luz do currículo do Estado de São Paulo e que com ele estabelece uma interlocução que não se limita à aferição de conhecimentos adquiridos, mas investiga o desenvolvimento de habilidades e competências para mobilizar aqueles conhecimentos. Nesse sentido, os relatórios pedagógicos são oferecidos também como documentos que contribuem para o planejamento de atividades pedagógicas e para a melhoria da prática de ensino.

Professores e gestores encontram nos relatórios pedagógicos informações e dados distribuídos em três partes:

Parte I – Dados Gerais, apresenta informações básicas sobre o SARESP 2013, os instrumentos utilizados no processo de avaliação e sua abrangência.

Parte II – Resultados do SARESP 2013, apresenta os resultados gerais relativos à disciplina objeto do relatório nos anos/série da rede estadual. Sempre que oportuno, o capítulo apresenta dados da comparação de resultados do SARESP 2013 com outras edições dessa avaliação ou com outras avaliações nacionais de larga escala.

Parte III – Análise Pedagógica dos Resultados, aborda, na disciplina do relatório, aspectos pedagógicos envolvidos na avaliação, princípios curriculares e aspectos da organização das matrizes de referência para a avaliação do SARESP. Sua essência está na análise do desempenho do alunado e na apresentação, análise e discussão pedagógica de exemplos de itens selecionados das provas aplicadas. Em relação à expressão “itens selecionados”, é oportuno reiterar que os exemplos possuem propriedades estatísticas que permitem classificá-los como questões que descrevem a habilidade investigada e discriminam entre os grupos de alunos com menor e maior desempenho.

Por fim, há que se lembrar de que os relatórios pedagógicos são parte das publicações anuais do SARESP, que compreendem também o Sumário Executivo, onde são divulgados os resultados de todas as redes participantes do SARESP, e o Relatório dos Estudos do SARESP, que apresenta o perfil e a percepção de pais, alunos, professores e gestores sobre a educação básica paulista.

PARTE I – DADOS GERAIS

1. – O SARESP 2013

--

--

--

--

1.1. – CARACTERÍSTICAS GERAIS

Em relação às disciplinas avaliadas, a execução e a apuração dos resultados de 2013 do SARESP têm como características básicas:

- uso da metodologia de Blocos Incompletos Balanceados (BIB) na montagem das provas do 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio;
- avaliação do 2º ano do Ensino Fundamental em Língua Portuguesa e em Matemática, por meio de itens de respostas construídas pelos alunos e seus resultados descritos em quatro níveis de desempenho, que expressam o estágio de desenvolvimento da alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e da alfabetização em Matemática;
- avaliação do 3º ano do Ensino Fundamental por meio de itens de respostas construídas pelos alunos e seus resultados descritos nos quatro níveis de desempenho, em Língua Portuguesa e em Matemática, definidos na edição de 2012;
- a utilização da metodologia da Teoria da Resposta ao Item (TRI), em todos os anos e disciplinas avaliados, tanto em provas objetivas quanto nas provas de resposta construída;
- apresentação dos resultados do SARESP 2013, em Língua Portuguesa e em Matemática – 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio –, na mesma escala de desempenho da Prova Brasil/Saeb;
- diagnóstico do desempenho dos alunos da rede estadual em Ciências Humanas – Geografia e História, análise e validação da escala de proficiência para cada área;
- apresentação dos resultados de Redação segundo os níveis de desempenho definidos para o SARESP;
- apresentação de resultados da rede estadual por região metropolitana do Estado de São Paulo, com vistas à ampliação de informações para análise de desempenho regional.

1.2. – CLASSIFICAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA

As proficiências dos alunos da rede estadual de ensino de São Paulo, aferidas no SARESP 2013, foram, a exemplo dos anos anteriores, consideradas na mesma métrica do Saeb/Prova Brasil.

***A escala do SARESP:** Uma escala é uma maneira de medir resultados de forma ordenada e a escolha dos números que definem os pontos da escala de proficiência é arbitrária e construída com os resultados da aplicação do método estatístico de análise denominado Teoria da Resposta ao Item (TRI). Os resultados do SARESP utilizam a equalização e interpretação da escala do Saeb, completada pela amplitude oferecida pelos itens que melhor realizam a cobertura do Currículo implantado nas escolas estaduais, explicitada na Matriz de Referência da Avaliação do SARESP.*

Para interpretar a escala de proficiência dos alunos do 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, foram selecionados os pontos 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400 e 425, escolhidos a partir do ponto de nível de proficiência igual a 250, média do 9º ano do Ensino Fundamental no Saeb 1997, em intervalos de 25 pontos (meio desvio-padrão).

A Escala de Matemática é comum aos quatro anos/série avaliados no SARESP – 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.

A cada ano, com base nos resultados de desempenho dos alunos na prova SARESP, a escala é atualizada, mediante a inclusão de novos descritores, extraídos de itens da prova cujas propriedades estatísticas permitem afirmar que eles se situam em e, portanto, interpretam, um determinado ponto da escala. A interpretação pedagógica de cada um dos pontos da escala compõe um documento específico, intitulado Descrição das Escalas de Proficiência.

A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado nível dominam não só as habilidades associadas a esse nível mas também as proficiências descritas nos níveis anteriores – a lógica é a de que quanto mais o estudante caminha ao longo da escala mais habilidades terá desenvolvido.

Os pontos da escala do SARESP, por sua vez, são agrupados em quatro níveis de proficiência – **Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado** – definidos a partir das expectativas de aprendizagem estabelecidos para cada ano/série e disciplina no Currículo do Estado de São Paulo, descritos nos quadros a seguir.

Quadro 1. – Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaixo do Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/ série escolar em que se encontram.
Suficiente	Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com o currículo no ano/série subsequente.
	Adequado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
Avançado	Avançado	Os alunos, neste nível, demonstram conhecimento e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido no ano/ série escolar em que se encontram.

O quadro apresentado a seguir reúne informações sobre os intervalos de pontuação que definem os níveis de proficiência de Matemática para os anos/séries avaliados.

Quadro 2. – Níveis de Proficiência em Matemática – SARESP

Níveis de Proficiência	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
Avançado	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

2. – PROVAS

2. – PROVAS

As provas do SARESP 2013 foram organizadas de modo a contemplar as características básicas das edições do SARESP 2008 a 2012. A avaliação do SARESP é censitária, com exceção da Redação, aplicada a uma amostra estratificada em 10%, por tipo de atendimento e por Diretoria de Ensino de alunos do 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio.

O quadro seguinte sintetiza os diferentes tipos de Cadernos de Prova estruturados para o SARESP 2013.

Quadro 3. – Composição de Provas do SARESP 2013

	Prova	Nº Cadernos	Nº Questões/ Caderno	Nº Total Questões	Tipo de prova
2º Ano EF	Língua Portuguesa	2 (M e T)	6	6	Resposta aberta
	Matemática	2 (M e T)	15	15	Resposta aberta
3º Ano EF	Língua Portuguesa	2 (M e T)	10	10	Resposta aberta
	Matemática	2 (M e T)	15	15	Resposta aberta
5º ano EF	Língua Portuguesa	26	24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa
7º ano EF	Língua Portuguesa	26	24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Ciências Humanas - Geografia	21	16	56	Objetiva
	Ciências Humanas - História	21	16	56	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa
9º ano EF	Língua Portuguesa	26	24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Ciências Humanas - Geografia	21	16	56	Objetiva
	Ciências Humanas - História	21	16	56	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa
3ª série EM	Língua Portuguesa	26	24	104	Objetiva
	Matemática	26	24	104	Objetiva
	Ciências Humanas - Geografia	21	16	56	Objetiva
	Ciências Humanas - História	21	16	56	Objetiva
	Redação	1	1	1	Dissertativa

Legenda: M = manhã

T = tarde

Na composição das provas do SARESP 2013 foram utilizados:

- itens selecionados de avaliações anteriores do SARESP e itens comuns com o Saeb/Prova Brasil, chamados itens de ligação;
- itens de resposta aberta, (resposta construída pelo aluno), de Língua Portuguesa e de Matemática, para o 2º e 3º anos do Ensino Fundamental, elaborados por especialistas contratados pela VUNESP;
- itens SARESP, elaborados e pré-testados pela Fundação VUNESP.

Todos os instrumentos de medida aplicados no SARESP 2013 foram validados por equipes da Secretaria de Estado da Educação, designadas pela Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CGEB) e Coordenadoria de Informação e Monitoramento da Avaliação (CIMA).

3. – ABRANGÊNCIA DO SARESP 2013

--

--

--

--

3. – ABRANGÊNCIA DO SARESP 2013

Do SARESP 2013, participaram 8.620 escolas, das quais 5.024 são vinculadas à Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo e 170 são Escolas Técnicas Estaduais – ETE – administradas pelo Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza e vinculadas à Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação do Estado de São Paulo.

A participação dos alunos foi bastante satisfatória, com média de 88% de comparecimento nos dias 26 e 27 de novembro de 2013 quando foi realizada a aplicação, e envolveu quase 1,5 milhão de alunos das escolas da rede estadual, número que corresponde a 67% do total dos alunos avaliados.

Tabela 1. – SARESP 2013: Participação dos Alunos por Rede de Ensino e Dia de Aplicação

Rede de Ensino	1º dia			2º dia		Escolas	Municípios
	Previsto	Participante	%	Participante	%		
Estadual	1.663.902	1.453.544	87,4	1.426.977	85,8	5.024	644
ETE	18.556	15.834	85,3	15.064	81,2	170	128
Municipal	727.614	655.201	90,0	657.683	90,4	3.232	536
Particular	50.811	47.740	94,0	47.130	92,8	194	119
Total	2.460.883	2.172.319	88,3	2.146.854	87,2	8.620	

PARTE II – RESULTADOS DO SARESP 2013 – REDE ESTADUAL DE ENSINO

1. – 2º E 3º ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

--

--

--

--

1. – 2º E 3º ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Os resultados da 16ª edição do SARESP, para as escolas da Rede Estadual administradas pela Secretaria Estadual da Educação/SP foram agrupados segundo a recomendação da SEE/SP em regiões metropolitanas e interior, da seguinte forma¹:

- Região Metropolitana de São Paulo – RMSP;
- Região Metropolitana da Baixada Santista – RMBS;
- Região Metropolitana de Campinas – RMC;
- Região Metropolitana do Vale do Paraíba e Litoral Norte – RM Vale;
- Interior – Interior.

1.1. – 2º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

A avaliação do 2º ano do Ensino Fundamental, como parte do SARESP, foi realizada pela primeira vez em 2013 como mecanismo que se alinha ao compromisso assumido pelo Estado de São Paulo para a Educação Fundamental, ao definir, como meta a ser alcançada a partir de 2013, a plena alfabetização dos estudantes até os 7 anos. Nesse contexto, a avaliação pelo SARESP, do desempenho dos alunos ao final do 2º ano do Ensino Fundamental, permite verificar a consecução dos novos objetivos, bem como o cumprimento dessa meta inovadora, além de oferecer subsídios para o planejamento das políticas públicas de fomento ao desenvolvimento docente.

As provas do SARESP aplicadas ao 2º ano do Ensino Fundamental são compostas por questões de resposta construída pelo aluno, e ensejam a oportunidade de aferir a aprendizagem básica em leitura e em especial, o desenvolvimento das habilidades de escrita das crianças matriculadas no 2º ano. As provas respondidas pelos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, foram corrigidas por especialistas e os resultados processados adotando a metodologia já bem estabelecida no campo de avaliações em larga escala, e que já é utilizada nos demais anos/série avaliados no SARESP, a Teoria da Resposta ao Item (TRI).

As respostas dos alunos do 2º ano do Ensino Fundamental foram caracterizadas em quatro diferentes níveis de domínio das habilidades investigadas: Insuficiente, Básico, Pleno e Avançado, estabelecidos em 2012 e também adotados para descrever as principais características do desempenho do 2º ano do Ensino Fundamental no SARESP 2013.

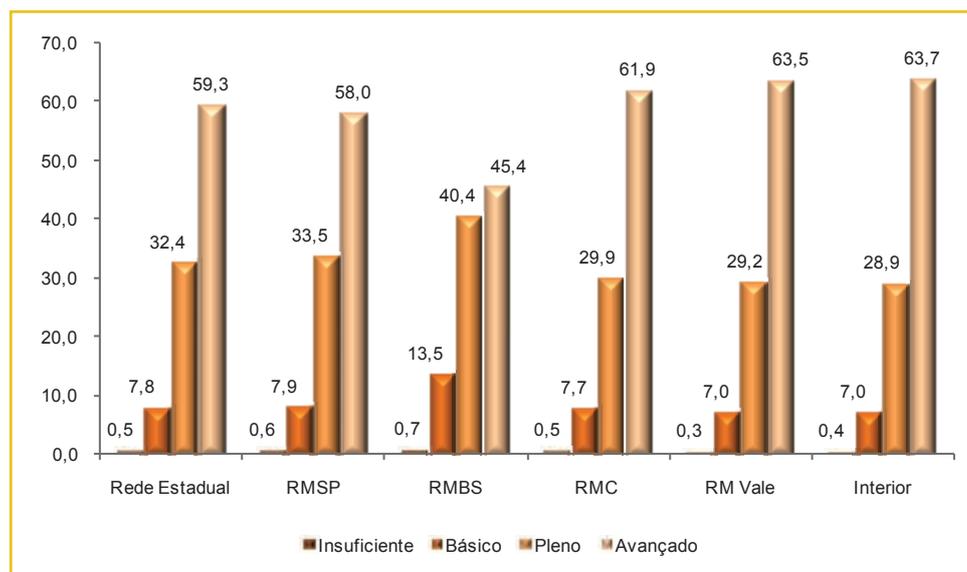
A tabela seguinte descreve o que os alunos demonstraram ser capazes de fazer em cada nível, e indica o percentual de alunos por nível para Matemática, na rede estadual, no interior e nas regiões metropolitanas. A representação gráfica desses resultados está no Gráfico 1.

¹ <http://www.sdmetropolitano.sp.gov.br>

Tabela 2. – Distribuição dos Alunos do 2º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2013

Nível	Descrição	% de Alunos					
		Rede Estadual	RMSP	RMBS	RMC	RM Vale	Interior
Insuficiente	Os alunos classificados neste nível fazem a contagem dos elementos de uma coleção e identificam a regularidade de uma tabela de números, mas não demonstraram ter desenvolvido conhecimentos sobre as regras do sistema de numeração decimal.	0,5	0,6	0,7	0,5	0,3	0,4
Básico	Os alunos classificados neste nível identificam dados apresentados em tabelas e gráficos de colunas simples e identificam formas geométricas em objetos criados pelo homem, mas ainda apresentam dificuldades a respeito de regras do sistema de numeração decimal.	7,8	7,9	13,5	7,7	7,0	7,0
Pleno	Os alunos classificados neste nível comparam escritas numéricas indicando o menor ou o maior em um dado conjunto de números, fazem leitura de informações em um calendário, calculam o resultado de uma adição sem reserva e resolvem problemas envolvendo uma adição cuja ideia é a de compor o total de objetos de duas coleções; identificam a localização de um objeto, indicando compreensão do significado de “vire à direita” ou “vire à esquerda”, e calculam o valor total de uma determinada quantia de cédulas e de moedas.	32,4	33,5	40,4	29,9	29,2	28,9
Avançado	Os alunos classificados neste nível comparam quantidades de elementos de duas coleções e indicam a maior e calculam a diferença numérica entre as duas coleções, escrevem números da ordem de dezenas demonstrando conhecer regras do sistema de numeração decimal, e resolvem situação-problema envolvendo subtração por meio de estratégias pessoais ou de técnicas convencionais.	59,3	58,0	45,4	61,9	63,5	63,7

Gráfico 1. – Distribuição dos Alunos do 2º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2013 (em %)



No SARESP 2013, dos resultados da prova de Matemática, que aferiu o estágio de desenvolvimento dos alunos de 2º ano do Ensino Fundamental quanto ao domínio de conceitos fundamentais sobre sistema de numeração decimal, operações, espaço e forma e tratamento da informação, apurou-se que

- *91,7 % dos alunos comparam escritas numéricas indicando o menor ou o maior em um dado conjunto de números, fazem leitura de informações em um calendário, calculam o resultado de uma adição sem reserva e resolvem problemas envolvendo uma adição cuja ideia é a de compor o total de objetos de duas coleções; compreendem o significado de “vire à direita” ou “vire à esquerda e calculam o valor total de uma certa quantia de cédulas e de moedas;*
- *59,3% dos alunos classificam-se no nível Avançado, demonstrando serem capazes de comparar quantidades de elementos de duas coleções, indicar a maior e calcular a diferença numérica entre as duas coleções, escrever números da ordem de dezenas, demonstrando conhecer regras do sistema de numeração decimal, e resolver situação-problema envolvendo subtração, por meio de estratégias pessoais ou de técnicas convencionais;*
- *o padrão de distribuição dos alunos segundo os níveis de desempenho, por região geográfica revela que em todas as regiões os mais elevados percentuais concentram-se nos níveis Pleno e Avançado;*
- *nas Regiões Metropolitanas de Campinas, do Vale do Paraíba, Litoral Norte e no Interior, o percentual de alunos no nível Avançado é mais alto que a média da rede estadual. Nas escolas das Regiões Metropolitanas da Baixada Santista e do Vale do Paraíba e Litoral Norte, estão os percentuais mais elevados de alunos nos níveis Insuficiente e Básico.*

1.2. – 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

A avaliação de Matemática do 3º ano do Ensino Fundamental, tradicionalmente, vem sendo realizada mediante a preparação de provas de resposta aberta, e a apuração dos resultados é orientada por um roteiro de correção que é fornecido às equipes de professores encarregados da correção das provas.

Desde 2012, a análise dos dados do 3º ano do Ensino Fundamental é fundamentada na metodologia da Teoria da Resposta ao Item (TRI). Nesta metodologia, os pesos associados às categorias de resposta de cada questão provêm dos dados coletados nas provas resolvidas pelos alunos.

Em 2013, o processamento dos dados obtidos em uma prova de equalização², tornou possível situar a proficiência dos alunos de 3º ano do Ensino Fundamental na mesma escala do Saeb, que vem sendo utilizada no SARESP para os demais anos do Ensino Fundamental e para a 3ª série do Ensino Médio. Estruturada com itens de Língua Portuguesa e de Matemática, utilizados de 2010 a 2013 para o 3º ano do Ensino Fundamental, a prova de equalização foi aplicada a uma amostra de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental, em dia subsequente à avaliação do SARESP.

² Relatório Técnico específico sobre a Prova de Equalização 2013 está disponível entre os produtos do SARESP 2013.

A tabela seguinte apresenta a média de proficiência em Matemática do 3º ano do Ensino Fundamental no SARESP 2013.

Tabela 3. – Média de Proficiência do 3º Ano do Ensino Fundamental no SARESP 2013

Rede Estadual	
Matemática	205,4

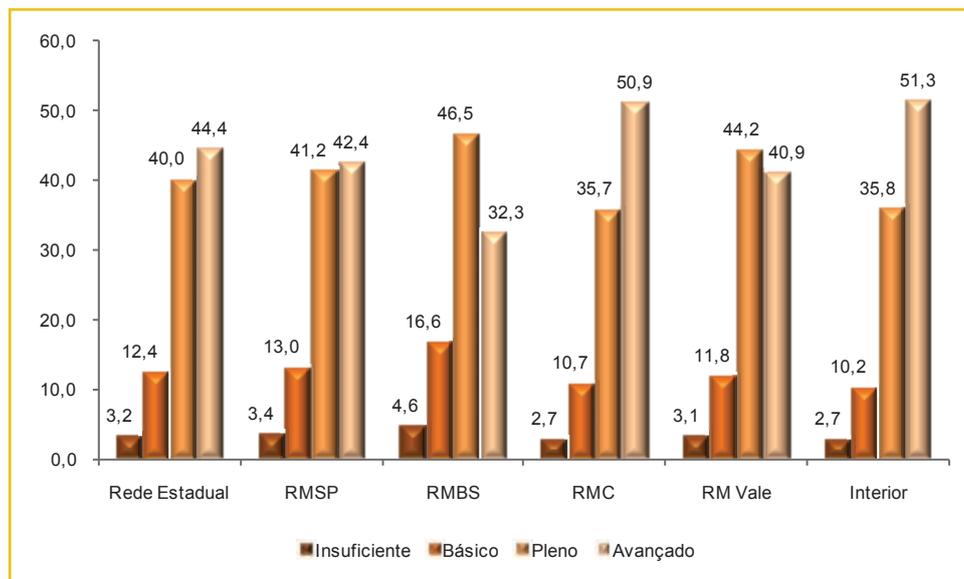
As respostas dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental foram caracterizadas em quatro diferentes níveis de domínio das habilidades investigadas: Insuficiente, Básico, Pleno e Avançado. As habilidades descritas em cada nível são cumulativas, o que significa, por exemplo, que um aluno classificado no nível Pleno, desenvolveu as habilidades compreendidas nos dois níveis anteriores.

A Tabela 4 descreve o que os alunos demonstraram ser capazes de fazer em cada nível, e indica o percentual de alunos por nível para Matemática, na rede estadual, nas regiões metropolitanas e no interior. A representação gráfica desses resultados está no Gráfico 2.

Tabela 4. – Distribuição dos Alunos do 3º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2013

Nível	Descrição	% de Alunos					
		Rede Estadual	RMSP	RMBS	RMC	RM Vale	Interior
Insuficiente	Os alunos classificados neste nível produzem algumas escritas numéricas, identificam informações contidas em um calendário e interpretam alguns gráficos simples de colunas, mas não têm domínio de regras do sistema de numeração decimal.	3,2	3,4	4,6	2,7	3,1	2,7
Básico	Os alunos classificados neste nível identificam dados apresentados em tabelas e produzem escritas numéricas, mas ainda apresentam algumas dificuldades a respeito de regras do sistema de numeração decimal; comparam escritas numéricas ordenando os números do menor para o maior; resolvem problemas que envolvem a adição, como cálculo do valor inicial de uma transformação negativa; decompõem um número da ordem de dezenas em duas parcelas diferentes e identificam a localização de um objeto, indicando compreensão do significado de “vire à direita” ou “vire à esquerda”.	12,4	13,0	16,6	10,7	11,8	10,2
Pleno	Os alunos classificados neste nível demonstram compreender adequadamente as regras do sistema de numeração decimal; identificam a regularidade de uma sequência numérica; resolvem problemas envolvendo uma adição com reserva cuja ideia é a de compor o total de objetos de duas coleções; decompõem um número da ordem de dezenas em duas parcelas iguais; resolvem problemas associados à subtração, envolvendo a ideia de completar uma coleção; calculam o resultado de uma subtração sem recurso envolvendo números de três ordens; selecionam as cédulas adequadas para pagar uma determinada quantia e indicam o valor total das notas e moedas que sobram.	40,0	41,2	46,5	35,7	44,2	35,8
Avançado	Os alunos classificados neste nível resolvem problemas cujos dados estão contidos em gráfico de colunas, e resolvem situação-problema envolvendo uma adição e uma subtração, ou duas subtrações, por meio de estratégias pessoais ou de técnicas convencionais.	44,4	42,4	32,3	50,9	40,9	51,3

Gráfico 2. – Distribuição dos Alunos do 3º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2013 (em %)



No SARESP 2013, dos resultados da prova de Matemática do 3º ano do Ensino Fundamental, apurou-se que:

- 96,8% dos alunos produzem escritas numéricas e compreendem razoavelmente as regras do sistema de numeração decimal; comparam escritas numéricas; resolvem problemas que envolvem a adição e decompõem um número da ordem de dezenas em duas parcelas diferentes e identificam a localização de um objeto, indicando compreensão do significado de “vire à direita” ou “vire à esquerda.”
- 44,4% dos alunos classificam-se no nível Avançado, demonstrando ser capazes de resolver problemas cujos dados estão contidos em gráfico de colunas, e resolvem situações-problema envolvendo uma adição e uma subtração, ou duas subtrações, por meio de estratégias pessoais.
- em relação a 2012, o SARESP 2013 mostra que apenas 3,2 % dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental estão no nível Insuficiente, demonstrando não terem desenvolvido ainda o domínio das regras do sistema de numeração decimal, resultado que evidencia evolução muito positiva em relação ao ano anterior.
- o padrão de distribuição dos alunos segundo os níveis de desempenho, por região geográfica, revela que em todas as regiões os mais elevados percentuais concentram-se nos níveis Pleno e Avançado.
- na Região Metropolitana de Campinas e no Interior, o percentual de alunos no nível Avançado é mais alto que a média da Rede Estadual. Nas escolas da Região Metropolitana da Baixada Santista, estão os percentuais mais elevados de alunos nos níveis Insuficiente e Básico.

1.3. – 5º, 7º E 9º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL E 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

A Tabela 5 e o Gráfico 3 apresentam as médias de proficiência em Matemática por anos/série avaliados, da rede estadual e por região metropolitana.

O Gráfico 4 apresenta a sequência histórica da evolução da média de proficiência das séries avaliadas no SARESP e, no Gráfico 5, tem-se uma visão do distanciamento das médias de proficiência aferidas no SARESP 2013 em relação aos níveis de proficiência Básico e Adequado para os anos/série avaliados.

Tabela 5. – Médias de Proficiência por Anos/Série
Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2013

	Rede Estadual	RMSP	RMBS	RMC	RM Vale	Interior
5º Ano EF	209,6	206,0	193,2	213,3	208,9	221,7
7º Ano EF	214,9	209,9	212,0	220,1	218,4	220,7
9º Ano EF	242,6	236,5	240,1	249,0	245,9	249,8
3º Ano EM	268,7	262,4	265,4	275,5	274,4	275,6

Gráfico 3. – Médias de Proficiência por Anos/Série
Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2013

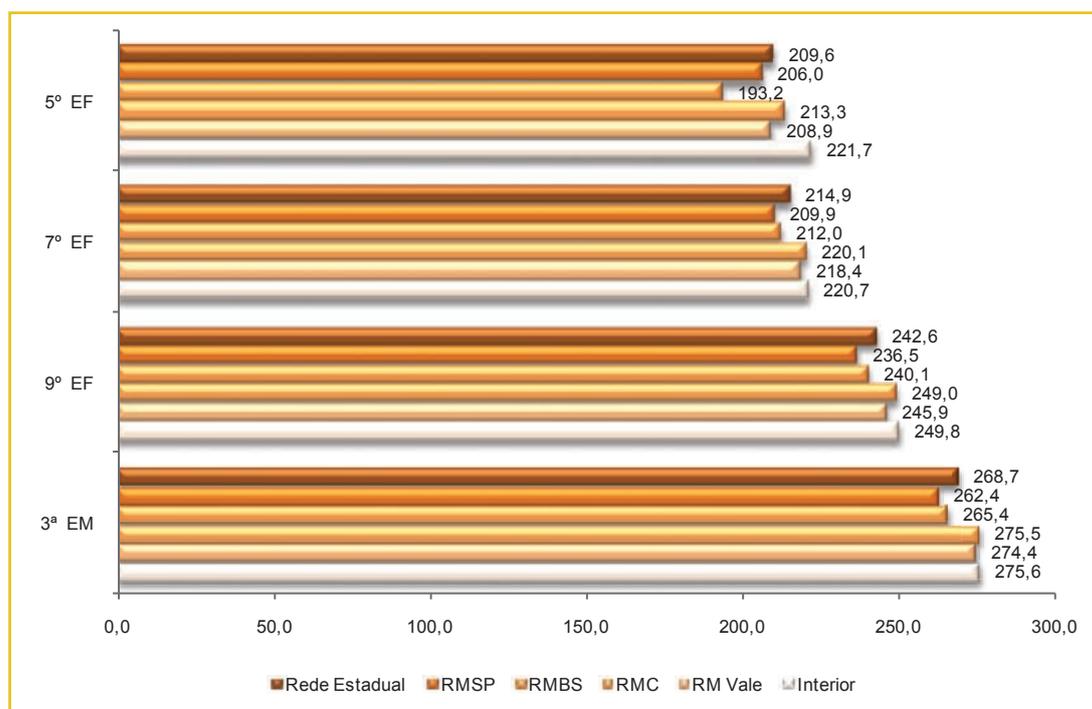


Gráfico 4. – Evolução Temporal das Médias de Proficiência Matemática – Rede Estadual – SARESP 2010 a 2013

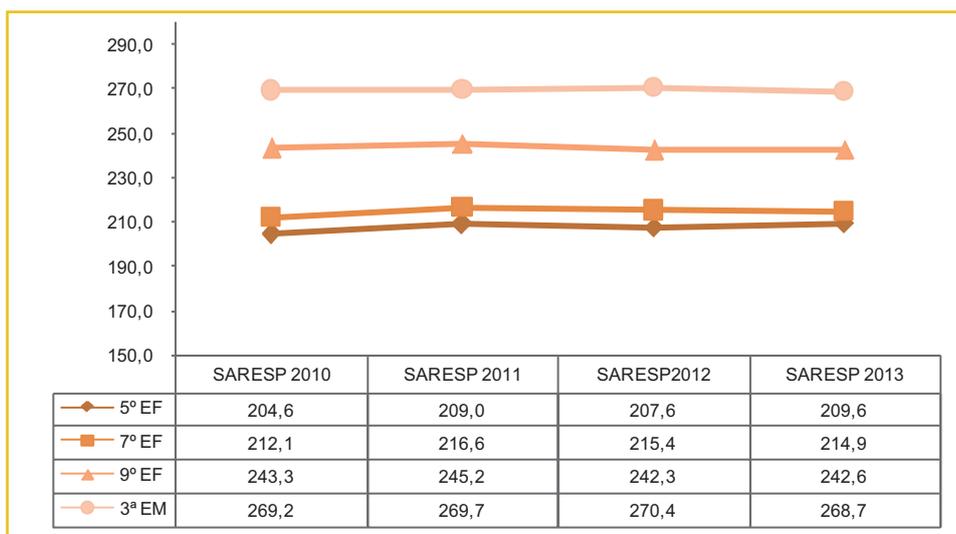
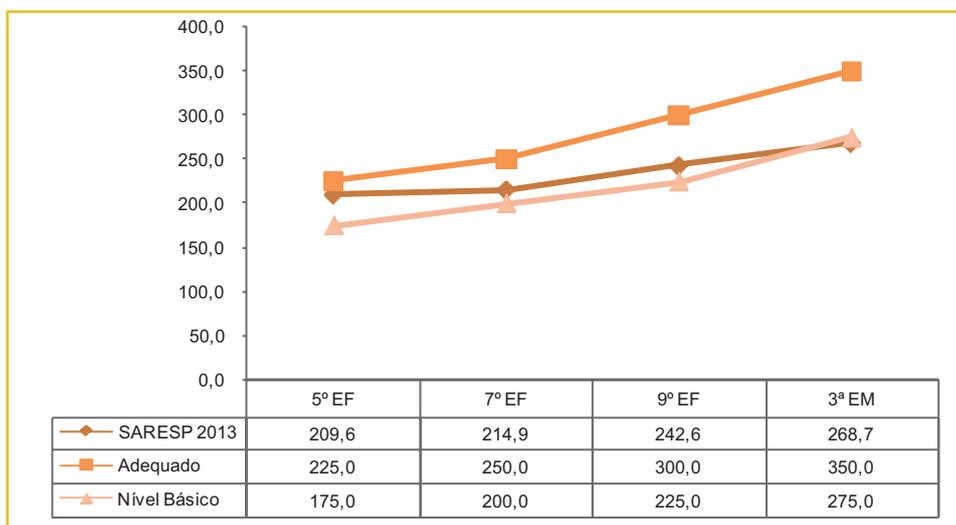


Gráfico 5. – Distanciamento das Médias de Proficiência Aferidas em Relação à Expectativa do Nível de Proficiência Adequado para os Anos/Série Avaliados Matemática – Rede Estadual – SARESP 2013



- As médias de proficiência em Matemática na rede estadual variam entre 193,2 (5º ano do EF - RMBS) e 275,6 (3ª série do EM – Interior), ou seja, uma evolução de 82,4 pontos na escala de nível de proficiência, sendo que a expectativa, nesse intervalo de 7 anos, é de 125 pontos levando em consideração o nível Adequado.
- No SARESP 2013, em Matemática, a exemplo do que ocorreu em 2012, repete-se a tendência verificada para Língua Portuguesa, isto é, as médias de proficiência em todos os anos/série da

RMC, da RM Vale e do Interior são mais altas que as médias da RMSP e da RMBS e superam as médias da rede estadual.

- *Em relação aos resultados SARESP 2012, a média de proficiência para o 5º ano do Ensino Fundamental é mais alta, assim como a do 9º ano. De fato, o perfil da evolução das médias de Matemática do 7º ao 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio configura um quadro de estabilização.*

1.3.1. – NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA

Os pontos da escala do SARESP são agrupados em quatro níveis de desempenho – **Abaixo do Básico**, **Básico**, **Adequado** e **Avançado**. Esses níveis são ainda agrupados em três classificações – **Insuficiente**, **Suficiente** e **Avançado**.

O Gráfico 6 reúne as representações obtidas para cada uma das regiões metropolitanas e para o interior e compara os resultados com aqueles da rede estadual, em Matemática e por anos/série avaliados.

O Gráfico 7 sumariza os resultados da classificação dos alunos por níveis de proficiência agrupados, em Matemática.

Gráfico 6. – Percentuais de Alunos por Nível de Proficiência Matemática – Rede Estadual, Regiões Metropolitanas e Interior – SARESP 2013

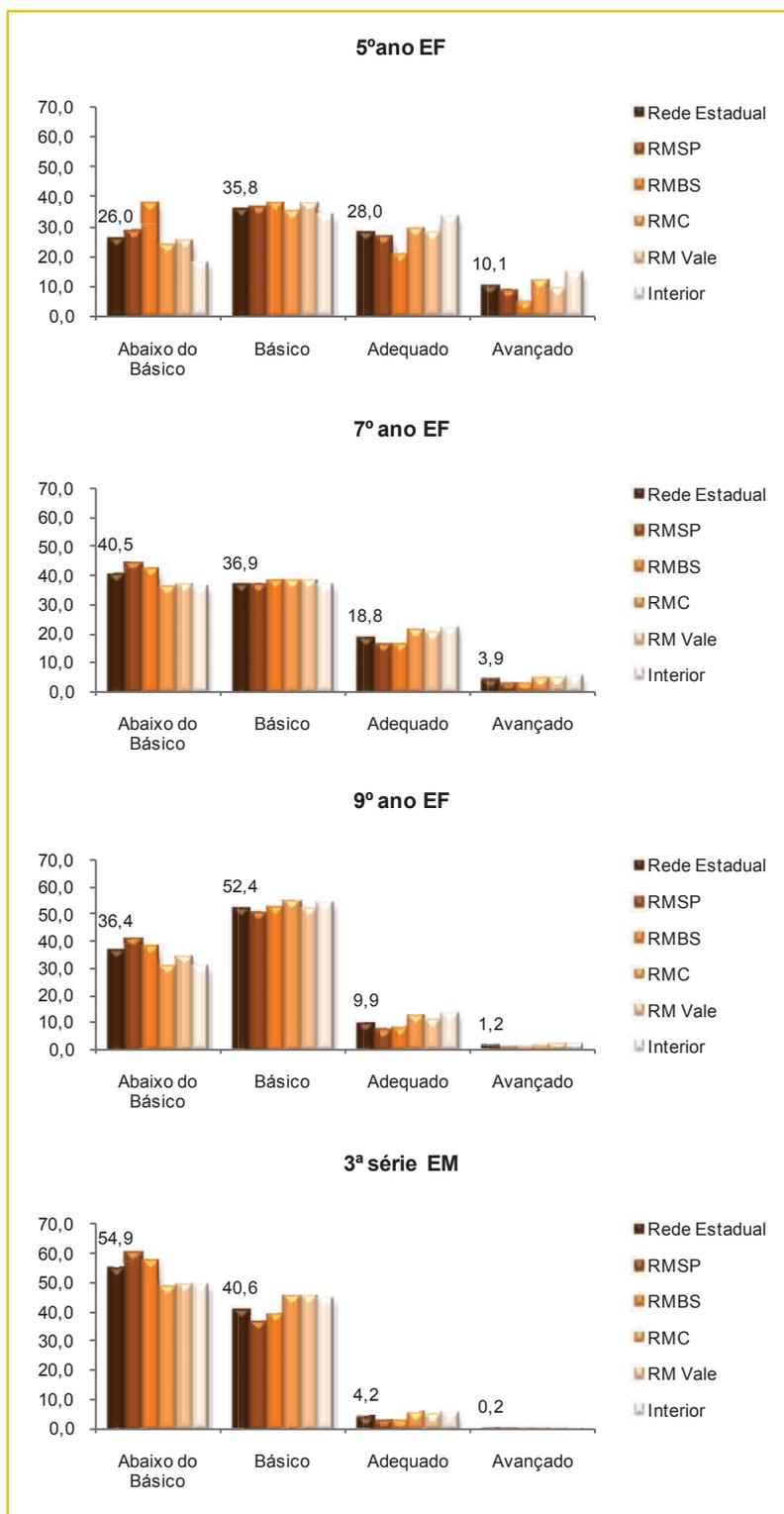
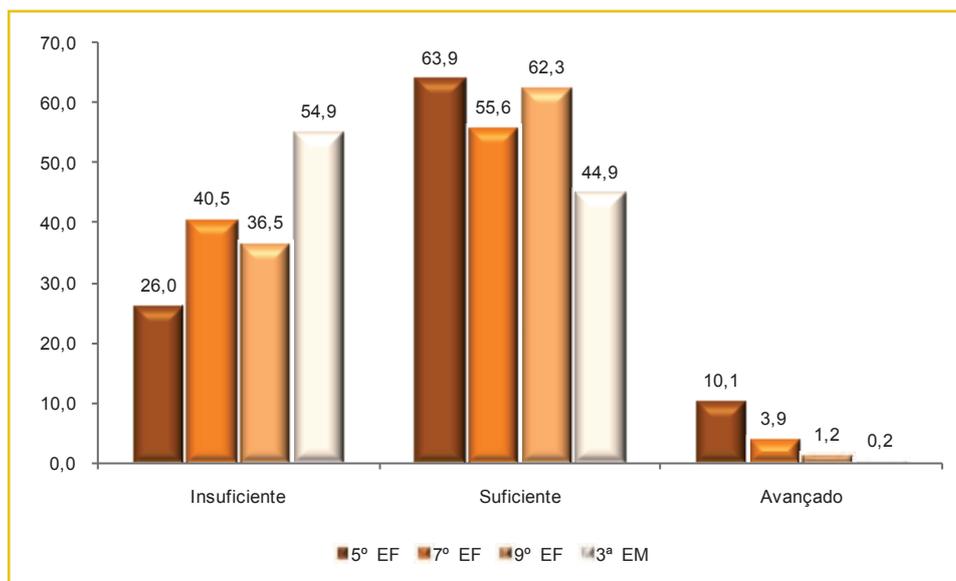


Gráfico 7. – Percentuais de Alunos da Rede Estadual por Nível de Proficiência Agrupado Matemática – SARESP 2013



Tendo como referência o Gráfico 6, observa-se que:

- em Matemática, o padrão de distribuição dos alunos do 5º e 7º anos EF é similar, em todas as regiões selecionadas, concentrando no nível Básico, os percentuais mais elevados;
- em relação a 2012, o percentual de alunos do 5º ano EF classificados no nível Abaixo do Básico é menor, enquanto os percentuais de classificados no Adequado e no Avançado são mais altos, devendo destacar-se ainda que a parcela de alunos do 5º ano EF classificada no nível Adequado está próxima dos 30% e para o 7º ano EF se aproxima dos 20%;
- para o 9º ano do EF, em todas as regiões metropolitanas, verifica-se a concentração de alunos no nível Básico (50 a 55%), bem como um significativo contingente alocado no nível Abaixo do Básico (30 a 40%);
- 54,9% dos alunos da 3ª série do EM estão classificados no nível Abaixo do Básico, resultado semelhante ao registrado em 2012.

Do Gráfico 7, observa-se que:

- a proporção de alunos no nível de desempenho Avançado diminui com o nível de escolaridade, valendo destacar que, no Ensino Fundamental, os percentuais de 2013 são mais altos que os de 2012;
- no SARESP 2013, observou-se que, em Matemática, no mínimo 55% dos alunos do 5º, do 7º e do 9º anos do Ensino Fundamental obtiveram média de proficiência que os classifica no nível Suficiente.

1.3.2. – RESULTADOS COMPATIVOS DO SARESP COM A PROVA BRASIL/SAEB – REDE ESTADUAL

As Tabelas 6 a 8 apresentam os desempenhos dos alunos do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, respectivamente, em Matemática, no SARESP 2009 a 2013 e na Prova Brasil/Saeb, no período de 2009 a 2011 (média nacional das redes estaduais e média da rede estadual de São Paulo), possibilitando comparação das médias de proficiência alcançadas.

Tabela 6. – Médias de Proficiência em Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – Rede Estadual

	2009	2010	2011	2012	2013
Prova Brasil/Saeb	207,1	-	209,8	-	-
Prova Brasil/Saeb – SP	212,9	-	213,1	-	-
SARESP	201,4	204,6	209,0	207,6	209,6

Tabela 7. – Médias de Proficiência em Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – Rede Estadual

	2009	2010	2011	2012	2013
Prova Brasil/Saeb	242,9	-	244,7	-	-
Prova Brasil/Saeb – SP	242,8	-	244,3	-	-
SARESP	251,5	243,3	245,2	242,3	242,6

Tabela 8. – Médias de Proficiência em Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – Rede Estadual

	2009	2010	2011	2012	2013
Prova Brasil/Saeb	265,5	-	264,1	-	-
Prova Brasil/Saeb – SP	270,7	-	273,7	-	-
SARESP	269,4	269,2	269,7	270,4	268,7

Da análise comparativa é possível extrair que

- os resultados em Matemática, no SARESP 2013, para o 5º ano do Ensino Fundamental, guardam estreita proximidade com as médias de proficiência observadas nas duas edições anteriores do SARESP e com a média nacional da Prova Brasil/Saeb 2011;
- no 9º ano do EF, a média de Matemática no SARESP 2012 é muito próxima das médias da Prova Brasil/Saeb 2011, observando-se ainda que, na prova nacional, a diferença entre as médias das escolas estaduais de São Paulo e as do Brasil é muito pequena;
- a média de proficiência em Matemática da 3ª série do Ensino Médio, no SARESP 2013 mantém-se mais alta que a média nacional do Saeb 2011.

1.3.3. – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO SARESP 2010 A 2013

Este tópico apresenta a evolução da distribuição dos alunos nos quatro níveis de desempenho do SARESP – **Abaixo do Básico, Básico, Adequado** e **Avançado** – ao longo das quatro últimas edições do SARESP (de 2010 a 2013), envolvendo os anos/série avaliados (5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio). O SARESP estabelece como padrão de desempenho esperado o nível Adequado.

O Quadro 4 apresenta os pontos da escala distribuídos por anos/série e a qualificação dos níveis em que se agregam os percentuais dos alunos da rede estadual, nos níveis de desempenho nas provas de Matemática, no período de 2010 a 2013.

