RELATÓRIO PEDAGÓGICO

2009

SARESP

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

MATEMÁTICA

SÃO PAULO – 2010

Prezados professores e gestores,

A divulgação dos resultados do SARESP 2009 por meio de relatórios pedagógicos, encontros presenciais e a distância representa uma ação complementar à avaliação propriamente dita que permitirá às escolas refletirem sobre seu processo de ensino-aprendizagem e reorganizarem seu projeto pedagógico com base em dados objetivos.

Os relatórios procuram subsidiar as ações pedagógicas, apresentando formas possíveis de intervenção nas práticas escolares tendo sempre como objetivo a construção de um projeto que conduza à melhoria nos processos de ensino do professor e de aprendizagem dos alunos.

Os resultados do SARESP 2009 mostram uma evolução positiva: um número maior de alunos aprendeu mais nas disciplinas e séries avaliadas. Assim sendo, o esforço e dedicação de todos têm se mostrado produtivo. Parabenizo os gestores e professores que aderiram à luta pela qualificação da educação pública do Estado de São Paulo.

Paulo Renato Souza
Secretário de Estado da Educação

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Os relatórios pedagógicos que ora apresentamos fazem parte de uma série de ações para a discussão do SARESP 2009. Eles apresentam uma análise qualitativa dos resultados.

Na Parte I, são apresentados os resultados gerais da Rede Estadual no SARESP 2009. Na Parte II, são apresentados os resultados gerais da Rede Estadual nas disciplinas avaliadas. Na Parte III, esses resultados são analisados e interpretados em uma perspectiva didática que envolve os conhecimentos a serem ensinados e aprendidos em cada disciplina e série/ano avaliados.

No decorrer dos relatórios, há espaços para reflexão individual ou coletiva. São orientações de trabalho denominadas "SARESP na Escola". A finalidade delas é contextualizar os dados gerais em cada instituição de ensino. Os professores podem, se desejar, desenvolver as propostas de análise em conjunto com os seus colegas.

O SARESP deve ser compreendido como mais um instrumento que está a serviço da escola. Os dados precisam ser contextualizados e compreendidos por todos aqueles que vivem a educação escolar: políticos, técnicos, gestores, professores, pais e alunos. Ao mesmo tempo é dever de todos transformá-los em propostas de ação que gerem a melhoria do processo de ensino-aprendizagem.

Cada escola pode, a partir dos seus resultados, localizar seus pontos fortes e aqueles que precisam de um tratamento mais pontual. O SARESP cumpre assim seu objetivo maior: subsidiar, com base em um diagnóstico preciso, a retomada da Proposta Pedagógica da escola.

Os resultados da avaliação devem se refletir em uma mudança de postura nas situações de ensino--aprendizagem, na perspectiva de garantir que os alunos aprendam os conhecimentos básicos indicados no Currículo, para que possam continuar seus estudos com sucesso.

Maria Inês Fini
Coordenação geral

PARTE 1 – DADOS GERAIS

1. O SARESP 2009

O SARESP é uma avaliação censitária, uma vez que se trata de um sistema que avalia o ensino em sua totalidade: todas as escolas da Rede Estadual do ensino regular e todos os alunos das séries/anos avaliados dos Ensinos Fundamental e Médio.

A partir de 2007, com a introdução de mudanças teóricas e metodológicas no SARESP, foi que ele se tornou objeto de avaliação anual contínua para as 2ª/3º, 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio, em Língua Portuguesa e Matemática; a partir de 2008, outras disciplinas foram incluídas com a avaliação bianual. Ou seja, em 2008, foi avaliado o desempenho em Ciências (Ensino Fundamental) e Biologia, Física e Química (Ensino Médio) para as 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio. Em 2009, foi avaliado o desempenho em História e Geografia para as 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio. Em 2010, será avaliado o desempenho em Ciências (Ensino Fundamental) e Biologia, Física e Química (Ensino Médio) para as 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio.

A partir de 2008, o SARESP tem Matrizes próprias de avaliação que retratam os conhecimentos ensinados-aprendidos no Currículo proposto para a Rede Estadual.

As Matrizes de Referência para a Avaliação de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências (Ensino Fundamental), Biologia, Física e Química (Ensino Médio), História e Geografia foram construídas com base nas Propostas Curriculares dessas disciplinas e validadas pelos professores coordenadores das oficinas pedagógicas.

As Matrizes de Referência para a Avaliação não devem ser confundidas com o Currículo. Por seus objetivos específicos, assim como pela natureza de suas competências e habilidades, elas representam um recorte representativo das estruturas mais gerais de conhecimento em cada área traduzidas em habilidades operacionais que vão permitir aos alunos o desenvolvimento das aprendizagens esperadas em cada etapa de ensino-aprendizagem, tais como podem ser aferidas em uma situação de prova escrita.

Até o momento, o SARESP já realizou doze avaliações do sistema de ensino do Estado de São Paulo, com a participação maciça da rede pública estadual. Além disso, foram registradas participações expressivas, em alguns desses anos, de redes municipais e, em menor grau, de escolas particulares. Em 2009, as Escolas Técnicas Estaduais também aderiram ao SARESP.

O SARESP consiste em uma avaliação externa do desempenho dos alunos do Ensino Fundamental (EF) e do Ensino Médio (EM) do Estado de São Paulo, e subsidia a SEE – Secretaria de Estado da Educação de São Paulo – nas tomadas de decisão quanto às políticas públicas voltadas à melhoria da educação paulista.

Neste sentido, o SARESP se propõe a verificar o rendimento escolar dos estudantes e a identificar fatores nele intervenientes, fornecendo informações relevantes ao sistema de ensino, às equipes técnico-pedagógicas das Diretorias de Ensino (DEs) e às escolas.

Desse modo, o SARESP contribui para racionalizar a estrutura administrativa, com o intuito de fortalecer a autonomia das DEs e das escolas e aumentar a eficiência dos serviços educacionais em São Paulo.

Com as informações fornecidas, o SARESP subsidia a gestão educacional, os programas de formação continuada do magistério, o planejamento escolar e o estabelecimento de metas para o projeto de cada escola, na medida em que fornece a cada uma delas informações específicas sobre o desempenho de seus próprios alunos, apontando ganhos e dificuldades, bem como os aspectos curriculares que exigem maior atenção.

Entre os objetivos do SARESP incluem-se também: o estabelecimento, nas diferentes instâncias da SEE, de competência institucional na área de avaliação; a criação e a manutenção de um fluxo de informações entre a SEE, as demais redes de ensino e as unidades escolares; e o fortalecimento de uma cultura avaliativa externa renovada no Estado de São Paulo.

Os resultados do SARESP são utilizados também como referência ao Programa de Incentivo à Boa Gestão na Escola (IDESP), que prevê o estabelecimento de metas de melhoria da qualidade do ensino por unidade escolar. O IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo) é um indicador de qualidade das séries/anos iniciais (1ª a 4ª séries/1º a 5º anos) e finais (5ª a 8ª séries/6º a 9º anos) do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Na avaliação de qualidade das escolas feita pelo IDESP consideram-se dois critérios complementares: o desempenho dos alunos nos exames do SARESP e o fluxo escolar. O IDESP tem o papel de dialogar com a escola, fornecendo um diagnóstico de sua qualidade, apontando os pontos em que precisa melhorar e sinalizando sua evolução ano a ano.

