RELATÓRIO PEDAGÓGICO

2010

SARESP

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

Caros Professores e Gestores da Educação,

Para reforçar a importância do processo de avaliação externa – representada em nosso estado pelo SARESP – é essencial dedicar à divulgação de seus resultados momentos de reflexão que auxiliem, em todas as instâncias, a tomada de decisões à luz do que nos revelam os indicadores. Isso significa buscar continuamente o aperfeiçoamento tanto do SARESP quanto das atividades de divulgação e de formação continuada demandadas a partir dele, além da implementação de políticas públicas que incluem desde transformações na carreira docente até maior atenção à avaliação em processo na aprendizagem escolar.

Particularmente no que diz respeito à divulgação de resultados do SARESP 2010, uma das ações previstas e que se mantém – ao lado de novas atividades a serem implantadas – é a elaboração dos Relatórios Pedagógicos que, complementarmente à avaliação propriamente dita, permitirão às escolas olhar para seu processo de ensino-aprendizagem e para sua proposta pedagógica, com base em dados objetivos, realizando cotejamentos e análises para tomadas de decisão na esfera que lhes compete e que se encontra sob sua governabilidade.

Também às instâncias regionais, no seu âmbito de gestão, o acompanhamento deste processo e o apoio nas atividades de intervenção necessárias, é fundamental para que juntos – Escolas – Diretorias de Ensino – Coordenadorias – Secretarias Municipais – Secretaria de Estado— possamos aprimorar processos, projetos e atividades na busca e alcance contínuo da melhoria da educação básica pública no Estado de São Paulo.

Herman Voorwald

Secretário de Estado da Educação

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Em 2010, o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – SARESP – aplicou provas a cerca de 2 milhões de alunos que estudam nas escolas deste estado. A grande maioria está na Rede Pública de Ensino, mas o SARESP tem também conquistado a adesão de escolas de Redes Municipais e de Sistemas Particulares, além do Centro Paula Souza. Esse contingente de participantes, a diversidade de instituições que aderem às provas, a existência de uma matriz que pauta e orienta a elaboração das provas, aliados à metodologia de apuração de resultados, conferem ao SARESP a credencial de uma avaliação que investiga, compara e acompanha o desenvolvimento de um sistema educacional.

É nesse contexto que se situam os diferentes produtos dessa avaliação: boletins e relatórios de desempenho, relatórios técnicos e relatórios pedagógicos. Cada um desses produtos é destinado a atender finalidades específicas, muito bem explicitadas no projeto SARESP, dentre as quais vale enumerar: (i) saber em que direção caminha a Educação Básica paulista; (ii) verificar se houve evolução em relação às avaliações dos últimos anos; (iii) localizar as evidências de melhoria e as fragilidades do ensino; (iv) buscar os aspectos diferenciais, os modelos bem sucedidos e sobretudo, as diferenças entre o desejado e o alcançado.

Os Relatórios Pedagógicos do SARESP são instrumentos que se prestam a identificar e localizar diferenças: o que foi ensinado e o resultado do aprendizado, o que ainda tem que ser ajustado, o que precisa ser abordado porque não se conseguiu perceber no alunado participante a demonstração de compreensão ou conhecimento que qualifica para a resposta bem sucedida, além de apontar, também, o resultado positivo de correções e ajustes já introduzidos.

Os destinatários preferenciais dos Relatórios Pedagógicos são professores e gestores das escolas. Aos primeiros cabe a tarefa de neles reconhecer a eficácia e a eficiência de seu trabalho. A eles, os relatórios pedagógicos são oferecidos também como instrumentos que contribuem para a melhoria da prática de ensino. No limite, esses relatórios são materiais de referência para a elaboração de planos de aula, de concepção de aulas práticas e de compreensão de avaliação como processo abrangente, contínuo, justo e, sobretudo, formativo.

Reconhecer que do professor e do seu ofício depende a formação de pessoas para entender e atender a demandas do futuro e oferecer a este profissional referências que contribuem para uma reflexão sobre o sentido e o significado do trabalho que realiza, é mais do que uma responsabilidade. É uma obrigação. E é esta a intenção deste Relatório Pedagógico: prestação de contas ao professor e ao gestor sobre os resultados de seu trabalho.

À Fundação VUNESP, instituição responsável pela operacionalização do SARESP 2010, coube também a tarefa de preparar os Relatórios Pedagógicos. Para tanto, sob a coordenação de sua Superintendente Acadêmica, Profa. Dra. Tânia Cristina A. Macedo de Azevedo, foi reunido um grupo de trabalho com experiência em avaliação educacional nas áreas de Língua Portuguesa, Matemática e Ciências da Natureza. Este grupo organizou, discutiu e elaborou os relatórios pedagógicos dessas disciplinas, em conformidade com os objetivos e finalidades definidos para a presente edição do SARESP.

Assim, professores e gestores encontram nos relatórios pedagógicos informações e dados distribuídos em três partes:

Parte I – Em "Dados Gerais" são apresentadas informações sobre o SARESP 2010, os instrumentos utilizados no processo de avaliação e sua abrangência.

Parte II – Em "Resultados do SARESP 2010" são apresentados os resultados gerais relativos à disciplina objeto do relatório nos anos/série da Rede Estadual e do Centro Paula Souza. Sempre que possível, o capítulo apresenta dados da comparação de resultados do SARESP 2010 com outras edições dessa avaliação ou com outras avaliações nacionais de larga escala.

Parte III – Em "Análise Pedagógica dos Resultados" são abordados, na disciplina do relatório, aspectos pedagógicos envolvidos na avaliação, princípios curriculares e aspectos da organização das matrizes de referência para a avaliação do SARESP. Sua essência está na análise do desempenho do alunado e na apresentação, análise e discussão pedagógica de exemplos de itens selecionados das provas aplicadas. Essas são tarefas que ensejam recomendações para promover a melhoria do ensino e da aprendizagem. Em relação à expressão "itens selecionados", é importante lembrar que os exemplos possuem propriedades estatísticas que permitem classificá-los como questões que descrevem corretamente a habilidade investigada e discriminam claramente entre os grupos de alunos com menor e maior desempenho. Dadas essas qualidades, são itens que representam muito bem os diferentes pontos e níveis da escala SARESP. Por isso, são úteis para identificar pontos fortes e fragilidades de um dado processo educacional.

Por fim um lembrete que alberga um convite: a leitura deste relatório pedagógico abre a perspectiva para ampliar e fortalecer a comunicação entre seus destinatários e os responsáveis pela definição, implementação e execução de políticas públicas para a educação básica no Estado de São Paulo. Por isso, serão muito bem vindos os comentários, correções e notícias sobre a utilidade destes materiais.

PARTE 1 – DADOS GERAIS

1. O SARESP 2010

1.1. CARACTERÍSTICAS GERAIS DO SARESP 2010

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE – realizou, em 2010, a décima terceira edição do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – SARESP –, caracterizado como uma avaliação externa, com a finalidade de fornecer informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade básica na rede pública de ensino paulista, assim como, de ser capaz de orientar os gestores do ensino no monitoramento das políticas voltadas para a melhoria da qualidade da Educação Básica do ensino.

A edição de 2010 do SARESP ancorou-se em evidências nacionais e internacionais acerca dos benefícios que um sistema de avaliação coerentemente estruturado traz para a melhoria dos sistemas de ensino em todas as dimensões e, para tanto, consolidou a incorporação de uma série de mudanças em relação à sua proposta original, de maneira a sintonizar-se com as prioridades educacionais de cada gestão da SEE.

Nesse sentido, os resultados de 2010 do SARESP têm como características básicas:

- utilização da metodologia Teoria da Resposta ao Item (TRI), que permite a comparação dos resultados obtidos no SARESP ano a ano, e entre esses e os resultados dos sistemas nacionais de avaliação (Saeb e Prova Brasil) e possibilita, também, acompanhar a evolução dos indicadores de qualidade da educação ao longo dos anos;
- apresentação dos resultados do SARESP 2010 em Língua Portuguesa e Matemática – 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio na mesma escala de desempenho da Prova Brasil/Saeb. Os resultados do 7º ano do Ensino Fundamental, mediante procedimentos adequados, foram incluídos nessa mesma escala;
- diagnóstico do desempenho dos alunos da rede estadual em Ciências e Ciências da Natureza (Biologia, Física e Química), análise e validação da escala de proficiência para cada área, o que certamente contribuirá para melhor caracterizar a situação do ensino nestas áreas do conhecimento;
- uso da metodologia de Blocos Incompletos Balanceados (BIB) na montagem das provas dos 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, o que permite utilizar um grande número de itens por ano/série e disciplina e classificar, com maior amplitude, os níveis de desempenho dos alunos em relação ao desenvolvimento de competências e habilidades;
- avaliação do 3º ano do Ensino Fundamental por meio de itens de respostas construídas pelos alunos e seus resultados apresentados na escala de desempenho do SARESP em Língua Portuguesa e em Matemática, adotada desde a edição de 2004;
- atuação de aplicadores externos à escola (à exceção do 3º ano do Ensino Fundamental) para garantir a necessária credibilidade aos resultados;
- presença de fiscais externos à escola para verificar e garantir a uniformidade dos padrões utilizados na aplicação;
- presença de apoios regionais nas Diretorias de Ensino e de Agentes da Fundação VUNESP para oferecer suporte às redes de ensino participantes do SARESP;
- participação dos pais nos dias de aplicação das provas para acompanhar o processo avaliativo nas escolas;

- aplicação de questionários aos pais e alunos de todos os anos/série avaliados, encaminhados às Diretorias de Ensino/Secretarias Municipais de Educação antes da aplicação das provas;
- aplicação de questionário aos Professores do Ciclo I do Ensino Fundamental, de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências e Ciências da Natureza – Física, Química e Biologia, aos Professores Coordenadores e aos Diretores das escolas da rede estadual, por sistema on-line, com o objetivo de assegurar uma caracterização mais detalhada dos fatores associados ao desempenho escolar;
- uso dos resultados de Língua Portuguesa e de Matemática, para a composição do Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP) de cada escola estadual, que servirá como um dos critérios de acompanhamento das metas a serem atingidas pelas escolas;
- uso dos resultados no planejamento pedagógico das escolas nos anos subsequentes, que possibilitará a comparação entre os resultados obtidos pela escola e os seus objetivos;
- divulgação pública dos resultados gerais de participação dos alunos e da média de proficiência do conjunto das redes municipais e escolas particulares integrantes da avaliação, acompanhada da distribuição dos alunos nos diferentes níveis de desempenho e proficiência, considerando os anos e as disciplinas avaliadas;
- acesso aos resultados de cada escola pública estadual à população em geral, condição essencial para o acompanhamento do ensino ministrado nas escolas paulistas, ao mesmo tempo em que é um estímulo à participação da sociedade civil na busca da melhoria da qualidade do aproveitamento escolar;
- correção externa da Redação, numa amostra representativa, estratificada por Diretoria de Ensino, de 10% dos alunos por rede de ensino (estadual, municipal e particular) dos anos/série avaliados – 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, com a finalidade de atribuir uma nota global de redação;
- correção externa das questões abertas de Matemática, numa amostra representativa, também estratificada por Diretoria de Ensino, de 10% dos alunos da rede estadual dos anos/série avaliados – 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, com a finalidade de verificar as diferentes estruturas do pensamento lógico-matemático dos alunos;
- participação das redes municipal e particular por meio de adesão.

1.2. CLASSIFICAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA DO SARESP

As proficiências dos alunos do 5º, 7º, 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio aferidas no SARESP 2010 foram consideradas nas mesmas escalas métricas do Saeb nas disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática, levando-se em consideração a inclusão, na prova, de itens oriundos das provas do Saeb, cedidos e autorizados pelo Ministério da Educação.

Seus resultados utilizam a equalização e interpretação da escala do Saeb, completada pela amplitude oferecida pelos itens que melhor realizam a cobertura do currículo implantado nas escolas estaduais, explicitada na Matriz de Referência da Avaliação do SARESP. No entanto, a opção de usar a mesma escala métrica não exime os especialistas pedagógicos e de conteúdo específico da SEE/SP e da Fundação VUNESP de interpretar cada ponto da escala, a partir do resultado da aplicação de seus próprios instrumentos, de agrupar os desempenhos indicados em diferentes pontos da escala em níveis qualificados de proficiência, e de associá-los aos fatores de contextos investigados por ocasião da aplicação da prova.

A descrição de cada um dos pontos foi feita com base nos resultados de desempenho dos alunos na prova SARESP 2010 e de acordo com as habilidades detalhadas nas Matrizes de Referência para Avaliação do SARESP. Assim, os níveis de desempenho têm uma interpretação pedagógica à luz da Matriz de Referência do SARESP e do Currículo do Estado de São Paulo.

Para interpretar a escala de proficiência dos alunos do 5º, 7º, 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, foram selecionados os pontos 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400, e 425, escolhidos a partir do ponto de nível de proficiência igual a 250, média do 9º ano do Ensino Fundamental no Saeb 1997, em intervalos de 25 pontos (meio desvio-padrão).

A escala de cada disciplina é a mesma e, portanto, apresenta os resultados do desempenho dos alunos em todo o percurso da educação básica. A Escala de Matemática é comum aos quatro anos/série avaliados no SARESP – 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. Cada escala descreve aquilo que os alunos sabem e são capazes de realizar em relação às habilidades e competências avaliadas, conforme a Matriz de Referência para a avaliação do SARESP.

A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado nível dominam não só as habilidades associadas a esse nível, mas também as proficiências descritas nos níveis anteriores – a lógica é a de que quanto mais o estudante caminha ao longo da escala, mais habilidades terá desenvolvido. A descrição de cada ponto da escala apresenta as habilidades que os alunos desenvolveram, com base na média de desempenho e na distribuição dos alunos por rede de ensino ou escola nesta escala. A interpretação pedagógica de cada um dos pontos da escala compõe o documento denominado Descrição das Escalas de Proficiência.

Os pontos da escala do SARESP, por sua vez, foram agrupados em quatro níveis de proficiência – Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado – definidos a partir das expectativas de aprendizagem (conteúdos, competências e habilidades) estabelecidos para cada ano/série e disciplina no Currículo do Estado de São Paulo, descritos no Quadro 1.

Quadro 1. Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaixo do Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
Suficiente	Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente.
	Adequado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
Avançado	Avançado	Os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido no ano/série escolar em que se encontram.

O quadro seguinte reúne informações sobre os intervalos de pontuação que definem os níveis de proficiência de Matemática por ano/série avaliados no SARESP.

Quadro 2. Níveis de Proficiência de Matemática do SARESP

Níveis de Proficiência	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
Avançado	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

O SARESP estabeleceu como padrão de desempenho esperado o nível Adequado para cada um dos anos/série e disciplinas avaliados. Como se constata pelos valores apresentados no quadro 2, em Matemática isso corresponde, às médias de 225, 250, 300 e 350 pontos, para os 5º, 7º, 9º Anos do Ensino Fundamental e 3ª Série do Ensino Médio.

2. INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO

2.1. PROVAS

A edição do SARESP 2010 manteve as características básicas das edições do SARESP 2008 e 2009 e isso possibilita a sua continuidade como um sistema de avaliação externa, capaz de fornecer um diagnóstico do sistema de ensino e, ao mesmo tempo, fornecer indicadores para subsídio ao monitoramento das políticas públicas de educação.

A avaliação censitária abrangeu alunos dos 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, com diferentes instrumentos. Provas ampliadas ou em braile, destinadas a atender os alunos deficientes visuais, foram elaboradas por disciplina e anos/série avaliados.

Para o 3º ano do Ensino Fundamental foram elaborados dois cadernos distintos (manhã e tarde) de prova de Língua Portuguesa e Matemática, mais um exemplar de "Caderno do Professor", para cada disciplina e período, com orientações sobre a aplicação. Cada caderno de Língua Portuguesa apresentava 8 questões abertas com o objetivo verificar o nível de conhecimento sobre o sistema de escrita, a capacidade de ler com autonomia e a competência escritora dos alunos.

Para avaliação de Matemática do 3º ano do Ensino Fundamental, foram aplicados, respectivamente, nos períodos da manhã e tarde, 2 cadernos de prova compostos de 17 questões abertas. Para cada caderno também foi construído o "Caderno do Professor", com orientação sobre a aplicação da prova. Em Matemática, foram avaliadas as habilidades dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental para operar com números (ordenação, contagem e comparação), resolver problemas que envolvem adição e subtração, identificar formas geométricas tridimensionais, compreender e manipular operações envolvendo leituras de informações dispostas em calendário, tabelas simples e gráficos de colunas.

As provas abertas de Língua Portuguesa e Matemática para o 3º ano do Ensino Fundamental foram corrigidas por professores especialistas, com a supervisão dos coordenadores do Programa "Ler e Escrever" das Diretorias de Ensino, que se orientavam por critérios de avaliação explícitos nos roteiros de correção e em escala compatível com as edições anteriores do SARESP.

Os alunos dos 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental foram avaliados, censitariamente, por 104 questões objetivas de Língua Portuguesa, 104 questões objetivas de Matemática e Redação. Os alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental ainda responderam 104 questões de Ciências.

Os alunos da 3ª série do Ensino Médio, além das 104 questões de Língua Portuguesa e Matemática, e Redação, foram avaliados por 104 questões de Ciências da Natureza, envolvendo competências e habilidades em Biologia, Física e Química.

As provas de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio foram planejadas utilizando a metodologia de Blocos Incompletos Balanceados – BIB – organizados em 26 modelos de cadernos de prova, com 13 blocos diferentes, sendo que cada bloco foi composto por oito itens. Cada caderno de prova, em cada disciplina, foi organizado com 24 itens, distribuídos em três blocos. No total, foram construídos 248 cadernos de provas.

O modelo de prova utilizado no processo de avaliação do SARESP permite que os itens avaliados sejam divididos em subconjuntos chamados "blocos", organizados em grupos de diferentes combinações, permitindo uma abrangência significativa do conjunto de habilidades previsto para a disciplina do respectivo ano/série avaliado. Cada combinação resulta em cadernos de provas para cada ano e disciplina: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências e Ciências da Natureza.

Na composição das provas do SARESP 2010 foram utilizados:

- itens elaborados com base nas habilidades indicadas nas Matrizes de Referência da Avaliação, construídas a partir do currículo elaborado pela Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas da SEE/SP – CENP;
- itens selecionados de avaliações anteriores do SARESP e itens comuns com o Saeb/Prova Brasil, em Língua Portuguesa e Matemática, como mecanismo para assegurar a comparabilidade tanto entre os resultados do SARESP quanto com os resultados da avaliação nacional. Por isso são chamados itens de ligação.

Os cadernos de Redação foram compostos pelo tema para a redação, sendo um tema para cada ano avaliado, acompanhado de uma página para rascunho e outra para o aluno transcrever a sua produção textual final. Foram corrigidas por especialistas devidamente treinados pela Fundação VUNESP, um total de 10% das redações, estratificadas por Diretoria de Ensino. As demais Redações permaneceram nas escolas para correção pelos docentes da Rede.

O SARESP 2010 incluiu ainda a aplicação de cinco questões abertas de Matemática a uma amostra, estratificada em 10% e por Diretoria de Ensino, de alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. Essa avaliação apresenta resultados que possibilitam refletir e elaborar hipóteses acerca das diferentes estruturas do pensamento matemático dos alunos e pesquisar os mecanismos subjacentes à prática docente e à aprendizagem.

2.2. QUESTIONÁRIOS DE CONTEXTO

O SARESP 2010, tal como nas últimas edições, aplicou questionários contextuais aos alunos e pais com vistas a coletar informações sobre o contexto social, econômico, cultural e familiar dos alunos, sobre as trajetórias de escolarização, hábitos de estudo e suas percepções e expectativas sobre o funcionamento da escola, e em relação à continuidade nos estudos e ao trabalho.

A Secretaria de Estado de Educação de São Paulo – SEE/SP, através da Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE, seguindo proposição dos anos anteriores, encaminhou à Fundação VUNESP os questionários de contexto, para formatação, reprodução e distribuição às Diretorias de Ensino e Secretarias de Educação Municipal.

Os questionários socioeconômicos dos alunos e pais foram preparados em três diferentes versões, um para o 3º e 5º anos do Ensino Fundamental, outro para o 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e o último, para a 3ª série do Ensino Médio. Cada questionário era composto de duas partes: a primeira com questões direcionadas aos pais e a outra voltada para os alunos. Acompanhados das folhas de resposta, os questionários foram entregues aos alunos pelas escolas para serem respondidos em casa num período que antecedeu a aplicação das provas.

Estavam, ainda, incluídos no SARESP 2010, a aplicação na Rede Estadual de questionários de gestão escolar destinados aos Diretores de escolas, que propiciava informações consolidadas sobre formação acadêmica, experiência, estilo de gestão e sua percepção sobre o funcionamento e condições da escola, bem como informações sobre seu perfil socioeconômico e cultural; ao Professor-Coordenador, que objetivava a coleta de informações sobre sua formação acadêmica, experiência e prática pedagógica, sua percepção sobre o funcionamento e condições da escola e sobre seu perfil socioeconômico; e ao Professor, que também coletava informações sobre formação acadêmica, experiência, sua percepção sobre o funcionamento e condições de trabalho na escola, além de informações sobre seu perfil socioeconômico e cultural. Esse instrumento teve módulos específicos sobre práticas de ensino para os professores de Ciclo I do Ensino Fundamental, Ciclo II e Ensino Médio - Língua Portuguesa, Matemática, Ciências e Ciências da Natureza (Biologia, Física e Química).

Os questionários de gestão escolar são parte constitutiva do processo avaliativo e propiciam a análise dos fatores associados à aprendizagem. A aplicação foi *on line*, no site da SEE/SP e seguiu um cronograma escalonado para cada profissional envolvido. O período de aplicação também antecedeu a própria aplicação das provas do SARESP.

3. ABRANGÊNCIA DO SARESP 2010

Além dos estudantes da Rede Estadual e a exemplo das edições anteriores, participaram do SARESP 2010, escolas municipais e particulares e pela segunda vez consecutiva, os alunos da 3ª série do Ensino Médio das Escolas Técnicas do Centro Paula Souza – ETE. Da previsão inicial que se aproximava dos 2,4 milhões de alunos, 88% participaram da aplicação realizada em 2010. A tabela seguinte reúne os dados consolidados da participação de alunos, escolas, redes e municípios no SARESP 2010.

Tabela 1. Participação no SARESP 2010: Alunos, Escolas, Redes e Municípios

Rede de Ensino	1º dia			2º dia			Escolas	Municípios
	Previsto	Participante	%	Previsto	Participante	%		
Estadual	1.719.137	1.517.175	88,3	1.719.137	1.495.445	87,0	5.048	644
ETE	14.244	12.102	85,0	-	-	-	117	98
Municipal	653.425	590.415	90,4	500.017	456.830	91,4	3.460	560
Particular	52.097	48.059	92,2	20.829	19.586	94,0	245	124
Total	**2.438.903**	**2.167.751**	**88,9**	**2.239.983**	**1.971.861**	**88,0**	**8.870**	**645**

Os alunos avaliados das escolas estaduais também responderam a questões abertas de Matemática, restringindo-se essa prova a uma mostra estratificada em 10%, por Diretoria de Ensino, abrangendo 140.474 alunos correspondendo à participação percentual média para a Rede Estadual, nesta avaliação específica, de 80,1%.

4. APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO

As provas do SARESP 2010 foram aplicadas nos dias 17 e 18 de novembro de 2010, nos períodos da manhã, da tarde e da noite, no horário de início das aulas e essa etapa da avaliação foi orientada por um Plano de Aplicação elaborado pelos Coordenadores de Avaliação das Diretorias de Ensino. Atuaram na aplicação da edição 2010 do SARESP 68.158 aplicadores, que foram treinados pelo Diretor da Escola (Coordenador da Aplicação).

Além disso, na aplicação das provas do SARESP 2010, atuaram 8794 fiscais externos, em todo o Estado, que foram devidamente selecionados e treinados em fases anteriores à aplicação pelos Agentes VUNESP.

A capacitação dos envolvidos no SARESP 2010 ocorreu em nível central, regional e local, por meio de ações presenciais, videoconferência e manuais específicos para orientação sobre os procedimentos de aplicação, a utilização do Sistema Integrado do SARESP, a correção das provas do 3º ano do Ensino Fundamental e os critérios de correção das Redações e das Questões Abertas de Matemática.

As provas foram aplicadas contando com o acompanhamento de representantes dos pais dos alunos, indicados pelo Conselho de Escola de cada estabelecimento de ensino.

PARTE 2 – RESULTADOS SARESP 2010 MATEMÁTICA

1. REDE ESTADUAL DE ENSINO

1.1. 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: MÉDIAS DE DESEMPENHO

Na avaliação do desempenho em Matemática, as respostas dos alunos do 3º Ano do Ensino Fundamental são agrupadas segundo os diferentes níveis de domínio das habilidades investigadas, expressos em escala própria, construída por especialistas convidados pela SEE/SP. Na prova de Matemática, o resultado dos alunos pode variar entre 0 e 100 pontos. A pontuação média obtida pelos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental na edição do SARESP 2010, no Estado como um todo, na Coordenadoria do Ensino do Interior – CEI e na Coordenadoria de Ensino da Grande São Paulo - COGSP está apresentada na tabela seguinte.

Tabela 2. Médias de Desempenho em Matemática

3º ano do Ensino Fundamental - Rede Estadual

Instância	Pontos*	%
Rede Estadual	72,0	72,0
CEI	74,1	74,1
COGSP	71,1	71,1

*Pontos possíveis de 0 a 100

A média de proficiência em Matemática foi de 72,0 pontos para a Rede Estadual, o que corresponde a 72% da pontuação total. Os alunos das escolas localizadas no interior do Estado apresentaram um desempenho melhor do que das escolas da Grande São Paulo, com uma diferença favorável aos primeiros de 3 pontos percentuais.

Para uma interpretação pedagógica mais acurada que permitisse inclusive a comparação com dados anteriores, os resultados de desempenho dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental foram divididos em seis diferentes níveis. Deste modo, cada nível, juntamente com o intervalo de pontos por ele contido, representa um conjunto específico de habilidades e competências. As habilidades descritas em cada nível são cumulativas, o que significa, por exemplo, que um aluno que obtém uma pontuação equivalente ao sexto e o último nível desenvolveu as demais habilidades compreendidas pelos cinco níveis anteriores.

A Tabela 3 descreve as habilidades referentes a cada nível e os respectivos intervalos de pontuação e especifica o percentual de alunos por nível da Rede Estadual e das Coordenadorias de Ensino. A representação gráfica desses resultados está apresentada no Gráfico 1.

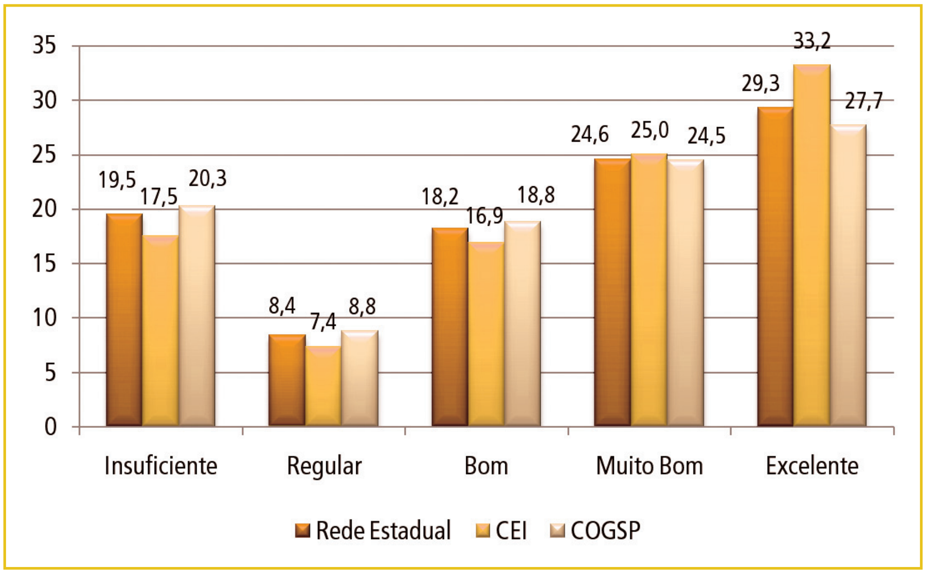
Tabela 3. Alunos do 3º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho em Matemática
Rede Estadual – SARESP 2010 (em %)

Nível		Pontuação	Descrição do Nível	% de Alunos		
				Rede Estadual	CEI	COGSP
Insuficiente	1	0 a 24	Os alunos não demonstram domínio das habilidades avaliadas pelos itens da prova.	5,8	5,1	6,0
	2	25 a 49	Os alunos identificam as formas geométricas tridimensionais, em elementos da natureza e de objetos criados pelo homem; produzem escritas numéricas, mas ainda não têm domínio de regras do sistema de numeração decimal.	13,7	12,4	14,3
Regular	3	50 a 59	Os alunos comparam escritas numéricas ordenando os números do menor para o maior; resolvem problemas que envolvem a adição, como calcular o total de objetos de uma coleção que sofreu acréscimo; calculam o resultado de uma subtração sem recurso; fazem leitura de informações contidas em um calendário; identificam dados expressos em tabela simples de colunas.	8,4	7,4	8,8
Bom	4	60 a 75	Os alunos produzem escritas numéricas demonstrando compreender regras do sistema de numeração decimal; decompõem um número em duas ou três parcelas; resolvem problemas em que se devem juntar quantidades, envolvendo uma adição com reserva; resolvem problemas associados à subtração, envolvendo a comparação entre as quantidades de duas coleções; indicam o valor total de uma certa quantia de cédulas e moedas de diferentes valores; identificam informações contidas em uma tabela de dupla entrada.	18,2	16,9	18,8
Muito Bom	5	76 a 90	Os alunos identificam a regularidade de uma sequência numérica, demonstrando compreender regras do sistema de numeração decimal; resolvem problemas associados à subtração, envolvendo o cálculo da quantidade inicial de uma coleção que sofreu um acréscimo; efetuam trocas de moedas de diferentes valores por cédulas que representam uma dada quantia; resolvem problemas que envolvem uma adição e uma subtração; resolvem problemas envolvendo a multiplicação e cuja ideia é a adição de parcelas iguais.	24,6	25,0	24,5
Excelente	6	91 a 100	Os alunos resolvem problemas cujos dados estão contidos em gráficos simples de colunas.	29,3	33,2	27,7

- 72,1% dos alunos da rede estadual se classificaram nos níveis Bom ou acima, o que demonstra terem conhecimento das regras do sistema de numeração decimal, resolução de problemas de juntar quantidades, adição com reserva e subtração, além de identificarem valores monetários e informações contidas em uma tabela de dupla entrada;

- 29,3% se classificaram no nível Excelente, demonstrando serem capazes de resolver problemas cujos dados estão contidos em gráficos simples de colunas;
- 19,5% dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental estão no nível Insuficiente, demonstrando que não desenvolveram ainda as habilidades avaliadas ou ainda não têm domínio das regras do sistema de numeração decimal;
- As escolas do interior obtiveram um melhor desempenho do que as escolas da Coordenadoria da Grande São Paulo.

Gráfico 1. Distribuição dos Alunos do 3º Ano do Ensino Fundamental por Nível de Desempenho em Matemática - Rede Estadual – SARESP 2010 (em%)



1.2. 5º, 7º E 9º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL E 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO: MÉDIAS DE PROFICIÊNCIA

As médias de proficiência em Matemática obtidas por ano/série avaliados, para a Rede Estadual e por Coordenadoria de Ensino bem como a representação gráfica da evolução temporal das médias de proficiência em Matemática estão registradas na tabela e nos gráficos apresentados a seguir. No gráfico 4, tem-se uma visão mais abrangente do distanciamento das médias de proficiência aferidas no SARESP 2010 em relação à expectativa do nível de proficiência Adequado para os ano/séries avaliados.

Tabela 4. Médias de Proficiência por Ano/Série no SARESP 2010

Matemática - Rede Estadual

	Rede Estadual	CEI	COGSP
5º ano EF	204,6	215,4	199,8
7º ano EF	212,1	216,7	207,4
9º ano EF	243,3	247,7	238,7
3ª série EM	269,2	273,4	264,5

Gráfico 2. Médias de Proficiência por Ano/Série no SARESP 2010 – Matemática – Rede Estadual

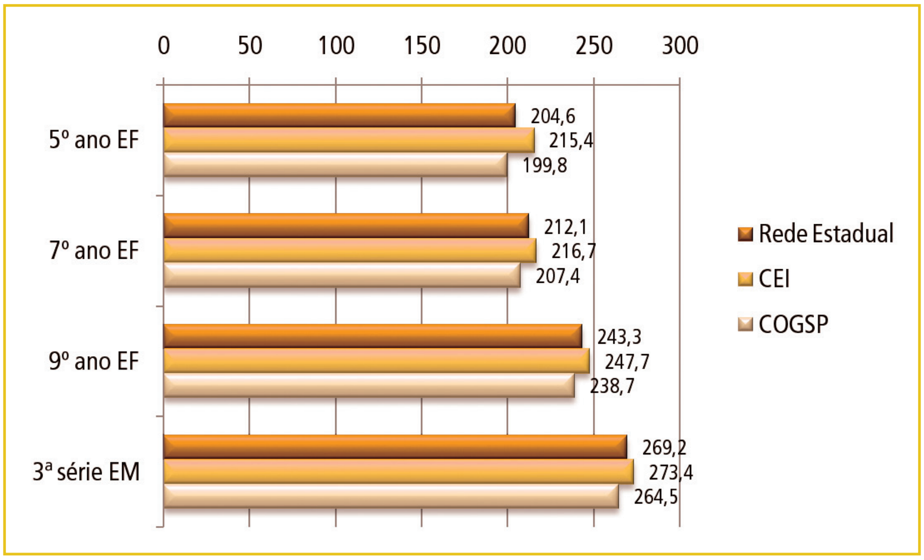
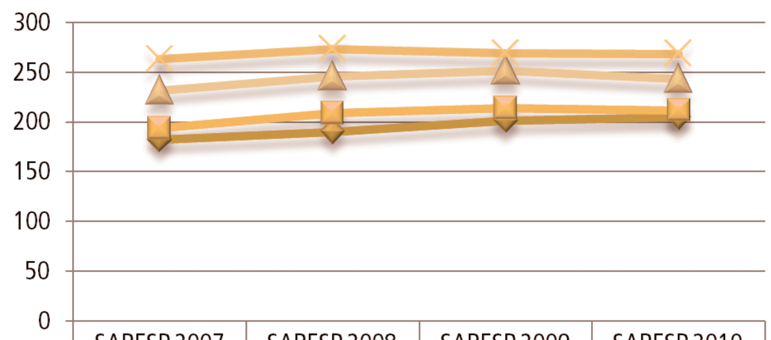
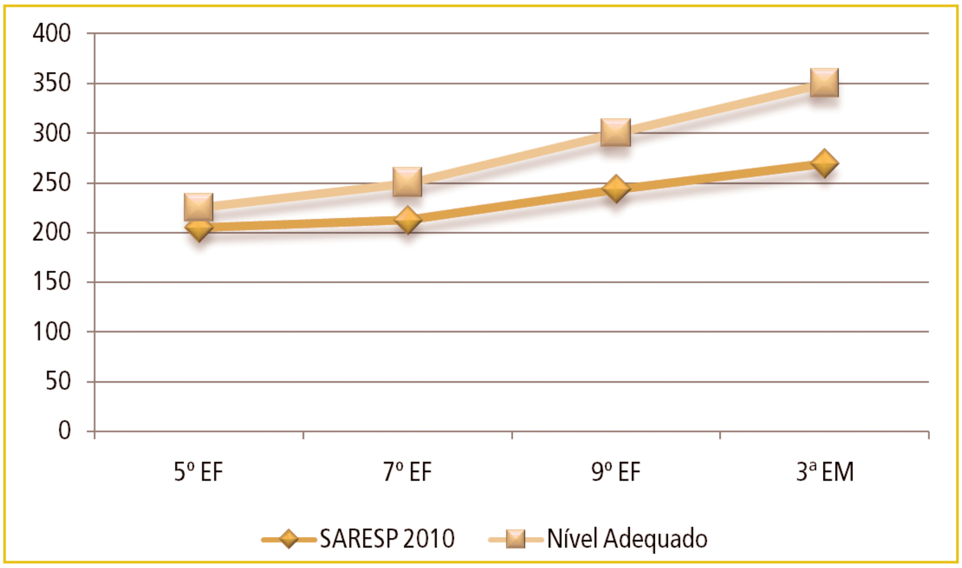


Gráfico 3. Evolução Temporal das Médias de Proficiência em Matemática - Rede Estadual



	SARESP 2007	SARESP 2008	SARESP 2009	SARESP 2010
5º EF	182,5	190,5	201,4	204,6
7º EF	194,1	209,1	214,4	212,1
9º EF	231,5	245,7	251,5	243,3
3ª EM	263,7	273,8	269,4	269,2

Gráfico 4. Distanciamento das Médias de Proficiência Aferidas no SARESP 2010 em Relação à Expectativa do Nível de Proficiência Adequado Para os Anos/Séries Avaliados Matemática - Rede Estadual



- As médias de proficiência em Matemática para o Estado variam, nos anos/série avaliados, entre 199,8 (5º ano do EF) e 273,4 (3ª série do EM), representando um acréscimo de 73,6 pontos na escala de referência de nível de proficiência em sete anos de escolaridade, sendo que a expectativa de ganho, para esse intervalo de tempo, é de 125 pontos correspondendo ao nível esperado Adequado;

- As médias de proficiência em todos os anos/série das escolas situadas no interior paulista são, sistematicamente, maiores que as das escolas da Grande São Paulo;

- Em relação aos resultados SARESP 2009, com exceção do 5º ano do Ensino Fundamental, as demais séries avaliadas não demonstraram tendência de aumento no nível de proficiência;

- A maior queda do nível de proficiência foi observada na avaliação do 9º ano do Ensino Fundamental;

- Com o aumento da escolaridade percebe-se o maior distanciamento da média aferida em relação à expectativa de média de proficiência para o nível de desempenho adequado para os anos/série avaliados. O maior distanciamento ocorre na 3ª série do Ensino Médio com diferença de 80,8 pontos, equivalente a cerca de quatro anos de avanço no grau de escolaridade;

- A média de proficiência aferida para o 5º ano do Ensino Fundamental em Matemática é a que mais se aproxima da expectativa para o Nível Adequado, com 20,4 pontos de diferença.

1.3. NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA

Conforme descrito em momento anterior deste relatório, as médias de proficiência são classificadas em quatro Níveis– Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado – definidos a partir das expectativas de aprendizagem (conteúdos, competências e habilidades) estabelecidos para cada ano/série e disciplina da Matriz Curricular do Estado de São Paulo.

Os percentuais de desempenho dos alunos do 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio com proficiência em Matemática situada em cada um dos quatro níveis acima especificados, estão apresentados nos Gráficos 5 e 6.

Gráfico 5. Percentuais de Alunos da Rede Estadual por Nível de Proficiência - Matemática - SARESP 2010

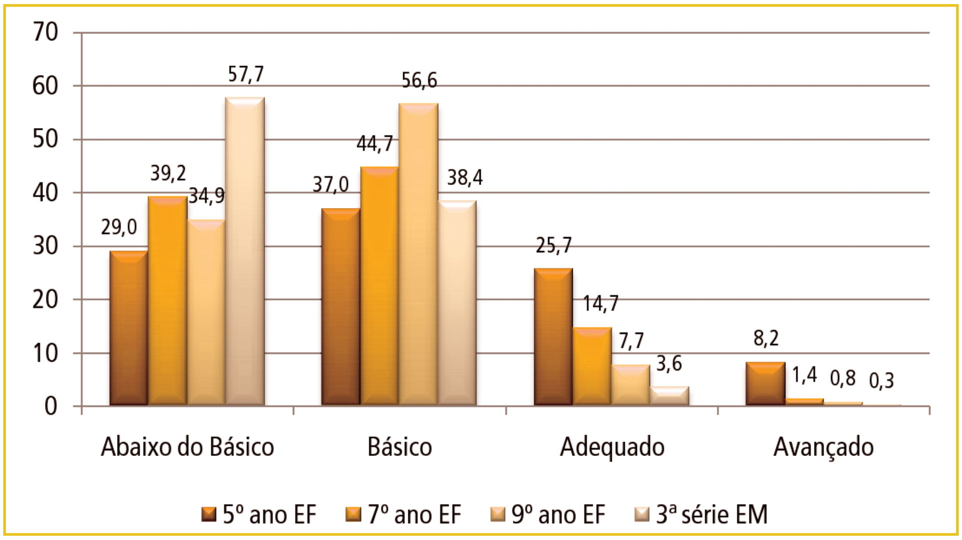
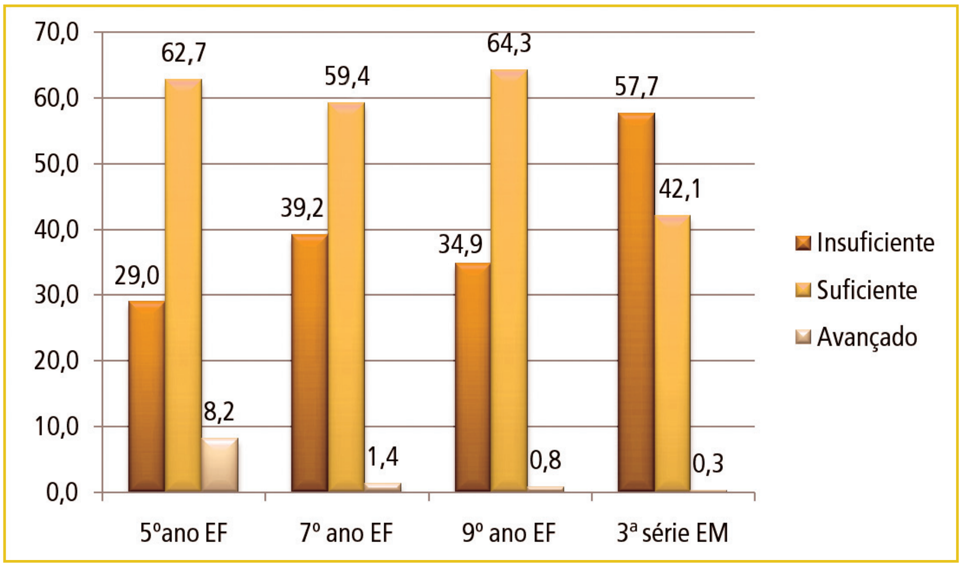


Gráfico 6. Percentuais de Alunos da Rede Estadual por Nível de Proficiência Agrupado - Matemática - SARESP 2010



- em Matemática, com exceção da 3ª série do Ensino Médio, os maiores percentuais de alunos por nível de proficiência continuam concentrados no nível Básico;

- no Ensino Fundamental, o 7º ano reúne o maior percentual de alunos classificados no nível Abaixo do Básico.

- Em 2010, o mais elevado percentual de alunos no nível Adequado estava matriculado no 5º ano do EF.