Quadro 4. – Evolução da Distribuição do Percentual de Alunos por Nível de Desempenho Matemática – SARESP 2010 a 2013

Níveis	Edição	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
		< 175	< 200	< 225	< 275
Abaixo do Básico	2010	29,1%	39,2%	34,9%	57,7%
	2011	26,0%	34,4%	33,8%	58,4%
	2012	27,9%	37,6%	36,6%	55,8%
	2013	26,0%	40,5%	36,4%	54,9%
		175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
Básico	2010	37,0%	44,7%	56,6%	3 8,4%
	2011	36,2%	45,5%	55,9%	37,1%
	2012	35,4%	40,8%	53,2%	39,4%
	2013	35,8%	36,9%	52,4%	40,6%
		225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
Adequado	2010	25,7%	14,7%	7,7%	3,6%
	2011	28,1%	18,4%	9,3%	4,2%
	2012	27,1%	18,9%	9,1%	4,5%
	2013	28,0%	18,8%	9,9%	4,2%
		≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400
Avançado	2010	8,2%	1,4%	0,8%	0,3%
	2011	9,6%	1,7%	1,0%	0,3%
	2012	9,7%	2,7%	1,0%	0,3%
	2013	10,1%	3,9%	1,2%	0,2%

Os resultados da prova de Matemática de 2013 mostram, mais uma vez, pequenas variações nos resultados obtidos, porém agora um pouco mais otimistas se comparadas a 2012, exceto para o 7º ano EF. Destaca-se, também, que:

- *o 5º ano do Ensino Fundamental apresenta o maior percentual de alunos classificados no nível Adequado, padrão esperado pelo SARESP;*
- *nos últimos três anos, no 7º ano do Ensino Fundamental, há um aumento nos grupos que ocupam as pontas (Abaixo do Básico e Avançado);*
- *o 9º Ano do Ensino Fundamental, apresenta melhora em todos os grupos quando comparado o desempenho de 2013 ao do ano anterior, apresentando uma migração para os níveis mais altos de desempenho;*
- *a 3ª série do Ensino Médio mostrou, mais uma vez, queda no percentual de alunos no nível Abaixo do Básico, entretanto, essa queda não evita que seja este o nível que reúne o mais elevado percentual de alunos.*

O professor pode fazer uso dessas informações e, a partir do conhecimento sobre o perfil de suas turmas, buscar melhorias graduais, proporcionando o novo para seus estudantes, porém um novo próximo de sua atual realidade.

PARTE III – ANÁLISE PEDAGÓGICA DOS RESULTADOS

1. – PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SAESP – MATEMÁTICA

1. – PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SARESP – MATEMÁTICA

A avaliação do desempenho dos alunos em Matemática, pelo SARESP, como nas demais disciplinas, está basicamente assentada no tripé:

- Currículo do Estado de São Paulo para a disciplina de Matemática³.
- Matriz de Referência para Avaliação.
- Metodologias estatísticas para planejamento, coleta e análise dos resultados.

O Currículo do Estado de São Paulo referencia-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e nos pressupostos teóricos que estão na base da criação do ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio. Seu objetivo, dentre outros, foi o de propor uma base comum de competências, habilidades e conhecimentos para que as escolas públicas do estado funcionem de fato como rede. Em seus princípios centrais, aparecem as competências (formas de raciocinar e tomar decisões) como eixo em torno do qual guiam-se as aprendizagens e a prioridade dada à competência de leitura e escrita.

Do documento publicado para a Matemática, anotam-se as competências gerais para aprender:

- I. Dominar a norma-padrão da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica.*
- II. Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.*
- III. Selecionar, organizar, relacionar e interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.*
- IV. Relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.*
- V. Recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaborar propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.*

A essas competências básicas a serem desenvolvidas pelos alunos ao longo da escola básica, são associados três pares complementares de competências, que constituem três eixos norteadores da ação educacional e nos quais facilmente se pode reconhecer a contribuição que a Matemática oferece ao seu desenvolvimento. São eles:

³ Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1. ed. atual. – São Paulo : SE, 2011. ISBN 978-85-7849-449-0. Disponível em www.educacao.sp.gov.br.

- **Eixo expressão/compreensão:** a Matemática, sem dúvida, apresenta-se como uma maneira de expressar e compreender a realidade por meio de números, relações, formas, tabelas e gráficos. Eles estão presentes em textos, gráficos e tabelas de índices das mais diversas naturezas da atividade humana.
- **Eixo argumentação/decisão:** o desenvolvimento do pensamento lógico e a análise racional mostram-se como instrumentos muito fortes nesse eixo, sendo que o desenvolvimento desses instrumentos está muito ligado à Matemática, principalmente nas diversas situações-problema que o eixo permite aos alunos trabalharem.
- **Eixo contextualização/abstração:** a Matemática permite simplificar a complexidade de situações do cotidiano por meio da abstração (via modelagem) para buscar compreendê-la e fazer ensaios sobre possíveis mudanças ou solução de problemas.

As habilidades cujo desenvolvimento acaba por construir essas competências podem ser percebidas na Matriz de Referência para Avaliação – MRA – concebida para o SARESP.

1.1. – A MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO

A MRA/SARESP é um recorte do Currículo de Matemática. Ela reúne um conjunto de habilidades as quais se espera terem sido desenvolvidas pelos educandos ao receberem conhecimentos, na escola e, além deles, formas de utilizá-los para resolver problemas.

Na MRA/SARESP, as habilidades propostas para cada ano escolar avaliado são dispostas nos cruzamentos de quatro competências da área de Matemática com as três competências próprias do aluno. Essa disposição das habilidades se dá de modo particular para cada ano escolar, buscando atender as expectativas de aprendizagem para os alunos de cada ano.

Há ainda que se lembrar de que, dadas a natureza da MRA/SARESP, bem como as características da prova, a matriz seleciona, para um dado ano escolar, aquilo que é essencial para se analisar até que ponto o aluno evoluiu no seu processo de formação e quais os limites de sua trajetória escolar.

Esquemáticamente, uma matriz apresenta-se da forma seguinte:

MATEMÁTICA	ALUNO		
	GI Competências para observar – esquemas representativos	GII Competências para realizar – esquemas procedimentais	GIII Competências para compreender – raciocínio hipotético- dedutivo.
<i>Desenvolver o raciocínio quantitativo e o pensamento funcional, isto é, o pensamento em termos de relações e a variedade de suas representações, incluindo as simbólicas, as algébricas, as gráficas, as tabulares e as geométricas. Aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas.</i> (Números, operações, funções)	Habilidades	Habilidades	Habilidades
<i>Compreender as propriedades dos objetos e a sua posição relativa e desenvolver o raciocínio espacial por meio de construções e de formas.</i> (Espaço e Forma)	Habilidades	Habilidades	Habilidades
<i>Construir e ampliar noções de variação de grandeza para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano. Compreender e fazer uso das medidas, ou sistemas convencionais, para o cálculo de perímetros, áreas, volumes e relações entre as diferentes unidades de medida.</i> (Grandezas e medidas)	Habilidades	Habilidades	Habilidades
<i>Ler, construir e interpretar informações de variáveis expressas em gráficos e tabelas. Fazer uso das ferramentas estatísticas para descrever e analisar dados, realizar inferências e fazer previsões. Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar os conceitos e algoritmos adequados para medidas e cálculos de probabilidade.</i> (Tratamento da informação)	Habilidades	Habilidades	Habilidades

Para melhorar o entendimento da concepção da prova e dos resultados obtidos na avaliação de Matemática pelo SARESP, é importante compreender o significado das competências do aluno, reunidas na tabela em grupos: GI, GII e GIII.

Entende-se por **competências cognitivas as modalidades estruturais da inteligência**, ou melhor, o conjunto de ações e operações mentais que o sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos, situações, fenômenos e pessoas que deseja conhecer.

Elas expressam o melhor que um aluno pode fazer em uma situação de prova ou avaliação, no contexto em que isso se deu. As competências cognitivas admitem níveis de desenvolvimento. Cada nível expressa um modo particular (relativo ao processo de desenvolvimento) e o nível seguinte incorpora o anterior, isto é, conserva seus conteúdos, mas os transforma em uma forma mais complexa de realização, compreensão ou observação.

Grupo I: Competências para observar esquemas presentativos ou representativos, que permitem ao aluno interpretar e identificar registros que serão úteis para a resolução de uma dada situação-problema. Essas competências são expressas pelas seguintes habilidades:

- **observar** para levantar dados, descobrir informações nos objetos, acontecimentos, situações etc., e suas representações;
- **identificar, reconhecer, indicar, apontar**, dentre diversos objetos, aquele que corresponde a um conceito ou a uma descrição;
- **identificar** uma descrição que corresponde a um conceito ou às características típicas de objetos, da fala, de diferentes tipos de texto;
- **localizar** um objeto, descrevendo sua posição ou interpretando a descrição de sua localização, ou localizar uma informação em um texto;
- **descrever** objetos, situações, fenômenos, acontecimentos etc., e interpretar as descrições correspondentes;
- **discriminar**, estabelecer diferenciações entre objetos, situações e fenômenos com diferentes níveis de semelhança;
- **constatar** alguma relação entre aspectos observáveis do objeto, semelhanças e diferenças, constâncias em situações, fenômenos, palavras, tipos de texto etc.;
- **representar** graficamente (por gestos, palavras, objetos, desenhos, gráficos etc.) os objetos, situações, sequências, fenômenos, acontecimentos etc.;
- **representar** quantidades por meio de estratégias pessoais, de números e de palavras.

Grupo II: Competências para realizar (esquemas procedimentais, modos de estabelecer relações). Referem-se, portanto, a transformações e são expressas pelas habilidades:

- **classificar**: organizar (separando) objetos, fatos, fenômenos, acontecimentos e suas representações, de acordo com um critério único, incluindo subclasses em classes de maior extensão;
- **seriar**: organizar objetos de acordo com suas diferenças, incluindo as relações de transitividade;
- **ordenar** objetos, fatos, acontecimentos, representações, de acordo com um critério;
- **conservar** algumas propriedades de objetos, figuras, etc., quando o todo se modifica;

- **compor e decompor** figuras, objetos, palavras, fenômenos ou acontecimentos em seus fatores, elementos ou fases, etc.;
- **fazer antecipações** sobre o resultado de experiências, sobre a continuidade de acontecimentos e sobre o produto de experiências;
- **calcular por estimativa** a grandeza ou a quantidade de objetos, o resultado de operações aritméticas, etc.;
- **medir**, utilizando procedimentos pessoais ou convencionais;
- **interpretar**: explicar o sentido que têm para nós acontecimentos, resultados de experiências, dados, gráficos, tabelas, figuras, desenhos, mapas, textos, descrições, poemas, etc., e apreender este sentido para utilizá-lo na solução de problemas.

Grupo III: Competências para compreender. São operações mentais mais complexas, que envolvem pensamento proposicional ou combinatório, graças ao qual o raciocínio pode ser agora hipotético dedutivo. As habilidades associadas a este nível de competências são:

- **analisar** objetos, fatos, acontecimentos, situações, com base em princípios, padrões e valores;
- **aplicar** relações já estabelecidas anteriormente ou conhecimentos já construídos a contextos e situações diferentes; aplicar fatos e princípios a novas situações, para tomar decisões, solucionar problemas, fazer prognósticos etc.;
- **avaliar**, isto é, emitir julgamentos de valor referentes a acontecimentos, decisões, situações, grandezas, objetos, textos etc.;
- **crítico, analisar e julgar**, com base em padrões e valores, opiniões, textos, situações, resultados de experiências, soluções para situações-problema, diferentes posições assumidas diante de uma situação etc.;
- **explicar causas e efeitos** de uma determinada sequência de acontecimentos;
- **apresentar conclusões** a respeito de ideias, textos, acontecimentos, situações etc.;
- **levantar suposições** sobre as causas e efeitos de fenômenos, acontecimentos etc.;
- **fazer prognósticos** com base em dados já obtidos sobre transformações em objetos, situações, acontecimentos, fenômenos etc.;
- **fazer generalizações** (indutivas) a partir de leis ou de relações descobertas ou estabelecidas em situações diferentes, isto é, estender de alguns para todos os casos semelhantes;
- **fazer generalizações** (construtivas) fundamentadas ou referentes às operações do sujeito, com produção de novas formas e de novos conteúdos;
- **justificar acontecimentos**, resultados de experiências, opiniões, interpretações, decisões etc.

O quadro a seguir sintetiza a distribuição de habilidades, segundo os temas aos quais estão associadas, na composição das Matrizes de Referência da Avaliação.

Quadro 5. – Síntese das Matrizes de Referência para Avaliação e Habilidades Matemática – SARESP 2013

TEMAS	Nº de Habilidades			
	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
Números, Operações e Funções	16	15	20	17
Espaço e Forma	4	6	10	10
Grandezas e Medidas	8	11	11	5
Tratamento da Informação	2	6	4	6
Total	30	38	45	38

Esse quadro pode oferecer informações adicionais. Por exemplo, quando se analisa a distribuição das habilidades associadas aos temas em função das competências do aluno. O quadro a seguir mostra como fica a distribuição, para o 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e para a 3ª série do Ensino Médio.

Quadro 6. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números e Operações	8	3	5
CA-2: Espaço e Forma	4	0	0
CA-3: Grandezas e Medidas	2	3	3
CA-4: Tratamento da Informação	0	0	2
Total	14	6	10

A distribuição das habilidades permite observar algumas tendências em relação à matriz correspondente ao 5º ano EF.

Em Números e Operações, a principal competência do aluno é a de identificar diferentes representações numéricas (correspondência entre frações e decimais, decomposição na forma polinomial, localização de números na reta numérica) e observar sequências numéricas. Também há certa preocupação com a habilidade de resolver problemas (enquadrada em G-III) envolvendo as diversas situações relacionadas com as operações fundamentais, sistema monetário, números decimais e porcentagem.

O segundo tema, Espaço e Forma, investiga a capacidade do aluno de observar e descrever localizações de pessoas ou objetos, além de identificar formas geométricas e ampliações/reduções de figuras planas.

O tema Grandezas e Medidas abrange as três competências do aluno, ou seja, busca-se verificar as habilidades de identificar as unidades de medidas usuais, estimando a medida de grandezas com unidades de medida convencionais ou não, assim como resolver problemas de cálculo de perímetro e área, utilizando as unidades de medida padronizadas. Por fim, o último tema concentra-se em ler, compreender e interpretar informações em tabelas ou gráficos de colunas.

É importante destacar que no 5º ano EF o foco reside em conhecer o novo, não exigindo grandes técnicas operacionais, nem utilizá-las na resolução de problemas; o que se espera é que o aluno consiga fazer algumas associações com aquilo que aprendeu até o momento.

**Quadro 7. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental**

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números, Operações e Funções	4	7	4
CA-2: Espaço e Forma	3	3	0
CA-3: Grandezas e Medidas	1	7	3
CA-4: Tratamento da Informação	1	5	0
Total	9	22	7

No 7º ano EF, a distribuição das habilidades no primeiro tema aponta para uma maior preocupação com a competência dos alunos para efetuar cálculos com frações decimais e números inteiros, além de cálculos com potenciação, ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos e resolver equações do 1º grau.

O tema Espaço e Forma está igualmente distribuído entre os dois primeiros grupos de competência do aluno, sendo que o primeiro consiste em identificar formas planas e espaciais em situações do cotidiano, identificar um sólido a partir de sua planificação e figuras geométricas simétricas (axial e rotação), e o segundo busca classificar formas planas e espaciais, com enfoque em poliedros, e determinar área e perímetro de figuras a partir da composição e decomposição de figuras.

Em Grandezas e Medidas, são privilegiadas as competências para realizar, e isso inclui realizar medidas usando unidades não convencionais, aplicar as principais características do sistema métrico decimal, além de reconhecer o conceito de razão em diversos contextos, reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros e identificar ângulos retos e reconhecer o número π como uma razão constante na geometria.

O tema Tratamento da Informação continua a priorizar as competências para identificar e interpretar informações contidas em tabelas e gráficos, resolver problemas que envolvam o princípio de contagem e a probabilidade de eventos simples.

No 7º ano EF, a característica de priorizar a parte mais técnica e operacional dos temas matemáticos é fortalecida, como esperado. Porém, é preciso destacar o cuidado que a matriz reserva à compreensão do que está sendo feito, ao apresentar um número significativo de habilidades associadas ao terceiro grupo de competências do aluno.

O primeiro tema do 9º ano EF, Números, Operações e Funções, abrange os três grupos de competência do aluno, ou seja, busca-se verificar se o aluno é capaz de reconhecer as diferentes representações de um número racional, efetuar cálculos com tais números e resolver problemas que os envolva, assim como identificar expressões algébricas, expressar relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra, por meio de equações de grau 2, resolver sistemas lineares e problemas que envolvam equações do 2º grau, entre outros.

**Quadro 8. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental**

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números, Operações e Funções	8	6	6
CA-2: Espaço e Forma	3	5	2
CA-3: Grandezas e Medidas	4	7	0
CA-4: Tratamento da Informação	0	1	3
Total	15	19	11

O tema Espaço e Forma procura focar habilidades que verifiquem a capacidade do estudante em reconhecer e identificar semelhanças entre figuras geométricas, privilegiando, assim, o segundo grupo de competências do aluno. O tema Grandezas e Medidas mantém a proposta do 7º ano EF e permanece focado na competência dos alunos para realizar aplicações do Teorema de Tales e resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras, além de outros problemas de diferentes contextos, que envolvam as razões trigonométricas dos ângulos agudos, cálculo de perímetro e área de figuras planas e noções de volume em figuras tridimensionais, fazendo uso de diferentes unidades de medida.

O tema Tratamento da Informação tem como característica privilegiar as competências do compreender, na busca de solução de problemas com informações transmitidas via tabelas ou gráficos, problemas de contagem ou probabilidade básica.

No 9º ano EF, o aluno foi apresentado a uma quantidade significativa de novos assuntos em relação ao 7º ano, por isso a priorização dos dois primeiros grupos de competências do aluno.

**Quadro 9. – Distribuição de Habilidades por Competências de Área e Competências do Aluno
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio**

TEMAS	G-I	G-II	G-III
CA-1: Números, Operações e Funções	6	2	9
CA-2: Espaço e Forma	6	2	2
CA-3: Grandezas e Medidas	0	0	5
CA-4: Tratamento da Informação	0	0	6
Total	12	4	22

No último ano escolar, o Tema Números, Operações e Funções tem a maior parte de suas habilidades concentradas no G-III, que exige do aluno a competência para compreender a resolução de problemas envolvendo equações do 1º e 2º grau e, sistemas lineares, para aplicar as relações entre coeficientes e as raízes de uma equação, a fim de resolver problemas envolvendo progressões, expressando padrões e regularidades em sequências, além de aplicar o significado de logaritmos.

O tema seguinte, Espaço e Forma, concentra a maior parte das habilidades nas competências para observar o estreito elo entre a geometria e a álgebra, como, por exemplo, reconhecer a equação da reta e o significado

de seus coeficientes, representar graficamente as inequações lineares por regiões do plano, além do uso de sistemas de coordenadas para representar pontos ou figuras, e identificar figuras semelhantes, conhecer e perceber a relação de Euler nos poliedros.

As competências para compreender estão presentes em Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, na MRA da 3ª série do Ensino Médio. Assim, espera-se que o aluno seja capaz de compreender a resolução de problemas que envolvam as relações métricas fundamentais de triângulos e diversos sólidos, identificar propriedades características da esfera terrestre (fuso, latitude e longitude) e de resolver problemas envolvendo probabilidades simples, raciocínio combinatório aditivo e/ou multiplicativo, além de interpretar medidas e índices estatísticos.

É interessante notar que na 3ª série do EM há pouca preocupação com as competências para realizar, o que mostra que o foco não deve ser aquele operacional e técnico, no qual o aluno se transforma em um fazedor de contas, sem entender o processo e os contextos em que aquelas contas estão inseridas.

1.2. – ANÁLISE DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO

O SARESP utiliza provas com questões de múltipla escolha que podem ser aplicadas a um universo de milhares de alunos e cuja qualidade vem sendo gradativamente melhorada mediante a aplicação de um conjunto de procedimentos técnicos, que incluem desde a análise de desempenhos na prova do ano anterior até, e sobretudo, a aplicação de metodologia estatística na seleção de itens para compor a prova e na análise de resultados, com vistas à apuração de médias de proficiência ancoradas na escala adotada pelo SARESP desde 2009, bem como à análise e interpretação pedagógica dos resultados.

As publicações do Relatório Pedagógico de Matemática – SARESP 2011 e SARESP 2012 apresentam textos explicativos que abordam as metodologias estatísticas que vêm sendo adotadas no planejamento, coleta e análise dos resultados da avaliação^{4,5}. Nesses textos, o leitor pode encontrar explicação sobre os critérios de seleção de itens para compor a prova sobre, as formas de análise possíveis tanto pela aplicação da Teoria Clássica de Testes – TCT quanto da Teoria da Resposta ao Item – TRI, e também de como a interpretação dos resultados da prova permite atualizar a escala de desempenho do SARESP.

4 Fini, M. E. Texto escrito originalmente e publicado no Relatório Pedagógico de Matemática, SARESP 2011. pág.47-52.

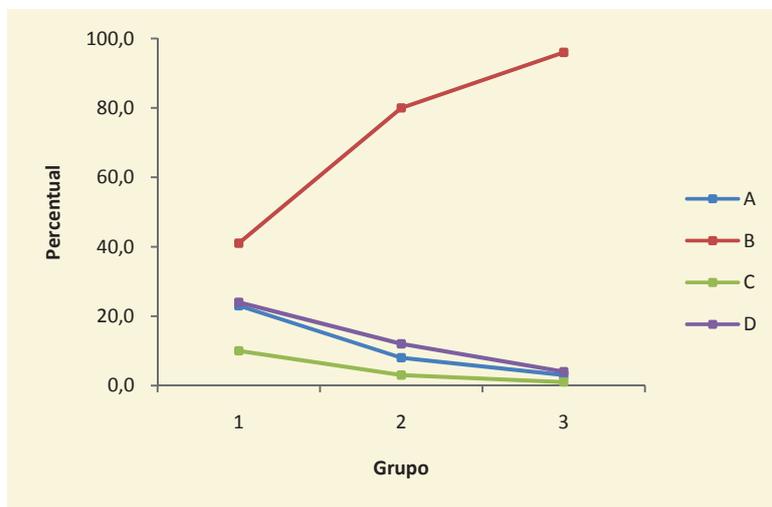
5 Bortollucci, R. Texto escrito originalmente e publicado no Relatório Pedagógico de Matemática, SARESP 2012. pág. 55-57.

1.3. – SOBRE A ANÁLISE DE ITENS

A leitura do presente relatório e, mais especificamente, das análises dos itens apresentados deve levar em conta duas informações gerais e essenciais:

- as habilidades possibilitam inferir o nível em que os alunos dominam as competências cognitivas avaliadas relativamente aos conteúdos das disciplinas e em cada série ou ano escolares. Os conteúdos e as competências (formas de raciocinar e tomar decisões) correspondem, assim, às diferentes habilidades a serem consideradas nas respostas às diferentes questões ou tarefas das provas⁶;
- para cada item analisado, são apresentados dados estatísticos que possibilitam compreender melhor o desempenho dos alunos nas habilidades avaliadas. Para fins instrucionais, será apresentado a seguir um modelo dos gráficos que acompanham cada item analisado, e a forma como cada uma das informações constantes deve ser interpretada.

O gráfico seguinte acompanha cada um dos exemplos apresentados na análise pedagógica. Ele permite ao professor observar a variação do percentual que cada alternativa de resposta recebeu em três grupos distintos de alunos, Grupo 1, Grupo 2 e Grupo 3.

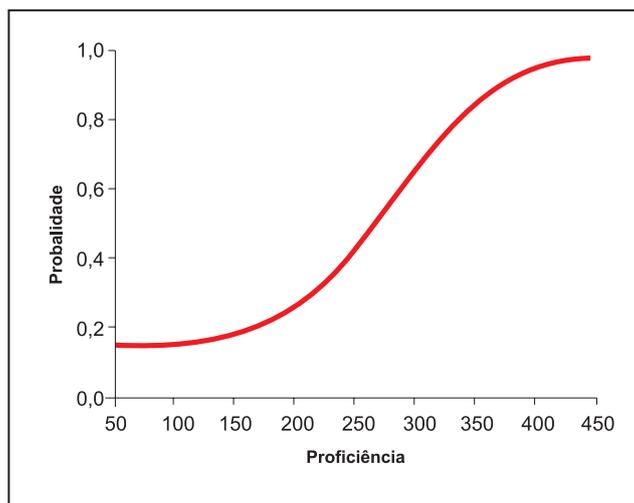


No eixo horizontal, estão os três grupos de alunos e, no eixo vertical, está o percentual de alunos que assinalou determinada alternativa. Note-se, por exemplo, a variação da alternativa **B**, que é a resposta correta e que está identificada pela linha vermelha. No Grupo 1, cerca de 40% assinalaram essa alternativa; no Grupo 2, quase 80% marcaram corretamente e, no terceiro grupo, cerca de 95%. Além de analisar o acerto, é possível ver outros indicativos, como: no Grupo 1, a alternativa **B** foi a mais assinalada e a alternativa **C** possui o menor percentual em todos os grupos. Investigar o motivo desses resultados pode auxiliar o professor a conhecer melhor seus alunos.

⁶ São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. *Matrizes de referência para a avaliação Saresp*: documento básico. Coordenação geral, Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009. p. 13

Os Grupos 1, 2 e 3 são determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). Os intervalos de acertos que caracterizam cada grupo não são os mesmos em todos os anos, pois dependem do desempenho de todos os alunos para serem obtidos.

O Relatório Pedagógico de Matemática - SARESP 2013 traz, uma vez mais, o gráfico da Curva Característica do Item (CCI) a fim de tornar a análise estatística, segundo a TRI, mais próxima do leitor.



Além destes dois gráficos, os itens que serão apresentados como exemplos dos níveis de proficiência estarão acompanhados por uma tabela que apresenta suas propriedades estatísticas:

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	0,49	0,63	12,3	17,9	18,4	51,4	1,001	-0,662	0,109

O nível de dificuldade é obtido a partir da porcentagem de respondentes que erraram o item, o que resulta em um índice que varia de 0,00 a 1,00. Um índice alto revela uma questão muito difícil, e um índice baixo uma questão muito fácil, como indicado a seguir.

Já o nível de discriminação é obtido a partir da diferença de desempenho (percentual de acerto) no item entre o grupo 3 e o grupo 1. Quanto maior o índice, maior o nível de discriminação: o item é respondido acertadamente por uma maior proporção de alunos que se situam no grupo de alto desempenho.

PERCENTUAL DE ACERTO	ÍNDICE DE DIFICULDADE	CLASSIFICAÇÃO	ÍNDICE DE DISCRIMINAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
0 a 15%	1,00 – 0,85	muito difícil (MD)	> 0,80	excelente
16 a 35%	0,84 – 0,65	difícil (D)	0,79 – 0,60	ótima
36 a 65%	0,64 – 0,35	média (M)	0,59 – 0,40	muito boa
66 a 85%	0,34 – 0,15	fácil (F)	0,39 – 0,20	boa
86 a 100%	0,14 – 0,00	muito fácil (MF)	0,19 – 0,10	fraca
			< 0,10	muito fraca

Neste presente relatório, são relacionados itens selecionados segundo o nível de proficiência a que se referem para cada uma das séries avaliadas. Por exemplo, um item caracterizado como âncora no nível de proficiência Adequado é um item que descreve e avalia adequadamente a habilidade que está sendo proposta para esse nível de proficiência, no nível de ensino considerado (5º ano EF, 7º ano EF, 9º ano EF ou 3ª série EM). Os alunos que responderam acertadamente ao item dominam a habilidade relacionada e dominam habilidades relacionadas a itens caracterizados como âncora no nível de proficiência abaixo do Adequado. É importante frisar que, além da propriedade de descrever com legitimidade um determinado ponto da escala de proficiência, os itens âncora selecionados para compor este relatório foram escolhidos tendo como princípio básico a oferta de exemplos que possam efetivamente contribuir para o trabalho pedagógico do professor.

2. – PERFIL DAS PROVAS DE MATEMÁTICA NO SARESP 2013

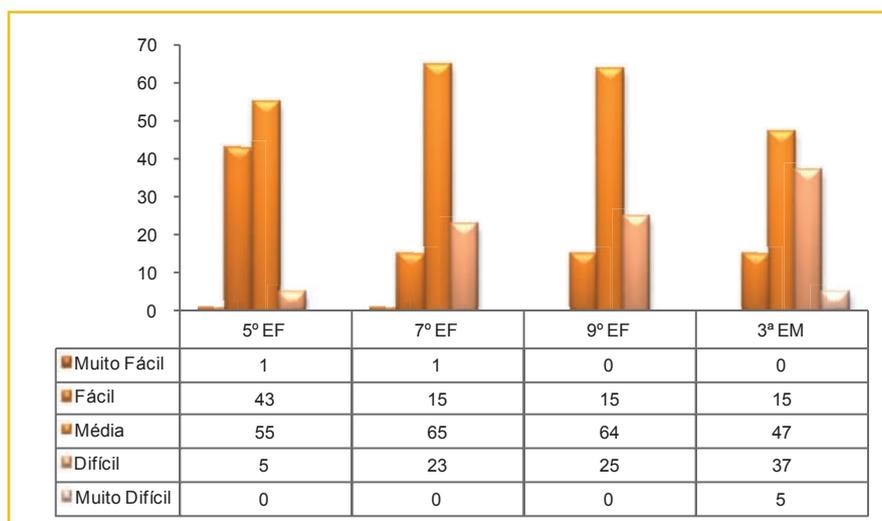
2. – PERFIL DAS PROVAS DE MATEMÁTICA NO SARESP 2013

A prova de Matemática do SARESP 2013 levou em conta a necessidade de se distribuírem os itens a serem propostos de modo a permearem todas as habilidades propostas na matriz que sustenta a avaliação, tendo o cuidado de alinhar aquela distribuição com a repartição proporcional dos grupos de habilidades cognitivas, assim como uma quantidade adequada de níveis de dificuldades difícil, médio e fácil. Neste ano, em particular, precisa ser ressaltado o fato de que a composição das provas considerou os resultados da edição anterior, implicando em uma abordagem mais elementar das habilidades com baixo aproveitamento dos estudantes, de modo a buscar as causas primeiras das dificuldades encontradas. De outra parte, algumas habilidades, para as quais foi registrado bom rendimento, foram abordadas novamente, em itens mais complexos, a fim de se buscar detectar os avanços obtidos.

Portanto, além do equilíbrio em relação à matriz de avaliação e do nível de dificuldade, considerações frente à proficiência dos anos escolares foram um novo fator na composição das provas, e isto implica em algumas alterações significativas na análise dos resultados apresentados nas seções seguintes.

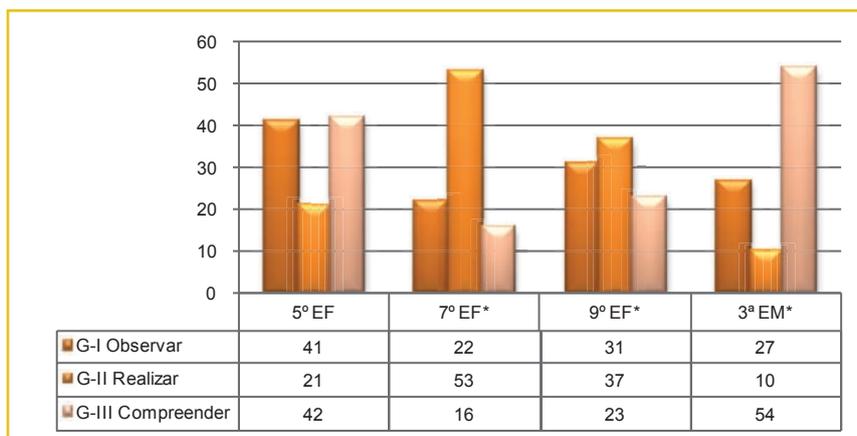
Os dados a seguir mostram o quadro geral das provas de Matemática do SARESP 2013, registrando o grau de dificuldade aferido na prova de 2013. Esses dados serão detalhados na seção seguinte, para cada ano/série avaliados.

Gráfico 8. – Distribuição dos itens de Matemática segundo Nível de Dificuldade das Provas SARESP 2013



MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

Gráfico 9. – Distribuição dos Itens de Matemática segundo Habilidades Cognitivas dos Alunos Provas SARESP 2013



* Não totalizam 104 itens. Os itens de ligação do tipo ano escolar/ano escolar anterior não são computados.

3. – ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ALUNOS EM MATEMÁTICA POR ANO / SÉRIE E NÍVEL DE PROFICIÊNCIA

--

--

--

--

3.1. – A MATEMÁTICA NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

5º Ano
Ensino Fundamental

7º Ano
Ensino Fundamental

9º Ano
Ensino Fundamental

3ª Série
Ensino Médio



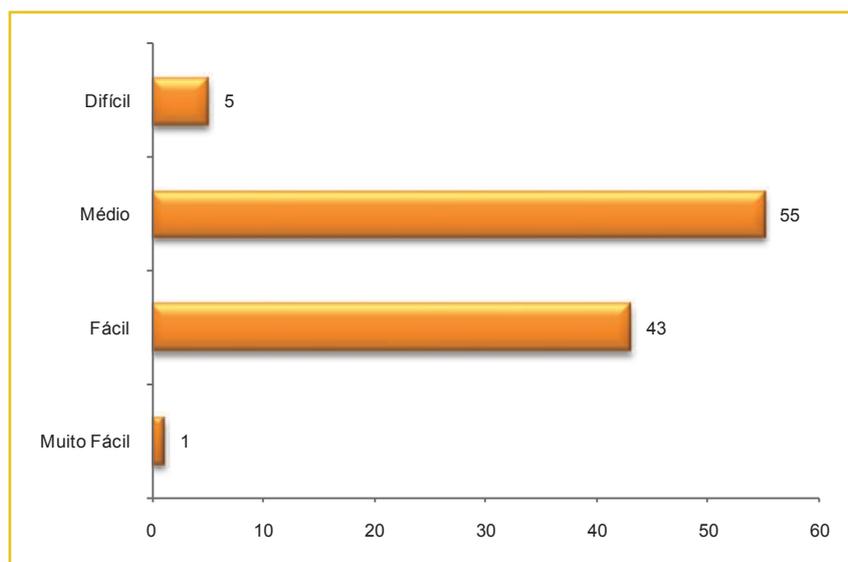
3.1. – A MATEMÁTICA NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, organizadas em um total de 104 itens, contemplando as 30 habilidades da Matriz de Referência de Matemática, para esta etapa de escolaridade considerando os diferentes graus de dificuldade como mostram as tabelas e os gráficos apresentados a seguir.

Tabela 9. – Distribuição dos Itens segundo Habilidades e Competências de Área Prova de Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

TEMAS	Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliados no SARESP 2013
CA-1 Números e Operações	16	69
CA-2 Espaço e Forma	4	8
CA-3 Grandezas e Medidas	8	22
CA-4 Tratamento da Informação	2	5
Total	30	104

Gráfico 10. – Distribuição das Questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



A prova do SARESP 2013 alinha-se com as expectativas da Matriz de Referência, sendo a maioria das questões de nível médio. Na sequência, é apresentada a distribuição dos itens da prova em relação às competências do aluno e de área, e feita a comparação com o que está presente na matriz da avaliação SARESP.

Gráfico 11. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências Cognitivas do Aluno – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

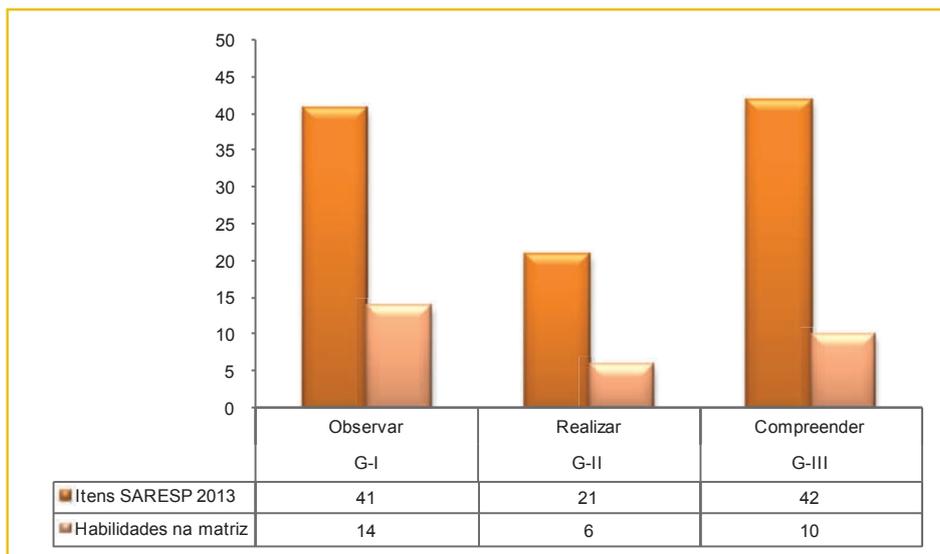
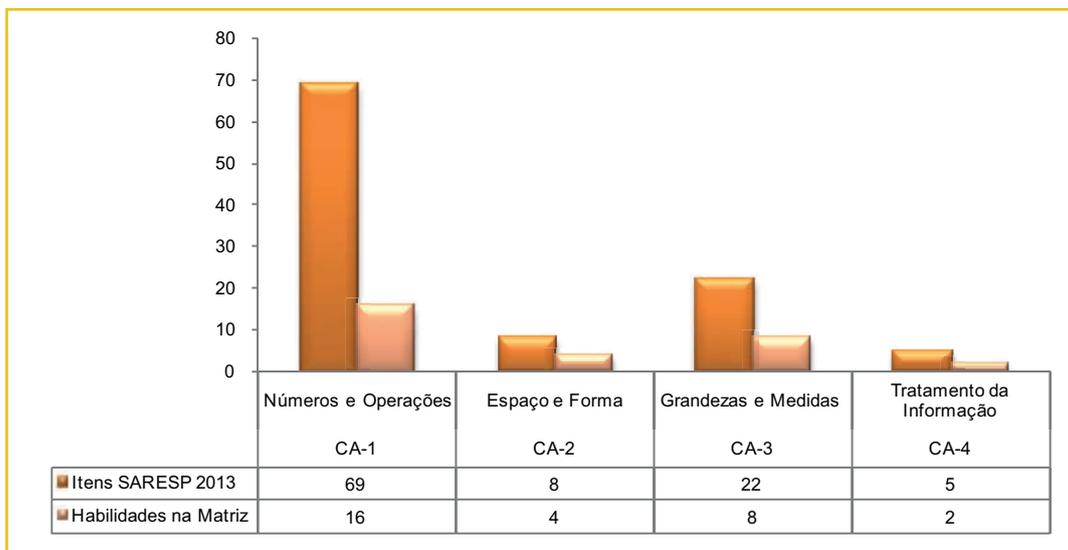


Gráfico 12. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

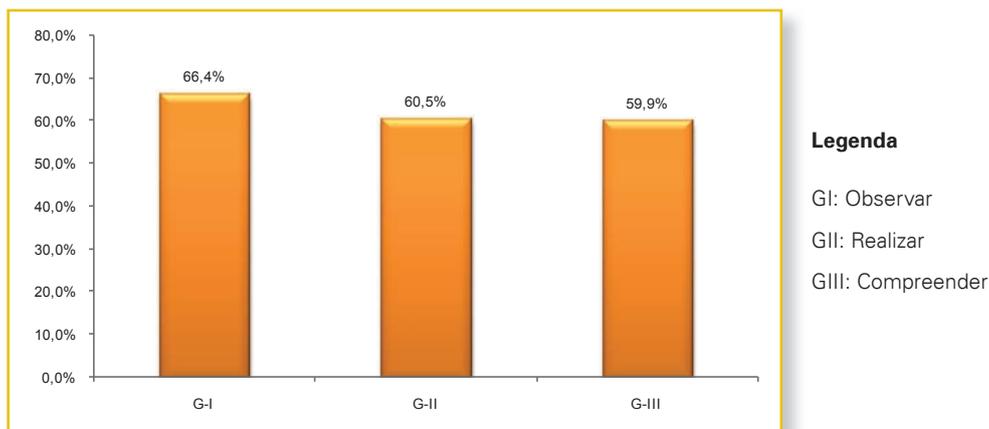


Essas distribuições refletem a intenção da avaliação, ou seja, demonstraram quais as competências do aluno e quais as áreas da matemática concentram a maioria das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do ano em questão⁷.

⁷ http://saresp.fde.sp.gov.br/2010/pdf/Saresp2010_MatrizRefAvaliacao_DocBasico_Completo.pdf

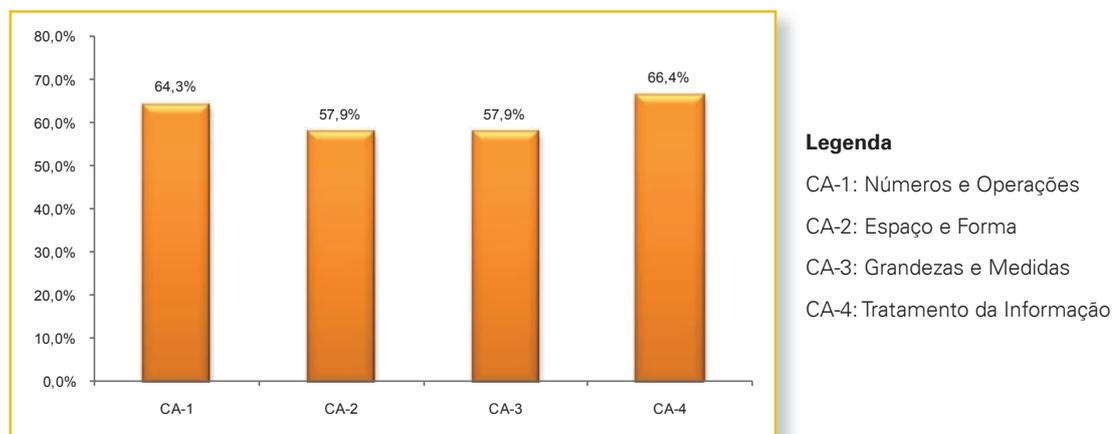
Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, foram analisados os percentuais de acerto nos 104 itens da prova, agrupados de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e, depois, de acordo com as competências de área da Matemática (CA). Isso é feito nos gráficos a seguir:

Gráfico 13. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)
Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



O conjunto de questões do Grupo I, que exigia do aluno capacidade de identificar formas geométricas e propriedades de números, descrever localizações e reconhecer as unidades de medidas corretas, respondido corretamente por 66,4% dos alunos do 5º ano EF; as questões do Grupo II, que engloba itens relativos a cálculos envolvendo as quatro operações fundamentais, estimativa e medição de grandezas, situações de compra e venda com cédulas e moedas e aptidão para relacionar diferentes medidas de tempo, tiveram um percentual de acerto de 60,5% e, finalmente, as questões do Grupo III, que envolve a resolução de problemas, obtenção de áreas e perímetro e a leitura e interpretação de gráficos e tabelas, foram respondidas com sucesso por 60% dos alunos, aproximadamente.