O cumprimento das metas representa para as escolas incentivos na remuneração de toda a equipe escolar. Já as escolas que não cumprirem suas metas têm apoio especial da supervisão e coordenação pedagógica para o desenvolvimento de ações voltadas a melhorar a aprendizagem e o desempenho escolar.

Convém lembrar que, dados os objetivos do SARESP, os resultados dos alunos não estão articulados à seleção ou promoção, mas à verificação de que competências e habilidades, entre as propostas para cada etapa de ensino-aprendizagem escolar, revelam-se em efetivo desenvolvimento entre os alunos.

Na avaliação da prova do SARESP não há previsão de conceito zero ou dez para o aluno, como ocorre normalmente em outros tipos de avaliação (vestibulares, exames e concursos) que têm como objetivo definir quantos e quais participantes podem ou mesmo devem, em virtude de seus desempenhos diferenciados no teste, ser selecionados, promovidos; ou, ainda, contemplados com o cargo, título, ou prêmio em jogo. O objetivo do SARESP não é penalizar ou premiar o aluno, mas avaliar a rede como um todo em que esse aluno está inserido.

A avaliação promovida pelo SARESP tem, entretanto, objetivos outros, essencialmente diagnósticos. Trata-se de aferir as competências e habilidades que os alunos puderam desenvolver no contexto da Rede Estadual de ensino, tomando-se como referências as aprendizagens definidas para as cinco diferentes séries/anos da educação básica avaliados. Com base nesse diagnóstico, pretende-se, então, subsidiar um planejamento eficaz da educação pública estadual, assim como a elaboração de estratégias e programas voltados para o atendimento de demandas específicas detectadas pelo processo de avaliação.

Assim, não se trata de promover nem de premiar ninguém; razão pela qual não há, tampouco, por que penalizar, seja quem for. Nesse sentido, os sujeitos avaliados pelo SARESP são, antes de tudo, alunos, que pretendemos conhecer melhor como aprendizes para que possamos cada vez mais e melhor conduzi-los na busca pela realização pessoal e profissional que, acreditamos, só se alcança com uma boa escola.

SARESP NA ESCOLA

Professor(a), no decorrer deste documento, há espaços para reflexão individual ou coletiva. Eles são denominados "SARESP NA ESCOLA". A finalidade deles é contextualizar os dados gerais apresentados nos tópicos dos relatórios em cada instituição de ensino.

O SARESP se caracteriza como uma avaliação externa que produz indicadores para estabelecer um diagnóstico do sistema educacional. Seus resultados são fundamentais para gerar estratégias de melhoria da educação.

As instituições escolares recebem os boletins com seus resultados específicos e podem, a partir deles, analisar a qualidade do ensino oferecido à sua comunidade e as variáveis que influenciam nos resultados.

O SARESP deve ser compreendido como mais um instrumento que está a serviço da escola. Os dados precisam ser contextualizados e compreendidos por todos aqueles que vivem a educação escolar: políticos, técnicos, gestores, professores, pais e alunos.

Para uma análise mais global dos resultados, conheça o Boletim do SARESP de sua escola e as publicações que estão sendo divulgadas. São três volumes:

Relatório Pedagógico SARESP 2009 – Língua Portuguesa

Relatório Pedagógico SARESP 2009 – Matemática

Relatório Pedagógico SARESP 2009 – Ciências Humanas (História e Geografia)

Os relatórios apresentam uma análise qualitativa dos resultados no SARESP 2009 em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Humanas (História e Geografia).

Reveja também os documentos publicados em 2009:

Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: documento básico

O documento apresenta todas as matrizes das disciplinas e séries/anos avaliados no SARESP e os referenciais teórico-metodológicos de sua construção.

Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Língua Portuguesa

Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Matemática

Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Ciências (Ensino Fundamental) e Biologia, Química e Física (Ensino Médio)

Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Geografia e História

Esses documentos apresentam as Matrizes de Referência para a Avaliação das disciplinas avaliadas no SARESP por séries/anos, os referenciais teórico-metodológicos de sua construção e um conjunto de itens que servem como exemplo para cada uma das habilidades descritas.

Relatório Pedagógico SARESP 2008 – Língua Portuguesa

Relatório Pedagógico SARESP 2008 – Matemática

Relatório Pedagógico SARESP 2008 – Ciências (Ensino Fundamental) e Biologia, Química e Física (Ensino Médio)

Os relatórios apresentam uma análise qualitativa dos resultados no SARESP 2008 em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências (Ensino Fundamental), Biologia, Química e Física (Ensino Médio).

O Boletim da Escola é agora qualificado com as interpretações e recomendações pedagógicas indicadas nos relatórios. Cada escola pode, a partir dos resultados, localizar seus pontos fortes e aqueles que precisam de um tratamento mais pontual. O SARESP cumpre assim seu objetivo maior de subsidiar, com base em um diagnóstico preciso, a retomada da Proposta Pedagógica da escola.

Professor, considere as informações da Parte 1.

Para reflexão:

O que é o SARESP? O que ou quem o SARESP avalia? Você considera que os resultados dessa avaliação podem ser utilizados para a melhoria da educação?

Quais os usos dos resultados do SARESP? De que forma sua escola utiliza os resultados do SARESP?

1.1. CARACTERÍSTICAS DO SARESP 2009

Em 2009, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo – SEE realizou a décima segunda edição do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – SARESP –, continuando, assim, um processo sistemático de diagnóstico e monitoramento do sistema educacional do Estado de São Paulo, que vem sendo realizado desde 1996.

A avaliação foi realizada em três dias consecutivos. Nos dias 17, 18 e 19 de novembro de 2009, foram aplicadas provas de Língua Portuguesa (Leitura e Redação), Matemática e Ciências Humanas (Geografia e História) a toda a população de alunos das escolas estaduais que incluem as séries/anos-alvo da edição do programa: 2ª, 4ª, 6ª e 8ª séries/3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF) e 3ª série do Ensino Médio (EM). As provas foram aplicadas nos períodos da manhã, da tarde e da noite, no horário de início das aulas.

Além das escolas estaduais, a edição de 2009 do SARESP contou com a adesão voluntária de 3.226 escolas municipais de 532 municípios paulistas, cujas despesas de participação ficaram, pela primeira vez, sob a responsabilidade do Governo do Estado de São Paulo, e abrangeu também 268 instituições de ensino particular, que desejaram participar da avaliação às suas próprias expensas.

A edição de 2009 do SARESP manteve as características básicas da nova estrutura de 2007, que possibilitaram a sua continuidade como um sistema de avaliação externa capaz de realizar mensurações válidas e fidedignas da proficiência do alunado paulista e dos fatores a ela associados.

Nesse sentido, os resultados de 2009 do SARESP têm como características básicas:

- A utilização, na concepção, elaboração e correção das provas, de um conjunto de técnicas estatísticas conhecido como Teoria da Resposta ao Item (TRI), que expressa os resultados do SARESP 2009 na mesma métrica de edições anteriores deste mesmo teste e também na métrica de avaliações externas de âmbito estadual e nacional, como o SAEB e a Prova Brasil. Tal procedimento permite, por exemplo: (1) comparar ano a ano os resultados de uma determinada unidade educacional de interesse, como uma dada escola ou Diretoria de Ensino, a fim de se detectarem possíveis variações e tendências das estimativas de aprendizagem; (2) cotejar os resultados das diversas unidades educacionais envolvidas, e também comparar os resultados de São Paulo com os de outros Estados, redes de ensino e regiões do Brasil.