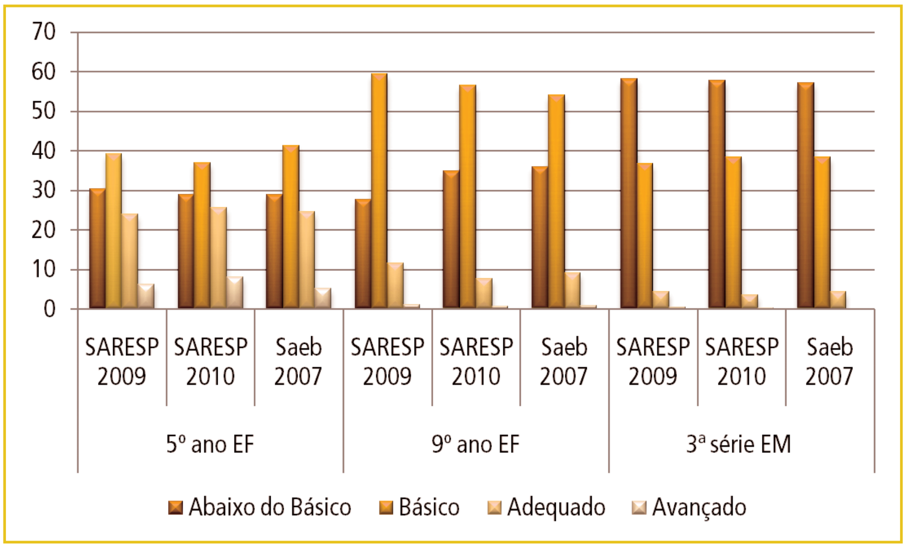
1.4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO SARESP 2010 COM O SARESP 2009 E A PROVA BRASIL/SAEB 2007 E 2009 - MATEMÁTICA

As comparações entre os resultados de Matemática do SARESP 2009 e 2010 e os da Prova Brasil/ Saeb 2007, para a Rede Estadual, quanto aos percentuais de alunos situados nos níveis de proficiência, são apresentados a seguir (Tabela 5 e Gráfico 7). A comparação com os resultados de 2007 justifica-se pela ausência de divulgação pública pelo Inep, até março de 2011, dos resultados agrupados do Saeb 2009.

Tabela 5. Comparação dos Níveis de Proficiência dos Alunos no SARESP 2009 e 2010 e na Prova Brasil/Saeb 2007 – Matemática (em %)

	5º ano EF			9º ano EF			3ª série EM		
	SARESP 2009	SARESP 2010	Saeb 2007	SARESP 2007	SARESP 2010	Saeb 2007	SARESP 2009	SARESP 2010	Saeb 2007
Abaixo do Básico	30,3	29,0	29,0	27,6	34,9	36,0	58,3	57,7	57,1
Básico	39,3	37,0	41,2	59,5	56,6	54,0	36,8	38,4	38,4
Adequado	24,0	25,7	24,6	11,7	7,7	9,2	4,4	3,6	4,5
Avançado	6,3	8,2	5,3	1,2	0,8	0,9	0,5	0,3	0,0

Gráfico 7. Comparação dos Níveis de Proficiência dos Alunos no SARESP 2009 e 2010 e na Prova Brasil/Saeb 2007 – Matemática



Esses registros põem em evidência que em relação ao SARESP 2009:

- o 5º ano do Ensino Fundamental apresentou evolução positiva: há mais alunos nos níveis Adequado e Avançado, e o percentual de alunos no nível de proficiência Abaixo do Básico diminuiu;

- os resultados do 9º ano do Ensino Fundamental em Matemática no SARESP 2010 revelam um contexto de situações em que não foram identificados avanços e sim retrocessos, postos em evidência pelo aumento de alunos no nível inferior da proficiência;
- na 3ª serie do Ensino Médio, é importante registrar que embora elevado, o percentual de estudantes no nível Abaixo do Básico é menor que o que foi registrado em 2009 e que essa diminuição, ainda que discreta, resulta da migração de alunos anteriormente classificados no Adequado e Avançado (e assim são tidas como perdas) e também de alunos anteriormente situados no Abaixo do Básico (aqui se trata de ganho).

Quanto ao desempenho frente ao Saeb/2007 os resultados do SARESP 2010 não destoam daquilo que o Saeb/2007 apurou. Contudo, a comparação teria sido mais eficiente se disponíveis dados de níveis para o Saeb/2009.

PARTE 3 – ANÁLISE PEDAGÓGICA DOS RESULTADOS

1. PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SARESP – MATEMÁTICA

A alfabetização ou competência matemática refere-se à capacidade do aluno para analisar, raciocinar e comunicar-se de maneira eficaz, quando enuncia, formula e resolve problemas matemáticos numa variedade de domínios e situações.

1.1. A MATEMÁTICA AO LONGO DA ESCOLARIDADE BÁSICA

A Matemática é uma ciência que trata de objetos e de relações abstratas. Nesse sentido, não é uma ciência da natureza ou das relações humanas e sociais como as outras disciplinas escolares. No entanto, a Matemática é uma linguagem que nos permite representar o mundo e elaborar uma compreensão e uma representação da natureza. Não fora o bastante, é ainda com a Matemática que construímos formas de agir sobre o mundo, resolvendo problemas, prevendo e controlando os resultados de ações sugeridas pelas resoluções.

A literatura sobre a história da Matemática indica que as primeiras atividades matemáticas de que se tem notícia estão relacionadas com contar e medir. Depois, o seu domínio foi se ampliando para, ao longo da história da humanidade, ser considerado como a construção do conhecimento a respeito das relações qualitativas e quantitativas do espaço e do tempo. É uma atividade humana que trata dos padrões, da resolução de problemas, do raciocínio lógico, percorrendo desde o estudo dos números e operações até as formas geométricas, as estruturas e as regularidades, a variação, o acaso e a incerteza, na tentativa de compreender o mundo e fazer uso desse conhecimento.

A Matemática sempre permeou a atividade humana e contribuiu para o seu desenvolvimento: a construção e o desenvolvimento da Matemática têm ocorrido quer como resposta às solicitações de outras áreas do conhecimento, quer atendendo às questões próprias da Matemática, quase sempre como um esforço para resolver os problemas que lhe são propostos.

Essa dupla fonte de problemas e solicitações garante a sua vitalidade. Assim, a Matemática não pode mais ser considerada como um conjunto estático e acabado de conhecimentos produzidos por alguns cérebros especiais.

Desde os meados do século XX é reconhecido que tais conhecimentos matemáticos surgiram, nas diferentes culturas, principalmente como resposta às necessidades de contar, medir, desenhar, planejar, localizar, explicar, julgar, entre outras. Hoje a Matemática encontra-se presente em todas as culturas e os registros de sua história datam de quatro milênios a.C.

A natureza da competência matemática depende do tempo histórico em que ela é considerada: há cinquenta anos, saber Matemática era praticamente sinônimo de saber fazer contas. Uma simples análise permite concluir que, de certa forma, temos hoje menos exigências de cálculo na vida do dia a dia do que no passado: as máquinas não só efetuam as operações como calculam os trocos e as percentagens e, em muitos casos, registram os próprios valores numéricos.

Mas, ao mesmo tempo, o mundo em que vivemos está cada vez mais “matematizado”. Além dos modelos matemáticos usados nas ciências experimentais, na engenharia e na tecnologia, vemos as aplicações matemáticas abrangendo igualmente a economia, o mundo dos negócios, a medicina, a arte, as ciências sociais e humanas.

No nosso dia a dia, realizamos com frequência cálculos de despesas, pagamentos de impostos, examinamos diferentes alternativas para contrair um empréstimo, estimamos um valor aproximado e precisamos compreender um anúncio ou uma notícia que se baseia em tabelas e gráficos. Temos, ainda, que questionar se uma amostra é representativa de uma determinada população.

São rotineiras e relevantes as situações que pedem competências ligadas à visualização e à orientação espacial, como quando pretendemos interpretar uma imagem ou uma construção ou explicar uma figura ou um trajeto. Nessas e em outras situações, as pessoas usam o raciocínio quantitativo ou espacial e mostram sua competência matemática para explicar, formular, resolver problemas e comunicar sua solução.

Em outras palavras, desenvolver competências matemáticas envolve, nos tempos atuais, pensar matematicamente, usar ideias matemáticas para conferir um sentido eficiente ao mundo, quando isso for possível. Ou seja, desenvolver competências e habilidades matemáticas envolve extrair dos contextos e das circunstâncias particulares o quando e o como usar a matemática e, criticamente, avaliar a sua utilização.

A Matemática é uma das ciências mais antigas e também das mais antigas disciplinas escolares, ocupando um lugar de destaque no Currículo. Na sua história, como em todas as ciências, a Matemática passou por uma grande evolução nos seus métodos, processos e técnicas, na sua organização, na sua relação com outras áreas da atividade humana e no alcance e importância das suas aplicações e, naturalmente, na quantidade e diversidade das áreas que a constituem.

A história das ciências mostra que à medida que surgem novos conceitos nas diversas áreas, outros são abandonados. Isso ocorre da mesma forma na área da Educação e é fundamental que a escola discuta o modo como essas novas perspectivas e conceitos – na Matemática e na Didática – se refletem no Currículo desenvolvido com os alunos.

No que diz respeito à educação, a escola enfrenta hoje o desafio de ser eficiente para responder à pergunta: “como é que o aluno aprende?” em substituição à antiga “como é que isto deve ser ensinado?”. Ao mesmo tempo a mera transmissão de conteúdos cede lugar ao desenvolvimento de competências e habilidades: o conceito de competência permeia todo o processo de ensino-aprendizagem, dando ênfase ao que o aluno é capaz de fazer com os conhecimentos que adquiriu muito mais do que o domínio formal dos conceitos.

No caso da Matemática, desenvolver competências matemáticas é parte fundamental da Educação, pois as ideias e os conceitos matemáticos são ferramentas essenciais para atuar sobre a realidade e sobre o mundo que cerca os indivíduos de uma sociedade.

A escola tem papel relevante e intransferível na preparação do aluno para um futuro que se afigura já altamente tecnológico e que exige de cada um o desenvolvimento de um potencial criativo que lhe permita lidar com situações da vida cotidiana e do mundo do trabalho cada vez mais diversificadas e complexas. Hoje, mais que nunca, deve-se exigir da escola uma formação sólida em Matemática, ao fim da qual o aluno tenha desenvolvido gosto pela Matemática e autoconfiança em sua capacidade, autonomia de pensamento e decisão, capacidade de abstração e generalização, o que certamente será consequência de ser capaz de:

- compreender conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos;
- utilizar os conhecimentos matemáticos na análise, interpretação e resolução de situações em diferentes contextos, incluindo os não matemáticos;
- resolver e formular problemas envolvendo também os processos de modelação matemática;
- compreender e elaborar argumentações matemáticas e raciocínios lógicos;
- analisar informações;
- comunicar-se em Matemática, oralmente e por escrito;
- compreender a Matemática como elemento da cultura humana, uma realização e construção da sociedade;
- reconhecer e valorizar o papel da Matemática nos vários setores da vida social e, em particular, no desenvolvimento científico e tecnológico;
- apreciar os aspectos estéticos da Matemática.

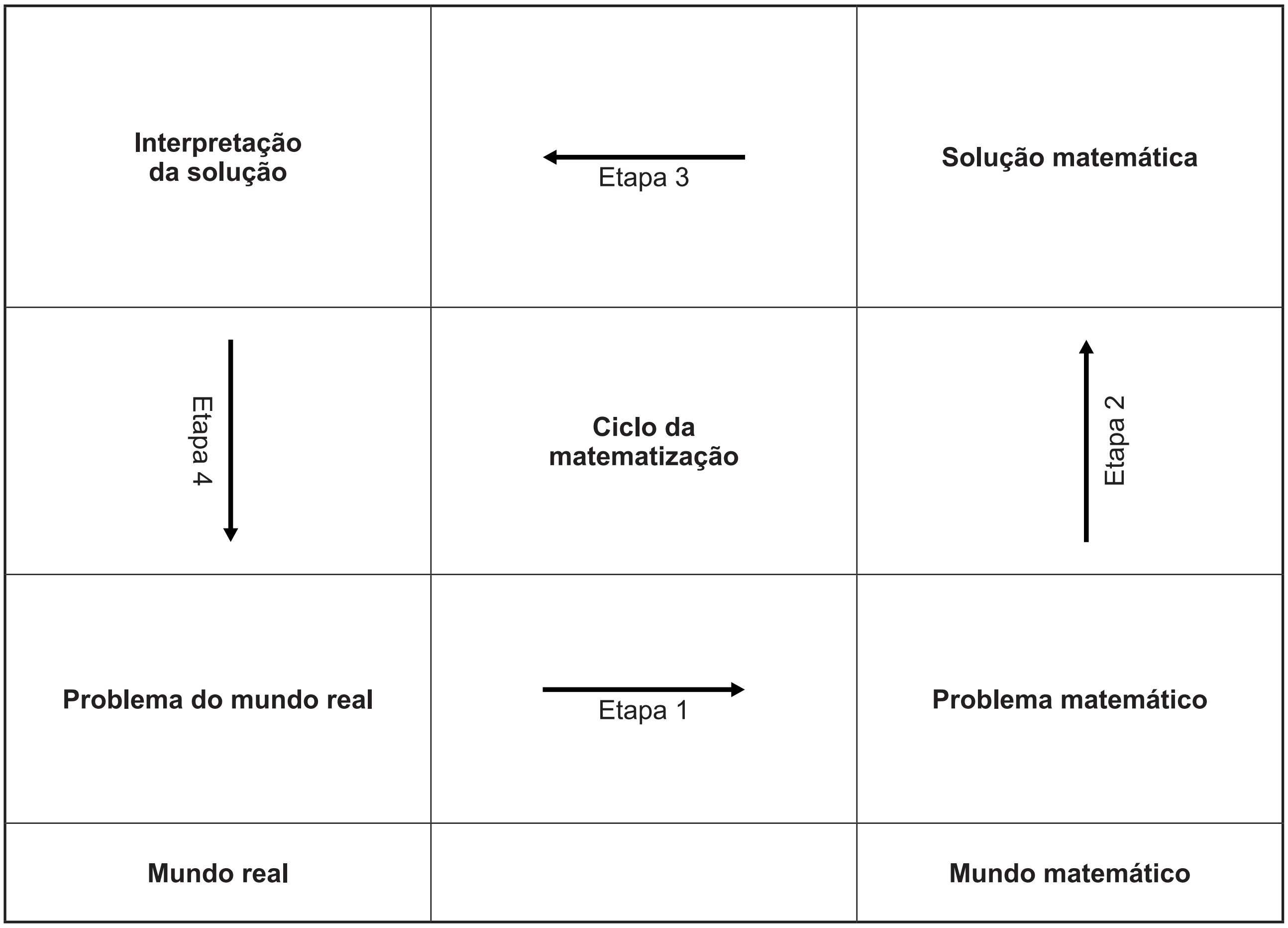
Estas considerações são válidas para o significado da Matemática na Educação Básica. Merecem destaque, também, as seguintes observações, associadas principalmente às práticas de ensino e aprendizagem de Matemática:

- A importância que deve ser dada à aquisição da linguagem universal de palavras e símbolos, usada para comunicar ideias de número, espaço, formas, padrões e problemas do cotidiano. A cada dia esta linguagem se faz mais necessária: ela está presente no fazer cotidiano, nos meios de comunicação, nas ciências e na tecnologia. Os estudos e as pesquisa enfatizam o papel fundamental da aquisição da linguagem matemática no sucesso do aprendizado da Matemática.

- A ênfase que deve ser dada ao aspecto formativo da própria Matemática propiciado pelo prazer da descoberta e do desenvolvimento da confiança intelectual.

- Qualquer projeto de educação precisa considerar os saberes que os alunos trazem consigo. Para aprofundar e sistematizar esse conhecimento, as aulas devem propiciar atividades que os ajudem a estabelecer as relações entre as suas próprias ideias e estratégias pessoais e o conhecimento formal. E novamente aí, o papel da exploração adequada da linguagem oral e da linguagem escrita.

- Resolução de problemas: quando é proposto ao aluno a resolução de um problema, dois mundos ou domínios entram em relação – de um lado, o mundo real presente no problema tal como ele é proposto e a solução real que será obtida; do outro, o domínio matemático que envolve o problema. O processo de matematização comporta diferentes etapas que implicam mobilização de um vasto conjunto de competências:



Esta abordagem metodológica da resolução de problemas está posta para enfatizar a importância de o professor procurar saber em que etapa seu aluno apresenta dificuldades – cada uma delas requer um tratamento diferenciado. É importante também que o aluno saiba onde precisa melhorar.

A primeira etapa consiste em transpor o problema real para um problema matemático. Este processo implica as seguintes habilidades:

- identificar os elementos matemáticos relevantes que se referem ao problema real;
- representar o problema de forma diferente, em função de conceitos matemáticos;
- compreender as relações entre a linguagem empregada para descrever o problema e a linguagem simbólica e formal indispensável à sua compreensão matemática;
- identificar os aspectos que são isomorfos em relação a problemas conhecidos;
- traduzir o problema em termos **matemáticos**, isto é, em um modelo matemático.

Na segunda etapa, o processo continua no campo da Matemática: trata-se de efetuar operações sobre o problema matemático para determinar uma solução matemática. Esta fase requer do aluno as seguintes habilidades:

- utilizar linguagem e operações de natureza simbólica, formal e técnica;
- definir, ajustar, combinar e integrar modelos matemáticos;
- argumentar;
- generalizar.

Nas últimas fases da resolução de um problema cabe refletir sobre o processo de matematização e os resultados obtidos. Trata-se, aqui, de fazer uso das seguintes habilidades:

- refletir sobre os argumentos matemáticos elaborados, explicar e justificar os resultados obtidos;
- comunicar o processo e a solução.

Destaque-se, finalmente, que uma formação matemática realista e equilibrada privilegia igualmente o aspecto teórico, a resolução de problemas e o caráter "utilitário" desta ciência.

Para ensinar e aprender a Matemática que "faça sentido", lutando assim contra uma visão dogmática da Matemática, é preciso insistir nas situações-problema para delas "emergirem" os conceitos e as ideias. Esses problemas, por vezes aparentemente distantes do âmbito matemático, cumprem um papel relevante na cultura humanística do aluno e na sua formação científica.

1.2. CONTEÚDOS E EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM AO LONGO DOS CICLOS COM BASE NA PROPOSTA CURRICULAR

Sintetizando a Proposta Curricular, o ensino da Matemática na etapa da Educação Básica pretende que o aluno:

- desenvolva formas de pensamento lógico;
- aplique adequadamente os conceitos, algoritmos e ferramentas matemáticos em situações do cotidiano;
- utilize corretamente a linguagem matemática para comunicar-se;
- resolva problemas utilizando diferentes estratégias, procedimentos e recursos, desde a intuição até os algoritmos;
- aplique os conhecimentos geométricos para compreender e analisar o mundo físico ao seu redor;
- utilize os métodos e procedimentos estatísticos e probabilísticos para obter conclusões a partir de dados e informações;
- integre os conhecimentos matemáticos no conjunto dos conhecimentos que adquiriu nas outras áreas da sua educação básica;
- utilize com critério os recursos tecnológicos (calculadora, computador e programas) como auxiliares do seu aprendizado.

Para tanto, a Proposta Curricular de Matemática estrutura-se, ao longo dos ciclos dos Ensinos Fundamental e Médio, em quatro grandes temas: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação.

1.2.1. SOBRE OS TEMAS

- Números e Operações

Refere-se à necessidade de quantificar para se entender e organizar o mundo. As ideias de quantidade estão presentes na Matemática, em todos os níveis, tendo como centro o conceito de número, operações e as suas relações e representações. A ideia de algebrizar está relacionada com a capacidade de operar simbolicamente e de interpretar as relações simbólicas. É o grande início da modelagem matemática.

As ideias algébricas aparecem logo nos primeiros anos no trabalho com sequências, ao estabelecerem-se relações entre números e entre números e operações, e ainda no estudo de propriedades geométricas, como a simetria. Nos anos finais do Ensino Fundamental, a Álgebra aparece como um tema matemático individualizado, aprofundando-se o estudo de relações e regularidades e da proporcionalidade direta, como a igualdade entre duas razões. Finalmente, no Ensino Médio, institucionaliza-se de fato o uso da linguagem algébrica: trabalha-se com expressões, equações, inequações e funções, procurando desenvolver no aluno a capacidade de lidar com diversos tipos de relações matemáticas e de estudar situações de variação em contextos significativos. O estudo das funções é um domínio privilegiado para aprender a modelagem matemática. As competências algébricas são desenvolvidas a partir da capacidade de traduzir uma situação-problema em linguagem matemática — resolver o problema requer habilidade com as rotinas de cálculos e algoritmos.

As grandes competências que se espera que o aluno desenvolva no aprendizado desse tema são:

- construir significados e ampliar os já existentes para os números naturais, inteiros, racionais e reais;
- aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas, envolvendo variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas.

- Espaço e Forma

Trata da observação de padrões e formas do mundo e da relação entre formas e imagens ou representações visuais. Assim como nos problemas de contagem, a percepção do espaço e a exploração das propriedades dos objetos, bem como explicitar suas relações, estão presentes no cotidiano da vida humana. As habilidades vão desde o reconhecimento e a exploração visual ou tátil, até o tratamento formal, lógico-dedutivo, dos fatos referentes às figuras planas e espaciais.

Esse domínio envolve a observação de semelhanças e diferenças, análise dos componentes das formas, o reconhecimento das formas em diferentes representações e dimensões e a compreensão das propriedades dos objetos e suas posições relativas.

O estudo das formas está estreitamente vinculado ao conceito de percepção espacial e isto implica aprender a reconhecer, explorar e mover-se com maior conhecimento no espaço onde se vive. Também pressupõe entender a representação em duas dimensões dos objetos tridimensionais, a formação das sombras e como interpretá-las.

No aprendizado desse tema, o aluno toma consciência de como vê as coisas e os objetos e por que os vê dessa forma: deve aprender a orientar-se pelo espaço e através das construções e formas – para isso, precisa entender a relação entre forma e imagem ou representações visuais, tal como o real e a fotografia.

O estudo da Geometria começa nos primeiros anos, mas somente nos anos finais do Ensino Fundamental o aluno relaciona propriedades geométricas. No Ensino Médio surge a maioria das situações de raciocínio hipotético-dedutivo, proporcionando aos alunos um contato maior com este modo de pensar.

Nesse tema são vistos conceitos e ideias que constituem a base de competências geométricas e trigonométricas: o teorema de Tales, a semelhança de figuras e o teorema de Pitágoras devem ser utilizados em diferentes contextos. A competência de cálculos em Geometria é ampliada com a Geometria Analítica, principalmente no Ensino Médio.

A grande competência que o aluno deve desenvolver nesse tema é:

- Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

- Grandezas e Medidas

Refere-se à necessidade de, além de quantificar, medir para se entender e organizar o mundo. As ideias de grandeza e medida estão presentes na Matemática, em todos os níveis, tendo como centro as relações entre grandezas, suas medidas e representações.

As ideias de Grandezas e Medidas têm um peso importante nos primeiros anos e decresce nos anos seguintes. Como é um tema muito rico do ponto de vista das conexões entre a Matemática e situações não matemáticas, acaba por ser trabalhado ao longo de toda a escolaridade básica, principalmente na resolução de problemas.

A competência a ser desenvolvida pelo aluno no aprendizado desse tema é

- Construir e ampliar noções de grandezas, variação de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

- Tratamento da Informação

Está relacionada com a capacidade de ler, interpretar e analisar dados e fazer julgamentos e opções a partir dessa análise. Provavelmente, essa é a ideia em que se evidencia mais claramente a importância da formação matemática do cidadão, pois trata da aquisição da habilidade de compreender o discurso jornalístico e científico, que faz uso da estatística e da probabilidade.

O estudo da Estatística e Probabilidade deve ser feito a partir de problemas em situações interdisciplinares. Este tema perpassa todos os ciclos da escolaridade básica, sempre no contexto de resolução de problemas.

Pretende-se que o aluno desenvolva as competências de:

- Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação;
- Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais, e utilizar instrumentos adequados para obter medidas e realizar cálculos de probabilidade, para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

A Matriz de Referência para a Avaliação de Matemática utilizada pelo SARESP faz um recorte da Proposta Curricular e estabelece as habilidades e competências de Matemática mais importantes a serem avaliadas.

2. ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ALUNOS EM MATEMÁTICA POR ANO/SÉRIE E NÍVEL DE PROFICIÊNCIA

Nesse tópico, é desenvolvida uma análise pedagógica do desempenho dos alunos por ano/série. Para a análise, a escala de descrição por pontos, disponível nos anexos deste documento, é retomada, agora na perspectiva de agrupamento dos pontos nos níveis já citados de cada ano/série.

É importante destacar que a escala foi construída com base nos resultados dos alunos no SARESP 2007/2008 e que em 2009 ela foi ampliada e, novamente, em 2010 sofreu acréscimos de acordo com o desempenho dos alunos nas provas aplicadas.

Em cada nível, como já está colocado na escala por pontos, foram agrupadas as habilidades. O desempenho nas habilidades experimenta variação por nível.

Essa metodologia tornou possível ressaltar algumas hipóteses colocadas como sínteses gerais em cada ano/série e seus respectivos níveis. Para completar, são apresentados e comentados itens significativos das provas do SARESP 2010 por ano/série/nível.

Devido ao caráter de continuidade da escala, o desempenho dos alunos nos anos/série incorpora o dos anos/série anteriores. Essa perspectiva deve ter por referência os pontos da escala e os níveis representativos dos pontos.

Portanto, ao se considerar a análise de desempenho em um ano/série/nível, deve-se refletir sobre o desempenho nos anos/série/níveis anteriores a ela apresentadas e sua representação nos pontos da escala.

Outra questão fundamental a ser considerada é o que os alunos devem aprender em cada ano/série (expectativas de aprendizagem previstas no Currículo). Os conteúdos de aprendizagem vão se tornando mais complexos a cada ano/série. Nos resultados por ano/série, essa relação deve ser também relevante na análise.

Ao lado de cada ano/série/nível, é colocada a porcentagem de desempenho dos alunos da rede estadual no nível. Essa indicação revela o caráter mais importante desse processo. As diferenças de desempenho associadas aos níveis demonstram que há alunos com conhecimentos muito diferentes em cada ano/série. O propósito é que se tenha o maior número possível de alunos no nível Adequado por ano/série. Isso equivaleria a dizer que eles dominam os conhecimentos do ano/série e estão prontos para continuar seus estudos com sucesso nos anos/séries posteriores.

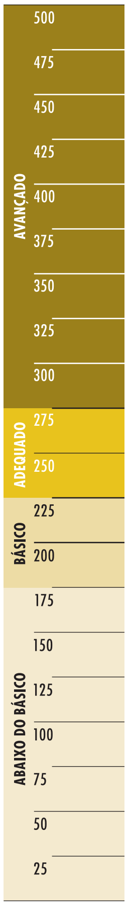
Essa é uma forma de ler os resultados. Certamente, cada escola vai escolher o melhor caminho para interpretá-los e traduzi-los em seus Projetos Pedagógicos – lembrando sempre que as provas do SARESP representam um recorte das expectativas de aprendizagem previstas no Currículo e que muitas habilidades não podem ser avaliadas em situação de prova escrita.

O recorte do SARESP, entretanto, é significativo e representa o desenvolvimento esperado dos alunos em Matemática.

A seguir, é apresentado o quadro que apresenta os pontos da escala distribuídos por anos/série/níveis e a qualificação dos níveis com as indicações dos percentuais dos alunos da Rede Estadual nos níveis de desempenho de 2008, 2009 e 2010 nas provas de Matemática.

Níveis de Matemática e Distribuição dos Alunos da Rede Estadual nos Níveis de Proficiência por Ano/Série – SARESP 2008/2009/2010

Níveis	Edição	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico		**<175**	**<200**	**<225**	**<275**
	2008	39,1%	42,2%	34,5%	54,3%
	2009	30,3%	36,6%	27,6%	58,3%
	2010	29,0%	39,2%	34,9%	57,7%
Básico		**175 a <225**	**200 a <250**	**225 a <300**	**275 a <350**
	2008	37,3%	42,3%	53,9%	40,5%
	2009	39,3%	44,8%	59,5%	36,8%
	2010	37,0%	44,7%	56,6%	38,4%
Adequado		**225 a <275**	**250 a < 300**	**300 a <350**	**350 a <400**
	2008	19,4%	14,0%	10,2%	4,8%
	2009	24,0%	17,0%	11,7%	4,4%
	2010	25,7%	14,7%	7,7%	3,6%
Avançado		**≥275**	**≥300**	**≥350**	**≥400**
	2008	4,2%	1,3%	1,3%	0,4%
	2009	6,3%	1,6%	1,2%	0,5%
	2010	8,2%	1,4%	0,8%	0,3%



2.1. ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL - QUESTÕES OBJETIVAS

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: <175

Os alunos, neste nível da escala de proficiência, trabalharam com problemas cuja solução dependia, entre outras, do desenvolvimento das habilidades de identificar, reconhecer e efetuar cálculos.

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 29,0%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- elemento de uma sequência (razão 5);
- horário mostrado em um relógio digital.

Calculam a soma de dois números naturais com até quatro algarismos.

NÍVEL BÁSICO: 175 a <225

Neste nível, os alunos mostraram ter desenvolvido, dentre outras, as habilidades de reconhecer, identificar, efetuar cálculos, decompor números e resolver problemas.

Percentual de alunos no nível: 37,0%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- o número que representa a posição de um ponto na reta numerada;
- figuras que podem representar fração 7/12 dentre as que lhes foram apresentadas;
- o número a partir da decomposição ($7 \times 100 + 5 \times 10 + 8 \times 1$);
- a posição do número 3,5 em uma reta numérica que apresenta entre dois números naturais consecutivos dez divisões;
- o 4º elemento da sequência 875, 850, 825,...
- a forma cilíndrica de uma figura;
- o número de três algarismos dados os valores posicionais de dois deles;

Decompõem número do tipo 30456 em unidades, dezenas, centenas, etc.

Calculam a diferença entre dois números naturais ambos de três ou/ quatro algarismos.

Resolvem problema envolvendo a

- multiplicação, em situação de compra e venda;
- diferença entre dois números naturais. (3 e 3 algarismos/4 e 3 algarismos);
- multiplicação de dois números naturais. (soma de parcelas iguais);
- diferença entre 1,65 m e 17 cm;
- diferença entre 1 litro e 400 ml;
- diferença entre dois números decimais. (altura em metros);
- interpretação de informações a partir de dados apresentados em um histograma;
- interpretação de dados apresentados em tabela simples de dupla entrada

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250 ADEQUADO
225
200
175
150
125
100
75
50
25

NÍVEL ADEQUADO: 225 a <275

Neste nível de proficiência, os alunos mostraram, principalmente, ter desenvolvido as habilidades de reconhecer e identificar, calcular, resolver problemas, interpretar dados apresentados em tabelas e gráficos.

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 25,7%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- a ampliação de uma figura apresentada em malha quadriculada;
- o número de quatro algarismos dado o valor posicional de um deles;

Calculam o perímetro de figuras desenhadas em malha quadriculada.

Resolvem problema envolvendo

- a diferença entre dois números decimais. (5 - 3,75);
- porcentagem (50%);
- a leitura de cédulas e adição e subtração de números decimais, em situação de compra e venda;
- a adição e a divisão de números decimais, em situação de compra e venda;
- o cálculo da diferença entre dois números decimais. (com três casas);
- a leitura de uma tabela pictórica e a adição de números naturais;
- a divisão entre dois números naturais. (repartir em partes iguais);
- multiplicação – significado relativo à configuração retangular e princípio de contagem.

NÍVEL AVANÇADO: ≥275

Neste nível, os alunos trabalharam em questões que envolviam o desenvolvimento, dentre outras das habilidades de reconhecer e identificar, e de resolver problemas.

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 8,2%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- a figura de um cone, descritas suas características:forma arredondada, uma face plana, um vértice;
- o quadrado dentre outras figuras;
- figura que pode representar o número 1,5.

Resolvem problema envolvendo a identificação de frações equivalentes: 1/3, 5/15, 3/15 e 2/15.

2.1.1. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2010 POR NÍVEL DE PROFICIÊNCIA

Esta seção do relatório compreende a apresentação de exemplos comentados de itens selecionados de cada uma das provas aplicadas no SARESP 2010. Cabe registrar que esses exemplos são ditos selecionados porque apresentaram um conjunto de propriedades estatísticas que lhes garante eficiência na avaliação da habilidade e poder de discriminação correto, o que os torna representativos de pontos da escala que corresponde a cada um dos anos/série avaliados. Essas características, resultado da concepção, organização, clareza de enunciados e articulação com os eixos de conteúdo e habilidades que se propõem aferir, aliadas à análise do desempenho do alunado e à interpretação das suas escolhas, certas ou não, são ponto de partida para uma reflexão sobre o que é que pode ser ajustado para promover a aprendizagem.

Os itens foram selecionados segundo o nível a que se referem, o que permite que se tenha uma ideia da facilidade ou dificuldade encontrada pelos alunos para solucioná-los.

A cada nível faz-se uma breve descrição das habilidades mobilizadas pelos alunos para resolver o conjunto de itens ali classificados. Além disso, os itens selecionados foram comentados, destacando-se a distribuição das respostas pelas alternativas e as possíveis explicações para as respostas dos alunos.

As questões objetivas de múltipla escolha permitem uma análise dos acertos e o levantamento de hipóteses sobre os erros dos alunos. Com as questões abertas a maioria das hipóteses se comprovou porque as resoluções e as respostas, construídas pelo aluno, podem ser vistas pelos corretores e examinadas à luz de uma grade de correção.

Os professores podem ampliar as análises ou inferir outras possibilidades de desempenho devido ao conhecimento particular que possuem de suas turmas.

2.1.2. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA OBJETIVA SARESP 2010 POR NÍVEL DE PROFICIÊNCIA 5ºANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: <175

Exemplo 1

Habilidade avaliada

H21 Identificar horas e minutos, por meio da leitura de relógios digitais e de ponteiro.

No momento que começou o filme que Eduarda foi ver no cinema, ela viu que seu relógio marcava a hora abaixo.

Isto é o mesmo que dizer que o filme começou

(A) à 1h 25min da tarde.

(B) **às 2h 25min da tarde.**

(C) às 3h 25min da tarde.

(D) às 4h 25min da tarde.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	7,2	81,8	4,6	6,3

Comentários

Os alunos sabem, em sua significativa maioria (81,8%), identificar o registro "14" como "2 horas da tarde" em um relógio digital. As demais escolhas mostram que há em torno de 18% dos alunos que não dominam a regra de registros de horas neste tipo de relógio. Em outras edições do SARESP verificou-se que, em se tratando de relógios analógicos os percentuais de erro são maiores.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
ABAIXO DO BÁSICO

Exemplo 2

Habilidade avaliada

H10 Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

O resultado da operação 1412 + 569 é:

(A) 1 971.

(B) **1 981.**

(C) 1 982.

(D) 2 081.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	6,6	84,7	4,6	4,1

Comentários

Os alunos do ano escolar em análise dominam, em sua maioria (84,7%), o algoritmo da adição. No entanto, para aproximadamente 15% deles aparecem dificuldades na aplicação da regra "vai 1", como pode ser visto no resultado assinalado em A e D: para se chegar no resultado proposto em A, não foi aplicada a regra e para se chegar na resposta de B, o aluno usou o "vai 1" em todos os algarismos.

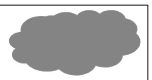
5º Ano E.F.

Exemplo 3

Habilidade avaliada

H08 Identificar sequências numéricas.

Observe a sequência numérica abaixo.

65 – 70 – 75 – 80 – 85 – 

O número escondido é:

(A) 86.

(B) **90.**

(C) 95.

(D) 100.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	4,7	86,9	4,8	3,7

Comentários

A grande maioria dos alunos (cerca de 87%) identifica a regra de formação de uma sequência numérica que se inicia em 65 e onde cada elemento é obtido a partir da soma do anterior com 5. Os demais alunos (13%) mostram dificuldades em identificar a regra de formação da sequência.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

ABAIXO DO BÁSICO

5º Ano E.F.

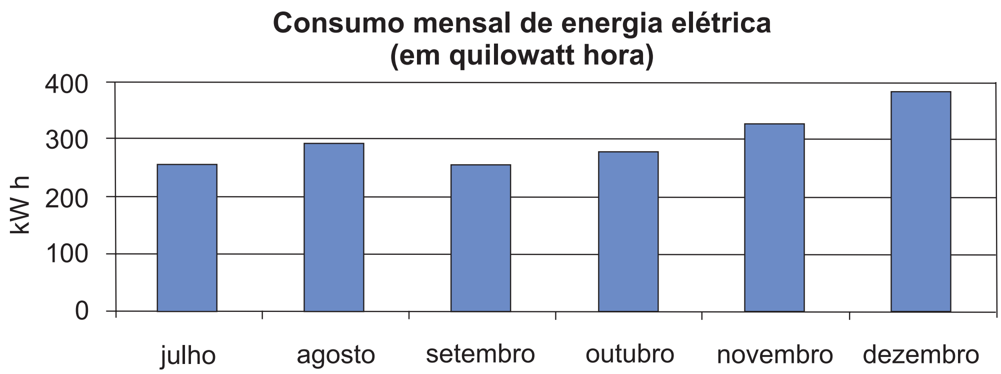
NÍVEL BÁSICO: 175 a <225

Exemplo 4

Habilidade avaliada

H30 Ler e/ou interpretar informações e dados apresentados em gráficos e construir gráficos (particularmente gráficos de colunas).

O gráfico abaixo mostra o consumo de energia elétrica de uma casa durante os últimos seis meses de 2008.



De acordo com o gráfico, os meses em que o consumo foi maior que 300 quilowatts hora foram:

(A) **novembro e dezembro**

(B) julho e agosto

(C) agosto e novembro

(D) agosto e dezembro

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	80,0	5,8	7,4	6,7

Comentários

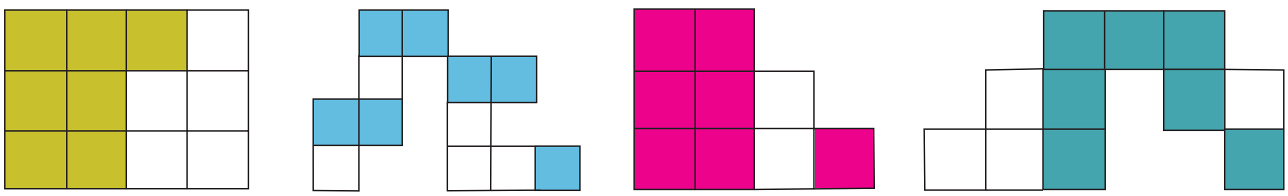
A grande maioria dos alunos (80%) sabe interpretar um gráfico de colunas simples, como o apresentado na questão. Para resolvê-la, basta identificar os meses com consumo de energia representado pelas colunas que ultrapassam a linha que corresponde ao valor de 300 kw/h: novembro e dezembro. Os demais alunos (20%) ainda não mostram esta habilidade. Este percentual pode ser melhorado a partir de atividades em sala de aula que trabalhem esta habilidade e/ou com tarefas de casa para consolidação da linguagem de leitura e construção de gráficos.

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H04 Identificar diferentes representações de um mesmo número racional

As duas figuras cuja parte pintada corresponde à fração $\boxed{\frac{7}{12}}$ são:



I II III IV

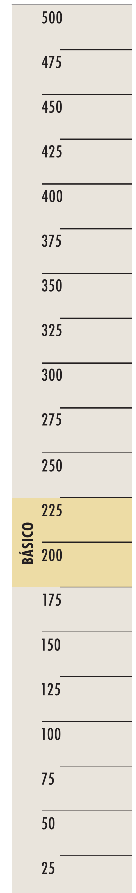
(A) **I e II.**
(B) II e III.
(C) I e III.
(D) II e IV.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	71,8	7,6	8,8	11,7

Comentários

É bom o percentual dos alunos (cerca de 72%) que identificam corretamente representações da fração 7/12. Mas, também é significativo o percentual daqueles que não conseguiram estabelecer esta associação (28,1%). Em geral, o professor se utiliza de figuras deste tipo para trabalhar em sala de aula, com a representação da fração como parte do inteiro. Ou seja, tal representação não é estranha ao aluno e deve ser reforçada para aumentar o percentual de acertos. Além disso, a construção deste conceito consolida-se no ano escolar referido e é fundamental para o estudo das frações e dos números racionais em geral.

As figuras I, II, III e IV podem ser associadas, respectivamente às frações: 7/12, 7/12, 7/9 e 7/11. A quantidade de partes no numerador das frações é a mesma, mas o inteiro é composto, em cada caso, por 12, 12, 9 e 11 partes (denominadores).

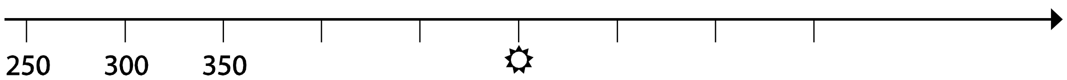


Exemplo 6

Habilidade avaliada

H09 Identificar e localizar na reta, números naturais escritos com três e quatro dígitos.

Observe a reta numérica abaixo:



O número que corresponde ao ponto assinalado pela figura ☼ é:

(A) 600

(B) 550

(C) 500

(D) 450

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	8,5	5,3	77,8	8,4

Comentários

Cerca de 78% dos alunos sabem identificar um número natural na reta, na situação do problema: reta com pontos a partir de 250 e marcados de 50 em 50 unidades. Os demais alunos (um percentual significativo de 22%) possivelmente não perceberam a regra utilizada para marcar aqueles pontos na reta.

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H02 Relacionar a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração.

Com os algarismos 4, 7 e 5, Carlos escreveu um número em que o 7 vale 700 unidades e o 4 vale 40 unidades.

O número escrito por Carlos é

(A) 547.

(B) 574.

(C) 745.

(D) 754.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	7,7	11,5	71,6	9,2

Comentários

Para resolver o problema o aluno deve dominar as regras de escrita dos números no Sistema Decimal de Numeração: classes e ordens onde cada classe tem a ordem da centena (c), da dezena (d) e da unidade (u):

Classes	....	Milhares			Unidades simples		
Ordens		c	d	u	c	d	u
(A)					5	4	7
(B)					5	7	4
(C)					7	4	5
(D)					7	5	4

Assinalaram a resposta correta, cerca de 71% dos alunos. Os demais (29%) mostram compreensão errada ou nenhuma compreensão dessas regras e este percentual precisa ser reduzido.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
BÁSICO
200
175
150
125
100
75
50
25

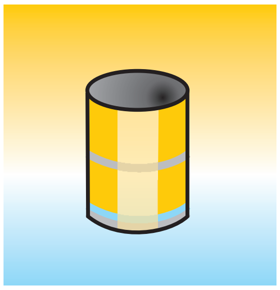
5º Ano E.F.

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H18 Identificar formas geométricas tridimensionais como esfera, cone, cilindro, cubo, pirâmide, paralelepípedo ou, formas bidimensionais como: quadrado, triângulo, retângulo e círculo sem o uso obrigatório da terminologia convencional.

A produção de petróleo é contada em barris como o da figura ao lado.



Um barril tem a forma de

(A) paralelepípedo.

(B) cone.

(C) pirâmide.

(D) **cilindro.**

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	9,7	18,0	3,5	68,7

Comentários

Cerca de 70% dos alunos identificam a forma do barril como sendo cilíndrica. No entanto, os demais (31,2%) mostram desconhecer também as outras formas mostradas nos distratores: paralelepípedo, cone e pirâmide.

Exemplo 9

Habilidade avaliada

H29 Ler e/ou interpretar informações e dados apresentados em tabelas e construir tabelas.

A tabela abaixo informa a distância entre Bauru e outras cidades brasileiras.

Cidade	Distância até Bauru (em km)
Araçatuba	174
Araraquara	119
Belo Horizonte - MG	731
Botucatu	92
Brasília - DF	919
Curitiba - PR	535
Rio de Janeiro - RJ	755
Santos	421
São Paulo	312

Das cidades que aparecem na tabela, a mais próxima de Bauru é:

(A) Araçatuba.

(B) Araraquara.