Gráfico 14. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)
Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

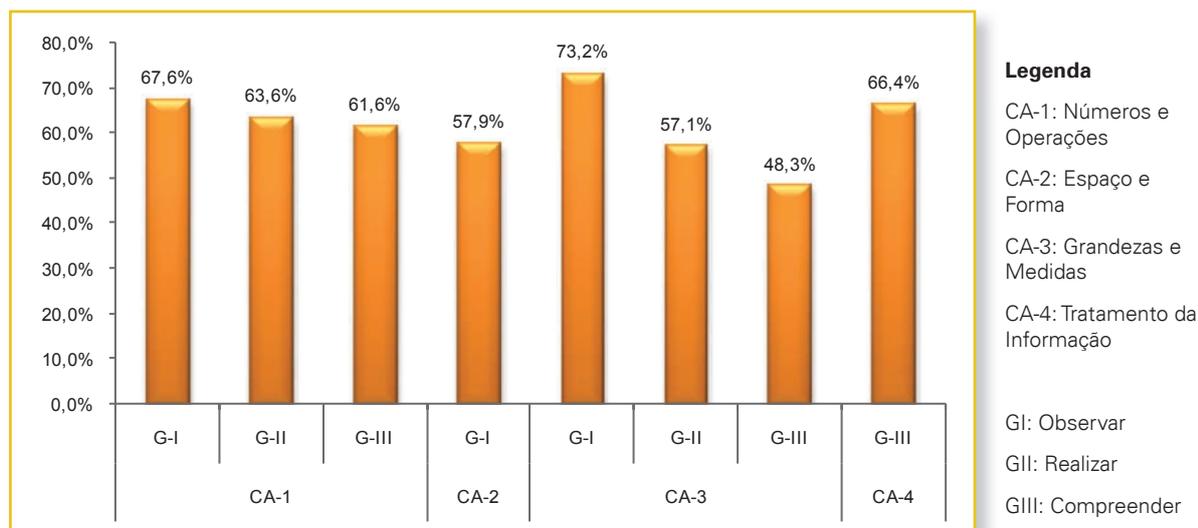


As questões que envolvem conteúdos de Números/Operações e Tratamento da Informação têm respostas corretas dadas por 64,3% e 66,4% dos alunos, respectivamente. Esses percentuais diminuem para 57,9%

quando as questões referem-se ao conhecimento de Grandezas e Medidas, assim como Espaço e Forma em questões de geometria.

O gráfico a seguir apresenta os percentuais de acerto de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

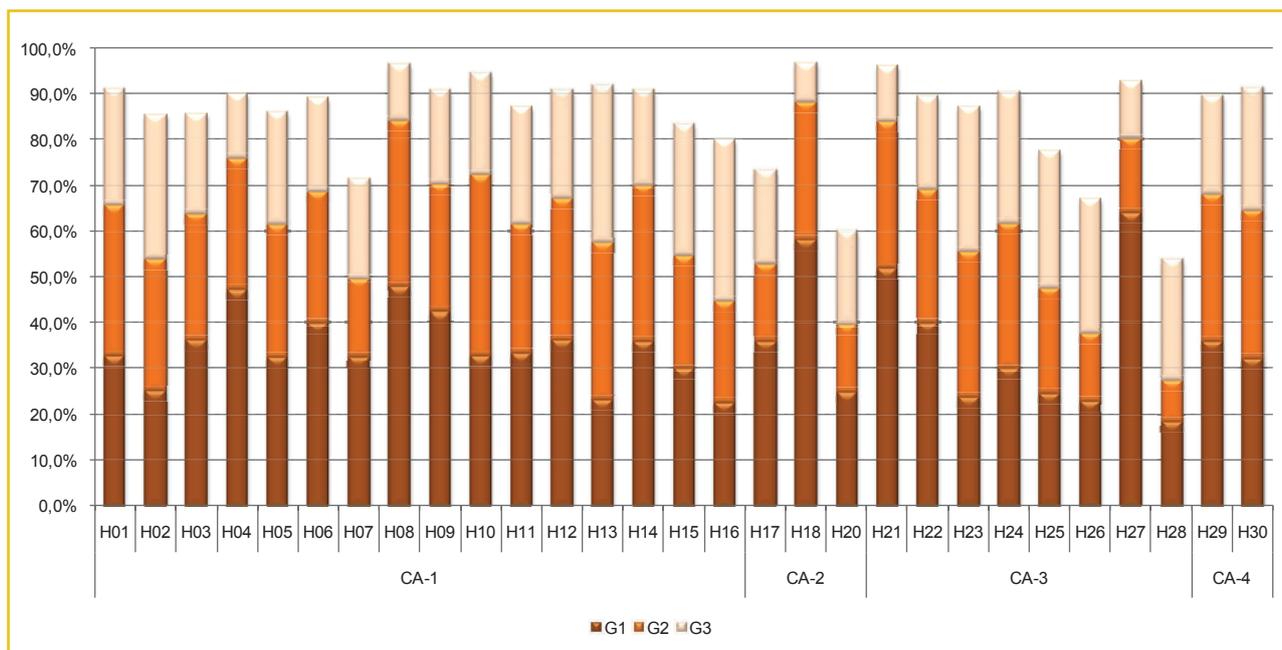
Gráfico 15. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



Os menores índices (48,3% e 57,1%) referem-se aos alunos que responderam corretamente as questões que exigiam o estabelecimento de relações entre as unidades de medidas, além da resolução de problemas fazendo uso de unidades de medidas padronizadas, perímetro e área de figura plana. Além disso, destaca-se quando comparado ao desempenho do ano anterior, o aumento no percentual de acertos em relação ao tema Números e Operações (CA-1), em particular nas habilidades referentes ao G-I. Isso provavelmente se deve ao fato de que, na prova de 2013, havia itens destinados a uma investigação um pouco mais elementar das habilidades que compõem esse bloco de questões.

Para facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área é apresentado a seguir um gráfico que detalha o rendimento dos alunos em cada habilidade da matriz de avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). No 5º ano EF, os alunos do Grupo 1 são aqueles que acertaram até 11 questões, já os do Grupo 2 acertaram entre 12 e 17 itens, e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 18 e 24 questões. A pontuação máxima aferida em cada grupo de desempenho já dá uma indicação do desempenho geral dos alunos do nível de ensino considerado.

Gráfico 16. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competências de Área Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



Com o auxílio do gráfico, podemos notar que se mostram bem consolidadas as habilidades de identificar: seqüências numéricas (H08), formas geométricas tridimensionais como esfera, cone, cilindro, cubo, pirâmide, paralelepípedo, ou formas bidimensionais como: quadrado, triângulo, retângulo e círculo, sem o uso obrigatório da terminologia convencional (H18) e horas e minutos, por meio da leitura de relógios digitais e de ponteiro (H21).

Enquanto isso, resolver problemas que envolvam o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas (H28), mostra-se ser uma tarefa razoavelmente compreendida apenas no Grupo 3, no qual é verificado um considerável aumento na proporção de acertos.

Por fim, caracterizam bem a diferenciação de desempenho de G1, G2 e G3 as habilidades para resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular (H13) e para estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não (H23).

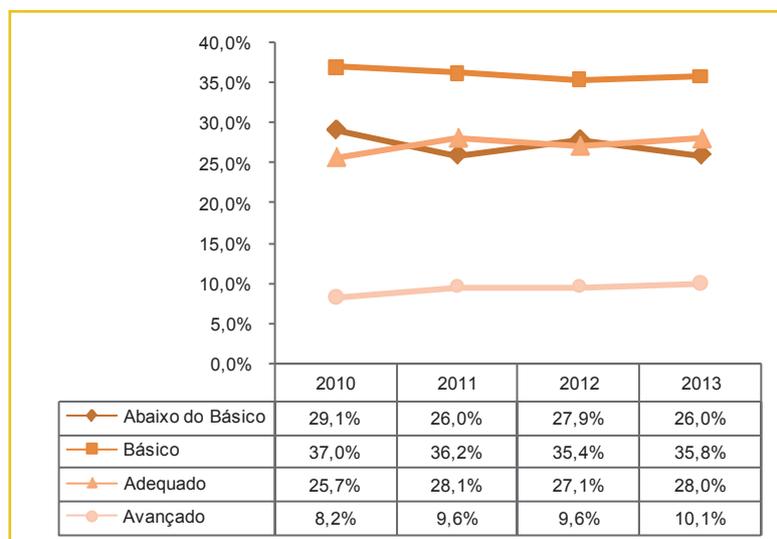
A tabela a seguir apresenta a distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos para o SARESP – Matemática 5º ano EF.

**Tabela 10. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática
5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013**

Nível	Alunos (em %)
Abaixo do Básico (< 175): Aqui estão os alunos que demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 5º ano EF.	26,0%
Básico (175 a < 225): Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	35,8%
Adequado (225 a < 275): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 5º ano EF.	28,0%
Avançado (≥ 275): Os estudantes neste nível demonstram conhecimento e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para o 5º ano EF.	10,1%

O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010-2013, apresentados em momento anterior deste relatório (Quadro 4). Ele mostra a evolução da situação dos alunos do 5º ano de Ensino Fundamental, em relação aos níveis de proficiência do SARESP no período indicado. Conforme assinalado no relatório de 2012, é de se notar que os resultados dos últimos anos mostram uma tendência de estabilização, dada a pequena variação de valores apresentada, principalmente entre os três primeiros níveis de proficiência. No entanto, ao analisarmos o nível avançado percebemos uma discreta tendência no aumento do percentual de alunos que frequentam esse grupo.

**Gráfico 17. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2013
Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental**



3.1.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 175

Os alunos classificados nesse nível de proficiência representam 26% da rede estadual. Eles obtêm a resposta correta apenas de algumas questões classificadas como fáceis ou muito fáceis. Por isso, é preciso observar que as habilidades apresentadas nos níveis a seguir não são dominadas por esses alunos.

Os estudantes, neste nível da escala de proficiência, trabalham com problemas cuja solução depende, entre outras, do desenvolvimento das habilidades de:

Identificar:

- um elemento de uma sequência representado na reta numérica (razões pequenas);
- o horário mostrado em um relógio digital;
- o formato de um cubo.

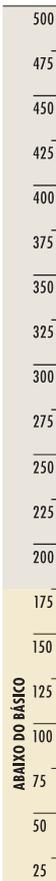
Calcular a soma de dois números naturais com até quatro algarismos.

Localizar informações em gráfico de colunas simples.

Resolver problemas elementares envolvendo:

- fração como forma de representar parte/todo;
- áreas de figuras na malha quadriculada;
- operações de adição e multiplicação com cédulas e moedas na escrita decimal.

A seguir, são apresentados alguns itens que ilustram algumas destas habilidades.



Exemplo 1⁸

Habilidade Avaliada

H10 Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais. **(GII)**

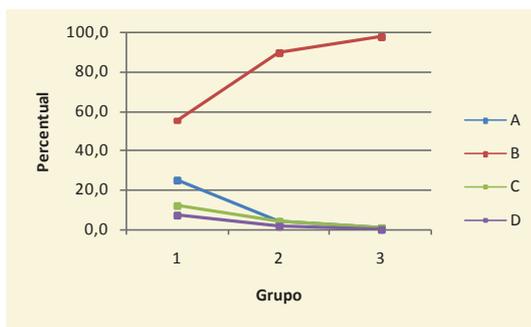
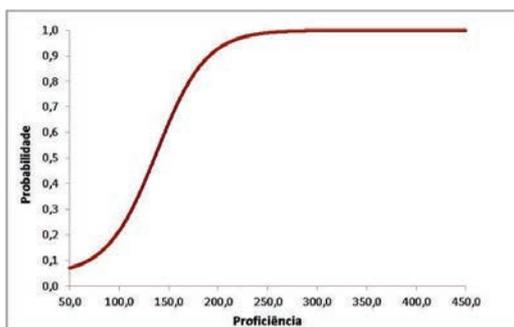
Lia somou a pontuação que atingiu na realização de 3 testes.


$$375 + 1005 + 263$$

O resultado dessa adição é

- (A) 6395.
- (B) **1643.**
- (C) 1533.
- (D) 1534.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Fácil	Muito Boa	8,5	84,0	4,9	2,7	1,182	-2,244	0,043



O item, acertado por 84% dos estudantes, mostra um conceito praticamente consolidado pela maioria dos alunos. A questão exige a resolução de uma adição explícita de três números naturais com reserva, não estando inseridos em nenhuma situação-problema. De modo simples, pode-se dizer que o objetivo do exercício era verificar se os respondentes sabem fazer uma adição ou calcular uma soma.

8 Descreve o ponto 150 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP

Observa-se que, mesmo no Grupo 1, a maioria dos estudantes acertou o item. Cabe ao professor identificar aqueles alunos que erram esse tipo de questão de modo a constatar se o equívoco se deve a uma distração no momento da avaliação ou se o conceito foi concebido de forma errônea.

Dois equívocos comuns daqueles alunos que não compreenderam plenamente o algoritmo padrão da adição são:

Não respeitar o valor posicional dos algarismos que compõe o número.

Montar o algoritmo corretamente, porém ignora o “vai 1” durante o processo.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 375 \\ + 1005 \\ \hline 263 \\ \hline 7385 \end{array}$$

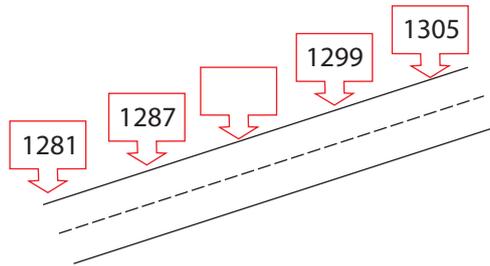
$$\begin{array}{r} 11 \\ 375 \\ + 1005 \\ \hline 263 \\ \hline 1533 \end{array}$$

Exemplo 2º

Habilidade Avaliada

H09 Identificar e localizar na reta números naturais escritos com três e quatro dígitos. **(GI)**

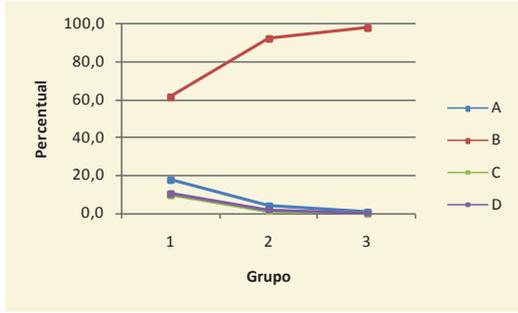
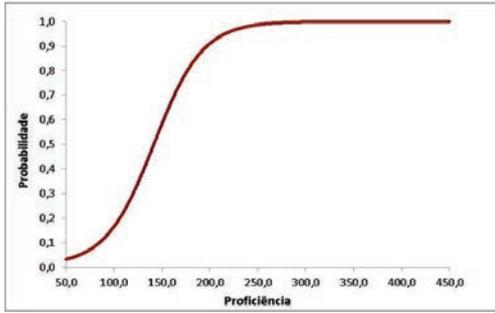
Construíram uma estrada que liga as cidades de “Felicidade” a “Alegria”. Existe um marco a cada 6 metros.



O valor do marco que está em branco é

- (A) 1283.
- (B) **1293.**
- (C) 1299.
- (D) 1311.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Fácil	Boa	7,3	85,0	3,6	4,1	1,168	-2,162	0,007



Dos respondentes, 85,0% acertaram o item, demonstrando novamente que a habilidade, com esse nível de dificuldade, é bem compreendida pela grande maioria dos estudantes dos Grupos 2 e 3 (92,5% e 98,2% de acerto, respectivamente) e pela maioria dos do Grupo 1 (61,5% de aproveitamento).

O item explora a complementação de uma sequência de razão igual a 6 unidades. Contudo, a alternativa correta também poderia ser descoberta pela análise das unidades, utilizando assim um outro esquema de pensamento, diferente do cálculo de somar 6 ao número.

Segundo essa linha de raciocínio, a alternativa **A** não poderia ser assinalada, pois o número 1283 é menor que 1287 e, portanto, viria antes deste. A alternativa **C** já está presente na sequência e, por isso, não poderia ser o número da placa em branco. Por fim, a alternativa **D** traz um número que é maior que todos os apresentados na sequência e, então, deveria estar à frente de todas as placas. Dessa forma, resta apenas a alternativa **B** como possibilidade de resposta correta, que é confirmada pelo fato de o número 1293 estar entre 1287 (2ª placa) e 1299 (3ª placa). Claro, se dentre as alternativas incorretas existissem outros números entre 1287 e 1299 seria necessário verificar a diferença de seis unidades de uma placa para outra.

Novamente reforça-se que, além de verificar se os alunos estão acertando a questão, o exercício é muito produtivo por fornecer elementos para que eles possam explorar as diversas formas do pensamento matemático.

NÍVEL BÁSICO: 175 A < 225

Entre os alunos da rede estadual, temos 35,8% que apresentam proficiência em nível básico de Matemática. Esse grupo demonstra ter desenvolvido, principalmente, as habilidades de:

Identificar:

- o horário em um relógio analógico;
- o número que representa a posição de um ponto na reta numerada ou a posição de um número em uma reta;
- um número a partir da sua decomposição polinomial (e vice-versa);
- o valor posicional de um determinado algarismo que compõe um número;
- um elemento de uma sequência (razões maiores que 10 unidades) e um único elemento de uma sequência numérica simples decrescente.

Reconhecer figuras planas.

Associar um objeto real a um sólido geométrico.

Realizar as quatro operações fundamentais (com baixo número de algarismos).

Resolver problemas envolvendo:

- o cálculo de valores de cédulas e de moedas em situação de compra e venda;
- adição e subtração de números naturais ou decimais;
- multiplicação de números naturais com diferentes significados;
- a interpretação de informações a partir de dados apresentados em gráficos de colunas ou em tabelas de dupla entrada;
- a transformação de unidades de medidas comuns (*Kg e g; Km, m e cm; L e mL*).

Seguem alguns exemplos deste nível de proficiência.

Exemplo 3¹⁰

Habilidade Avaliada

H14 Resolver problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e de moedas do sistema monetário brasileiro. (GIII)

Renata foi à doceria comprar uma torta de limão. Cada pedaço da torta custa R\$ 3,10, e a torta tem 8 pedaços. Renata pagará pela torta toda

- (A) R\$ 32,80.
- (B) R\$ 28,10.
- (C) **R\$ 24,80.**
- (D) R\$ 22,10.

¹⁰ Descreve o ponto 200 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

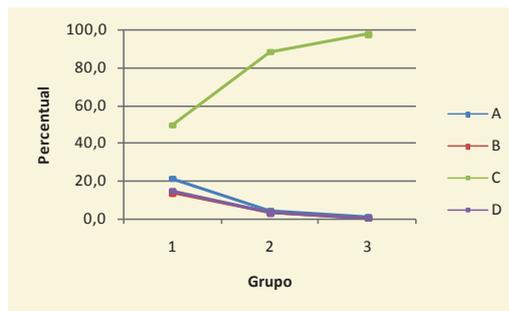
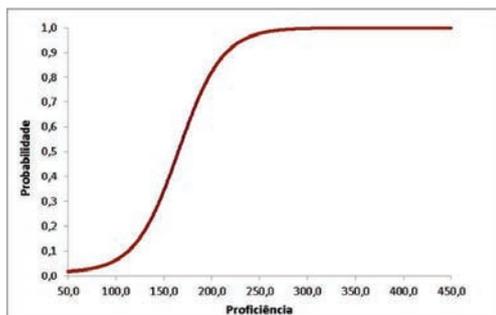
500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
BÁSICO
200
175
150
125
100
75
50
25

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

BÁSICO

5º
Ano
E.F.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Fácil	Muito Boa	8,4	5,6	80,2	5,8	1,291	-1,688	0,011



A estratégia necessária para se resolver o problema proposto consiste em multiplicar o preço do pedaço (R\$3,10) pelo número de pedaços em que a torta foi dividida (oito). Certamente, para o ano em questão, o algoritmo tradicional não deve ser dominado pelos estudantes, no entanto, por envolver uma situação similar a outras vivenciadas em seu cotidiano, traz a possibilidade de o aluno utilizar técnicas próprias, por exemplo:

Valor do pedaço	R\$3,10	➔	3 reais	10 centavos
Número de pedaços	x 8		x 8	x 8
Total pago	?????		24 reais	80 centavos

Portanto, a torta custará 24 reais e 80 centavos, ou seja, R\$24,80. (Alternativa C)

Outra maneira de se obter a solução do problema seria somar oito valores de R\$3,10, afinal o algoritmo da soma de decimais já é conhecido pelos estudantes.

No geral, 80,2% dos respondentes acertaram a questão, o que mais uma vez atesta que as habilidades relacionadas com compra e venda ou com o uso de moeda corrente são bem assimiladas por grande parte dos alunos nesse ano escolar.

Exemplo 4¹¹

Habilidade Avaliada

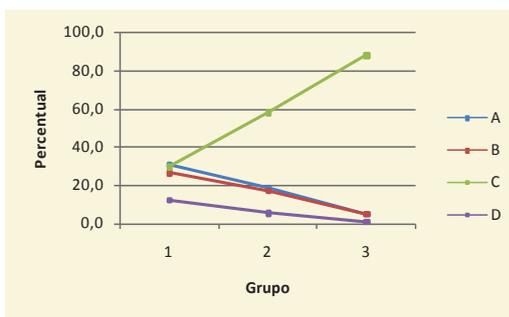
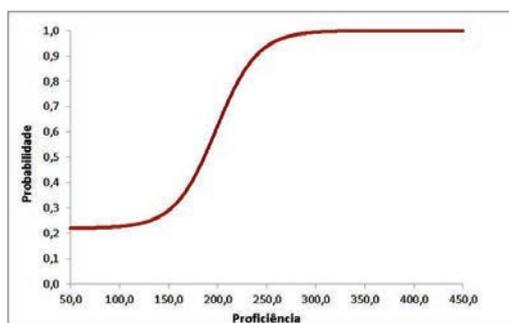
H15 Resolver problemas com números racionais expressos na forma decimal que envolvam diferentes significados da adição ou subtração. **(GIII)**

11 Descreve o ponto 200 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

Carla precisa forrar um cômodo da casa que mede 5,30 m de comprimento. A forração que ela tem mede 3,90 m de comprimento e tem a mesma largura do cômodo. Para forrar o cômodo todo,

- (A) irão faltar 2,60 m.
- (B) irão faltar 2,40 m.
- (C) irá faltar 1,40 m.
- (D) irá faltar 1,60 m.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	17,7	15,9	60,0	6,3	1,398	-1,032	0,219



60% dos estudantes responderam corretamente o item, sendo em sua maioria os alunos de melhores desempenhos. Cerca de 30% dos estudantes de desempenho não satisfatório também resolveram o problema. Para resolver o problema, era necessário encontrar a diferença entre 5,30 (metragem necessária) e 3,90 (metragem "OBTIDA").

Os alunos pertencentes ao Grupo 1 ficaram divididos entre a alternativa correta **C** e outras duas incorretas **A** e **B**, provavelmente por erros do tipo:

Ignorar o "empréstimo" ao fazer a subtração dos décimos.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5,30 \\ -3,90 \\ \hline 2,40 \end{array}$$

Aponta o resultado de 5 - 3, enquanto que o correto seria 4 - 3.

Faz corretamente 13 - 9.

Inverter o cálculo das unidades

$$\begin{array}{r} 3,90 \\ -5,30 \\ \hline 2,60 \end{array}$$

Não distingue 3 - 5 de 5 - 3.

Em ambos os casos o professor deve intervir para verificar se o equívoco foi causado por uma distração do aluno ao resolver a prova ou se o erro é oriundo de fragilidades na construção do conceito.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

BÁSICO

5º
Ano
E.F.

NÍVEL ADEQUADO: 225 A < 275

Na rede estadual, os alunos (28,0%), classificados no nível Adequado de proficiência conseguem identificar as mesmas situações descritas no nível anterior, porém em casos mais complexos, e, além destes, demonstram ter desenvolvido as habilidades de:

Identificar:

- a fração decimal correspondente a um número cuja representação decimal está expressa até décimos;
- a posição de um número decimal (com duas casas) na reta numérica;
- a ordem de grandeza de um número natural.

Calcular o perímetro de figuras desenhadas em malha quadriculada.

Determinar 50% de uma quantidade.

Resolver problemas envolvendo:

- operações com números decimais em situações de compra e venda;
- leitura de uma tabela pictórica;
- adição e subtração ou multiplicação e divisão em um mesmo problema;
- os diversos significados das quatro operações fundamentais;
- o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas desenhadas em malha quadriculada.

Na sequência, destacam-se itens aos quais se associam algumas habilidades características desse nível, lembrando que os alunos nele classificados também dominam as habilidades dos níveis anteriores.

Exemplo 5¹²

Habilidade Avaliada

H16 Resolver problemas que envolvam noções de porcentagem (25%, 50%, 100%). **(GIII)**

Uma loja de eletrodomésticos anunciou que os produtos estariam com 50% de desconto.

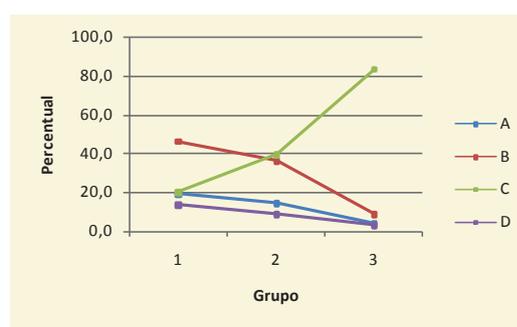
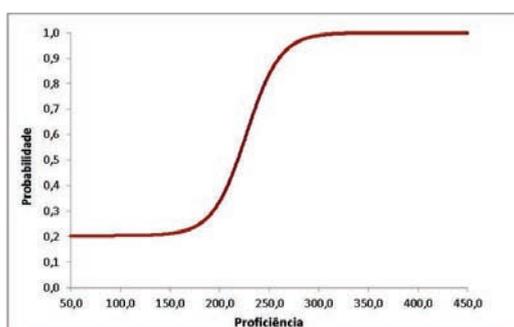
Produto	Preço original (R\$)	Preço com desconto (R\$)
Liquidificador	62,00	31,00
Batedeira	124,00	62,00
Espremedor de fruta	44,00	20,00
Mixer	46,00	23,00

Josiane fez as contas e percebeu que haviam cometido um engano e um dos produtos anunciados não estava com o desconto. Qual é esse produto?

12 Descreve o ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

- (A) Liquidificador.
- (B) Batedeira.
- (C) **Espremedor de fruta.**
- (D) Mixer.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Ótima	12,0	28,8	51,0	8,2	1,734	-0,459	0,203



A questão foi resolvida corretamente por 51,0% dos respondentes, sendo a maioria destes pertencentes ao Grupo 3 de desempenho. O item proposto solicitava ao aluno a identificação do preço promocional não correspondente a 50% do preço original.

Nesse momento escolar, espera-se que o estudante associe o conceito de 50% à metade do valor inicial, afinal o cálculo aritmético com porcentagens nessa fase do ensino de matemática ainda é pouco, ou nada, explorado. A alternativa **B** atraiu boa parte dos alunos dos Grupos 1 e 2, provavelmente por algum erro de cálculo ou por não terem o conceito de 50% equivalendo a metade.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

5°
Ano
E.F.

Exemplo 6¹³

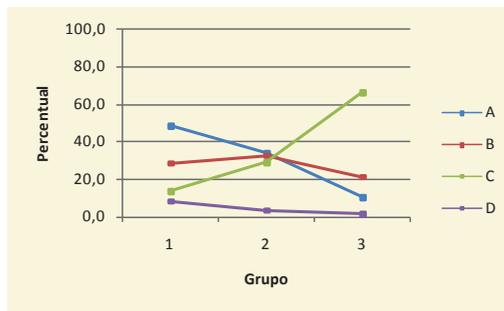
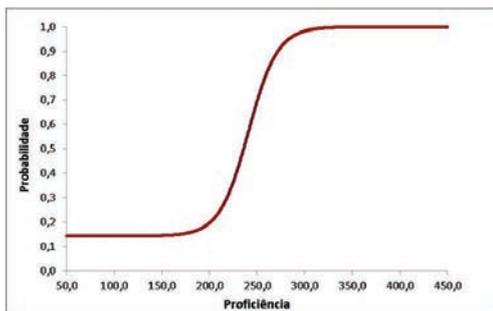
Habilidade Avaliada

H26 Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml. **(GIII)**

A Corrida Internacional de São Silvestre é a mais famosa corrida de rua no Brasil, realizada anualmente na cidade de São Paulo, no dia 31 de dezembro. A corrida possui um percurso de 15 km, o que é representado também por

- (A) 150 m
- (B) 1 500 m.
- (C) **15 000 m.**
- (D) 150 000 m.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	30,2	27,6	37,7	4,5	1,935	-0,180	0,142



O item foi respondido corretamente por pouco mais de um terço dos alunos (37,7%) e o desempenho dos Grupos 1 e 2 mostra que a habilidade não é dominada pelos estudantes destes dois grupos, afinal em ambos as alternativas **A** e **B** foram mais assinaladas que a alternativa correta. O alto poder de discriminação do item, caracterizado pelo valor do parâmetro "a" da TRI, aponta que alunos com proficiência igual ou inferior a 200 (pouco abaixo da média do ano em questão) tem baixa probabilidade de acertar o item, sendo praticamente igual a probabilidade de acerto ao acaso. Já os alunos com proficiência igual ou superior a 300 apresentam chance de acerto bem próxima de 100%.

A solução do exercício perpassa pela necessidade de se saber que cada 1Km equivale a 1000m, para então fazer a correspondência correta entre 15Km e 15000m. Desconhecendo a relação entre quilômetros e metros, o acerto passa a ser meramente casual.

Já quando estabelecemos uma comparação entre duas unidades de medida não usuais, isso exige dos estudantes uma maior proficiência. Ao comparar, por exemplo, a equivalência de 200 latas de refrigerante com garrafas PET, como foi apresentado em outra questão da prova, temos apenas pouco mais de 60,0% dos alunos do Grupo Superior resolvendo a questão corretamente.

13 Descreve o ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

NÍVEL AVANÇADO: ≥ 275

Os alunos com nível de proficiência **Avançado** correspondem a 10,1% dos estudantes das escolas da rede estadual que realizaram a prova de Matemática do 5º ano EF. Estes são capazes de:

Identificar:

- semelhanças e diferenças entre polígonos;
- padrões geométricos.

Relacionar um número racional às suas diferentes representações: fracionária, decimal e percentual.

Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.

Resolver problemas envolvendo:

- a identificação de frações equivalentes;
- o uso correto de medidas padronizadas;
- a estimativa da área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada que possuem um dos lados curvo;
- a comparação entre áreas desenhadas em malha quadriculada;
- a equivalência entre unidades de medidas usuais de volume.

Na sequência, ilustramos alguns desses casos.

Exemplo 7¹⁴

Habilidade Avaliada

H07 Identificar a fração decimal correspondente a um número decimal dado e vice-versa. **(GI)**

Em uma sala de aula, $\frac{2}{10}$ dos alunos usam óculos. Essa quantidade tem o mesmo significado de

(A) 10,2.

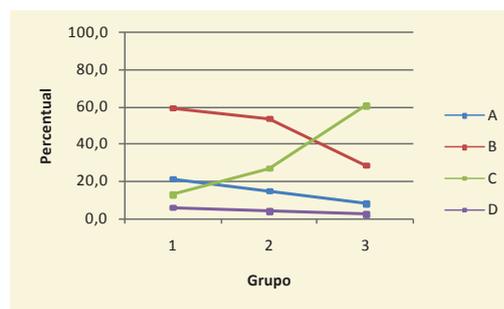
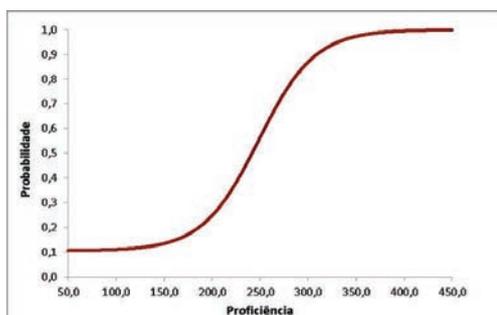
(B) 2,10.

(C) **0,2.**

(D) 0,10.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Difícil	Muito Boa	14,3	45,9	35,9	4,0	1,006	-0,030	0,105

14 Descreve o ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



O problema expõe uma dificuldade em relação ao conceito matemático tratado por boa parte dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Afinal, apenas cerca de 36,0% dos estudantes acertaram o item, sendo em sua maioria parte integrante do Grupo 3 de desempenho.

Tanto a alternativa **B**, a mais assinalada, quanto a alternativa **A**, a terceira mais assinalada, apontam para uma falha conceitual dos alunos, identificada ao relacionarem uma fração com um número decimal composto pelos mesmos algarismos utilizados na fração, ou seja, ao se deparar com a fração dois décimos, o aluno acredita que os números dois e dez farão parte da escrita decimal da fração. Tal falha mostra que os alunos ainda não dominam completamente a ideia e acabam sendo levados a assinalarem alternativas incorretas, por serem atrativas.

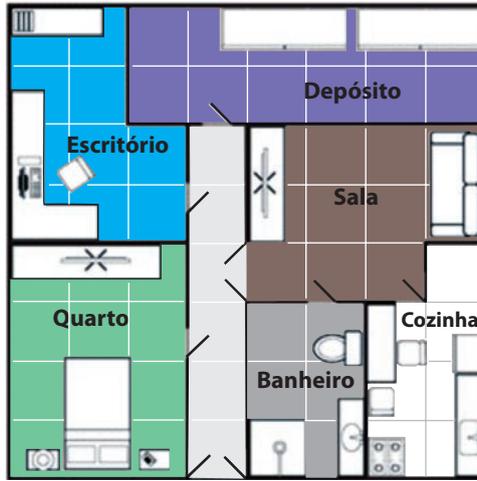
É importante destacar que o problema se estende para o 7º ano EF, com frações “não decimais”. Certamente, se a ideia pertinente ao conteúdo não for bem desenvolvida nos anos iniciais acarretará mais dificuldades para os anos seguintes. É desejável que os professores de matemática ao detectarem esse tipo de equívoco em sua turma nos anos seguintes façam uma revisão do tema não deixando que se acumulem as dúvidas dos estudantes.

Exemplo 8¹⁵

Habilidade Avaliada

H28 Resolver problemas que envolvam o cálculo ou a estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas. **(GIII)**

A figura a seguir representa a planta de uma casa.

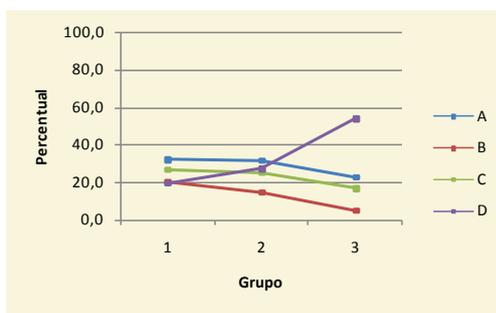
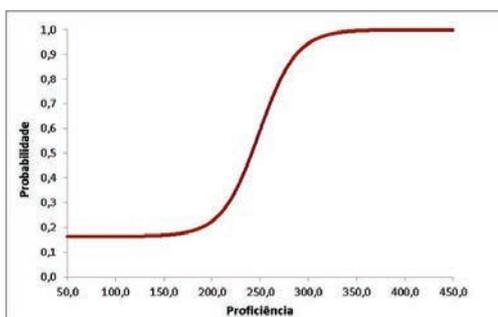


Sabendo-se que cada quadradinho tem a mesma medida, é correto afirmar que a área do quarto equivale à

- (A) área da sala.
- (B) soma das áreas do escritório e do banheiro.
- (C) soma das áreas do banheiro e da cozinha.
- (D) **área do depósito.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Média	Boa	28,5	12,8	22,7	36,0	1,520	-0,022	0,163

¹⁵ Descreve o ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



O item explora a comparação de áreas quadriculadas, com o objetivo de encontrar o cômodo que, além do quarto, possui “12 quadrados” de área. O jogo de cores busca evidenciar as diferenças e os limites de área de cada cômodo.



Observa-se que há um quadrado (destacado na imagem) que pertence à cozinha, e não à sala, fazendo com que a área da sala tenha “11 quadrados” e a cozinha “7 quadrados”.

O problema foi respondido corretamente por 36% dos estudantes, novamente compostos em sua maioria por alunos do Grupo 3. As alternativas **A** e **C** atraíram um grande percentual dos respondentes, provavelmente por eles não terem observado o detalhe destacado no parágrafo anterior ou outra estratégia de estimativa de áreas.

O depósito é a alternativa correta, pois este também é o quadriculado formado por “12 quadrados”; apesar de a disposição ter um formato diferente da do quarto. É importante que isso seja discutido para ampliar o conceito de área, pois é totalmente plausível, porém nem sempre intuitivo, que formas diferentes cubram a mesma área.

3.1.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Como se sabe, as provas do SARESP são organizadas de modo a incluírem itens de edições anteriores e de avaliações nacionais, que subsidiam a análise comparativa que se deve fazer como forma de acompanhar os resultados de um projeto educacional.

A tabela a seguir reúne os dados referentes ao desempenho dos alunos em relação aos itens de ligação utilizados nas provas de Matemática do 5º ano do EF, em 2012 e 2013.

**Tabela 11. – Desempenho em Itens de Ligação
Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2012 e 2013**

Objetos de Conhecimento	Acerto (em%)	
	2012	2013
Estimativa da medida de um objeto colocado sobre uma régua numerada.	72,5	76,4
Identificação de fração definida pelas partes sombreadas de uma figura.	65,9	71,0
Cálculo de 25%.	26,4	29,2
Problema envolvendo divisão não exata.	50,6	56,1
Problema envolvendo transformação de ml em l.	64,0	67,4
Problema envolvendo diferença entre decimais.	44,9	46,5
Problema envolvendo multiplicação - configuração retangular.	46,2	51,2
Decimais na reta numérica.	53,5	62,2
Problema de compra ou venda.	76,3	79,5
Conversão de dias em semanas.	48,1	52,6
Problemas de compra e venda com subtração.	50,7	54,7
Significado de 100%.	48,6	52,6
Problemas envolvendo multiplicação.	47,2	52,3
Identificação da localização de números naturais na reta numérica, a partir de um padrão.	72,0	76,7
Problemas envolvendo soma e subtração.	67,4	69,0
Problemas envolvendo cálculo com cédulas e moedas.	74,4	77,0

Como se pode notar, há uma melhora nos percentuais de acerto em todos os itens de ligação em relação à edição de 2012, resultando numa melhora de aproveitamento em torno de 4% a 5%, em média. Dentre as melhorias, destaca-se a do desempenho em questões que trabalham com a localização de decimais na reta numérica.

3.2. – A MATEMÁTICA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

5º Ano
Ensino Fundamental

7º Ano
Ensino Fundamental

9º Ano
Ensino Fundamental

3ª Série
Ensino Médio



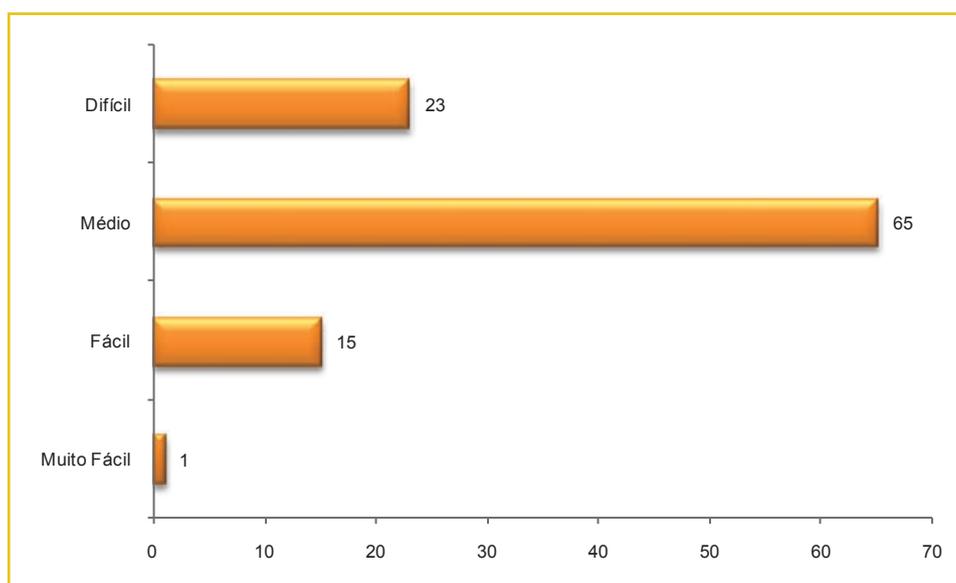
3.2. – A MATEMÁTICA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, arranjadas de um total de 104 itens, cobrindo as habilidades da Matriz de Referência de Matemática para esta etapa de escolaridade, e com diferentes graus de dificuldades, como mostram as tabelas e gráficos apresentados a seguir:

Tabela 12. – Distribuição de Itens segundo Habilidades e Competência de Área Prova de Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

TEMAS	Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliados no SARESP 2013	Itens de Ligação (5º EF)
CA-1 Números, Operações e Funções	15	35	7
CA-2 Espaço e Forma	6	15	0
CA-3 Grandezas e Medidas	11	26	4
CA-4 Tratamento da Informação	6	15	2
Total	38	91	13

Gráfico 18. – Distribuição das questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

A prova SARESP 2013 apresenta uma distribuição de itens que segue o agrupamento das habilidades presentes na matriz de referência para a avaliação em questão. Destaque: a avaliação apresenta um nível mediano de dificuldade.

Os gráficos seguintes mostram a distribuição dos itens da prova, segundo grupos de competência do aluno e de área/tema (CA), de acordo com a Matriz de Referência de Avaliação para o 7º ano do Ensino Fundamental. É de se notar que a soma dos valores anotados, em ambos os casos, não totaliza 104, devido ao fato de a prova incluir itens de ligação do 5º ano que são colocados para a comparação dos resultados de desempenho entre anos escolares.