- A construção de escalas de proficiência próprias para as disciplinas de Geografia e História, o que possibilita um diagnóstico mais preciso e eficiente da proficiência dos alunos avaliados nessas disciplinas.

- O uso da metodologia de Blocos Incompletos Balanceados (BIB) na montagem das provas da 4ª, 6ª e 8ª séries/5º, 7º e 9º anos do EF e da 3ª série do EM, o que permite utilizar um grande número de itens por série/ano e disciplina e medir conteúdos e habilidades com maior amplitude, embora cada aluno individualmente só responda a um subconjunto de itens, agrupados num pequeno número de blocos.

- O uso de Matrizes de Referência para cada disciplina avaliada, fazendo com que todos os itens de uma prova estejam de acordo com os Parâmetros Curriculares adotados pelo Estado.

- O uso, nas provas da 4ª, 6ª e 8ª séries/5º, 7º e 9º anos do EF e na 3ª série do EM, de questões de múltipla escolha, procedimento que não somente possibilita a correção automatizada dos testes, o que, por sua vez, produz enormes ganhos de rapidez na obtenção dos resultados, como também garante a fidedignidade de correção das questões. Por outro lado, nas provas da 2ª série/3º ano do EF, utilizam-se questões abertas, que, não obstante, são corrigidas por especialistas orientados por critérios explícitos de avaliação.

- A correção e interpretação dos resultados censitários das redações e das provas abertas de Matemática, aplicadas a amostras estratificadas da população de alunos, permitem analisar, com maior riqueza de detalhes, os mecanismos subjacentes ao ensino e à aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática.

- A adoção de procedimentos rígidos de testagem. Eles incluíram a supervisão dos locais de prova por aproximadamente 9.000 fiscais externos e a aplicação dos testes por mais de 78.000 professores devidamente selecionados e treinados para os procedimentos de testagem.

- A aplicação de questionários contextuais aos alunos e aos pais, que possibilita uma melhor compreensão da associação entre a aprendizagem e os seus respectivos fatores contextuais.

- A aplicação (específica em 2009) de questionários contextuais aos professores de História e Geografia, que o responderam *on-line*, segundo um procedimento que facilita a apuração e a análise dos resultados.

- A publicação dos resultados, desde os níveis mais altos de agregação – o Estado como um todo – até as escolas, possibilitando, assim, uma visão transparente do sistema de ensino estadual, ao mesmo tempo que se preserva o anonimato de alunos e professores.

- A utilização dos resultados do SARESP no cálculo atualizado do Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP), permitindo, assim, que se observe o desempenho das escolas da Rede Estadual de São Paulo em relação às metas que lhes foram estabelecidas pela Secretaria de Educação.

- A adesão voluntária de redes municipais e de escolas particulares ao SARESP.

1.2. APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO

A aplicação do SARESP ocorreu nos dias 17, 18 e 19 de novembro de 2009, contando, para isso, com o apoio decisivo das equipes escolares, das Diretorias de Ensino de São Paulo e das Secretarias Municipais de Educação, que colaboraram não somente na preparação das escolas para a avaliação, como também na própria aplicação das provas.

No Quadro 1, a seguir, é detalhado o cronograma de aplicação do SARESP 2009.

Série/Ano	1º dia – 17/11/2009	2º dia – 18/11/2009	3º dia – 19/11/2009
2ª série/3º ano EF	Língua Portuguesa	Matemática	
4ª série/5º ano EF	Língua Portuguesa e Redação	Matemática*	
6ª/7º e 8ª/9º séries/anos EF	Língua Portuguesa e Redação	Matemática*	Geografia e História
3ª série EM	Língua Portuguesa e Redação	Matemática*	Geografia e História

Quadro 1: Cronograma de Aplicação do SARESP 2009

(*) Nesta ocasião, foram também aplicadas provas com questões abertas de Matemática a uma amostra estratificada de alunos da Rede Estadual.

Além disso, os testes contaram com a atuação de 78.468 aplicadores e de 8.895 fiscais de provas em todo o Estado, que foram devidamente selecionados e treinados em fases anteriores do programa. No treinamento e na atuação em campo desses aplicadores e fiscais, bem como dos demais encarregados da aplicação do SARESP 2009, utilizaram-se orientações e procedimentos padronizados que foram devidamente explicitados em manuais específicos para este propósito, como o Manual do Aplicador (um destinado aos aplicadores das provas da 2ª série/3º ano EF e outro aos aplicadores das provas das demais séries/anos), o Manual do Fiscal, o Manual de Operações e Logística e o Manual de Orientação.

A aplicação foi também acompanhada por representantes dos pais dos alunos, indicados pelo conselho de escola de cada estabelecimento de ensino, e por fiscais externos, contratados para zelar pela transparência do processo avaliativo.

SARESP NA ESCOLA

Professor(a), considere as informações apresentadas nos tópicos 1.1 e 1.2.

(Características do SARESP 2009 e Aplicação da avaliação) da Parte 1.

Para reflexão:

De forma geral, como ocorreu a aplicação do SARESP 2009 em sua escola?

A metodologia proposta pela Secretaria de Educação para aplicação do SARESP é funcional?

Como foi realizada a capacitação dos agentes da sua escola para a aplicação do SARESP 2009? Ela foi suficiente para esclarecer as dúvidas de todos os participantes?

A direção de sua escola planejou a aplicação do SARESP 2009? Como? Quais instruções foram recomendadas?

Foi produzido um cronograma, detalhando dias, horários, metodologia para a aplicação, recursos necessários, locais, responsáveis etc.? Esse cronograma foi distribuído para todos os participantes do SARESP (inclusive para os alunos)? O cronograma foi devidamente cumprido? Detalhe o cronograma previsto e indique se houve alguma mudança em relação ao que foi previsto e as razões das mudanças. Indique também o(os) responsável(eis) pelas mudanças e de que forma elas foram decididas e comunicadas aos participantes.

Quais atores da escola, da Diretoria de Ensino, da comunidade participaram do SARESP 2009? Quais foram suas responsabilidades?

Complete as frases a seguir com sim ou não.

Houve a atuação de professores da minha escola na aplicação das provas, mas em escolas em que não lecionavam.

Houve a presença de monitores externos na minha escola para verificar e garantir a uniformidade dos padrões utilizados na aplicação.

Houve um processo de capacitação para a aplicação do SARESP e correção das redações.

2. INSTRUMENTOS DO SARESP 2009

2.1. PROVAS ESCRITAS

Os itens utilizados na construção das provas do SARESP 2009 foram elaborados com base nas habilidades indicadas nas Matrizes de Referência para a Avaliação de Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Humanas (História e Geografia) para séries/anos avaliados, a partir do Currículo proposto pela Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) da SEE.

As provas, destinadas aos alunos, compõem-se de questões cognitivas que avaliam competências, habilidades e conteúdos nas áreas e séries/anos avaliados. No total, foram aplicadas provas de Língua Portuguesa (Leitura e Redação), Matemática, Ciências Humanas (História e Geografia), constituindo-se todas elas de itens que obedeciam às especificações das matrizes de referência de suas respectivas disciplinas, e que também apresentaram propriedades psicométricas – como as de fidedignidade e dificuldade – desejáveis, conforme mensuradas em seus respectivos pré-testes.