(C) **Botucatu.**

(D) Brasília.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	7,0	9,4	67,2	16,3

Comentários

Obter a informação solicitada com a leitura da tabela significa compreender o problema, entender que a tabela fornece as distâncias das cidades à Bauru e então, identificar o menor número na segunda coluna. Muitos alunos (67,2%) fizeram esta leitura; os demais apresentam problemas de leitura desatenta ou não compreensiva: quem marcou A (7%), tomou a primeira cidade da tabela; os que escolheram D (significativos 16,3%) identificaram a cidade que está mais distante de Bauru.

500 475 450 425 400 375 350 325 300 275 250 225 BÁSICO 200 175 150 125 100 75 50 25

5º Ano E.F.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200 BÁSICO
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 10

Habilidade avaliada

H26 Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.

Beatriz comprou 1 litro de iogurte. Já tomou 400 ml. Ainda restam:

(A) 399 mℓ.

(B) 400 mℓ.

(C) 500 mℓ.

D) **600 mℓ.**

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	21,7	11,9	9,1	57,3

Comentários

Os alunos que assinalaram a alternativa correta D (57,3%) mostram saber que a medida de 1 litro é equivalente a 1000 mililitros e, calcularam a diferença pedida:

1 ℓ ≡ 1000 ml e 1000 ml - 400 ml = 600 ml.

Os demais alunos (quase 43%) mostraram equívocos de duas naturezas: quem marcou A fez 400 – 1 = 399, mostrando não saber que mililitro é um submúltiplo do litro as outras escolhas evidenciam que os alunos não dominam mudanças de unidade de capacidade. Resta saber se o resultado seria melhor se no lugar das abreviações l e ml o problema explicitasse "litro e mililitro".

5º
Ano
E.F.

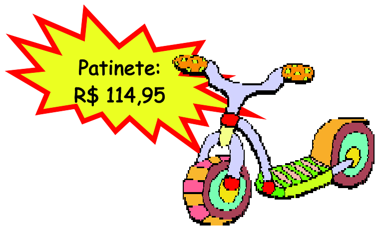
NÍVEL ADEQUADO: 225 a <275

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H24 Efetuar cálculos envolvendo valores de cédulas e moedas em situações de compra e venda.

Observe a oferta:



Francisco comprou o patinete para seu filho e pagou com as notas abaixo.

Ele recebeu de troco

(A) R$ 5,05.

(B) **R$ 15,05.**

(C) R$ 15,95.

(D) R$ 24,95.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	14,1	48,8	14,4	22,7

Comentários

Menos da metade dos alunos (48,8%) acertou a questão. Aparecem novamente erros na aplicação dos algoritmos da adição e da subtração e, possivelmente vindos de uma leitura desatenta ou não compreensiva.

Total de dinheiro pago ao vendedor: 50 + 20 + 20 + 20 + 20 = 130 reais.
O troco recebido é dado pela diferença entre este total entregue e o preço do patinete:
130 – 114,95 = 15,05 reais.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
ADEQUADO
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 12

Habilidade avaliada

H16 Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

Um estacionamento tem capacidade para 180 veículos. No momento, 50% das vagas estão ocupadas. O número de vagas ocupadas é

(A) 90.

(B) 95.

(C) 130.

(D) 135.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	47,7	12,6	31,1	8,6

Comentários

Os alunos que resolveram o problema ou calcularam 50% de 180 ou dividiram 180 por 2, considerando que 50% equivale à metade, e obtendo, assim, 90, alternativa A, assinalada por apenas 47,7 % deles. O significativo percentual de 31,1% refere-se ao total de alunos que escolheu C, o que indica que calcularam 50% de 180 fazendo 180 – 50 = 130.

No ano escolar analisado, é esperado que os alunos compreendam o significado de porcentagem e identifiquem 100% com o inteiro, 25% com1/4 e 50% com 1/2. Mais da metade deles parece não dominar estes conceitos.

5º
Ano
E.F.

Exemplo 13

Habilidade avaliada

H15 Resolver problemas com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.

Dona Vera está aplicando um bordado em volta de uma toalha.
O contorno inteiro da toalha tem 5 m. Ela já aplicou 3,75 m. Portanto,

(A) ainda faltam 2,75 m.

(B) ainda faltam 2,70 m.

(C) ainda falta 1,75 m.

(D) **ainda falta 1,25 m.**

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	21,9	17,6	11,2	49,3

Comentários

Para resolver o problema o aluno, entendendo o seu enunciado, deve calcular a diferença 5 – 3,75 = 1,25. Percebe-se, com base nos percentuais de respostas assinalados às alternativas propostas que os alunos continuam apresentando dificuldades no uso do algoritmo da subtração e neste caso para a diferença entre um número inteiro e um decimal. Cerca da metade deles assinalou a resposta correta D. Os percentuais significativos em cada uma das demais alternativas (distratores) corroboram a existência dessas dificuldades.

Exemplo 14

Habilidade avaliada

H13 Resolver problemas envolvendo a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.

Laura separou as roupas abaixo para escolher a que usará na festa de aniversário de sua amiga Bebel.

Escolhendo uma blusa e uma saia, Laura poderá se vestir de

(A) 3 maneiras diferentes.

(B) 4 maneiras diferentes.

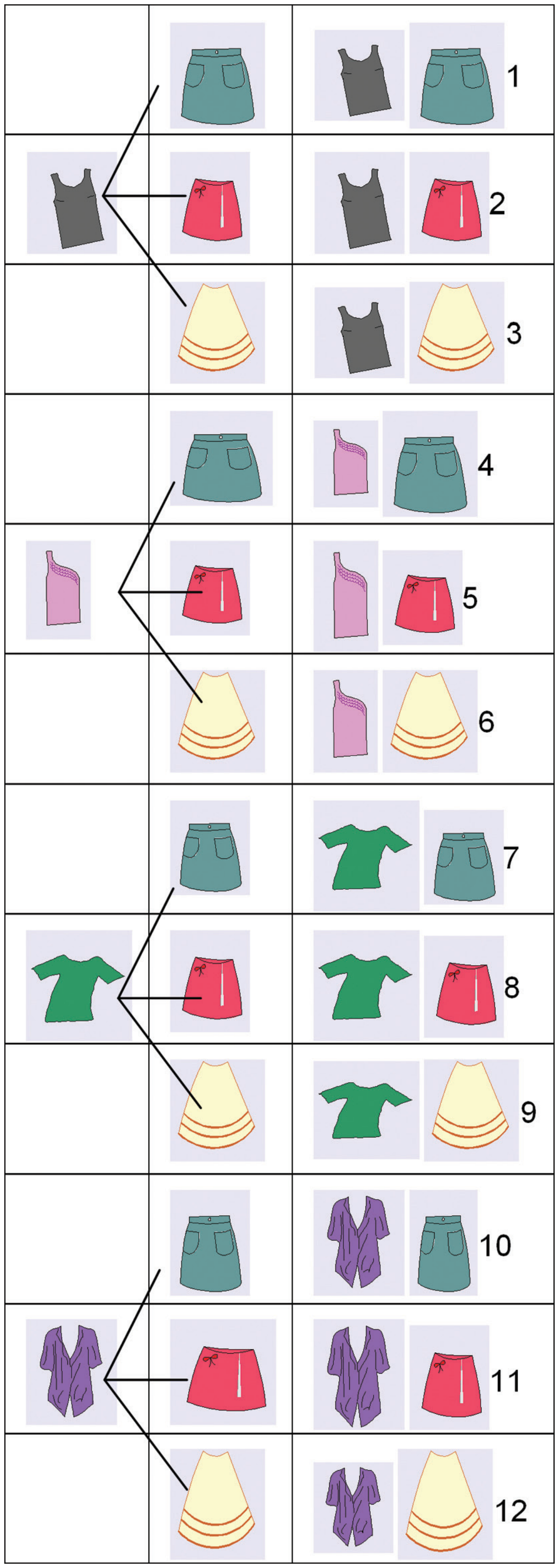
(C) 7 maneiras diferentes.

(D) **12 maneiras diferentes.**

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	29,7	13,1	17,6	39,6

Comentários

Os percentuais significativos em cada alternativa revelam a dificuldade dos alunos em entender a multiplicação relacionada à ideia de combinatória: para cada uma das 4 blusas há a opção de 3 saias → 4 x 3 = 12 maneiras diferentes de combiná-las. Apenas 39,6% dos alunos assinalaram a correta D. Os que marcaram A, consideram somente as 3 saias e aqueles que escolheram B, somente as 4 blusas. Os que ficaram com C somaram 3 + 4 = 7. Cerca de 60% dos alunos mostram não compreender bem este significado da multiplicação que pode ser melhor apresentado com um diagrama, onde o aluno enxerga as combinações saia/blusa possíveis e pode perceber o conceito de multiplicação neste caso:

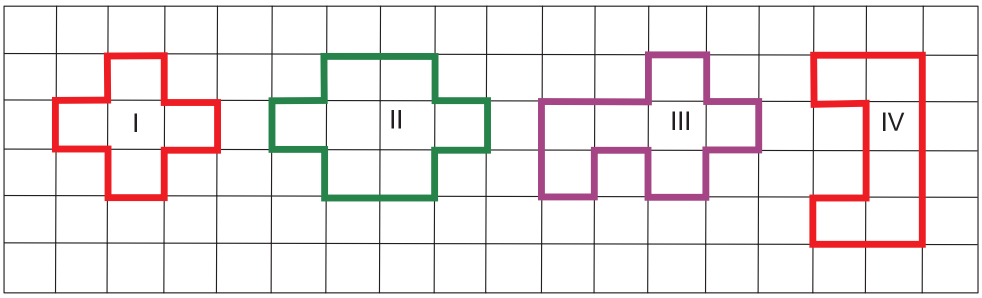

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Exemplo 15

Habilidade avaliada

H27 Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

O lado de cada quadradinho da malha abaixo mede 1 cm.



Das figuras desenhadas na malha, a que possui perímetro igual a 12 cm é

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	45,0	16,0	16,3	22,7

Comentários

O uso de figuras desenhadas em malha quadriculada permite que o aluno consolide os conceitos de perímetro, área e unidade de medida. O desempenho dos alunos nesta questão mostra que eles ainda têm dificuldades no assunto: apenas 45% deles assinalaram a alternativa correta A, em uma situação simples. Os altos percentuais de escolha das outras alternativas (B, C e D) corroboram esta afirmação. Os que marcaram B, por exemplo, consideraram a medida dos lados superior e inferior da figura como sendo de 1 cm.

Exemplo 16

Habilidade avaliada

H24 Efetuar cálculos envolvendo valores de cédulas e moedas em situações de compra e venda.

A despesa de Quitéria no *Armarinho Pague e Leve* foi de R$ 18,70. Ela comprou uma cartela de agulhas, uma cartela de botões e três tesouras.

O preço de cada tesoura é

(A) **R$ 4,30.**

(B) R$ 5,80.

(C) R$ 6,23.

(D) R$ 8,60.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	48,3	32,2	8,7	10,9

Comentário

Para resolver o problema o aluno deveria concluir que sabendo o valor pago por três tesouras, pode calcular o preço de cada uma delas:

Total da compra: 18,70.

Valor pago pelas cartelas de agulhas e de botões: 2,60 + 3,20 = 5,80.

Valor pago pelas três tesouras: 18,70 – 5,80 = 12,90.

Cada tesoura custa 12,90 ÷ 3 = 4,30 reais.

Problemas na situação de compra e venda, cálculo de despesas, valor unitário de objetos de compra, troco, etc. devem ser resolvidos com facilidade pelos alunos do ano escolar analisado. Em geral, a maior parte das dificuldades acontece por causa de uma leitura não compreensiva e/ou desatenta do enunciado. No caso em análise, é relativamente pequeno o percentual de alunos que resolveram corretamente a questão: 48,3%. Os que marcaram B, (significativos 32,2%) determinaram apenas o total gasto na compra das cartelas de agulhas e de botões; quem assinalou C, dividiu 18,70 por 3; os que escolheram D, possivelmente somaram 18,70 com 5,80 para então dividir o resultado por 3.

Exemplo 17

Habilidade avaliada

H13 Resolver problemas envolvendo a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.

Angélica faz bombons para vender. Ela arruma os bombons em caixinhas com 6 bombons cada. Para arrumar 120 bombons, ela precisará de

(A) 12 caixinhas.

(B) **20 caixinhas.**

(C) 120 caixinhas.

(D) 720 caixinhas.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	7,9	47,9	14,6	29,6

Comentários

Para resolver este problema, o aluno precisou da divisão para calcular quantos conjuntos de 6 bombons cabem em 120:

$$\underbrace{120 \div 6 = 20}$$

Menos da metade dos alunos (47,9%) mostrou ter compreendido este significado da divisão. Percentuais consideravelmente altos relativos aos distratores revelam alunos que ou não compreenderam o enunciado do problema ou não têm domínio, de fato, da divisão em partes iguais. Os que escolheram 12 ou 120 (A e C) possivelmente não entenderam o texto e, os que marcaram D, multiplicaram 120 por 6.

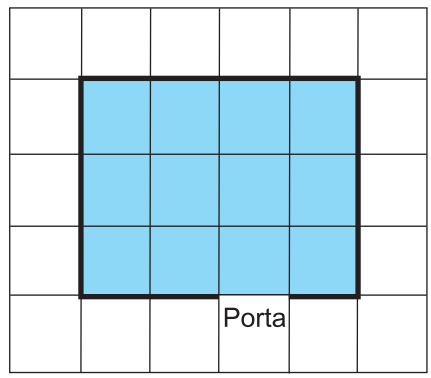
NÍVEL AVANÇADO: ≥275

Exemplo 18

Habilidade avaliada

H27 Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

Um pedreiro vai colocar rodapé em uma sala, deixando apenas o vão da porta, como indica a figura.
Sabendo que cada lado do quadradinho corresponde a 1 metro, a quantidade de rodapé, em metros, que o pedreiro deve colocar é:



(A) 14.

(B) 13.

(C) 12.

(D) 11.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	14,0	34,5	38,8	12,7

Comentários

As principais fontes de erro aparecem na leitura desatenta e no conceito de perímetro. Os percentuais significativos dos alunos que escolheram os distratores reforçam esta afirmação. Apenas 34,5% dos alunos assinalaram a resposta correta B. Os que marcaram A não descontaram do perímetro a medida do vão da porta; quem optou por C, calculou a área da figura e os que os que optaram por D aparentemente também calcularam a área descontando 1 quadradinho relativo à porta. Reitere-se a importância da construção dos conceitos de perímetro e área nesta fase da escolaridade dos alunos.

Exemplo 19

Habilidade avaliada

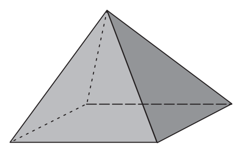
H18 Identificar formas geométricas tridimensionais como esfera, cone, cilindro, cubo, pirâmide, paralelepípedo ou, formas bidimensionais como: quadrado, triângulo, retângulo e círculo sem o uso obrigatório da terminologia convencional.

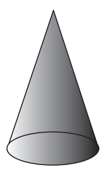
Cada aluno da turma de Dona Lígia montou um sólido para a aula de Matemática.
O sólido montado por Priscila apresenta as seguintes características:

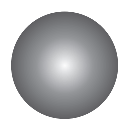
- tem forma arredondada;
- possui uma face plana;
- tem um vértice.

Priscila montou o sólido:

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	33,1	9,3	39,4	18,2

Comentários

Para as formas geométricas tridimensionais valem as mesmas observações anotadas no exemplo anterior: também nesta questão, os significativos percentuais referentes ao número de alunos que optou pelos distratores, mostram que cerca de 60% deles não dominam noções e conceitos não formais de face plana, vértice e até de forma arredondada. Apenas 39,4% dos alunos souberam distinguir, dentre as figuras apresentadas, que o cone é a única que satisfaz simultaneamente as condições do problema: forma arredondada, uma face plana e um vértice. Os demais sólidos possuem uma ou outra destas características, mas não todas ao mesmo tempo.

Exemplo 20

Habilidade avaliada

H04 Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

De um bolo de chocolate cortado em 15 pedaços iguais, Paulo comeu $\frac{1}{3}$, Juca comeu $\frac{5}{15}$, Zeca comeu $\frac{3}{15}$ e Beto comeu $\frac{2}{15}$.

Os dois que comeram a mesma quantidade de bolo foram

(A) **Paulo e Juca.**

(B) Paulo e Zeca.

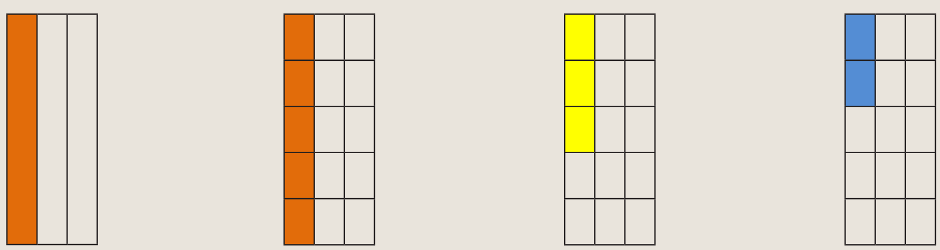
(C) Zeca e Beto.

(D) Beto e Juca.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	17,4	20,5	48,3	13,7

Comentários

O desempenho abaixo do esperado nesta questão mostra que os alunos não trabalham bem com o conceito de fração (divisão do todo em partes iguais) e de frações equivalentes, aquelas que escritas de forma diferente representam o mesmo número, ou seja, aquelas que indicam a mesma quantidade de bolo. Nesta fase de aprendizado os alunos podem se valer de "desenhos" para compreender melhor alguns conceitos:



$\frac{1}{3}$ Paulo $\frac{5}{15}$ Juca $\frac{3}{15}$ Zeca $\frac{2}{15}$ Beto

Apenas 17,4% dos alunos identificaram como equivalentes as frações $\frac{1}{3}$ *e* $\frac{5}{15}$*, assinalando a correta A.*

2.1.3. ANÁLISE DE RESULTADOS DAS QUESTÕES ABERTAS DE MATEMÁTICA – 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

As questões objetivas de múltipla escolha permitem uma análise dos acertos e o levantamento de hipóteses sobre os erros dos alunos. Com as questões abertas a maioria das hipóteses se comprovou porque as resoluções e as respostas, construídas pelo aluno, podem ser vistas pelos corretores e examinadas à luz de uma grade de correção.

A leitura do texto que segue permite confirmar estas afirmações.

Questão 01

Habilidade Avaliada

H14 Resolver problemas utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

Nádia comprou o jarro ao lado para sua sala.
Recebeu de troco R$ 12,00.
Quanto Nádia entregou ao vendedor para pagar o jarro?

Resolução

68 + 12 = 80

Resposta: R$ 80,00

Grade de correção	%	**Comentários**
Certo	67,4	Este percentual deve ser maior dado o baixo nível de dificuldade da questão, aliado ao fato de ser uma situação de compra e venda trabalhada sempre em sala de aula.
Escreveu a adição 68 + 12, mas errou no resultado.	3,6	Sugestão: Peça aos alunos mais atenção aos cálculos e aproveite para explorar o significado de 4%, que foi o percentual de respostas corretas nessa questão.
Resolveu a subtração 68 – 12	9,9	Leitura não compreensiva do problema? Desatenção? Erro conceitual?
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	10,9	Cerca de 32% dos alunos erraram esta questão. Em uma turma de 30 alunos, 10 não conseguiram resolver corretamente a questão. Verifique se isto ocorre com sua turma.
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	8,2	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

5º Ano E.F.

Questão 02

Habilidade Avaliada

H16 Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

Eduardo comprou uma máquina fotográfica; já pagou 50% do valor total e ainda deve R$ 140,00. Qual o preço total da máquina de Eduardo?

Resolução

Se Eduardo pagou 50% do valor e ainda deve R$140,00 isto significa que metade do preço da máquina é R$140,00 e, portanto, seu preço total é 2 x 140 = 280.

Resposta: R$ 280,00

Grade de correção	%	Comentários
Certo	41,4	Esta questão exige uma leitura atenta do problema e a compreensão do significado de 50% - metade. Este percentual de acertos pode e deve ser maior. Peça aos seus alunos que resolvam o problema e faça com eles uma tabela com os acertos e erros. Pergunte aos que erraram como foi que raciocinaram.
Respondeu R$ 140,00	1,4	Estes alunos calcularam a metade do preço da máquina. Será que atentaram para este fato?
Respondeu R$ 50,00	0,2	
Calculou 50% de R$ 140,00, obtendo R$ 70,00	5,8	
Respondeu R$ 190,00, somando 50 + 140	12,4	Erros conceituais. Observe que não há registro de erros de cálculos. Em uma turma de 30 alunos, 6 não conseguem resolver o problema.
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	30,5	
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	8,4	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 03

Habilidade Avaliada

H13 Resolver problemas envolvendo a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.

Vilma já sabe que, com 1 cartolina, consegue fazer 12 convites de aniversário.
Para fazer 36 convites, de quantas cartolinas ela irá precisar?

Resolução (*Deixe os seus cálculos na prova*)
36 ÷ 12 = 3

Resposta: Vilma precisará de 3 cartolinas.

Grade de correção	%	Comentários
Certo	60,3	Este percentual de acerto é razoável quando se considera que este é um problema que trata a divisão como um "problema de ordem inversa" em que são dados um todo e o valor de cada parte: o resultado é a quantidade de partes (inversa da multiplicação) - quantas vezes 12 está em 36? Em outra situação, mais comum aos alunos, a divisão trata de considerar o todo e a quantidade de partes e o resultado é o valor de cada parte. Ambos envolvem divisão, mas raciocínios diferentes. Estudos mostram que a divisão no sentido da medida, focalizada nessa questão da prova, é considerada a mais difícil pelas crianças.
Escreveu a divisão 36 ÷ 12, mas errou no resultado.	0,7	Podemos considerar que 61% (60,3% + 0,7% + 0,1%) dos alunos entenderam o raciocínio que resolve o problema.
Usou a adição de parcelas iguais, mas errou na soma.	0,1	
Usou subtrações sucessivas, mas se confundiu na contagem.	0,0	Nenhum registro. Discuta com a classe este "caminho".
Armou uma adição com os dados do problema. Encontrou como resultado 48 ou 49.	9,3	
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	20,8	
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	8,7	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

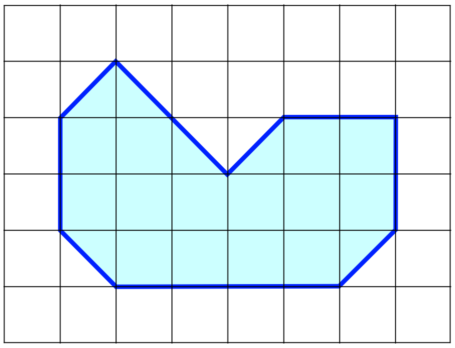
5º Ano E.F.

Questão 04

Habilidade Avaliada

H28 Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

A área de cada quadradinho da malha abaixo mede 1 cm^2.



Qual o valor, em cm^2, para a área da figura desenhada na malha?

Resolução

Considerando dois meios quadradinhos, temos 17 quadradinhos como medida da área da figura destacada, Cada quadradinho mede 1 cm^2, portanto a figura mede 17 cm^2 de área.

Resposta: 17 cm^2

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 17 cm^2	27,7	34% dos alunos mostraram compreender o conceito de área. É um percentual pequeno em face da baixa dificuldade da questão e ao fato de ser um exemplo que deve ser muito trabalhado em sala de aula.
Escreveu 17 cm	6,3	Não é demais enfatizar o cuidado com a unidade de medida.
Escreveu 20 cm^2 ou 20.	11,5	Os alunos contaram partes de um quadradinho como se fosse um inteiro.
Escreveu 16 cm ou 16,	3,3	Os alunos confundiram área com perímetro e contaram as diagonais dos quadradinhos como lados
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	42,2	57% dos alunos não têm a compreensão do conceito de área.
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	8,9	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 05

Habilidade Avaliada

H06 Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados (parte/todo, quociente, razão).

Para fazer um trabalho de Arte, a professora Jaqueline dividiu igualmente 8 cartolinas entre seus 24 alunos. Que fração de uma cartolina cada aluno recebeu?

Resolução

Basta dividir o todo (8 cartolinas) em 24 partes.

$8 \div 24 \equiv \frac{8}{24} \equiv \frac{1}{3}$

Resposta: Cada aluno recebeu $\frac{8}{24}$ ou $\frac{1}{3}$ de uma cartolina.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: $\frac{8}{24}$ ou $\frac{1}{3}$	27,3	Em torno de 28% dos alunos mostraram compreender o conceito de divisão que considera o todo e a quantidade de partes e o resultado como o valor de cada parte.
Fez a divisão, encontrou o resultado correto (0,333...), mas não escreveu a fração 8/24	0,5	Os alunos devem prestar atenção na pergunta feita em um problema para respondê-la corretamente. Este cuidado é válido para quaisquer questões, não apenas as de matemática.
Escreveu a divisão 8 ÷ 24, mas não resolveu a conta	0,1	
Escreveu a divisão 24 ÷ 8 e encontrou 3 como resposta	24,1	É muito provável que estes alunos (24,1%) entendam "o todo" como o maior dos números. Peça aos alunos que resolvam o problema, conte quantos deram esta resposta e discuta este erro conceitual.
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	39,1	Pelo menos cerca de 63% dos alunos não entenderam o conceito de divisão considerado no problema.
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	9,0	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

2.1.4 SÍNTESE E CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O DESEMPENHO EM MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

As questões apresentadas como exemplos, somadas às demais questões da prova objetiva, além das abertas, mostraram as dificuldades dos alunos em vários níveis, definidos pelos percentuais de acerto nas questões. Assim, o aluno do 5º ano do Ensino Fundamental:

Precisa de atenção especial quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

- figura que pode representar o número decimal 1,5;
- a figura de um cone, com base na descrição de suas características: forma arredondada, uma face plana, um vértice;

Resolver problema envolvendo

- a compreensão do conceito de fração e a identificação de frações equivalentes: 1/3, 5/15, 3/15 e 2/15;
- o cálculo da quantidade (em metros) de rodapé a ser colocado em uma sala desenhada em malha quadriculada;
- a identificação da regra de formação de uma sequência (de 10 em 10) de números naturais;
- o significado de multiplicação em configuração retangular, para contagem.

Precisa melhorar quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Calcular

- o perímetro de figuras desenhadas em malha quadriculada;
- o quociente entre dois números naturais com três e um algarismos;

Identificar

- o quadrado em meio outras figuras;
- o número de quatro algarismos dado o valor posicional de um deles;
- na linguagem xh e ymin, horário mostrado em um relógio analógico;
- figuras que apresentam eixos de simetria;
- a representação fracionária de 0,80;
- a ampliação de uma figura apresentada em malha quadriculada;
- dentre figuras apresentadas a que possui quatro lados e quatro ângulos de mesma medida;
- posições à direita e à esquerda, com figuras apresentadas em um círculo;

Resolver problema envolvendo

- porcentagem - 50% e 25%;
- a identificação da duração de um semestre em meses;
- de compra e venda, envolvendo a leitura de cédulas e adição e subtração de números decimais;
- o cálculo da diferença entre dois números decimais. (com três casas);
- o conceito e o algoritmo da divisão entre dois números naturais. (repartir em partes iguais);
- compra e venda, envolvendo a adição e a divisão de números decimais;
- dados apresentados em uma tabela simples, envolvendo a adição de números decimais. (problema de compra e venda – total gasto);
- um valor aproximado para a soma de 45 min com 45 min;
- a diferença entre um número inteiro e um decimal (5 - 3,75), no uso do algoritmo da subtração, "vai 1";
- a interpretação de informações a partir de dados apresentados em uma tabela simples de dupla entrada;

- o cálculo do perímetro (comprimento de um muro que cerca um terreno) de um retângulo desenhado em malha quadriculada;
- a leitura de uma tabela pictórica e a adição de números naturais;
- a identificação da unidade adequada para a medida de área;
- a diferença entre meio quilo e 285 g;
- a diferença entre 1 litro e 400 ml.

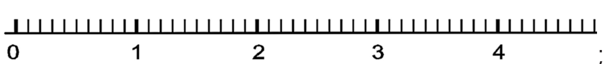
Tem um bom desempenho, (ainda que um percentual significativo apresente dificuldades) quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Calcular o produto de dois números naturais com três e dois algarismos.

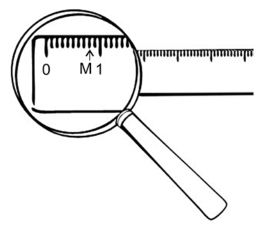
Decompor número do tipo 30456 em unidades, dezenas, centenas, etc.

Identificar

- a posição de um ponto na reta numérica com origem em zero e amplitude do intervalo igual a 60;
- a representação decimal da fração 4/10;
- a redução proporcional de uma figura apresentada em malha quadriculada.
- o número a partir da decomposição 7 × 100 + 5 × 10 + 8 × 1;
- posições à direita e à esquerda, com figuras sentadas em cadeiras enfileiradas;
- a fração 2/5 associada a parte destacada de um desenho;
- o 4º elemento da sequência 875, 850, 825,...
- a forma cilíndrica de uma figura;
- o número a partir da decomposição 3 x 1 000 + 9 x 100 + 6 x 10;
- dentre figuras apresentadas as que podem representar a fração 7/12;
- o número de três algarismos dados os valores posicionais de dois deles;
- o 11º elemento da sequência 200, 210, 220, ...
- a posição do número 3,5 na reta



- fração no sentido parte/todo;
- o número que representa a posição de um ponto na reta numerada. (origem 250, razão 50, origem 300, razão 200, origem 1900, razão 10);
- a fração que representa um total de horas em relação às 24 horas do dia;
- a posição da letra M



- dentre figuras apresentadas as que possuem o mesmo número de ângulos internos.

Resolvem problema envolvendo

- a adição de números decimais. (1,5 – 1,3 – 0,4);
- a diferença entre totais de dinheiro representados na escrita R$ xy,wz;
- a identificação da regra de formação de uma sequência (de 2 em 2) de números naturais;
- identificação de uma fração decimal com o número decimal correspondente;
- a diferença entre dois números naturais (quatro e três algarismos) ainda persistindo para muitos as dificuldades no uso do algoritmo da subtração;
- a diferença entre dois números decimais. (altura em metros, entre 1,65 m e 17 cm);
- o cálculo das áreas de figuras desenhadas em malha quadriculada;
- o cálculo aproximado da área de uma figura desenhado em malha quadriculada, com um dos "lados" em linha curva;
- a identificação da unidade adequada para a medida (tonelada) para o peso de um elefante, dadas as informações do peso aproximado de um beija flor, de um gato e de um homem;
- a identificação da unidade adequada para a medida (mL) para o líquido de um frasco de xarope;
- a interpretação de dados apresentados em tabela simples de dupla entrada;

- a interpretação de informações a partir de dados apresentados em um gráfico (histograma);
- a identificação da unidade adequada para a medida (litro) para a água de uma piscina;
- a multiplicação de dois números naturais. (soma de parcelas iguais).

Tem um bom desempenho, ainda que um pequeno percentual apresente dificuldades quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Calcular a soma de dois números naturais com quatro e três algarismos e naturais com três e dois algarismos.

Identificar

- elemento de uma sequência (razão 5);
- horário mostrado em um relógio digital;
- a decomposição de um número de três algarismos em unidades, dezenas e centenas;
- um número de três algarismos a partir da descrição da sua decomposição em unidades; dezenas e centenas;

Resolvem problema envolvendo

- a interpretação de informações a partir de dados apresentados em um gráfico (histograma)
- a adição de dois números naturais. (quatro e quatro algarismos)
- de compra e venda envolvendo multiplicação.
- a interpretação de informações a partir de dados apresentados em um gráfico. (histograma).

2.2. ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL – QUESTÕES OBJETIVAS

AVANÇADO	500	
	475	
	450	
	425	
	400	
	375	
	350	
	325	
	300	
ADEQUADO	275	
	250	
BÁSICO	225	
	200	
ABAIXO DO BÁSICO	175	
	150	
	125	
	100	
	75	
	50	
	25	

5º Ano
Ensino Fundamental

7º Ano
Ensino Fundamental

9º Ano
Ensino Fundamental

3ª Série
Ensino Médiio

2.2. ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL – QUESTÕES OBJETIVAS

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: <200

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 39,2%

Descrição das habilidades no nível

- Identificam e interpretam dados apresentados em gráfico de coluna.

NÍVEL BÁSICO: 200 a <250

Os alunos, neste nível da escala de proficiência, trabalharam com problemas cuja solução dependia, entre outras, do desenvolvimento das habilidades de reconhecer e identificar e de resolver problemas.

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 44,7%

Descrição das habilidades no nível

Identificam
- o gráfico setorial associado aos dados de uma tabela simples de dupla entrada;
- gráfico (histograma) associado aos dados de uma tabela simples de dupla entrada;
- gráfico (de linha) associado aos dados de uma tabela simples de dupla entrada;
- a planificação de uma caixa na forma de um paralelepípedo;

Resolvem problemas envolvendo
- conversão de polegadas em centímetros. (dado o valor da polegada);
- a multiplicação de inteiro por um número decimal. (uma casa).

7º
Ano
E.F.

NÍVEL ADEQUADO: 250 a <300

Neste nível os alunos mostram o pertinente desenvolvimento das habilidades de identificar e reconhecer, de calcular e de resolver problemas.

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 14,7%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- um número de quatro algarismos, dado o valor de um de seus algarismos;.
- a fração associada à parte destacada de uma figura;
- um número de dois algarismos que é múltiplo de 4 e de 7;
- a fração de uma hora que corresponde a 15 minutos;
- a representação decimal da quarta parte de um litro;
- a representação decimal de ¾;

Determinam a medida do ângulo de 180° associado a um giro descrito em texto e figura.

Calculam o valor de expressão numérica envolvendo adição e subtração de números decimais (com até duas casas decimais).

Subtraem um número decimal de um número inteiro como 0,789 de 2.

Resolvem problemas envolvendo

- conversão de medidas em mililitro para litro;
- cálculo de probabilidade simples. (retirada de bola de um saco);
- multiplicação. (princípio de contagem);
- dados apresentados em um gráfico de linha. (registro de variação de temperatura);
- conversão de medidas com unidade "palmo" em centímetros;
- relação de proporcionalidade por meio de regra de três;
- troca da posição de algarismo em um número.

NÍVEL AVANÇADO: ≥300

Aqui, os alunos mostraram o desenvolvimento no nível proposto para a série, das habilidades de identificar, reconhecer, calcular, ler tabelas e gráficos e resolver problemas.

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 1,4%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

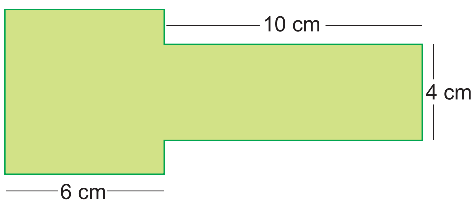
- um polígono que pode ser formado somente por quadriláteros;
- o polígono cuja soma dos ângulos internos é igual a 540º, sendo apresentada a figura decomposta em triângulos. (as figuras são as únicas informações);
- situações de proporcionalidade entre grandezas expressas em linguagem corrente;
- um prisma hexagonal em foto de favos de uma colméia;
- situações de proporcionalidade com dados numéricos apresentados em tabela;
- a simplificação de uma razão. (entre o número de cestas e o de arremessos).

Determinam

- o número que resulta de cálculos (quatro operações) que lhes foram solicitados envolvendo números positivos e negativos;
- a escala utilizada em uma planta baixa. (4 cm para representar 4m);
- Extraem informações a partir de dados apresentados em tabela simples de dupla entrada.

Calculam

- a medida do ângulo do giro que um ponteiro de relógio faz em 15 minutos;
- o quociente de 4,5 dividido por 0,3;
- o perímetro de um polígono composto por um quadrado e um retângulo, dadas as respectivas medidas dos lados.



Subtraem uma fração de um número natural como 1/5 de 2.

Simplificam expressão numérica envolvendo adição e subtração de frações.

Traduzem em linguagem corrente o significado da sentença $2x - x/2 = 6$.

Resolvem problema envolvendo

- multiplicação e subtração de números naturais;
- divisão e subtração com números naturais;
- contagens por meio de diagrama de árvore;
- dados apresentados em um gráfico de pontos.

7º
Ano
E.F.

2.2.1. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2010 POR NÍVEL DE PROFICIÊNCIA – 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

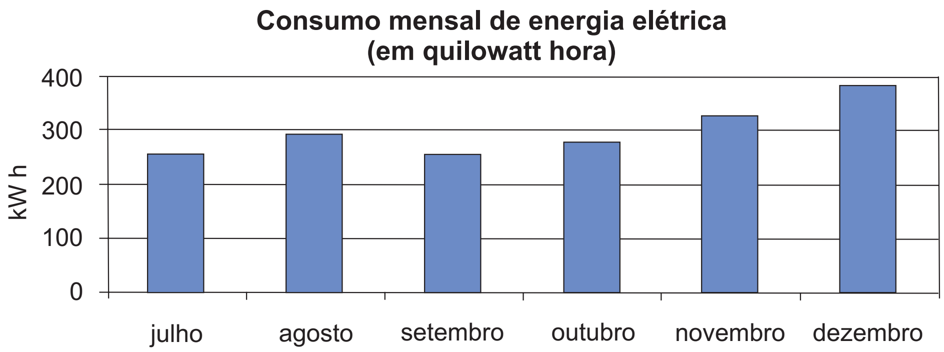
NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: <200

Exemplo 1

Habilidade avaliada

H30 Ler e/ou interpretar informações e dados apresentados em gráficos e construir gráficos (particularmente gráficos de colunas).

O gráfico abaixo mostra o consumo de energia elétrica de uma casa durante os últimos seis meses de 2008.



De acordo com o gráfico, os meses em que o consumo foi maior que 300 quilowatts hora foram:

(A) **novembro e dezembro.**
(B) julho e agosto.
(C) agosto e novembro.
(D) agosto e dezembro.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	84,0	5,2	5,9	4,9

Comentários

É muito bom o desempenho dos alunos (84% de acertos) na solução de um problema que envolve leitura e interpretação de dados apresentados em um gráfico de colunas. Para resolvê-lo é necessário que o aluno, ao fazer a leitura do gráfico, identifique os meses, cujas colunas que os representam têm altura superior a 300: novembro e dezembro.

NÍVEL BÁSICO: 200 a <250

Exemplo 2

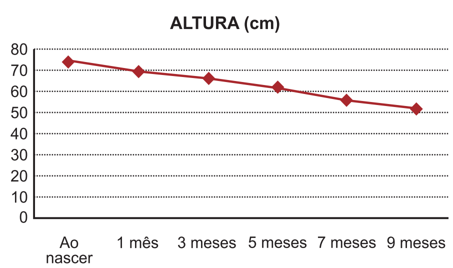
Habilidade avaliada

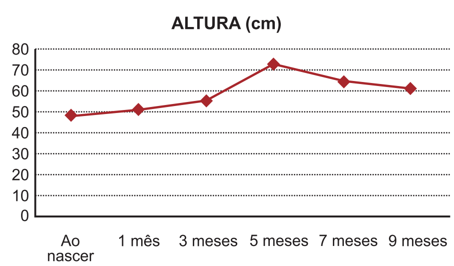
H36 Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações. (gráficos elementares - barras, linhas, pontos)

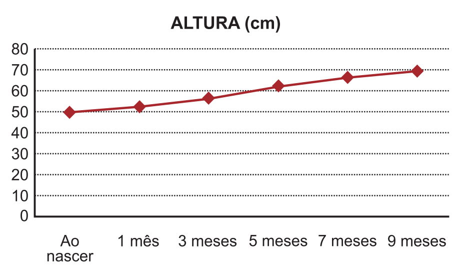
A mãe de Ana anotou a variação da altura de sua filha durante o primeiro ano de vida. Veja a tabela.

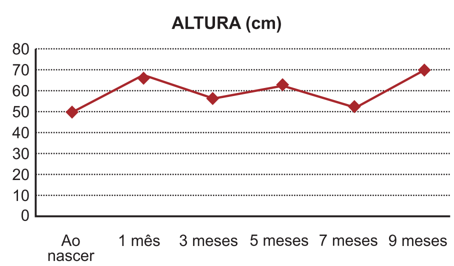
Idade	Altura
Ao nascer	49 cm
1 mês	52 cm
3 meses	56 cm
5 meses	62 cm
7 meses	66 cm
9 meses	69 cm

Entre os gráficos abaixo, aquele que melhor apresenta as informações da tabela é:

(A)


(B)


(C)


(D)


GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	11,7	16,2	57,1	15

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
BÁSICO
200
175
150
125
100
75
50
25

Comentários

Apenas pouco mais da metade dos alunos (57,1%), assinalou a resposta correta C. Os percentuais altos e significativos dos distratores mostram as dificuldades que quase 43% dos alunos apresentam para trabalhar com este assunto. Talvez tendo o único recurso do uso do quadro negro, sejam poucas as atividades que podem sedimentar estes conceitos, visto que o professor deveria colocar vários gráficos em cada atividade para o exercício dos alunos.

Para identificar o gráfico que corresponde aos dados da tabela, o aluno deveria observar na tabela que à medida que as idades, marcadas na primeira coluna, crescem, as alturas, na segunda coluna aumentam. Na leitura desses gráficos o aluno pode perceber que:

- *em (A), à medida que a idade aumenta, a altura diminui;*
- *em (B), até os 5 meses, a altura aumenta, depois diminui;*
- *em (C, à medida que a idade aumenta, a altura também aumenta;*
- *em (D), enquanto a idade cresce, as medidas das alturas crescem, diminuem, tornam a crescer, etc.*

A resposta C mostra claramente que o gráfico pode representar os dados da tabela. De outra forma, o aluno também pode examinar os gráficos ponto a ponto: em B, por exemplo, a idade de 5 meses corresponde a uma altura de aproximadamente 71 cm e a tabela informa que esta altura é de 62 cm.

É esperado que, no 7ª ano do Ensino Fundamental, após trabalhar com leitura e interpretação de tabelas e gráficos, o aluno avance nesta sua prática, em problemas mais complexos como este que se apresenta na questão. É tempo também de começar a identificar e construir gráficos mais adequados para representar dados de uma tabela: por exemplo, para mostrar os dados de crescimento de uma população é melhor um gráfico de linha; para resultados eleitorais tanto faz usar um gráfico de coluna como um gráfico setorial ("pizza"). Isto é posto para o aluno reforçar a ideia de que um gráfico é outra linguagem para expressar os dados de uma tabela.

Exemplo 3

Habilidade avaliada

H22 Realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais ou de outros sistemas de medida dados.

Uma jarra de suco possui capacidade, quando cheia, para servir 13 copos cheios, cada copo com capacidade para 0,2 litros. A capacidade da jarra é de:

(A) 1,3 litros.

(B) 1,8 litros.

(C) **2,6 litros.**

(D) 2,8 litros.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	15,7	16,5	54,6	13,2

Comentários

A unidade não convencional envolvida nesta questão é "um copo" cuja capacidade é 0,2 litros. Treze copos deste tipo medem a capacidade da jarra. A capacidade expressa em litros é dada por 13 x 0,2 = 2,6 litros. Apenas 54,6% dos alunos assinalaram a alternativa correta C. Os percentuais significativos nos distratores mostram as dificuldades dos alunos na resolução do problema. Como é um teste de múltipla escolha e temos apenas um X marcado na alternativa que o aluno julga correta, não podemos dizer quais foram os raciocínios que levaram os alunos até os erros, no máximo levantar hipóteses. Os alunos, em geral, trabalham mais com conversão de medidas de palmo para centímetro ou metro e menos com problemas envolvendo medidas de capacidade, como vem demonstrando os resultados do SARESP. De toda forma, o problema, que tem baixo nível de dificuldade para a série em análise, pode e deve ser resolvido por um número maior de alunos.