Gráfico 19. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências do Aluno – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

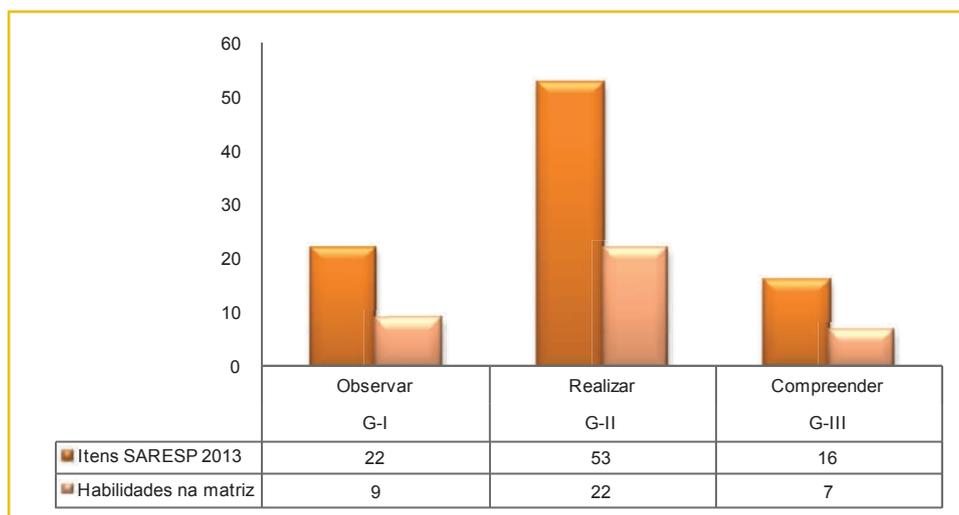
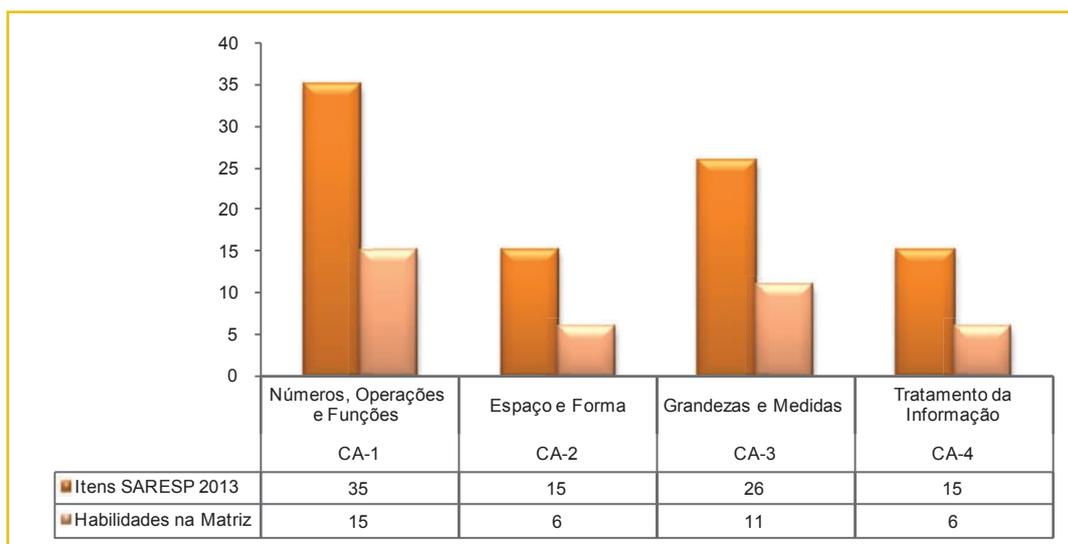


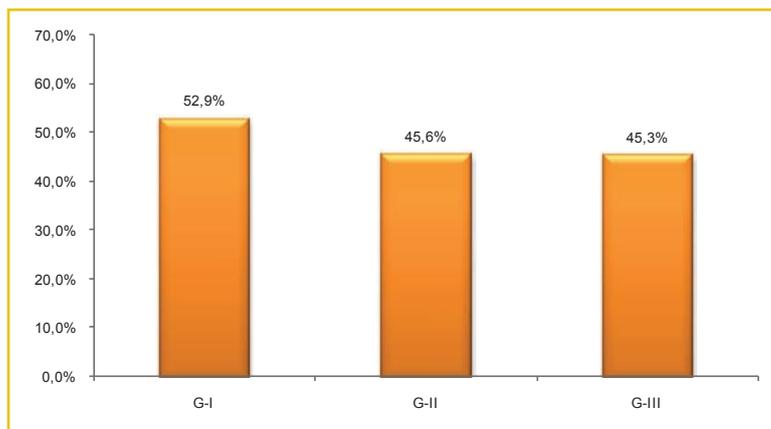
Gráfico 20. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013.



Essas distribuições refletem a proposta da avaliação, ou seja, quais as competências do aluno e quais as áreas da Matemática concentram a maioria das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do ano em questão.

Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, são analisados os percentuais de acertos nas questões, agrupadas de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e, depois, de acordo com as áreas da Matemática (CA) trabalhadas nas 104 questões da prova. Isso é feito nos gráficos a seguir.

Gráfico 21. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



Legenda

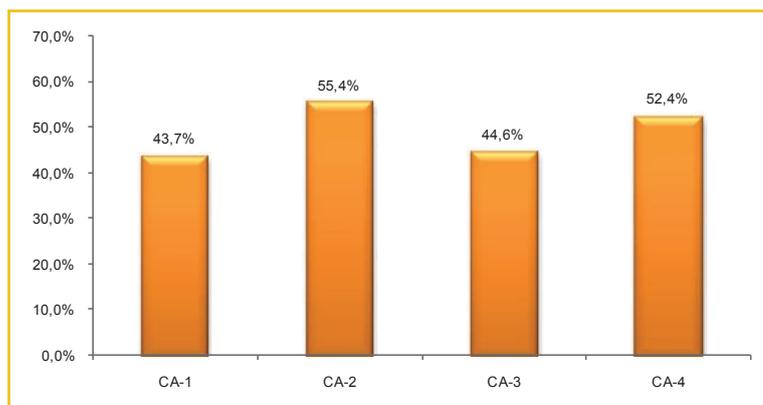
G-I: Observar

G-II: Realizar

G-III: Compreender

Os itens pertencentes ao G-I exigiam do estudante reconhecer e compreender as características e representações numéricas de números decimais e fracionários, identificar formas, simetrias, propriedades geométricas e o gráfico referente a um conjunto de dados, e foram assinalados corretamente por 52,9% dos alunos. As questões que compõem o G-II avaliam as habilidades de fazer uso de cálculos diversos, associações entre linguagem materna e linguagem matemática, classificar formas, determinar áreas e perímetros, aplicar as principais características do sistema métrico decimal, identificar e utilizar dados de tabelas e gráficos e resolver problemas de contagem e probabilidade simples; tiveram um percentual de acerto de 45,6%. Finalmente, as que se referem ao G-III, que avaliam a aptidão dos alunos para estabelecerem relações numéricas, expressar e resolver outros problemas por meio de equações e resolver outros que abordam os conceitos de grandezas proporcionais e medidas de polígonos em geral, foram respondidas com sucesso por 45,3% dos alunos.

Gráfico 22. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



Legenda

CA-1: Números, Operações e Funções

CA-2: Espaço e Forma

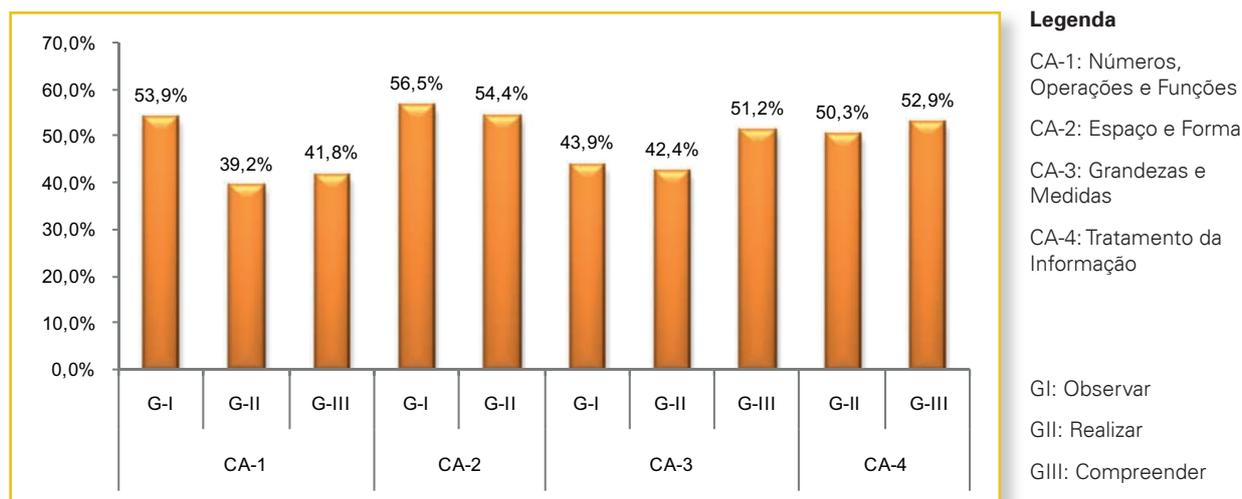
CA-3: Grandezas e Medidas

CA-4: Tratamento da Informação

Na prova de 2013, os melhores resultados, em termos de desempenho por competência de área foram verificadas nas questões cujas habilidades se associam a Espaço e Forma e Tratamento da Informação.

O gráfico a seguir apresenta os percentuais de acerto de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

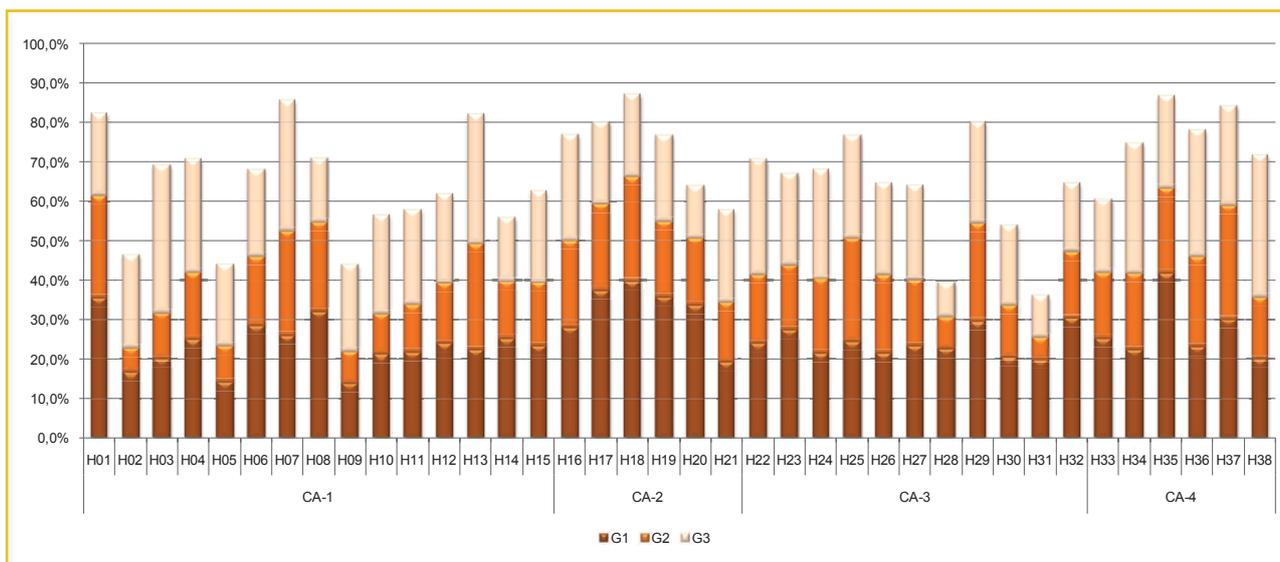
Gráfico 23. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



Os menores índices (cerca de 39% e 42%) referem-se aos alunos que responderam corretamente as questões que exigiam cálculos envolvendo soma e subtração de fração (principalmente com denominadores diferentes), assim como o cálculo com potências e que estabelecem relações numéricas (ser múltiplo ou ser primo), além de expressar e resolver problemas por meio de equações, respectivamente. Os estudantes do ano em questão apresentaram o seu melhor desempenho nas questões relacionadas ao Espaço e Forma, principalmente na identificação de figuras espaciais a partir de sua planificação.

Com o objetivo de facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área é apresentado a seguir um gráfico que detalha o aproveitamento dos alunos em cada habilidade da Matriz de Avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos, divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). No 7º ano EF, o Grupo 1 é composto de alunos que acertaram até 8 questões, já os que compõe o Grupo 2 acertaram entre 9 e 13 itens, e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 14 e 24 questões. O número de acertos apurado em cada grupo de desempenho permite uma primeira análise do desempenho geral dos alunos do nível de ensino considerado.

Gráfico 24. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competências de Área Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



Com o auxílio do gráfico é possível perceber que os alunos precisam de novas orientações em relação às habilidades:

H28: reconhecer situações que envolvam proporcionalidade.

H31: reconhecer π (pi) como uma razão constante da geometria.

Em contrapartida, é nítida a diferença de rendimento nos itens propostos na prova para a habilidade H03. Essa diferença sugere que apenas os alunos de melhor desempenho na prova têm bom domínio da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números inteiros.

Ainda os dados permitem apontar que os estudantes mostram bom desempenho, dentro das expectativas para cada grupo, nas seguintes habilidades:

H01: reconhecer as principais características do sistema decimal: contagem, base e valor posicional.

H18: identificar figuras espaciais a partir de suas planificações.

H35: identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos.

H37: utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem.

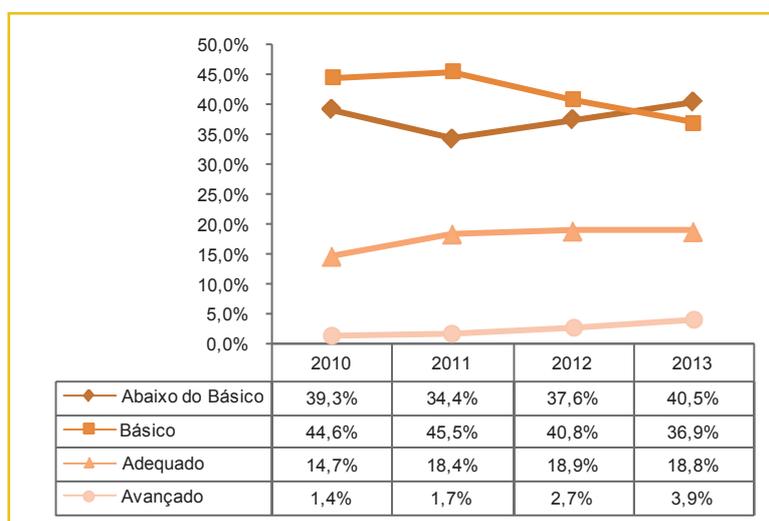
A tabela a seguir apresenta a distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos para o SARESP – Matemática 7º ano EF.

**Tabela 13. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática
7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013**

Nível	Alunos (em %)
Abaixo do Básico (< 200): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 7º ano EF.	40,5%
Básico (200 a < 250): Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	36,9%
Adequado (250 a < 300): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 7º ano EF.	18,8%
Avançado (≥ 300): Os estudantes neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para o 7º ano EF.	3,9%

O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010-2013, apresentados em momento anterior ao deste relatório (Quadro 4). Ele mostra a evolução da situação dos alunos do 7º ano de Ensino Fundamental, em relação aos níveis de proficiência do SARESP no período indicado. Conforme assinalado no relatório de 2012.

**Gráfico 25. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2013
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental**



Conforme observado em 2012, a aproximação do percentual de alunos com nível de proficiência Abaixo do Básico e Básico refletiu, em 2013, numa inversão de posição na qual os alunos com proficiência Abaixo do Básico são tidos como a maioria. Esse desempenho contrasta com a expectativa prevista para egressos do 5º ano do Ensino Fundamental.

3.2.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 200

Com base na proficiência obtida por esses alunos que correspondem a 40,5%, espera-se deles competências para realizar tarefas relacionadas à série anterior, tais como identificar sequências numéricas e resolver problemas com números decimais envolvendo diferentes significados da adição ou subtração. Nos problemas voltados para o ano que frequentam, são capazes de:

Identificar formas planas e espaciais em situações do cotidiano e por meio de suas representações em desenhos e em malhas.

Ler dados e informações apresentados em um gráfico de barras.

Resolver problemas envolvendo:

- a interpretação de gráficos;
- as principais ideias de multiplicação e divisão de dois números.

No SARESP 2013 não foram obtidos itens âncoras que possam caracterizar as habilidades desenvolvidas desses alunos.



NÍVEL BÁSICO: 200 A < 250

Os alunos classificados nesse nível de proficiência (36,9%), realizam tarefas cuja solução depende das habilidades de:

Identificar:

- o gráfico (colunas ou setores) correspondente a uma tabela;
- a simetria de reflexão dados os eixos;
- figuras espaciais a partir de suas planificações.

Realizar:

- medidas usando padrões e unidades não convencionais ou de outros sistemas de medida;
- contagem por meio da utilização do diagrama de árvore (dado no problema);

Distinguir figuras planas e espaciais.

Resolver cálculos simples envolvendo grandezas proporcionais (direta e inversa);

Resolver problemas que envolvem:

- as quatro operações fundamentais;
- a relação entre unidades de medida;
- a determinação de um evento mais provável que outro;
- a multiplicação com o significado de combinatória.

Na sequência são apresentados alguns exemplos selecionados entre os itens, e que podem suscitar interesse pedagógico e atendem aos critérios estatísticos para definição de item âncora.

Exemplo 1¹⁶

Habilidade Avaliada

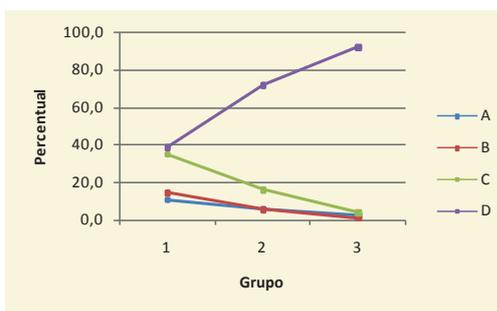
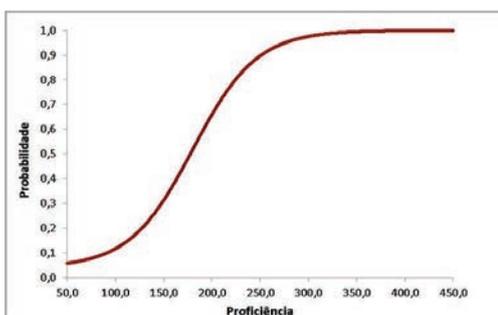
H08 Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número. **(GI)**

Existem várias maneiras de se representar três décimos. Em forma de fração fica $\frac{3}{10}$, em porcentagem fica 30%. Na forma decimal fica

- (A) 0,1.
- (B) 0,2.
- (C) 0,25.
- (D) **0,3.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Fácil	Muito Boa	6,2	6,8	17,6	69,4	0,895	-1,392	0,040

16 Descreve o ponto 175 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



Este item foi proposto com o objetivo de investigar a relação entre frações e números decimais em um nível mais elementar, na concepção inicial da ideia. Pode-se observar que praticamente 70,0% dos alunos mostraram conhecer o conceito, sendo a alternativa correta a mais assinalada nos três grupos de desempenho.

A questão trata de uma habilidade trabalhada desde o 4º ano EF, porém foi proposta sem alternativas que caracterizam erros comuns, e por isso, atraíssem os respondentes. Esse tipo de situação fica bem caracterizada na prova do 5º EF, conforme relatado na página 69. Ressalte-se que no 7º EF, o percentual de acerto para questões que apresentam tais alternativas – quais sejam distratores – é próximo de 25%, um aproveitamento inferior ao apresentado pelos alunos do 5º EF nesta edição da prova. Fato é que essa habilidade precisa estar consolidada no 7º EF.

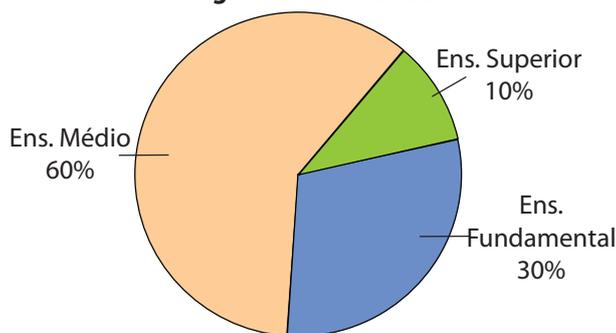
Exemplo 2¹⁷

Habilidade Avaliada

H35 Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos. **(GII)**

Uma empresa possui 50 funcionários, os quais se distribuem da seguinte forma com relação ao grau de escolaridade:

Distribuição percentual dos funcionários de acordo com o grau de escolaridade



17 Descreve o ponto 225 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

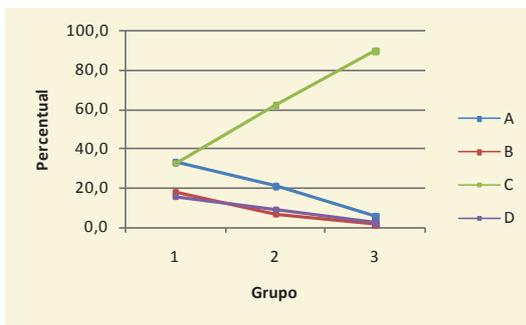
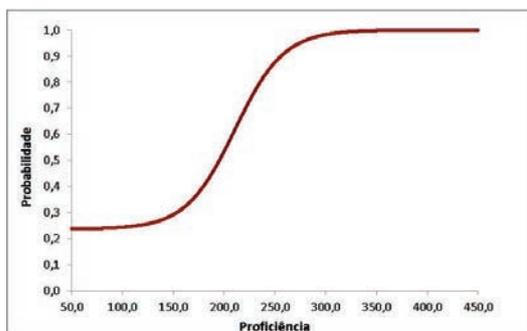
500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

BÁSICO

Observando o gráfico, é correto afirmar que o número de funcionários do ensino médio é

- (A) a metade do ensino fundamental.
- (B) a metade do ensino superior.
- (C) o dobro do ensino fundamental.
- (D) o dobro do ensino superior.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Médio	Muito Boa	18,4	7,6	65,6	8,5	1,227	-0,787	0,236



O item explora as informações de um gráfico de setores e a tarefa proposta requer a comparação de dados. Para tanto, é necessário que o aluno conheça o conceito de metade e dobro, de modo a interpretar as alternativas corretamente. É importante destacar que no Grupo 1 a alternativa **A** e **C** tiveram percentuais de escolha muito próximos o que sugere uma confusão dos conceitos de metade e dobro para os alunos integrantes desse Grupo.

A curva de informação do item, apresentada acima à esquerda, traduz os parâmetros da TRI e mostra que para a maioria dos alunos do 7º Ano, (proficiência média 214,9 pontos), a probabilidade de acerto é próxima de 50,0%. Já os alunos classificados no nível adequado (250 pontos ou mais) apresentam uma probabilidade de acerto igual ou superior a 85,0%.

7º
Ano
E.F.

Exemplo 3¹⁸

Habilidade Avaliada

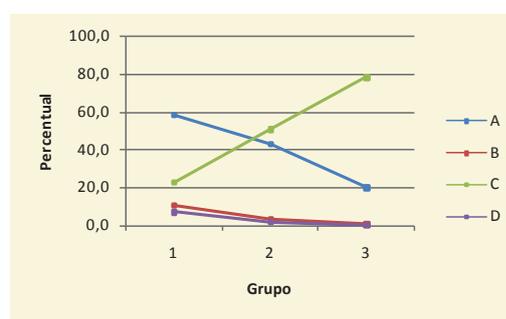
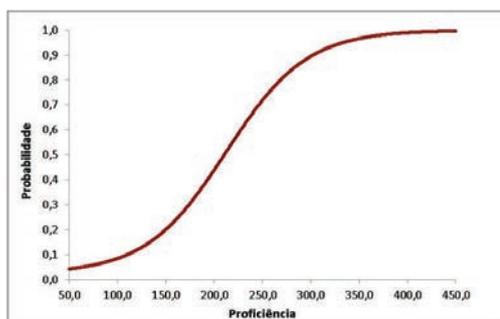
H13 Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração). (GIII)

18 Descreve o ponto 225 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

Carlos tinha 9 cartas. Destas, três eram de 10 pontos, duas eram de 15 pontos e quatro eram de 20 pontos. O total de pontos que Carlos já tinha é

- (A) 54
- (B) 99
- (C) 140
- (D) 405

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Ótima	40,6	4,8	51,6	3,0	0,710	-0,751	0,024



O exercício proposto exigia do aluno atribuir o valor da pontuação das cartas para então calcular o total de pontos resultantes das nove cartas. Assim, ficamos com:

$$3 \cdot 10 + 2 \cdot 15 + 4 \cdot 20 = 30 + 30 + 80 = 140 \text{ (alternativa C)}$$

A montagem da expressão aritmética não inclui a utilização de parênteses nas multiplicações já que estas devem ser resolvidas primeiro que as somas. Esse exemplo pode ser um bom momento para rediscutir com os alunos a ordem dos cálculos de uma expressão aritmética.

A questão foi acertada por pouco mais da metade dos estudantes (51,6%), sendo a alternativa priorizada nos Grupos 2 e 3. Porém um indicativo preocupante é o elevado percentual de alunos (40,6%) que optaram pela alternativa (A). Uma maneira de chegar na alternativa (A) é somando todos os números presentes no problema, ignorando as informações presentes no texto. Nesse caso

$$9 + 10 + 15 + 20 = 54 \text{ (alternativa A)}$$

É fundamental discutir com os alunos sobre a importância de ler e compreender os textos de estímulo das questões. Esse procedimento evita respostas erradas, que demonstram desconhecimento do que estava sendo solicitado. É preciso estar atento a essa situação para evitar que essa prática se estenda para os anos seguintes da escolarização do aluno. Afinal, é preciso reforçar que em matemática os meios empregados para chegar à resposta são tão importantes (ou até mais) quanto o resultado final.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

7º
Ano
E.F.

NÍVEL ADEQUADO: 250 A < 300

Os alunos, neste nível de proficiência (18,0%), além de dominarem as habilidades descritas nos níveis anteriores, resolvem questões envolvendo habilidades de:

Identificar:

- a decomposição polinomial de um número da ordem de milhão contendo algarismos zeros em sua composição;
- representações decimais de frações e de unidades de volume;
- a escrita em linguagem corrente de uma expressão algébrica;
- a expressão algébrica que representa um problema;
- frações equivalentes;
- o gráfico de linha que representa corretamente os dados de uma tabela.

Reconhecer:

- elementos de uma sequência a partir da lei de formação;
- nomes dos sólidos geométricos associados a objetos reais;
- ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

Determinar

- o valor da área de uma figura a partir de sua decomposição;
- a medida de um ângulo num triângulo dados os outros dois.

Calcular o produto de potências e expressões numéricas com números inteiros envolvendo as quatro operações fundamentais.

Resolver problemas envolvendo

- conversão de medidas (usuais e não usuais);
- cálculo de probabilidade simples;
- multiplicação (princípio de contagem);
- leitura de gráfico com variável única;
- interpretação de dados de uma tabela;
- relação de proporcionalidade por meio de regra de três;
- distância real entre duas localidades utilizando o conceito de escala em uma ilustração;
- equações de 1º grau;
- movimentações bancárias;
- diagramas de árvore.

A seguir, são ilustradas algumas dessas habilidades, com exemplos da prova de 2013.

Exemplo 4¹⁹

Habilidade Avaliada

H30 Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc. **(GII)**

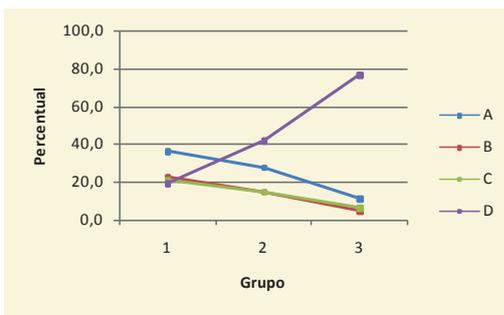
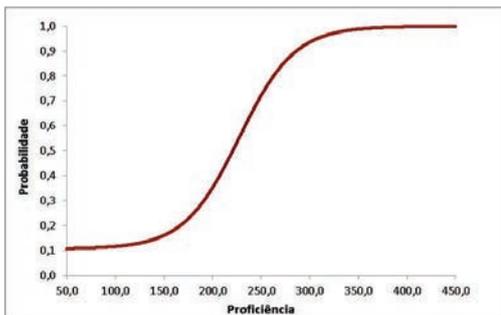
A maior parte da água doce existente no Brasil está na Amazônia. Na figura, a quantidade de copos com água representa a proporção de água doce na Amazônia e no restante do Brasil. Ou seja, 7 copos para a Amazônia e 3 para o resto do Brasil.



Considerando a água doce existente no Brasil, qual a porcentagem dela que está na Amazônia?

- (A) 7%.
- (B) 23,3%.
- (C) 30%.
- (D) **70%.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Média	Muito Boa	24,4	13,7	13,7	48,2	1,037	-0,451	0,106



19 Descreve o ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

O problema foi acertado por 48,2% dos respondentes, sendo que a maioria deste percentual corresponde a alunos do Grupo 3. Um percentual significativo (24,4%) optou pela alternativa **A** mostrando uma possível dificuldade para trabalhar com o cálculo de percentuais. A solução correta da questão que trata de proporção, pode ser obtida de duas maneiras:

I) Compreensão de que a Amazônia contém, proporcionalmente, 7 de cada 10 copos distribuídos por todo o país, ou seja, na forma de fração:

$$\frac{7}{10} \xrightarrow{\text{equivalente a}} \frac{70}{100} = 70\% \text{ (alternativa D)}$$

Nesse caso utilizou-se o conceito de frações equivalentes para obter a porcentagem, já que o denominador 100 é múltiplo do denominador original 10.

II) Utilizando a regra de três, podemos montar o seguinte esquema:

$$\begin{array}{ccc} 10 \text{ copos} & \text{_____} & 100\% \\ 7 \text{ copos} & \text{_____} & x \end{array}$$

Resolvendo, obtemos

$$10 \cdot x = 7 \cdot 100\%$$

$$10x = 700\%$$

$$x = \frac{700\%}{10}$$

$$x = 70\%$$

Mais uma vez é reforçada a necessidade de explorar os diferentes métodos de solução de um problema de modo a enriquecer a discussão em sala de aula.

Exemplo 5²⁰

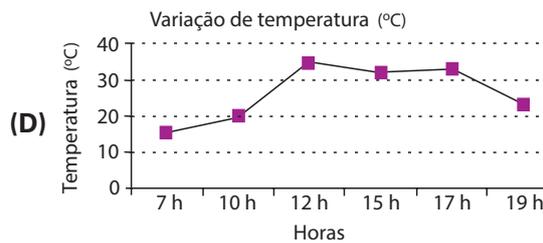
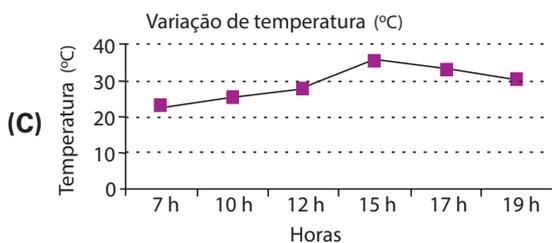
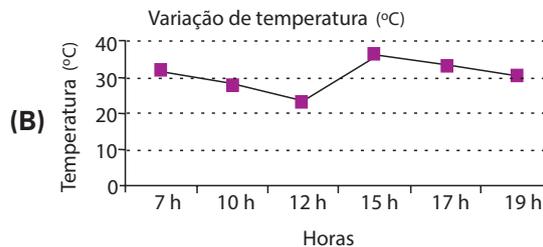
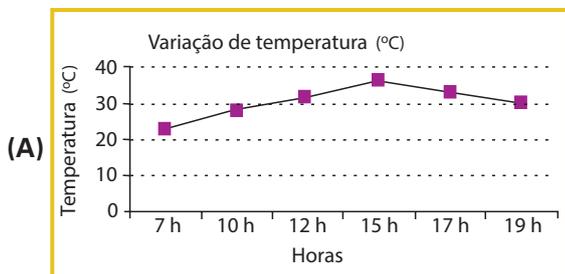
Habilidade Avaliada

H36 Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações. (gráficos elementares – barras, linhas, pontos). **(GI)**

A temperatura de uma cidade no decorrer do dia variou conforme mostra a tabela.

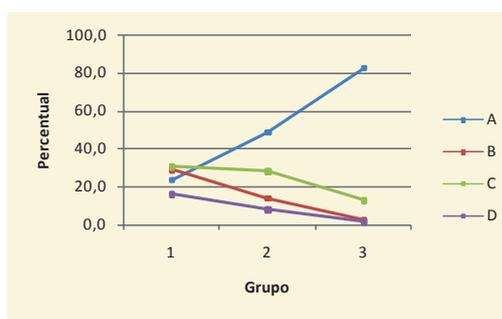
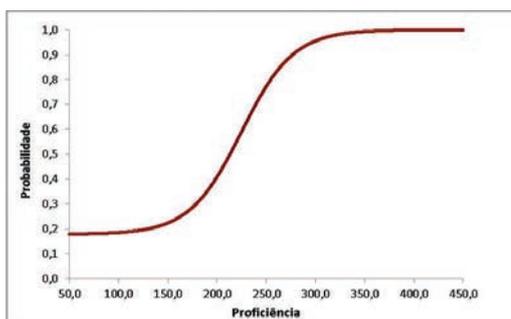
	Temperatura (°C)
7 h	23
10 h	28
12 h	32
15 h	36
17 h	33
19 h	30

Os valores dessa tabela podem ser representados pelo gráfico



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Média	Muito Boa	53,0	14,7	23,8	8,5	1,118	-0,505	0,178

20 Descreve o ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



O exercício busca associar os dados apresentados em uma tabela ao seu respectivo gráfico de linhas. É oportuno destacar que, em geral, os gráficos mais trabalhados e discutidos no 7º ano EF são os de colunas e setores. Essa maior familiarização justifica o percentual de acertos ter ficado em 53,0%, um aproveitamento mediano, que sugere a necessidade de ampliar a variedade de tipos de gráficos trabalhados em sala. Quando os alunos devem transpor dados de tabelas para gráficos de colunas, o desempenho é consideravelmente superior.

É importante o professor salientar para seus alunos que o gráfico de linhas busca caracterizar e evidenciar a variação ocorrida ao longo do tempo. Nesse caso, em particular, temos três aumentos consecutivos (das 7h às 10h; das 10h às 12h e das 12h às 15h) e depois dois decréscimos nos intervalos de hora restantes. Os únicos gráficos que respeitam essa variação são os presentes na alternativas **A** e **C**. É preciso destacar que essas foram as duas alternativas mais assinaladas nesta questão, ou seja, cerca de 77,0% dos alunos compreenderam a variação ocorrida nos intervalos de hora.

Para excluir a alternativa **C** e optar pela **A** era necessário comparar os valores associados a seus respectivos horários, ou então, observar que o pico de crescimento no gráfico da alternativa **C** obtido entre às 12h e 15h está errado, já que a maior variação ocorre das 7h às 10h como marca a alternativa **A**.

Exemplo 6²¹

Habilidade Avaliada

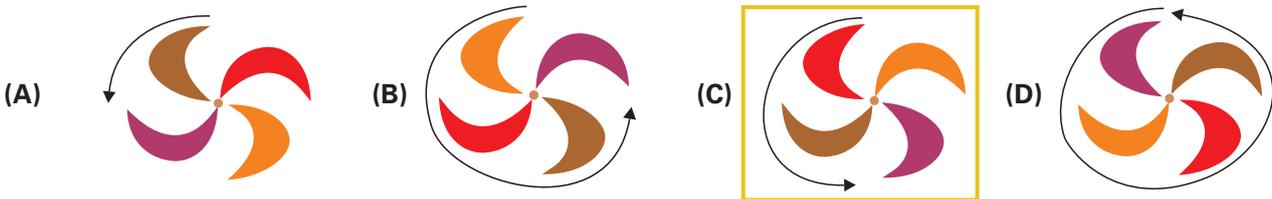
H24 Reconhecer ângulos como mudança de direções ou giros, identificando ângulos retos e não retos. **(GII)**

Observe a figura 1 e assinale qual é o ângulo orientado que melhor descreve que a figura girou 180°.

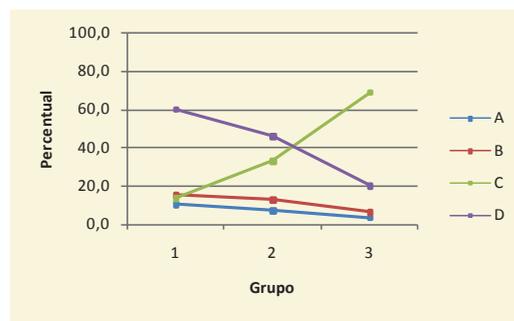
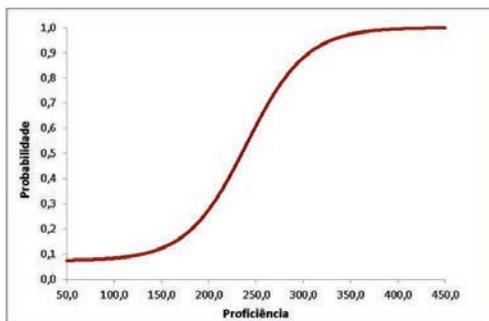


Figura 1

21 Descreve o ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	7,0	11,6	39,7	41,8	0,934	-0,201	0,072



A questão foi acertada por 39,7% dos estudantes, e grande parte destes alunos estão no Grupo 3. É importante destacar que a maioria dos respondentes (41,8%) optou pela alternativa **D**, o que mostra que esses alunos possivelmente associam o giro de 180° com uma volta completa.

É fato que nesse ano escolar não é esperado que o aluno domine os giros para quaisquer ângulos, mas é essencial que ele associe os elementares, ou seja:

- 360° => associado a uma volta completa.
- 180° => associado a meia volta.
- 90° => associado a metade de meia volta, ou então, um quarto de volta.

Ao girar a figura meia volta cada parte colorida assumirá a posição da sua cor oposta. Assim, a parte vermelha e lilás inverteriam de posição, assim como as partes marrom e laranja. Dessa forma, a figura resultante é caracterizada pela alternativa **C**.

Ressalta-se que o sentido do giro não dificultou esse item, pois todas as figuras fizeram o giro em um mesmo sentido. Cabe ao professor, elevar a discussão a esse nível caso entenda que seus alunos já estão aptos a inserir mais essa variável no problema.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

7º
Ano
E.F.

NÍVEL AVANÇADO: ≥ 300

Os alunos deste nível (3,9%), mostram domínio das habilidades que foram descritas até o momento, e além dessas, são capazes de:

Identificar

- situações de proporcionalidade entre grandezas expressas em linguagem corrente ou tabela;
- a simplificação de uma razão;
- a regularidade de um padrão geométrico;
- a soma dos ângulos internos de um polígono decomposto em triângulos;
- um objeto por meio de suas vistas laterais e superior;
- a existência de simetria em uma figura.

Localizar informações em uma tabela de dupla entrada.

Calcular

- medidas de ângulos;
- resultados de divisão entre números decimais;
- o perímetro de um polígono e figura decomposta;
- adição e subtração de frações.

Determinar um múltiplo comum de dois números.

Traduzir em linguagem corrente o significado de uma sentença numérica e vice-versa.

Resolver problema envolvendo

- dados apresentados em um gráfico de pontos;
- frações equivalentes;
- diferentes unidades de medida do sistema métrico decimal (metro e centímetro);
- transformação de unidades de medida de área;
- equação do 1º grau com coeficiente fracionário;
- a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência.

A seguir, são apresentados exemplos de itens que caracterizam tal grupo, ao qual pertencem 3,9% dos alunos da Rede Estadual.

Exemplo 7²²

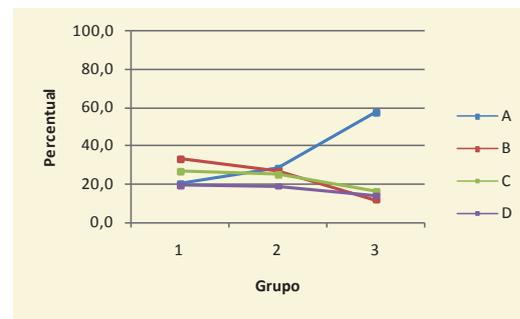
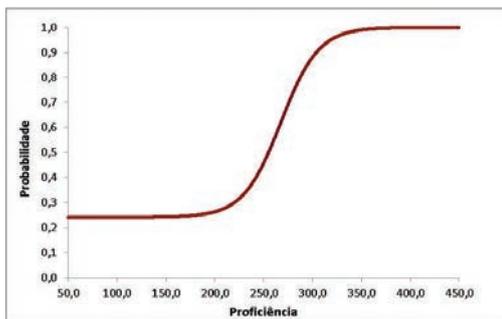
Habilidade Avaliada

H02 Estabelecer relações entre números naturais tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de” e reconhecer números primos e números compostos. **(GIII)**

Dentre os números 56, 45, 40 e 35, aquele que é múltiplo de 4 e 7 é

- (A) 56.
- (B) 45.
- (C) 40.
- (D) 35.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Média	Boa	37,1	23,2	22,4	17,3	1,528	0,353	0,241



O problema proposto foi acertado por 37,1% dos estudantes e, apesar, da alternativa correta ter sido a mais assinalada é possível perceber uma distribuição razoável dos respondentes por todas as alternativas, o que mostra que o conceito possivelmente não foi bem apreendido pela grande maioria dos alunos.

Para resolver a questão era necessário saber que ser múltiplo de 4 e de 7 significa, de modo simples, que o número deve ser comum ao conjunto dos múltiplos de 4 e ao conjunto dos múltiplos de 7. Veja:

$$M(4) \Rightarrow 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; 40; 44; 48; 52; \boxed{56}; 60; \dots$$

$$M(7) \Rightarrow 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; \boxed{56}; 63; 70; \dots$$

Portanto, o número 56 é o único dentre os quatro apresentados que é múltiplo de 4 e 7.

A conversa com os alunos pode se estender para outras concepções, como por exemplo, o fato de “ser múltiplo” implica em “ser divisível”, ou seja, as divisões do número por 4 e por 7 são exatas (resto zero). Ao dividirmos os quatro números por 4 e por 7 o único que não irá gerar resto não nulo em ambos os casos é o 56.

É oportuno registrar novamente a importância de variar a apresentação da habilidade, com a utilização de situações-problema envolvendo a obtenção de múltiplos comuns.

22 Descreve o ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

Exemplo 8²³

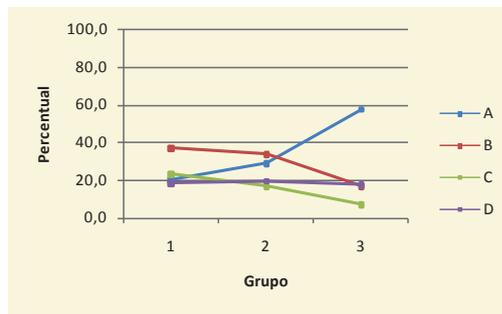
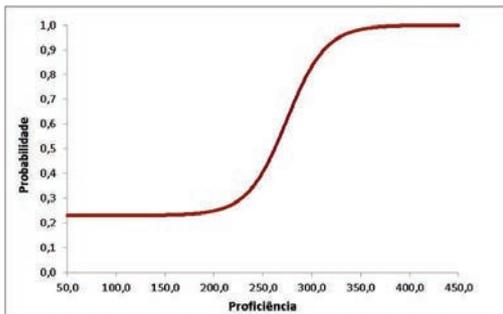
Habilidade Avaliada

H23 Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas. (GII)

Para o acabamento de um tapete de retalho, Miriam precisa de uma tira de tecido de pelo menos 6 metros. Ela mediu 4 tiras de tecido obtendo diferentes medidas: 45 cm ; 1,25 m ; 2 m e 64 cm. Assim, para terminar o tapete, Miriam precisa de mais uma tira de

- (A) 1,66 m.
- (B) 2,36 m.
- (C) 3,02 m.
- (D) 4,34 m.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
A	Difícil	Boa	34,2	30,5	16,4	19,0	1,469	0,488	0,230



O item foi respondido corretamente por 34,2% dos respondentes e exigia alta proficiência. A partir do gráfico da TRI podemos notar que os alunos com proficiência média do ano em questão apresentam uma probabilidade de acerto em torno de 30,0%, ou seja, é mais provável que estes alunos não acertem a questão.