As provas de 2ª série/3º ano do EF, por estarem voltadas para o início do processo de alfabetização, foram desenvolvidas com características diferentes das demais séries. As questões de Língua Portuguesa e Matemática foram elaboradas pela equipe da SEE-SP. Os quatro cadernos de prova de 2ª série/3º ano do EF foram compostos por questões predominantemente abertas, 8 para Língua Portuguesa e 17 para Matemática. Para cada turno foram aplicadas provas equivalentes, sendo dois cadernos por período e dois por disciplina avaliada: Língua Portuguesa e Matemática.

O objetivo central dos instrumentos de Língua Portuguesa, nesta etapa de escolarização, foi verificar o nível de conhecimento sobre o sistema de escrita, a capacidade de ler com autonomia e a competência escritora dos alunos. Em Matemática foram pesquisadas entre os alunos de 2ª série/3º ano do EF as habilidades para operar com números (ordenação, contagem, comparação), resolver problemas que envolvem adição e subtração, identificar formas geométricas tridimensionais, e foi solicitada, ainda, a realização de tarefas envolvendo leitura de informações dispostas em calendário, tabelas simples e gráficos de colunas. A correção das provas dessas disciplinas foi feita, na Diretoria de Ensino, por docentes da rede de ensino capacitados para esta tarefa.

Nas 4ª, 6ª e 8ª séries/5º, 7º, e 9º anos do EF e 3ª série do EM, as provas foram constituídas de itens de múltipla escolha. As provas de 4ª, 6ª e 8ª séries/5º, 7º e 9º anos do EF e 3ª série do EM foram planejadas utilizando a metodologia de Blocos Incompletos Balanceados – BIB. Este modelo de prova permite que as questões sejam reunidas em subconjuntos denominados "blocos" e organizados em grupos de diferentes combinações. Em Língua Portuguesa e Matemática, houve 26 diferentes cadernos de prova por disciplina, sendo que, em cada uma delas, os alunos respondiam, individualmente, a um total de 24 questões, divididas em três blocos de 8 questões cada, totalizando 104 questões para cada disciplina. Em Ciências Humanas (História e Geografia), 6ª e 8ª séries/7º e 9º anos do EF e 3ª série do EM, os alunos respondiam individualmente a 32 questões divididas em dois blocos de Geografia e dois blocos de História, com 8 questões por bloco, compondo 21 diferentes cadernos de prova, com um total de 96 itens avaliados.

Os itens escolhidos foram anteriormente pré-testados em uma amostra de alunos de escolas e analisados segundo a Estatística Clássica e a Teoria de Resposta ao Item – TRI. Posteriormente, uma equipe de professores-consultores e técnicos da CENP-SEE selecionou os itens que obtiveram melhor comportamento para composição das provas. Todos os blocos continham dois itens comuns com o SAEB/Prova Brasil.

No total, foram aplicadas provas de Língua Portuguesa (Leitura e Redação), Matemática e Ciências Humanas (História e Geografia), constituindo-se todas elas de itens que tinham por parâmetro as especificações das Matrizes de Referência de suas respectivas disciplinas, e que também apresentaram propriedades psicométricas – como as de fidedignidade e dificuldade – desejáveis, conforme mensuradas em seus respectivos pré-testes.

A uma amostra de alunos da 4ª, 6ª e 8ª/5º, 7º e 9º séries/anos do EF e 3ª série do EM da Rede Estadual foi aplicado, por série, um caderno de prova com questões abertas de Matemática.

Foram elaborados quatro temas distintos para a Redação, um para cada série/ano. As propostas de redação foram apresentadas nos cadernos de prova de Língua Portuguesa. No SARESP 2009, procurou-se observar a construção da proposta de redação atrelada a um determinado gênero textual por série/ano. Na 4ª/5º série/ano do EF, solicitou-se a produção de um relato de experiência pessoal; na 6ª/7º série/ano do EF, a produção de uma carta pessoal; e na 8ª/9º série/ano do EF e 3ª série do EM, a produção de um artigo de opinião. Em todas as séries/anos, os alunos deveriam produzir suas redações com base em proposta que estabelece tema, gênero, linguagem, finalidade e interlocutor do texto.

Para todas as séries/anos avaliados (incluindo a 2ª série/3º ano EF), foram preparadas e aplicadas provas com versões em braile e ampliada, destinadas aos alunos portadores de deficiência visual.

SARESP NA ESCOLA

As provas do SARESP são diferentes das provas tradicionais ou da avaliação aplicada nas escolas, e não substituem esses instrumentos do cotidiano escolar.

Inicialmente, deve-se considerar que são provas escritas em forma de testes de múltipla escolha, com quatro alternativas no EF (cinco alternativas no EM), mais redação (no SARESP 2009, foram acrescentados alguns itens abertos de Matemática).

Os itens da prova são construídos com base em Matriz de Referência específica e não abrangem totalmente o Currículo real trabalhado na escola. Este está definido nas Propostas Curriculares.

Os itens do SARESP são pré-testados, isto é, têm um tratamento estatístico, antes de serem colocados nas provas. A Secretaria aplica o conjunto de itens produzidos para a resolução de alunos reais em condições similares aos dos alunos das séries/anos da Rede Estadual de ensino que farão o SARESP. O resultado estatístico dessa aplicação define quais itens serão válidos para as provas do SARESP.

Esse processo de validação dos itens é muito importante, porque apresenta, por exemplo, a inadequação de um comando do item ou de suas alternativas que podem induzir o aluno ao erro. Esse item, então, não é utilizado. A validação ajuda também na composição das provas, incorporando itens de baixa, média e alta dificuldade. A prova do SARESP é tecnicamente produzida para atender todos os alunos da Rede.

Professor(a), considere as informações apresentadas no tópico 2.1. (Provas escritas) da Parte 1.

Para reflexão:

Qual seu conhecimento sobre as Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP?

Quais as relações entre o que é proposto nas Matrizes para a Avaliação e os testes de proficiência?

Como são montados os testes de proficiência do SARESP?

Como foram organizadas as provas do SARESP 2009?

2.2. QUESTIONÁRIOS DE CONTEXTO

Aos alunos e seus pais foram aplicados questionários contextuais com vistas a coletar informações sobre o contexto socioeconômico e cultural dos estudantes, sua trajetória escolar e suas percepções acerca dos professores e da gestão da escola, além de perguntas sobre o funcionamento da escola e suas expectativas em relação aos estudos e à profissão para os alunos da 8ª/9º série/ano EF e da 3ª série EM.

Os dados coletados desses questionários permitem traçar o perfil do alunado e descrever os fatores associados à aprendizagem e as atitudes desses atores frente à educação, além de se analisarem as possíveis associações entre tais fatores e a proficiência e aprendizagem. Os resultados dessas descrições e análises serão apresentados no Relatório de análise dos fatores contextuais, que também integra esta série de publicações do SARESP 2009.

Com propósitos análogos, os professores da Rede Estadual de Geografia e História responderam um questionário sobre fatores escolares e extraescolares relacionados à aprendizagem, incluindo o fornecimento de dados sobre sua formação e práticas de ensino. Como na edição de 2008, a aplicação do questionário dos professores foi realizada *on-line*, de modo a otimizar os procedimentos de coleta e manipulação dos dados.