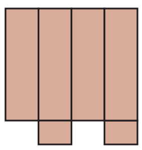
Exemplo 4

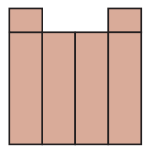
Habilidade avaliada

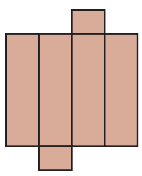
H18 Identificar figuras espaciais a partir de suas planificações.

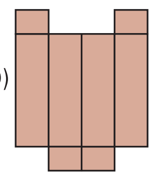
Observe a caixa representada abaixo:

Uma planificação dessa caixa é:

(A)


(B)


(C)


(D)


GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	10,0	14,9	60,2	15,0

Comentários

Se os alunos estivessem em situação de manusear as figuras das planificações, possivelmente o índice de acertos seria maior. No caso presente, o aluno precisaria ter desenvolvido melhor o raciocínio espacial, habilidade pouco trabalhada, em sala de aula (provavelmente por falta de recursos materiais). Os relativamente altos percentuais alocados nos distratores evidenciam esta situação. Apenas cerca de 60% dos alunos resolveram corretamente, escolhendo C – índice relativamente baixo, se consideramos o nível de dificuldade da questão e o ano escolar cursado.

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H22 Realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais ou de outros sistemas de medida dados.

Uma polegada corresponde a cerca de 2,5 cm. Um sapato comprado no exterior possui 6 polegadas de comprimento, que corresponde a

(A) 12 cm.
(B) 13 cm.
(C) 14 cm.
(D) **15 cm.**

GAB	% de resposta			
	A	**B**	**C**	**D**
D	23,0	16,4	14,0	46,5

Comentários

Novamente, aparecem nesta edição do SARESP as dificuldades dos alunos quando trabalham com medidas não convencionais para eles – no caso, a polegada. Para resolvê-la, bastaria que o aluno calculasse quantos centímetros há em 6 polegadas: 6 x 2,5 cm = 15 cm, valor que constava na alternativa D, assinalada por apenas 46,5%. Os demais percentuais de respostas evidenciam as dificuldades encontradas pelos alunos: erro de cálculo? Leitura não compreensiva do enunciado do problema? Neste ano escolar não é aceitável que 53,5% dos alunos não consigam resolver um problema deste tipo. Para dimensionar melhor o problema, isto é o mesmo que dizer que em uma sala com 30 alunos, cerca de 16 não resolvem corretamente esta questão.

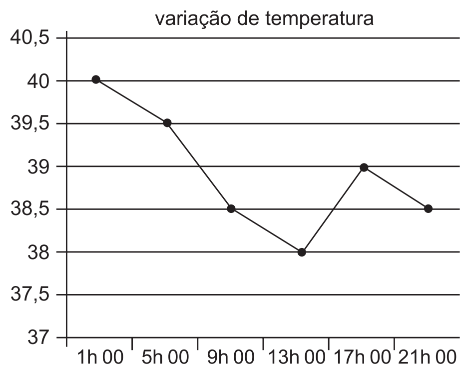
NÍVEL ADEQUADO: 250 a <300

Exemplo 6

Habilidade avaliada

H35 Identificar e interpretar informações transmitidas através de gráficos.

O gráfico abaixo mostra a variação da temperatura de um paciente, registrada a cada 4 horas no período de 1h 00 às 21h 00.



Pode-se afirmar que a temperatura do paciente vinha diminuindo até que ocorreu uma elevação registrada às

(A) 5h 00.

(B) 9h 00.

(C) **17h 00.**

(D) 21h 00.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	16,6	15,8	44,0	23,7

Comentários

Mais da metade dos alunos (56%) não conseguiu ler o gráfico de linha apresentado no problema. Parece que a dificuldade está realmente no entendimento do gráfico e não na leitura não compreensiva do texto. Na maioria das vezes são mais trabalhados em classe os gráficos de coluna e os setoriais (pizza). Assim, oferecer mais atividades com problemas que envolvem gráficos de linha pode aumentar significativamente a marca dos 44% que acertaram a questão. Em tempo, se este problema for usado pelo professor, como exemplo ou exercício, é bom ressaltar que a reunião dos pontos do gráfico por retas significa apenas ter uma linha que pode descrever melhor o comportamento do que está sendo observado – não significa, por exemplo, que entre 5h00 e 9h00 a temperatura só diminuiu, mas sim que este é o registro às 5h00 e às 9h00. Entre os horários marcados no gráfico não há registro da temperatura.

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H33 Resolver problemas envolvendo probabilidade de eventos simples.

Miriam organizou um sorteio de amigo oculto entre suas amigas. Para isso, escreveu em pedaços de papel o nome de cada uma das 10 pessoas (incluindo seu próprio nome) que participariam desse sorteio e colocou dentro de um saco. Miriam, como organizadora, foi a primeira a retirar um nome de dentro do saco. A probabilidade de Miriam retirar seu próprio nome é:

(A) $\frac{2}{20}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{1}{10}$

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	21,7	17,3	12,8	48,4

Comentários

Os alunos do ano escolar em análise já devem ter um conceito "frequentista" de probabilidade ainda que não formalizado. No caso desta questão, Miriam tem 1 chance em 10 de escolher o número correspondente ao seu nome ou, existem 10 possibilidades de sortear um número e dentre estas, apenas um é o número que corresponde ao nome de Miriam, etc. A probabilidade pedida é 1/10, alternativa D, assinalada por apenas 48,4% dos alunos. Os altos e significativos percentuais dados aos distratores reforçam a hipótese que em torno de 52% dos alunos não dominam este conceito – simples no problema proposto. Talvez seja interessante trabalhar com os alunos modelos de urnas e bolas com os quais fica mais fácil visualizar e contar o número de situações favoráveis e o total das possibilidades.

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H24 Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

Lourenço estava com o seu skate posicionado para a esquerda, como mostra a figura 1, e a seguir fez uma manobra dando um giro de forma a posicionar o skate para a direita, como mostra a figura 2.

Figura 1

Figura 2

A medida de ângulo que pode ser associada ao giro dessa manobra é

(A) 45°

(B) 90°

(C) **180°**

(D) 360°

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	17,9	27,5	38,4	16,2

Comentários

Poucos alunos identificaram que o giro dado por Lourenço foi de "meia volta" para a direita – como o ângulo de 1 volta mede 360º, o de meia volta tem medida igual a 180º, correspondendo à alternativa C, marcada por apenas 38,4 dos alunos. Os altos percentuais assinalados nos distratores comprovam que cerca de 62% dos alunos não dominam as noções de ângulos associadas à mudanças de direção.

Exemplo 9

Habilidade avaliada

H23 Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas.

Milton vai preparar uma vitamina de leite com banana. Precisa de 250 mililitros de leite e uma banana para fazer um copo de vitamina. Para que Milton prepare 8 copos de vitamina, ele precisará de quantos litros de leite?

(A) 2.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 8.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	39,7	22,8	18,8	18,7

Comentários

Para 8 copos de vitamina, Milton precisa de 8 x 250 mℓ = 2000 mℓ.

Lembrando que 1ℓ = 1000 mℓ → 2000 mℓ = 2ℓ, alternativa A, assinalada por cerca de 40% dos alunos, percentual pequeno para a questão de nível baixo de dificuldade e o ano escolar considerado. Nesta edição do SARESP, os alunos do 5º ano apresentaram dificuldades na conversão de litros em mililitros e parece que podem trazê-las para os anos e séries subsequentes. Oferecer aos alunos mais atividades sobre unidades de medida de diferentes grandezas e transformações dessas unidades pode ser um bom caminho para assegurar a consolidação das regras do Sistema Métrico Decimal. Um percentual significativo de 60% dos alunos não conhece o assunto e as opções em grandes proporções pelos distratores confirmam estas dificuldades.

500
475
450
425
400
375
350
325
ADEQUADO 300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

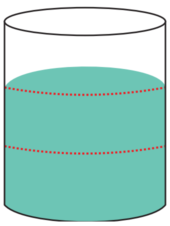
7º Ano E.F.

Exemplo 10

Habilidade avaliada

H04 Representar medidas não inteiras utilizando frações.

O copo de água da figura abaixo é dividido em três partes iguais por linhas pontilhadas.



A fração do copo com água é:

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{4}$

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	17,8	36,7	40,7	4,8

Comentários

Se os alunos entendem que a parte pintada do copo representa o total de água que ele contém, podem perceber que a água ocupa 2 das 3 partes em que o copo está dividido. Portanto a fração que representa este fato é 2/3, assinalada por apenas cerca de 37% dos alunos. Os que marcaram C (40,7%) parecem ter escolhido a fração que representa a parte que está em branco no copo. Os que optaram por A ou D mostram não ter feito uma leitura compreensiva ou não aprenderam frações e suas representações.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
ADEQUADO
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H01 Reconhecer as principais características do sistema decimal: contagem, base, valor posicional.

Em qual dos números a seguir o algarismo 5 tem o valor de 500 unidades?

(A) 2 150.

(B) 5 210.

(C) **20 501.**

(D) 25 100.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	11,7	29,1	46,9	12,3

Comentários

Mais da metade dos alunos (53%) precisam consolidar o aprendizado das regras do Sistema de Numeração Decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos em um número. Dentre os alunos, 47% sabem estas regras. Para os demais ainda é necessário a realização de muitas atividades para fixação das regras de escrita dos números no Sistema Decimal de Numeração: classes e ordens em que cada classe tem a ordem da centena (c), da dezena (d) e da unidade (u). Um quadro como o que segue, pode ser utilizado até que as regras sejam compreendidas e fixadas pelo aluno:

Classes	....	Milhares			Unidades simples		
Ordens		c	d	u	c	d	u
(A)				2	1	5	0
(B)				5	2	1	0
(C)			2	0	5	0	1
(D)			2	5	1	0	0

7º
Ano
E.F.

Exemplo 12

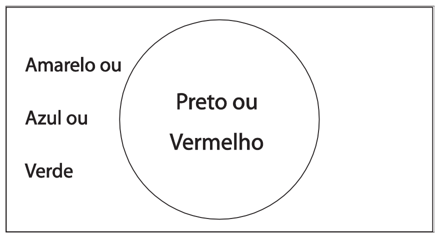
Habilidade avaliada

H38 Resolver problemas envolvendo a ideia do princípio multiplicativo de contagem.

Leleco deve pintar a bandeira abaixo escolhendo duas cores, uma para o círculo e outra para o restante da área da bandeira, conforme explicado na figura.

O número total de bandeiras distintas que Leleco pode pintar é:

(A) 2.
(B) 4.
(C) 5.
(D) 6.



GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	36,3	15,7	26,3	21,7

Comentários

Os resultados de desempenho dos alunos nesta questão revelam provavelmente uma leitura desatenta ou não compreensiva do enunciado do problema ou ainda o não entendimento do princípio multiplicativo de contagem. Esse princípio pode ser "visualizado" em um diagrama como o que segue. Esse diagrama indica a existência de 6 bandeiras diferentes que podem ser pintadas. Assim, a resposta correta é a indicada pela alternativa D, assinalada por apenas 21,7% dos alunos:

Cor do restante da área do retângulo	Cor do círculo	Cores da bandeira
Amarelo	Preto	Amarelo e preto
	Vermelho	Amarelo e vermelho
Azul	Preto	Azul e preto
	Vermelho	Azul e vermelho
Verde	Preto	Verde e preto
	Vermelho	Verde e vermelho

Podemos estabelecer algumas hipóteses sobre as opções dos alunos pelos distratores em percentuais tão elevados: os que marcaram A ou B não entenderam o enunciado; os que escolheram C somaram as três cores do restante da área do retângulo com as duas do círculo, obtendo 5. Observe-se que há indicações (propostas, livros) para que problemas deste tipo venham a ser trabalhados desde os primeiros anos do Ensino Fundamental; portanto, no 7º ano os alunos já deveriam ter consolidado o princípio multiplicativo de contagem.

Exemplo 13

Habilidade avaliada

H29 Resolver situação-problema envolvendo grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Uma loja vende botijões térmicos para bebidas em dois tamanhos.

8 litros

2 litros

O botijão com capacidade para 8 litros é vendido por R$ 56,00.
Se o preço dos botijões for proporcional à capacidade, o preço do botijão de 2 litros é

(A) R$ 50,00.
(B) R$ 28,00.
(C) R$ 20,00.
(D) **R$ 14,00.**

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	13,4	43,1	17,8	25,7

Comentários

Uma das maneiras de resolver este problema é usar a "regra de três" e outra é determinar diretamente o preço de 1 litro de bebida e depois multiplicar por 2:

Preço de 1 litro $\rightarrow$ *56,00 ÷ 8 = 7,00*

Preço de um botijão com 2 litros $\rightarrow$ *2 x 7,00 = 14,00, alternativa D assinalada por apenas 25,7% dos alunos (em uma classe de 7º ano, com 30 alunos aproximadamente, apenas 8 resolvem o problema).*

Os alunos que escolheram B (43,1%), por exemplo, dividiram 56,00 por 2? Sobre as outras escolhas (A e C) não é possível levantar hipóteses consistentes sobre os erros.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275 ADEQUADO
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 14

Habilidade avaliada

H07 Fazer cálculos envolvendo adições e subtrações de números decimais.

O resultado de 2 – 0,789 é

(A) 2,311.

(B) 1,321.

(C) **1,211.**

(D) 0,221.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	22,3	21,9	29,6	26,2

Comentários

Apenas 29,6% dos alunos mostraram saber aplicar o algoritmo da subtração no caso da diferença entre um número inteiro e um decimal. Os distratores, que foram escolhidos por percentuais significativos de alunos, mostram que tal regra não está consolidada por cerca de 70% dos alunos, o que não pode ser aceito para o ano escolar considerado. Os erros de cálculo estão na utilização do recurso à ordem superior, ou "regra do empresta", em todos os distratores. Nesta edição do SARESP, os alunos do 5º ano apresentaram esta dificuldade, que parece arrastar-se pelos anos subsequentes.

Exemplo 15

Habilidade avaliada

H06 Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal.

Para fazer um suco, Lígia utilizou $\frac{3}{4}$ de uma garrafa de água, cuja capacidade é de 1 litro. A quantidade de litros de água que Alice utilizou foi

(A) 0,25 ℓ

(B) 0,34 ℓ

(C) **0,75 ℓ**

(D) 3,4 ℓ

7º Ano E.F.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	12,6	24,9	28,1	34,4

Comentários

Apenas 28,1% dos alunos sabem escrever uma fração na sua forma decimal. Os alunos que optaram por B e D usaram os algarismos do numerador e do denominador da fração 3/4. De toda forma, 72% dos alunos precisam ter condições para desenvolver esta competência, fundamental para sua formação básica e pré-requisito para os assuntos de Matemática dos anos subsequentes.

Exemplo 16

Habilidade avaliada

H04 Representar medidas não inteiras utilizando frações.

A fração de uma hora que corresponde a 15 minutos é:

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	29,5	38,1	23,9	8,6

Comentários

Este problema foi escolhido como exemplo porque, além de necessitar, para sua solução, da representação fracionária de uma medida não inteira, requer do aluno que saiba identificar que "parte do inteiro representa 15 minutos" na medida do tempo.

1 hora = 60 minutos → 15 minutos cabem 60 ÷ 15 = 4 vezes em 1 hora, isto é,

15 minutos = $\frac{1}{4}$ *de hora, alternativa B assinalada por 38,1% dos alunos.*

Os demais alunos que optaram pelos distratores (62%), possivelmente não conseguiram identificar que em 60 minutos cabem 4 vezes 15 minutos.

500
475
450
425
400
375
350
325
ADEQUADO 300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

7º Ano E.F.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275 ADEQUADO
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 17

Habilidade avaliada

H06 Estabelecer relações entre números naturais tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de" e reconhecer números primos e números compostos.

Dentre os números abaixo, aquele que é múltiplo de 4 e 7 é o

(A) 14.

(B) 48.

(C) **56.**

(D) 74.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	36,4	25,6	22,6	15,5

Comentários

O aluno pode resolver esta questão, decompondo os números escritos nas alternativas, em fatores primos e observar que o único número divisível por 4 e por 7 é 56, alternativa C, escolhida por apenas 22,6% dos alunos.

14 = 2 x 7

48 = 6 x 8 = 2 x 3 x 2 x 2 x 2

56 = 7 x 8 = 7 x 2 x 2 x 2 = 7 x 4 x 2

74 = 2 x 37

A divisão inteira (exata) está baseada na divisibilidade dos números naturais que, por sua vez, envolve as condições que um natural deve obedecer para ser dividido por outro com resto zero. Assim a divisibilidade é derivada do conceito de múltiplo de um número. São conceitos simples, mas de grande importância na construção dos números e de suas propriedades com aplicações na solução de problemas práticos. Estas noções devem estar sedimentadas no ano escolar em análise. Observando os percentuais significativos das respostas apresentadas nos distratores pode-se constatar que para os alunos que os marcaram (cerca de 78%) estes conceitos não estão assimilados.

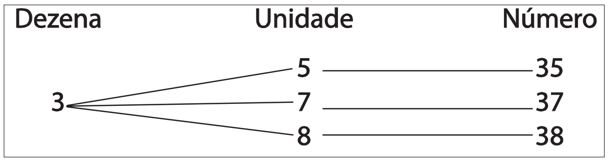
NÍVEL AVANÇADO: ≥300

Exemplo 18

Habilidade avaliada

H37 Utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem.

Lúcia precisava descobrir quantos números de dois algarismos distintos podem ser formados, utilizando apenas os algarismos 3, 5, 7 e 8. Ela resolveu, então, representar um diagrama de árvore para facilitar a contagem. Lúcia iniciou assim:



Depois de completar o diagrama, a quantidade de números de dois algarismos distintos que Lúcia encontrou foi:

(A) 8.

(B) 10.

(C) 12.

(D) 14.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	35,2	23,8	28,5	12,4

Comentários

Muitas vezes, em uma avaliação o aluno também aprende: é o caso desta questão para aqueles que ainda não conhecem o recurso do diagrama de árvore para resolver problemas de contagem. O problema pode ser resolvido completando o diagrama: Ainda o aluno pode observar que, se com um dos quatro números podemos escrever com os demais, um total de 3 números diferentes, o mesmo se aplicará com os outros três números e assim, chegar ao seguinte raciocínio: com 4 números podemos escrever 4 x 3 = 12 números diferentes. Apenas 28,5% dos alunos assinalaram a alternativa correta C. Pode ter ocorrido uma leitura não compreensiva do enunciado do problema, mas o certo é que os alunos vêm apresentando dificuldades com questões deste tipo desde o 5º ano.

	5	35
3	7	37
	8	38
	3	53
5	7	57
	8	58
	3	73
7	5	75
	8	78
	3	83
8	5	85
	7	87

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

AVANÇADO

Exemplo 19

Habilidade avaliada

H34 Identificar e interpretar informações transmitidas através de tabelas.

A tabela abaixo apresenta a variação da população de Xavantina no período entre 1985 e 2005.

Ano	População
1985	750
1990	920
1995	800
2000	900
2005	950

Nesse período, o maior aumento de população de Xavantina ocorreu entre

(A) **1985 e 1990.**

(B) 1990 e 1995.

(C) 1995 e 2000.

(D) 2000 e 2005.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	17,3	7,8	9,2	65,7

Comentários

Uma leitura compreensiva do enunciado do problema é a primeira condição para a sua solução correta:

Ano	População	Aumento da população em relação ao ano anterior
1985	750	
1990	920	+170
1995	800	-120
2000	900	+100
2005	950	+50

Esta hipótese da não compreensão do texto só foi aventada para tentar explicar o percentual tão pequeno de respostas corretas para um problema simples. O percentual alocado no distrator D, 65,7% reforça esta hipótese: os alunos escolheram os anos onde estão registradas as maiores populações e não o aumento ocorrido, conforme pede a questão.

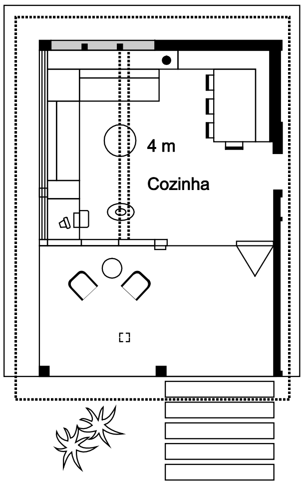
7º Ano E.F.

Exemplo 20

Habilidade avaliada

H32 Usar desenhos de escalas para resolver problemas do cotidiano incluindo distância (como em leitura de mapas).

Eliana desenhou a planta baixa da cozinha de sua casa.
Ela usou 4 cm para representar seu comprimento real, que é de 4 m.



A escala que Eliana utilizou foi

(A) 1:5.

(B) 1:10.

(C) 1:50.

(D) **1:100.**

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	23,0	35,4	27,4	14,2

Comentários

Quando reduzimos ou ampliamos qualquer objeto é necessário manter as proporções entre seus elementos. Problemas de escala são resolvidos com base na proporcionalidade das medidas adotadas para definir a escala. O conceito de proporção apoia-se no conceito de razão, fatos matemáticos de grande importância que começam a ser construídos no 5º ano.
Escala é uma relação matemática entre a medida de um objeto (ou lugar representado em uma carta ou mapa) e suas correspondentes medidas reais:

$$\frac{d}{D} \quad \frac{(medida \circ mapa)}{(medida \circ real)}$$

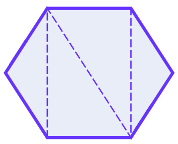
Parece que as alternativas A, e C foram assinaladas ao acaso; a opção B, foi marcada pelos alunos que possivelmente não converteram corretamente metro em centímetro. O certo é que cerca de 86% dos alunos não resolveram o problema tal como solicitado:
Eliana usou 4 cm para representar o comprimento real da sala, 4 m $\rightarrow$ usou 4 cm para representar 400 cm, ou seja a escala adotada por ela é de 1 para 100, que simbolizamos por 1:100, alternativa D escolhida por apenas 14,2% dos alunos.

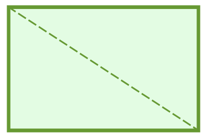
Exemplo 21

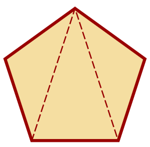
Habilidade avaliada

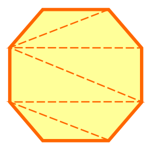
H26 Identificar a soma das medidas dos ângulos de um triângulo (180°) e de um polígono de n lados (por decomposição em triângulos).

Todos os polígonos abaixo foram montados com triângulos. Dessa forma, aquele cuja soma das medidas dos ângulos internos é igual a 540° é:

(A) 

(B) 

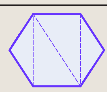
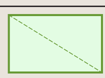
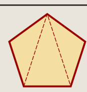
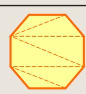
(C) 

(D) 

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	17,3	18,8	21,0	42,9

Comentários

Para resolver o problema basta multiplicar o número de triângulos em que o polígono foi decomposto por 180°, medida da soma dos ângulos internos de um triângulo. Obtemos 3 x 180° = 540°, alternativa C, assinalada por apenas 21% dos alunos. Não há informações suficientes sobre o que levou quase 79% dos alunos a escolherem as demais respostas. Portanto, não há como levantar hipóteses consistentes sobre os possíveis erros desses alunos que não conseguiram determinar a soma dos ângulos internos de um pentágono regular, a partir da sua decomposição em triângulos.

	Nº triângulos da decomposição	Soma ângulos internos
	4	4 x 180° = 720ª
	2	2 x 180° = 360°
	3	3 x 180° = 540°
	6	6 x 180° = 1080°

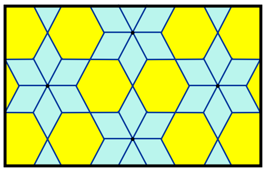
Exemplo 22

Habilidade avaliada

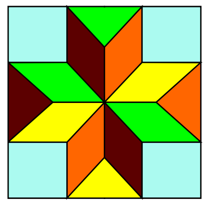
H17 Classificar formas planas e espaciais.

Dentre os mosaicos abaixo, aquele que é formado somente por quadriláteros é:

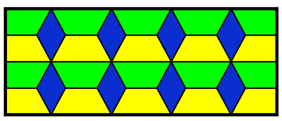
(A)



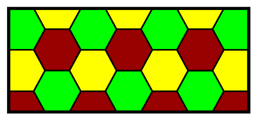
(B)



(C)



(D)



GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	11,9	40,1	25,0	22,9

Comentários

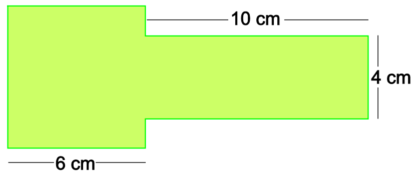
O aluno deve identificar o mosaico que tem apenas quadriláteros, isto é, apenas polígonos com quatro lados. O único mosaico que tem apenas quadriláteros é o representado na alternativa C, opção de apenas 25% dos alunos.

Exemplo 23

Habilidade avaliada

H19 Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição e decomposição de figuras.

A figura a seguir é formada por um quadrado, cujo lado mede 6 cm, e um retângulo, cujos lados medem 10 cm e 4 cm.



A medida do perímetro dessa figura é

(A) 56 cm.

(B) **44 cm.**

(C) 40 cm.

(D) 12 cm.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	13,8	31,6	37,6	17,0

Comentários

Para resolver esse item, o aluno precisa saber que o perímetro de polígono é a soma das medidas de seus lados e deduzir, a partir do desenho, que a figura é composta por um quadrado e por um retângulo, as medidas que não estão explicitadas. Assim, no caso desta questão, temos uma figura com 8 lados, de medidas dadas por: 6 cm, 6 cm, 6 cm, 1 cm, 10 cm, 4 cm, 10 cm, 1 cm, cuja soma é 44 cm, alternativa B assinalada por 31,6% dos alunos. As demais opções foram marcadas por cerca de 68% dos alunos que, provavelmente, não conseguiram deduzir as medidas que não aparecem escritas na figura.

Exemplo 24

Habilidade avaliada

H11 Efetuar cálculos com adição, subtração, multiplicação e divisão com negativos.

$$\boxed{-16} \xrightarrow{\text{Divida por }(-4)} \boxed{} \xrightarrow{\text{Multiplique por }(-5)} \boxed{} \xrightarrow{\text{Some 8}} \boxed{} \xrightarrow{\text{Subtraia 6}} \boxed{}$$

O número escrito no último quadro é

(A) -20.

(B) -18.

(C) 18.

(D) 34.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	35,5	23,7	19,3	21,4

Comentários

Para resolver a questão deve-se seguir as instruções:

$$\boxed{-16} \xrightarrow{\text{Divida por }(-4)} \boxed{} \xrightarrow{\text{Multiplique por }(-5)} \boxed{} \xrightarrow{\text{Some 8}} \boxed{} \xrightarrow{\text{Subtraia 6}} \boxed{}$$

A alternativa correta B foi a escolha de 23,7% dos alunos, mostrando que cerca de 76% do total de alunos apresentam dificuldades em operar com números inteiros (positivos e negativos). As outras opções apresentam resultados que não permitem levantar hipótese razoáveis sobre os erros. Não superando essas dificuldades em matéria tão importante como as operações com números inteiros, os alunos passam a ter dificuldades na aprendizagem de outros assuntos nas séries subsequentes.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

AVANÇADO

Exemplo 25

Habilidade avaliada

H03 Resolver problemas envolvendo as quatro operações básicas entre números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Aline é costureira e Simone é bordadeira. Juntas fizeram 5 blusas iguais. Aline confeccionou-as e Simone bordou-as. Venderam as cinco blusas por R$ 175,00. Pela confecção de cada blusa, Aline recebeu R$ 20,00.

Assim, pelo bordado de cada blusa, Simone recebeu:

(A) **R$ 15,00.**

(B) R$ 31,00.

(C) R$ 35,00.

(D) R$ 155,00.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	19,9	12,8	21,6	45,7

Comentários

A leitura atenta do enunciado e cálculos simples permitem resolver o problema:
Preço de venda de cada blusa → 175,00 ÷ 5 = 35,00
Sobre o valor de 35,00 reais, Aline recebeu 20,00 reais.
Simone recebeu 35,00 – 20,00 = 15,00 reais para cada blusa vendida, alternativa A, assinalada por apenas cerca de 20% dos alunos. Os que escolheram D (45,7%) provavelmente subtraíram 20,00 de 175,00 para obter 155,00 → leitura não compreensiva do texto?

Exemplo 26

Habilidade avaliada

7º Ano E.F.

H12 Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem corrente e, vice-versa.

A expressão $\boxed{2x - \frac{x}{2} = 6}$ descreve a situação:

(A) o dobro de um número mais a sua metade é igual a 6.

(B) a diferença entre um número e a sua metade é 6.

(C) **a diferença entre o dobro de um número e a sua metade é 6.**

(D) o dobro de seis menos a sua metade é igual a x.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	34,4	17,9	21,7	26,0

Comentários

Os relativamente altos índices associados aos distratores evidenciam que grande parte dos alunos (cerca de 79%), apresentam dificuldades no uso da linguagem algébrica para interpretar, em linguagem corrente, a expressão matemática dada no problema. Em torno de 21% dos alunos conseguiram interpretar a frase matemática.

No âmbito da matemática, a linguagem algébrica, em especial, formaliza os primeiros passos do aluno rumo à abstração e à generalização, à modelagem, além de possibilitar o conhecimento e o domínio de ferramentas poderosas para a resolução de problemas. Como toda linguagem tem o seu vocabulário, significados matemáticos de palavras e expressões, representados por símbolos universais. A introdução da linguagem algébrica é um dos passos mais importantes para a formação matemática do aluno: neste momento introdutório trabalha-se a passagem do concreto para o abstrato – concreto aqui entendido como o aprendizado contextualizado dos números, suas propriedades, operações, procedimentos e algoritmos numéricos (aritmética) e, abstrato falarão se utilizar letras, símbolos, variáveis, modelos, fórmulas, algoritmos e procedimentos algébricos. Esta passagem é um momento de transição que exige cuidado do professor e amadurecimento do aluno (no caso, grau de abstração). Em geral o que ocorre é que nossos alunos recebem uma álgebra já pronta, descontextualizada, e recheada de símbolos e incógnitas que não fazem o menor sentido para os alunos. A linguagem algébrica não é um amontoado de regras e de instruções "siga este modelo"; ela precisa ser construída com o aluno até que ele seja capaz de atribuir significado e saiba expressar as relações entre as variáveis. A transição referida tem início na 6ª/7ª série, como preparação para os conteúdos de Álgebra que ocupam boa parte da proposta curricular das séries subsequentes. A Álgebra deve ser construída com base em uma boa intepretação de texto (em linguagem corrente) e, na realização de atividades diversificadas com exercícios sobre a linguagem algébrica para a compreensão e fixação do vocabulário e das regras.

Exemplo 27

Habilidade avaliada

H10 Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais.

O resultado da divisão de 4,5 por 0,3 é:

(A) 0,15.

(B) 1,35.

(C) 1,5.

(D) 15.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

AVANÇADO

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	24,9	30,0	29,7	15,4

Comentários

A opção pela alternativa correta teve o menor percentual de alunos (15,4%), ao passo que os altos percentuais dos distratores mostram as dificuldades dos alunos com o uso dos procedimentos para o cálculo da divisão de números decimais. Os que marcaram A e C provavelmente também fizeram corretamente a divisão de 45 por 3, mas possivelmente não "igualaram as casas decimais". Os alunos podem superar estas dificuldades com problemas e exercícios diversificados para a compreensão e fixação dos procedimentos da divisão.

Exemplo 28

Habilidade avaliada

H05 Fazer cálculos envolvendo adições e subtrações de frações.

O valor simplificado da expressão $\frac{12}{100} + \frac{3}{50} - \frac{2}{25}$ é:

(A) $\frac{2}{100}$

(B) $\frac{1}{50}$

(C) $\mathbf{\frac{1}{10}}$

(D) $\frac{13}{100}$

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	12,2	13,7	13,3	60,8

7º Ano E.F.

Comentários

Simplificando a expressão tem se,

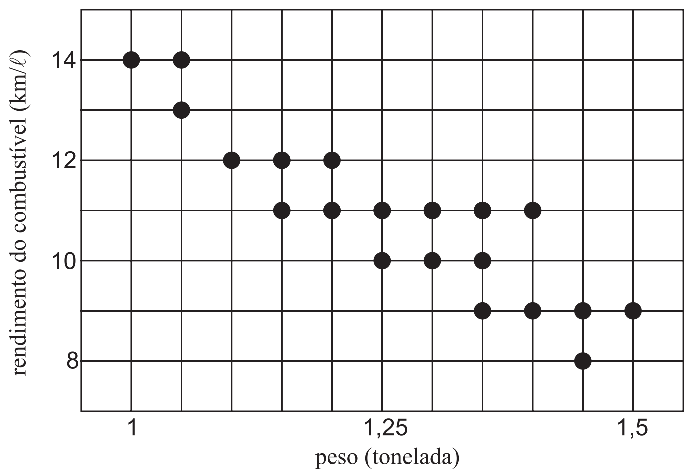
$\frac{12}{100} + \frac{3}{50} - \frac{2}{25} = \frac{12+6-8}{100} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$, *alternativa C assinalada por apenas 13,3% dos alunos. Parece que as dificuldades estão localizadas no uso dos procedimentos, sobretudo na redução das frações ao mesmo denominador. Está associado ao distrator D, um percentual de escolha muito alto, que parece ter atraído aqueles alunos que simplesmente somaram os numeradores, mantendo o denominador igual a 100. Dados estes resultados não é demais repetir que os alunos se resolverem em sala de aula, com auxílio do professor, podem superar estas dificuldades com muitos exercícios de fixação sobre simplificação de expressões com números fracionários.*

Exemplo 29

Habilidade avaliada

H35 Identificar e interpretar informações transmitidas através de gráficos.

Foi realizada uma pesquisa com 20 carros, para estudar o rendimento do combustível em relação ao peso do carro. Os resultados são mostrados no gráfico a seguir, onde cada ponto representa um carro.



O número de carros que pesam mais que 1 250 kg e também têm um rendimento maior do que 9 km/l é

(A) 3.

(B) 5.

(C) 8.

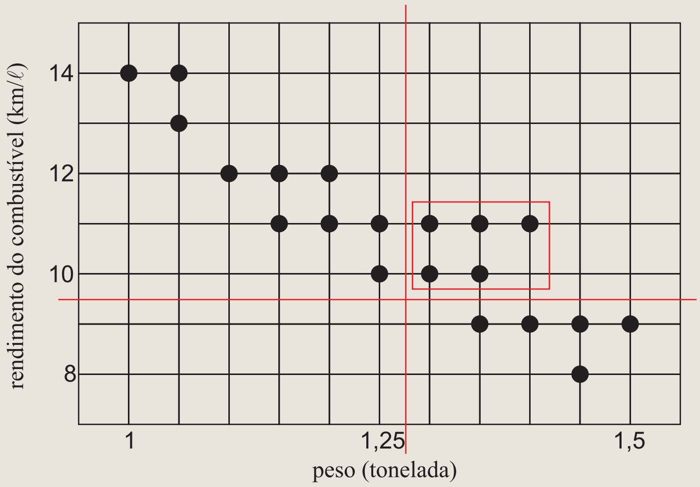
(D) 10.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	22,7	20,5	25,9	30,9

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
AVANÇADO

Comentários

O desempenho dos alunos nesta questão não surpreende (20,5% de acerto), sobretudo ao se levar em consideração que, possivelmente, foi a primeira vez que eles trabalharam informações a partir de dados de um gráfico deste tipo. Os alunos deveriam observar que cada ponto do gráfico representa um carro e que 1,25 toneladas são equivalentes a 1250 kg. Depois, selecionar os pontos conforme o gráfico a seguir:



Exemplo 30

Habilidade avaliada

H28 Reconhecer situações que envolvem proporcionalidade.

Observe as informações sobre o preço do pão e o preço de um estacionamento, mostradas nas tabelas abaixo:

Pão			Estacionamento	
Quantidade	**Preço total (R$)**		**Tempo (horas)**	**A pagar (R$)**
1	0,25		1	3,00
2	0,50		2	4,50
3	0,75		3	6,00
4	1,00		4	7,50

Tabela 1 **Tabela 2**

Sobre as grandezas apresentadas, podemos dizer que

(A) tanto a tabela 1 como a tabela 2 apresentam situações de proporcionalidade.

(B) **apenas a tabela 1 apresenta situação de proporcionalidade.**

(C) apenas a tabela 2 apresenta situação de proporcionalidade.

(D) nenhuma das duas tabelas apresenta situação de proporcionalidade.

7º
Ano
E.F.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	42,9	29,0	17,0	11,1

Comentários

Para decidir se e quais tabelas apresentam situações de proporcionalidade, os alunos devem verificar se elas satisfazem duas condições:

- *quando os valores de uma das variáveis aumentam ou diminuem, os valores da outra também aumentam ou diminuem. (1)*
- *estas variações (aumentos ou diminuições) obedecem a uma proporção. (2)*

Na tabela 1: Quando os valores da variável "quantidade de pão" aumentam, os valores da variável "preço" também aumentam → condição (1)
Os preços são proporcionais à quantidade de pão → condição (2) → razão 0,25 centavos.
Na tabela 2: Quando os valores da variável "tempo em horas" aumentam, os valores da variável "preço" também aumentam → condição (1)
Os preços não são diretamente proporcionais ao tempo de permanência no estacionamento. Para que os preços fossem proporcionais, seus valores deveriam ser 3,00 -6,00 – 9,00 – 12,00. Então, a condição (2) não é satisfeita. Assim, a tabela 2 não apresenta uma situação de proporcionalidade.
O resultado do desempenho dos alunos nesta questão não surpreende (29% de acerto), visto que se trata de um tema possivelmente desenvolvido de forma não adequada. Observe que um percentual significativo de 42,9% dos alunos optaram pela alternativa A, o que corrobora esse fato, mostrando que não verificaram a validade da condição (2) para as variáveis das tabelas.

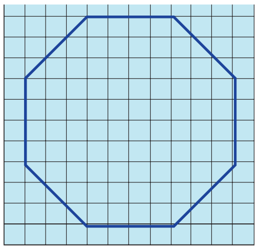
2.2.2. ANÁLISE DE RESULTADOS DE QUESTÕES ABERTAS DE MATEMÁTICA – 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Questão 1

Habilidade avaliada

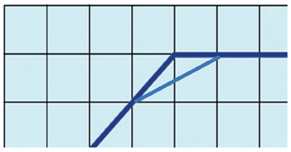
H27 Resolver problemas envolvendo medidas de ângulos de triângulos e de polígonos em geral.

Em uma aula sobre polígonos regulares, a professora Marta explicava para seus alunos como calcular o ângulo interno de polígonos regulares. Gustavo, que é um aluno muito esperto, pensou no octógono com todos os seus lados iguais em uma malha quadrangular, conforme ilustrado abaixo.



Rapidamente, conseguiu determinar o ângulo interno do octógono regular. Determine a medida desse ângulo.

Resolução

	Observando um dos ângulos internos do octógono, reproduzido ao lado, pode-se concluir que ele é formado por um ângulo reto (90º) e por um ângulo que mede metade de 90º, isto é, 45º. Então o ângulo pedido mede 90º + 45º = 135º. Ou, utilizando a fórmula para a medida da soma dos ângulos internos de um polígono regular: S = (n – 2) x180º, onde n = número de lados $\rightarrow$ S = (8 – 2) x 180º = 6 x 180º = 1080º. Portanto a medida de um ângulo interno do octógono regular é obtida fazendo 1080º ÷ 8 = 135º.

Resposta: O ângulo mede 135º.

7º
Ano
E.F.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 135°	2,2	Apenas cerca de 3% dos alunos resolveram o problema. O octógono foi apresentado, desenhado em uma malha quadriculada, exatamente para o aluno perceber que seu ângulo interno é formado por dois ângulos, como visto na resolução.
Apresentou 90° + 45°, mas errou o cálculo.	0,1	Este percentual de acerto é muito pequeno dado o nível de dificuldade da questão e a série cursada pelos alunos.
Armou a fórmula corretamente, mas errou nas contas	0,6	
Resposta errada, que não contempla as respostas anteriores	74,7	
Sem resposta	22,4	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 2

Habilidade avaliada

H29 Resolver situação-problema envolvendo grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Uma pessoa, para manter-se saudável, precisa fazer caminhadas, dando dois passos a cada metro percorrido. Mantendo-se nesse ritmo, quantos metros ela percorre após 500 passos dados?

Resolução

Cada 2 passos corresponde a metro → 500 passos correspondem a 500 ÷ 2 = 250 metros.

Resposta: A pessoa percorre 250 m.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 250 m	23,3	28,3% dos alunos entenderam o enunciado do problema e souberam resolvê-lo.
Raciocina corretamente, mas erra em cálculos e dá a resposta de acordo com o erro.	5,0	Como o cálculo é simples podemos atribuir à distração os erros de conta.
Em vez de dividir, calcula 500 x 2 = 1 000 metros	20,5	Erro conceitual – não compreensão do problema.
Resposta errada, que não contempla as respostas anteriores.	35,4	Pelo menos em torno de 56% dos alunos não sabem resolver a questão. Percentual de erro muito alto pelo nível de dificuldade do problema e a série cursada.
Sem resposta	15,7	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 3

Habilidade avaliada

H05 Fazer cálculos envolvendo adições e subtrações de frações.

Dona Ofélia estava preparando um creme para fazer uma sobremesa. Misturou 1/2 xícara de chocolate amargo derretido, 3/4 de xícara de leite condensado e 2/3 de xícara de creme de leite. Após misturar os ingredientes, separou uma xícara do creme obtido e reservou o restante para a cobertura. Que fração da xícara com creme foi reservada para a cobertura?

Resolução

Somando os ingredientes: $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{6+9+8}{12} = \frac{23}{12}$ de xícara → creme

Separando 1 xícara do creme: $\frac{23}{12} - 1 = \frac{23-12}{12} = \frac{11}{12}$ de xícara → cobertura

Resposta: Foi reservada para a cobertura $\frac{11}{12}$ de xícara.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 11/12	2,1	Cerca de 15% dos alunos compreenderam o problema e a pergunta formulada.
Calcula a fração 23/12 e a subtração, mas erra a fração correspondente a 1 xícara	0,4	
Raciocina corretamente, mas erra em cálculos e dá a resposta de acordo com os resultados obtidos.	12,3	Pelo menos 12,3% dos alunos não somam e subtraem frações com denominadores diferentes.
Dá como resposta a fração do creme: 23/12	2,2	Não houve compreensão do enunciado do problema ou foi feita uma leitura desatenta.
Outras respostas	65,3	No mínimo 67,5% dos alunos não souberam resolver a questão. Este percentual pode e deve ser menor.
Sem resposta	17,6	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

7º
Ano
E.F.

Questão 4

Habilidade avaliada

H02 Estabelecer relações entre números naturais tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de” e reconhecer números primos e números compostos.

Ester utiliza diariamente o trem para ir de casa para o trabalho. Ela sabe que, de segunda a sexta, trens passam de 7 em 7 minutos. Ela costuma pegar o trem que passa às 7 horas. Certo dia, ela acordou atrasada e pegou o trem do primeiro horário depois das 8 horas. Determine o horário em que Ester pegou esse trem.