Para resolver o problema é necessário estar atento à existência de diferentes unidades de medida e, portanto, é preciso igualá-las. Então, duas soluções possíveis seriam:

l) trabalhar com todas as unidades em centímetros:

$$\begin{array}{r}
 45 \text{ cm} \\
 + 125 \text{ cm} \\
 200 \text{ cm} \\
 \underline{64 \text{ cm}} \\
 434 \text{ cm}
 \end{array}$$

23 Descreve o ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

Então para completar os 6 metros (600 cm) faltam 166 cm, que equivale a 1,66 m.

Esse cálculo tem o facilitador de trabalhar apenas com números naturais em seus cálculos, porém exige maior número de transformações que a resolução a seguir.

II) trabalhar com todas as unidades em metros:

$$\begin{array}{r}
 0,45\text{ m} \\
 + 1,25\text{ m} \\
 2,00\text{ m} \\
 \underline{0,64\text{ m}} \\
 4,34\text{ m}
 \end{array}$$

Por fim, para descobrir a quantidade faltante de tecido, subtraímos

$$6,00 - 4,34 = 1,66\text{ m}.$$

Esse tipo de solução exige um maior domínio do cálculo com números decimais.

3.2.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Conforme anteriormente relatado, o SARESP utiliza questões de um ano para outro a fim de comparar os resultados de uma edição com as anteriores. Dentre esses itens de ligação estão questões do Saeb/Prova Brasil, úteis para estabelecer uma correlação com a avaliação de abrangência nacional. Aqui, cabe destacar que, devido ao fato de que não há uma prova Saeb destinada ao 7º ano, os itens utilizados são escolhidos no conjunto de itens Saeb do 9º ano EF, que se ajustam à MRA/SARESP do 7º ano do Ensino Fundamental.

A seguir, estão comparados os desempenhos das edições de 2012 e 2013 do 7º ano do Ensino Fundamental em Matemática.

**Tabela 14. – Desempenho em Itens de Ligação
Matemática – 7º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2012 e 2013**

Objetos de Conhecimento	Acerto (em %)	
	2012	2013
Problema envolvendo multiplicação (configuração retangular).	44,9	44,5
Problema envolvendo transformação de ml em l.	67,2	68,1
Expressão numérica com números decimais.	38,0	58,7
Produto de inteiros negativos.	37,7	37,0
Cálculo com potências.	24,6	24,5
Obter a soma dos ângulos internos de um polígono, a partir da sua decomposição em triângulos.	43,9	41,5
Problema envolvendo divisão não exata.	51,0	48,3
Problema envolvendo diferença entre decimais (temperatura).	47,3	46,4
Localização de decimal na reta numérica.	56,6	61,7
Calculo de área com auxílio de malha quadriculada.	53,1	53,8
Fração como representação parte/todo.	50,0	48,9
Diferença entre uma unidade e uma fração.	29,4	31,6
Resolver problema envolvendo unidade de medida não usual.	63,0	59,3
Problema envolvendo números decimais.	76,5	75,0
Soma de ângulos.	73,2	68,7
Problema envolvendo o cálculo da soma de três produtos (em reais).	77,1	76,3
Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais.	70,7	70,1
Resolver problema por meio da leitura de mapa com escala.	70,0	66,9
Determinação dos ângulos internos de um paralelogramo.	53,3	59,1
Resolução de problema por meio de equações.	44,8	43,1

Por meio da tabela é possível notar que, mais uma vez, temos uma oscilação discreta em relação ao desempenho médio dos itens de ligação, na maioria das vezes para menos. Cabe ressaltar que os itens de ligação reforçam a afirmação da existência de algumas dificuldades como, por exemplo, o cálculo com potências, assim como a diferença entre 1 unidade e uma quantidade fracionária.

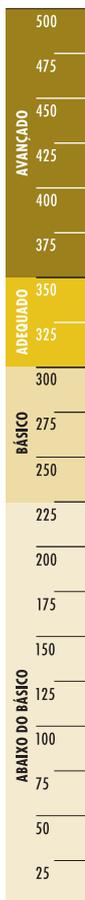
3.3. – A MATEMÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

5º Ano
Ensino Fundamental

7º Ano
Ensino Fundamental

9º Ano
Ensino Fundamental

3ª Série
Ensino Médio



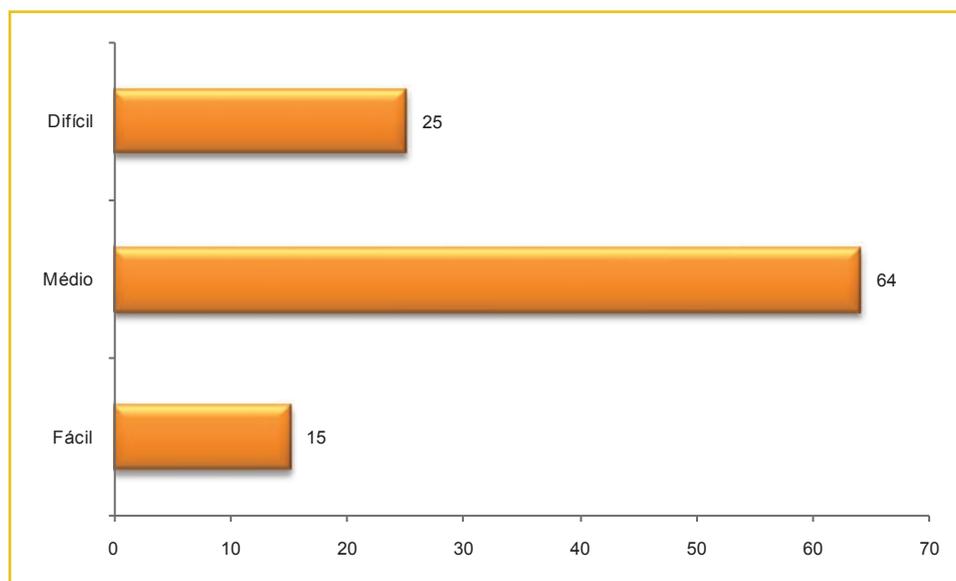
3.3. – A MATEMÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, arranjadas de um total de 104 itens, cobrindo as 45 habilidades da Matriz de Referência de Matemática, para esta etapa de escolaridade e com diferentes graus de dificuldades como mostram as tabelas e gráficos apresentados a seguir:

Tabela 15. – Distribuição de Itens segundo Habilidades e Competência de Área Prova de Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

TEMAS	Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliados no SARESP 2013	Itens de Ligação (7º EF)
CA-1 Números, Operações e Funções	20	42	6
CA-2 Espaço e Forma	10	21	3
CA-3 Grandezas e Medidas	11	20	2
CA-4 Tratamento da Informação	4	8	2
Total	45	91	13

Gráfico 26. – Distribuição das Questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

A prova proposta, de nível mediano, alinhou-se com a composição das habilidades presentes na matriz curricular. Os gráficos seguintes mostram a distribuição dos itens da prova, segundo grupos de competência do aluno e de área/tema (CA), de acordo com a Matriz de Referência de Avaliação para o 9º ano do Ensino Fundamental. Cabe lembrar que a soma dos valores anotados, em ambos os casos, não totaliza 104, devido ao fato de a prova incluir itens de ligação do 7º ano que são colocados para a comparação dos resultados de desempenho entre anos escolares.

Gráfico 27. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências Cognitivas do Aluno – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013

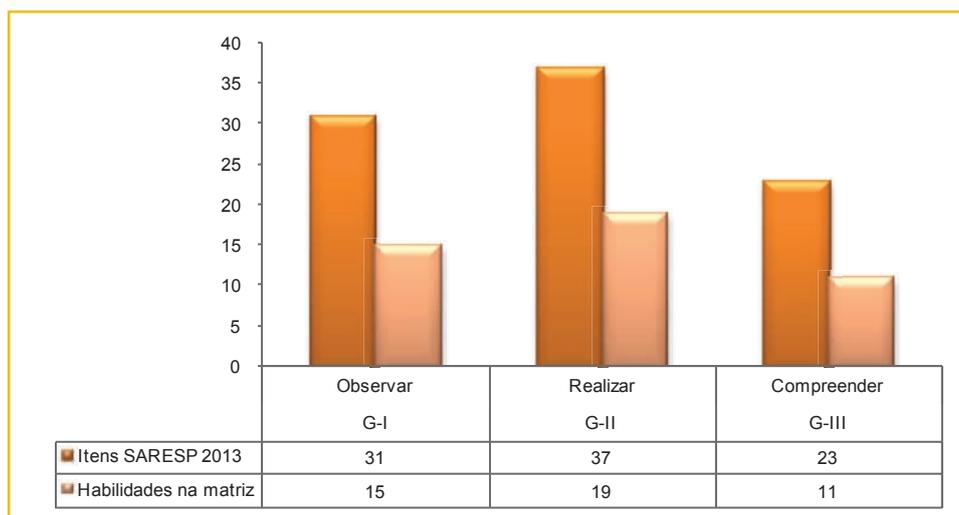
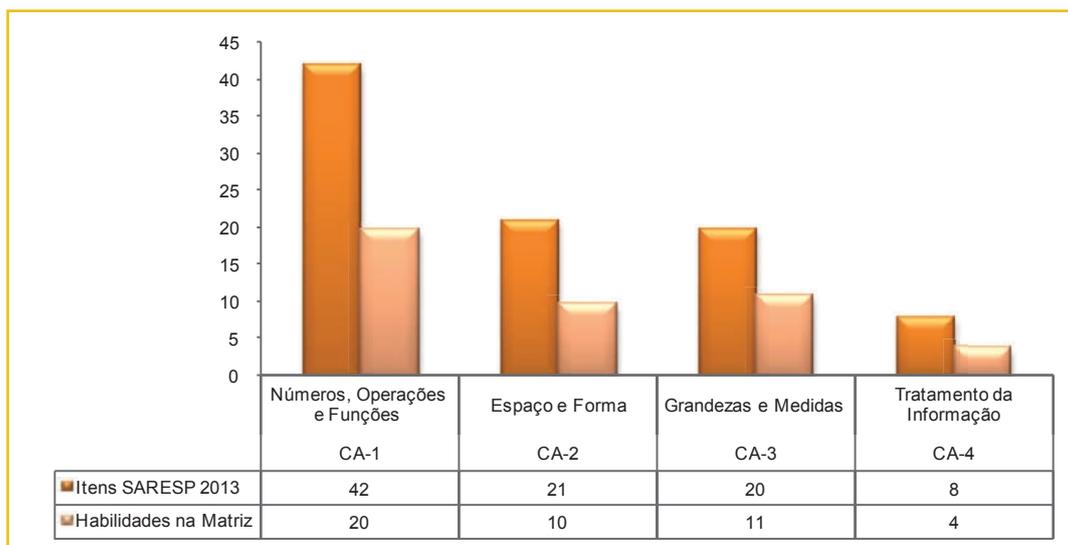


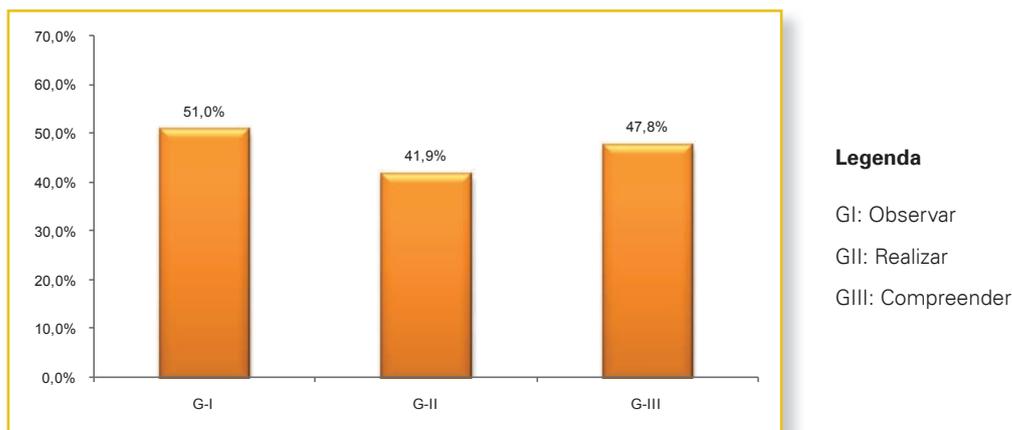
Gráfico 28. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



Essas distribuições refletem a intenção da avaliação, ou seja, reúne as competências do aluno e as áreas da Matemática com as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

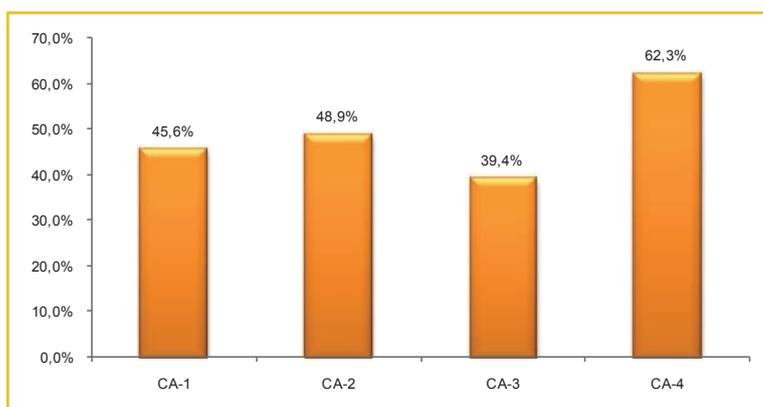
Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, foram analisados os percentuais de acertos nas questões, agrupadas de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e depois, de acordo com as áreas da Matemática (CA), trabalhadas nas 104 questões da prova. Isso é apresentado nos gráficos seguintes:

**Gráfico 29. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013**



O conjunto de itens referentes a habilidades do Grupo I foi o mais acertado. Os alunos se destacaram nas questões que exigiam associar a fração a diferentes significados, reconhecer as representações decimais dos números racionais, identificar a localização e a movimentação de objetos em mapas ou outras representações gráficas, assim como as propriedades comuns e as diferenças entre figuras geométricas. O bloco dos itens referentes a habilidades do Grupo II foi acertado por quase 42,0% dos respondentes, sendo que os melhores desempenhos se encontram nas habilidades de utilizar a notação científica como forma de representação, identificar as propriedades de um triângulo, resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas e associar as informações apresentadas em tabelas ou listas a seus respectivos gráficos. Por fim, as questões que compõem o Grupo III foram acertadas por quase 48,0% dos alunos, destacando o bom desempenho em resolver problemas envolvendo números racionais em diferentes operações, assim como informações apresentadas em gráficos ou tabelas.

**Gráfico 30. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013**



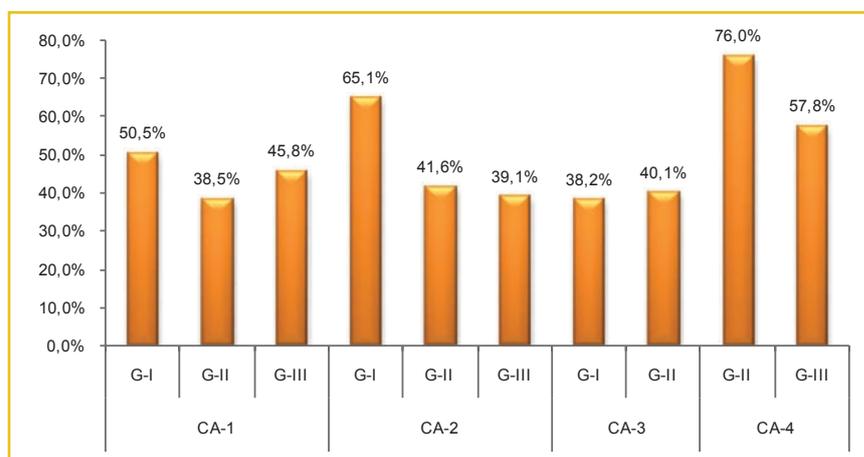
Legenda

- CA-1: Números, Operações e Funções
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação

As questões que envolvem conteúdos de Números/Operações, de Geometria (Espaço e Forma) e Tratamento da Informação têm respostas corretas dadas por cerca de 45,6%, 48,9% e 62,3% dos alunos, respectivamente. Esses resultados refletem ligeira melhoria de desempenho quando comparado com os resultados do ano anterior (43,0%; 48,4% e 62,3% respectivamente). Nessa edição, o tema Grandezas e Medidas foi o menos acertado, com 39,4%, mostrando, mais uma vez, que o tema com maior necessidade de ser trabalhado nesse ano escolar.

O gráfico a seguir apresenta os percentuais de acerto de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

Gráfico 31. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



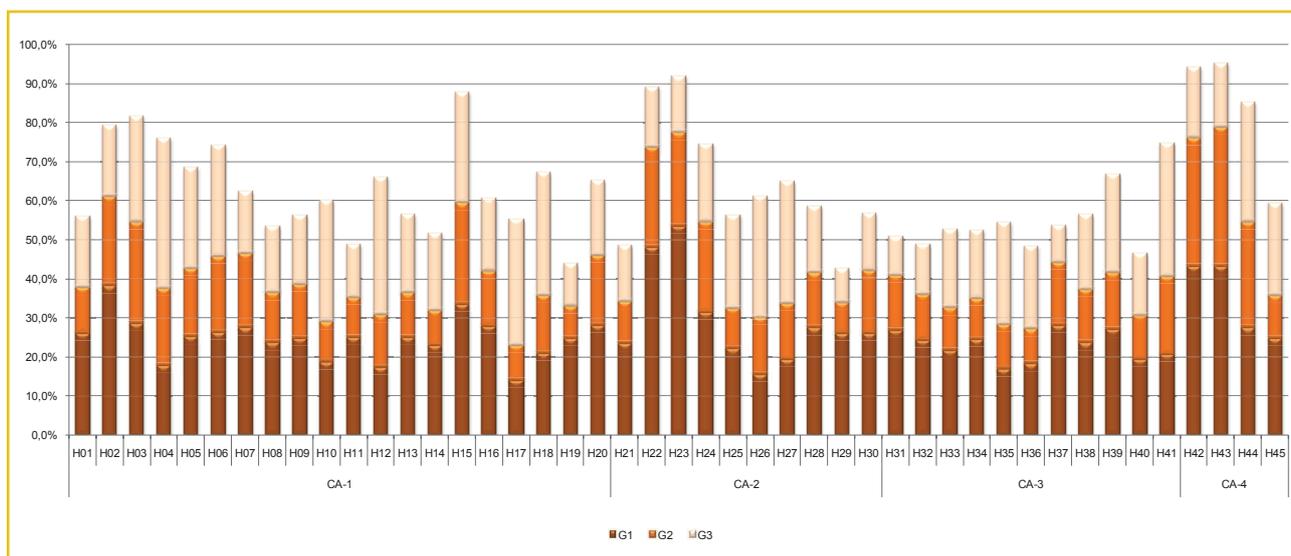
Legenda

- CA-1: Números, Operações e Funções
- CA-2: Espaço e Forma
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação
- GI: Observar
- GI: Realizar
- GIII: Compreender

Constatou-se novamente que os menores percentuais referem-se aos alunos que responderam corretamente as questões que pediam o cálculo da área de polígonos, o volume de prismas e cilindros e a utilização do número π na obtenção do perímetro e da área de uma circunferência (38,2%) e aquelas em que o estudante precisava efetuar cálculos, aproximações diversas e operações simples com polinômios (38,5%). O melhor índice de acerto fica para as questões que associam informações apresentadas em listas ou tabelas e seu respectivo gráfico (76,0%).

De modo a facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área é apresentado a seguir um gráfico que detalha o aproveitamento dos alunos em cada habilidade da Matriz de Avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). No 9º ano EF, os alunos do Grupo 1 – menor desempenho na prova - são aqueles que acertaram até 8 questões, já os do Grupo 2 acertaram entre 9 e 12 itens, e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 13 e 24 questões. O número de acertos apurado para cada grupo de desempenho já dá uma indicação do desempenho geral dos alunos do ano escolar considerado.

Gráfico 32. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competências de Área Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013



O gráfico permite perceber que existem habilidades que apresentam alto desempenho nos três Grupos, dentro das respectivas possibilidades, como por exemplo, aquelas que se referem à identificação de propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações (H23) e à associação de informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa (H43). De outra parte, as habilidades para resolver problemas que envolvam equações do 2º grau (H19), ou que utilizem propriedades dos polígonos regulares (H29) e também para calcular áreas de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares (H31), apresentam as menores variações de percentual de acerto entre os grupos. Isso mostra que tais habilidades necessitam ser fortalecidas nesse ano escolar.

É possível também observar que há uma diferença grande no rendimento dos alunos do Grupo 3 em relação aos outros dois grupos, em itens propostos para as habilidades de representar os números reais geometricamente na reta numerada (H04), de realizar operações simples com polinômios (H12) e de resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida (H41).

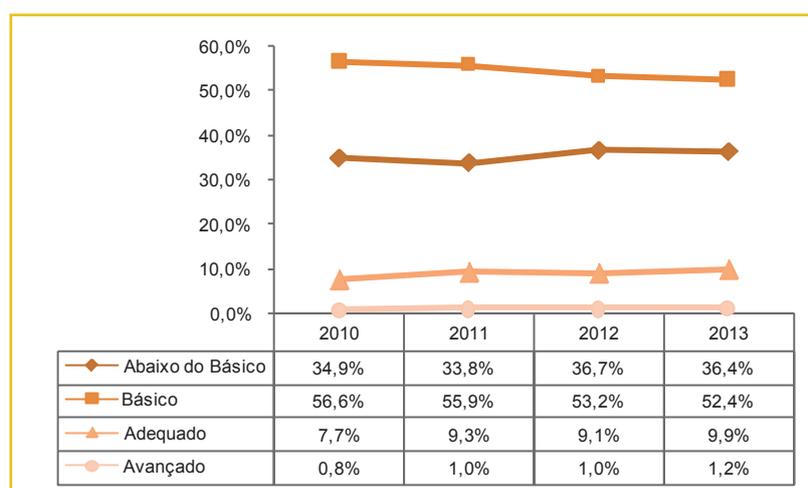
A tabela a seguir, apresenta distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos para o SARESP – Matemática 9º ano EF.

**Tabela 16. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática
9º Ano do Ensino Fundamental – SARESP 2013**

Nível	Alunos (em %)
Abaixo do Básico (< 225): Aqui estão os alunos que demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 9º ano EF.	36,4%
Básico (225 a < 300): Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	52,4%
Adequado (300 a < 350): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o 9º ano EF.	9,9%
Avançado (≥ 350): Os estudantes neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para o 9º ano EF.	1,2%

O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010-2013, apresentados em momento anterior deste relatório (Quadro 4). Ele mostra a evolução da situação dos alunos do 9º ano de Ensino Fundamental, em relação aos níveis de proficiência do SARESP no período indicado. O gráfico mostra, para o período, queda no percentual de alunos classificados no nível Básico. No entanto, essa queda não parece estar associada apenas ao deslocamento de alunos para o Abaixo do Básico (2012 e 2013): ao que tudo indica, há uma pequena parte de alunos com nível desse nível que se desloca para os níveis superiores

**Gráfico 33. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2013
Matemática – 9º Ano do Ensino Fundamental**



3.3.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 225

Nesse nível, os alunos representam 36,4% e demonstram capacidade para realizar tarefas mais relacionadas ao que se descreve para as séries anteriores, e realizam também algumas tarefas propostas para esse ano escolar, das quais se destacam as habilidades de:

Identificar

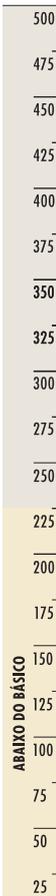
- localizações em um mapa por meio de coordenadas (batalha naval).
- a fração correspondente a uma parte colorida em relação ao todo de uma figura.

Reconhecer a ampliação e redução de figuras.

Associar uma tabela a seu respectivo gráfico.

Resolver problemas simples que envolvem grandezas proporcionais.

O exemplo seguinte é útil para caracterizar esse nível.



Exemplo 1²⁴

Habilidade Avaliada

H02 Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados. **(GI)**

Na figura 1, tem-se um retângulo tomado como unidade de área. Na figura 2, está sombreada a quarta parte da unidade. Na figura 3, está sombreado um terço da unidade.



figura 1



figura 2

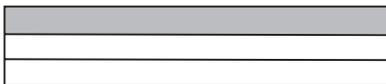


figura 3

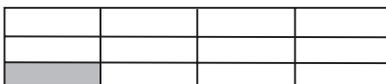


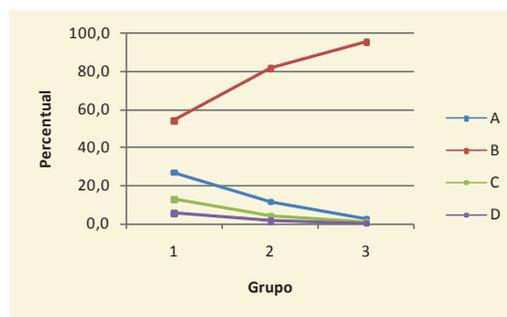
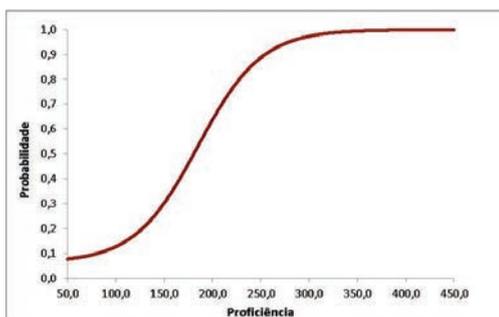
figura 4

Na figura 4, a unidade está dividida em partes iguais e a região sombreada (uma dessas partes) corresponde a

- (A) $\frac{1}{6}$ da unidade.
- (B) $\frac{1}{12}$ da unidade.
- (C) $\frac{1}{24}$ da unidade.
- (D) $\frac{1}{36}$ da unidade.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Fácil	Muito Boa	11,1	82,2	4,8	1,9	0,898	-1,300	0,062

24 Descreve o ponto 200 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP



Esse item, assim como o primeiro apresentado no capítulo referente ao 7º ano EF (vide p. 84), tem o intuito de mostrar que os alunos realmente conhecem as ideias elementares relacionadas às frações. Aqui o objetivo da questão era verificar se no 9º EF os alunos ainda traziam com eles uma das primeiras ideias a respeito de fração trabalhadas na escola (anos iniciais do Ensino Fundamental). O item mostrou bom aproveitamento em todos os três grupos de desempenho e a curva característica mostra que para aqueles alunos que atingiram a proficiência média do ano em questão (242,6 pontos) a probabilidade de acertar o item foi próxima de 80,0%, ou seja, bem alta.

É importante destacar que conhecer a ideia é diferente de dominá-la, afinal é preciso destacar que o item proposto não apresenta qualquer alternativa que caracteriza um erro comum por parte dos alunos, como seria o caso, por exemplo, da fração $1/11$ na qual alguns alunos associam esta como sendo a resposta por considerarem que na figura tem-se um quadradinho cinza e onze brancos. Essa investigação é muito importante e precisa ser feita, começando pelo professor na sala de aula, identificando até que ponto seu aluno apenas conhece a ideia e até onde ele a domina de fato.

NÍVEL BÁSICO: 225 A < 300

São identificadas nesses alunos (52,4%), as habilidades descritas nos anos anteriores do Ensino Fundamental, e além dessas, a capacidade de:

Identificar

- a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas;
- números reais na reta numérica;
- elementos de uma sequência de figuras;
- o maior decimal dentre outros.

Realizar cálculos com números inteiros, decimais e frações de mesmo denominador.

Resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas pelo método da adição e substituição.

Resolver problemas envolvendo

- o cálculo de perímetro e área de figuras planas;
- áreas e equações do segundo grau;
- a representação decimal de uma fração;
- conceito de probabilidade; equação simples de coeficientes racionais;
- noções de compra, venda e parcelamento;
- informações dispostas em uma tabela e contagem simples.

A seguir, são apresentados exemplos ilustrativos do nível.

Exemplo 2²⁵

Habilidade Avaliada

H43 Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa. **(GII)**

Com as promoções que muitas companhias aéreas têm feito, fica cada vez mais fácil viajar de avião. Observe no gráfico abaixo o aumento do número de passageiros nos últimos anos.



A tabela que melhor representa este gráfico é:

(A)

Ano	Meses	Número de Passageiros (em milhões)
2007	janeiro a dezembro	71
2008	janeiro a dezembro	128
2009	janeiro a dezembro	113
2010	janeiro a julho	110

(B)

Ano	Meses	Número de Passageiros (em milhões)
2007	janeiro a dezembro	113
2008	janeiro a dezembro	110
2009	janeiro a dezembro	71
2010	janeiro a julho	128

(C)

Ano	Meses	Número de Passageiros (em milhões)
2007	janeiro a dezembro	110
2008	janeiro a dezembro	113
2009	janeiro a dezembro	71
2010	janeiro a julho	128

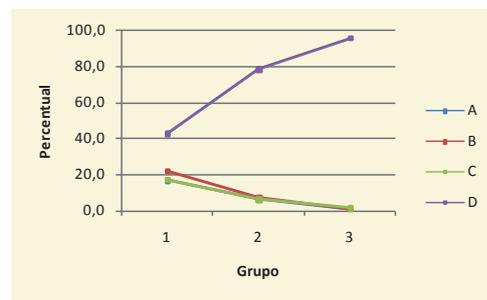
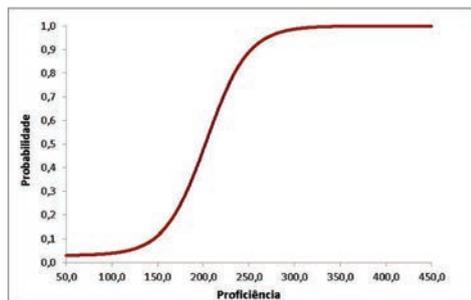
(D)

Ano	Meses	Número de Passageiros (em milhões)
2007	janeiro a dezembro	110
2008	janeiro a dezembro	113
2009	janeiro a dezembro	128
2010	janeiro a julho	71

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Fácil	Muito Boa	7,5	9,1	7,6	75,7	1,296	-0,928	0,029

O item proposto exigia do aluno transpor as informações apresentadas num gráfico para uma tabela. É possível perceber pelas alternativas que não há nenhuma diferença entre a disposição dos anos e meses e, portanto, bastava apenas associar o número de passageiros com seu respectivo ano. Assim, o aluno obterá,

Ano	Número de Passageiros (em milhões)
2007	110
2008	113
2009	128
2010	71



Essa relação está presente apenas na alternativa **D**. Os alunos do grupo superior apresentam um altíssimo aproveitamento na questão (95,9% de acertos) e a curva característica do item mostra que os alunos que atingiram a média do ano escolar (242,6 pontos) apresentam em torno de 85,0% como probabilidade de acerto, ou seja, o item realmente pode ser caracterizado como fácil.

Exemplo 3²⁶

Habilidade Avaliada

H44 Resolver problemas que envolvam processos de contagem; princípio multiplicativo. **(GIII)**

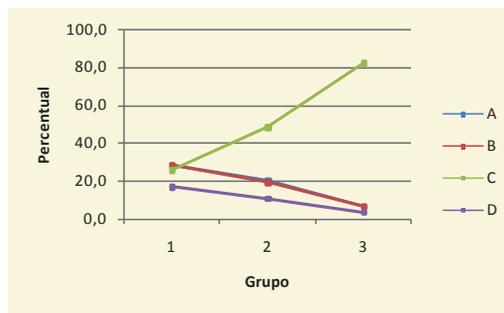
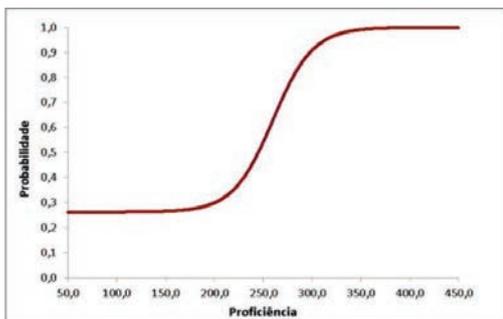
O líder de uma torcida organizada da seleção brasileira encomendou camisetas azuis, amarelas e brancas que devem ser usadas com bermudas jeans ou pretas. Sendo obrigatório o uso de uma camiseta e uma bermuda, o número de combinações possíveis é:

- (A) 4.
- (B) 5.
- (C) **6.**
- (D) 7.

²⁶ Descreve o ponto 275 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Média	Muito Boa	18,2	17,6	54,0	10,2	1,441	0,202	0,262

Essa questão explora uma das principais ideias associadas a operação de multiplicação, muitas vezes apresentada já no final dos anos iniciais do Ensino Fundamental e que não pode ser esquecida ao longo dos anos seguintes. A solução do item é obtida pela multiplicação do número de opções de camisetas pelo número de opções de bermudas, nesse caso resultando em 6 combinações distintas. Ter essa ideia bem clara é muito importante, pois contribui para uma melhor compreensão do Princípio Fundamental da Contagem que será aprofundada no Ensino Médio.



Pelo gráfico comparando o desempenho dos grupos é possível perceber que apenas os alunos de desempenho superior (Grupo 3) realmente assimilaram a ideia. Já a curva da TRI mostra que apenas os alunos com proficiência maior ou igual a 300 apresentam alta probabilidade de acertar a questão, devido ao alto poder discriminatório da questão (parâmetro $a=1,441$).

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

NÍVEL ADEQUADO: 300 A < 350

Os alunos (9,9%), classificados nesse nível, demonstram as habilidades dos anos anteriores, e ainda a capacidade de:

Identificar

- a expressão que define o termo geral de uma sequência;
- um objeto por meio das suas vistas superior e lateral.

Aplicar o teorema de Tales.

Calcular

- valores aproximados de radicais;
- o resultado de uma expressão dado os valores das variáveis envolvidas.

Realizar soma de polinômios.

Resolver problemas envolvendo

- compra e venda, descontos, lucros e prejuízos e aumentos dados em percentuais;
- cálculo de medida de comprimento de um dos lados de triângulos semelhantes;
- cálculo do perímetro de uma circunferência;
- cálculo de probabilidades simples;
- sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas.

A seguir, são ilustradas algumas dessas habilidades, com exemplos da prova de 2013.

Exemplo 4²⁷

Habilidade Avaliada

H04 Representar os números reais geometricamente na reta numerada. **(GI)**

Na reta numérica está representado o intervalo de números inteiros compreendidos entre -700 e 900 .



Os pontos Z, T e U estão representando na reta, respectivamente, os números inteiros

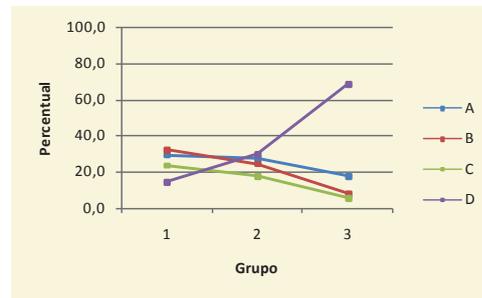
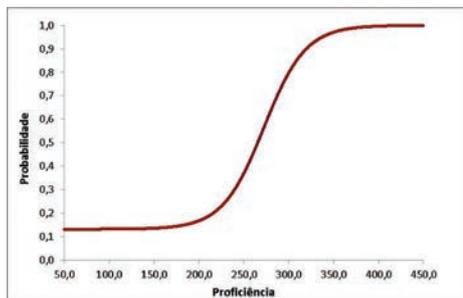
- (A)** -100 ; -500 e 400 .
- (B)** -200 ; -400 e 300 .
- (C)** -400 ; -200 e 500 .
- (D)** -500 ; -100 e 400 .

²⁷ Descreve o ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Média	Muito Boa	24,4	20,5	14,8	40,3	1,273	0,450	0,131

O item proposto visa identificar o valor dos pontos da reta associados as letras Z, T e U. Ao analisar os únicos dois valores conhecidos da reta pode-se concluir que sua graduação varia de 100 em 100 unidades. Por esse motivo, é possível concluir que o ponto U tem valor igual a 400 já que está três graduações a direita do 100. Isso já seria suficiente para deixar apenas duas alternativas como possíveis respostas **A** ou **D**. Fato importante a ser constatado é que essas duas alternativas apresentam os mesmos valores, porém em ordem diferente, ou seja, caberia ao aluno, além de descobrir os valores apresentá-los na respectiva ordem correta para chegar na alternativa correta **D**.

Contudo, também é válida a observação de que, praticamente, 65,0% das respostas se concentraram na primeira e última alternativas, mostrando assim que boa parte dos alunos descobriu corretamente os valores dos pontos, porém não os apresentou de forma correta.



Destacamos que alunos com proficiência até 200 pontos apresentam uma chance de acerto praticamente equivalente a do acerto casual. Mesmo aqueles que atingiram a proficiência média deste ano escolar (242,6 pontos) tem menos de 40,0% de chance de um provável acerto.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

ADEQUADO

Exemplo 5²⁸

Habilidade Avaliada

H03 Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos. **(GI)**

A decomposição $7 + 0,04 + 0,008$ pode representar o número decimal

- (A) 7,48.
- (B) 7,408.
- (C) 7,804.
- (D) **7,048.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Média	Muito Boa	21,4	25,5	8,6	44,5	1,125	0,511	0,210

O item pode ser resolvido por meio do cálculo da soma indicado no enunciado, mas é preciso igualar as casas decimais envolvidas na conta, conforme mostrado a seguir.

$$\begin{array}{r} 7,000 \\ + 0,040 \\ 0,008 \\ \hline 7,048 \end{array}$$

É fundamental que o estudante atente para a necessidade das vírgulas estarem alinhadas na montagem do algoritmo. Também é válido ressaltar que ao comentar da vírgula, alguns alunos irão indagar sobre o número 7 e a “não existência” da vírgula no mesmo. Se isso acontecer durante a discussão é sinal de que o assunto precisa ser rediscutido.

Outra forma de obtenção da alternativa correta ocorre por meio da simples leitura adequada dos números envolvidos na soma $7+0,04+0,008$. A leitura também é um importante instrumento para o professor verificar se seus alunos dominam o valor posicional dos números decimais. Sendo assim, teríamos

$$7+0,04+0,008 \Rightarrow 7 \text{ unidades} + 4 \text{ centésimos} + 8 \text{ milésimos}$$

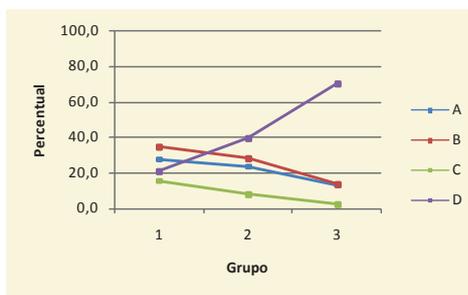
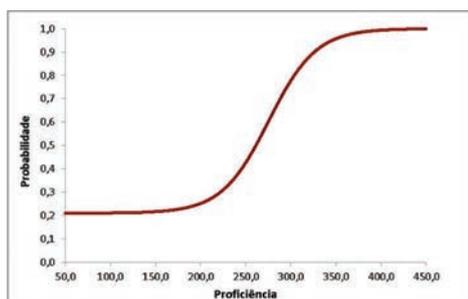
Note que não há valor associado aos décimos, ou seja, a soma resulta em 7 unidades, 0 décimos, 4 centésimos e 8 milésimos, que escrito no formato decimal corresponde a 7,048.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

ADEQUADO

9º
Ano
E.F.

28 Descreve o ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



A decomposição decimal está diretamente associada ao conceito de valor posicional e, no 9º ano do EF, isso é esperado como uma habilidade desenvolvida. Porém, o índice de acerto inferior a 50,0% e apenas o Grupo 3 tendo bom desempenho, sugerem que considerações a respeito do tema ainda são necessárias.

500
475
450
425
400
375
350
ADEQUADO
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

NÍVEL AVANÇADO: ≥ 350

Os alunos (1,2%), deste nível de proficiência além de terem desenvolvido todas as habilidades descritas até o momento, demonstram ser capazes de:

Reconhecer

- a representação geométrica de $(a+b)^2$.
- a forma fatorada de uma equação do 2º grau.

Utilizar a notação científica como forma de representação para números muito pequenos ou muito grandes.

Calcular o valor aproximado de uma raiz quadrada, com apoio de informação.

Resolver problemas envolvendo

- o Teorema de Pitágoras;
- o Teorema de Tales;
- o uso de unidades de medida de volume;
- contagens e raciocínio combinatório;
- o cálculo da probabilidade de um evento na forma de porcentagem;
- a aplicação de razões trigonométricas de ângulos agudos;
- triângulos semelhantes;
- a determinação do número de lados de um polígono dado a soma dos ângulos internos do mesmo;
- a propriedade do ângulo externo de um triângulo;
- relações métricas do triângulo;
- a área lateral de um cilindro.

A seguir, são apresentados alguns exemplos que caracterizam tais habilidades.

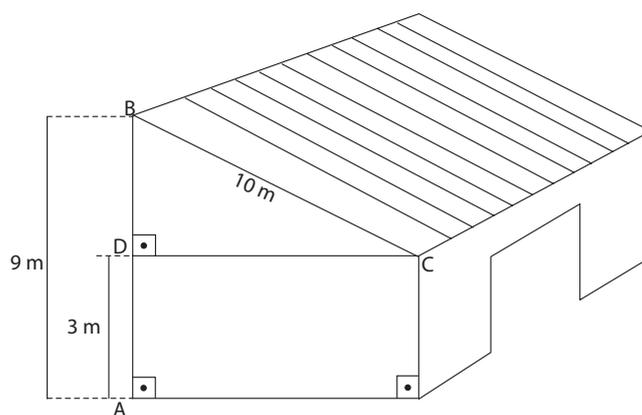
Exemplo 6²⁹

Habilidade Avaliada

H36 Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras). **(GII)**

Para sustentar o telhado de um galpão cuja parede tem 3 metros de altura, João colocou um conjunto de vigas, medindo, cada viga, 10 metros de comprimento. Na figura, uma delas aparece apoiada nos pontos B e C. A altura máxima do telhado, isto é, a distância AB é igual a 9 metros.

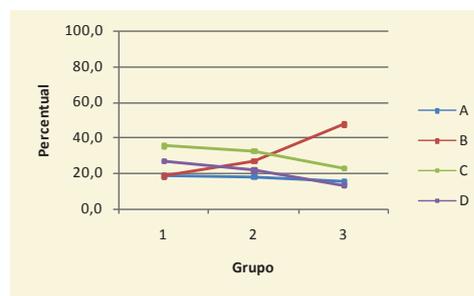
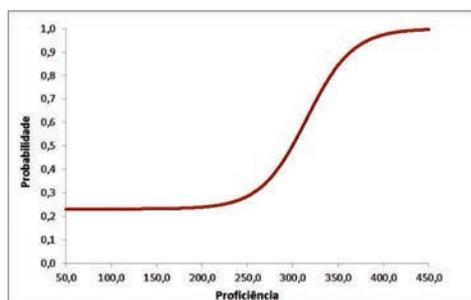
29 Descreve o ponto 350 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



Pode-se concluir que a medida CD da parede do galpão mede, em metros,

- (A) 6.
- (B) 8.
- (C) 10.
- (D) 12.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Difícil	Boa	17,4	32,7	29,9	20,0	1,159	1,307	0,231



Por meio da Curva Característica do Item é possível perceber que os alunos com proficiência inferior a 250 pontos apresentam praticamente a mesma probabilidade de acertar o item (próximo de 25%). No mesmo gráfico, também é possível perceber que a probabilidade de acerto supera 80,0% apenas para os alunos com nível de proficiência avançado, caracterizando o alto nível de dificuldade do item.