3. ABRANGÊNCIA DO SARESP 2009

A participação na avaliação do SARESP 2009 foi estendida às escolas das redes municipal e particular por meio de adesão. Estava prevista a aplicação da avaliação para um total de 2.468.115 de alunos, dos quais uma porcentagem significativa, em torno de 92%, realizou os testes. A grande maioria dos alunos avaliados foi da Rede Estadual, embora seja interessante observar que a adesão das redes municipais mais do que duplicou em relação ao ano de 2008. Pela primeira vez o Governo do Estado de São Paulo se responsabilizou pelas despesas decorrentes da aplicação da avaliação nas redes municipais que manifestaram interesse em participar do SARESP, mediante assinatura de convênio entre SEE/FDE/município. Esse crescimento na adesão das redes municipais pode ser explicado pela política da SEE que assume o compromisso na tarefa de avaliar o ensino oferecido.

Nesta edição do SARESP 2009 participaram, pela primeira vez, as escolas técnicas – ETECs – administradas pelo Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza e vinculadas à Secretaria Estadual de Desenvolvimento do Estado de São Paulo.

Houve também um aumento na participação das escolas particulares em comparação com 2008. Das 268 escolas, a maioria é constituída de escolas vinculadas ao SESI – Serviço Social da Indústria –, totalizando 179 escolas.

As Tabelas 1 e 2 apresentam os dados de participação da edição do SARESP de 2009.

Rede de Ensino	1º Dia			2º Dia		3º Dia			Escolas	Municípios
	Previsto	Participante	%	Participante	%	Previsto	Participante	%		
Estadual	1.772.815	1.609.242	90,8	1.601.450	903	1.326.672	1.153.200	869	5.143	644
Estadual – ETEC*	7.454	6.070	81,4	5.774	775	-x-	-x-	-x-	84	70
Total	1.780.269	1.615.312	90,7	1.607.224	903	-x-	-x-	-x-	5.227	-x-
Municipal	623.100	582.778	93,5	582.629	935	-x-	-x-	-x-	3.226	532
Particular	64.746	61.934	95,7	61.551	94	-x-	-x-	-x-	268	123
Total	2.468.115	2.260.024	91,6	2.251.404	912	1.326.672	1.153.200	869	8.721	-x-

Tabela 1: Participação dos Alunos por Rede de Ensino e Dia de Aplicação

(*) Escolas Técnicas do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza.

Séries/Anos Avaliados		Rede Estadual		Estadual ETEC		Rede Municipal		Escolas Particulares		Total
		Alunos	%	Alunos	%	Alunos	%	Alunos	%	
2ª/3º EF	Previsto	194.112	93	-x-	-x-	233.750	93,3	11.984	97,0	439.846
	Participante	180.608		-x-		218.078		11.627		410.313
4ª/5º EF	Previsto	252.031	94,5	-x-	-x-	251.449	95,2	16.002	98,4	519.482
	Participante	238.089		-x-		239.429		15.751		493.269
6ª/7º EF	Previsto	461.372	93,6	-x-	-x-	75.647	91,6	16.935	96,7	553.954
	Participante	431.767		-x-		69.330		16.379		517.476
8ª/9º EF	Previsto	482.874	89,4	-x-	-x-	59.360	90,3	15.850	95,9	558.084
	Participante	431.862		-x-		53.590		15.194		500.646
3ª EM	Previsto	382.426	85,5	7.454	81,4	2.894	81,2	3.975	75,0	396.749
	Participante	326.916		6.070		2.351		2.983		338.320
Total	**Previsto**	**1.772.815**	**90,8**	**7.454**	**81,4**	**623.100**	**93,5**	**64.746**	**95,7**	**2.468.115**
	Participante	**1.609.242**		**6.070**		**582.778**		**61.934**		**2.260.024**

Tabela 2: Participação dos Alunos por Rede de Ensino e Série/Ano Avaliado*

(*) Os números de alunos participantes aqui se referem ao 1º dia de aplicação.

A participação dos alunos da Rede Estadual no SARESP foi bastante satisfatória. Mais de 1.600.000 alunos das 2ª, 4ª, 6ª e 8ª/3º, 5º, 7º e 9º séries/anos do EF e da 3ª série do EM foram avaliados, de um total previsto de 1.772.815.

Como mostra a Tabela 3, a seguir, a grande maioria dos alunos avaliados da Rede Estadual estuda no período diurno, embora quase 200.000 alunos do turno noturno também tenham sido avaliados. No entanto, a participação dos alunos do período diurno foi bem maior, girando sempre em torno ou acima de 90%. No Ensino Médio, onde há uma concentração dos alunos no período noturno, a participação, não obstante, foi expressiva, correspondendo a aproximadamente 83%, ao passo que, no período diurno, foi de 89%; deve-se, a propósito, observar que o absenteísmo no noturno é uma constante durante todo o ano letivo.

As 6ª e 8ª/7º e 9º séries/anos do EF englobam o maior volume de alunos avaliados, cada uma com mais de 400.000 alunos no total. Já a 2ª/3º série/ano, a menor de todas em termos de alunos, teve 180.608 alunos avaliados. Esse número reduzido é devido ao processo de municipalização do ensino implementado pela Secretaria de Educação nos últimos anos.

Série/Ano	Período	Rede Estadual			CEI			COGSP		
		Previsão	Participação	%	Previsão	Participação	%	Previsão	Participação	%
2ª/3º EF	Diurno	194.112	180.608	93,0	63.214	59.034	93,4	130.898	121.574	92,9
4ª/5º EF	Diurno	252.031	238.089	94,5	82.962	78.610	94,8	169.069	159.479	94,3
6ª/7º EF	Diurno	461.338	431.748	93,6	234.598	220.710	94,1	226.740	211.038	93,1
	Noturno	34	19	55,9	34	19	55,9	-x-	-x-	-x-
	Total	461.372	431.767	93,6	234.632	220.729	94,1	226.740	211.038	93,1
8ª/9º EF	Diurno	471.947	424.357	89,9	240.332	218.433	90,9	231.615	205.924	88,9
	Noturno	10.927	7.505	68,7	3.663	2.690	73,4	7.264	4.815	66,3
	Total	482.874	431.862	89,4	243.995	221.123	90,6	238.879	210.739	88,2
3ª EM	Diurno	158.953	141.880	89,3	93.985	85.052	90,5	64.968	56.828	87,5
	Noturno	223.473	185.036	82,8	106.263	89.392	84,1	117.210	95.644	81,6
	Total	382.426	326.916	85,5	200.248	174.444	87,1	182.178	152.472	83,7
Total	Diurno	1.538.381	1.416.682	92,1	715.091	661.839	92,6	823.290	754.843	91,7
	Noturno	234.434	192.560	82,1	109.960	92.101	83,8	124.474	100.459	80,7
	Total	1.772.815	1.609.242	90,8	825.051	753.940	91,4	947.764	855.302	90,2

Tabela 3: Participação dos Alunos da Rede Estadual por Coordenadoria de Ensino, Série/Ano e Período – SARESP 2009*

(*) Os números de alunos participantes aqui se referem ao 1º dia de aplicação.

Além da participação dos alunos, cabe ressaltar a enorme mobilização de diversos profissionais envolvidos na aplicação do SARESP 2009, além da participação de diretores, professores e pais, que, por meio de questionários, contribuíram com as observações e opiniões que expressaram sobre o sistema educacional paulista. A avaliação da Rede Estadual mobilizou, ao todo, 5.143 escolas e diretores. Ao total, foram empregados os serviços de 53.376 aplicadores e 5.678 fiscais, com coordenadores de aplicação designados a cada uma das 91 Diretorias de Ensino que compõem a Rede Estadual de São Paulo.