Resolução Há pelo menos duas maneiras de o aluno resolver o problema:

- 7h, 7h07min, 7h14min, 7h21min, 7h28min, 7h35min, 7h42min, 7h49min. 7h56min, 8h03min →primeiro horário depois das 8h. OU
- minutos: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63 →63min = 1h3min. Somado às 7h temos 8h03min

Resposta: Ester tomou o trem às 8h03min

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 8h03min	13,9	16,6% dos alunos raciocinaram corretamente: um percentual pequeno, provavelmente porque problema deste tipo são pouco trabalhados em classe. Em geral o estudo de horários acaba por ficar restrito à leitura de horas em relógios.
Raciocina corretamente, mas erra em cálculos e dá a resposta de acordo com o erro.	2,7	
Encontra somente 63 min	0,2	Estes alunos não conseguem concluir e perceber que 63min = 1h3min.
Encontra somente 56 min	1,7	Estes alunos não conseguem concluir e perceber que 56min + 7 min = 63 = 1h03min
Outras respostas	66,5	
Sem resposta	14,9	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 5

Habilidade avaliada

H03 Resolver problemas envolvendo as quatro operações básicas entre números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Dois estudantes foram almoçar em um restaurante self-service onde o quilograma da comida custa R$ 20,00. Os dois juntos comeram 900 gramas e beberam 2 refrigerantes a R$ 2,00 cada um. Quando foram pagar a conta, ficaram surpresos com a cobrança dos famosos 10% do garçom. Os garotos argumentaram com o gerente que os 10% não deveriam ser cobrados por se tratar de um self-service. Após alguns minutos de "diálogo", ficou acordado que os garotos pagariam o valor da comida e das bebidas mais 10% das bebidas.

Determine:

a) o valor da primeira conta, isto é, o valor que pagariam se não tivessem reclamado.

Resolução

1 kg = 1000 g. O preço de 1g da comida pode ser obtido em: R$ 20,00 ÷ 1000 g = 0,02 → 900 g custam 900 x 0,02 = 18,00

Em refrigerantes gastaram R$ 4,00. Total da conta: 18,00 + 4,00 = 22 reais

10% de 22,00 = 2,20 → gasto total R$ 24,20

Resposta: Se não tivessem reclamado, os dois estudantes pagariam R$ 24,20.

b) quantos reais a mais eles pagariam se não tivessem negociado com o gerente?

Resolução

Gasto total ≡ valor da comida + 10% de R$ 4,00,

10% de 4,00 = 0,40 → gasto total R$ 22,00 + R$ 0,40 = R$ 22,40 → Gasto a mais: 24,20 – 22,40 = 1,80

Resposta: Se não tivessem negociado com o gerente, os estudantes pagariam R$ 1,80 a mais.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: R$ 24,20 e R$ 1,80	1,2	Este percentual de acerto é muito pequeno mesmo se consideramos o nível de dificuldade médio da questão. Possivelmente o cálculo de 10% de 4 ou 10% de 22 foi considerado difícil para os alunos.
Acerta o item a, mas erra o item b	2,6	
Encontra R$ 22,00, mas erra/esquece os 10%. Erra o item b.	10,5	Estes alunos (13,7%) resolveram parcialmente o problema
Encontra R$ 22,00, mas erra/esquece os 10%. Determina o valor 22,40 do item b.	0,2	
Erra o item a, mas determina 22,40 do item b.	0,4	
Outras respostas	69,7	
Sem resposta	15,4	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

2.2.3. SÍNTESE E CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O DESEMPENHO EM MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

As questões apresentadas aqui como exemplos, somadas às demais questões da prova objetiva, além das abertas, mostraram as **dificuldades dos alunos** em vários níveis, definidos pelos percentuais de acerto nas questões. Assim, o aluno do 7º Ano do ensino fundamental:

Precisa de atenção especial quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

- a simplificação de uma razão. (entre o número de cestas e o de arremessos);
- um polígono cuja soma dos ângulos internos é igual a 540º. (as figuras são as únicas informações);
- um número de dois algarismos que seja múltiplo de dois outros de apenas 1 algarismo;
- situações de proporcionalidade entre grandezas quando expressas em linguagem corrente
- a representação decimal da quarta parte de um litro;
- a figura que mostra a rotação de 180°, em torno de um ponto um prisma hexagonal na foto de favos de uma colmeia;
- quando o giro de um segmento de reta inclinado em relação a um eixo horizontal foi no sentido horário e menor que 90º;
- a forma fracionária de 0,25;
- a representação decimal de frações como ¾;
- situações de proporcionalidade em que as variações das grandezas envolvidas estão apresentadas em tabela;

Reconhecer a definição do número π em função da definição do comprimento da circunferência $C = 2\pi R$.

Subtrair um número racional na forma fracionária ou na forma decimal de um número natural. (como 0,789 de 2 e 1/5 de 2).

Simplificar expressão numérica envolvendo adição e subtração de frações.

Determinar

- a escala utilizada em uma planta baixa. (4 cm para representar 4m);
- o número resultante de orientações que envolvem cálculos com as quatro operações e números positivos e negativos.

Calcular

- o quociente entre dois números decimais como 4,5 por 0,3;
- a medida do ângulo do giro que um ponteiro de relógio faz em 15 minutos;
- o valor de expressão numérica envolvendo adição e subtração de números decimais. (com até duas casas decimais);
- o perímetro do polígono composto por quadrados, conhecidas as medidas dos lados de cada quadrado que forma o desenho;

Extrair informações a partir de dados apresentados em tabela simples de dupla entrada.

Traduzir em linguagem corrente o significado de uma sentença algébrica do tipo $2x - x/2 = 6$.
Resolver problema envolvendo

- divisão e subtração com números naturais;
- dados apresentados em um gráfico de pontos;
- multiplicação (princípio de contagem);
- troca da posição de algarismo em um número;
- relação de proporcionalidade e regra de três;
- multiplicação subtração de números naturais;
- a divisão de 500 por 5,5;
- diagrama de árvore em situação de contagem.

Precisa melhorar quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

- a transformação em gramas de uma medida expressa em kg (como 3,45 kg em gramas);
- a fração de uma hora que corresponde a 15 minutos;
- figura simétrica a uma outra dada por meio de uma reta (reflexão em reta);
- os poliedros em um conjunto de sólidos geométricos (pirâmide, cone, paralelepípedo, cilindro);
- o número de vértices de uma pirâmide de base hexagonal mostrada na figura;
- um paralelepípedo dentre quatro sólidos geométricos representados em uma figura;
- a fração associada à parte destacada de uma figura;
- a forma cilíndrica de um objeto mostrado em uma figura;
- o número de quatro algarismos, dado o valor de um de seus algarismos;
- dentre sólidos representados em uma figura, aquele que apresenta seis faces e seis vértices;
- triângulo cujas medidas de seus ângulos internos, assinaladas no desenho, estão corretas;
- a escrita de um número por meio de algarismos quando expressos por extenso como sete unidades de milhar mais três unidades;
- a forma fracionária de um número decimal (como 1,2);
- o gráfico (de linha) associado aos dados de uma tabela simples de dupla entrada.

Calcular

- resultado de uma expressão com números inteiros do tipo (–2) x (–1) x (–5);
- a chance de uma roleta apresentar um determinado resultado;
- o perímetro de um polígono composto por um retângulo e por um quadrado, conhecidas as medidas dos lados desses polígonos;
- o resultado uma expressão envolvendo multiplicação com números decimais (como a multiplicação de 0,22 por 5).

Determinar a medida do ângulo de 180° associado a um giro descrito em texto e figura.

Resolver problema envolvendo

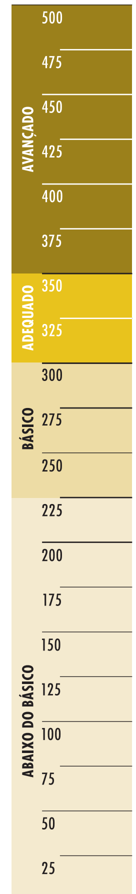
- triângulo e as medidas de seus ângulos internos;.
- a escala 1:10 000 000;
- multiplicação (princípio de contagem);
- conversão de medidas em mililitro para litro;
- conversão de medidas com unidade "palmo" em centímetros;.
- dados apresentados em uma tabela simples de dupla entrada;
- equação do 1° grau;
- dados apresentados em um gráfico de linha. (registro de variação de temperatura);
- conversão de polegadas em centímetros. (dado o valor da polegada);
- cálculo de probabilidade simples. (retirada de bola de um saco);
- a multiplicação de inteiro por um número decimal (uma casa);
- contagem por meio de diagrama de árvore;
- a identificação da forma decimal de "3 pedaços e meio".

Tem um bom desempenho, (ainda que um percentual significativo de alunos apresente dificuldades) quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

- a planificação de uma caixa na forma de um paralelepípedo;
- uma pirâmide em um conjunto de poliedros;
- o gráfico setorial associado aos dados de uma tabela simples de dupla entrada;
- o gráfico (histograma) associado aos dados de uma tabela de dupla entrada;
- um número de três algarismos sendo conhecidos os valores relativos de cada um (como 4, 7 e 5 em que o 7 vale 700 unidades e o 4 vale 40 unidades).

Resolver uma equação do 1° grau do tipo $9x – 3 = 3 (2x – 10)$.



2.3. ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

5º Ano
Ensino Fundamental

7º Ano
Ensino Fundamental

9º Ano
Ensino Fundamental

3ª Série
Ensino Médiio

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO <225

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 34,9%

NÍVEL BÁSICO 225 a <300

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 56,6%

Descrição das habilidades no nível

- Resolvem problema envolvendo a representação decimal de 1/4.

NÍVEL ADEQUADO 300 a <350

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 7,7%

Descrição das habilidades no nível

Resolvem problema envolvendo

- compra e venda, descontos e aumentos dados em percentuais;
- triângulos semelhantes para o cálculo de medida de comprimento de um dos lados;
- a representação decimal de uma porcentagem;
- cálculo de lucro/prejuízo;
- o cálculo da área de um retângulo;
- a determinação de uma fração envolvendo a ideia parte-todo (área ocupada pelas casas pretas de um tabuleiro de xadrez em relação à área total do tabuleiro mostrado em uma figura);
- o cálculo da taxa percentual que corresponde à transformação de um dado valor em outro (redução de uma quantidade para outra).

NÍVEL AVANÇADO ≥350

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 0,8%

Descrição das habilidades no nível

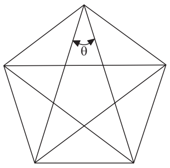
- Localizam um ponto em uma reta numérica que corresponde a um número irracional como $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ em uma reta em que estão assinalados apenas -2, -1, 0, 1, 2);

Identificam

- a notação científica correspondente a um número menor que 1 (como de 0,007);
- um valor aproximado de $\sqrt{1800}$ m (é dado $\sqrt{2} \cong 1,4$);
- o segmento que representa o raio de uma circunferência.

Calculam

- a medida de dois ângulos em um triângulo isósceles, sendo conhecida a medida de um dos ângulos;
- a medida do ângulo marcado na figura do pentágono regular.



Resolvem problema envolvendo

- a representação de quatro pontos no sistema cartesiano para então identificar qual deles está mais distante de um quinto ponto dado;
- a identificação de um sistema de duas equações e duas incógnitas que traduz uma determinada situação;
- o teorema de Pitágoras e o cálculo de $\sqrt{20}$. (é dado um valor aproximado de $\sqrt{5}$);
- metro cúbico e litro;
- o raciocínio combinatório. (numero possível de placas de automóvel em um a determinada configuração);
- contagens;
- a resolução de um sistema do 2º grau como $\begin{cases} y = \frac{x}{2} \\ 2x + y = 60 \end{cases}$

9º
Ano
E.F.

2.3.1. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2009 POR NÍVEL DE PROFICIÊNCIA – 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: < 225

Os itens avaliados para medir o desempenho neste nível não podem ser divulgados porque são de reserva técnica.

NÍVEL BÁSICO: 225 a <300

Exemplo 1

Habilidade avaliada

H01 Reconhecer as diferentes representações de um número racional.

Ao pesar $\frac{1}{4}$ de quilograma de salame, a balança mostrou

(A) **0,250 kg.**
(B) 0,125 kg.
(C) 0,150 kg.
(D) 0,500 kg.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	45,9	27,1	18,3	8,7

Comentários

O problema pede a representação decimal da fração 1/4 que o aluno obtém fazendo 1 ÷ 4 = 0,250 ou seja, a quarta parte de 1 kg é equivalente a 250 g. Menos da metade dos alunos (cerca de 46%) assinalou a resposta correta A. Este percentual de acerto é muito pequeno considerando o pequeno nível de dificuldade da questão e o ano em análise. Os demais (54%) possivelmente desconhecem os fatos:

$\frac{1}{4} = 0{,}25 = 0{,}250$ *e **0,250 kg = 250g** - conteúdos trabalhados desde a 4ª e 5ª séries.*

500
475
450
425
400
375
350
325
300
BÁSICO 275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

9º Ano E.F.

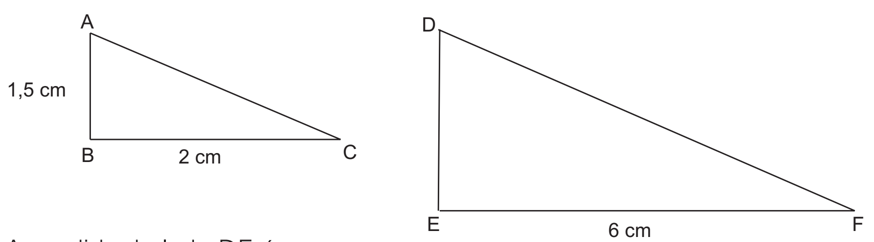
NÍVEL ADEQUADO: 300 a <350

Exemplo 2

Habilidade avaliada

H30 Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo triângulos semelhantes.

Na figura abaixo há dois triângulos semelhantes. As figuras não estão desenhadas em escala.



A medida do lado DE é:

(A) 5,6 cm.

(B) 8 cm.

(C) **4,5 cm.**

(D) 3 cm.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	18,5	15,9	37,2	28,4

Comentários

O aluno pode resolver o problema utilizando o conceito de semelhança de triângulos:
Dois triângulos são semelhantes se:

- ✓ *todos os ângulos correspondentes são iguais e,*
- ✓ *os lados que ocupam posições correspondentes têm medidas proporcionais.*

No caso da questão em análise, chamando de x a medida do lado AD temos:

$\frac{x}{1,5} = \frac{6}{2}$ *→ x = (1,5 .6)/2 = 4,5 cm, alternativa C, opção de 37,2% dos alunos.*

Alguns alunos usaram a proporcionalidade de medidas (15,9% em B), mas não consideraram que esta proporcionalidade se refere às medidas de lados nas posições correspondentes. Os alunos que escolheram B, provavelmente consideraram a medida de DE/2 = 6/1,5, obtendo 8 cm.
Os percentuais relativamente altos associados aos distratores mostram que cerca de 63% dos alunos não dominam o conceito de semelhança de triângulos, que é de importância fundamental na solução de muitos problemas de geometria e de medidas.

Exemplo 3

Habilidade avaliada

H16 Resolver problema que envolva porcentagem.

Uma máquina fotográfica custava R$ 500,00. No dia dos pais, numa promoção, foi vendida com um desconto de 10% e, logo depois, em cima do novo preço sofreu um aumento de 10%.

O seu preço atual, em reais, é

(A) 450,00.

(B) 475,00.

(C) **495,00.**

(D) 515,00.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	19,2	17,3	34,8	28,8

Comentários

Para resolver o problema o aluno deve calcular duas porcentagens, uma do desconto e a outra do aumento: Preço da máquina na promoção: 500 – 10% de 500 = 500 – 50 = 450
Preço com o novo aumento: 450 + 10% de 450 = 450 + 45 = 495 reais, alternativa C assinalada por 34,8% dos alunos. As demais opções com índices significativos de escolha, mostram que cerca de 65% dos alunos possivelmente não compreenderam o enunciado do problema ou, não sabem calcular porcentagens.

500
475
450
425
400
375
ADEQUADO
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

9º
Ano
E.F.

500
475
450
425
400
375
350
325 ADEQUADO
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 4

Habilidade avaliada

H16 Resolver problema que envolva porcentagem.

Com o uso do carro novo que comprou, João reduziu de 25 para 20 litros a quantidade de combustível que gastava para visitar sua avó. Percentualmente, o consumo do João foi reduzido de:

(A) 10%

(B) **20%**

(C) 30%

(D) 40%

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	44,2	35,8	10,4	9,6

Comentários

Esta questão foi escolhida como exemplo, porque trabalha com um raciocínio sobre porcentagem, diferente do que foi utilizado para a solução do problema anterior, exemplo 3. O aluno pode resolver de maneiras diferentes:
ou calcula que parte de 25 é 5 (redução de 25 litros para 20): 5/25 = 1/5 = 0,20 = 20%
ou, aplica
25 ------ 100
5 --------x x = (5x100)/25 = 20%
Optaram pela alternativa correta B cerca de 36% dos alunos. Os demais (64%) escolheram alternativas que não permitem levantar hipóteses consistentes sobre o raciocínio que fizeram. Comparando-se os níveis de dificuldade desta questão com a anterior (exemplo 3). pode-se constatar que o desta é maior. A questão anterior é mais fácil, uma vez que trabalha com o uso mais comum de porcentagem. No entanto, esta questão (exemplo 4) foi resolvida corretamente por um número maior de alunos. Observe-se que os que marcaram os distratores não tiveram o cuidado de verificar se sua resposta foi um percentual que, aplicado a 25 resultou 5; da mesma forma também podemos pensar que, provavelmente, alguns alunos que acertaram "experimentaram" os valores de todas as alternativas.

9º Ano E.F.

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H15 Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).

Um comerciante compra uma dúzia de certo produto por R$ 144,00 e vende cada unidade por R$ 17,50. Comprando e vendendo 20 dessas unidades ele terá

(A) lucro de R$ 35,00.

(B) prejuízo de R$ 35,00.

(C) **lucro de R$ 110,00.**

(D) prejuízo de R$ 110,00.

GAB	% de resposta			
	A	**B**	**C**	**D**
C	34,3	17,2	40,2	8,3

Comentários

Uma das maneiras de resolver o problema é calcular o valor unitário de compra e, calcular o que ocorre com a venda de 20 produtos:
Valor de compra de cada produto: 144,00 ÷ 12 = 12,00
Total gasto na compra de 20 produtos: 20 x 12,00 = 240,00
Total obtido da venda de 20 produtos: 20 x 17,50 = 350,00
O comerciante ganhou mais com a venda do que com a compra, tendo um lucro de 350,00 – 240,00 = 110,00.
Outra maneira é calcular o lucro unitário, 17,50 – 12,00 = 5,50 e multiplicar por 20 (5,50 x 20 = 110,00) e assim obter diretamente o lucro com a venda dos 20 produtos.
A alternativa correta C foi escolhida por apenas cerca de 40% dos alunos. Os que marcaram A (significativos 34,3% dos alunos) possivelmente fizeram 20 x 17,50 e, talvez por erro na regra da multiplicação por um número decimal, obtiveram 35,00.
Um percentual de 60% de alunos não conseguiu resolver este problema; índice muito alto para o ano considerada e o nível baixo de dificuldade do problema, sobretudo porque esse tipo de problema é bastante explorado em sala de aula.

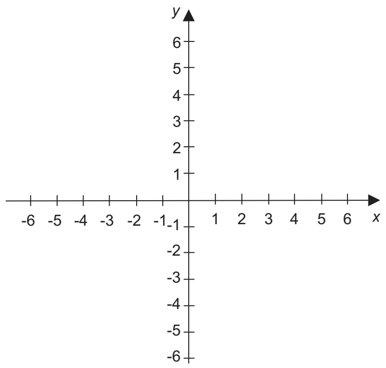
NÍVEL AVANÇADO: ≥350

Exemplo 6

Habilidade avaliada

H28 Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.

Represente no sistema cartesiano os pontos M(–1,2), N(2,1), P(–1,–3) e Q(3,1).



Dentre estes pontos, o mais distante do ponto (3, –4) é:

(A) M.

(B) N.

(C) P.

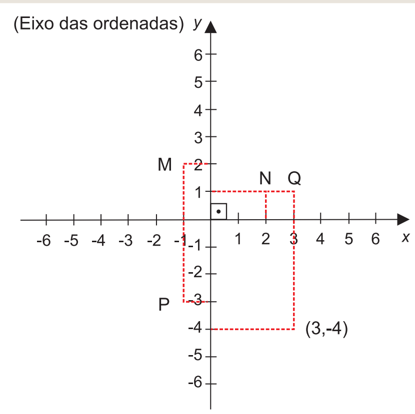
(D) Q.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	30,0	20,3	27,2	22,5

Comentários

Representando os pontos no sistema cartesiano, o aluno identifica o ponto M(-1,2) como o ponto mais distante de (3,- 4).

Apenas 30% dos alunos assinalou a alternativa correta A e, os significativos percentuais alocados nos distratores mostram que 70% dos alunos do 9º ano apresentam dificuldades na representação de pontos no referencial cartesiano. Nesta questão, o desempenho dos alunos não apresentou um bom resultado. O trabalho com a localização de pontos em referências está proposto para ser desenvolvido desde o 5º ano (por ex., jogando "batalha naval", para disparar um tiro que atinja um alvo do adversário, o jogador diz um número e uma letra para representar a posição do tiro).



9º Ano E.F.

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H27 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

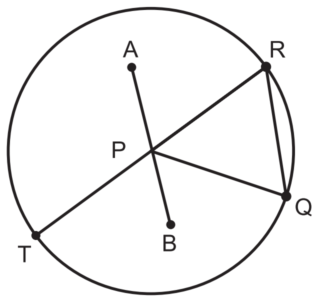
Na circunferência da figura, um segmento que representa o raio é:

(A) $\overline{AB}$

(B) $\overline{RQ}$

(C) $\overline{PQ}$

(D) $\overline{TR}$



GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	24,1	18,6	19,8	36,5

Comentários

Percentuais significativos de opção pelos distratores A, B e D, mostram que cerca de 80% dos alunos não identificam o segmento de reta que define o raio de uma circunferência. Os que marcaram D, por exemplo, confundem o diâmetro com o raio. Apenas 20% dos alunos assinalaram a correta C, resultado ruim para avaliar o domínio de um conceito básico.

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H11 Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.

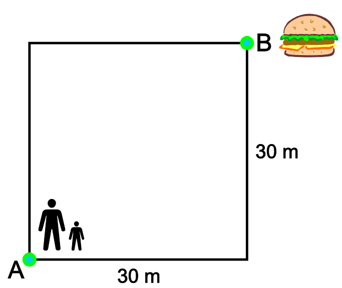
Para ir do ponto A ao ponto B tomar um lanche, Carlos calculou que deverá andar $\sqrt{1800}$ m. Isso quer dizer que deverá caminhar mais de

(A) **41 m.**

(B) 48 m.

(C) 50 m.

(D) 60 m.



Considere $\sqrt{2} \cong 1{,}4$.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	17,6	19,1	13	50,3

Comentários

Esta questão está posta para avaliar se o aluno sabe estimar distâncias, usando valores aproximados de radicais.

$\sqrt{1800} = \sqrt{2^3.3^2.5^2} = \sqrt{2.2^2.3^2.5^2} = 2.3.5\sqrt{2} \cong 30\sqrt{2} \cong 30 \times 1{,}4 = 42$, *alternativa A, opção de 17,6% dos alunos.*

Metade dos alunos (alternativa D) provavelmente não fez uma leitura atenta ou compreensiva porque, sequer consideraram a distância de $\sqrt{1800}$ *m a ser percorrida e, simplesmente somaram as distâncias 30 m e 30 m como aparece na figura que ilustra o problema (que, aliás, não precisa ser utilizada para a solução). Os que optaram por B e C podem ter errado os cálculos ou os procedimentos para trabalhar com radicais, ou ainda, escolheram as alternativas ao acaso. De qualquer forma, o resultado com cerca de 82% de alunos sem o domínio destas habilidades pode ser melhorado com o aumento de atividades diversificadas para a compreensão dos conceitos e fixação dos procedimentos envolvidos.*

Exemplo 9

Habilidade avaliada

H09 Utilizar a notação científica como forma de representação adequada para números muito grandes ou muitos pequenos.

O diâmetro de um glóbulo vermelho de sangue mede 0,007 milímetros. Esse número, escrito em notação científica, corresponde a

(A) 7×10^3 milímetros.

(B) **7×10^{-3} milímetros.**

(C) $0{,}7 \times 10^{-3}$ milímetros.

(D) $0{,}7 \times 10^{-4}$ milímetros.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	24,1	22,0	28,3	25,6

Comentários

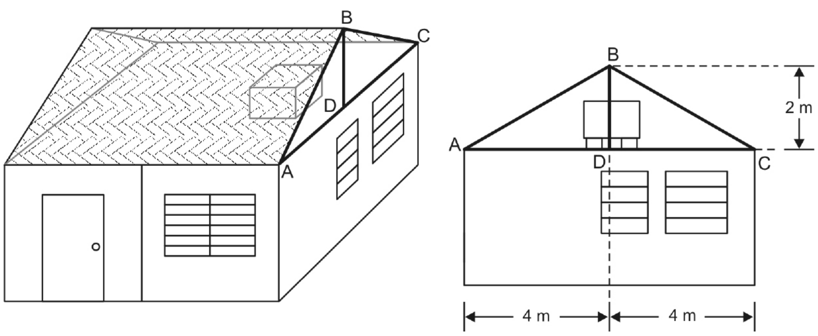
Muitas vezes precisamos reduzir a escrita de números muito grandes ou muito pequenos e, para isto usamos o que é denominado de "notação científica" que faz uso das potências de 10. Um número na escrita (notação) científica é sempre da forma ***n.10***^{x}*, onde x é um expoente inteiro (positivo ou negativo) e n é um número entre 1 e 10.*
0,007 = 7/1000 = $7/10^{3} = 7.10^{-3}$*, alternativa B, escolhida por 22% dos alunos. Um percentual significativo de alunos (78%) não domina as técnicas e procedimentos de escrita de um número em notação científica.*

Exemplo 10

Habilidade avaliada

H36 Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras).

Na casa ilustrada, a estrutura de madeira que sustenta o telhado apoia-se na laje. Devem-se dispor caibros (peças de madeira) na vertical, indo da laje ao ponto mais alto do telhado, como a peça BD da ilustração. Devido à presença da caixa d'água, essas peças são cortadas com dois metros de comprimento e postas a meia distância das extremidades A e C da laje. Assim, ABD é um triângulo retângulo de catetos quatro metros e dois metros.



O comprimento da peça de madeira com extremidades em A e em B é, aproximadamente, de

(A) 5 metros.

(B) 7,05 metros.

(C) 5,19 metros.

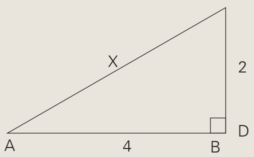
(D) **4,48 metros.**

Dados		
$\sqrt{2} \cong 1{,}41$	$\sqrt{3} \cong 1{,}73$	$\sqrt{5} \cong 2{,}24$

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
D	25,8	26,6	25,7	21,9

Comentários

Uma leitura atenta pode mostrar ao aluno que o comprimento da peça de madeira com extremidades em A e em B é a medida da hipotenusa do triângulo retângulo BAD da figura:



$x^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$x = \sqrt{20} = \sqrt{2^2.5} = 2\sqrt{5} \cong 2 \,.\, 2{,}24 =$ 4,48 → alternativa D, opção de apenas cerca de 22% dos alunos.

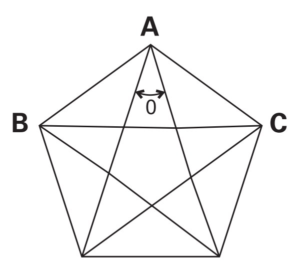
Os distratores foram escolhidos por percentuais significativos de alunos que, somados perfazem 78%. Provavelmente esses alunos complicaram-se na interpretação do enunciado, ou não sabem aplicar o teorema de Pitágoras, ou ainda, erraram nos cálculos do valor aproximado de $\sqrt{20}$ *. Podem também ter interpretado que a informação sobre os dados (valores aproximados das raízes quadradas de 2, 3 e 5) deveriam ser todos utilizados. Na prática de sala de aula, geralmente o professor não escreve no quadro negro um enunciado longo como esse; em geral explica oralmente o problema, desenha a figura e fornece apenas o valor da raiz quadrada do número que o aluno deverá utilizar. Por isso, apesar de o problema reduzir-se a uma simples aplicação do teorema de Pitágoras, a proposição de um maior número de situações-problema envolvendo a leitura de enunciados mais longos e explicativos como o da questão em análise, pode favorecer o melhor desempenho dos alunos.*

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H29 Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).

O pentagrama (estrela de cinco pontas) foi obtido unindo-se os vértices de um pentágono regular.



A medida do ângulo θ destacado na figura é:

(A) 30º

(B) 36º

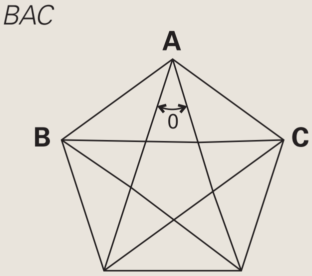
(C) 40º

(D) 45º

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	36,9	26,0	19,6	17,5

Comentários

Uma das maneiras de resolver o problema é observar que temos a medida do ângulo **θ** *como sendo a terça parte da medida do ângulo BAC. Para determinar a medida do ângulo BAC usamos:*



soma dos ângulos internos = (n – 2). 180º
onde n é o número de lados do polígono regular. No caso deste problema a soma dos ângulos internos do pentágono é dada por
(5 – 2) x 180º = 3 x 180º = 540º.
A medida do ângulo BAC é obtida de 540º/5 = 108º
e **θ** *= 108º/3 = 36º*
alternativa B
opção de 26% dos alunos. Os que marcaram A (cerca de 37%) consideraram o ângulo BAC de medida 90º
um ângulo reto. As demais alternativas não permitem o levantamento de hipóteses consistentes sobre os erros.

Exemplo 12

Habilidade avaliada

H06 Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

Num campeonato de futebol, os times ganham 3 pontos em cada vitória, 1 ponto por empate e 0 ponto por derrota. O time Cruzadão participou de 50 jogos e fez 54 pontos, tendo perdido 12 jogos.
Chame de ***v*** o número de jogos que Cruzadão venceu, ***d***, o número de jogos em que foi derrotado e ***e***, os jogos em que houve empate.

Assinale a alternativa que mostra corretamente o sistema de equações que representa essa situação.

(A) $\begin{cases} v + e = 50 \\ 3v + 1e = 54 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} v + e + 12 = 50 \\ 3v + 1e = 54 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} v + e + d = 54 \\ 3v + e + 0d = 50 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} v + e + 0.12 = 50 \\ 3v + 1e = 54 \end{cases}$

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
B	17,4	34,2	33,7	14,7

Comentários

Esta questão trata de avaliar uma das mais importantes habilidades que devem ser desenvolvidas no ensino básico: o domínio da linguagem matemática, em particular a linguagem algébrica.
Para resolver a questão proposta, o aluno deve traduzir o problema para a linguagem algébrica ,escrevendo o sistema de equações que o representa. Pouco mais de um terço dos alunos mostraram dominar esta linguagem (no âmbito deste problema) quer, construindo as equações, quer "testando" as alternativas. Os distratores foram marcados, no total, por 66% dos alunos e mostram suas dificuldades na transposição das linguagens. Parece que os alunos trouxeram essas dificuldades possivelmente já manifestadas em séries anteriores, para o 9º ano. Pela importância do tema, vale a pena colocar a mesma reflexão feita quando da análise de uma questão da prova do 7º ano:
A linguagem algébrica pode formalizar os primeiros passos do aluno rumo à abstração e à generalização, à modelagem, além de possibilitar o conhecimento e o domínio de ferramentas poderosas para a resolução de problemas. Como toda linguagem, a álgebra tem o seu vocabulário, significados matemáticos de palavras e expressões, representados por símbolos universais. A introdução da linguagem algébrica é um dos passos mais importantes da formação escolar matemática do aluno: o momento introdutório trabalha com a passagem do concreto para o abstrato – concreto aqui entendido como o aprendizado contextualizado dos números, suas propriedade, operações, procedimentos e algoritmos numéricos (aritmética) e, abstrato para falar das letras, símbolos, variáveis, modelos, fórmulas, algoritmos e procedimentos algébricos. Esta passagem é um momento de transição que exige cuidado do professor e amadurecimento do aluno (no caso, grau de abstração). Em geral o que ocorre é que nossos alunos recebem uma álgebra já pronta, descontextualizada, e recheada de símbolos e incógnitas que não fazem o menor sentido para os alunos. A linguagem algébrica não é um amontoado de regras e de instruções "siga este modelo"; ela precisa ser construída com o aluno até que ele seja capaz de atribuir significado e saiba expressar as relações entre as variáveis.
*A transição referida tem início no 7º ano, como preparação para os conteúdos de Álgebra que ocupam boa parte da proposta curricular das séries subsequentes. Como sempre e nos demais temas matemáticos, a introdução à Álgebra é construída com base em uma boa intepretação de texto (em linguagem corrente) e, na realização de muitas atividades com exercícios de linguagem algébrica para fixação do vocabulário e das regra*s.

Exemplo 13

Habilidade avaliada

H44 Resolver problemas envolvendo processos de contagem; princípio multiplicativo.

Amanda, Bianca, Carolina, Diana, Érica e Flávia gostariam de dançar com Leo. Ele queria escolher uma para dançar valsa e outra para dançar tango.
A quantidade de escolhas distintas que Leo poderia fazer é
(A) 6.
(B) 12.
(C) **30.**
(D) 36.

GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
C	45,5	38,7	8,5	7,3

Comentários

Há indicações das propostas curriculares e de livros didáticos para que problemas envolvendo o princípio multiplicativo de contagem sejam propostos aos alunos , desde a 4ª/5ª série, como determinar, por exemplo, o número de diferentes pedidos que podem ser feitos em uma lanchonete, sabendo os tipos de pães, recheios e bebidas ou, o total de combinações possíveis de saias e blusas, sabendo as quantidades de saias e blusas. É provável que alunos que não aprenderam este princípio em séries anteriores, trouxeram para a 8ª/9ª suas dificuldades. Apenas 8,5% dos alunos resolveram corretamente a questão:

Para cada uma das 6 meninas que Leo pode escolher para dançar valsa, há 5 opções de escolha para ele dançar tango, em um total de 6 x 5 = 30 possibilidades de escolhas diferentes. Podemos supor como pensaram os alunos que optaram pelos distratores (91,5%) e suas opções refletem pelo menos uma leitura desatenta do enunciado: não consideraram que Leo " ,queria escolher uma para dançar valsa e outra para dançar tango"

Quem marcou A (45,5%), pode ter concluído que havendo 6 meninas, o total de possibilidades seria 6; os que assinalaram B (38,7%) pensaram em 6 para a valsa mais 6 para o tango; finalmente quem optou por D aplicou a multiplicação, mas considerou que Leo poderia dançar as duas modalidades com a mesma menina.

Certamente o professor deve propor aos seus alunos situações diversificadas envolvendo contagens de modo a favorecer a compreensão do princípio multiplicativo pelo aluno.

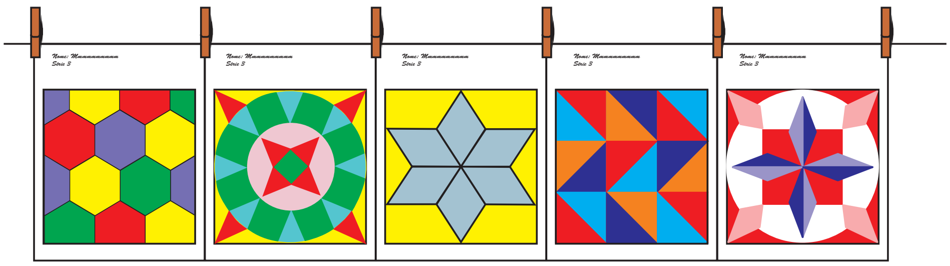
2.3.2. ANÁLISE DE RESULTADOS DE QUESTÕES ABERTAS DE MATEMÁTICA - 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Questão 01

Habilidade avaliada

H20 Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do primeiro grau.

Na aula de Matemática, a turma de Juliana desenhou mosaicos utilizando figuras geométricas. Ao final da aula, todos os desenhos decoraram a sala. Utilizando um fio e pregadores de roupa, os alunos foram prendendo seus desenhos, um ao lado do outro, como mostra a figura.



a) Escreva a função *y* que expressa a quantidade de pregadores utilizados para prender x desenhos, do mesmo jeito mostrado na figura.

Resolução
Basta observar que para prender 5 (x) desenhos foram necessários 6 (y) pregadores.
$y = x + 1$

Resposta: A função que associa o número y de pregadores para x desenhos é dada por
$y = x + 1$.

b) Qual é a quantidade de pregadores necessária para prender, como mostra a figura, 24 desenhos?

Resolução e Resposta: Para prender 24 desenhos serão necessários 25 pregadores.

9º
Ano
E.F.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: y = x + 1 e 25.	5,1	
O aluno respondeu corretamente apenas o item a.	0,6	Resultado estranho visto que estes alunos teriam acertado o "mais difícil". Pode ter ocorrido que eles não tenham visto/ou esqueceram-se do item b.
O aluno não respondeu o item a, mas encontrou a resposta do item b por tentativas.	23,6	Este índice de acertos, apenas no item b, refere-se ao total de alunos (pequeno) que compreenderam o problema, mas começam a apresentar dificuldades no uso da linguagem algébrica. No caso, dificuldades em generalizar o raciocínio feito para 5 desenhos e 6 pregadores para a expressão (função) algébrica que expressa o problema do total de pregadores (y) para qualquer valor de x (número de desenhos). Este percentual é muito pequeno face ao nível baixo de dificuldade do item b e a série cursada pelos alunos.
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	38,5	
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	32,3	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 02

Habilidade avaliada

H32 Calcular o volume de prismas em diferentes contextos.

Um aquário possui o formato de um bloco retangular, cujas dimensões da base são 50 cm e 20 cm, e a água contida em seu interior está atingindo um nível de altura 15 cm (Figura 1). Mergulhando, a seguir, 5 bolas coloridas de metal, de volumes iguais, o nível de água do aquário atinge uma altura de 25 cm (Figura 2).

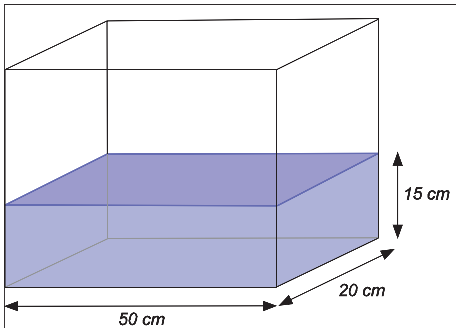


Figura 1

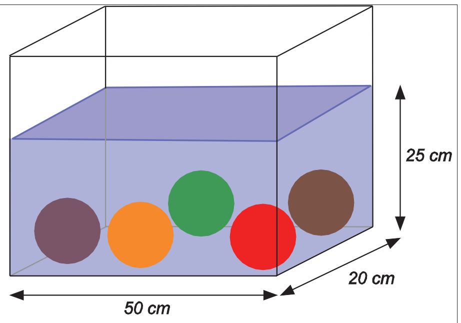


Figura 2

Calcule o volume, em cm^3, ocupado por cada bola.

Resolução

Volume ocupado pela água na figura 1 → 50 cm x 20 cm x 15 cm = 15000 cm^3

Volume ocupado pela água na figura 2 → 50 cm x 20 cm x 25 cm = 25000 cm^3

Volume ocupado pelas 5 bolas → 25000 cm^3 – 15000 cm^3 = 10000 cm^3. Portanto, cada bola ocupa um volume de 10000 cm^3 ÷ 5 = 2000 cm^3.

Resposta: Cada bola ocupa um volume de 2000 cm^3.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 2000 cm^3	3,9	Este percentual de acerto é muito pequeno visto ser um problema de média dificuldade e para a 8º série. Por exemplo, em uma classe de 30 alunos provavelmente apenas dois deles acertariam a solução.
O aluno calcula apenas o volume ocupado pela água na figura 1: 15 000 cm^3 ou apenas o volume ocupado pela água na figura 2.	2,1	Erros devido a raciocínio incompleto ou desatenção?
O aluno consegue calcular o volume ocupado por todas as bolas (10 000 cm^3), mas não divide por cinco para calcular o volume ocupado por cada bola.	0,9	
O aluno calcula a área lateral ou a soma das medidas apresentadas ou adota outro procedimento como sendo a medida do volume.	6,8	Erro conceitual.
Resposta errada, que não contempla as respostas anteriores.	50,0	
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	36,3	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 03

Habilidade avaliada

H15 Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).

Três escoteiros participavam de uma competição de orientação na mata. Ao alcançarem um determinado ponto do percurso, eles se depararam com um carretel de corda e a seguinte orientação:

Para prosseguir no trajeto, vocês necessitarão utilizar corda.
Dividam a corda igualmente entre vocês!

O primeiro escoteiro a chegar pegou 1/3 da corda e continuou seu caminho. O segundo escoteiro, achando que era o primeiro a chegar a esse ponto, também pegou 1/3 da corda que ficou no carretel e seguiu seu rumo. O terceiro escoteiro, mais cansado que os demais, percebendo que era o último, pegou os 40 m restantes e foi embora.

a) Que fração inicial da corda o segundo escoteiro pegou?

Resolução

O primeiro escoteiro pegou $\frac{1}{3}$ da corda e restou $\frac{2}{3}$; o segundo pegou $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$, portanto $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$.

Resposta: O segundo escoteiro pegou $\frac{2}{9}$ da corda.

b) Quantos metros de corda havia no carretel?

Resolução ***(uma das maneiras de resolver)***

Até este ponto os dois escoteiros pegaram $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3+2}{9} = \frac{5}{9}$ de corda.

Sobrou $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ de corda, equivalente a 40 metros do terceiro escoteiro. Então $\frac{1}{9} \equiv$ 10m. Portanto toda a corda do carretel media 9 x 10 m = 90 m.

Resposta: A corda do carretel media 90 m.

9º
Ano
E.F.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: $\frac{2}{9}$ e 90 m.	1,0	Um percentual de acerto muito pequeno para alunos do 9º ano. Acumulam-se nesta fase de escolaridade as dificuldades com frações: conceitos e cálculos.
Parcialmente certa: responde corretamente o item a, efetua a soma 1/3 + 2/9 = 5/9, mas não consegue concluir sobre a fração correspondente à parte do segundo escoteiro.	0,5	Estes alunos conseguem determinar 2/9, a parte da corda tomada pelo segundo escoteiro, mas não associam esta fração ao total, em relação à corda, que este escoteiro pegou.
Parcialmente certa: responde corretamente o item a; efetua a soma 1/3 + 2/9 = 5/9; conclui que a fração correspondente é 5/9.	0,1	Estes alunos conseguem determinar 2/9, a parte da corda tomada pelo segundo escoteiro e concluem erradamente. O que teriam pensado sobre o que os 2/9 da corda representavam?
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	64,5	
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno).	33,9	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 04

Habilidade avaliada

H42 Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.

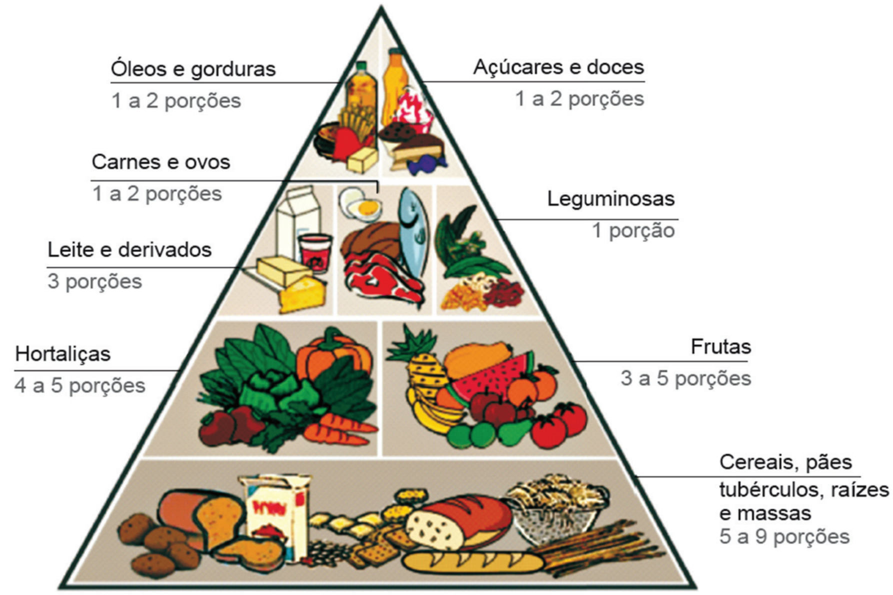
Uma pirâmide alimentar indica as porções diárias que devem ser ingeridas de cada tipo de alimento.
Se cada porção dos alimentos da base da pirâmide corresponde a 150 kcal para um adulto, determine as doses diárias de calorias (mínima e máxima) provenientes desse tipo de alimento, recomendadas para um adulto.