O item explora a percepção geométrica do estudante em três momentos para obtenção da solução:

- I) Conceber o segmento CD como parte do triângulo BCD para obtenção de sua medida;
- II) Deduzir que a medida do segmento BD é igual a 6m, mesmo que isso confronte a perspectiva do desenho, afinal se $BA=9m$ e $DA=3m$, então BD deve equivaler a medida faltante para completar os 9m, ou seja, $BD=6m$.
- III) Calcular a medida do segmento DC por meio do Teorema de Pitágoras, já que o triângulo BCD é retângulo.

Então ficamos com

$$\begin{aligned}
 (\text{HIPOTENUSA})^2 &= (\text{CATETO}_1)^2 + (\text{CATETO}_2)^2 \\
 (BC)^2 &= (DC)^2 + (BD)^2 \\
 10^2 &= (DC)^2 + 6^2 \\
 100 &= (DC)^2 + 36 \\
 100 - 36 &= (DC)^2 \\
 64 &= (DC)^2 \\
 DC &= \sqrt{64} = \pm 8
 \end{aligned}$$

Associar o Teorema de Pitágoras a essa fórmula, ao invés de $a^2 = b^2 + c^2$ faz com que o aluno evite considerar o "a" como sempre sendo o valor a ser descoberto, nesse caso, BD.

Como uma medida negativa não faria sentido, obtemos que DC=8m. (Alternativa **B**)

Na discussão em sala sobre esse problema é importante observar em qual das etapas da resolução o aluno apresentou dificuldades.

Exemplo 7³⁰

Habilidade Avaliada

H45 Resolver problemas que envolvam ideias básicas de probabilidade. **(GIII)**

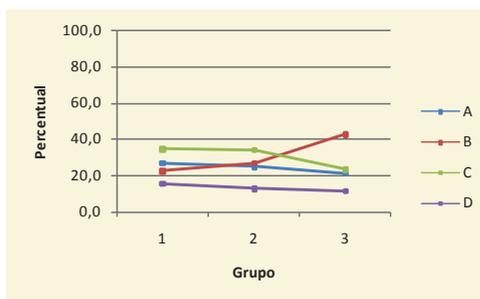
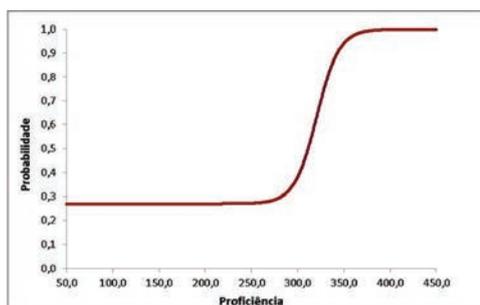
Um estojo de maquiagem tem 12 tonalidades de batom, sendo 3 tonalidades cintilantes e as restantes cremosas.

A probabilidade de se retirar, ao acaso, desse estojo um batom cintilante é:

- (A) 30%.
- (B) **25%.**
- (C) 10%.
- (D) 20%.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
B	Difícil	Boa	24,5	31,3	30,7	13,4	2,430	1,414	0,270

30 Descreve o ponto 350 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



Esse problema traz informações importantes e que merecem destaque para reflexão. Nota-se, em primeiro lugar, que pouco mais de 30,0% de respondentes acertaram a questão, ou seja, praticamente 70,0% dos estudantes não conseguiram resolver esse item. Ao analisar o gráfico da curva característica do item temos que a probabilidade de acerto dos alunos de proficiência inferior ou igual a 275 é praticamente a mesma da probabilidade de um acerto casual.

Os conceitos envolvidos na solução são simples e essenciais para uma boa formação estudantil. Primeiramente, é preciso conhecer a ideia de probabilidade.

$$P(\text{retirar batom cintilante}) = \frac{n^{\circ} \text{ de batons cintilantes}}{n^{\circ} \text{ total de batons}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Ao descobrir a fração resultante da probabilidade é preciso transformar essa razão em porcentagem, seja via número decimal,

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 \div 4 = 0,25 \Rightarrow 25 \text{ centésimos} \Rightarrow 25\%$$

Ou via regra de três,

$$\begin{array}{l} 12 \text{ } \underline{\hspace{2cm}} \text{ } 100\% \\ 3 \text{ } \underline{\hspace{2cm}} \text{ } x \\ 12x = 300\% \\ x = \frac{300\%}{12} = 25\% \end{array}$$

Destaca-se que sem conhecer as duas habilidades a solução seria inviável. No entanto, transformar frações em porcentagem não é um assunto iniciado no 9º EF, mas sim nos anos anteriores e o cálculo de probabilidade é um assunto mais privilegiado neste ano, porém que pode ser transmitido junto ao conceito de fração, sendo discutido já nos anos iniciais. Essa atitude, vai na mesma linha de trabalho quando o professor ensina Princípio da Contagem como uma das interpretações da operação multiplicação, facilitando assim, o desenvolvimento do conceito no ano final do Ensino Fundamental.

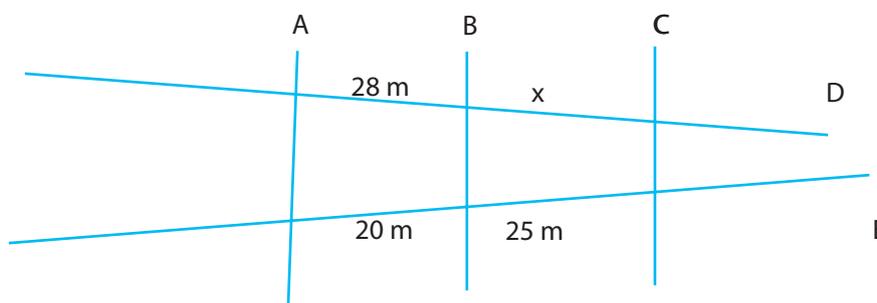
Exemplo 8³¹

Habilidade Avaliada

H35 Aplicar o Teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, em diferentes contextos. **(GII)**

O desenho a seguir representa uma quadra fiscal da Prefeitura, representando as ruas A, B, C, D, E. As medidas abaixo representam os lotes que têm frente para rua E e para rua D. A medida de x , representado na figura, vale em metros:

(Considerar: $A/B//C$)



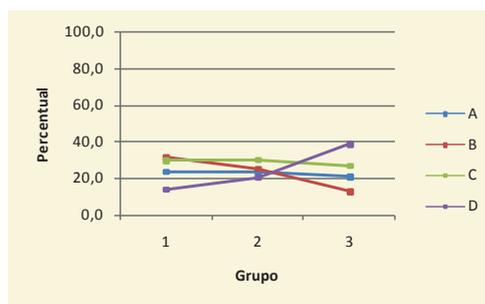
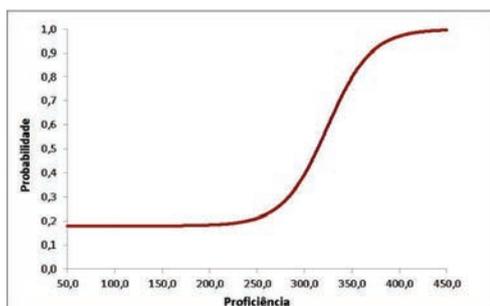
(A) 26.

(B) 28.

(C) 30.

(D) **35.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
D	Difícil	Boa	22,8	23,0	29,1	25,2	1,266	1,481	0,179



O teorema de Tales, assim como o teorema de Pitágoras, é um dos estudos centrais da geometria nos dois últimos anos do Ensino Fundamental. O exercício é clássico, no formato de muitos outros sugeridos como

31 Descreve o ponto 350 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

forma de trabalhar o teorema. No entanto, mais uma vez, apenas o Grupo 3 assinalou a alternativa correta em sua maioria (praticamente 40,0%), enquanto que nos dois outros Grupos a alternativa correta foi a menos assinalada. Isso refletiu em pouco mais de um quarto dos respondentes acertando o item.

O cálculo para resolver o problema é simples, afinal utilizam-se números com dois dígitos apenas. Um detalhe importante antes da solução é a percepção de que as alternativas **A** e **B** são totalmente impossíveis como respostas já que os seus respectivos valores não são maiores que 28 e, com isso, os alunos deveriam ficar divididos apenas entre as duas últimas alternativas. Ter essa percepção reforça que o aluno realmente compreendeu o conceito apresentado no teorema e não somente o cálculo envolvido no mesmo.

A solução pode ser obtida pela proporcionalidade existente entre as medidas das ruas,

$$\begin{array}{l} 20 \text{ metros} \text{-----} 28 \text{ metros} \\ 25 \text{ metros} \text{-----} x \end{array}$$

ou então,

$$\frac{28}{20} = \frac{x}{25}$$

$$20x = 25 \cdot 28$$

$$20x = 700$$

$$x = \frac{700}{20} = 35 \text{ metros}$$

Como o teorema de Tales é trabalhado no final do 8º ano do EF, esse baixo percentual de aproveitamento no ano seguinte sugere que o tema não foi bem assimilado pelos estudantes.

3.3.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Como se sabe, o SARESP utiliza questões similares de um ano para outro a fim de realizar uma comparação dos resultados dessa edição com as anteriores. Dentre esses itens de ligação estão questões do SAEB/Prova Brasil, para também estabelecer uma correlação com essa avaliação de abrangência nacional.

A seguir, estão comparados os desempenhos das edições de 2012 e 2013 do 9º ano do Ensino Fundamental em Matemática.

**Tabela 17. – Desempenho em Itens de Ligação
Matemática – 9º Ano Ensino Fundamental – SARESP 2012 e 2013**

Objetos de Conhecimento	Acerto (em %)	
	2012	2013
Problema de compra e venda - valor de parcela.	27,6	28,8
Análise de sequência de figuras.	47,1	53,0
Variação de temperatura.	58,1	61,7
Identificação do segmento que representa o raio de uma circunferência.	50,4	52,7
Cálculo das medidas das dimensões de um retângulo, dada a sua área - teorema de Pitágoras.	32,9	33,9
Resolução de problema envolvendo porcentagem.	48,2	49,2
Representação em quadriculado de uma razão expressa em palavras.	55,0	54,7
Ordenação de números decimais.	28,4	29,8
Resolver problema utilizando diferentes unidades de medidas.	31,2	31,9
Identificação das figuras geométricas que constituem as faces de um poliedro.	46,7	50,1
Coordenadas do quarto vértice de um retângulo, dadas as coordenadas dos demais vértices.	53,0	53,5
Associar um decimal a sua fração correspondente.	28,7	31,5
Problema de aplicação de semelhança de triângulos.	42,7	43,1
Identificar a distância que equivale ao raio da circunferência. (repensar)	39,3	39,0
Determinação do maior número decimal.	46,2	45,5
Determinar a lei de formação de uma sequência.	42,8	41,1
Identificar a fração que representa uma razão. (repensar)	77,5	73,9
Reconhecer representações decimais.	79,3	78,2

Identificar valor decimal de um ponto na reta numérica.	43,8	53,3
Resolver problema por meio de sistema de equações. (além do 9EF)	48,1	46,2
Identificar a planificação de um sólido.	75,9	75,5
Descrição de trajetos com mudança de direção (giros).	40,6	43,6
	40,1	38,5
Identificar a semelhança existente entre dois triângulos.	45,2	44,1
Determinação de volume aproximado de uma caixa dado suas dimensões.	42,5	42,0
Cálculo de dimensões por meio do teorema de Tales.	45,7	42,9
	52,7	51,3
Comparação de áreas de diferentes formas geométricas.	46,0	44,7
Resolução com diferentes unidades de medida.	54,6	59,5
Cálculo do comprimento de uma circunferência.	31,0	31,8
Determinar diferentes representações de um número decimal (especificar que é 0,5?).	43,7	41,6
Determinação do volume de um sólido em comparação a um outro.	47,0	45,8

No 9º ano do EF, a variação de percentual de acertos foi discreta tanto para mais quanto para menos, porém com uma quantidade de itens apresentando melhora no aproveitamento dos respondentes. Conseqüentemente, mais uma vez, mais da metade dos itens de ligação apresentam percentual de acertos inferior a 50,0%, sendo que os itens envolvendo a relação entre diferentes representações de decimais, cálculo com decimais e determinação do comprimento da circunferência são responsáveis pelos piores desempenhos.

3.4. – A MATEMÁTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

5º Ano
Ensino Fundamental

7º Ano
Ensino Fundamental

9º Ano
Ensino Fundamental

3ª Série
Ensino Médio



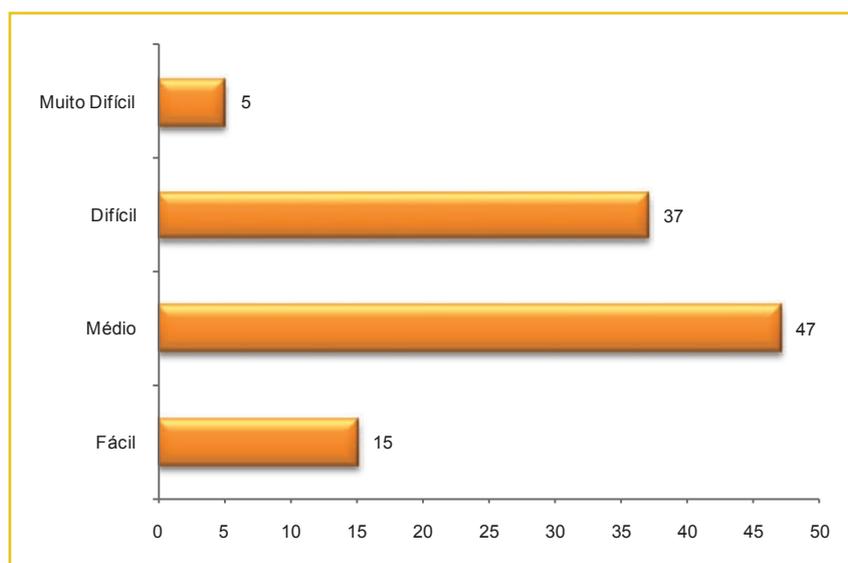
3.4. – A MATEMÁTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Cada aluno resolveu 24 questões de múltipla escolha, arranjadas de um total de 104 itens, cobrindo as 38 habilidades da Matriz de Referência de Matemática, para esta etapa de escolaridade e com diferentes graus de dificuldades, como mostram as tabelas e gráficos apresentados a seguir:

**Tabela 18. – Distribuição de Itens segundo Habilidades e Competências de Área
Prova de Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013**

TEMAS	Nº de Habilidades na Matriz	Nº de Itens Avaliadas no SARESP 2013	Itens de Ligação (9º EF)
CA-1 Números, Operações e Funções	17	37	4
CA-2 Espaço e Forma	10	25	2
CA-3 Grandezas e Medidas	5	13	5
CA-4 Tratamento da Informação	6	16	2
Total	38	91	13

**Gráfico 34. – Distribuição das Questões da Prova de Matemática segundo Nível de Dificuldade
3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013**



MUITO FÁCIL	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
Intervalo de acertos 86 a 100%	Intervalo de acertos 66 a 85%	Intervalo de acertos 36 a 65%	Intervalo de acertos 16 a 35%	Intervalo de acertos 0 a 15%

A prova classificada como média, de acordo com o desempenho dos alunos, segue a distribuição das habilidades segundo o que está presente na MRA em questão.

Os gráficos seguintes mostram a distribuição dos itens da prova, segundo grupos de competência do aluno e de área/tema (CA), de acordo com a Matriz de Referência de Avaliação para o 3ª série do Ensino Médio. Cabe lembrar que a soma dos valores anotados, em ambos os casos totaliza 91, devido ao fato de a prova incluir 13 itens de ligação do 9º ano do Ensino Fundamental que são colocados para a comparação dos resultados de desempenho entre anos escolares

Gráfico 35. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências Cognitivas do Aluno – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013

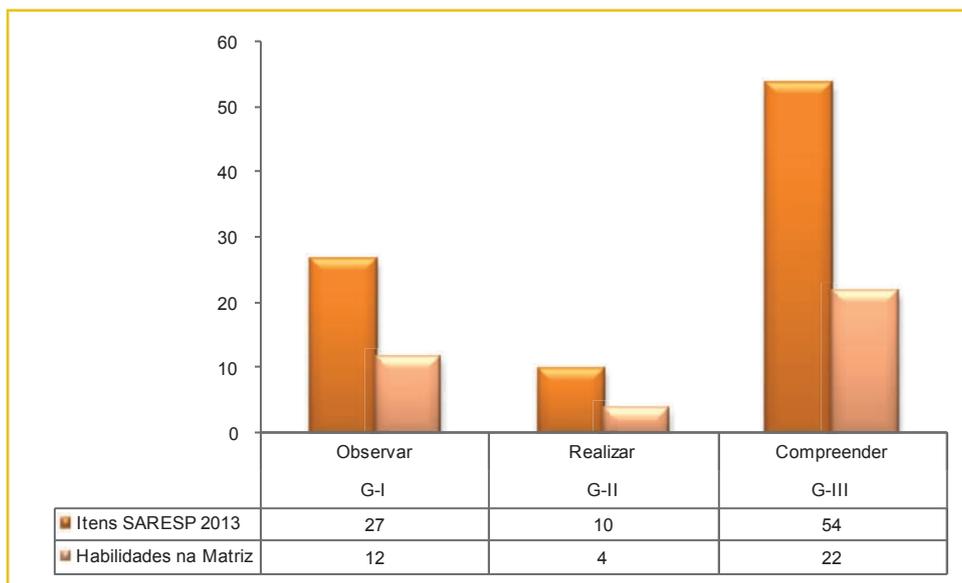
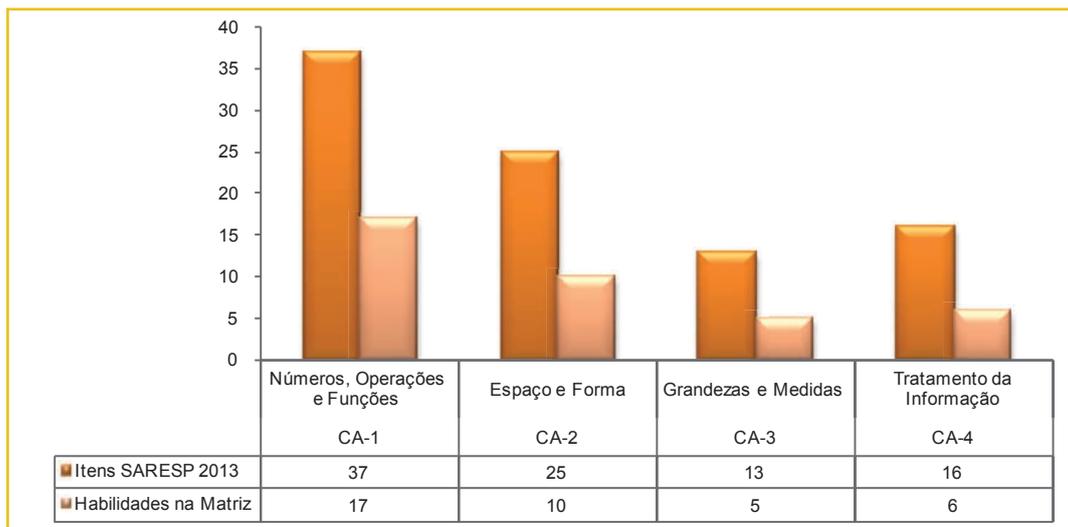
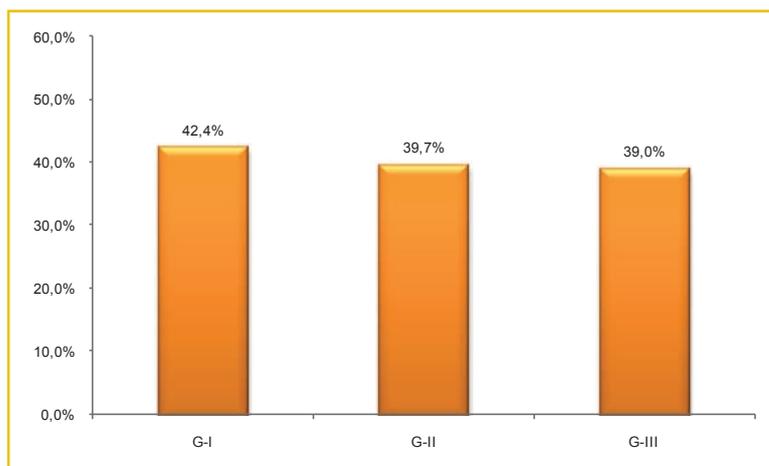


Gráfico 36. – Prova de Matemática e Habilidades da Matriz de Referência da Avaliação: Distribuição de Itens segundo Competências de Área – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013



Para uma melhor descrição do desempenho dos alunos, foram analisados os percentuais de acertos nas questões agrupadas de acordo com as competências cognitivas dos alunos (G) e depois, de acordo com as áreas da Matemática (CA) trabalhadas nas 104 questões da prova. Isso é feito nos gráficos a seguir:

Gráfico 37. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Sujeito (G)
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013

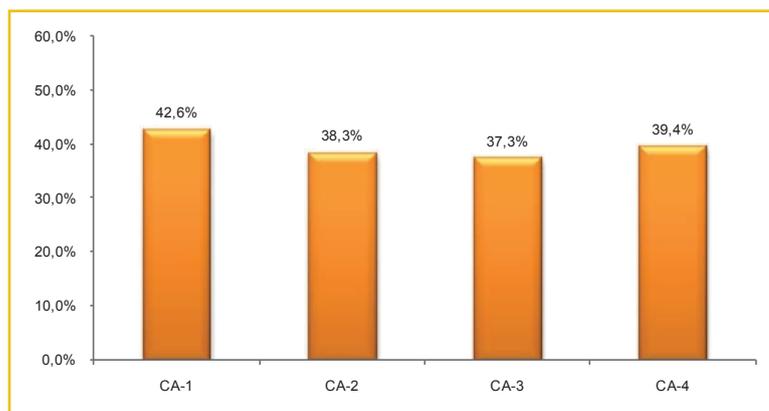


Legenda

- G-I: Observar
- G-II: Realizar
- G-III: Compreender

O conjunto de itens relacionados ao G-I foi acertado por 42,4% dos respondentes, destes destacam-se aqueles itens de melhor desempenho referentes a identificação das funções de 1º e 2º grau dados seus coeficientes, a descrição das características destas funções e a representação de pontos e figuras no plano cartesiano. O percentual de acertos de 39,7% refere-se as questões do bloco G-II, destacando principalmente a habilidade de relacionar diferentes poliedros e corpos redondos com suas planificações. Por último, o bloco de itens relacionados ao G-III foi acertado por 39,0% do alunado, sendo que, das habilidades englobadas, destacam-se a capacidade de expressar matematicamente padrões e resolver problemas envolvendo progressões aritméticas.

Gráfico 38. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013



Legenda

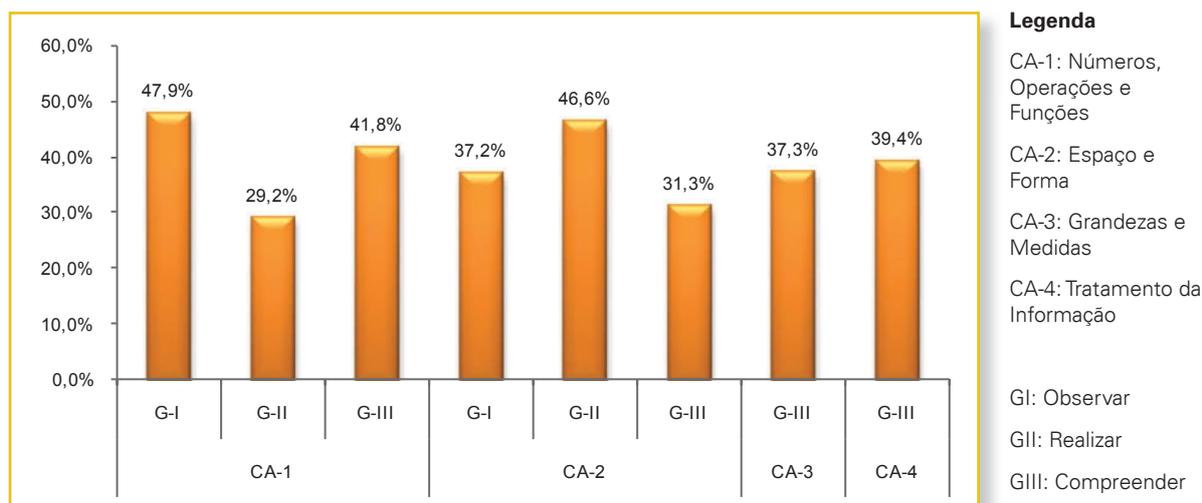
- CA-1: Números, Operações e Funções
- CA-2: Espaço, Forma e Funções
- CA-3: Grandezas e Medidas
- CA-4: Tratamento da Informação

As questões que envolvem conteúdos de Números/Operações e de Geometria (Espaço e Forma) têm respostas corretas dadas por cerca de 42,6% e 38,3% dos alunos, respectivamente. Quando as questões

referem-se ao conhecimento de Grandezas e Medidas, o índice de acerto resulta em 37,3% e nos itens que trabalham com tabelas e gráficos (Tratamento da Informação) apresentam um percentual de 39,4%, sendo esta última, a competência de área que apresentou o maior aumento percentual de acertos em relação a 2012.

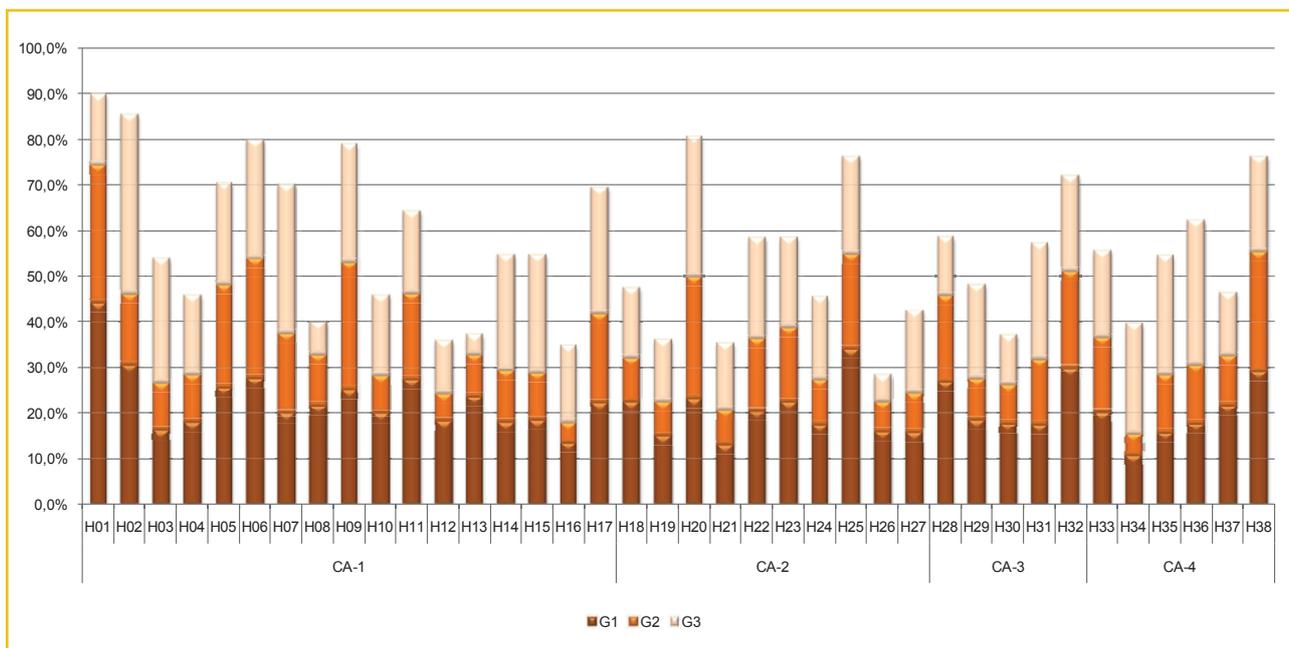
O gráfico seguinte apresenta os percentuais de acerto de acordo com os grupos de competência dos alunos reunidos nas competências de área da Matemática:

Gráfico 39. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências do Aluno e de Área Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013



De modo a facilitar a compreensão das reais dificuldades em cada competência de área é apresentado a seguir um gráfico que detalha o aproveitamento dos alunos em cada habilidade da matriz de avaliação. Nele, é possível identificar o desempenho dos alunos divididos em três grupos determinados a partir do número de acertos que os estudantes obtiveram na prova (24 itens). Na 3ª série EM, os alunos do Grupo 1 são aqueles que acertaram até 7 questões, já os do Grupo 2 acertaram entre 8 e 11 itens, e os do Grupo 3 responderam corretamente entre 12 e 24 questões. A pontuação máxima aferida em cada grupo de desempenho já dá uma indicação do desempenho geral dos alunos do nível de ensino considerado.

Gráfico 40. – Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Habilidades e Competências de Área Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013



Dentre as habilidades desenvolvidas ao longo do Ensino Médio, é possível identificar a resolução de problemas envolvendo equações do 2º grau (H08), a resolução de equações trigonométricas simples, compreendendo o significado das condições dadas e dos resultados obtidos e a identificação da relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (H26), como sendo aquelas que em que o rendimento dos três grupos de desempenho na prova é muito próximo, uma característica que sugere a necessidade de fortalecer o desenvolvimento dessas habilidades.

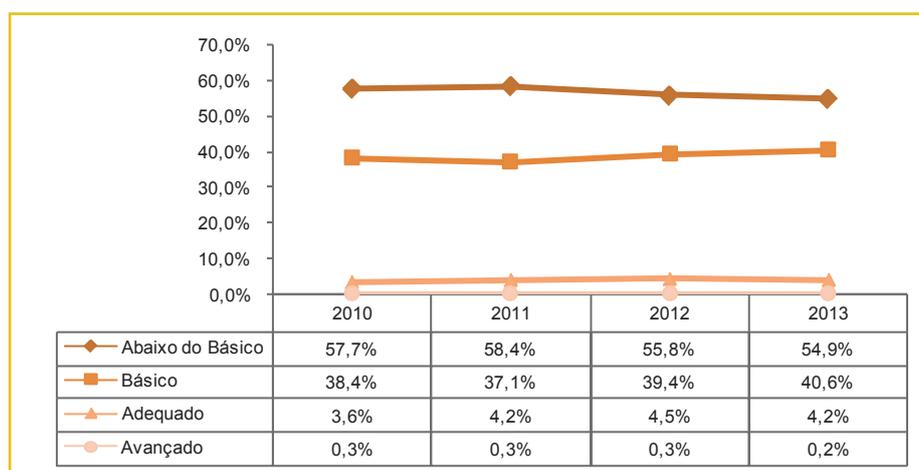
A tabela a seguir, apresenta distribuição dos alunos pelos níveis de desempenho definidos para o SARESP – Matemática 3ª série do Ensino Médio.

**Tabela 19. – Distribuição de Alunos segundo Níveis de Proficiência em Matemática
3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2013**

Nível	Alunos (em %)
Abaixo do Básico (< 275): Aqui estão os alunos que demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a 3ª série EM.	54,9%
Básico (275 a < 350): Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série subsequente.	40,6%
Adequado (350 a < 400): Neste nível estão os alunos que demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a 3ª série EM.	4,2%
Avançado (≥ 400): Os estudantes neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para a 3ª série EM.	0,2%

O gráfico apresentado em seguida foi construído com os dados referentes ao período 2010-2013, apresentados em momento anterior deste relatório (Quadro 4). Ele mostra a evolução da situação dos alunos da 3ª série do Ensino Médio, em relação aos níveis de proficiência do SARESP no período indicado. Conforme assinalado no relatório de 2012, é de notar que os resultados dos últimos anos, mostram uma tendência de estabilização, dada a pequena variação de valores apresentada, principalmente entre os três primeiros níveis de proficiência. No entanto, ao analisarmos o nível avançado percebemos uma discreta tendência no aumento do percentual de alunos que frequentam esse grupo.

**Gráfico 41. – Evolução de Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2013
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio**



Os dados reafirmam as observações de 2012. Há outra discreta melhoria nos resultados, reduzindo um pouco mais o percentual dos alunos classificados como Abaixo do Básico. No entanto ainda não se tem 5% de estudantes apresentando proficiência superior àquela tida como básica.

3.4.1. – ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

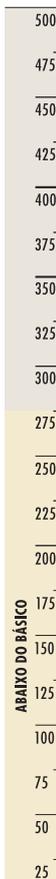
NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 275

O percentual de alunos da 3ª série do EM da rede estadual no nível é de 54,9%. Neste nível da escala de proficiência, os alunos apresentam habilidades limitadas para solucionar questões propostas para o ano escolar. Estes são capazes de:

Identificar:

- o gráfico de barras associado a uma tabela;
- o gráfico setorial associado a dados de um texto;
- o conceito de probabilidade;
- a localização de pontos no plano cartesiano.

O exemplo a seguir caracteriza esse nível.

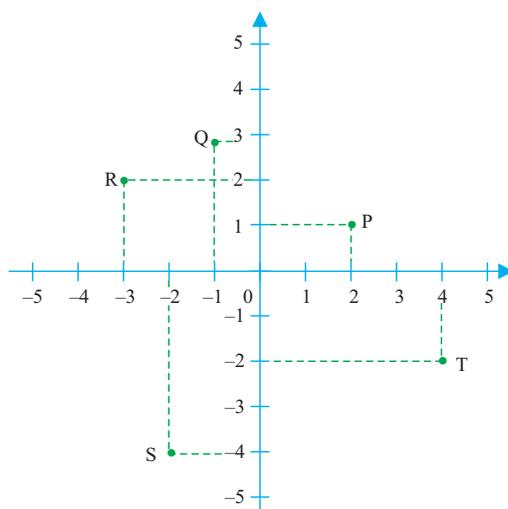


Exemplo 1³²

Habilidade Avaliada

H20 Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas. **(GI)**

Num jogo de conquista de território, é usado um tabuleiro com o eixo das ordenadas e abscissas como base para o começo do jogo. Duas equipes são formadas (equipe 1 e equipe 2). Cada equipe recebe 5 cartas com as coordenadas geométricas para o posicionamento de suas peças. As peças da equipe 1 estão representadas no plano cartesiano pelos pontos P, Q, R, S, e T.



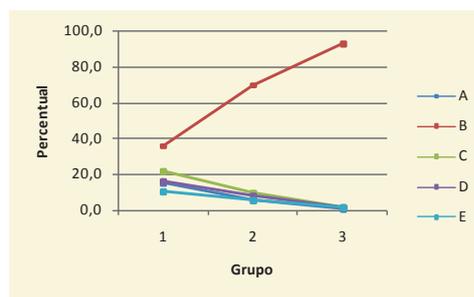
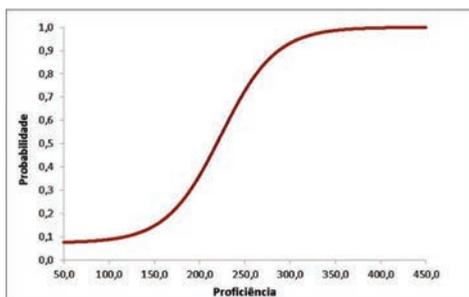
As coordenadas P, Q, R, S e T da equipe 1 são, respectivamente,

- (A) (2, 1); (1, 3); (3, 2); (-2, -3) e (4, 2).
- (B) (2, 1); (-1, 3); (-3, 2); (-2, -4) e (4, -2).**
- (C) (1, 2); (-1, -3); (3, 2); (2, 3) e (-4, 2).
- (D) (2, 1); (1, -3); (-3, 2); (-2, -3) e (4, -2).
- (E) (1, 2); (-1, 3); (3, 2); (2, -3) e (4, 2).

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
B	Fácil	Muito Boa	7,0	68,0	10,8	8,5	5,7	0,974	-0,562	0,073

O item, classificado como fácil, foi respondido corretamente por 68,0% dos estudantes, sendo a alternativa mais assinalada nos três Grupos de Desempenho, com destaque para o Grupo 2 e 3 com 70,0% e 93,1%, respectivamente, de aproveitamento.

32 Descreve o ponto 250 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP



A curva característica do item reforça esse bom percentual de acertos já que para aqueles alunos que atingiram a proficiência média de 268,7 pontos para o ano em questão, a probabilidade de acertar esse item é superior a 80%.

Para resolver corretamente a questão o aluno precisaria associar corretamente os pontos às suas respectivas coordenadas. A alternativa **B** era a correta, pois é a única que associa o ponto P às coordenadas 2 e 1, o ponto Q às coordenadas -1 e 3, o ponto R às coordenadas -3 e 2; o ponto S às coordenadas -2 e -4 e, por último, o ponto T às coordenadas 4 e -2. Não há nenhuma outra alternativa que os pontos estejam associados a esses valores, mesmo com a ordem inversa.

NÍVEL BÁSICO: 275 A < 350

Entre os alunos da rede estadual, 40,6% estão classificados neste nível de proficiência. Nesse nível, os alunos são capazes de:

Identificar:

- o valor da raiz comum de duas funções apresentadas em um gráfico;
- a planificação de um poliedro dado seu desenho;
- o número de fusos terrestres;
- as propriedades relativas ao crescimento/decrescimento de funções exponenciais do tipo $f(x)=a^{kx}$.

Representam pontos no referencial cartesiano e identificam o polígono resultante da união destes pontos.

Determinar

- a raiz comum de duas equações dado suas representações gráficas;
- o maior trajeto possível entre dois pontos em um plano cartesiano.

Completar tabela que relaciona duas grandezas em relação de proporcionalidade.

Resolver problemas envolvendo

- porcentagens;
- progressões aritméticas;
- modelagem e resolução de um sistema de três equações e três incógnitas;
- cálculo de média ponderada.

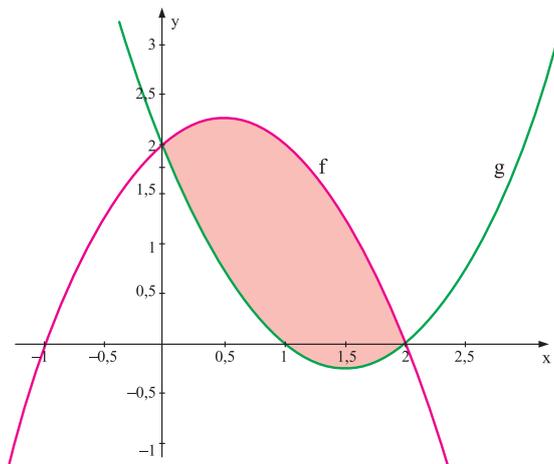
Na sequência, são apresentados alguns exemplos que ilustrem tais habilidades.

Exemplo 2³³

Habilidade Avaliada

H09 Identificar os gráficos de funções de 1° e de 2° grau, conhecidos os seus coeficientes. **(GI)**

Observe os gráficos das funções **f** e **g**.

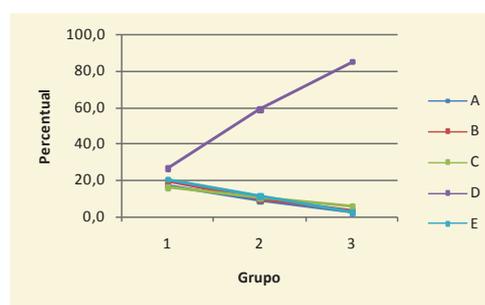
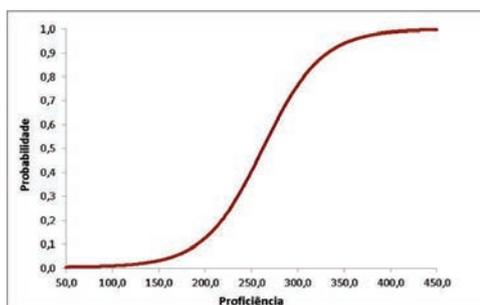


Essas funções **têm uma raiz em comum**, dada por x igual a

- (A) -1 .
- (B) $0,5$.
- (C) 1 .
- (D) **2** .
- (E) $2,5$.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
D	Média	Muito Boa	8,1	9,4	10,1	62,0	10,2	0,926	0,250	0,004

33 Descreve o ponto 300 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP



O item se mostra bem compreendido pelos alunos que pertencem ao Grupos 2 e 3 de desempenho na prova, que acertaram, em torno de 60,0% e 85,0%, respectivamente. Determinar a raiz de uma função, via gráfico, exige do aluno saber que esta é caracterizada pela interseção do gráfico com o eixo x do plano cartesiano. Nesse caso, um interessante estudo em sala seria verificar se os alunos identificam as raízes da função f , $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$; e da função g , $x_1 = 1$ e $x_2 = 2$, conseqüentemente a raiz comum é dada por $x = 2$.

Outro estudo que pode ser conduzido pelo professor é verificar qual dos “2” motivou a resposta de raiz comum, o do eixo das abscissas ou o do eixo das ordenadas. Isso permite o professor trabalhar o conceito de raiz da função de um modo mais formal, considerando $y = f(x)$. Chamando de x' e x'' as raízes da função, elas tem como propriedade $y = f(x') = f(x'') = 0$ que no gráfico corresponde aos pontos $(x', 0)$ e $(x'', 0)$, caracterizando assim que a raiz comum deve estar no eixo x não no eixo y. Ao obter o par correspondente às raízes da função $g(x)$ veremos que o ponto $(2, 0)$ é raiz comum de f e g .

Exemplo 3³⁴

Habilidade Avaliada

H02 Resolver problemas que envolvam Progressões Aritméticas. **(GIII)**

João e André desejavam fazer caminhadas diárias e planejaram seus treinamentos nas seguintes condições:

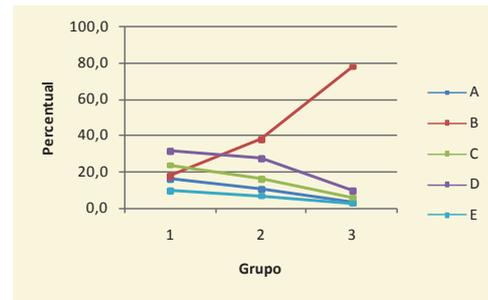
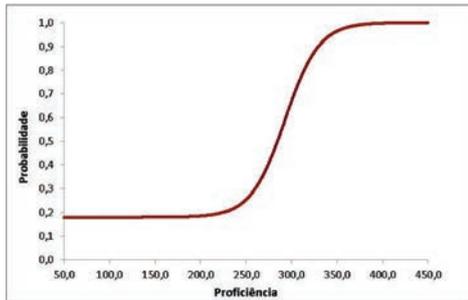
- João decidiu começar caminhando 3 km no primeiro dia e, nos dias seguintes, aumentar o percurso diariamente em 2 km com relação ao percurso do dia anterior;
- André decidiu começar caminhando 7 km no primeiro dia e, nos dias seguintes, aumentar o percurso diariamente em 1 km com relação ao percurso do dia anterior.