SARESP NA ESCOLA

Observe os dados gerais da Rede Estadual indicados no tópico 3 (Abrangência do SARESP 2009) da Parte 1.

Agora, complete a tabela com os dados de sua escola.

Participação dos Alunos da Escola por Nível de Ensino, Dia de Aplicação e Período

Nível de Ensino	Período	Previstos	1º Dia de Aplicação		2º Dia de Aplicação		3º Dia de Aplicação	
		Nº	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Ensino Fundamental	Diurno							
	Noturno							
	Total							
Ensino Médio	Diurno							
	Noturno							
	Total							
TOTAL GERAL	Diurno							
	Noturno							
	Total							

Para reflexão:

Faça uma análise dos dados da sua escola, comparando-os com os das Tabelas 1, 2 e 3 do tópico 3.

Em quais séries/anos a presença dos alunos da escola foi menor/maior? Por quê?

Na sua escola, a abstenção no período noturno foi maior do que no período diurno? Por quê?

Qual compreensão que os alunos de sua escola têm do SARESP? Os alunos são preparados com antecedência para a participação no SARESP?

Há por parte de sua escola uma recepção positiva do SARESP?

4. NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA DO SARESP 2009

Desde 1995, o desempenho dos alunos da educação básica do Brasil tem sido medido por meio da métrica do SAEB. A escala já é bastante conhecida e seu uso permite a comparação de resultados com aqueles obtidos no SAEB/Prova Brasil. A escolha dos números que definem os pontos da escala de proficiência é arbitrária e construída com os resultados da aplicação do método estatístico de análise denominado Teoria da Resposta ao Item (TRI).

Sendo assim, as proficiências dos alunos da Rede Estadual de ensino de São Paulo, aferidas em 2009 por meio do SARESP, foram também consideradas nesta mesma métrica do SAEB/Prova Brasil. Seus resultados utilizam a interpretação da escala do SAEB, completada pela amplitude oferecida pelos itens que melhor realizam a cobertura do Currículo proposto para as escolas estaduais, como explicado nas Matrizes de Referência do SARESP para cada disciplina e séries/anos avaliados. Para que isso fosse possível, foram utilizados, no SARESP, alguns itens do SAEB, cedidos e autorizados pelo MEC.

No entanto, a opção de usar a mesma "régua" não exime a SEE-SP de interpretar cada ponto da escala a partir do resultado da aplicação de seus próprios instrumentos, de agrupar os desempenhos indicados em diferentes pontos da escala em níveis qualificados de desempenho e de associá-los aos fatores de contexto investigados por ocasião da prova, tal como o fazem outros consolidados sistemas estaduais de avaliação educacional.

Para interpretar a escala de proficiência dos alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do EF e 3ª série do EM, foram selecionados os pontos 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400, 425, escolhidos a partir de 250, média da 8ª/9º série/ano no SAEB 1997, em intervalos de 25 (meio desvio-padrão).

Como o SAEB não possui uma escala de proficiência em Geografia e História, a SEE-SP/CENP, analogamente ao SAEB, para obter a escala, arbitrou uma média de 250 pontos na 8ª/9º série/ano e um desvio-padrão de 50 pontos.

Os pontos da escala do SARESP, por sua vez, foram agrupados em quatro níveis de desempenho – **Abaixo do Básico**, **Básico**, **Adequado** e **Avançado** – definidos a partir das expectativas de aprendizagem (conteúdos, competências e habilidades) estabelecidas para cada disciplina, série/ano, no Currículo proposto para as escolas estaduais de São Paulo. Os níveis também foram agrupados e classificados – Insuficiente, Suficiente e Avançado –, representando os estágios de aprendizagem dos alunos em relação à sua continuidade dos estudos nas séries/anos posteriores às avaliadas. Sendo que, os alunos localizados no nível Abaixo do Básico (Insuficiente) precisarão de apoio intensivo por meio de programas de recuperação específicos para interagir com a Proposta Curricular da série/ano subsequente. O Quadro 3 apresenta uma síntese desse agrupamento.

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaixo do Básico	Os alunos neste nível demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.
Suficiente	Básico	Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a Proposta Curricular na série/ano subsequente.
	Adequado	Os alunos neste nível demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.
Avançado	Avançado	Os alunos neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido na série/ano escolar em que se encontram.

Quadro 3: Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP

SARESP NA ESCOLA

A partir de 2008, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo implementou um sistema de avaliação de desempenho das escolas estaduais paulistas. Especificamente, esta avaliação tem por objetivo, além de diagnosticar a situação atual das escolas estaduais paulistas no que tange à qualidade da educação, estabelecer metas para a melhoria desta qualidade. Para que a avaliação seja feita de forma objetiva e transparente, foi criado um indicador de desempenho, semelhante ao IDEB do Governo Federal, denominado IDESP – Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo.

Quando se trata da avaliação de instituições de ensino no que se refere à qualidade da educação, dois quesitos são importantes: o desempenho dos alunos em exames de proficiência e o fluxo escolar. Ou seja, uma escola de qualidade é aquela que a maior parte dos seus alunos desenvolve boa parcela dos conteúdos, competências e habilidades requeridos para o nível escolar em que estão matriculados, no período de tempo determinado.

Esses quesitos complementares são utilizados para o cálculo do IDESP, que leva em conta a distribuição dos alunos nos quatro níveis de proficiência (Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado), obtida a partir das notas do SARESP, e as taxas de aprovação.

O IDESP foi lançado oficialmente em maio de 2008. Nessa oportunidade, foram divulgados os indicadores de qualidade de cada escola apurados para o ano de 2007, por nível educacional oferecido (1° ciclo do Ensino Fundamental, 2° ciclo do Ensino Fundamental e Ensino Médio). Além disso, também foram divulgadas as metas de qualidade a serem perseguidas por cada escola.

O estabelecimento das metas paulistas de qualidade segue o eixo do Programa de Metas e Compromisso Todos Pela Educação (TPE) e do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) ao estabelecer uma meta de qualidade para toda a Rede Estadual para 2022. O objetivo das metas é fazer com que os alunos da Rede Estadual paulista melhorem gradativamente seus níveis de proficiência e que eles aprendam no tempo adequado.

Assim, o IDESP permite que cada escola conheça sua situação atual em termos de qualidade de ensino, podendo acompanhar seu desempenho ano a ano. Além disso, as metas servem como um guia para a escola e a comunidade, uma vez que mostram a trajetória a ser percorrida no esforço de melhorar cada vez mais a qualidade da educação oferecida às crianças e aos jovens de São Paulo.

Para reflexão:

Qual o IDESP de sua escola?

Em 2009, sua escola conseguiu alcançar a metas previstas no IDESP?

Quais indicadores influenciaram no alcance ou não das metas do IDESP? Ambiente educativo da escola? Proposta Pedagógica da escola? Gestão escolar? Formação continuada? Materiais didáticos? Processos de recuperação? Índices de falta/presença, evasão/permanência escolar, defasagem idade-série? Médias do SARESP? Outros?