Resolução
Este problema envolve inicialmente, a interpretação da figura Pirâmide Alimentar. Na base da pirâmide lê-se que a ingestão diária de cereais, pães, tubérculos, raízes e massas deve ser no mínimo de 5 porções e no máximo de 9.

Cada porção corresponde a 150 kcal. Portanto a dose mínima diária destes alimentos deve ser de 5 x 150 kcal = 750 kcal e, a dose máxima diária, de 9 x 150 kcal = 1350 kcal.

9º Ano E.F.

Resposta: As doses diárias de calorias (mínima e máxima) provenientes da ingestão de cereais, pães, tubérculos, raízes e massas, recomendadas para um adulto, deve ser, respectivamente de 750 kcal e 1350 kcal calorias.



Fonte: www.colegiosaofrancisco.com.br

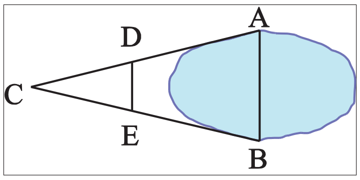
Grade de correção	%	Comentários
Certo: 750 kcal e 1350 kcal	8,1	Pequeno o percentual de acerto para este problema, possivelmente devido a desatenção na leitura, a não compreensão do texto e/ou da figura. De qualquer forma, um percentual indevido para o nível da questão (fácil) e do ano cursado.
O aluno acerta apenas a dose mínima ou a dose máxima.	2,5	Podemos supor que cerca de 11% dos alunos compreenderam o problema e o que foi solicitado.
O aluno raciocina corretamente, mas erra em cálculos.	0,1	
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave).	49,2	
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno).	40,0	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 05

Habilidade avaliada

H30 Resolver problemas em diferentes contextos, envolvendo triângulos semelhantes.

Para calcular a largura de um lago, um agrimensor prendeu estacas nos pontos A e B em cada lado do lago, prendeu cordas nessas estacas e juntou as pontas no ponto C, como se vê na figura.



Usando instrumentos adequados, conseguiu prender estacas nos pontos D e E, de modo que AB fosse paralelo a DE.

Depois ele mediu as distâncias: CE = 120 m, EB = 180 m e DE = 100 m. Qual a largura AB do lago?

Resolução

Usando a propriedade da proporcionalidade das medidas para os triângulos CED e CBA temos

300 ------ 120

x ------ 100

$$x = \frac{300.100}{120} = 250 \text{ metros.}$$

Resposta: A largura do lago é de 250 m.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 250 m.	2,8	O percentual de alunos (3,3%) que raciocinaram corretamente e aplicaram a propriedade adequada de triângulos semelhantes é muito pequeno face o nível baixo de dificuldade do problema e do ano cursado. Além disso, a situação problema apresentada na questão é certamente um exemplo clássico do uso dos triângulos e trabalhada em sala de aula.
O aluno monta a regra de três corretamente, mas erra nos cálculos.	0,5	
O aluno usa 180 em vez de 300 e encontra 150 m como resposta	6,5	Erro conceitual: os alunos trabalharam envolvendo a proporcionalidade de EB, CE, DE e AB.
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave)	54,3	Pelo menos em torno de 61% dos alunos não sabem/compreendem o uso das propriedades de triângulos semelhantes.
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno)	35,9	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

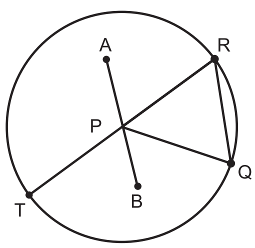
9º Ano E.F.

2.3.3. SÍNTESE E CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O DESEMPENHO EM MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

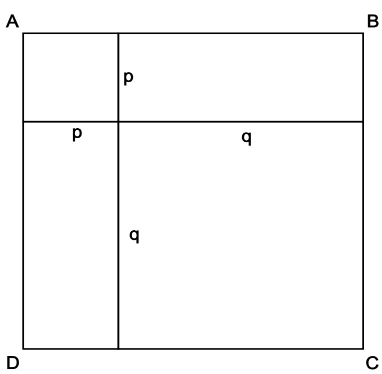
Precisa de atenção especial quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

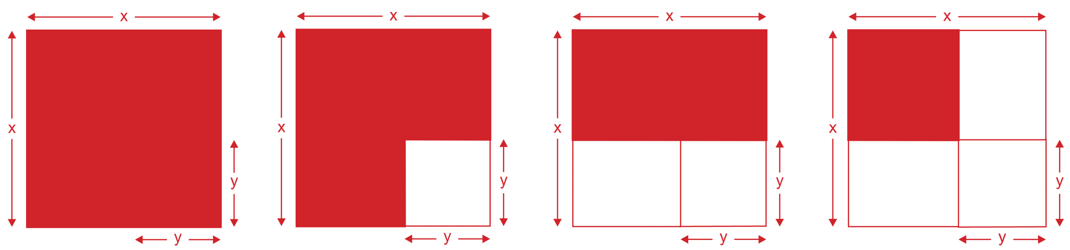
- o número mais próximo de 8 514 876,599, em notação científica;
- um valor aproximado de $\sqrt{1800}$.(é dado $\sqrt{2} \cong 1{,}4$);
- o segmento que representa o raio em uma circunferência como a da figura



- a expressão algébrica que representa a área de um quadrado em função das letras que indicam as medidas dos retângulos e quadrados menores que compõem o quadrado (como o da figura)



- a figura em que a medida da área colorida fica determinada pelo produto (x – y) . (x + y):



- a representação decimal de 21 segundos e 3 décimos (de segundo);
- a planificação de um dado normal. (definido o que é um dado normal);
- a notação científica de 0,007 milímetros.

Localizar $\frac{\sqrt{3}}{2}$ entre os pontos -2, -1, 0, 1, 2 marcados em uma reta numérica. (é dado um valor aproximado de $\sqrt{3}$)

Simplificar uma expressão algébrica como $\frac{8b^2t - 6bt^2}{12bc - 9ct}$

Calcular

- a medida de um ângulo marcado no triângulo isósceles;
- a medida de um ângulo marcado na figura do pentágono regular;

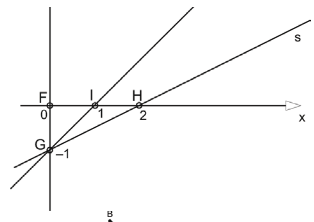
Resolver problema envolvendo

- contagens;
- sistemas do 1° grau;
- a relação entre metro cúbico e litro;
- o cálculo da área de um trapézio obtido de um hexágono regular de lado medindo x cm;
- a determinação de uma fração: área ocupada pelas casas pretas de um tabuleiro de xadrez em relação à área total do tabuleiro mostrado em uma figura;
- o teorema de Pitágoras e o cálculo aproximado de $\sqrt{20.}$ (dado um valor aproximado de $\sqrt{5}$);
- o princípio multiplicativo (numero possível de placas de automóvel em uma determinada configuração);
- o cálculo da área de um retângulo;
- a representação decimal de uma porcentagem;
- a representação de quatro pontos no sistema cartesiano para então identificar qual deles está mais distante de um quinto ponto dado;
- o cálculo do volume de um paralelepípedo e de um cubo;
- compra e venda, descontos e aumentos dados em percentuais;
- a identificação de um sistema de duas equações e duas incógnitas que traduz uma determinada situação;
- o cálculo do percentual correspondente à redução de uma quantidade para outra;
- triângulos semelhantes para o cálculo de medida de comprimento de um dos lados;
- cálculo de lucro/prejuízo em situações de compra e venda;
- a solução de um sistema de equações do 1° grau com duas incógnitas.

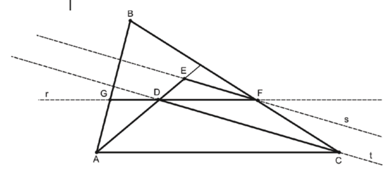
Precisa melhorar quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

- a ampliação de uma figura desenhada em malha quadriculada;
- a solução de um sistema do 1º grau cujas equações estão representadas por meio de retas em um plano cartesiano. (como o da figura);



- triângulos semelhantes em figuras como a do tipo



Calcular a divisão de uma fração por um número natural (1/3 dividido por 2).

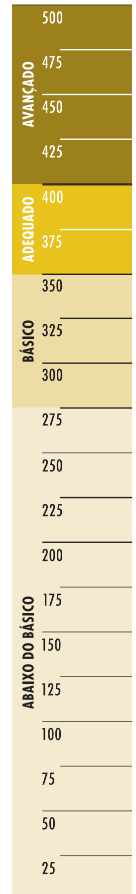
Resolver problema envolvendo

- compra e venda e o cálculo de um valor expresso por meio uma fração   (como 3/8 de R$ 51,00);
- propriedades de triângulos semelhantes;
- a determinação da medida de um segmento envolvendo aplicação do teorema de Tales;
- a representação decimal de uma fração (1/4);
- a ampliação de uma fotografia de dimensões dadas, em que a altura deve ser aumentada em x cm. (dado o valor de x).

Tem um bom desempenho, (ainda que um percentual significativo de alunos apresente dificuldades) quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar o número correspondente a um ponto dado em uma reta numérica em que o segmento entre cada dois números naturais consecutivos está dividido em terços.

Resolver problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais por meio de regra de três.



2.4. ANÁLISE DO DESEMPENHO POR NÍVEL NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - QUESTÕES OBJETIVAS

5º Ano
Ensino Fundamental

7º Ano
Ensino Fundamental

9º Ano
Ensino Fundamental

3ª Série
Ensino Médiio

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: <275

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 57,7%

NÍVEL BÁSICO: 275 a <350

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 38,4%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- valor da raiz comum de duas funções apresentadas em um gráfico;
- a localização de número real na reta numérica;
- a planificação de uma pirâmide regular com base quadrada;

representam pontos no referencial cartesiano e identificam o polígono resultante da união destes pontos.

completam tabela que relaciona duas grandezas em relação de proporcionalidade.

Resolvem problema envolvendo

- sistema de equação do 1° grau com duas incógnitas (soma e diferença entre dois números);
- contagem simples (número de pedidos diferentes que podem ser feitos a partir da descrição de um cardápio);
- dados de uma tabela de frequência;
- cálculo de média aritmética simples.

NÍVEL ADEQUADO: 350 a <400

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 3,6%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- a intersecção de dois intervalos de números reais representados na reta numérica;
- grandezas em relação de proporcionalidade inversa;

Localizam pontos no referencial cartesiano.

Verificam a relação de Euler para dois poliedros apresentados em uma figura (é dada a fórmula da área de uma superfice esférica).

Resolvem problema envolvendo

- equação do 1° grau;
- sistema de equação do 1° grau com duas incógnitas;
- cálculos das áreas do retângulo e do quadrado;
- Progressão Geométrica - termo geral. (problema da divulgação de uma notícia);
- função exponencial;
- a determinação das coordenadas de pontos desenhados em uma reta que representa a situação descrita;
- o teorema de Pitágoras;
- a determinação da área de uma escultura representada em uma figura por uma esfera colocada sobre um cubo;
- contagem – permutação simples.

NÍVEL AVANÇADO: ≥400

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 0,3%

Descrição das habilidades no nível

Identificam

- o centro de uma circunferência, dada a sua equação;
- a equação de uma circunferência desenhada em um referencial cartesiano.

Determinam o quadrante do afixo de um número complexo (dada a definição de afixo).

Resolvem problema envolvendo

- a determinação do valor do seno de um ângulo desenhado em um triângulo retângulo apresentado com suas medidas em uma figura;
- o teorema de Pitágoras e propriedades de semelhança de triângulos;
- o cálculo do volume de um paralelepípedo reto-retângulo, representado em uma figura;
- cálculo de mediana (é dada a definição de mediana de um conjunto de pontos).

2.4.1. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2010 POR NÍVEL DE PROFICIÊNCIA – 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: <275

Na prova de Matemática da 3ª série do Ensino Médio não foram suficientemente caracterizados itens que descrevem o desempenho neste nível.

NÍVEL BÁSICO: 275 a <350

Exemplo 1

Habilidade avaliada

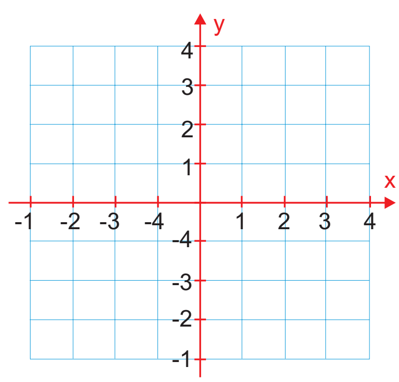
H20 Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas.

Sejam os pontos dados pelas suas coordenadas:

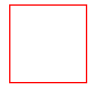
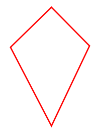
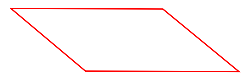
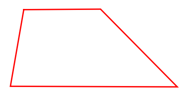
P (3 , 0)   Q (0 , 3)   T (–3 , 0)   V (0 , –3)

P, Q, T e V são os vértices de um quadrilátero.

Represente esses pontos no referencial a seguir e una-os com segmentos de reta.



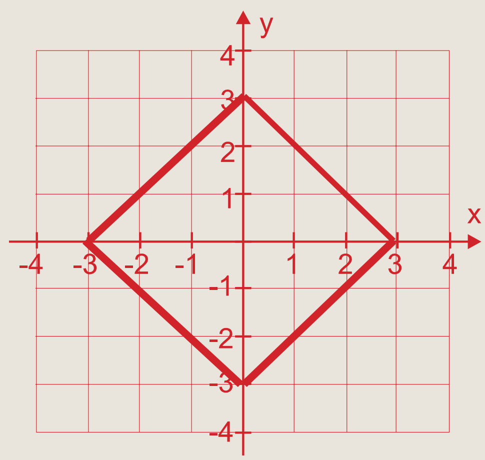
Você traçou um

(A)	**Quadrado**	**4 lados iguais e 4 ângulos retos**	
(B)	Retângulo	lados iguais 2 a 2 e 4 ângulos retos	
(C)	Papagaio	2 pares de lados não opostos iguais	
(D)	Paralelogramo	lados iguais 2 a 2 e ângulos iguais 2 a 2	
(E)	Trapézio escaleno	2 lados paralelos	

GAB	% de resposta				
	A	B	C	D	E
A	12,4	17,8	9,9	4,1	29,9

Comentários

Representados os pontos no referencial cartesiano, a união deles por segmentos de reta gera uma figura de 4 lados iguais e 4 ângulos retos: um quadrado, opção de apenas 12,4% dos alunos.
Pode-se supor algumas causas de erros: os alunos não marcaram corretamente as posições dos pontos (talvez por tratar-se de pontos cujas coordenadas têm um dos valores igual a zero) ou, olharam as características das figuras na tabela e não consideraram as imagens. De toda forma, é um percentual de acerto muito baixo para uma questão tão simples e fácil para a 3ª série do ensino médio.



Exemplo 2

Habilidade avaliada

H37 Calcular e interpretar medidas de tendência central de uma distribuição de dados (média, mediana e moda) e de dispersão (desvio padrão).

A nota de Arnaldo, em matemática, nos três primeiros bimestres do ano, foi 7,0. No último bimestre, sua nota foi 9,0. Sua média final, em matemática, ficou igual a

(A) 6,5.

(B) 7.

(C) **7,5.**

(D) 8.

(E) 9.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
C	8,8	11,3	47,9	23,7	8,3

Comentários

Um problema simples que envolve apenas o cálculo da média aritmética entre quatro números: 7, 7, 7 e 9 → (7 + 7 + 7 + 9)/4 = 30/4 = 7,5, opção de apenas cerca de 48% dos alunos. Possivelmente uma leitura desatenta levou os alunos que escolheram D (23,7%) a calcular a média igual a 8, entre 7 e 9 considerando apenas as duas notas. De qualquer forma o percentual de acertos é muito pequeno face à aplicação de um conceito básico e familiar ao aluno e a série em análise.

Exemplo 3

Habilidade avaliada

H36 Interpretar e construir tabelas e gráficos de frequências a partir de dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas.

Em um campeonato de futebol, uma equipe pode fazer, em cada partida:

- 3 pontos, se ganha
- 1 ponto, se empata
- 0 ponto, se perde

500
475
450
425
400
375
350
325 BÁSICO
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

A tabela representa a distribuição das pontuações da equipe BB FC (Bom de Bola Futebol Clube) nos 20 jogos que realizou para um campeonato.

Pontuação	Frequência
3	8
1	7
0	5

O número de pontos feitos pelo BB FC foi

(A) 15.
(B) 18.
(C) 20.
(D) **31.**
(E) 36.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
D	10,1	11,3	26,6	44,8	7,2

Comentários

Esta questão está posta para avaliar se o aluno sabe interpretar uma tabela de frequência na resolução de um problema. Para tanto, nesta questão, deve compreender que a tabela sintetiza, usando frequências, um conjunto dos 20 números 0, 1 e 3.
Número de pontos feito pelo BB FC = 3 x 8 + 1 x 7 + 0 x 5 = 31, opção de menos da metade dos alunos (44,8%). Os que marcaram C (significativos 26,6%) somaram as frequências e as demais escolhas não permitem levantar hipóteses consistentes sobre erros cometidos. Pode-se considerar o percentual de acerto muito pequeno para a série considerada, sobretudo tendo em vista a relativa facilidade da tarefa envolvida.

Exemplo 4

Habilidade avaliada

H34 Aplicar os raciocínios combinatórios aditivo e/ou multiplicativo na resolução de situações-problema.

Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato de carne, uma bebida e uma sobremesa.

Assinale a alternativa que mostra o número de pedidos diferentes que uma pessoa pode fazer.

(A) 90

(B) 100

(C) 110

(D) **120**

(E) 140

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
D	19,6	12	13	41,5	13,9

Comentários

As propostas curriculares indicam a proposição de problemas de contagem envolvendo o princípio multiplicativo desde o 5º ano, como a determinação do "número de maneiras diferentes que Bete pode escolher uma saia e uma blusa de um total de 4 saias e 8 blusas". O raciocínio é o mesmo para a situação deste exemplo que envolve o cálculo do número de possibilidades de pedidos em um restaurante:
Para cada uma das 2 opções de saladas há 4 tipos de pratos de carne e, para cada um deles, 5 variedades de bebidas e, para cada uma delas, 3 sobremesas distintas.
Número de pedidos diferentes que podem ser feitos por 2 x 4 x 5 x 3 = 120, escolha de 41,5% dos alunos, mostrando que significativos 58,5% deles não dominam o raciocínio combinatório multiplicativo para resolver esta questão. Este resultado não é satisfatório para alunos da 3ª série do ensino médio.

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H04 Representar por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa, e direta com o quadrado.

A relação entre a pressão e a temperatura de um gás quando este é mantido em um recipiente de volume constante é uma função linear definida pela relação $\frac{P}{T} = a$, ou seja, a razão entre a pressão e a temperatura é constante. A tabela seguinte mostra, para um determinado gás, a evolução da pressão em relação à temperatura.

500	
475	
450	
425	
400	
375	
350	BÁSICO
325	BÁSICO
300	BÁSICO
275	
250	
225	
200	
175	
150	
125	
100	
75	
50	
25	

500
475
450
425
400
375
350
325 BÁSICO
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Temperatura T	300	400	700
Pressão P	60	80	

O valor que está faltando na tabela é

(A) 100.

(B) **140.**

(C) 150.

(D) 170.

(E) 180.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
B	28,4	49,2	9,9	6,7	5,8

Comentários

O aluno deve identificar uma relação de proporcionalidade direta entre as variáveis do problema, Temperatura e Pressão e o coeficiente de proporcionalidade ***a*** *que pode ser obtido da tabela, observando que:*

$$\frac{60}{300} = \frac{80}{400} = \frac{x}{700} = \frac{1}{5} \rightarrow x = \frac{700}{5}$$ *= 140, opção B assinalada por cerca da metade dos alunos (49,2%). É possível que os alunos que marcaram A num percentual significativo de 27,4%, pensaram que se de 300 para 400 (valores de T), houve um acréscimo de 100, este seria o valor da constante de proporcionalidade. As demais escolhas não permitem hipóteses viáveis para os erros. De qualquer forma uma leitura não compreensiva ou desatenta da tabela pode ter gerado conclusões erradas sobre a resposta ao problema. O percentual de acerto é pequeno diante da série em análise e do baixo nível de dificuldade da questão*

3º Série E.M.

NÍVEL ADEQUADO: 350 a <400

Exemplo 6

Habilidade avaliada

H14 Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares até a 3ª ordem.

Um feirante coloca à venda todas as frutas que trouxe em seu caixote. Nesse caixote existem 108 frutas, entre bananas, peras e maçãs. A quantidade de bananas é igual ao triplo da quantidade de peras, e a quantidade de peras, por sua vez, é igual ao dobro da quantidade de maçãs. Se, ao final da feira, todas as frutas foram vendidas, podemos afirmar que o feirante vendeu

(A) 12 bananas.
(B) 24 bananas.
(C) 30 bananas.
(D) 60 bananas.
(E) **72 bananas.**

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
E	11,5	20,0	19,1	20,1	29,3

Comentários

Traduzir o problema para a linguagem algébrica e resolver o sistema de equações resultante são as principais habilidades requeridas dos alunos para esta questão. Cerca de 30% deles optaram pela correta E, mas como a questão é um teste de múltipla escolha, não sabemos se os erros cometidos estão na referida tradução ou, na resolução do sistema ou até mesmo, em cálculos.

Considere-se x, y, z as quantidades de bananas, peras e maçãs, respectivamente. Segundo o enunciado do problema, estas incógnitas devem satisfazer:

$$\begin{cases} x + y + z = 108 \\ x = 3y \\ y = 2z \end{cases} \qquad x = 3.2z = 6z$$

$6z + 2z + z = 108 \rightarrow 9z = 108 \rightarrow z = 108/9 = 12$ *(maçãs)*

$y = 2.12 = 24$ *(peras)*

$x = 6z = 6.12 = 72$ *(bananas), alternativa E, opção de 29,3% dos alunos.*

Os alunos que marcaram A (11,5%) e B (20%) provavelmente encontraram as quantidades de maçãs e peras respectivamente, fazendo uma leitura desatenta do desenvolvimento da sua própria solução.

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H07 Resolver problemas envolvendo equações do 1º grau

A mecanização das colheitas obrigou o trabalhador a ser mais produtivo. Um lavrador recebe, em média, R$ 2,50 por tonelada de cana-de-açúcar e corta oito toneladas por dia.

Considere que cada tonelada de cana-de-açúcar permite a produção de 100 litros de álcool combustível, vendido nos postos de abastecimento a R$ 1,20 o litro. Para que um cortador de cana-de-açúcar possa, com o que ganha nessa atividade, comprar o álcool produzido a partir das oito toneladas de cana resultantes de um dia de trabalho, ele teria de trabalhar durante

(A) 3 dias.

(B) 18 dias.

(C) 30 dias.

(D) **48 dias.**

(E) 60 dias.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
D	18,9	25,7	19,7	27,2	8,4

Comentários

A leitura atenta do enunciado permite ao aluno concluir que:
Em 1 dia o trabalhador corta 8t e recebe 2,50 reais por tonelada, isto é, recebe 20,00 reais (dia). (1)
Cada tonelada permite a produção de 100 l de álcool combustível → 8t permitem a produção de 800 l. (1 dia de trabalho)
Cada litro é vendido por 1,20 reais → 800 l são vendidos por 960,00 reais. (2)
De (1) e (2) podemos calcular quantos dias de trabalho são necessários para comprar 960,00 de álcool combustível: 960,00 ÷ 20,00 = 48 dias.
Apenas 27,2% dos alunos marcaram a correta D. Os demais (72,8%) ou não entenderam o enunciado do problema ou fizeram um raciocínio equivocado ou ainda, erraram em cálculos. Um teste de múltipla escolha como este não permite saber quais destas razões justificam as respostas erradas dos alunos; de toda forma, o percentual de acerto é muito pequeno para a série considerada e o nível do problema.

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H34 Aplicar os raciocínios combinatórios aditivo e/ou multiplicativo na resolução de situações-problema.

Cada um dos participantes de um congresso recebeu uma senha distinta que era composta por cinco letras, todas vogais e sem repetições. Pode-se afirmar que o número de participantes desse congresso não pode ser maior do que

(A) 5.
(B) 10.
(C) 24.
(D) 108.
(E) **120.**

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
E	34,2	16,0	21,9	10,9	17,0

500
475
450
425
ADEQUADO 400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

3º Série E.M.

500
475
450
425
400 ADEQUADO
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Comentários

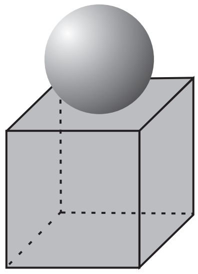
Trata-se de um problema de contagem e utilização do princípio multiplicativo (o mesmo usado nos problemas de determinação de possibilidades de escolha em lanchonete e de composições de saias e blusas):
Para cada uma das 5 vogais na primeira posição da senha de cinco letras, há 4 vogais diferentes desta para a segunda posição na senha; para cada uma destas, 3 vogais para a terceira posição; para cada uma destas, 2 vogais para a segunda posição e sobra 1 vogal para a última posição na senha, o que totaliza 5 x 4 x 3 x 2 x1 = 120, opção de apenas 17% dos alunos. Com os demais (83%), parece que não entenderam o problema, visto que, para os que assinalaram A, por exemplo, se há 5 vogais, há 5 senhas e 5 participantes. É um percentual de acerto muito pequeno para a 3ª série do ensino médio e para alunos que trabalham problemas envolvendo este raciocínio desde o 5º ano do fundamental.

Exemplo 9

Habilidade avaliada

H31 Resolver problemas envolvendo relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) da esfera e de suas partes.

Na figura, está representado um projeto de uma escultura em cimento para o jardim de uma escola, constituída por uma esfera colocada sobre um cubo.



Admita agora que o raio da esfera mede 0,5 m e a aresta do cubo, 1 m.
Pretende-se pintar toda a superfície da escultura, exceto, naturalmente, a face do cubo que está assentada no chão.

A medida da área a ser pintada, em m^2, é aproximadamente igual a

(A) 4,35.

(B) 5,24.

(C) 6,48.

(D) 8,14.

(E) 9,09.

Lembre-se de que a área de uma superfice esférica é dada por $A = 4\pi r^2$.
Use $\pi \equiv 3,14$.

3º Série E.M.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
D	22,8	26,1	24,6	18,6	7,8

Comentários

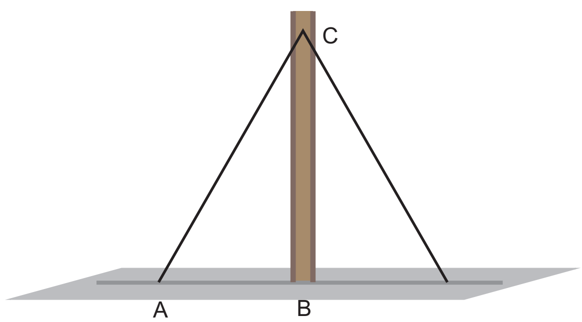
A área a ser pintada é formada pelas áreas das 5 faces do cubo (não contamos a que está assentada no chão) mais a área da superfície esférica, cuja fórmula é um dado do problema. Assim:
Área de uma face: $1m \times 1\ m = 1\ m^2 \rightarrow$ *área das 5 faces* $= 5\ m^2$
Área da superfície esférica: $4\ \varpi r^2 = 4 \times 3,14 \times (0,5)^2 = 4 \times 3,14 \times 0,25 = 3,14\ m^2$
Área total a ser pintada é de aproximadamente $5\ m^2 + 3,14\ m^2 = 8,14\ m^2$
Poucos alunos acertaram a resposta (18,6%) mostrando um resultado muito abaixo do esperado visto que, o problema pede do aluno apenas que saiba conceitos básicos: que o cubo tem 6 faces, que a área de um quadrado é dada por lado x lado. A fórmula da área de uma superfice esférica é um dado do problema.

Exemplo 10

Habilidade avaliada

H06 Resolver problemas envolvendo as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos.

Uma torre vertical é presa por cabos de aço fixos no chão, em um terreno plano horizontal, conforme mostra a figura.



Se A está a 15 m da base B da torre, e C está a 20 m de altura, o comprimento do cabo AC, em metros, é

(A) 15.

(B) 20.

(C) 25.

(D) 35.

(E) 40.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
C	8,9	15,9	25,8	43,4	6,0

Comentários

De acordo com o enunciado temos um triângulo retângulo ACB com medidas $\overline{AB}$ = 15 m e $\overline{BC}$ = 20 m. Achar a resposta do problema é determinar o comprimento da hipotenusa $\overline{AC}$ deste triângulo, usando o teorema de Pitágoras:

$\overline{AC}^{\,2} = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 \rightarrow \overline{AC} = \sqrt{625} = 25$ m.

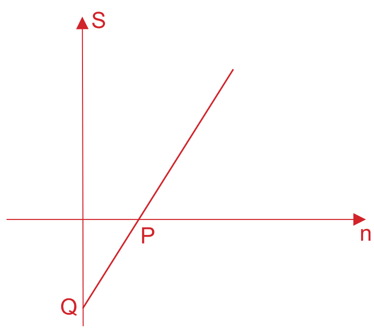
Apenas 25,8% dos alunos assinalaram a alternativa correta C. Quem respondeu D (43,4%) provavelmente somou 20+15=35. Por outro lado, os alunos que indicaram A (8,9%) ou B (15,9%) possivelmente registraram as medidas apresentadas no problema. De qualquer forma o percentual de acerto é muito baixo para a série analisada e o nível do problema.

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H21 Reconhecer a equação da reta e o significado de seus coeficientes.

Os alunos da escola de Fábio estão organizando uma festa. Já foram gastos R$ 1.500,00 na decoração e nos equipamentos de som e iluminação. Decidiram vender cada ingresso por R$ 5,00. A expressão ***S = 5n - 1500*** permite calcular o saldo monetário da festa (*S*) em função do número de ingressos vendidos (*n*).
Essa situação está expressa no gráfico.



Assinale a alternativa que mostra as coordenadas dos pontos P e Q.

	P	Q
(A)	(1 , 1499)	(-2 , 0)
(B)	(1500 , 5)	(1 , 1500)
(C)	**(300 , 0)**	**(0 , -1500)**
(D)	(5 , 300)	(300 , 1500)
(E)	(1498 , 2)	(-1500 , 2)

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
C	17,8	25,5	26,5	18,4	11,9

Comentários

Esta questão está colocada para avaliar a habilidade de identificar a equação da reta, sua representação cartesiana e utilizar o significado dos seus coeficientes. Assim, o aluno, após uma leitura atenta do problema, do gráfico da função S = 5n – 1500 e das coordenadas dos pontos P e Q, pode concluir que:

- *P é um ponto de coordenadas (n , 0) e Q tem coordenadas (0 , S)*
- *P(n , 0): isto significa que para encontrar o valor de n, fazemos S = 0, na função dada → 5n – 1500 = 0 → n = 300. Então P (300 , 0)*
- *Q (0 , S) significa que para determinar o valor se S, fazemos n = 0 na função dada → S = -1500. Assim, Q(0 , -1500)*

A resposta correta C foi a opção de 26,5% dos alunos, resultado insatisfatório, mas esperado visto que, não são muitas as atividades propostas pelos professores envolvendo esses conceitos e regras As demais alternativas assinaladas por 73,5% dos alunos não permitem que se faça suposições coerentes sobre os possíveis erros.

Exemplo 12

Habilidade avaliada

H06 Resolver problemas envolvendo equações do 1° grau.

Uma livraria comprou muitos exemplares de certo livro, pagando por cada exemplar o valor de R$ 30,00, pagou ainda R$ 300,00 pelo transporte da mercadoria até a sua sede. Sabendo que cada livro comprado da editora foi revendido pela livraria por R$ 40,00 e que o lucro resultante, ao final da revenda, foi de R$ 1.200,00, é correto afirmar que o número de exemplares comprados inicialmente pela livraria foi de

(A) 150.
(B) 120.
(C) 100.
(D) 80.
(E) 60.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
A	20,8	34,5	12,2	14,2	18,3

500
475
450
425
400
ADEQUADO
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

3º
Série
E.M.

500
475
450
425
400
375 ADEQUADO
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Comentários

Novamente uma questão cuja resolução depende da sua tradução para a linguagem algébrica:
Custo de x livros: 30x + 300
Receita com a venda de x livros: 40x
Lucro com a venda de x livros = Receita com a venda de x livros - Custo de x livros
1200 = 40x – (30x + 300) = 40x – 30x – 300 → 10x = 1500 → x = 150, alternativa A marcada por cerca de 21% dos alunos. Outra vez a questão tipo múltipla escolha não permite saber se os possíveis erros, são devidos à não compreensão do problema (leitura), à sua tradução equivocada para a linguagem algébrica ou ainda se ocorreram na resolução da equação de 1º grau resultante da tradução. Os distratores foram a opção de 79% dos alunos.

NÍVEL AVANÇADO: ≥400

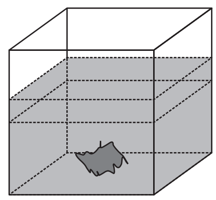
Exemplo 13

Habilidade avaliada

H29 Resolver problemas envolvendo relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro.

Um aquário tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo e contém água até certa altura. As medidas internas da base do aquário são 40 cm por 25 cm. Quando uma pedra é colocada dentro do aquário, ficando totalmente submersa, o nível da água sobe 0,8 cm.

O volume da pedra é, em cm³, igual a



(A) 100.

(B) 300.

(C) 400.

(D) 600.

(E) **800.**

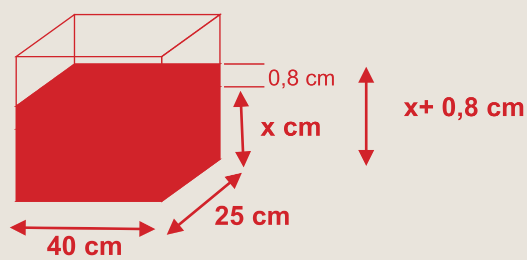
GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
E	25,7	24,4	19,4	11	19,5

Comentários

O aluno pode obter a medida do volume da pedra calculando o volume do aquário com a pedra submersa e subtraindo deste valor, o volume do aquário sem a pedra.
O aquário com a pedra tem dimensões 40, 25 e (x + 0,8); portanto, volume igual a

40 . 25 . (x + 0,8) = 1000x + 800. (1)
O aquário sem a pedra tem dimensões 40, 25 e x; portanto, volume igual a

40 . 25 . x = 1000x. (2) (vide figura a seguir)



Fazendo (1) – (2) temos 800 cm³

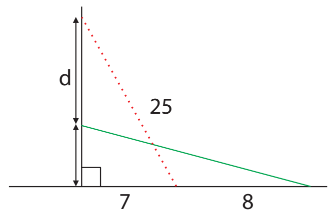
A opção correta E foi assinalada por 19,5% dos alunos e os percentuais relativamente altos alocados em todos os distratores, mostram que 80,5% dos alunos não conseguiram estabelecer essas relações ou, não sabem como determinar a área de um prisma de base retangular, ou ainda erraram em cálculos. O resultado está aquém do esperado para a série em análise.

Exemplo 14

Habilidade avaliada

H28 Resolver problemas envolvendo as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos.

Uma escada de 25 dm de comprimento se apoia num muro do qual seu pé dista 7 dm



Se o pé da escada se afastar mais 8 dm do muro, qual o deslocamento d verificado pela extremidade superior da escada?

(A) 1 dm.

(B) 2 dm.

(C) 3 dm.

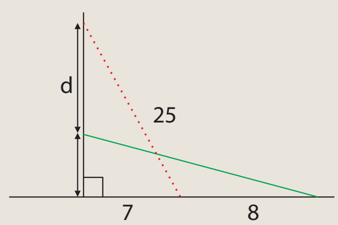
(D) **4 dm.**

(E) 5 dm.

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
D	20,8	17,2	23,0	23,4	15,7

Comentários

Depois de ler atentamente o enunciado do problema e identificar na figura, o segmento de reta ***d*** *do qual se pede a medida, o aluno pode observar que ela é obtida se conhecemos as medidas de $\overline{MQ} = x$ e $\overline{TQ} = y$ pela diferença $x - y$. Como os dois triângulos da figura, MQS e TQS são retângulos, podemos aplicar o teorema de Pitágoras:*



$25^2 = 7^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 625 - 49 = 576$ *e portanto* $x = \sqrt{576} = 24$

$25^2 = 15^2 + y^2 \rightarrow y^2 = 625 - 225 = 400$ *e portanto* $y = \sqrt{400} = 20$

$D = x - y = 24 - 20 = 4$ dm, opção D assinalada por apenas 23,4% dos alunos.

Os distratores não permitem elaborar hipóteses consistentes sobre os possíveis erros. No entanto os significativos percentuais destas escolhas mostram que cerca de 76% dos alunos têm dificuldades para resolver este problema.

Exemplo 15

Habilidade avaliada

H06 Identificar os resultados de operações entre números complexos representados no plano de Argand Gauss.

No plano de Argand-Gauss, o afixo do número complexo **z = 4(1 + i)** é um ponto do

(A) eixo real.

(B) eixo imaginário.

(C) **1º quadrante.**

(D) 3º quadrante.

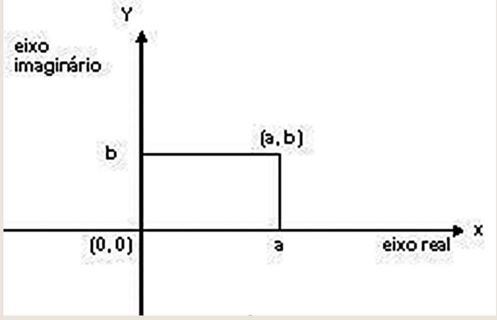
(E) 4º quadrante.

Lembre-se: o afixo do número complexo a + bi é o ponto de coordenadas (a, b).

GAB	% de Resposta				
	A	B	C	D	E
C	17,0	44,0	19,4	10,9	8,7

Comentários

De acordo com a definição de afixo de um número complexo, dada no enunciado, temos:
O afixo de z = 4(1 + i) = 4 + 4i é o ponto de coordenadas (4, 4), pertencente ao 1º quadrante do plano



Este problema exige do aluno apenas a habilidade de aplicar a definição dada, de afixo de um número complexo, para z = 4(1 + i) e teve um percentual de acerto de apenas 19,4%.
Os demais alunos (80,6%) não conseguiram aplicar a definição e determinar o afixo do número z.

500
475
450
425
AVANÇADO
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

2.4.2. ANÁLISE DE RESULTADOS DE QUESTÕES ABERTAS DE MATEMÁTICA - 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Questão 01

Habilidade avaliada

H07 Resolver problemas envolvendo equações do 1º grau.

Um banco estava totalmente ocupado e cada uma das pessoas sentadas usava 70 cm do banco. Chegando mais uma pessoa, todos se reacomodaram para que ela pudesse sentar e cada pessoa passou a ocupar 60 cm do banco. Qual o comprimento, em metros, do banco?

Resolução
Uma das maneiras de raciocinar para resolver este problema é uma solução algébrica:
Chamando x o número de pessoas inicialmente sentadas no banco, temos que y, o comprimento do banco, pode ser dado por:

$y = 70x$ (1)

Quando temos $(x + 1)$ pessoas sentadas y é dado por

$y = 60(x + 1) = 60x + 60$ (2)

Igualando (1) e (2) $\rightarrow$ $70x = 60x + 60$ $\rightarrow$ $10x = 60$ $\rightarrow$ $x = 6$ (número de pessoas inicialmente sentadas no banco). Cada uma destas 6 pessoas ocupava 70 cm do banco.
Portanto, o comprimento do banco é 6 x 70 cm = 420 cm = 4,20 m.

Resposta: O banco mede 4,20 m.

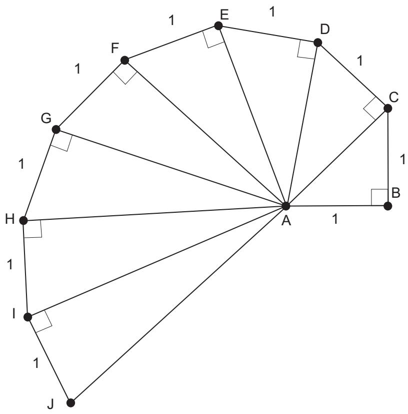
Grade de correção	%	Comentários
Certo: 4,20 m	11,5	Pequeno este percentual de acerto quando observamos o nível médio de dificuldade da questão e a série cursada pelos alunos
Achou o número de pessoas, mas não o comprimento do banco.	2,5	Para resolver o problema uma das possibilidades é transformá-lo em linguagem algébrica e resolver a equação resultante. Possivelmente, por uma leitura desatenta não perceberam que a resposta ao problema não foi dada.
Outras respostas	35,1	
Sem resposta	50,9	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 02

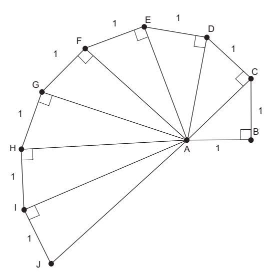
Habilidade avaliada

H06 Resolver problemas que envolvam as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos.

Na figura a seguir, são desenhados triângulos retângulos a partir de um triângulo retângulo isósceles ABC, de catetos 1 cm. Qual o comprimento, em cm, do segmento AJ?



Resolução



Para resolver o problema o aluno deve perceber a "regra" usada para construir a figura: unem-se dois segmentos de reta cada um de medida 1, para formar um triângulo retângulo, em seguida, considera outro segmento de medida 1, em ângulo reto com a hipotenusa do triângulo anterior; traça outro triângulo retângulo, e assim por diante.
Cálculo da medida da hipotenusa do triângulo "a":

$x^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2}$ (medida de AC).

Cálculo da medida da hipotenusa do triângulo "b": $x^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 \rightarrow$

$x^2 = 2 + 1 = 3 \rightarrow x = \sqrt{3}$ (AD).
Cálculo da medida da hipotenusa do triângulo "d": $x^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow x^2 =$

$4 + 1 = 4 \rightarrow x = \sqrt{5}$ (medida de AF).
Desta mesma forma obtêm-se as outras medidas:

De AG, $\sqrt{6}$ cm - de AH, $\sqrt{7}$ cm – de AI, $\sqrt{8}$ cm e, finalmente, de

AJ, $\sqrt{9}$ = 3 cm.