Todos os dias, após o treino, eles se encontravam e um contava para o outro quanto havia caminhado naquele dia. Certo dia verificaram que, naquele dia, haviam caminhado a mesma distância. A distância caminhada por cada um deles nesse dia foi

- (A) 6 km.
- (B) 11 km.
- (C) 12 km.
- (D) 13 km.
- (E) 15 km.

34 Descreve o ponto 325 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
B	Média	Ótima	9,8	46,8	14,7	22,4	6,3	1,584	0,856	0,180



Apesar de ser uma ideia associada a Progressão Aritmética (PA), a resolução da questão pode ser obtida, simplesmente, desenvolvendo poucos passos das sequências, conforme segue:

	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
João	3 Km	5 Km	7 Km	9 Km	11 Km
André	7 Km	8 Km	9 Km	10 Km	11 Km

A curva do item mostra que a maioria dos alunos, que apresentam nível de proficiência abaixo do básico tem aproximadamente 30,0% de provável acerto nesta questão. Já os alunos com nível básico de proficiência apresentam amplo intervalo de probabilidade de acerto (30,0% a 95,0%). Por fim, os alunos com proficiência adequado ou avançado têm probabilidade de acerto superior a 95,0%.

Portanto, no 5º dia ambos caminharam a mesma distância de 11 Km (alternativa **B**).

De modo algum, essa abordagem visa desestimular o estudo e a utilização do termo geral de uma PA, pelo contrário, a ideia é que, mesmo resolvendo conforme indicado anteriormente utilizando a ideia central de PA que é a soma de uma mesma razão para obtenção do termo seguinte, o estudante seja desafiado a resolver mais uma vez o problema, agora, utilizando a fórmula do termo geral da PA. Para tanto, ele faria:

$$João \Rightarrow a_n = 3 + 2 \cdot (n - 1)$$

$$André \Rightarrow b_n = 7 + 1 \cdot (n - 1)$$

O exercício pede que $a_n = b_n$, o que implica em

$$3 + 2 \cdot (n - 1) = 7 + 1 \cdot (n - 1)$$

$$1 + 2n = 6 + n$$

$$2n - n = 6 - 1$$

$$n = 5$$

Substituindo $n = 5$ nos dois termos gerais, temos $a_n = b_n = 11 \text{ Km}$

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

NÍVEL ADEQUADO: 350 A < 400

Espera-se dos alunos classificados nesse nível (4,2%), que demonstrem as habilidades construídas nos anos anteriores e a isso acrescenta-se a capacidade de:

Identificar

- a intersecção de dois intervalos de números reais representados na reta numérica;
- as características de uma função do 1º grau (inclusive os sinais dos coeficientes a partir do seu gráfico);
- o gráfico de uma função do 2º grau.

Calcular e interpretar médias.

Aplicar

- raciocínios combinatórios e de permutação simples na resolução de problemas;
- as propriedades fundamentais dos polígonos regulares em problemas de pavimentação de superfície;
- a relação de Euler para poliedros.

Resolver equações exponenciais.

Resolver problemas envolvendo

- progressões geométricas;
- função exponencial;
- modelagem e resolução de função do 2º grau;
- relações métricas;
- razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- frequências apresentadas em um gráfico de setores juntamente com o cálculo de porcentagens.

A seguir, apresentamos alguns itens que ilustram algumas destas habilidades.

500

475

450

425

400

375

350

325

300

275

250

225

200

175

150

125

100

75

50

25

ADEQUADO

3ª

Série

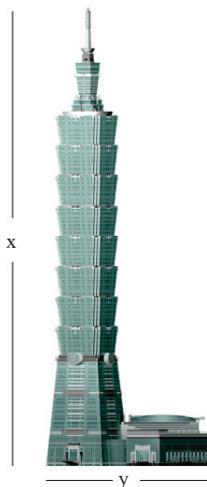
E.M.

Exemplo 4³⁵

Habilidade Avaliada

H24 Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade. **(GI)**

O edifício da foto abaixo foi construído em Taipei e é um dos dez mais altos do mundo. Sua altura real é de 509 metros. Se, na foto, a medida da altura x do prédio for de 14 cm e a medida de y for de 5 cm, a medida real aproximada de y será de:

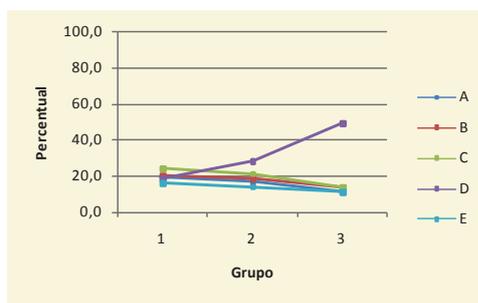
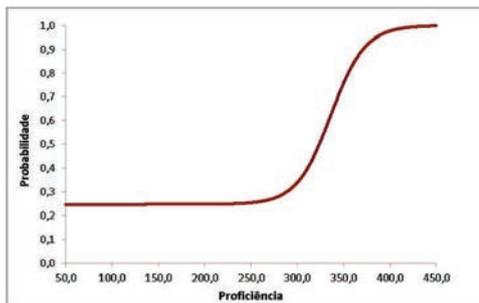


(Disponível em: <http://blogdosdezmais.blogspot.com.br/2011/02/os-dez-maiores-predios-do-mundo.html>. Acesso: 25.06.2012)

- (A) 110 m.
- (B) 130 m.
- (C) 150 m.
- (D) **180 m.**
- (E) 200 m.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
D	Difícil	Boa	15,9	17,5	19,6	33,2	13,7	1,591	1,726	0,247

35 Descreve o ponto 375 da Escala de Proficiência de Matemática - SARESP



O item, acertado por apenas 33,2% dos respondentes, apresentou um nível de dificuldade considerável para os estudantes do Ensino Médio. A curva característica do item mostra que alunos com proficiência inferior a 275 pontos tem uma probabilidade de acerto muito próxima do acerto casual. O estudo dos Grupos 1, 2 e 3 também mostra que apenas metade dos estudantes do G3 assinalaram a resposta correta.

Essa aparente dificuldade causa estranheza se pensarmos que o exercício utiliza a ideia de escala, que por sua vez, utiliza a proporcionalidade direta entre as medidas da imagem e as medidas reais. Como a imagem não foi distorcida, a razão entre a altura real e a altura da foto é a mesma entre o comprimento real e o comprimento da foto. Sendo assim, uma simples regra de três é suficiente para resolver o problema. Portanto,

$$\begin{array}{ccc} \textit{Real} & & \textit{Foto} \\ 509 \textit{ (metros)} & \frac{\quad}{\quad} & 14 \textit{ (centímetros)} \\ x \textit{ (metros)} & \frac{\quad}{\quad} & 5 \textit{ (centímetros)} \end{array}$$

Resolvendo,

$$14x = 509 \cdot 5 = 2545$$

$$x = \frac{2545}{14} \cong 181,78 \cong 180 \textit{ metros}$$

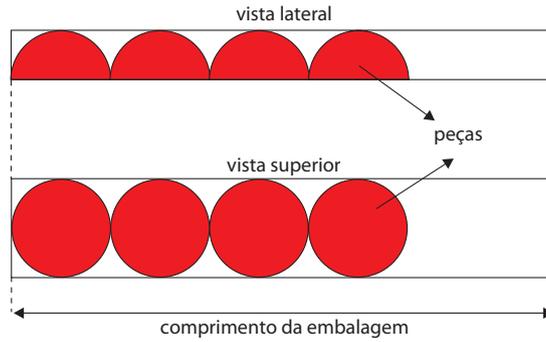
Outra maneira de resolver o problema, via aproximação, seria perceber que o comprimento da foto é um pouco maior do que 1/3 da sua altura. Consequentemente, o comprimento real do prédio é, também, um pouco maior do 1/3 de sua real altura. Se aproximarmos a altura do prédio para 510 metros, obtemos que um terço deste valor é 170 metros. Logo o comprimento do prédio deve ser um pouco maior de 170 metros, resultando novamente na alternativa **D** como provável aproximação da medida do comprimento. Claro, esse tratamento por aproximações é possível, somente, pelo fato das alternativas terem valores consideravelmente distantes.

Exemplo 5³⁶

Habilidade Avaliada

H31 Resolver problemas que envolvam relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) da esfera e de suas partes. **(GII)**

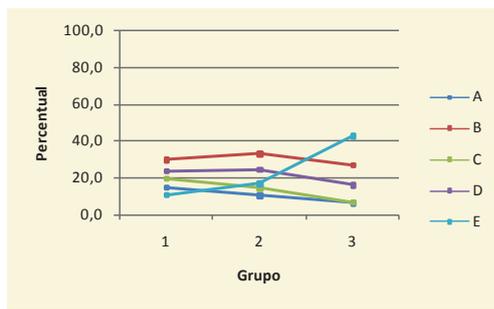
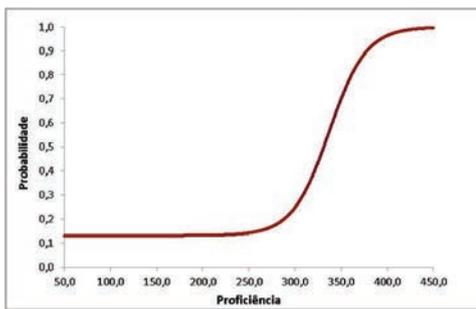
Uma embalagem de madeira foi desenvolvida para acondicionar peças iguais, de ferro maciço, em formato de semiesferas. A figura a seguir representa a vista lateral e superior da embalagem.



Se a largura interna da embalagem e o diâmetro das peças são iguais e 8 dessas peças cabem exatamente em uma embalagem com 112 centímetros de comprimento, então o raio de cada uma delas, em centímetros, é

- (A) 3.
- (B) 4.
- (C) 5.
- (D) 6.
- (E) 7.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
E	Difícil	Boa	10,6	30,1	13,5	21,8	23,9	1,470	1,744	0,131



Apesar de tratar de esferas, o conceito envolvido neste exemplo não é o de volume, mas sim o cálculo do diâmetro. A solução parte do princípio de que se as oito semiesfera estão perfeitamente enfileiradas numa caixa com 112 centímetros de comprimento, então essa medida equivale a "8 diâmetros de circunferência". Então, cada semiesfera ocupa uma extensão de 14 centímetros, que equivale ao seu diâmetro e, portanto, o valor do raio deve ser 7 centímetros. (alternativa **E**)

A questão foi acertada por quase um quarto dos respondentes e foi classificada com um nível de dificuldade difícil. Novamente, a curva característica do item mostra que o item exige alta proficiência. No entanto, é

importante ressaltar que o problema proposto não exigia cálculos sofisticados, apenas uma boa leitura e interpretação da situação, sendo preocupante o baixo rendimento estudantil.

Exemplo 6³⁷

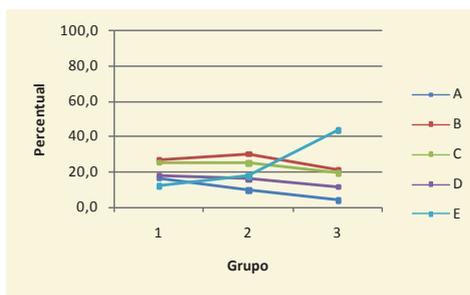
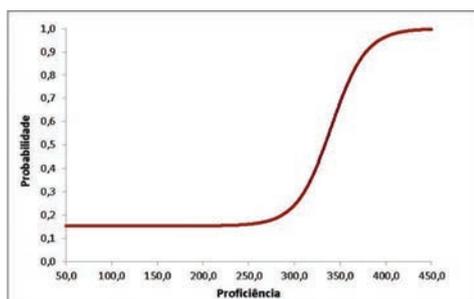
Habilidade Avaliada

H03 Resolver problemas que envolvam Progressões Geométricas. **(GIII)**

Um site comercial se torna altamente atrativo a partir do instante que ele passa a ter visitas que aumentem diariamente, semanalmente ou mensalmente, dependendo dos parâmetros utilizados para tal medida. Para um site avaliado semanalmente, observou-se que as visitas foram: 1.^a semana 2222 ; 2.^a semana 6666 ; 3.^a semana 19998. Se mantiver essa performance, presume-se que, ao final do mês, o n.º de visitas estará em torno de

- (A) 20 000.
- (B) 30 000.
- (C) 40 000.
- (D) 50 000.
- (E) **60 000.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
E	Difícil	Boa	10,0	26,6	23,6	15,6	24,2	1,551	1,807	0,153



O item requer que o estudante perceba que não há um mesmo aumento de visitas de uma semana para outra e, portanto, não se trata de uma PA. Mas sim, que o número de visitantes está triplicando de uma semana para outra, ou seja, a seqüência caracteriza uma Progressão Geométrica (PG).

Como o final do mês está associado à 4^a semana (completa), então a solução do exercício é obtida simplesmente triplicando o número de visitantes na terceira semana, ou seja,

37 Descreve o ponto 375 da Escala de Proficiência de Matemática – SARESP

$$3.19.998 \xrightarrow{\text{equivale aproximadamente a}} 3.20.000 \cong 60.000$$

Novamente, destaca-se o fato da não necessidade de utilizar a fórmula do termo geral para obtenção da solução, mas apenas a característica da PG, o que não impede a apresentação da solução do problema pela fórmula do termo geral.

	500
	475
	450
	425
ADEQUADO	400
	375
	350
	325
	300
	275
	250
	225
	200
	175
	150
	125
	100
	75
	50
	25

NÍVEL AVANÇADO: ≥ 400

Os alunos da 3ª série do Ensino Médio (0,2%), classificados nesse nível de proficiência em Matemática conseguem trabalhar com todas as habilidades descritas até o momento. Além destas, estes estudantes conseguem:

Associar a equação da circunferência a sua representação desenhada no plano cartesiano, e vice-versa.

Identificar

- a soma e a subtração de dois números complexos no plano de Argand-Gauss;
- a inequação referente a uma região sombreada.

Determinar a equação da reta que passa por dois pontos no plano cartesiano.

Analisar os coeficientes de uma equação do 2º grau a partir do seu gráfico.

Resolver equações logarítmicas.

Resolver problemas envolvendo

- equações do 2º grau;
- o cálculo da taxa de crescimento de uma função exponencial;
- o cálculo de probabilidades de eventos simultâneos ou que se repetem seguidamente;
- o cálculo da área superficial e do volume de sólidos geométricos;
- determinação de ângulos em uma pavimentação com polígonos;
- propriedades da circunferência;
- comparação do volume de cilindros ou cones distintos;
- o termo geral de uma sequência de triângulos de Sierpinski;
- a média ponderada com intervalos de classe.

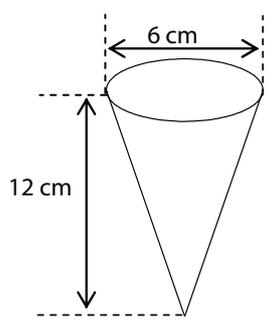
Seguem alguns exemplos deste nível de proficiência:

Exemplo 7³⁸

Habilidade Avaliada

H30 Resolver problemas que envolvam relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos, como a pirâmide e o cone. **(GIII)**

Uma indústria fabrica casquinhas para sorvetes na forma de cone, com 6 cm de diâmetro na base e 12 cm de altura, conforme a figura.

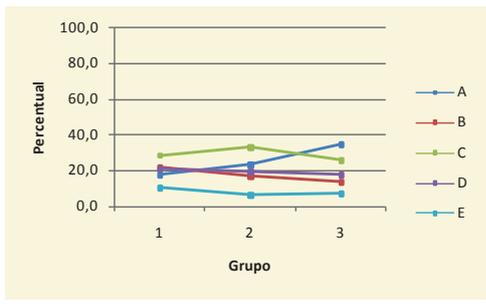
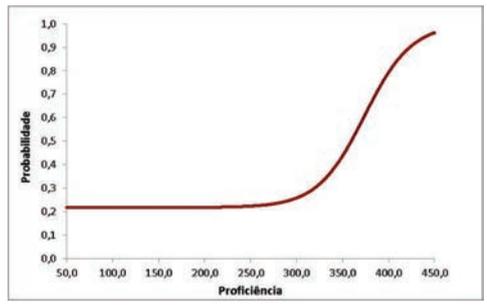


O volume do cone é equivalente a 1/3 do volume de um cilindro de mesmas dimensões

Se a altura desse cone for reduzida em 2 cm e o diâmetro da base for mantido o mesmo, o novo volume, em relação ao volume inicial, será reduzido em:

- (A) $\frac{1}{6}$
- (B) $\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{1}{2}$
- (D) $\frac{2}{3}$
- (E) $\frac{5}{6}$

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
A	Difícil	Fraca	25,9	17,4	29,2	19,4	8,1	1,152	2,479	0,217



A curva característica do item, deslocada para a direita, mostra que o item requer alta proficiência para ser acertado de modo não casual. Isso se justifica pois a solução exige a utilização de conceitos bem consolidados do cone. A seguir, são apresentadas duas soluções:

I) Estabelecer a razão entre a redução e o volume inicial do cone.

$$V_{inicial} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 12}{3} = \frac{108\pi}{3} = 36\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{novo} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 10}{3} = \frac{90\pi}{3} = 30\pi \text{ cm}^3$$

Portanto, houve uma redução de $6\pi \text{ cm}^3$, que comparado com o volume inicial resulta na fração

$$\frac{6\pi}{36\pi} = \frac{1}{6}$$

II) Utilizar o fato do volume do cone ser diretamente proporcional à altura, já que a base se mantém inalterada.

$$12 \cdot x = 2 \cdot V_0$$

$$x = \frac{2 \cdot V_0}{12} = \frac{V_0}{6}$$

Ou seja, a redução de altura corresponde a um $\frac{1}{6}$ do volume inicial do cone.

Exemplo 8³⁹

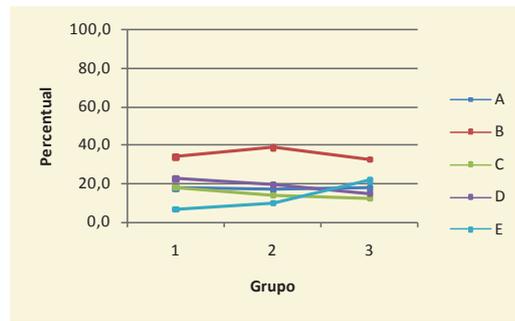
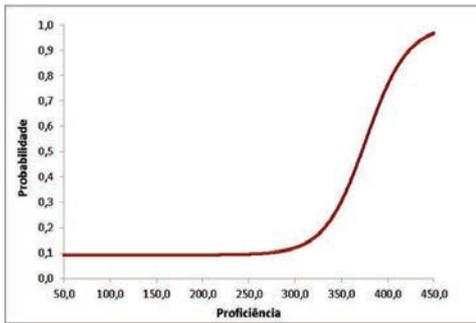
Habilidade Avaliada

H21 Reconhecer a equação da reta e o significado de seus coeficientes. **(GI)**

A equação da reta que passa pelos pontos de coordenadas $(-1, -1)$ e $(7, 7)$ é

- (A) $7x - y = 0$.
- (B) $-x + 7x = 0$.
- (C) $x + y = 0$.
- (D) $7x + 7 = 0$.
- (E) **$x - y = 0$.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
E	Muito Difícil	Fraca	17,7	35,7	15,0	19,0	12,7	1,314	2,534	0,092



Alguns apontamentos são necessários para a análise desse item. Primeiramente, é preciso destacar que a discussão sobre equação de reta é uma das ideias elementares da Geometria Analítica e pode ser obtida de diversas maneiras. Antes de determinar a equação que passa pelos dois pontos indicados no problema ressalta-se que houve uma variação tanto na coordenada x quanto na coordenada y e, portanto, não se trata de reta paralela a nenhum dos eixos e, por isso, sua equação depende de x e y. Com isso é possível descartar as alternativas **B** e **D** que foram as mais assinaladas pelos estudantes, o que mostra mais uma vez a falta de compreensão do assunto.

A equação pode ser obtida por:

I) Utilização da fórmula $y - y_0 = m.(x - x_0)$.

Para tanto é preciso determinar m.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7 - (-1)}{7 - (-1)} = \frac{8}{8} = 1$$

Adotando $(x_0, y_0) = (7, 7)$, a fórmula resulta em

$$\begin{aligned} y - 7 &= 1.(x - 7) \\ y &= x - 7 + 7 \\ y &= x \\ x - y &= 0 \end{aligned}$$

II) Pelo conceito de pontos colineares e resolução matricial.

O fato dos pontos $(-1, -1)$ e $(7, 7)$ determinarem uma reta implica que os pontos são colineares. Consequentemente, todo outro ponto (x, y) que pertencer a reta também deve ser colinear a estes dois. Sendo assim, a equação matricial a seguir é tida como verdadeira

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 7 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Resultando em

$$\begin{aligned} -x + 7y - 7 + 7 + y - 7x &= 0 \\ -8x + 8y &= 0 \\ 8y &= 8x \\ y &= x \\ x - y &= 0 \end{aligned}$$

III) Análise da coordenadas

Outra possibilidade de resolução seria a investigação das abscissas e ordenadas dos pontos apresentados: $(-1, -1)$ e $(7,7)$, neles pode-se verificar que: $x = y$, ou seja o módulo da abscissa é igual ao módulo da ordenada, então: afirma-se que $x - y = 0$.

IV) Por teste de alternativas.

O estudante que optar por essa resolução, não estará optando pela sorte, mas sim por conhecer que a substituição dos valores de x e y na equação deve preservar a igualdade. Sendo assim,

Alternativa A – Falsa, pois $7 \cdot (-1) - (-1) = 6 \neq 0$

Alternativa B – Falsa, pois $-(-1) + 7 \cdot (-1) = 6 \neq 0$

Alternativa C – Falsa, pois $(-1) + (-1) = -2 \neq 0$

Alternativa D – Falsa, pois $7 \cdot (-1) + 7 = 0$, porém $7 \cdot 7 + 7 = 56 \neq 0$

Alternativa E – Correta, pois $(-1) - (-1) = 0$ e $7 - 7 = 0$

Discutir e explorar as diversas maneiras de solucionar um problema é enriquecedor e favorece uma melhor compreensão plena dos conceitos discutidos.

Exemplo 9⁴⁰

Habilidade Avaliada

H37 Calcular e interpretar medidas de tendência central de uma distribuição de dados (média, mediana e moda) e de dispersão (desvio padrão). **(GIII)**

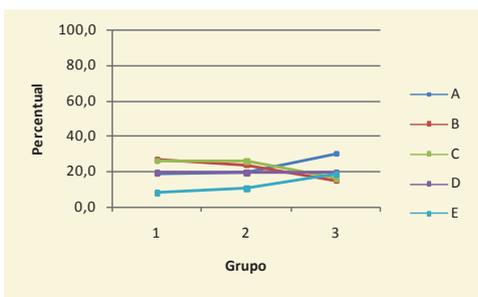
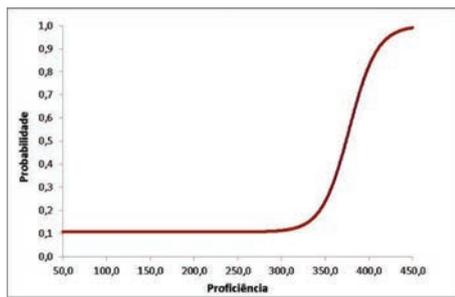
A distribuição do número de funcionários e a média salarial em função do tempo de serviço em uma empresa são dadas pela tabela a seguir.

TEMPO DE SERVIÇO	NÚMERO DE FUNCIONÁRIOS	MÉDIA SALARIAL
menos de 5 anos	14	R\$ 2.000,00
de 5 a 10 anos	8	R\$ 4.100,00
mais de 10 anos	3	R\$ 8.100,00

A média salarial dos funcionários dessa empresa é

- (A) R\$ 4.733,00.
- (B) R\$ 4.250,00.
- (C) R\$ 4.025,00.
- (D) R\$ 3.440,00.
- (E) **R\$ 3.404,00.**

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
E	Muito Difícil	Fraca	22,9	22,2	23,1	19,5	12,4	1,859	2,555	0,106



Este baixo índice de aproveitamento chama a atenção, pois novamente trata-se de um conceito simples que não foi assimilado pelo alunado. Mais uma vez a alternativa correta foi a menos assinalada no geral e em nenhum dos três Grupos de Desempenho ela foi a preferida. A curva característica do item traz a informação que os alunos com proficiência menor ou igual a 325 tem probabilidade de acerto muito próximo de um acerto casual.

Para resolver o item corretamente, o número de funcionários não pode ser ignorado no cálculo da média, afinal eles dão “peso” às médias salariais quando calculada a média da empresa. Sendo assim a média não é constituída, simplesmente, por

$$\frac{R\$2.000,00 + R\$4.100,00 + R\$8.100,00}{3}$$

Mas sim pela soma de 14 salários de R\$2.000,00, 8 salários de R\$4.100,00 e 3 salários de R\$8.100,00 dividido pelo total de funcionários, ou seja, 25. Claro, a conta fica mais simples se optarmos por

$$\frac{14 \cdot R\$2.000,00 + 8 \cdot R\$4.100,00 + 3 \cdot R\$8.100,00}{25} = \frac{R\$85.100,00}{25} = R\$3.404,00$$

Novamente, reforça-se a importância do aluno compreender e dominar o conteúdo de maneira a conseguir empregá-lo de diversas maneiras e em diferentes casos.

3.4.2. – DESEMPENHO EM ITENS DE LIGAÇÃO – 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Como se sabe, o SARESP utiliza questões de um ano para outro a fim de realizar uma comparação dos resultados dessa edição com as anteriores. Dentre esses itens de ligação estão questões do SAEB/Prova Brasil, para também estabelecer uma correlação com essa avaliação de abrangência nacional.

A seguir, comparam-se os desempenhos das edições de 2012 e 2013 do 3ª série do Ensino Médio em Matemática.

**Tabela 20. – Desempenho em Itens de Ligação
Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – SARESP 2012 e 2013**

Objetos de Conhecimento	Acerto (em %)	
	2012	2013
Termo de ordem n de uma progressão aritmética.	58,8	58,9
Identificação de progressões aritmética e geométrica.	29,3	27,9
Análise do crescimento e decrescimento de uma função a partir do seu gráfico.	53,2	51,6
Problema envolvendo função exponencial.	30,4	30,6
Relações entre seno e cosseno de um ângulo.	18,7	18,4
Resolução gráfica de um sistema de equações do 1º grau.	17,1	15,4
Representação de números reais na reta numérica.	29,7	26,1
Análise gráfica da solução de uma equação de 1º grau.	32,5	33,5
Dimensões da ampliação de um retângulo.	25,7	25,4
Identificação de planificação de um sólido.	53,9	53,8
	75,2	74,8
Relações trigonométricas no triângulo retângulo.	18,0	16,6
Raciocínio Combinatório multiplicativo em problema de contagem.	21,8	21,4
Cálculo de porcentagem na resolução de problemas.	45,6	44,2
Leitura de informações em um gráfico de linha.	41,5	39,6
	66,3	66,5
Cálculo do comprimento de uma circunferência.	35,8	37,5
Identificar a forma fatorada de polinômios.	36,6	34,6
Identificar a taxa de variação de uma função do 1º grau.	39,9	42,4
Identificar a sequência crescente que corresponde a uma PG.	33,6	32,1
Aplicar o significado de log para representação de números muito grandes.	46,9	46,7

Identificar valor numérico de um ponto da reta numérica.	69,4	78,6
Determinar o lado de um hexágono inscrito em uma circunferência.	31,3	34,5
Cálculo de probabilidade.	36,8	33,6
Identificar a função do 2º grau que descreve um gráfico dado.	48,7	48,4
Determinação do afixo de um número complexo.	21,7	23,2

Os resultados da 3ª série do Ensino Médio mostram uma variação muito pequena, tanto para mais quanto para menos, ou seja, pode-se considerar que o desempenho foi praticamente o mesmo nesses dois anos em relação a esses itens, exceto pela habilidade referente a identificação do valor numérico de um ponto na reta numérica que apresentou um aumento de aproximadamente 10 pontos percentuais. Por fim, as habilidades que envolvem conceitos trigonométricos continuam tendo um baixíssimo aproveitamento e também necessitam de um trabalho mais cuidadoso na sala de aula.

4. – PROCESSO DE ENSINO / APRENDIZAGEM DIANTE DOS ERROS E DIFICULDADES DOS ALUNOS: UMA REFLEXÃO

4.1. – CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROVA

Em 2013, a palavra de ordem na construção da prova de Matemática era a busca por indícios, afinal já se constatava nos últimos anos algumas fragilidades dos alunos em certas habilidades. Com isso, buscou-se novas perspectivas, investigando o conhecimento das ideias fundamentais pertinentes aqueles erros recorrentes e avançando em novos desafios perante aquelas habilidades com altos índices de acerto, a fim de elucidar a real aprendizagem dos alunos e fomentar o trabalho de seus professores. Tudo isso, para a construção de uma escala cada vez mais informativa, mais precisa, que descreva até que ponto o aprendizado está consolidado e o que é preciso ser feito para avançar gradualmente.

A análise dos resultados confirmou algumas expectativas, mas também trouxe novos olhares para algumas habilidades conforme descrito nas páginas anteriores. Contudo, é importante ressaltar mais uma vez os pontos cruciais desta análise.

- A flutuação na pontuação dos alunos continua a fazer parte dos resultados da prova SARESP, sendo que não há nada que indique que a educação paulista saiu dos trilhos ou acelerou seu progresso. A marcha tem continuado, de um modo geral, no mesmo ritmo, mas é importante ressaltar que no 9º ano do EF, há uma discreta tendência de deslocamento dos alunos com determinado nível de proficiência serem deslocados para o nível seguinte, de proficiência mais alta.
- A distância para o nível de proficiência Adequado em cada ano escolar avaliado ainda existe, sendo que a 3ª série do Ensino Médio ainda busca aumentar a migração de alunos para o nível Básico.
- Ainda há uma variação significativa nos intervalos que discriminam os três grupos de desempenho na prova, nas séries avaliadas; enquanto no 5º Ano EF um terço dos alunos acertam até 11 questões, outro um terço está concentrado entre 12 e 17 acertos e a terça parte final dos alunos respondem corretamente entre 18 e 24 questões; na 3ª série EM, o primeiro terço dos alunos acertou até 7 questões, o segundo terço acertou entre 8 e 11, e o terço final responde corretamente de 12 a 24 questões.
- No 5º ano EF, é importante que o professor diversifique a abordagem de questões associadas às habilidades da Matemática nesse ano escolar: essa é uma rota eficaz para promover a aquisição de conceitos pelos estudantes. Quando isso acontece o aluno pode demonstrar maior autonomia quando se depara com novas formas de investigação de uma dada habilidade. Por exemplo, na prova deste ano (p. 71), há um item que mostra que os alunos conseguem calcular o perímetro de uma figura plana. No entanto, em uma outra questão da prova, se confundem na diferenciação entre os conceitos de perímetro e área de figuras planas. A abordagem desses conceitos em diferentes contextos, demonstrando sua aplicação em várias situações problema, certamente ampliará os conhecimentos dos alunos.
- Os professores do 7º ano EF precisam conhecer o perfil de suas turmas para planejar sua prática de modo a alcançar maior homogeneidade no rendimento escolar.
- O 9º ano EF reafirmou a pequena melhoria constatada nos resultados do ano passado, porém algumas dificuldades persistem nos mesmos pontos, sendo a intensificação da presença da linguagem algébrica

em diferentes contextos e o avanço da geometria, junto com a inclusão da trigonometria, os principais pontos que necessitam maior atenção.

- Na 3ª série do Ensino Médio, devido à distância entre o desempenho esperado (adequado) e o aferido, buscou-se uma prova que evidencie o nível em que as habilidades estão se desenvolvendo e o que ainda está para ser consolidado.

De um modo geral, pode-se constatar que os alunos conhecem as ideias fundamentais de grande parte das habilidades, aplicando-as corretamente em atividades de nível elementar. No entanto, o pensamento matemático não pode ficar restrito ao nível elementar. Eleva-lo a outros níveis e formas de pensamento dessa ciência é fundamental para o sucesso futuro do estudante, seja no campo de trabalho de sua escolha ou na sua formação acadêmica. Por isso, pedimos aos caros professores dessa extensa rede de ensino que procurem aprofundar as discussões em sala, oferecer muitas atividades práticas para consolidar o que é apresentado em sala, respeitando as possibilidades de seus estudantes, de modo a tornar essa base matemática cada vez mais sólida.

4.2. – AVALIAR É...

“Não é possível praticar sem avaliar a prática”

Paulo Freire

Não cabe mais, em pleno século XXI, enxergarmos a avaliação tomando a forma de um juiz que pesa erros versus acertos para sentenciar a prática do professor (no caso da avaliação externa) ou a competência do aluno (avaliação da sala de aula) como adequada ou não. Isso deve estar claro, tanto para nós professores quanto para nossos alunos. Ambos precisam conceber a avaliação de uma nova forma, como um instrumento que mostra indícios de atitudes acertadas ou erradas para guiar os passos futuros.

*“Avaliar pressupõe definir princípios em função de objetivos que se pretendem alcançar; estabelecer instrumentos para a ação e escolher caminhos para essa ação; verificar constantemente a caminhada, de forma crítica, levando em conta todos os elementos envolvidos no processo. Sendo assim, **ela não possui finalidade em si**, mas sim subsidia o curso de uma ação que visa construir um resultado previamente definido.” (BURIASCO, 2000, p.159, grifo nosso).*

Seguindo a mesma linha de pensamento, Hadji (1994) aponta a necessidade de o avaliador entregar uma mensagem que tenha sentido para aqueles que a recebam, ou seja, a avaliação precisa ter o caráter informativo, buscando estabelecer pontes entre o que se espera e o que de fato acontece, criando assim um movimento a serviço de uma melhor gestão educacional.

4.2.1. – A AVALIAÇÃO SARESP

Avaliar não é um processo simples e, portanto, não é fácil de ser realizado. Com a finalidade de sinalizar aspectos do processo ensino aprendizagem que precisam ser consolidados, ou corrigidos, completados, ou fortalecidos, uma avaliação tem que ser a mais próxima possível dos avaliados.

No caso do SARESP, a tarefa é diagnosticar uma rede extensa e, portanto, é necessário conhecer a concepção, metodologia e objetivos dessa avaliação, de modo que seja possível a todos, e principalmente ao professor, compreendê-la como processo externo, isento, que afere o estágio de desenvolvimento da aprendizagem como parte do projeto educativo que o estado de São Paulo tem ofertado a seus estudantes.

Então, merece destaque o fato da avaliação externa não se propor a medir simplesmente o feito do estudante, mas sim de sua escola e do sistema educacional em que ele está inserido. Consequentemente, a fim de apresentar sugestões de melhoria, o avaliador precisa saber que o seu papel, que “[não é o de] um simples observador que diz como as coisas são, nem um simples prescritor que diz como elas deveriam ser, mas um mediador que estabelece uma ligação entre um e outro.” (Hadji, 1994, p.178 – para avaliação externa)

Por isso, a construção de uma escala de proficiência, é tão decisiva. É o principal meio de comunicação entre quem avalia e o avaliado. É por meio dela que é possível mapear as competências e habilidades dos estudantes da rede nos seus diferentes níveis de aprendizagem. Isso acaba sendo um guia para o professor. Nessa construção, é fundamental que a avaliação não se limite apenas a mostrar o que o aluno não sabe, é necessário que ela seja adequada às suas potencialidades de modo que este possa mostrar o que aprendeu também.

A descrição da escala é útil para os professores verificarem as habilidades que seus alunos desenvolveram, e nesse sentido, a escala configura um ponto de partida para novos trabalhos. Também aponta o que é preciso para avançar, para o professor, mais do que fazer seus alunos experimentarem novas habilidades, cabe selecionar os conteúdos e suas formas de trabalhar na sala de aula.

Aos professores cabe ainda a tarefa de registrarem suas percepções sobre o que acontece nas escolas estaduais paulistas. Tarefa não menos importante que a prova respondida pelo estudante, deve ser cumprida para que a avaliação se complete.

4.3. – A AVALIAÇÃO DA SALA DE AULA

Nessa seção, o olhar é voltado novamente para a sala de aula, sobre uma prática sempre controversa e fonte de inúmeras pesquisas. Avaliar não é fácil, muito menos simples, por isso repensar sobre essa prática constantemente traz maior segurança para o trabalho do professor. Por isso, de início, para auxiliar essa reflexão sobre a prática que acontece nas salas de aula o professor deve se perguntar:

- Qual o objetivo da avaliação que estou oferecendo aos meus alunos?
- Com que frequência faço essa avaliação?
- Que tipos de avaliação uso? (Diagnóstica, formativa, somativa, individual, em grupo,...)
- A avaliação está sendo concebida como parte ou final do processo de aprendizagem? Ou seja, a avaliação tem servido apenas para encerrar as discussões de modo a apontar aqueles que atingiram ou não as expectativas propostas; ou se ela tem sido parte integrante do processo de aprendizagem, apontando o que está bom e o que precisa ser melhorado na prática do professor, assim como nas dinâmicas de aula.

O rendimento escolar não pode mais ser resumido a uma simples atribuição de nota, colocando todo o trabalho do aluno somente em função da mesma. Os critérios de correção devem ser claros e as dificuldades dos estudantes precisam ser discutidas de modo a estimulá-los a recompor suas ideias, e superar suas dificuldades e enganos.

Buriasco (2000) aponta para uma prática prejudicial quando ressalta a falta de reflexão durante o processo de elaboração de uma avaliação, a qual, muitas vezes, é composta por uma seleção arbitrária de questões, sem definição de suas intenções, assim como a falta de critério para correção. Em relação a atribuição de valores para as questões, o comum traz o maior valor para aquela questão que o professor julga mais difícil e, conseqüentemente, espera-se que seja a menos acertada. Repensar sobre essa prática é fundamental, afinal de que tem servido essa prática? Apenas para constatar os fracassos diariamente percebidos?

A autora também traz algumas características fundamentais que toda avaliação autêntica deveria respeitar, na ótica de Perrenoud (1999):

- A avaliação não deve incluir senão tarefas contextualizadas; a avaliação deve contribuir para que os estudantes desenvolvam mais suas competências;
- A tarefa e suas exigências são conhecidas antes da situação de avaliação;
- A correção somente considera erros importantes na ótica da construção das competências;
- Os critérios de correção são determinados fazendo-se referência às exigências cognitivas das competências visadas;
- As informações extraídas da avaliação devem considerar as aptidões dos estudantes, seus conhecimentos anteriores e seu grau atual de domínio das competências visadas;
- Os mesmos procedimentos de avaliação são exigidos a todos os estudantes e o apoio necessário está disponível para aqueles que têm dificuldades;

- Pode-se dizer, para concluir, que não se poderia separar a reflexão sobre avaliação de um questionamento mais global sobre as finalidades da escola, das disciplinas, do contrato pedagógico e didático e dos procedimentos de ensino e aprendizagem. (apud BURIASCO, 2000, p.167)

Portanto, é de fundamental importância que o professor aceite a avaliação como uma contribuição para seu aperfeiçoamento, permitindo-o diagnosticar melhor o que está acontecendo, para então tomar as decisões para os passos seguintes. Esse diagnóstico também deve colaborar para:

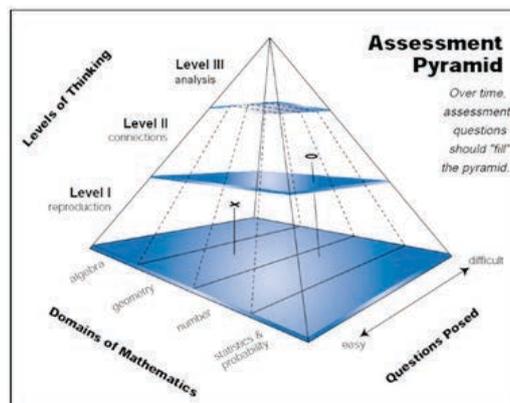
- a compreensão dos alunos sobre o que eles já sabem e o que ainda falta aprender. Isso permite aulas mais estruturadas e claras para os estudantes.
- investigar se todos estão aprendendo, dentro de suas possibilidades, sempre levando em consideração o tempo de aprendizagem de cada um.
- observar as hipóteses que os alunos têm criado a partir das aulas, promovendo a discussão tanto dos acertos como dos erros.
- verificar a necessidade de retomar um conteúdo ou de reforçar as lições de casa, de modo que os alunos aumentem sua produção assim como suas devolutivas durante as aulas.

Considerar as diversas possibilidades que a avaliação aponta para o melhoramento da prática do professor, implica em explorá-la de diferentes modos, a fim de buscar as contribuições específicas que cada tipo de avaliação pode fornecer.

Webb (2009) ao descrever a pirâmide holandesa de avaliação, desenvolvida inicialmente pelos pesquisadores do Instituto Freudenthal, traz a necessidade de se investigar três diferentes níveis de pensamento (reprodução, conexão e análise) a fim de permitir que os alunos mostrem sua capacidade de relacionar diferentes representações matemáticas, comunicar seu pensamento, fazer generalizações, matematizar e resolver problemas. Na sequência, é apresentada uma descrição de cada um dos níveis de pensamento.

Ainda segundo Webb (2009), dentro de cada nível de pensamento é possível graduar a dificuldade dos itens, assim como explorar diferentes domínios matemáticos, isso garante que todos os alunos possam trabalhar nos três níveis de pensamento. Optar por avaliar um dos níveis de conhecimento não significa excluir os demais num segundo momento, afinal os três investigam diferentes habilidades.

Figura 1. Ilustração da Pirâmide Holandesa de Avaliação (Webb, 2009, p.4)



Nível I – Reprodução: envolve basicamente a recordação de habilidades e conhecimentos já praticados, por meio de propriedades e objetos matemáticos conhecidos, procedimentos de rotina, operar com fórmulas e algoritmos padronizados, sendo estas as características das avaliações somativas tão comuns em avaliações padronizadas.

Nesse nível a maior parte das situações aceita apenas respostas corretas ou incorretas, dificultando assim possíveis devolutivas do professor sobre conhecimentos incompletos dos seus alunos. Isso muitas vezes dificulta o trabalho do professor que busca realizar uma avaliação formativa, porém essa dificuldade pode ser contornada se o professor deixar de analisar o desempenho do aluno em cada questão e passar a considerar todo o bloco de questões, analisando seu trabalho e suas estratégias empregadas. Claro, para tanto, é preciso selecionar adequadamente tal bloco de questões de modo a propor itens que exijam diferentes técnicas para a solução de problemas relacionados ao conteúdo em questão. Dessa forma, como cada exercício do bloco terá uma (única) maneira de solução é possível identificar, ao analisar todo o bloco, as diferentes habilidades que os alunos apresentam.

Figura 2. Exemplos de questões para reprodução de conhecimento

1) Resolva as expressões aritméticas a seguir:		
a) $(250 + 125) \div 3$	b) $15 \cdot 3 - 30 \cdot 2$	
2) Escreva um número inteiro que corresponde a cada uma das situações:		
a) ganhei 300 pontos no jogo. _____		
b) a temperatura foi de 8°C abaixo de zero. _____		
3) Calcule o resultado das expressões a seguir adotando $x = -1$ e $y = 2$:		
a) $3x - y =$ _____	b) $5y - 3x =$ _____	c) $2x \cdot y - 7x =$ _____
4) Obtenha as raízes das seguintes equações:		
a) $3x - 5 = 7$	b) $x^2 - x - 2 = 0$	

Nível II – Conexão: raciocinar neste nível exige o manuseio de diferentes representações de acordo com a situação proposta, assim como distinguir e relacionar diferentes afirmações. Questões deste tipo tendem a ser mais abertas, enfatizando a justificativa ao invés da escolha de uma resposta, fornecendo assim a possibilidade do estudante utilizar diferentes estratégias e ferramentas matemáticas para solucionar o problema. Dessa forma, a resposta passa a ter um papel secundário perante a justificativa da mesma, exigindo do professor uma análise da ideia empregada pelo estudante para solução do exercício.