PARTE 2 – RESULTADOS

1. RESULTADOS DO SARESP 2009: 4ª/5º, 6ª/7º E 8ª/9º SÉRIES/ANOS DO EF E 3ª SÉRIE DO EM – MATEMÁTICA

1.1. MÉDIAS DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA DA REDE ESTADUAL – SARESP 2009

As médias de proficiência obtidas pelos alunos de 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do EF e 3ª série do EM – Matemática, no SARESP 2009, no Estado como um todo, e em cada uma das Coordenadorias de Ensino em que se estrutura o ensino no Estado de São Paulo – Coordenadoria de Ensino do Interior (CEI) e Coordenadoria de Ensino da Região Metropolitana da Grande São Paulo (COGSP) – estão retratadas no Gráfico 1.

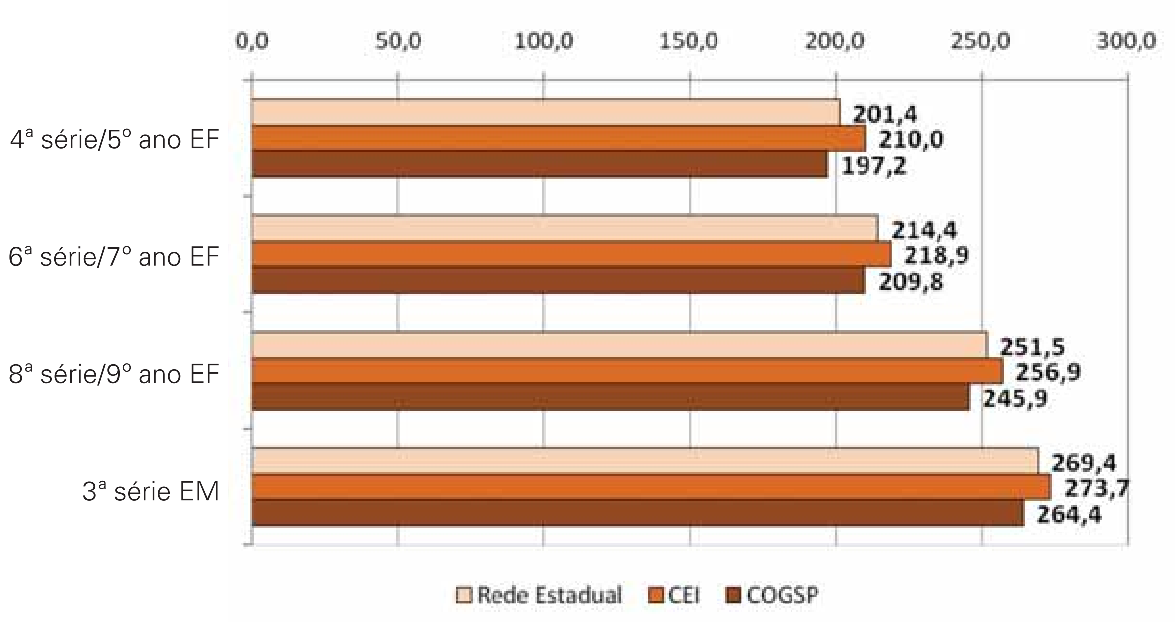


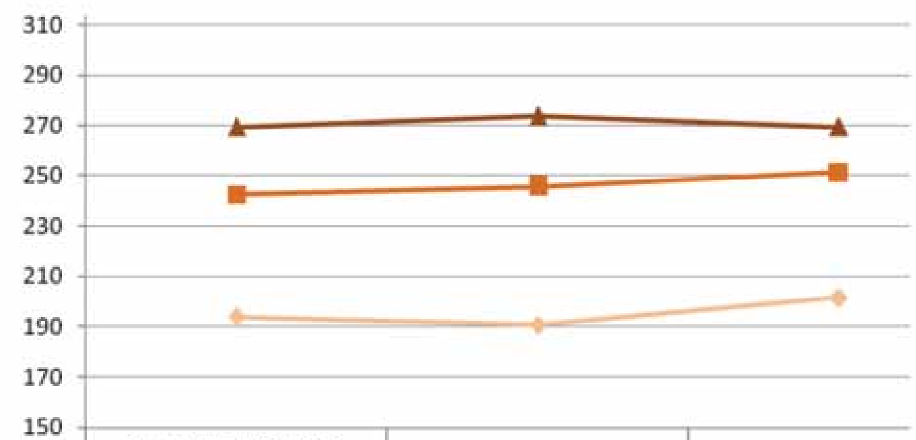
Gráfico 1 : Médias de proficiência por série/ano no SARESP 2009 – Matemática – Rede Estadual

No gráfico, observa-se que:

- as variações mais intensas nas médias ocorreram entre a 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do EF; por exemplo, para a Rede Estadual, a média aumentou 37,1 pontos entre estas duas séries/anos;
- por outro lado, entre a 8ª/9º série/ano do EF e a 3ª série do EM, a variação foi menor (17,9 pontos na Rede Estadual);
- percebe-se uma superioridade sistemática das médias da Coordenadoria de Ensino do Interior sobre a Coordenadoria de Ensino da Grande São Paulo em todas(os) as(os) quatro séries/anos consideradas(os).

1.2. EVOLUÇÃO DAS MÉDIAS DA REDE ESTADUAL – MATEMÁTICA

O Gráfico 2, a seguir, apresenta a evolução temporal das médias anuais de Matemática dos alunos da Rede Estadual de São Paulo entre 2007 e 2009. Para 2007, são apresentadas as médias da Prova Brasil/SAEB para as escolas estaduais de São Paulo, aproveitando-se do fato de que as escalas de proficiência da Prova Brasil/SAEB também foram utilizadas para expressar os resultados do SARESP de 2008 e 2009.



	Prova Brasil/SAEB SP 2007	SARESP 2008	SARESP 2009
4ª série/5º ano EF	193,8	190,5	201,4
8ª série/9º ano EF	242,5	245,7	251,5
3ª série EM	269,4	273,8	269,4

Gráfico 2: Evolução temporal das médias de Matemática – Rede Estadual de São Paulo

Por este gráfico, observa-se que:

- na 4ª/5º e 8ª/9º séries/anos do EF ocorrem variações positivas entre as médias de 2008 e 2009;
- no caso da 8ª/9º série/ano do EF, tal fato parece sugerir mais fortemente uma tendência de alta das médias, visto que os resultados aumentam ao longo do período considerado;
- na 3ª série EM, os resultados parecem ter se estabilizado ao longo do período como um todo, visto que a pequena elevação da média experimentada entre 2007 e 2008 foi praticamente cancelada devido à baixa verificada entre 2008 e 2009.

SARESP NA ESCOLA

Professor(a), observe, da Parte 2, as indicações dos tópicos 1.1. Médias de proficiência em **Matemática** da Rede Estadual – SARESP 2009, 1.2. Evolução das médias da Rede Estadual – **Matemática**, e o Boletim de sua escola.

Para reflexão:

Na minha escola:

- a média em **Matemática** na 4ª/5º série/ano do Ensino Fundamental foi ________ (igual/superior/inferior) à média da Rede Estadual. Justifique.
- a média em **Matemática** na 6ª/7º série/ano do Ensino Fundamental foi ________ (igual/superior/inferior) à média da Rede Estadual. Justifique.
- a média em **Matemática** na 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental foi ________ (igual/superior/inferior) à média da Rede Estadual. Justifique.
- a média em **Matemática** na 3ª série do Ensino Médio foi ________ (igual/superior/inferior) à média da Rede Estadual. Justifique.
- as médias em **Matemática** variam, nas séries/anos avaliados, entre ________ (maior/série/ano) e ________ (menor/série/ano). Justifique.
- em relação ao SARESP 2008, as médias em **Matemática** do SARESP 2009 aumentaram/diminuíram (detalhar por série/ano). Justifique.