Resposta: O comprimento do segmento AJ é 3 cm.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: $\sqrt{9}$ cm ou 3 cm.	8,3	Questão resolvida com a aplicação reiterada do teorema de Pitágoras. Apenas cerca de 9% dos alunos aplicaram corretamente o teorema de Pitágoras para resolver o problema, ainda que possam ter cometido erros de cálculo. Este percentual pode ser considerado muito pequeno tendo em vista que essa situação envolve a aplicação de um teorema indicado para ser ensinado desde o 8º/9º ano do Ensino Fundamental.
Encontrou outra resposta por ter aplicado o teorema de Pitágoras com erros de cálculo ou, quando quis generalizar, contou errado a quantidade de triângulos.	0,5	
Outras respostas	31,9	
Sem resposta	59,3	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 03

Habilidade avaliada

H03 Resolver problemas que envolvam Progressões Geométricas.

Com o término do inverno, a loja TONA MODA estava tendo dificuldade de vender seu casaco de dez botões que havia sido um sucesso de vendas. Para terminar com seu estoque, colocou o seguinte cartaz na vitrine:

Compre os botões do nosso casaco de dez botões e ganhe o casaco.

O botão 1 custa apenas R$ 0,05 e cada botão seguinte custa o dobro do anterior.

Determine o preço que uma pessoa acabará pagando pelo casaco com os botões, caso aceite a oferta e compre os dez botões do casaco.

Resolução

Resolver este problema é somar os preços dos dez botões. Sabemos que cada botão custa o dobro do anterior e que o preço do primeiro botão é R$ 0,05. Ou seja, os preços dos dez botões são, em reais,
0,05 0,10 0,20 0,40 0,80 1,60 3,20 6,40 12,80 25,60: trata-se de uma Progressão Geométrica com a_1 = 0,05 e razão q = 2.

O aluno pode somar estes valores e obter R$ 51,15 ou, usar a fórmula da soma dos 10 termos desta PG:

$S_{10} = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ = 0,05 x (1024 – 1) = R$ 51,15.

Resposta: Caso aceite a oferta e compre os dez botões, a pessoa pagará R$ 51,15 pelo casaco.

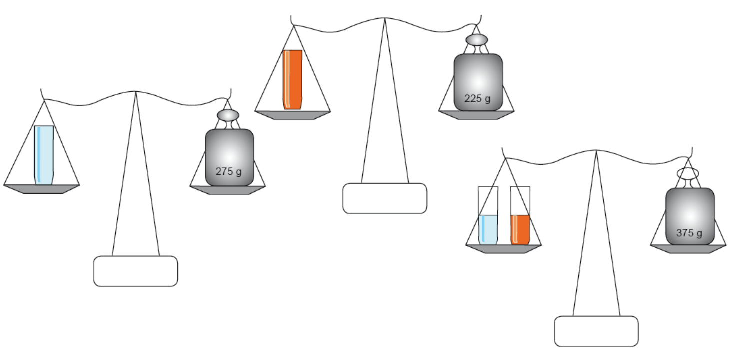
Grade de correção	%	Comentários
Certo: R$ 51,15	14,7	Estes alunos, 22% do total, resolveram o problema com um raciocínio correto em que pesem os erros de cálculo. Observe-se que não é necessária a utilização da fórmula da soma dos termos de uma PG – é até mais simples somar os termos um a um. Este percentual é pequeno para alunos da série em referência.
Raciocinou corretamente, mas errou em cálculos.	7,2	
Determinou o preço de um ou mais botões e não somou.	26,7	Leitura desatenta? Não compreensão do problema?
Outras respostas	19,7	
Sem resposta	31,6	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

Questão 04

Habilidade avaliada

H14 Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares até a 3ª ordem.

Um copo cheio de água pesa 275 gramas. Esse copo, quando cheio de óleo, pesa 225 gramas. Dois copos idênticos aos anteriores, um com água até a metade e o outro com óleo até a metade pesam, juntos, 375 gramas. Qual é o peso, em gramas, de um copo vazio?



Resolução
Uma das maneiras de resolver:
x: peso de um copo vazio; y: peso da água contida no copo cheio de água; z: peso do óleo contido no copo cheio de óleo.
De acordo com as informações do problema, temos:

$$\begin{cases} x + y = 275 & (1) \\ x + z = 225 & (2) \end{cases}$$

$$2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 375 \quad (3)$$

Somando (1) + (2) e multiplicando (3) por 2 temos:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 500 & (4) \\ 4x + y + z = 750 & (5) \end{cases}$$

Fazendo (5) – (4) vem:
$2x = 250$

$$x = \frac{250}{2} = 125$$

Resposta: O copo vazio pesa 125 gramas.

Grade de correção	%	Comentários
Certo: 125 g.	6,9	Em torno de 23% dos alunos conseguem traduzir o problema em linguagem algébrica, determinando um sistema de equações. Este percentual é pequeno ainda que se considere tratar-se de um problema de dificuldade média.
Construiu o sistema, mas não resolveu.	0,1	
Construiu o sistema e, na resolução, errou em cálculos.	16,1	
Outras respostas	34,1	
Sem resposta	42,8	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

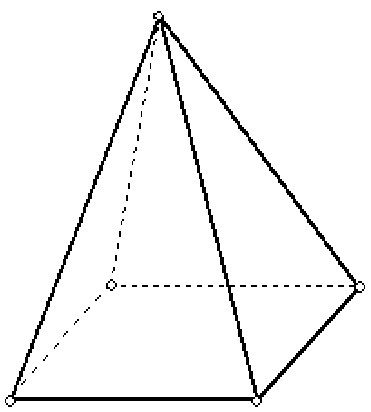
Questão 05

Habilidade avaliada

H30 Resolver problemas que envolvam relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e o cone.

Um cliente encomendou, a uma fábrica de barracas de camping, 300 barracas com a forma de uma pirâmide quadrangular, com 4 m de arestas da base e 1,5 m de altura. Sabendo que o chão de cada barraca deve ser forrado e considerando que não haja nenhum desperdício de lona na confecção das barracas, quantos metros quadrados de lona serão necessários para confeccionar a encomenda?

Resolução



Para o cálculo da área de uma das faces triangulares da pirâmide devemos determinar a medida da sua altura (x, na figura).
Com o teorema de Pitágoras temos:

$x^2 = 1{,}5^2 + 2^2 = 2{,}25 + 4 = 6{,}25 \rightarrow x = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$
Agora, é possível calcular a área A de uma das faces da pirâmide:
$A = \dfrac{basexaltura}{2} = (4 \times 2{,}5)/2 = 5\ m^2$. De outro lado, a área B da base é a área de um quadrado de lado 4

$\rightarrow B = 4^2 = 16\ m^2$.

Finalmente, esta pirâmide tem quatro faces $\rightarrow$ a área L lateral é dada por
$L = 4 \times 5 = 20\ m^2$ e a área total a ser revestida de lona mede $20 + 16 = 36\ m^2$.
Como são 300 barracas, serão necessários $300 \times 36 = 10.800\ m^2$ de lona.

Resposta: **para confeccionar a encomenda serão necessários 10.800 m² de lona.**

3º
Série
E.M.

Grade de correção	%	Comentários
Certo	0,7	3% dos alunos sabem calcular a área lateral de uma pirâmide quadrangular, dadas as medidas da aresta e da altura da pirâmide, ainda que se considere a desatenção quanto ao número de barracas e aos erros de cálculo. Este tipo de problema é “clássico” quando trabalhamos com poliedros, áreas laterais e totais. Percentual muito baixo para a série em referência.
Calculou a área de uma barraca, mas se esqueceu de multiplicar por 300.	0,4	
Raciocinou corretamente, mas errou em cálculos.	1,9	
Acertou apenas o passo (1)	5,7	6% dos alunos acertaram parcialmente a questão mostrando um domínio incompleto do assunto tratado.
Errou o passo (2), mas indicou como determinar a área lateral	0,3	
Outras respostas	42,5	
Sem resposta	48,5	Estes alunos deixaram em branco porque não sabiam resolver?
Total	100,0	

2.4.3. SÍNTESE E CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O DESEMPENHO EM MATEMÁTICA DOS ALUNOS DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

As questões apresentadas aqui como exemplos, somadas às demais questões da prova objetiva, além das abertas, mostraram as **dificuldades dos alunos** em vários níveis, definidos pelos percentuais de acerto nas questões. Assim, o aluno da 3ª série do ensino médio:

Precisa de atenção especial quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

- pentágonos semelhantes dentre aqueles mostrados em figuras com as medidas dos lados e dos ângulos internos;
- a origem como centro de uma circunferência, dada a sua equação;
- o significado da probabilidade de um evento em termos de percentuais;
- a equação de uma circunferência desenhada em um referencial cartesiano;
- um intervalo para log 7 510 dado $10^3 < 7\,510 < 10^4$;
- as formas das faces de um octaedro regular;
- a forma algébrica da inequação de 1° grau que representa a região indicada em um plano cartesiano;
- polígonos nomeados em uma tabela que podem pavimentar o plano;
- a forma algébrica de uma função do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, mostrada em um gráfico cartesiano e dadas as relações (soma e produto) entre as raízes;
- grandezas em relação de proporcionalidade inversa;
- o tipo de concavidade e a natureza das raízes de uma função do 2º grau, mostrada em sua forma algébrica;
- a operação entre dois números complexos, mostrada graficamente;
- a inequação do tipo $x > b$ que define uma região destacada em um gráfico cartesiano;
- as coordenadas de dois pontos apresentados em um referencial de coordenadas geográficas;
- desigualdades verdadeiras envolvendo seno, cosseno e tangente de 30º, 60º, 210º e 240º;
- as funções do tipo $y = ax + b$ com $a < 0$ dados apenas suas representações gráficas;
- a intersecção de dois intervalos de números reais representados na reta numérica.

Determinar

- o sexto termo de uma Progressão Aritmética, dados a_1, a_9 e a fórmula do termo geral a_n;
- a equação da reta dadas as coordenadas de um de seus pontos e o valor do coeficiente angular. (apresenta-se a seguinte fórmula: uma reta que passa por um ponto $P(x_o, y_o)$ e tem coeficiente angular k é dada por $y - y_o = k(x - x_o)$);
- a medida do lado de um hexágono regular dada a medida do raio;
- a medida do comprimento e da largura de um retângulo que resulta da planificação de um – cilindro (são dadas as medidas da altura do cilindro e do raio da base);
- a área de um quadrado inscrito em uma circunferência, conhecida a medida do raio dessa circunferência; (dados a relação $l = R\sqrt{2}$ de um quadrado inscrito, $\varpi = 3{,}14$ e a fórmula da área da circunferência $A = \pi R^{2}$);
- o quadrante do afixo de um número complexo. (dada a definição de afixo);
- o valor de 6^x, dado $6^{x+2} = 72$;

3º Série E.M.

- o volume da parte que resta de um cilindro quando se retira o cone nele inscrito (é dado: - volume do cone é igual a 1/3 do volume do cilindro que o contém);
- o 15º termo da sequência $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{4}, \frac{8}{5}, \frac{16}{6}$ (são dadas a fórmula do termo geral de uma progressão Geométrica e a sugestão de considerar as sequências nos numeradores e nos denominadores);
- o valor de k no polinômio $P(x) = x^4 + 8x^3 - 5x + k$, dada a informação que uma das raízes é nula;

Localizar pontos no referencial cartesiano.

Resolver uma equação logarítmica do tipo $\log(3 - 5x) = 0$.

Verificar a relação de Euler para dois poliedros apresentados em uma figura.

Resolver problema envolvendo

- a determinação da medida da área externa de uma caixa com a forma de uma pirâmide de base quadrada;
- probabilidade dos resultados obtidos no lançamento de dois dados;
- contagem – permutação simples;
- a determinação da área de uma escultura representada em uma figura por uma esfera colocada sobre um cubo;
- o cálculo do volume de um paralelepípedo reto-retângulo, representado em uma figura;
- cálculo de mediana (é dada a definição de mediana de um conjunto de pontos);
- a definição de seno, cosseno e tangente em um triângulo retângulo (são dados os valores do seno e da tangente do ângulo considerado);
- dados apresentados em duas tabelas simples;
- o teorema de Pitágoras e aplicação da noção de semelhança de triângulos;
- probabilidade condicional de uma união de eventos;
- a interpretação de dados mostrados em tabela simples com três variáveis;
- função exponencial;
- Progressão Geométrica - termo geral;
- a determinação do valor do seno de um ângulo desenhado em um triângulo retângulo apresentado com suas medidas em uma figura.
- a determinação das coordenadas de pontos desenhados em uma reta que representa a situação descrita;
- equação do 1º grau;
- sistema de equação do 1º grau com duas incógnitas;
- cálculos das áreas do retângulo e do quadrado;
- Progressão Aritmética, dada a fórmula do termo geral;
- cálculo de áreas de polígonos formados por retângulos e quadrados por meio de equação do 2º grau.

Precisa melhorar quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar

- o ângulo cujo valor do cosseno é igual ao cosseno de 3 600º;
- a expressão algébrica de uma função que estabelece uma relação de proporcionalidade entre as grandezas, mostrada em um gráfico cartesiano;
- a localização de número real na reta numérica;
- dentre cinco parábolas traçadas em um gráfico, aquela que representa a função $y = x^2 + x + c$;
- a planificação de uma pirâmide regular com base quadrada;

Interpretar dados apresentados em um gráfico de linha.

Expressar numericamente regularidade observada em figura.

Completar tabela que relaciona duas grandezas em relação de proporcionalidade.

Representar pontos no referencial cartesiano e identificar o polígono resultante da união destes pontos.

Resolver problema envolvendo

- contagem simples. (número de pedidos diferentes que podem ser feitos a partir da descrição de um cardápio);
- sistema de equação do 1° grau com duas incógnitas. (soma e diferença entre dois números);
- dados de uma tabela de frequência;
- cálculo de média aritmética simples.
- grandezas diretamente proporcionais e regra de três.

Tem um bom desempenho, (ainda que um percentual significativo de alunos apresente dificuldades) quando lhe é solicitada uma tarefa em que é necessário

Identificar o valor da raiz comum de duas funções apresentadas em um gráfico.

Determinar o sucessor do último termo apresentado em uma Progressão Aritmética.

Resolver problema envolvendo o valor médio de dados apresentados em um gráfico de linha.

3. RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

3.1. INDICAÇÕES GERAIS

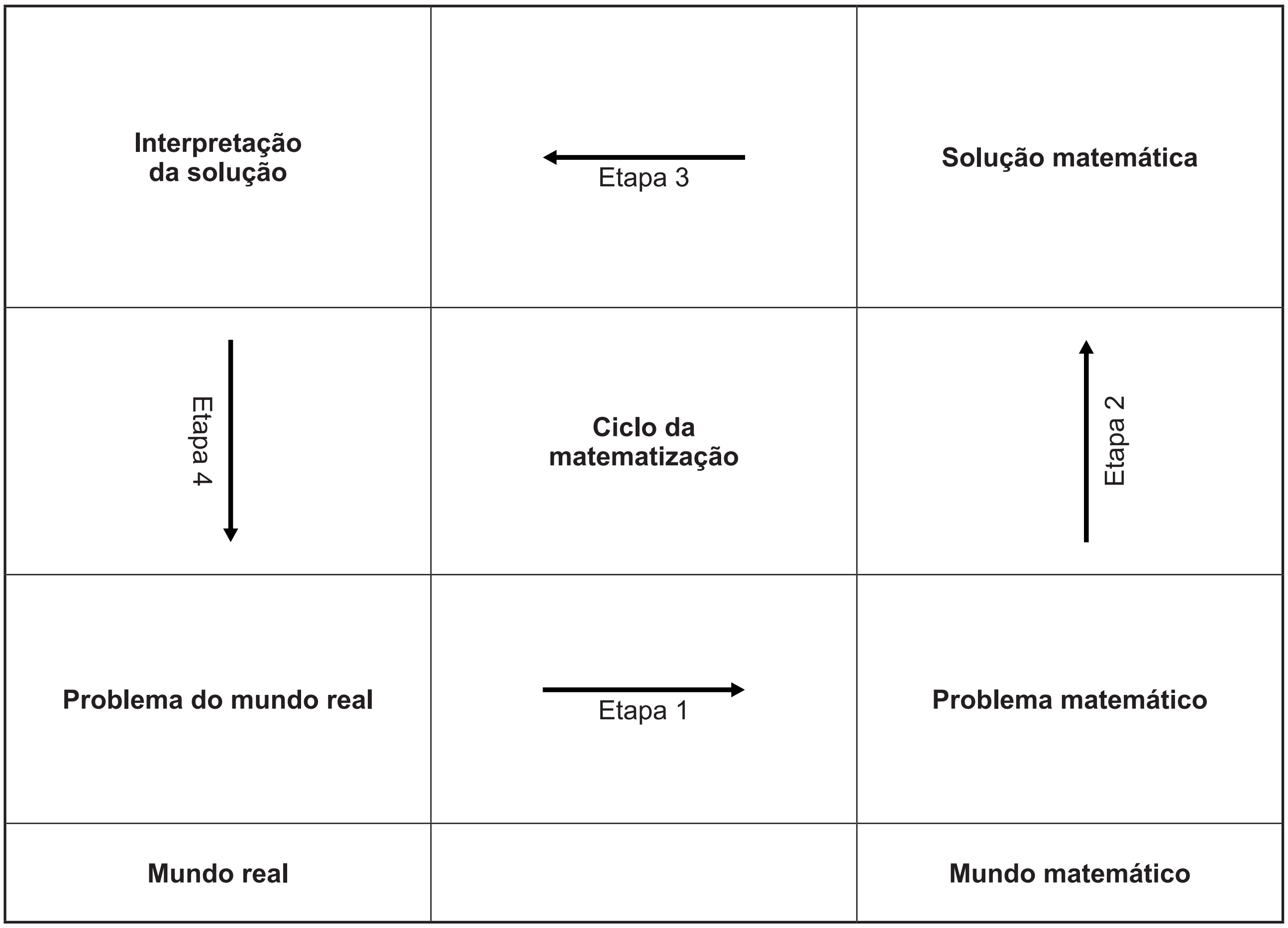
As sugestões aos professores são apresentadas a partir da identificação de problemas na resolução das questões do SARESP 2010, principalmente naquelas onde o desempenho dos alunos é insuficiente. Observou-se que, em muitos casos, as possíveis dificuldades aparecem nos resultados da prova, em uma determinada série/ano quando o domínio do conteúdo e a construção das habilidades correspondentes deveriam estar consolidadas em séries/anos anteriores. Essas dificuldades manifestam-se, por exemplo: na 3ª série do EM, na tradução para a linguagem matemática de um determinado problema (também no 7º e 9º anos do EF); nas operações com números negativos nas provas do 9º ano do EF; nas escritas fracionárias dos decimais e vice-versa, desde o 7º ano do EF; na resolução de equações onde os coeficientes são fracionários, no 9º ano do EF e na 3ª série do EM etc.

Considerando que em qualquer momento da trajetória escolar o aluno apresenta dificuldades de aprendizagem, o professor deve procurar estratégias de modo a superá-las. Assim, são apresentadas sugestões pedagógicas para todas as séries/anos, em conjunto.

Antes, porém, é muito recomendável que o professor faça uma reflexão com os alunos frente aos resultados do SARESP em Matemática com base nos seus princípios gerais.

O professor deve planejar suas aulas levando também em conta os resultados do SARESP, comparando em diversos momentos as expectativas de aprendizagem com o que, de fato, os alunos mostram ter aprendido na prova. Dessa comparação ele sabe se deve retomar algum assunto ou conceito, desenvolver mais atividades envolvendo noções e conceitos não compreendidos ou sobre alguma técnica operatória e uso de fórmulas. Para os alunos, esse é um bom momento para comparar o que pensou que sabia fazer com o que fez, de fato, na prova. Trata-se de outra dimensão do erro, quando colocado a serviço do professor e do aluno. É o momento da auto-avaliação. Para o professor, é também a oportunidade de conversar com os alunos a respeito da importância de eles se auto avaliarem.

É hora, por exemplo, de explicar que a resolução de um problema pode ser resumida no seguinte esquema (fácil de ser reproduzido no quadro negro):



O professor pode utilizar o Relatório Pedagógico para montar uma prova. Para isso, ele pode escolher 5 questões do SARESP 2010, dentre aquelas de menor percentual de acerto, a partir da análise pedagógica do relatório e montar uma prova com itens abertos. Os alunos resolvem a prova em casa. Na aula seguinte, o professor pode distribuir uma ficha do tipo apresentado a seguir; adaptada conforme a prova que foi preparada.

Ficha de auto avaliação

Nome do aluno:______________________________

Data da prova:______________________________

Questão	Certa	Não sei traduzir o problema para a linguagem matemática	Errei em cálculos	Não entendo o que devo fazer	Não sei a fórmula	Não sei a matéria
1ª						
2ª						
3ª						
4ª						
5ª						

Proposta para resolver minhas dificuldades:______________________________

____

____

Os alunos, com a prova resolvida em mãos, podem acompanhar, participando da correção da prova no quadro. A estatística de quantos assinalaram as colunas 2, 3, 4, 5 etc. e a análise conjunta das sugestões propostas para a solução das dificuldades, são recomendadas.

Na análise pedagógica das questões da prova do SARESP 2010 foram destacados pontos em que possivelmente ocorrem as maiores dificuldades dos alunos.
Em síntese, é grande o número de alunos que não desenvolveram apropriadamente as competências e habilidades envolvendo os conteúdos:

- Numeração.
- Resolução de problemas.
- Estimativas.
- Frações e decimais.
- Medidas.
- Noções de geometria.
- Leitura de gráficos.
- Aplicação de fórmulas e algoritmos.
- Domínio de procedimentos matemáticos (técnicas e regras operatórias).
- Linguagem matemática.

Não cabe, neste relatório, trabalhar cada um destes pontos, mas colocar algumas evidências para permitir que o professor reflita sobre eles na ótica dos conceitos e habilidades matemáticas que se espera que o aluno desenvolva (ponto de vista da Pedagogia) e sobre os processos cognitivos que estão na sua base (ponto de vista da Psicologia).

As operações lógicas, estudadas por Piaget, embasam a compreensão de número e de medida. Vale observar que a maioria das conclusões dos estudos piagetianos é válida para o aprendizado e o ensino da Matemática e foi incorporada pelo Construtivismo, pressuposto teórico da Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

De maneira resumida e simples, pode-se afirmar que, de acordo com o enfoque cognitivo, o conhecimento não é uma simples acumulação de dados e informações, mas tem natureza estrutural, construído por meio de relações e operações realizadas com esses dados, formando um todo organizado e significativo.

A construção de conhecimento é ativa (compreender requer pensar), lenta, individual e gradual (o aluno regula o seu processo de aprendizagem). Além disso, a construção do conhecimento traz a recompensa da descoberta para o aluno.

Finalmente, a análise do processo cognitivo não rotula o aluno; ao contrário, desvenda as operações mentais e as estratégias que ele utiliza quando realiza cálculos e operações, aplica algoritmos, assimila um conceito, resolve um problema, apresenta um argumento e, principalmente, evidencia os erros que comete, permitindo uma intervenção pedagógica mais consistente e eficaz.

Quando se trata de aprendizagem matemática deve-se distinguir entre os seus aspectos conceituais e computacionais. De modo geral, a competência matemática é composta de três aspectos: os procedimentais, os conceituais e os simbólicos.

As aprendizagens em Matemática se fazem em cadeia, cada conhecimento entrelaçado com os anteriores, de acordo com um procedimento lógico. Nem sempre a lógica da disciplina que estrutura a sequência de conteúdos corresponde à lógica do aluno que aprende. Os níveis de dificuldade não só vêm marcados pelas características do próprio conteúdo matemático como também pelas características cognitivas dos alunos.

3.2. ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE AS PRINCIPAIS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Dificuldades para compreender e assimilar conceitos

Os estudos sugerem que sejam consideradas três etapas para a formação de conceitos: trabalhar o aspecto concreto, partindo de situações reais e familiares ao aluno; passar para a fase pictórica, utilizando imagens, ilustrações, ideogramas etc.; e, finalmente, passar à fase simbólica, à fase matemática.

Dificuldades na aquisição das noções básicas e princípios numéricos

O aluno adquire essas noções entre 5 e 7 anos de idade. Nem todos o fazem neste período e alguns ficam mais tempo ligados as suas percepções, com um pensamento intuitivo próprio do período pré-operatório. Com esses alunos é fundamental ampliar o período de manipulação: se essas noções não são realmente compreendidas, os alunos carregam as dificuldades de aprendizado durante todo o percurso escolar. As dificuldades em cálculos raramente podem ser diagnosticadas antes da 3ª série do 4º ano do EF. Do mesmo modo assumem grande importância a superação de dificuldades na representação espacial e na interpretação da informação numérica com a compreensão do significado das operações e as suas regras e algoritmos: o aluno não consegue compreender os sinais aritméticos e o valor posicional dos números. A dificuldade de compreender o sistema de numeração evidencia-se na escrita dos números. As dificuldades na adição e multiplicação, em geral, aparecem quando o aluno trabalha com números maiores que 10. Na subtração e na divisão, as dificuldades aumentam porque essas operações necessitam mais do que as outras de um processo lógico e têm uma carga menor de procedimentos automáticos.

Dificuldades na resolução de problemas

Essas dificuldades estão mais relacionadas com a incapacidade do aluno para compreender, representar os problemas e selecionar as operações adequadas do que com a execução propriamente dita. Resolver um problema não é um mero processo de execução de operações matemáticas. A interpretação e a compreensão do enunciado de um problema requerem do aluno habilidades de leitura, de assimilação de conceitos, de uso de simbologia própria, de representação, de aplicação de regras e algoritmos e da "tradução" de uma linguagem para outra.

Em momentos anteriores foram feitas observações sobre as etapas de matematização para resolução de problemas, ou seja: traduzir o problema em termos matemáticos (em um modelo matemático); efetuar operações sobre o problema matemático para determinar uma solução matemática; refletir sobre o processo de matematização e os resultados obtidos; e comunicar o processo e a solução. Em cada uma dessas etapas pode estar a origem da dificuldade de resolver problemas e ela será perceptível se o professor contar com a correção atenta dos trabalhos e tarefas do aluno. Um aspecto importante é a memória, que desempenha um papel fundamental quando se trata de fixar os aspectos da aprendizagem que necessita das tabuadas, dos automatismos, das regras, dos axiomas etc. Outra observação significativa é verificar se o aluno não está usando uma regra geral que ele próprio criou e que pensa servir para resolver problemas semelhantes.

Dificuldades na compreensão e utilização dos números racionais

Quando conhece os números racionais, o aluno faz uma ruptura na sua ideia de número inteiro — por isso, a compreensão de números racionais deve ser iniciada e apresentada ao aluno em situações-problema e não associada somente à memorização de técnicas operatórias. O trabalho dos números racionais na forma decimal deve ocorrer relacionado com os sistemas monetário, de numeração decimal e de medidas. Por sua vez, a expressão dos racionais, na forma fracionária e decimal, deve ser trabalhada de modo integrado, desenvolvendo seus significados — a relação parte/todo, quociente, razão. A ênfase deve ser dada ao trabalho com frações equivalentes, com representações gráficas.

Dificuldades de aprendizado de medidas

Sugere-se que o professor ajude na construção da ideia de medir pelos alunos, o que possibilita vivenciar que os princípios que regem o sistema de numeração decimal são os mesmos que regem o sistema de medidas. Tal como é proposto para todos os temas, sugere-se a busca de subsídios na história da Matemática.

Dificuldades de aprendizado de estatística e tratamento da informação

As noções de estatística e a utilização de gráficos e tabelas devem ser constantemente trabalhadas em sala de aula e em problemas interdisciplinares.

Dificuldades de aprendizado de álgebra

Em geral, a álgebra desenvolvida pelas escolas dá maior ênfase aos procedimentos, favorecendo um aprendizado mecânico, no qual são tratados praticamente apenas as regras e passos na resolução de problemas. O outro lado desse aspecto está no tratamento da álgebra nos seus aspectos mais significativos que são a estrutura lógica dos conteúdos matemáticos e o rigor e a precisão da linguagem. A linguagem é, a princípio, a expressão de um pensamento: não se pode utilizar uma nova linguagem com o aluno sem que esta faça sentido para ele. Quando falamos do pensamento algébrico, referimo-nos à observação da regularidade de alguns fenômenos, os aspectos invariantes dentre outros que variam, a compreensão de que o comportamento de algumas variáveis se modifica na presença da variação de outras etc. Falamos do que está na base do ensino dos conceitos algébricos, como variáveis, incógnitas, expressão, função, equação, construção e análise de representações de situações.

3.3. O PAPEL DA AVALIAÇÃO NA SUPERAÇÃO DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Tomar a avaliação como parte integrante do currículo não é mais do que entendê-la como um dos recursos para o ensino e a aprendizagem. Trata-se aqui, principalmente, da avaliação formativa, em processo e que não pode diferir da prática da sala de aula. A comunicação e o questionamento cumprem um papel fundamental em uma avaliação a serviço da aprendizagem. O professor entra com uma intervenção, uma interação que, ocorrendo numa situação de sala de aula, procura não apontar o erro, não corrigir, e sim levar o aluno a raciocinar sobre o que fez e como o fez. São exemplos deste tipo questões: "O que você fez"; "Por que você escolheu esta opção?"; "Por que você pensou assim?"; "Se você quisesse convencer alguém de que isto é verdade, o que diria?".

Cumpre salientar que o ambiente de aprendizagem para que essa prática ocorra deve ser tal que todos os participantes da sala de aula tenham uma postura positiva diante do erro. O erro não pode ser visto como algo que envergonha quem o comete, que o humilhe ou o desvalorize, mas antes como algo que é natural acontecer a todo aquele que percorre caminhos de aprendizagem. Só assim o aluno estará predisposto a expor-se, a partilhar dificuldades e, deste modo, a proporcionar situações em que o professor ou os seus pares poderão intervir para uma regulação com sucesso.

Por fim, é necessário lembrar que as respostas incorretas e também as corretas podem disfarçar a verdadeira aprendizagem dos alunos: as corretas, especialmente as que reproduzem o livro ou o professor, podem encobrir déficits de compreensão da Matemática básica; as incorretas podem representar bons raciocínios, que não podem ser desprezados pelo professor.

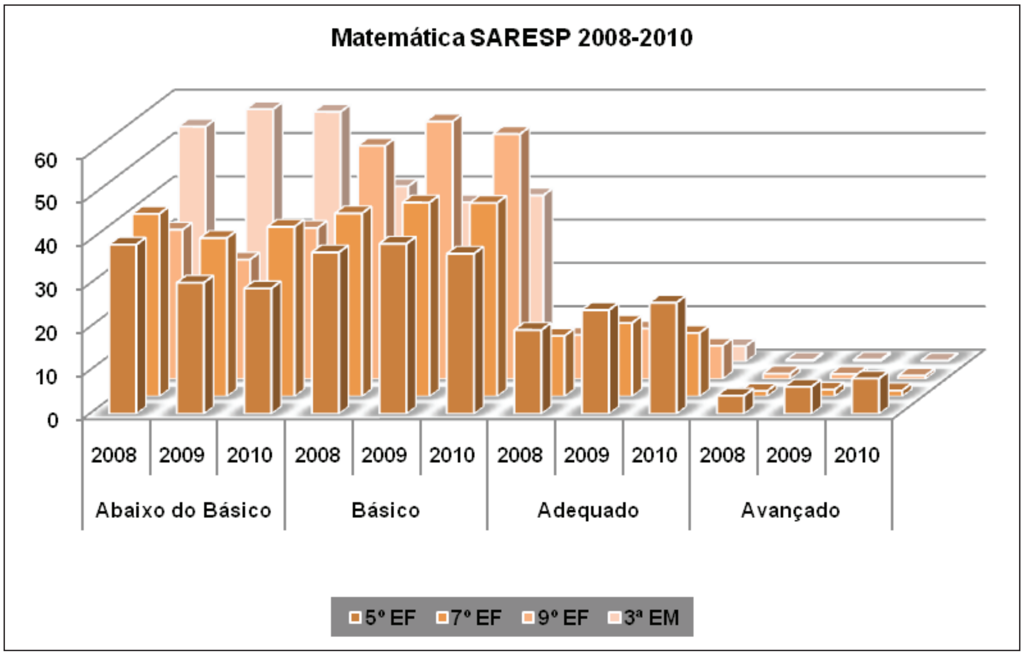
3.4. SUGESTÕES PARA A PROMOÇÃO DA MELHORIA DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Recomenda-se que o professor

- Verifique se a dificuldade é de ensino, de aprendizagem ou de ambos.
- Contextualize os esquemas matemáticos, subindo os degraus da escala de abstração no ritmo exigido pelo aluno.
- Propicie mais tempo ao aluno para expressar-se.
- Indique sugestões ou guias para que o aluno saiba encarar e monitorar seu próprio desempenho.
- Ensine o passo a passo das estratégias convencionais e dos algoritmos.
- Esclareça todos os termos relevantes do vocabulário.
- Use a terminologia de forma consistente na descrição dos procedimentos, evitando linguagem longa ou estruturas sintáticas complicadas.
- Use situações concretas, nos problemas.
- Utilize a curiosidade e a atenção exploratória do aluno como recurso didático.
- Vincule os conteúdos matemáticos a objetivos e situações humanas e significativas.
- Evite: corrigir ou fazer o aluno repetir constantemente seus erros; mostrar impaciência com a dificuldade do aluno, interrompê-lo várias vezes ou tentar adivinhar o que ele quer dizer completando a sua fala; identifique as dificuldades do aluno, diferenciando-o dos demais.
- Garanta: a assimilação do "velho" antes de passar ao "novo"; o domínio dos códigos de representação dos procedimentos e conteúdos, verificando se a "tradução" da linguagem verbal em códigos matemáticos realiza-se com facilidade.
- Incentive seus alunos a propor problemas e apresentá-los no quadro para fazê-los em casa.
- No final de cada aula, faça uma síntese do que foi visto e trabalhado e procure iniciar cada período de aula com um resumo da sessão anterior e uma visão geral dos novos temas.
- Reforce os sucessos, favoreça a autoestima e a segurança pessoal do aluno.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados das edições do SARESP dos três últimos anos, em Matemática, estão reunidos no gráfico seguinte, que mostra a distribuição dos percentuais de alunos em cada nível de proficiência.



Como se pode observar, os resultados do SARESP mostram poucas diferenças nos níveis de desempenho dos alunos, nas edições 2008, 2009 e 2010. Possivelmente afetaram negativamente os resultados da edição de 2010, a novidade neste ano que foi a de não colocar as provas em dois dias para evitar muitas ausências como as observadas nos anos anteriores: com esta estratégia, os alunos fizeram no mesmo período as provas de Língua Portuguesa e de Matemática, o que exigiu um tempo de concentração ao qual eles não estão habituados. Na prática de sala de aula não existem avaliações com um número tão grande de questões. Para comprovar esta suspeita, foram examinados os desempenhos dos alunos que ganharam uma prova com as questões de Matemática em primeiro lugar (antes das questões de Língua Portuguesa), com o desempenho daqueles que a fizeram em segundo lugar: a diferença foi significativa, com melhores resultados para o primeiro grupo. Reforçando esta hipótese, também é preciso observar o preocupante percentual de respostas em branco nas questões abertas: é uma constante em todas as séries, como pode ser visto nas grades de correção apresentadas nas análises deste relatório. Os alunos que nem tentaram fazer, não sabiam resolver as questões? Estavam cansados após tantas horas de prova? Foi desinteresse?

De qualquer forma o problema maior continua na 3ª série do Ensino Médio. Seguramente faltam aos alunos desta série os conhecimentos prévios, que na Matemática, mais que em outras áreas do conhecimento, são fundamentais para a construção de novos conhecimentos. Os conteúdos de Matemática não são, sob nenhum aspecto, distribuídos em compartimentos estanques: todos os temas e assuntos estão intimamente ligados e o mais provável é que os alunos tenham maximizado nos seus 11 anos (no mínimo) de escolaridade, todas as dificuldades em Matemática que foram acumulando ao longo desse tempo.

Nas análises de questões em todas as séries observa-se que uma das fontes de erros está no fato de os alunos não terem desenvolvido apropriadamente suas habilidades em cálculos e no domínio de regras, procedimentos e algoritmos. Por este motivo, sugerimos reiteradas vezes que os professores aumentem significativamente a proposição de problemas envolvendo esses assuntos propiciando aos alunos oportunidades mobilizar os conhecimentos desenvolvidos (conceitos e procedimentos) para resolver problemas.

De resto, mantém-se em 2010 uma quantidade significativa e preocupante de alunos no nível Abaixo do Básico. Também é difícil aceitar os números dos que se encontram no nível Básico.

Em Matemática há muito a ser feito e alguns aspectos são imprescindíveis quando se desenham ações para a melhoria do desempenho dos nossos alunos.

Como pano de fundo — e não menos importante — do cenário onde se ensina e se aprende é fundamental que o aluno acabe por gostar de Matemática, aumentando sua confiança pessoal na prática de atividades que envolvem o raciocínio matemático. Principalmente, compreenda que a validade de suas respostas e conclusões está assentada na consistência de uma argumentação lógica.

Não há aprendizagem sem ação do aluno, nenhuma intervenção externa age se não for percebida, interpretada e assimilada por aquele que aprende. Cabe ao professor criar contextos favoráveis ao envolvimento do aluno em atividades significativas para esse aluno.

O currículo real é personalizado: dois alunos nunca seguem exatamente o mesmo percurso educativo.

O professor de Matemática deve ser, antes de tudo, um professor de matematização.

Os estudantes não podem aprender a pensar criticamente, a analisar a informação, a comunicar ideias científicas, a fazer argumentações lógicas a menos que sejam encorajados a fazer repetidamente isso em muitos contextos.

A autoconfiança dos alunos cresce à medida que experimentam sucessos na aprendizagem, tal como diminui em confronto com fracassos repetidos. As tarefas de aprendizagem devem apresentar algum desafio, mas estar ao seu alcance.

O que um professor faz na sala de aula é função do que pensa sobre a Matemática e o seu ensino.

Concluindo, a Matemática precisa deixar de ser uma barreira na vida dos alunos com a consequente restrição a uma vida ativa, participativa, ao prosseguimento de seus estudos e ao seu ingresso na vida profissional.

ANEXO

ESCALA DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA

A Escala de Matemática é comum às quatro séries/anos avaliados no SARESP – 4ª, 6ª e 5ª séries/5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. A Escala permite identificar as competências e habilidades construídas pelos alunos, conforme a matriz que serve de referência para o SARESP. A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado ponto dominam não só as habilidades associadas a esse ponto, mas também as proficiências descritas nos pontos anteriores.

A Escala de Matemática é interpretada em 13 pontos, a saber: 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400,450 e 475. A descrição de cada um dos pontos foi feita com base nos resultados de desempenho dos alunos na prova de Matemática do SARESP 2009 e 2010 e de acordo com as habilidades detalhadas nas Matrizes de Referência para Avaliação do SARESP.

CLASSIFICAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA DO SARESP

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaixo do Básico	**Os alunos neste nível demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.**
Suficiente	Básico	**Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série/ano subsequente.**
	Adequado	**Os alunos neste nível demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.**
Avançado	**Avançado**	**Os alunos neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido na série/ano escolar em que se encontram.**

NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA DO SARESP

Níveis de Proficiência	4ª EF	6ª EF	8ª EF	3ª EM
Abaixo do Básico	<175	<200	<225	<275
Básico	175 < 225	200 a <250	225 a < 300	275 a <350
Adequado	225 a 275	250 a <300	300 a <350	350 a <400
Avançado	≥275	≥300	≥350	≥400

Descrição da Escala de Matemática – SARESP – 2010

<150

Os alunos com proficiência menor do que 150 não dominam os conteúdos básicos e não desenvolveram as habilidades que a Prova de Matemática do SARESP/2010 objetivou mensurar.

Neste ponto da escala, os alunos

- **reconhecem** que o peso de uma pessoa é medido em kg;
- **identificam:**

  - a forma triangular das faces de uma pirâmide;
  - a localização de objetos colocados à direita de outro objeto (referencial).

Os alunos de 7º ano do Ensino Fundamental, também

- **identificam:**
  - a localização de **um** objeto à direita de uma referência;
  - a planificação de uma pirâmide de base triangular.
- **resolvem problema** envolvendo o cálculo do valor de compra de X objetos dado o preço unitário.

150

Neste ponto da escala, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio

- **efetuam cálculos envolvendo:**
  - números com até 4 algarismos;
  - valores de cédulas e moedas em situações de compra: dados os preços de 3 objetos e o total do dinheiro para a compra, calculam o troco;
  - a soma de dois números naturais com quatro e três algarismos.
- **estimam** a medida de um palito de fósforos desenhado ao lado de uma régua.
- **identificam:**
  - a figura de maior perímetro dentre quatro desenhadas em malhas quadriculadas;
  - a movimentação de um carro para a direita a partir de uma placa de sinalização com setas $\rightarrow$, $\leftarrow$ e $\uparrow$;
  - número cuja posição é mostrada em uma reta numerada de 0 até 90, na escala não explícita de 5 em 5;
  - a forma geométrica de um dado;
  - elemento de uma sequência (razão 5);
  - em relógio de ponteiros, horas e minutos apresentados em relógio digital;
  - horário mostrado em um relógio digital.
- **localizam:**
  - números naturais na reta numérica marcada de 0 a 20 em uma escala de 2 em 2.
  - localizam informações expressas em gráfico de colunas.

- **resolvem problema** envolvendo:
  - fração como representação que pode estar associada ao significado parte/todo;
  - o cálculo da área de figura desenhada em malha quadriculada;
  - a escrita decimal de cédulas e moedas e as operações adição e multiplicação;

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **identificam:**
  - a direção à direita em uma placa de sinalização;
  - figura formada por dois cones;
  - o valor de uma medida não inteira usando fração.
- **interpretam** informações a partir de dados apresentados em um gráfico de colunas.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - dados apresentados em um gráfico de colunas;
  - valor de uma compra com dados apresentados na escrita decimal de cédulas e moedas.dados apresentados na escrita decimal de cédulas e moedas.

175

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio

- **calculam:**
  - a área de diversas figuras desenhadas em malha quadriculada;
  - a diferença entre dois números naturais de quatro dígitos;
  - a quantidade de notas e moedas necessária para se obter uma dada quantia.
- **fazem transformação** de horas em minutos.
- **identificam:**
  - as localizações na reta numérica de números racionais representados na forma decimal, marcados a partir de 42 em uma escala de 0,1 em 0,1;
  - a representação fracionária de um número decimal (0,2);
  - a figura que representa corretamente a fração 7/12;
  - número em uma sequência de números inteiros, escritos de 7 em 7;
  - número que representa a posição de um ponto na reta numerada. (origem 250, razão 50) e (origem 300, razão 200);
  - o número de ângulos internos de polígonos apresentados em figuras;
  - o número de lados de polígonos apresentados em figuras;
  - quadrado como uma figura que possui 4 ângulos retos;
  - regularidades em sequência numérica;
  - número representado pictoricamente, em uma simulação de decomposição polinomial do mesmo.
- **leem**:
  - dados apresentados em tabela de quatro colunas;
  - informações e dados apresentados em gráficos de colunas;
  - hora não exata em relógio digital;
  - medida de comprimento em régua milimetrada e identificam o número decimal correspondente, com representação até décimos;

- **localizam**:
  - números inteiros ou com representação até décimos em uma reta graduada;
  - número natural na reta numérica marcada a partir de 241 em uma escala de 6 em 6;
  - número natural na reta numérica marcada a partir de 750 em uma escala de 50 em 50;
  - posição de objeto no espaço empregando noções de lateralidade;
  - posição de objeto no plano por suas coordenadas.
- **reconhecem**:
  - entre figuras desenhadas em malha quadriculada qual delas é uma ampliação de outra;
  - a forma cilíndrica em objetos do mundo real;
  - a forma triangular em objetos do mundo real;
  - o quilômetro para a indicação de distância entre cidades.
- **relacionam**:
  - a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração para escrever o menor número que pode ser obtido com quatro algarismos dados;
  - a medida de dias em horas;
  - a medida de mês em dias.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - multiplicação em ações de compra e venda;
  - interpretação de informações a partir de dados apresentados em um gráfico. (histograma);
  - a diferença entre dois números escritos na forma decimal (medidas de alturas em cm);
  - escrita decimal denotas e moedas – quantos objetos de R$ 1,99 podem ser comprados com R$ 20,00;
  - multiplicação no sentido de uma configuração retangular;
  - medidas de capacidade: litro e mililitro e a relação entre essas unidades;
  - quociente entre números naturais;
  - sistema monetário brasileiro em situação de transformação de centavos em real;
  - porcentagem – 50%;
  - subtração com significado de comparação envolvendo números com dois algarismos.