Investigar as soluções dos alunos pode revelar que

- Suas ideias estão baseadas em erros comuns;
- Compreendeu os conceitos fundamentais, mesmo não conseguindo realizar os algoritmos padrões;
- Ele é capaz de expor/apresentar suas ideias matemáticas;
- Ele consegue aplicar conhecimentos matemáticos em contextos não familiares.

Essas análises permitem um melhor *feedback* para os estudantes, permitindo-lhes reverem seus argumentos e justificativas de modo a melhorar num próximo trabalho. Levar adiante a avaliação de nível II pode ser, principalmente, um desafio profissional para o professor que normalmente trabalha apenas no nível I.

Figura 3. Exemplos de questões abordando conexões

- 1) Observe a fração $\frac{2}{5}$
 - a) Qual é o numerador?
 - b) Qual é o denominador?
 - c) Escreva uma situação real utilizando essa fração.
 - d) O que o numerador representa? (utilize seu exemplo para explicar)
 - e) O que o denominador representa? (utilize seu exemplo para explicar)

- 2) Luíza e Antônio estão conversando por telefone para conferir o resultado de uma questão da aula de matemática. Luíza disse que o resultado da expressão $3(1x + 2)$ é $3x + 6$ enquanto que Antônio disse que é $9x$. Quem está correto? Porque?

- 3) Pedro foi visitar um amigo em outra cidade, como não conhecia o trajeto dirigiu com uma velocidade média de 60Km/h e a viagem acabou durando aproximadamente 3 horas. Ao chegar no seu destino percebeu que o caminho era simples e que poderia ter ido mais rápido. Então Pedro pensou da seguinte maneira: se tivesse dirigido com uma velocidade média de 90Km/h, ou seja ido 50% mais rápido, o tempo de viagem iria diminuir em 50% também, portanto, a viagem levaria apenas 1,5 hora. A conclusão de Pedro está correta? Justifique.

Nível III – Análise: neste nível, espera-se que o aluno esteja apto a reconhecer e extrair informações matemáticas para solucionar situações-problema, assim como analisar, interpretar e desenvolver estratégias, além de apresentar argumentos, provas e generalizações. Além de situações-problema, este nível também permite a investigação de casos internos da matemática, como a exploração das características e propriedades numéricas.

Figura 4. Exemplos de questões de análise

- 1) Seja um quadrado de lado x centímetros. A partir desse quadrado é criado um retângulo aumentando seu comprimento em 6 centímetros e diminuindo sua largura em 4 centímetros.
- a) Faça um esquema para mostrar como o quadrado foi transformado no retângulo.
 - b) Escreva uma expressão para a área do quadrado original e uma outra para o novo retângulo.
 - c) Para quais valores de x a área do retângulo é maior que a do quadrado? Para quais valores de x a área do retângulo é menor que a do quadrado? Para quais valores elas são iguais?
- 2) Em um relógio analógico, os ponteiros das horas e dos minutos estão sobrepostos exatamente ao meio dia e a partir de então ambos se deslocam de maneiras diferentes. Determine os outros horários que os ponteiros estarão sobrepostos. Você observa alguma regularidade? Conseguiria montar uma expressão ou sequência para determinar tais horários?

Trabalhar no nível III também permite a realização de projetos, nos quais o professor poderá analisar tanto o processo de desenvolvimento do tema quanto sua conclusão. O professor precisa estar atento para orientar seus estudante em suas dificuldades e na restrição da situação a ser estudada, pois caso optem por um problema muito aberto será necessário restringir o problema para poder solucioná-lo ou concluí-lo. Propor a realização de investigações matemáticas ou projetos demanda tempo e muita organização, pois o professor assumirá um papel secundário (não menos importante) de orientador, auxiliando seus alunos a compreenderem todo o processo para fazê-lo corretamente. PONTE, BROCARD e OLIVEIRA (2006) e SKOVSMOSE (2008) são bons referenciais para aqueles que se interessarem por essa proposta de trabalho.

Criar um portfólio e se propor a elaborar questões para cada tipo de pensamento matemático é um interessante desafio para o professor melhorar sua prática e adequar as atividades às necessidades de seus estudantes.

5. – PALAVRAS FINAIS

5. – PALAVRAS FINAIS

Alguns pontos específicos de cada ano escolar foram apontados neste documento e é por isso que reitera-se sobre a necessidade do professor trabalhar com os resultados apresentados nesse Relatório Pedagógico, não fazendo dele apenas uma fonte de consulta para obtenção de itens a serem usados em suas aulas, mas um guia das competências e habilidades que seus alunos desenvolveram.

Como dito anteriormente, a proposta da avaliação é gerar movimento, não somente do professor, mas sim de todos os agentes envolvidos no processo educacional. Mas, certamente, o professor é a figura mais lembrada, talvez por ser a mais próxima do aluno.

O principal destinatário deste relatório é o professor. Então, é decisivo conhecer se ele atendeu as expectativas do educador. Saber se foi possível aproveitar o que nele foi posto e exposto para enriquecer a prática pedagógica. Por isso, ao professor de Matemática da rede estadual paulista de ensino fica aqui o convite: colabore/aprecie/critique o trabalho daqueles que fazem a avaliação do SARESP.

6. – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

6. – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 22 maio 2005.

BURIASCO, R. L. C. de.; Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 22, p. 155-178, jul./dez. 2000. Disponível em: <<http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1001/1001.pdf>>. Acesso em: 05 set. 2013.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo. Das intenções aos instrumentos**. Tradução de Júlia Lopes Ferreira e José Manuel Cláudio. Porto: Porto Codex, 1994.

MARTIN, M. O.; MULLIS, I. V. S. (Ed.) **TIMSS and PIRLS 2011: Relationships Among Reading, Mathematics, and Science Achievement at the Fourth Grade—Implications for Early Learning**. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center Lynch School of Education, Boston College, 2013.

MULLIS, I. V. S.; MARTIN, M. O.; RUDDOCK, G. J.; O’SULLIVAN, C. Y.; PREUSCHOFF C.; **TIMSS 2011. Assessment Frameworks**. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center Lynch School of Education, Boston College, 2009.

NISS, M. (Ed.) **Investigations into assessment in mathematics education: an ICMI study**. Dordrecht: KuwerAcademicPublishers, 1993.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo básico para a escola pública do Estado do Paraná**. Curitiba: SEED, 1990. Disponível em: <<http://www.grugratulinoofreitas.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/21/970/26/arquivos/File/materialdidatico/diversos/Ensino-Curriculo-Basico-para-a-Escola-Publica-do-Estado-do-Parana.pdf>>. Acesso em: 31 out. 2013.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em matemática: algumas considerações. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 17, n. 33, p.29-42, jan./abr. 2006.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Matrizes de referência para a avaliação Saesp**: documento básico. São Paulo, 2009. Coordenação geral: Maria Inês Fini.

WEBB, D. C. Designing Professional Development for Assessment. **Educational Designer**, [S. l.], 2009. Disponível em: <<http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue2/article6>>. Acesso em 26 set. 2013.

ANEXOS

ESCALA DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA

A Escala de Matemática é comum aos quatro anos/série avaliados no SARESP – 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. A Escala permite identificar as competências e habilidades construídas pelos alunos, conforme a matriz que serve de referência para o SARESP. A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado ponto dominam não só as habilidades associadas a esse ponto, mas também as proficiências descritas nos pontos anteriores.

A Escala de Matemática é interpretada em 14 pontos, a saber: menor que 150, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400, 450 e 475. A descrição de cada um dos pontos foi feita com base nos resultados de desempenho dos alunos na prova de Matemática do SARESP e de acordo com as habilidades detalhadas nas Matrizes de Referência para Avaliação do SARESP.

Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaixo do Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a ano/série escolar em que se encontram.
	Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com o currículo no ano/série subsequente.
Suficiente	Adequado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
	Avançado	Os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido no ano/série escolar em que se encontram.

Níveis de Proficiência de Matemática do SARESP

Níveis de Proficiência	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico	<175	<200	<225	<275
Básico	175 <225	200 a <250	225 a <300	275 a <350
Adequado	225 a 275	250 a <300	300 a <350	350 a <400
Avançado	≥275	≥300	≥350	≥400

DESCRIÇÃO DA ESCALA DE MATEMÁTICA – SARESP 2013

<150



Os alunos com proficiência menor do que 150 não dominam os conteúdos básicos e não desenvolveram as habilidades que a Prova de Matemática do SARESP objetivou mensurar.

Neste ponto da escala, os alunos

- **reconhecem** que o peso de uma pessoa é medido em kg;
- **identificam:**
 - a forma triangular das faces de uma pirâmide;
 - a localização de objetos colocados à direita de outro objeto (referencial).

Os alunos de 7º ano do Ensino Fundamental, também

- **identificam** a planificação de uma pirâmide de base triangular.
- **resolvem problema** envolvendo o cálculo do valor de compra de X objetos dado o preço unitário.

150



Neste ponto da escala, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio

- **efetua cálculos envolvendo:**
 - números com até 4 algarismos;
 - valores de cédulas e moedas em situações de compra: dados os preços de 3 objetos e o total do dinheiro para a compra, calculam o troco;
- **estimam** a medida de um palito de fósforos desenhado ao lado de uma régua.
- **identificam:**
 - a movimentação de um carro para a direita a partir de uma placa de sinalização com setas \rightarrow , \leftarrow e \uparrow ;
 - a forma geométrica de um dado;
 - elemento de uma sequência (razão 2, 5 ou 6);
 - em relógio de ponteiros, horas e minutos apresentados em relógio digital;
 - horário mostrado em um relógio digital.
- **localizam:**
 - números naturais na reta numérica marcada de 0 a 20 em uma escala de 2 em 2.
 - localizam informações expressas em gráfico de colunas.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - o cálculo da área de figura desenhada em malha quadriculada;
 - a escrita decimal de cédulas e moedas e as operações adição e multiplicação;

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **identificam** figura formada por dois cones;
- **resolvem problema** envolvendo:
 - dados apresentados em um gráfico de colunas;
 - valor de uma compra com dados apresentados na escrita decimal de cédulas e moedas.

175

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio

- **calculam:**
 - a área de diversas figuras desenhadas em malha quadriculada;
 - a quantidade de notas e moedas necessária para se obter uma dada quantia;
 - a soma dos dados apresentados em uma tabela.
- **fazem transformação** de horas em minutos.
- **determinam** a quantidade média de quilômetros percorridos por hora. (dado que 309Km foram percorridos em 3h).
- **identificam:**
 - a figura que representa corretamente a fração $\frac{7}{12}$;
 - o número de ângulos internos de polígonos apresentados em figuras;
 - o número de lados de polígonos apresentados em figuras;
 - quadrado como uma figura que possui 4 ângulos retos;
 - regularidades em sequência numéricas simples ou em reta numerada com pequenos intervalos;
 - número representado pictoricamente, em uma simulação de decomposição polinomial do mesmo;
 - quadrados, círculos e triângulos;
 - o horário apresentado em um relógio digital.
- **leem:**
 - informações e dados apresentados em gráficos de colunas;
 - medida de comprimento em régua milimetrada e identificam o número decimal correspondente, com representação até décimos;
- **localizam:**
 - posição de objeto no espaço empregando noções de lateralidade;
 - posição de objeto no plano por suas coordenadas.
- **reconhecem:**
 - entre figuras desenhadas em malha quadriculada qual delas é uma ampliação de outra;
 - a forma cilíndrica em objetos do mundo real;
 - a forma triangular em objetos do mundo real;
 - o quilômetro para a indicação de distância entre cidades.
- **relacionam:**
 - um número natural a sua escrita por extenso;
 - a medida de dias em horas;
 - a medida de mês em dias.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - interpretação de informações a partir de dados apresentados em um gráfico. (histograma);
 - escrita decimal de notas e moedas – quantos objetos de R\$ 1,99 podem ser comprados com R\$ 20,00;
 - medidas de capacidade: litro e mililitro e a relação entre essas unidades;
 - quociente entre números naturais;
 - sistema monetário brasileiro em situação de transformação de centavos em real;

- porcentagem – 50%;
- subtração com significado de comparação envolvendo números com dois algarismos
- soma de números decimais (1 casa decimal);
- adição e subtração de números naturais;
- multiplicação como soma de parcelas iguais.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **identificam:**
 - o menor número com algarismos diferentes que pode ser formado a partir de quatro algarismos dados;
 - situação descrita por um diagrama de árvore;
 - o formato octogonal de um objeto.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - a adição e a subtração de números inteiros;
 - o cálculo da diferença entre dois números decimais;
 - o cálculo de porcentagem – 25%.
 - multiplicação no sentido de uma configuração retangular.

200



Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam:**
 - a diferença entre dois números naturais com três e dois algarismos (com “empréstimo”);
 - divisão de número de 3 algarismos por número de 1 algarismo;
 - produto de dois números naturais (com dois ou três algarismos);
 - 25% de uma quantidade.
- **determinam** o valor posicional de um algarismo que compõe determinado número.
- **identificam:**
 - a forma cilíndrica de uma figura;
 - fração com o significado parte/todo;
 - o número de três algarismos dados os valores posicionais de dois deles;
 - a decomposição de um número da ordem de dezenas de milhar em unidades, dezenas, centenas etc;
 - o número a partir da decomposição $7 \times 100 + 5 \times 10 + 8 \times 1$;
 - os minutos faltantes para a próxima hora completa (16:50h => faltam 10 minutos para 17:00h);
 - o número (com 3 algarismos) faltante em uma sequência decrescente (intervalo de 25 unidades).
- **localizam:**
 - número decimal, com representação até décimos, em régua milimetrada;
 - informação em tabela de dupla entrada.
- **reconhecem:**
 - entre figuras desenhadas em malha quadriculada qual delas é uma redução de outra;
 - a unidade de medida de comprimento mais adequada para uma situação.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - adição com o significado de acréscimo de uma quantidade a uma outra;
 - subtração em situação de troco, envolvendo escrita decimal de cédulas e moedas;
 - soma ou subtração de números decimais em diferentes contextos (troco, diferença entre medidas, variação de alturas, entre outros);
 - a estimativa da medida de comprimento de um segmento de reta, dada a medida de outro segmento na mesma reta;

- a estimativa da medida do volume ocupado por uma substância ou mistura em um jarro cilíndrico, dada a medida do volume do jarro;
- multiplicação como soma de parcelas iguais;
- multiplicação como configuração retangular;
- a interpretação de dados apresentados em tabela simples de dupla entrada;
- a interpretação de dados apresentados em uma tabela, em forma de um pictograma;
- a interpretação de dados apresentados em um gráfico de barras;
- a relação entre as principais unidades de medida de tempo;
- as relações entre kg e g;
- a relação entre o litro e o mililitro.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam:**

- adição de números decimais com representação até décimos;
- o total de semanas inteiras em x dias.

- **comparam** valores apresentados em tabela para tomada de decisão;

- **efetuam** o produto de potências de mesma base;

- **estimam** o volume de líquido em um recipiente a partir de um desenho e da informação da capacidade do recipiente;

- **identificam:**

- a representação decimal de $102/100$;
- a representação decimal do número três décimos (apresentado por extenso);
- o número que ocupa determinada posição em uma sequência de números inteiros (primeiro termo 450 e razão -3).

- **associam** gráficos (linha ou barras) a tabelas simples de dupla entrada.

- **realizam:**

- transformação de unidade de medida de comprimento – centímetros em milímetros – expressa na representação decimal até décimos;
- contagem de elementos presentes em um diagrama de árvore.

- **relacionam** gráfico de coluna a gráfico de setores correspondente.

- **resolvem problema** envolvendo:

- divisão de números inteiros;
- grandezas proporcionais (direta e inversamente);
- noção básica de probabilidade – “é mais provável que”;
- subtração com significado de comparação, com números decimais com representação até centésimos;
- multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, com escrita decimal de cédulas e moedas;
- o quociente entre x quilos e meio quilo;
- o quociente entre 1 litro e x ml.

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **identificam:**

- um gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela;
- pontos no sistema cartesiano associados a um objeto de batalha naval.

- os nomes dos sólidos geométricos – cubo, esfera e cilindro, relacionados a objetos do mundo real;
- relacionam a planificação de um cilindro ao seu nome.

▪ **resolvem:**

- equação do 1º grau;
- expressão numérica envolvendo a multiplicação e a divisão de números negativos.

▪ **resolvem problema** envolvendo:

- medidas de temperatura;
- a conversão de arrobas em quilogramas (dado o valor da arroba);
- subtração e divisão de números decimais (parcelamento de compra com entrada);
- adição de medidas de tempo – horas e minutos – e transformações entre elas;
- cálculo de probabilidade simples (retirar determinada cor de bola de um saco);
- dados apresentados em um gráfico de linha (registro de variação de temperatura).

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

▪ **descrevem** em palavras um trajeto desenhado por setas em um mapa de ruas;

▪ **identificam:**

- a localização de objeto em um croqui dada a orientação sobre sua posição;
- elemento de uma sequência de figuras;
- o maior número decimal dentre outros;
- o sistema de equações que expressa um problema.

▪ **interpretam** informações a partir de dados apresentados em gráficos setoriais.

▪ **resolvem problema** envolvendo:

- noções de compra, venda e parcelamento com números racionais;
- a ordenação de números decimais apresentados em uma tabela;
- equações com coeficientes racionais;
- contagem simples.

▪ **resolvem sistemas lineares** de duas equações com duas incógnitas (métodos da adição e da substituição).

275



Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

▪ **calculam** a área de um triângulo desenhado em malha quadriculada;

▪ **identificam:**

- o valor posicional de algarismos em números com até 4 algarismos;
- frações equivalentes;
- áreas equivalentes com o auxílio de malha quadriculada;
- a figura de um cone, descritas suas características: forma arredondada, uma face plana, um vértice.

▪ **relacionam** um número decimal à fração decimal correspondente, evitando associações errôneas típicas como, por exemplo, a fração $\frac{2}{10}$ e o decimal 2,10;

▪ **resolvem situação-problema** envolvendo:

- a diferença de horários de início e fim de um evento com dados apresentados em tabela;
- conversão de medidas com unidade “palmo” em centímetros;
- relação de proporcionalidade e regra de três;
- o significado da troca da posição de algarismo em um número.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam:**
 - a medida de ângulo interno de polígono composto por triângulos e quadriláteros;
 - a área de uma figura por meio da decomposição da mesma;
 - distância real entre dois pontos do espaço a partir de representação em escala;
 - expressão numérica envolvendo a adição e a subtração de frações de mesmo denominador;
 - o valor de expressão numérica envolvendo adição e subtração de números decimais (com até duas casas decimais);
 - o resultado da subtração 0,789 de 2;
 - produto de potências.
- **identificam:**
 - a expressão algébrica que expressa uma situação-problema;
 - o número de vértices de uma pirâmide dada sua representação em uma figura;
 - a fração de uma hora que corresponde a 15 minutos;
 - a representação decimal da quarta parte de um litro;
 - a figura resultante após um giro de 180°;
 - a decomposição polinomial de um número da ordem do milhão (contendo algarismo zero em algumas posições).
- **interpretam** informação a partir de dados apresentados em um gráfico de linha.
- **leem** números naturais até a classe dos bilhões em representação reduzida com recurso da vírgula.
- **ordenam** números racionais com representação decimal até milésimos.
- **reconhecem** a planificação de sólidos apresentados apenas pelos seus nomes – pirâmide, cilindro e cubo;
- **resolvem** expressão numérica envolvendo as quatro operações.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - as medidas de ângulos internos de um triângulo retângulo;
 - duas operações - multiplicação e divisão - com significado de soma de parcelas iguais e divisão igualitária;
 - soma, subtração e multiplicação de números inteiros;
 - cálculo de probabilidade;
 - contagem, usando diagrama de árvore dado o primeiro “galho” da árvore como exemplo;
 - equação do 1º grau;
 - interpretação e utilização de dados apresentados em um gráfico.

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam:**
 - o valor numérico de uma expressão algébrica que envolve a diferença entre quadrados;
 - a probabilidade de um evento dado a probabilidade de seu complementar.
- **descrevem** em palavras um trajeto desenhado por setas em um quadriculado, envolvendo direção e ângulos.
- **identificam:**
 - as formas das faces de um poliedro;
 - o ângulo de 90° a partir da descrição de um trajeto mostrado em uma figura;
 - triângulos semelhantes gerados pelos cruzamentos de retas paralelas sobre um triângulo;
 - um octaedro mostrado em uma figura a partir de sua planificação;
 - o raio de uma circunferência.
- **reconhecem** as diferentes representações de um número racional.
- **resolvem** problema envolvendo:
 - área de um retângulo e equação do 2º grau;
 - contagem e o princípio multiplicativo;

- conceito de área;
- operações entre números decimais;
- o cálculo do perímetro de uma figura retangular;
- sistema de equações do 1º grau.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **descrevem** as características fundamentais da função do segundo grau, (como a função $s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$) relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento;
- **determinam:**
 - o 17º termo de uma progressão aritmética de 1º termo 3 e razão 4;
 - 3º termo de uma progressão aritmética dados os dois primeiros.
- **identificam** a planificação de um poliedro apresentado em um desenho;
- **resolvem problema** envolvendo
 - a determinação da equação de uma reta apresentada em um gráfico;
 - dados descritos em um gráfico de linhas.

300

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **identificam:**
 - regularidade apresentada em padrão geométrico;
 - a fração que representa um total de horas em relação às 24 horas do dia;
 - posições à direita e à esquerda, com figuras sentadas em cadeiras enfileiradas ou apresentadas em círculo;
 - a redução proporcional de uma figura apresentada em malha quadriculada;
 - a representação decimal da fração $\frac{1}{2}$;
 - a figura que pode representar o número decimal 0,6;
 - o número a partir de sua decomposição polinomial ($3 \times 1\,000 + 9 \times 100 + 6 \times 10$).
- **resolvem problema** envolvendo:
 - a identificação de frações equivalentes: $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{3}{15}$ e $\frac{2}{15}$;
 - a identificação de uma fração decimal com o número decimal correspondente;
 - uso correto de unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, L/mL.
 - a identificação da unidade adequada para a medida de amostras e/ou corpos inteiros (xarope; água de uma piscina; altura de uma pessoa, o peso de um elefante);
 - o cálculo aproximado da área de uma figura desenhada em malha quadriculada, com um dos “lados” em linha curva;
 - o cálculo da quantidade (em metros) de rodapé a ser colocado em uma sala desenhada em malha quadriculada.

Neste ponto, ainda, os alunos dos 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

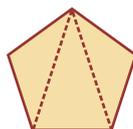
- **calculam:**
 - a razão entre dois valores expressos em uma tabela;
 - área de uma figura tendo como unidade de medida uma superfície montada com triângulos equiláteros;
 - o perímetro de uma figura que pode ser decomposta em quadrados e retângulos;
 - o resultado da adição de frações com denominadores diferentes;
 - o valor numérico de uma expressão com adição, multiplicação e divisão de frações;
 - o número resultante de orientações que envolvem cálculos com as quatro operações envolvendo números positivos e negativos.

▪ **determinam:**

- a escala utilizada em uma planta baixa. (4 cm para representar 4m);
- o múltiplo comum de 4 e 7.

▪ **identificam:**

- a medida do ângulo que determina a simetria de rotação da calota de um pneu apresentada em uma figura;
- a soma das medidas dos ângulos de um polígono de n lados (por decomposição em triângulos);
- figuras desenhadas na mesma escala;
- números primos até 21;
- números que estão na razão de 4 para 3;
- figura formada somente por quadriláteros;
- a figura cuja soma dos ângulos internos é igual a 540°
- situações de proporcionalidade entre grandezas expressas em linguagem corrente;
- a simplificação de uma razão. (entre o número de cestas e o de arremessos);
- uma figura depois de ela ter passado por um giro de 90° no sentido horário.



(a figura é a única informação);

▪ **percebem** quando existe simetria em figuras;

▪ **reconhecem:**

- a figura que é a reflexão, em torno de um eixo de simetria, de uma figura dada;
- a fórmula para o cálculo do perímetro de uma circunferência;
- a relação existente entre a altura atingida por um líquido e a forma da base do recipiente que o contém;
- que em um número a mudança da posição de um algarismo para uma ordem imediatamente superior significa que seu valor posicional fica multiplicado por 10;

▪ **resolvem problema** envolvendo:

- as quatro operações fundamentais com números decimais;
- a concepção de múltiplo comum a dois números;
- a razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência;
- potenciação;
- regra de três, tratando de grandezas inversamente proporcionais transformação de horas em minutos;
- unidades de medida de comprimento não convencionais, expressando a relação entre elas por meio de fração;
- uma equação do 1° grau com coeficientes fracionários;
- a utilização de desenhos de escalas (leitura de plantas);
- o cálculo da medida de um ângulo suplementar de outro ângulo cuja medida é dada em graus e minutos.

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

▪ **aplicam** o Teorema de Tales na resolução de problemas que envolvem ideia de proporcionalidade, na determinação de medidas.

▪ **calculam:**

- valores aproximados de radicais;
- a raiz quadrada de um número natural, cuja resposta também é um número natural;
- o resultado de uma expressão simples após substituir as variáveis pelos valores dados.

▪ **identificam:**

- a expressão que define o termo geral de uma sequência, sendo dada a sequência e a descrição em linguagem corrente do seu termo geral;
- situação, dentre outras, que apresenta maior probabilidade;
- a localização de objeto em mapas, dadas as coordenadas de latitude e longitude de sua posição;
- as coordenadas do quarto vértice de um retângulo conhecidas as coordenadas dos outros três;
- o número e o tipo de faces de um paralelepípedo apresentado em uma figura;
- o significado de 30% confrontando com situações que envolvem fração e divisão;

- a decomposição de um número decimal;
- a localização de números inteiros negativos na reta numérica;
- o sistema linear que descreve corretamente uma situação-problema.
- **realizam** operações de soma com polinômios.
- **descrevem** a trajetória de um ponto a outro num sistema de coordenadas.
- **reconhecem:**
 - a semelhança entre figuras planas, a partir da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes;
 - as relações entre o raio, o centro e os pontos de uma circunferência.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - cálculo de lucro/prejuízo;
 - cálculo das medidas de ângulos de um triângulo construído a partir de um quadrado;
 - cálculo das medidas de um triângulo ampliado de outro com dimensões dadas;
 - cálculo do perímetro de uma circunferência;
 - cálculo do volume de um paralelepípedo;
 - contagem com permutação de elementos;
 - contagem dos resultados do lançamento de três moedas usando diagrama de árvore (dado o primeiro “galho” da árvore como exemplo);
 - compra e venda envolvendo descontos e aumentos dados em percentuais;
 - informações apresentadas em um gráfico de linha;
 - triângulos semelhantes para o cálculo de medida de comprimento de um dos lados;
 - sistemas lineares (duas equações, duas incógnitas).

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **expressam:**
 - matematicamente padrões e regularidades em sequências de figuras;
 - as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função do segundo grau.
- **identificam:**
 - a função que traduz uma relação de proporcionalidade inversa;
 - o ponto solução de um sistema de equações do 1º grau representado por duas retas representadas no sistema cartesiano;
 - o traço resultante da união de 6 pontos no plano cartesiano;
 - as propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento de funções exponenciais $f(x) = a^{kx}$
- **representam** pontos no referencial cartesiano e identificam o polígono resultante da união destes pontos;
- **determinam** a raiz comum de duas funções a partir da representação gráfica das mesmas.;
- **resolvem problema** envolvendo:
 - progressão aritmética;
 - a modelagem e a resolução de um sistema 2x2 ou 3x3;
 - o cálculo de média ponderada;
 - a modelagem por meio de uma equação do 1º grau

325



Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam** adições e subtrações de frações.

- **identificam:**
 - figura com apenas um eixo de simetria, dado exemplo do eixo de simetria de um triângulo;
 - quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos como figuras que têm em comum o fato de possuírem lados opostos paralelos dois a dois;
 - a forma cúbica entre representações de diversos objetos.
- **relacionam** um número racional a diferentes representações: fracionária, decimal e percentual.

Neste ponto, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam:**
 - medida de ângulo interno de quadrilátero convexo;
 - o valor de uma incógnita em expressão expressa na forma fracionária;
 - a divisão entre dois números negativos.
- **identificam:**
 - um objeto por meio de suas vistas lateral e superior;
 - um prisma hexagonal na foto de favos de uma colméia.
- **ordenam** números racionais na forma decimal com representação até milésimos.
- **resolvem** problema envolvendo o cálculo da medida de ângulos formados por retas concorrentes.
- **simplificam** expressão numérica envolvendo adição e subtração de frações.
- **traduzem** em linguagem corrente o significado da expressão $2x - x/2 = 6$.
- **resolvem** problema envolvendo
 - o cálculo da medida de ângulos formados por retas concorrentes;
 - o conceito de escala para determinação de medida (distância em uma linha do tempo);
 - o conceito de múltiplo comum de dois números (3 e 8).

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam:**
 - o volume de um cilindro a partir da fórmula;
 - o total de uma quantia a partir do valor correspondente a $3/8$ dessa quantia;
 - a raiz quadrada da divisão de dois números naturais.
- **reconhecem:**
 - as relações e calculam medidas dos elementos de uma circunferência;
 - giros angulares no sentido horário e anti-horário.
- **representam:**
 - de forma aproximada o número π na reta numérica (localiza entre 3,1 e 3,2);
 - por meio de uma função do 2º grau a relação entre uma grandeza e o quadrado de outra.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - cálculo da medida do lado de um quadrado no contexto da resolução de equação de 2º grau;
 - equação do 2º grau;
 - cálculo da área de figura plana a partir da sua decomposição em quadrados e retângulos, via equação do 2º grau;
 - cálculo da medida do ângulo externo de um hexágono, apresentado em uma figura.

Neste ponto, ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **aplicam** propriedades de um hexágono regular em um problema de pavimentação de superfície.
- **calculam:**

- a moda e a mediana de um conjunto de valores, dadas as definições destes parâmetros;
- o número de vértices de um octaedro utilizando a relação de Euler (dada).
- **completam** tabela que relaciona duas grandezas diretamente proporcionais.
- **determinam** o maior trajeto em um sistema cartesiano dado o ponto de partida e os movimentos permitidos.
- **identificam:**
 - a localização de números reais, radicais e fracionários, na reta numérica;
 - intervalo de crescimento de uma função dado o seu gráfico;
 - o gráfico de uma função do 2º grau, conhecidos os seus coeficientes;
 - um dodecaedro dados os números de seus vértices e arestas e a relação de Euler;
 - o número de fusos existentes na esfera terrestre, dado que cada fuso tem um ângulo de 15°.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - soma de termos de uma progressão aritmética, dada a fórmula para o cálculo;
 - a obtenção do termo comum de duas progressões aritméticas distintas;
 - progressão geométrica de razão 2;
 - relações métricas fundamentais em triângulos retângulos semelhantes;
 - a medida das arestas de um cubo;
 - função afim;
 - proporcionalidade, para a determinação de medidas em figuras semelhantes.

350



Neste ponto, os alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam** o número de faces de uma pirâmide.
- **identificam:**
 - a equação do primeiro grau que expressa uma situação-problema que envolve porcentagem;
 - situações de proporcionalidade com dados numéricos apresentados em tabela.
- **interpretam** informações transmitidas por meio de gráficos.
- **reconhecem** expressão algébrica que representa o número de faces de um prisma de n lados.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - a concepção de múltiplo comum;
 - números fracionários;
 - cálculo de medida de ângulo interno de triângulo retângulo equilátero;
 - transformações entre unidades de medida de superfície – cm^2 , m^2 , dm^2 e mm^2 ;
 - dados apresentados em um gráfico de pontos;
 - expressão algébrica fornecida, identificando suas variáveis com os dados do problema.

Neste ponto ainda, os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam** a área de um retângulo, dados condições sobre o seu perímetro e medida de um dos lados.
- **expressam** matematicamente as relações de proporcionalidade direta entre a distância e o quadrado do tempo, no contexto de um corpo em queda livre.
- **identificam:**
 - a medida em graus de um ângulo apresentado com medida em radianos, sendo dada a definição de radiano;
 - a planificação de um dado comum (numerado);

- o intervalo onde se localiza o radical $(\frac{46}{2})^{1/2}$;
- o valor aproximado de sendo fornecido o valor de $\sqrt{1600}$ sendo fornecido o valor de $\sqrt{2}$;
- o sistema de equações do 1º grau que expressa um problema, nomeadas as suas incógnitas;
- **realizam** operações simples para o cálculo do valor numérico de polinômios.
- **localizam** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ entre os pontos -1 e 0 em uma reta numérica que marca os números -2, -1, 0, 1, 2.
- **reconhecem:**
 - e quantificam a modificação de medidas do perímetro em ampliação de um quadrilátero representado em malha quadriculada;
 - círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - relação entre variáveis, expressa no gráfico de uma reta;
 - a representação de quatro pontos no sistema cartesiano para então identificar qual deles está mais distante de um quinto ponto dado;
 - o Teorema de Pitágoras;
 - seno do triângulo retângulo;
 - propriedades dos polígonos (soma e medida de n ângulos internos);
 - o perímetro de uma circunferência;
 - relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.
- **simplificam** o quociente entre duas expressões algébricas usando fatoração.
- **utilizam** a notação científica como forma de representação adequada para números muito grandes ou muito pequenos.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **aplicam** as propriedades fundamentais dos polígonos regulares em problemas de pavimentação de superfícies.
- **calculam:**
 - as medidas centrais (média, mediana e moda) de um conjunto de dados;
 - o primeiro termo de uma PG dado o quarto termo e a razão da sequência;
 - a temperatura, em graus Celsius, a partir da temperatura em graus Fahrenheit e a função que associa uma à outra;
 - a probabilidade de acertar determinada região de um alvo;
 - área destacada num retângulo fazendo uso de produtos notáveis.
- **associam** um polinômio à sua fatoração.
- **identificam:**
 - a ordem em que se apresentam, localizados na reta, três pontos, dadas as suas coordenadas;
 - a possível função a que pertencem três pontos, dadas as suas coordenadas;
 - a sentença matemática que traduz a definição dada, do volume de um cilindro;
 - a sequência que é uma progressão geométrica dadas as definições de progressões aritmética e geométrica;
 - o polígono que tem o mesmo perímetro de um quadrado com medida do lado conhecida;
 - os sinais dos coeficientes a, b na função $y = ax + b$, dado o seu gráfico;
 - a relação de ordem entre distâncias percorridas em rotas sobre a superfície terrestre, dadas as definições das linhas onde estão localizados os locais de partida;
 - os pontos no plano cartesiano, dadas as suas coordenadas;
 - a intersecção de dois intervalos de números reais representados na reta numérica.
- **representam** por meio de uma função, a relação de proporcionalidade direta (velocidade = espaço percorrido/tempo), com valores da velocidade e do tempo, apresentados em uma tabela.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - a modelagem e a resolução de uma equação do 2º grau;
 - progressões geométricas;
 - relações métricas no triângulo retângulo;

- uma função de 1º grau a partir de sua representação por uma reta, traçada em um referencial cartesiano;
- propriedades do gráfico de setores e conversão de dados em porcentagem para quantidade numérica.

375

Neste ponto, os alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **reconhecem** números primos em uma seqüência de ímpares.

Neste ponto, os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio

- **efetuam** cálculos simples com valores aproximados de radicais.
- **identificam:**
 - o valor de k em $(x + k)^2$ dado o desenvolvimento de $(x + 4)^2$;
 - termos de $(a + b)^2$ na representação geométrica deste produto notável;
 - a forma fatorada de uma equação quadrática;
 - no plano cartesiano, a representação de um triângulo, dadas as coordenadas cartesianas dos seus vértices.
 - a representação geométrica de um sistema de equações do 1º grau, apresentado na sua forma algébrica.
- **reconhecem** a representação geométrica de $(a + b)^2$.
- **determinam** o número de lados de um polígono regular dado a soma de seus ângulos internos.
- **resolvem** expressão numérica envolvendo o quadrado de frações e de números decimais, positivos e negativos.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - o cálculo da altura de um triângulo, usando relações métricas dos triângulos retângulos;
 - o cálculo de área total de uma figura decomposta em triângulos equiláteros, dadas as medidas da altura e do lado do triângulo;
 - o volume de um prisma;
 - a determinação do raio de esferas colocadas em um paralelepípedo;
 - o cálculo da área lateral do cilindro;
 - triângulos semelhantes, dadas medidas de alguns ângulos e de lados;
 - propriedades angulares no triângulo (ângulo externo e soma dos ângulos internos).

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **aplicam:**
 - as relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação de 3º grau;
 - o princípio multiplicativo na resolução de problemas de contagem.
 - raciocínio combinatório e o princípio aditivo na resolução de situações-problema sobre contagens.
- **calculam:**
 - a moda de uma distribuição de dados apresentados em um gráfico setorial;
 - o produto de dois números usando logaritmos;
 - o valor do quociente de funções trigonométricas em pontos dados por ângulos desenhados em um triângulo retângulo;
 - a razão entre as áreas de quadrados;
 - o valor da aresta de um hexágono regular inscrito numa circunferência;
 - o volume de um cubo, dado o valor de sua aresta.
- **identificam:**
 - a função que pode corresponder à fatoração de um polinômio de 5º grau;
 - a função que traduz a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais, dados alguns de seus valores em uma tabela;
 - a função, dado o seu gráfico;
 - a seqüência numérica que apresenta crescimento exponencial;
 - as características de uma função de 1º grau, assim como a associação da expressão para o gráfico;

- as coordenadas geográficas que definem a localização de uma cidade assinalada em um mapa;
 - a relação entre o número de vértices, faces e arestas de poliedros expressa em um problema;
 - o gráfico que representa uma função do 2º grau.
- **localizam** pontos em um sistema de coordenadas cartesianas para identificar um losango.
 - **resolvem** equação exponencial.
 - **resolvem problema** envolvendo:
 - cálculo de probabilidade a partir de dados apresentados em uma tabela;
 - contagem e permutação, dada a definição de permutação;
 - função exponencial;
 - medidas de ângulos de um polígono de n lados, inscrito em uma circunferência;
 - o volume de um cone;
 - o volume de um prisma de base quadrada;
 - razões trigonométricas do triângulo retângulo;
 - sistemas lineares de 3ª ordem;
 - Progressão Geométrica - termo geral;
 - a determinação da área de escultura representada em figura por uma esfera colocada sobre um cubo.
 - **verificam** a relação de Euler para dois poliedros apresentados em uma figura.

400

Neste ponto, os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam** a medida de um segmento de uma figura de um Tangran desenhado em um quadrado de 20 cm de lado, comparando medidas de lados das demais figuras desenhadas.
- **identificam:**
 - as coordenadas do ponto de interseção de duas retas que definem um sistema de equações do 1º grau;
 - as coordenadas de pontos específicos utilizando o plano cartesiano.
- **resolvem problema** envolvendo:
 - o cálculo do volume de um cilindro;
 - o cálculo das áreas de um quadrado e de um hexágono regular, dadas as medidas de seus lados;
 - metro cúbico e litro;
 - análise combinatória. (numero possível de placas de automóvel em um a determinada configuração)
 - contagem (arranjo).
- **simplificam** expressão que envolve o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre x e y.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam** medidas de comprimento de um triângulo, usando as relações de proporcionalidade identificadas na sua representação gráfica;
- **identificam:**
 - a equação de uma reta apresentada em um plano cartesiano;
 - a equação da circunferência, dada a medida do seu raio;
 - a expressão matemática de uma função exponencial definida em linguagem corrente;
 - a inequação associada à região sombreada de um plano desenhado no sistema cartesiano, e vice-versa;
 - a representação gráfica em um sistema cartesiano, de uma circunferência, dada a sua equação;
 - o ângulo formado pelos meridianos que determinam dois fusos horários no Brasil;
 - no plano de Argand Gauss, o resultado da adição e da subtração de 2 números complexos;

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Ione Cristina Ribeiro Assunção – Coordenadora
Maria Julia Filgueira Ferreira – Assistente Técnica

Departamento de Avaliação Educacional

William Massei – Diretor
Diana Yatiyo Mizoguchi

Departamento de Informação e Monitoramento

Marcio Rodrigues de Padua - Diretor
Maria Tereza Franchon

Coordenadoria de Gestão da Educação Básica

Maria Elizabete da Costa - Coordenadora

Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão da Educação Básica

João Freitas da Silva – Diretor

Centro de Ensino Fundamental dos Anos Finais, do Ensino Médio e da Educação Profissional

Valéria Tarantello de Georgel – Diretora

Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais

Sonia Gouveia Jorge – Diretora

Centro de Planejamento e Gestão do Quadro do Magistério

Eunice Pinheiro Guimarães Turrini – Diretora

FUNDAÇÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Diretoria de Projetos Especiais

Cláudia Rosenberg Aratangy - Diretora

Gerência de Avaliação e Indicadores de Rendimento Escolar

Maria Conceição Conholato - Gerente

Equipe Técnica da GAIRE

Departamento de Avaliação

Maria Cristina Amoroso Alves da Cunha - Chefia
Hélia Aparecida Freitas Bitar
Jacyra Fares
Luiz Antônio Carvalho Franco

Departamento de Gestão e Tratamento de Dados

Maria Isabel Pompei Tafner - Chefia
Denise de Alcântara Bittar
Jesilene Fátima Godoy
Maria Goreti Lucinda

FUNDAÇÃO PARA O VESTIBULAR DA UNESP

Responsáveis pela Execução do Saresp 2013 Coordenação Geral

Guilherme Pereira Vanni
Sheila Zambello de Pinho
Tânia Cristina Arantes Macedo de Azevedo
Carlos Augusto Araújo Valadão
Ricardo Samih Georges Abi Rached

Coordenação de Atividades

Davi de Oliveira Gerardi – Analista de Dados
Edgar Dias Batista Junior – Analista de Sistemas
Eduardo de Souza Serrano Filho – Logística de Aplicação
Edgar Dias Batista Junior – Bases de Dados
Ligia Maria Vettorato Trevisan – Análise de Resultados
Silvia Bruni Queiroz – Análise Técnica e Pedagógica dos
Instrumentos de Medidas
Rosa Maria do Carmo Condini – Elaboração de Materiais
e Treinamento
Marcela Franco Fossey – Correção de Redações

Equipe de Análise de Resultados

Heliton Ribeiro Tavares
Dalton Francisco de Andrade
Adriano Ferreti Borgatto
Natália Noronha de Barros
Adriana Moraes de Carvalho
Nayara Negrão Pereira
Júlio César Martins

Coordenação da Elaboração de Relatórios

Tânia Cristina Arantes Macedo de Azevedo

Revisão

Ana Maria Trevisan
José Ricardo da Silva

Capa

Cintia Tinti

Editoração

Marcelo Alt dos Reis



Relatório Pedagógico **MATEMÁTICA**

SARESP 2013