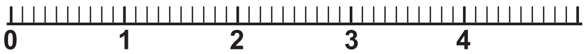
Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **identificam:**
  - o menor número com algarismos diferentes que pode ser formado a partir de quatro algarismos dados;
  - um número na reta numerada com marcas em 960 e 1010, numa escala de 10 em 10.
  - o formato octogonal de um objeto
- **leem** medida de comprimento em régua milimetrada e identificam o número decimal correspondente, com representação até décimos.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - a adição e a subtração de números inteiros;
  - o cálculo da diferença entre dois números decimais;
  - o cálculo de porcentagem – 25%.

200

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam**:
  - a diferença entre dois números naturais com três e dois algarismos;
  - divisão de número de 3 algarismos por número de 1 algarismo;
  - produto de dois números naturais.
- **identificam**:
  - a forma cilíndrica de uma figura;
  - a fração que corresponde à parte pintada de uma figura;
  - a localização de números naturais representados na reta numérica marcada a partir de 1091 em uma escala de 1 em 1;
  - fração com o significado parte/todo;
  - o número de três algarismos dados os valores posicionais de dois deles;
  - a decomposição de um número da ordem de dezenas de milhar em unidades, dezenas, centenas, etc;
  - a posição do número 3,5 na reta numérica conforme representação;



  - o número decimal associado à fração 102/100;
  - o número a partir da decomposição $7 \times 100 + 5 \times 10 + 8 \times 1$;
  - o número que ocupa determinada posição em uma sequência de números inteiros (primeiro termo 450 e razão -3);
  - o 4º elemento da sequência 875, 850, 825,....
- **interpretam** dados apresentados em tabela que relaciona atividade física e calorias gastas.
- **localizam**:
  - número decimal, com representação até décimos, em régua milimetrada;
  - informação em tabela de dupla entrada.
- **reconhecem**:
  - entre figuras desenhadas em malha quadriculada qual delas é uma redução de outra;
  - a unidade de medida de comprimento mais adequada para uma situação.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - adição com o significado de acréscimo de uma quantidade a uma outra;
  - subtração com significado de comparação, com números decimais com representação até centésimos;
  - adição e a subtração com significado de transformação, com números de até 2 algarismos;
  - subtração em situação de troco, envolvendo escrita decimal de cédulas e moedas;
  - a estimativa da medida de comprimento de um segmento de reta, dada a medida de outro segmento na mesma reta;
  - a estimativa da medida do volume ocupado por uma substância ou mistura em um jarro cilíndrico, dada a medida do volume do jarro;
  - a diferença entre dois números naturais: quatro e três algarismos e três e três algarismos;
  - a multiplicação de dois números naturais. (soma de parcelas iguais);
  - a diferença entre 1,65 m e 17 cm;
  - a diferença entre 1 litro e 400 mL;
  - a diferença entre dois números decimais. (altura em metros);
  - a interpretação de dados apresentados em tabela simples de dupla entrada;
  - a interpretação de dados apresentados em uma tabela, em forma de um pictograma;
  - a interpretação de informações a partir de dados apresentados em um gráfico. (histograma);
  - a relação entre semanas e dias;

- as relações entre hora, minuto e segundo;
- as relações entre kg e g;
- as relações entre meses e anos;
- o produto de dois números naturais;
- a relação entre o litro e o mililitro;
- o quociente entre números naturais;
- o quociente entre x quilos e meio quilo;
- o quociente entre 1 litro e x mL;
- porcentagem – 25%.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam:**
  - adição de números decimais com representação até décimos;
  - o total de semanas inteiras em x dias.
- **comparam** valores apresentados em tabela para tomada de decisão;
- **efetuam** o produto de potências de mesma base;
- **estimam** o volume de líquido em um recipiente a partir de um desenho e da informação da capacidade do recipiente;
- **identificam**:
  - a fração que representa partes sombreadas de uma figura;
  - a representação decimal de 102/100;
  - o gráfico de linha associado aos dados de uma tabela simples de dupla entrada;
  - o gráfico (histograma) associado aos dados de uma tabela simples de dupla entrada;
- **localizam** em reta numerada e graduada, número de até 4 algarismos;**realizam** transformação de unidade de medida de comprimento – centímetros em milímetros – expressa na representação decimal até décimos;
- **relacionam** gráfico de coluna a gráfico de setores correspondente;
- **resolvem problema** envolvendo:
  - dados apresentados de modo pictórico em uma tabela;
  - divisão de números inteiros;
  - grandezas inversamente proporcionais;
  - noção básica de probabilidade – "é mais provável que";
  - cálculo com medidas de capacidade expressas em mililitro;
  - o produto de dois números naturais;
  - multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, com escrita decimal de cédulas e moedas;
  - a adição e a subtração com significado de transformação, com números de até 2 algarismos.

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **identificam**um gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **identificam** pontos no sistema cartesiano associados a um objeto de batalha naval.

225

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam** o número aproximado de quadrados que compõem uma figura apresentada em malha quadriculada;
- **identificam**:
  - 50% com 1/2;
  - uma fração que expressa a relação parte/todo;
  - a pessoa que está em frente à outra em um desenho que mostra a disposição circular de um grupo de pessoas;
  - a posição à direita diante do desenho que mostra a disposição de poltronas em uma sala;
  - as formas de um losango, um triângulo, um hexágono e um pentágono como sendo as de pipas apresentadas por desenhos;
  - o algarismo da dezena em número com 4 algarismos;
  - o total de dezenas em um número de 3 algarismos;
  - um número com sua decomposição pelas regras do sistema de numeração decimal;
  - um número em que é dado o algarismo da centena;
  - a reta que melhor representa a posição de 1,2 em uma reta numerada a partir de zero na escala 1 a 1;
  - a ampliação de uma figura apresentada em malha quadriculada.
- **leem** horas e minutos em relógio analógico;
- **localizam** a posição de números em reta graduada;
- **reconhecem** o menor entre números de 4 algarismos com zeros intercalados;
- **relacionam** a planificação de um cilindro ao seu nome;
- **resolvem problema** envolvendo:
  - o cálculo da diferença entre dois números decimais (com três casas);
  - a leitura de uma tabela pictórica e a adição de números naturais;
  - a diferença entre dois números decimais (5 - 3,75);
  - a multiplicação com o significado de combinatória (combinação de saias e blusas);
  - o cálculo de 2/3 de um número;
  - o conceito de porcentagem (50%);
  - o cálculo do quociente (inteiro) e do resto entre dois números naturais;
  - adição com o significado de juntar com números com até 4 algarismos;
  - divisão com significado de proporcionalidade, com divisor de 1 algarismo;
  - divisão, com significado de repartir, com dividendo com 2 algarismos e divisor com 1 algarismo;
  - multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, tratando de quantia em reais expressa por uma escrita decimal;
  - multiplicação com significado de configuração retangular, com números de 3 e de 2 algarismos;
  - multiplicação por número de 2 algarismos, a noção de proporcionalidade e escrita decimal de uma quantia em reais.;
  - subtração com significado de comparação, com números de até 3 algarismos;
  - de compra e venda, envolvendo adição e subtração de números decimais (valores em reais);
  - composição de relações, com informações obtidas em tabela e com transformações de cm para m.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam** a área de uma figura formada pela composição de oito triângulos iguais de área conhecida;
- **distinguem** figuras planas de figuras espaciais;
- **identificam**:
  - a figura construída a partir de outra, inacabada e com um eixo de simetria destacado;
  - a medida de um ângulo indicado no desenho de uma bússola;
  - a pirâmide de base triangular como um poliedro com todas as faces triangulares;

- a representação fracionária de 0,2;
- a localização de um número decimal na reta numérica (localização do número 1,2 em reta com marcas em 0, 1, 2);
- o gráfico de colunas ou de barras correspondente a uma tabela;
- o losango, o triângulo, o hexágono e o pentágono entre diversas figuras;
- a planificação de uma caixa na forma de um paralelepípedo;
- diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, e a planificação de uma figura tridimensional.

▪ **reconhecem** a relação entre a totalidade e 100%;
▪ **representam** medidas não inteiras utilizando frações.
▪ **resolvem problema** envolvendo:
- multiplicação com significado de proporcionalidade, cujos valores estão expressos em reais sob representação decimal;
- a divisão não exata de dois números e expressam o resultado na forma decimal;
- o princípio multiplicativo de contagem;
- divisão com significado de agrupamento, com divisor com 1 algarismo;
- multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, com transformação de unidade de medida de capacidade – mL em L;
- multiplicação por número de 2 algarismos, com significado de proporcionalidade;
- multiplicação de inteiro por um número decimal (uma casa);
- subtração com significado de comparação, envolvendo números com até 3 algarismos;
- cálculo de porcentagem (25% ou 75%);
- conversão de polegadas em centímetros (dado o valor da polegada).

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

▪ **associam** a representação de dados em gráfico setorial com a sua descrição em uma tabela;
▪ **identificam:**
- fração equivalente a 50/4;
- a medida de um segmento marcado em uma régua graduada em centímetros;
- o gráfico de linha associado aos dados de uma tabela;
- o gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela de três colunas.
- interpretam informações a partir de dados apresentados em tabela com duas colunas.

▪ **resolvem problema** envolvendo:
- grandezas inversamente proporcionais;
- o conceito de probabilidade.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

▪ **identificam**:
- o gráfico de barras horizontais associado a dados apresentados em uma tabela de quatro colunas;
- o gráfico setorial associado a dados apresentados em um texto;
- conceito de probabilidade.

250

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

▪ **calculam:**
- o quociente (resto zero) entre dois naturais cujo divisor tem 2 dígitos;
- o perímetro de figuras desenhadas em malha quadriculada.

- **identificam:**
  - a fração decimal correspondente à um número cuja representação decimal está expressa até décimos;
  - a localização em reta graduada de números decimais expressos até décimos;
  - a razão de ampliação de figuras planas desenhadas em malhas quadriculadas;
  - a representação decimal de 35/100;
  - quadrados entre outras formas geométricas desenhadas em figuras;
  - o número de quatro algarismos dado o valor posicional de um deles;
  - um número a partir da informação de suas ordens de acordo com as regras do sistema de numeração decimal.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - a adição e a subtração entre números racionais apresentados na sua forma decimal;
  - compra e venda, envolvendo a adição e a divisão de números decimais;
  - a divisão entre dois números naturais. (repartir em partes iguais)
  - multiplicação – princípio de contagem;
  - o conceito de fração – parte/todo;
  - o cálculo do perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada;
  - duas operações – adição e multiplicação – com significado de composição e adição de parcelas iguais, com números de 1 algarismo;
  - duas operações – adição e subtração – com significado de composição, com números de até 3 algarismos;
  - multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, com transformação de unidade de medida de capacidade – mL em L;
  - subtração com significado de comparação, envolvendo número natural e número com representação até décimos.
- **transformam** horas em minutos.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

- **calculam**:
  - a soma dos ângulos internos de um losango a partir das medidas dos ângulos do triângulo retângulo que serve de base para a construção do losango;
  - o produto de 0,22 por 5;
  - o quociente entre 1,25 e 0,5.
- **determinam**:
  - a medida de um ângulo interno de um triângulo conhecidas as medidas dos outros dois ângulos;
  - a medida do ângulo de 180º associado a um giro descrito em texto e figura.
- **identificam**:
  - a escrita em linguagem corrente de uma expressão algébrica;
  - a localização em reta graduada de números decimais expressos até décimos;
  - a quantidade de líquido até uma determinada marca em um copo graduado;
  - figuras de forma quadrada;
  - total de dezenas em um número de 3 algarismos;
  - o número de quatro algarismos, dado o valor de um de seus algarismos;
  - a fração associada a parte destacada de uma figura;
  - um prisma de base pentagonal a partir da sua planificação;
  - uma figura depois de ela ter passado por um giro de 90º no sentido horário;
- **reconhecem**
  - e quantificam elementos específicos de uma sequência numérica proposta apenas por sua lei de formação;
  - o ângulo de 90° formado pelos ponteiros de um relógio ao marcar 9 horas;
  - ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos;
  - os nomes dos sólidos geométricos – cubo, esfera e cilindro, relacionados a objetos do mundo real;
  - relacionam a planificação de um cilindro ao seu nome.

- **resolvem:**
  - equação do 1° grau;
  - expressão numérica envolvendo a multiplicação e a divisão de números negativos.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - medidas de temperatura;
  - probabilidade expressa em porcentagem;
  - subtração com significado de comparação com a escrita decimal de números até centésimos;
  - adição de medidas de tempo – horas e minutos – e transformações entre elas.
  - conversão de medidas em mililitro para litro;
  - cálculo de probabilidade simples (retirada de bola de um saco);
  - multiplicação (princípio de contagem);
  - dados apresentados em um gráfico de linha(registro de variação de temperatura).

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **descrevem** em palavras um trajeto desenhado por setas em um mapa de ruas;
- **identificam:**
  - a localização de objeto em um croqui dada a orientação sobre sua posição;
  - elemento de uma sequência de figuras;
  - o maior número decimal dentre outros;
  - o sistema de equações que expressa um problema.
- **interpretam** informações a partir de dados apresentados em gráficos setoriais.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - noções de compra, venda e parcelamento com números racionais;
  - a ordenação de números decimais apresentados em uma tabela;
  - equações com coeficientes racionais.
- **resolvem sistemas lineares** de duas equações com duas incógnitas (métodos da adição e da substituição).

275

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam:**
  - perímetro de figura plana em malha quadriculada;
  - área de um triângulo desenhado em malha quadriculada;
- **identificam:**
  - o valor posicional de algarismos em números com até 4 algarismos;
  - frações equivalentes;
  - a figura de um cone, descritas suas características: forma arredondada, uma face plana, um vértice;
  - o quadrado em meio a outras figuras.
- **relacionam** um número decimal à fração decimal correspondente;
- **reconhecem:**
  - que as frações 1/4 e 25/100 têm a mesma representação decimal;
  - ampliação de figura representada em malha quadriculada.
- **resolvem situação-problema** envolvendo:
  - transformação de reais em centavos;
  - cálculo de percentagem (25%);
  - cálculos com medidas de tempo – horas e minutos, a partir de leitura em relógio analógico;

- a diferença de horários de início e fim de um evento com dados apresentados em tabela;
- conversão de medidas com unidade "palmo" em centímetros;
- relação de proporcionalidade e regra de três;
- o significado da troca da posição de algarismo em um número.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam:**
  - a medida de ângulo interno de polígono composto por triângulos e quadriláteros;
  - distância real entre dois pontos do espaço a partir de representação em escala;
  - expressão numérica envolvendo a adição e a subtração de frações de mesmo denominador;
  - o valor de expressão numérica envolvendo adição e subtração de números decimais (com até duas casas decimais);
  - o resultado da subtração 0,789 de 2;
  - o tempo de duração de um evento a partir de horários apresentados em uma tabela;
  - produto de potências.
- **identificam:**
  - a expressão algébrica que expressa uma situação-problema;
  - a planificação de um cubo;
  - o número de vértices de uma pirâmide dada sua representação em uma figura;
  - regularidade de sequência numérica natural.
  - a fração associada a parte destacada de uma figura;
  - um número de dois algarismos que é múltiplo de 4 e de 7;
  - a fração de uma hora que corresponde a 15 minutos;
  - a representação decimal da quarta parte de um litro;
  - a representação decimal de 3/4.
- **interpretam** informação a partir de dados apresentados em um gráfico de linha.
- **leem** números naturais até a classe dos bilhões em representação reduzida com recurso da vírgula.
- **ordenam** números racionais com representação decimal até milésimos.
- **reconhecem** a planificação de sólidos apresentados apenas pelos seus nomes – pirâmide, cilindro e cubo;
- **resolvem** expressão numérica envolvendo as quatro operações.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - duas operações – divisão e adição – com significado de repartir e de juntar, respectivamente;
  - as medidas de ângulos internos de um triângulo retângulo;
  - o cálculo da distância real entre duas localidades dada a distância em um mapa, com escala;
  - sistema de equações do 1° grau;
  - cálculo de probabilidade;
  - contagem usando diagrama de árvore dado o primeiro "galho" da árvore como exemplo;
  - divisão cujo divisor é um número decimal expresso até centésimo;
  - divisão com valores expressos em reais na forma decimal;
  - equação do 1° grau;
  - multiplicação e adição com números negativos;
  - a realização de medidas usando padrões e unidades não convencionais ("palmo" e cm.).

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam** o valor numérico de uma expressão algébrica que envolve a diferença entre quadrados.
- **descrevem** em palavras um trajeto desenhado por setas em um quadriculado, envolvendo direção e ângulos.

- **identificam**:
  - a expressão matemática que traduz uma frase em linguagem corrente;
  - a frase em linguagem corrente que traduz uma expressão matemática simples;
  - as formas das faces de um poliedro;
  - o ângulo de 90° a partir da descrição de um trajeto mostrado em uma figura;
  - o sistema de equações que expressa um problema;
  - triângulos semelhantes gerados pelos cruzamentos de retas paralelas sobre um triângulo;
  - um octaedro mostrado em uma figura a partir de sua planificação;
  - o raio de uma circunferência.
- **reconhecem** as diferentes representações de um número racional.
- **resolvem** problema envolvendo:
  - área de um retângulo e equação do 2° grau;
  - contagem e o princípio multiplicativo;
  - conceito de área;
  - operações entre números decimais;
  - o cálculo do perímetro de uma figura retangular;
  - a representação decimal de ¼;
  - relações de proporcionalidade por meio de funções do primeiro grau.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **descrevem** as características fundamentais da função do segundo grau, (como a função $s = s_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$) relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento;
- **determinam** o 17° termo de uma progressão aritmética de 1° termo 3 e razão 4.
- **identificam:**
  - a planificação de um poliedro apresentado em um desenho;
  - o sólido associado a um poliedro apresentado em figura;
  - triângulos semelhantes obtidos a partir dos cruzamentos de retas desenhadas em um triângulo.
- **resolvem problema** envolvendo a determinação da equação de uma reta apresentada em um gráfico.

300

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam:**
  - área de figura em malha quadriculada;
  - perímetro de figura plana em malha quadriculada;
  - o produto de dois números naturais com três e dois algarismos;
  - o quociente entre dois números naturais com três e um algarismos.
- **identificam:**
  - regularidade apresentada em padrão geométrico;
  - graduação adequada de reta de acordo com os números indicados;
  - um número a partir de informações sobre os algarismos que o compõem e sobre sua posição de acordo com as regras do sistema de numeração decimal;
  - a fração que representa um total de horas em relação às 24 horas do dia;
  - fração 2/5associada a parte destacada de um desenho;

- uma fração decimal com o número decimal correspondente;
- a posição de um ponto na reta numérica com origem em zero e amplitude do intervalo igual a 60;
- a posição da letra M na figura apresentada a seguir;

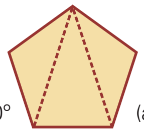
- figura que pode representar o número decimal 1,5;
- posições à direita e à esquerda, com figuras sentadas em cadeiras enfileiradas ou apresentadas em círculo;
- retângulo na bandeira do Brasil;
- a redução proporcional de uma figura apresentada em malha quadriculada;
- a decomposição de um número de três algarismos em unidades, dezenas e centenas;
- um número de três algarismos a partir da descrição da sua decomposição em unidades, dezenas e centenas;
- o número a partir de sua decomposição (3 x 1 000 + 9 x 100 + 6 x 10;);
- a representação decimal da fração 4/10;
- a representação fracionária de 0,80;
- o 11° elemento da sequência 200, 210, 220, ...
- o número que representa a posição de um ponto na reta numerada. (origem 1900, razão 10);
- na linguagem xh e 0ymin, horário mostrado em um relógio analógico.

▪ **resolvem problema** envolvendo:
- a identificação de frações equivalentes: 1/3, 5/15, 3/15 e 2/15;
- a adição de dois números naturais. (ambos com quatro algarismos);
- a adição de números decimais. (1,5 – 1,3 – 0,4);
- o valor aproximado da soma de 45 min com 45 min;
- a identificação de uma fração decimal com o número decimal correspondente;
- a adição de números decimais utilizando dados apresentados em uma tabela simples;
- uso correto de unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, L/mL.
- a identificação da unidade adequada para a medida de amostras e/ou corpos inteiros (xarope; água de uma piscina; altura de uma pessoa, o peso de um elefante);
- o cálculo aproximado da áreade uma figura desenhada em malha quadriculada, com um dos "lados" em linha curva;
- o cálculo da quantidade (em metros) de rodapé a ser colocado em uma sala desenhada em malha quadriculada.

Neste ponto ainda, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

▪ **calculam:**
- a razão entre dois valores expressos em uma tabela;
- área de uma figura tendo como unidade de medida uma superfície montada com triângulos eqüiláteros;
- o perímetro de uma figura que pode ser decomposta em quadrados e retângulos;
- o resultado da adição de frações com denominadores diferentes;
- o valor numérico de uma expressão com adição, multiplicação e divisão de frações;
- o número resultante de orientações que envolvem cálculos com as quatro operações e números positivos e negativos;
- a medida do ângulo do giro que um ponteiro de relógio faz em 15 min.

▪ **determinam** a escala utilizada em uma planta baixa. (4 cm para representar 4m).

- **identificam:**
  - a medida do ângulo que determina a simetria de rotação da calota de um pneu apresentada em uma figura;
  - a soma das medidas dos ângulos de um polígono de n lados (por decomposição em triângulos);
  - figuras desenhadas na mesma escala;
  - números primos até 21;
  - números que estão na razão de 4 para 3;
  - figura formada somente por quadriláteros;
  - a figura cuja soma dos ângulos internos é igual a 540°  (a figura é a única informação);
  - situações de proporcionalidade entre grandezas expressas em linguagem corrente;
  - a simplificação de uma razão. (entre o número de cestas e o de arremessos).
- **localizam**
  - informação em gráfico de linha representado em plano cartesiano quadriculado;
  - informações a partir de dados apresentados em tabela de dupla entrada;
- **percebem** quando existe simetria em figuras;
- **reconhecem**:
  - a figura que é a reflexão, em torno de um eixo de simetria, de uma figura dada;
  - a fórmula para o cálculo do perímetro de uma circunferência;
  - a relação existente entre a altura atingida por um líquido e a forma da base do recipiente que o contém;
  - que em um número a mudança da posição de um algarismo para uma ordem imediatamente superior significa que seu valor posicional fica multiplicado por 10;
  - situações que envolvem proporcionalidade;
- **relacionam** a representação fracionária de um número com sua representação decimal;
- **resolvem problema** envolvendo:
  - grandezas inversamente proporcionais;
  - contagem com permutação de elementos;
  - contagem dos resultados do lançamento de três moedas usando diagrama de árvore (dado o primeiro "galho" da árvore como exemplo);
  - multiplicação com significado de proporcionalidade e a transformação de quilômetro em metro;
  - a concepção de múltiplo comum a dois números;
  - a razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência;
  - multiplicação e subtração de números naturais;
  - divisão e subtração com números naturais;
  - cálculo de intervalo de tempo expresso em horas e minutos;
  - cálculo de perímetro de quadrado e a transformação de unidades – passos para metro – a partir de relação fornecida;
  - potenciação;
  - regra de três, tratando degrandezas inversamente proporcionais e transformação de horas em minutos;
  - unidades de medida de comprimento não convencionais, expressando a relação entre elas por meio de fração;
  - uma equação do 1° grau com coeficientes fracionários;
  - a utilização de desenhos de escalas (leitura de plantas);
  - o cálculo da medida de um ângulo suplementar de outro ângulo cuja medida é dada em graus e minutos;

Neste ponto ainda, os alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **aplicam** o Teorema de Tales na resolução de problemas que envolvem ideia de proporcionalidade, na determinação de medidas.
- **calculam** valores aproximados de radicais.
- **expressam** as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função do segundo grau.
- **identificam:**
  - 1/4 com 25%;
  - a escrita em linguagem corrente de um trajeto marcado por setas, em um mapa de ruas;
  - a expressão que define o termo geral de uma sequência sendo dada a sequência e a descrição em linguagem corrente do seu termo geral;

- a localização de objeto em mapas, dadas as coordenadas de latitude e longitude de sua posição;
- as coordenadas do quarto vértice de um retângulo conhecidas as coordenadas dos outros três;
- o número e o tipo de faces de um paralelepípedo apresentado em uma figura;
- o significado de 30% confrontando com situações que envolvem fração e divisão.

- **realizam** operações de soma com polinômios.
- **reconhecem:**
  - a semelhança entre figuras planas, a partir da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes;
  - ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos;
  - as relações entre o raio, o centro e os pontos de uma circunferência;
  - as representações decimal e fracionária de um número racional.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - as medidas de comprimento dadas pelo centímetro e pelo metro;
  - cálculo de porcentagem (6%);
  - cálculo de lucro/prejuízo;
  - cálculo das medidas de ângulos de um triângulo construído a partir de um quadrado;
  - cálculo das medidas de um triângulo ampliado de outro com dimensões dadas;
  - cálculo do perímetro de uma circunferência;
  - cálculo do volume de um paralelepípedo;
  - cálculo de probabilidade;
  - cálculo do percentual correspondente à redução de uma quantidade para outra;
  - compra e venda envolvendo descontos e aumentos dados em percentuais;
  - determinação de uma fração: área ocupada pelas casas pretas de um tabuleiro de xadrez;
  - frações equivalentes;
  - grandezas direta e inversamente proporcionais;
  - informações apresentadas em um gráfico de linha;
  - medidas de tempo em horas e minutos;
  - triângulos semelhantes para o cálculo de medida de comprimento de um dos lados;
  - relações entre metro e centímetro;
  - sistemas lineares (duas equações, duas incógnitas).

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **expressam** matematicamente padrões e regularidades em sequências de figuras.
- **identificam:**
  - a função que traduz uma relação de proporcionalidade inversa;
  - o ponto solução de um sistema de equações do 1º grau representado por duas representadas no sistema cartesiano;
  - o valor da raiz comum de duas funções apresentadas em um gráfico;
  - posições de números da reta marcada de 0 a 1 e, com escala de 0,1 em 0,1;
  - quadrados e triângulos retângulos em uma figura;
  - as propriedades relativas ao crescimento ou decréscimo de funções exponenciais $f(x) = a^{kx}$
  - quando a = e, a = 1/3, a = 3, k = -1.
- **representam** pontos no referencial cartesiano e identificam o polígono resultante da união destes pontos;
- **relacionam** um cubo com sua planificação;
- **resolvem problema** envolvendo:
  - porcentagem e com dados apresentados em uma tabela;
  - porcentagem e com dados apresentados em um gráfico setorial;
  - Progressão Aritmética;
  - um sistema de equações do 1º grau;
  - a modelagem e a resolução de um sistema de três equações e três incógnitas;
  - o cálculo de média ponderada;
  - o cálculo de probabilidade;

- a modelagem por meio de uma equação do 1° grau - Progressão Aritmética;
- um sistema de equações do 1° grau;
- a modelagem e a resolução de um sistema de três equações e três incógnitas;
- o cálculo de média ponderada;
- o cálculo de probabilidade;
- a modelagem de uma equação do 1° grau.

Neste ponto, os alunos de 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam** adições e subtrações de frações.
- **identificam:**
  - figura com apenas um eixo de simetria, dado exemplo do eixo de simetria de um triângulo;
  - quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos como figuras que têm em comum o fato de possuírem lados opostos paralelos dois a dois;
  - a forma cúbica entre representações de diversos objetos.
- **relacionam** um número racional a diferentes representações: fracionária, decimal e percentual.
- **resolvem** situação envolvendo cálculo de intervalo de tempo expresso em horas e minutos.

Neste ponto, os alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam:**
  - medida de ângulo interno de quadrilátero convexo;
  - o valor de uma incógnita em expressão expressa na forma fracionária;
  - o resultado da subtração 1/5 de 2;
  - o quociente de 4,5 por 0,3.
- **identificam:**
  - um objeto por meio de suas vistas lateral e superior;
  - um prisma hexagonal na foto de favos de uma colméia.
- ordenam números racionais na forma decimal com representação até milésimos.
- resolvem problema envolvendo o cálculo da medida de ângulos formados por retas concorrentes.
- simplificam expressão numérica envolvendo adição e subtração de frações.
- traduzem em linguagem corrente o significado da expressão $2x – x/2 = 6$.

350

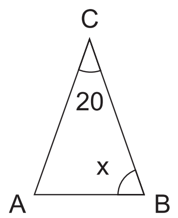
Neste ponto, os alunos da 6ª, 8ª séries/7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam** o número de faces de uma pirâmide.
- **identificam:**
  - a equação do primeiro grau que expressa uma situação-problema que envolve porcentagem;
  - situações de proporcionalidade com dados numéricos apresentados em tabela.
- **interpretam** informações transmitidas por meio de gráficos.
- **reconhecem**a expressão algébrica que representa o número de faces de um prisma de n lados.

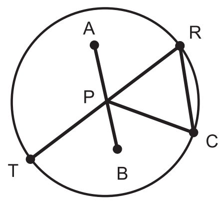
- **resolvem problema** envolvendo:
  - a concepção de múltiplo comum e números fracionários;
  - cálculo de medida de ângulo interno de triângulo retângulo equilátero;
  - cálculo de medida de ângulo interno de quadrilátero convexo;
  - subtração de frações com denominadores diferentes;
  - transformações entre unidades de medida de superfície – cm^2, m^2, dm^2 e mm^2;
  - dados apresentados em um gráfico de pontos;
  - expressão algébrica fornecida, identificando suas variáveis com os dados do problema.

Neste ponto ainda, os alunos de 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também

- **calculam:**
  - $(a – b)^2$;
  - a área de um retângulo, dados condições sobre o seu perímetro e medida de um dos lados.
  - a medida do ângulo **x** no triângulo isósceles representado ;



- **determinam** o resultado de operações de adição, subtração e multiplicação de binômios.
- **efetuam** cálculos que envolvem potenciação e adição com frações.
- **expressam** matematicamente as relações de proporcionalidade direta entre a distância e o quadrado do tempo, no contexto de um corpo em queda livre.
- **identificam**:
  - a expressão algébrica que expressa regularidades observadas em seqüências de figuras (padrões);
  - a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões);
  - a medida em graus de um ângulo apresentado com medida em radianos, sendo dada a definição de radiano;
  - a notação científica de 0,007 milímetros;
  - o intervalo onde se localiza o radical $\left(\frac{46}{2}\right)^{½}$;
  - o valor aproximado de sendo fornecido o valor de $\sqrt{1600}$ sendo fornecido o valor de $\sqrt{2}$;
  - o sistema de equações do 1° grau que expressa um problema, nomeadas as suas incógnitas;
  - o segmento que representa o raio numa figura como aque está representada a seguir;



- **realizam** operações simples para o cálculo do valor numérico de polinômios.
- **localizam** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ entre os pontos -1 e 0 em uma reta numérica que marca os números -2, -1, 0, 1, 2.

- **reconhecem**:
  - e quantificam a modificação de medidas do perímetro em ampliação de um quadrilátero representado em malha quadriculada;
  - círculo/circunferência,seus elementos e algumas de suas relações.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - números decimais e divisão entre eles;
  - a relação entre os raios de três circunferências apresentadas em uma ilustração;
  - relação entre variáveis, expressa no gráfico de uma reta;
  - a representação decimal dos números racionais a partir de uma ilustração com os nomes de
  - algumas ordens do sistema posicional de numeração;- a representação de quatro pontos no sistema cartesiano para então identificar qual deles está mais distante de um quinto ponto dado;
  - cálculo das medidas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo cujos catetos têm a mesma medida;
  - o cálculo do volume ocupado por livros em uma mochila;
  - o Teorema de Pitágoras;
  - razões trigonométricas do triângulo retângulo (seno);
  - o cálculo da medida de cada um de seus ângulos internos em um polígono regular;
  - propriedades dos polígonos (soma e medida de s ângulos internos);
  - relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1° grau.
- **simplificam** o quociente entre duas expressões algébricas usando fatoração.
- **utilizam** a notação científica como forma de representação adequada para números muito grandes ou muito pequenos.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **aplicam** as propriedades fundamentais dos polígonos regulares em problemas de pavimentação de superfícies.
- **identificam**:
  - a ordem em que se apresentam, localizados na reta, três pontos, dadas as suas coordenadas;
  - a possível função a que pertencem três pontos, dadas as suas coordenadas;
  - a sentença matemática que traduz a definição dada, ,do volume de um cilindro;
  - a sequência que é uma progressão geométrica dadas as definições de progressões aritmética e geométrica;
  - o polígono que tem o mesmo perímetro de um quadrado com medida do lado conhecida;
  - os sinais dos coeficientes a, b na função y = ax + b, dado o seu gráfico;
  - a relação de ordem entre distâncias percorridas em rotas sobre a superfície terrestre, dadas as definições das linhas onde estão localizados os locais de partida.
  - a intersecção de dois intervalos de números reais representados na reta numérica.
- **localizam** pontos no sistema cartesiano.
- **representam** por meio de uma função, a relação de proporcionalidade direta (velocidade = espaço percorrido/tempo), com valores da velocidade e do tempo, apresentados em uma tabela.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - sistema de equação do 1° grau com duas incógnitas;
  - a modelagem e a resolução de uma equação do 2° grau;
  - Progressões Geométricas;
  - relações métricas no triângulo retângulo;
  - uma função de 1° grau a partir de sua representação por uma reta, traçada em um referencial cartesiano.

375

Neste ponto, os alunos da 6ª, 8ª séries/7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

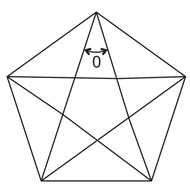
- **reconhecem** números primos em uma seqüência de ímpares.

Neste ponto, os alunos da 8ª série/9o ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio

- **efetuam** cálculos simples com valores aproximados de radicais.
- **identificam**:
  - o valor de k em $(x + k)^2$ dado o desenvolvimento de $(x + 4)^2$;
  - termos de $(a + b)^2$ na representação geométrica deste produto notável;
  - no plano cartesiano, a representação de um triângulo, dadas as coordenadas cartesianas dos seus vértices.
- **localizam**:
  - a posição do número 5/100 em intervalos dados de [0,1];
  - no plano cartesiano os pontos de abscissa e ordenada iguais.
- **identificam** a representação geométrica de um sistema de equações do 1° grau, apresentado na sua forma algébrica.
- **reconhecem** a representação geométrica de $(a + b)^2$.
- **resolvem** expressão numérica envolvendo o quadrado de frações e de números decimais, positivos e negativos.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - o cálculo da altura de um triângulo usando relações métricas dos triângulos retângulos;
  - o cálculo de área total de uma figura decomposta em triângulos eqüiláteros, dadas as medidas da altura e do lado do triângulo;
  - o cálculo do comprimento de uma circunferência;
  - o conceito do número π;
  - resolução do sistema

$$\begin{cases} y = \dfrac{x}{2} \\ 2x + y = 60 \end{cases}$$

  - o volume de um prisma;
  - triângulos semelhantes, dadas medidas de alguns ângulos e de lados;
  - triângulos semelhantes, no cálculo de medidas;
  - a medida de um ângulo marcado na figura do pentágono regular.



  - o teorema de Pitágoras e o cálculo de $\sqrt{20}$ (é dado um valor aproximado de $\sqrt{5}$).

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **aplicam:**
  - as relações entre as raízes e os coeficientesde uma equação de 3º grau;
  - o princípio multiplicativo na resolução de problemas de contagem.
  - raciocínio combinatório e o princípio aditivo na resolução de situações-problema sobre contagens.

- **calculam:**
  - a moda de uma distribuição de dados apresentados em um gráfico setorial;
  - o produto de dois números usando logaritmos;
  - o valor do quociente de funções trigonométricas em pontos dados por ângulos desenhados em um triângulo retângulo.
- **identificam:**
  - a função que pode corresponder à fatoração de um polinômio de 5º grau;
  - a função que traduz a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais dados alguns de seus valores em uma tabela;
  - as características de uma função de 1º grau;
  - as coordenadas geográficas que definem a localização de uma cidade assinalada em um mapa;
  - as figuras geométricas que, na planificação de um prisma, definem as suas faces;
  - a relação entre o número de vértices, faces e arestas de poliedros expressa em 1 problema;
  - as relações de proporcionalidade direta em problemas enunciados em linguagem corrente e associam-nas com a função $y = kx$;
  - figuras semelhantes a partir de triângulos apresentados com valores de lados e ângulos;
  - o gráfico cartesiano de um sistema de equações do 1º grau, dada a forma analítica do sistema;
  - o gráfico que representa uma função do 2º grau.
- **localizam** pontos em um sistema de coordenadas cartesianas para identificar um losango.
- **resolvem:**
  - equação trigonométrica, com seno e cosseno de 30°;
  - equação exponencial.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - cálculo de probabilidade a partir de dados apresentados em uma tabela;
  - contagem e permutação, dada a definição de permutação;
  - função exponencial;
  - grandezas direta e inversamente proporcionais;
  - medidas de ângulos de um polígono de n lados inscrito em uma circunferência;
  - o cálculo de índices dados a sua definição e informações em um infográfico;
  - o cálculo de probabilidades simples;
  - o perímetro de uma figura plana;
  - o teorema de Pitágoras;
  - o volume de um cone;
  - o volume de um prisma de base quadrada;
  - razões trigonométricas do triângulo retângulo;
  - sistemas lineares de 3ª ordem;
  - relações de comprimento em uma pirâmide;
  - Progressão Geométrica - termo geral;
  - função exponencial (problema simples);
  - a determinação da área de escultura representada em figura por uma esfera colocada sobre um cubo.
- **verificam** a relação de Euler para dois poliedros apresentados em uma figura. (é dada a fórmula da área de uma superfície esférica).

400

Neste ponto, os alunos da 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior

- **calculam** a medida de um segmento de uma figura de um Tangran desenhado em um quadrado de 20 cm de lado, comparando medidas de lados das demais figuras desenhadas.

- **determinam** a equação de uma reta desenhada no plano cartesiano, conhecidas as coordenadas de dois de seus pontos.
- **identificam:**
  - a equação de uma reta apresentada em um plano cartesiano;
  - as coordenadas do ponto de interseção de duas retas que definem um sistema de equações do 1° grau;
  - as coordenadas de pontos específicos utilizando o plano cartesiano.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - o cálculo de uma dimensão de um retângulo dada a proporção entre as medidas de seus lados;
  - equação do comprimento de uma circunferência;
  - o cálculo do volume de um cilindro;
  - o cálculo das áreas de um quadrado e de um hexágono regular, dadas as medidas de seus lados;
  - a aplicação das razões trigonométricas de ângulos agudos;
  - metro cúbico e litro;
  - análise combinatória. (numero possível de placas de automóvel em um a determinada configuração)
  - contagem (arranjo).
- **simplificam** expressão que envolve o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre x e y.

Neste ponto ainda, os alunos de 3ª série do Ensino Médio também

- **aplicam** as propriedades de triângulos equiláteros em problemas de pavimentação de superfícies.
- **calculam:**
  - medidas de comprimento de um triângulo, usando as relações de proporcionalidade identificadas na sua representação gráfica;
  - o quadrante do afixo de um número complexo (dada a definição de afixo).
- **identificam:**
  - a equação da circunferência dada a medida do seu raio;
  - a expressão matemática de uma função exponencial definida em linguagem corrente;
  - a inequação associada à região sombreada de um plano desenhado no sistema cartesiano;
  - a representação gráfica em um sistema cartesiano, de uma circunferência, dada a sua equação;
  - o ângulo formado pelos meridianos que determinam dois fusos horários no Brasil;
  - o gráfico de uma função linear;
  - o termo geral de uma sequência numérica definida em linguagem corrente;
  - os pontos de uma região do plano definida, em palavras, por uma inequação;
  - no plano de Argand Gauss, o resultado da adição e da subtração de 2 números complexos;
  - a equação da reta dada a sua representação em um sistema cartesiano de coordenadas.
- **resolvem problema** envolvendo:
  - a área das faces de uma pirâmide;
  - as relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 2º grau;
  - o cálculo da taxa de crescimento de uma variável que cresce exponencialmente de acordo com uma função dada;
  - progressão geométrica dada a fórmula do seu termo geral;
  - relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 3º grau, dadas estas relações para uma equação na forma genérica;
  - relações métricas no triângulo retângulo;
  - volume de um paralelepípedo.
  - a determinação do valor do seno de um ângulo desenhado em um triângulo retângulo apresentado com suas medidas em uma figura.

425

Neste ponto, os alunos da 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior:

- **analisam**os coeficientes de uma equação do 2º grau a partir do seu gráfico.
- **calculam**:
  - a razão entre o número de vértices de um prisma de base pentagonal e aqueles de uma pirâmide de base pentagonal, sem apresentação de figuras que representem estes poliedros;
  - o valor de 1 radiano, em graus, dado o valor de ϖ.
- **identificam**:
  - a equação da circunferência dada a medida do seu raio;
  - a expressão matemática de uma função exponencial definida em linguagem corrente;
  - a inequação associada à região sombreada de um plano desenhado no sistema cartesiano;
  - a representação gráfica em um sistema cartesiano, de 1 circunferência, dada a sua equação;
  - no plano de Argand Gauss, o resultado da adição e da subtração de dois números complexos;
  - o ângulo formado pelos meridianos que determinam dois fusos horários no Brasil;
  - o gráfico de uma função linear;
  - o termo geral de uma sequência numérica definida em linguagem corrente;
  - os pontos de uma região do plano definida, em palavras, por uma inequação;
  - a equação da reta dada a sua representação em um sistema cartesiano de coordenadas;
  - a origem como centro de uma circunferência, dada a sua equação;
  - a equação de uma circunferência desenhada em um referencial cartesiano.
- **resolvem problema** de medida envolvendo:
  - razões trigonométricas no triângulo retângulo;
  - a determinação de ângulos em uma pavimentação com polígonos;
  - a identificação da equação de uma circunferência e sua representação em um sistema cartesiano;
  - a identificação e o cálculo do número de faces dos pentágonos e dos hexágonos que formam o "poliedro bola", dado o seu total de arestas;
  - comprimento do círculo máximo e volume da esfera, dadas as fórmulas;
  - fuso horário;
  - o cálculo da probabilidade de eventos que se repetem;
  - o cálculo do volume da esfera, dada a fórmula;
  - o teorema de Pitágoras;
  - o volume de um cilindro;
  - relações trigonométricas no triângulo retângulo;
  - equações do 2º grau;
  - o cálculo da distância entre dois vértices opostos de um bloco retangular;
  - o cálculo do volume de uma pirâmide cujo vértice é o centro de um cubo e, a base, é uma das faces deste cubo, dada a medida da sua aresta;
  - probabilidade simples;
  - o cálculo de probabilidades de eventos que se repetem duas vezes;
  - o cálculo das áreas de dois cilindros, dados suas alturas e raios das bases.

450

Neste ponto, os alunos da 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior:

- **identificam** características de uma função de 2º grau apresentada graficamente;
- **resolvem** equação logarítmica.

475

Neste ponto, os alunos da 3ª série do Ensino Médio, além das habilidades descritas no ponto anterior:

- **resolvem problema** envolvendo o termo geral de uma sequência de triângulos associada a números(triângulo de Sierpinski);