Nas justificativas, entre outros, considere os seguintes fatores:

- **dimensão contextual**. Destaque na sua justificativa o "ambiente" escolar e o lugar em que a escola está instalada.
- **dimensão comunicacional**. Destaque na sua justificativa as relações de comunicação entre as pessoas em sua escola.
- **dimensão didática**. Destaque na sua justificativa as relações didáticas definidas na Proposta Pedagógica da escola e sua aplicação de fato.

1.3. DISTRIBUIÇÃO NOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA – SARESP 2009

O Quadro 4 apresenta os recortes dos níveis de proficiência em Matemática anteriormente descritos.

Níveis de Proficiência	4ª/5º EF	6ª/7º EF	8ª/9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
Avançado	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

Quadro 4: Níveis de Proficiência em Matemática – SARESP 2009

O Gráfico 3 apresenta os percentuais de desempenho dos alunos com proficiência situada em cada um dos quatro níveis acima especificados na disciplina de Matemática.

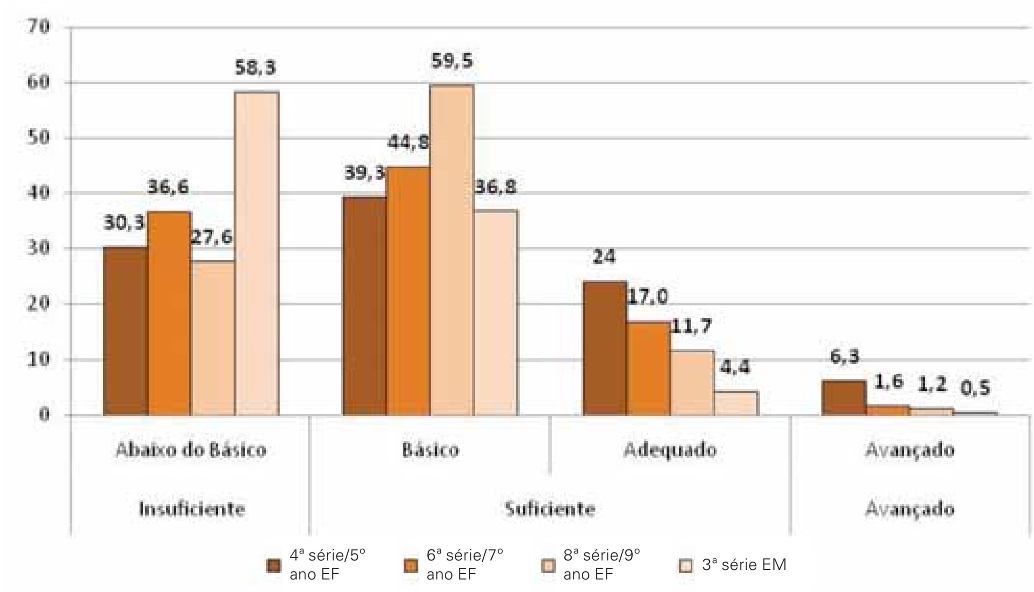


Gráfico 3: Percentuais de alunos da Rede Estadual por nível de proficiência no SARESP 2009 – Matemática

Observa-se, no gráfico, que:

- há uma grande proporção de alunos com um desempenho Abaixo do Básico e Básico para todas as séries/anos considerados, de modo que os percentuais de alunos nos níveis Adequado e Avançado são bem pequenos, especialmente à medida em que se avança pelas séries/anos;
- a maior proporção de alunos para todas as séries do EF encontra-se no nível Básico, especialmente para os alunos da 8ª/9º série/ano do EF, cuja porcentagem chegou a quase 60%.

1.4. COMPARAÇÃO DOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA DOS ALUNOS, OBTIDOS NO SARESP 2009 E NA PROVA BRASIL/SAEB 2007 – MATEMÁTICA – REDE ESTADUAL

O Gráfico 4, a seguir, apresenta, para a Rede Estadual, as comparações entre os resultados de Matemática do SARESP 2009 e os da Prova Brasil/SAEB 2007 quanto aos percentuais de alunos situados nos níveis de proficiência.

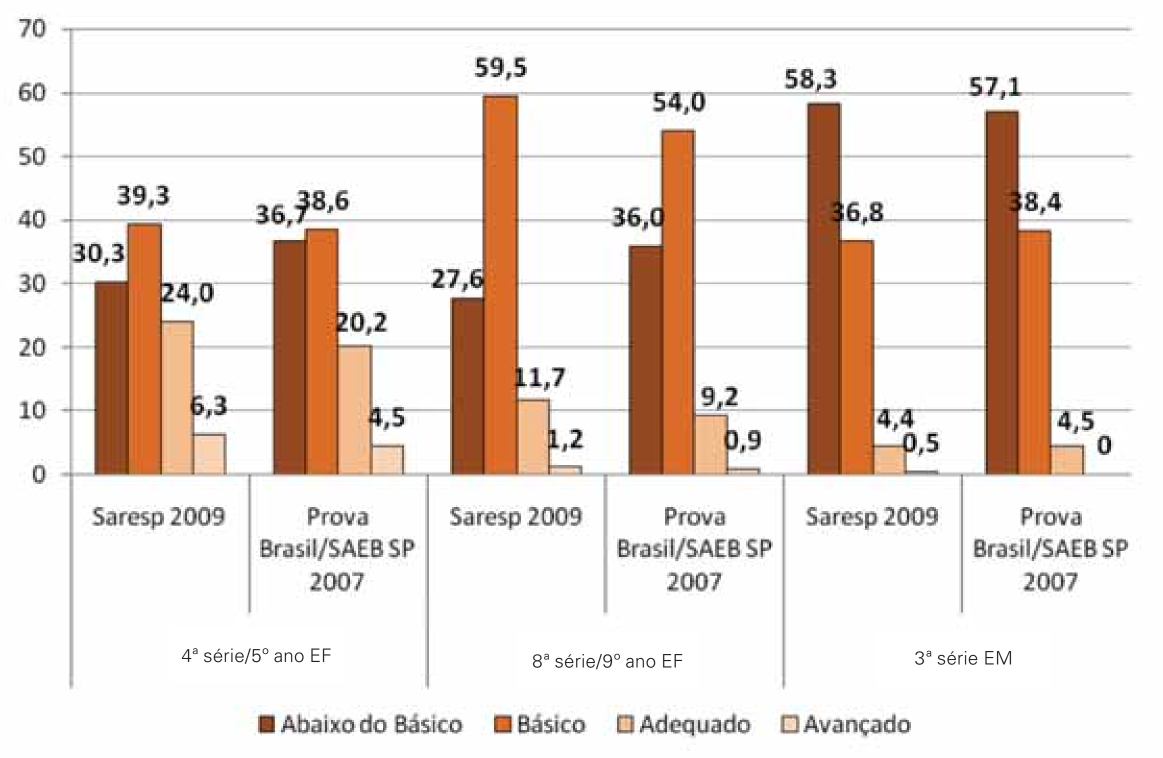


Gráfico 4: Níveis comparados: SARESP/Prova Brasil/SAEB – Matemática – Rede Estadual

Por este gráfico, observa-se que:

- para as séries/anos do EF, os resultados de Matemática do SARESP 2009 apresentam uma melhor distribuição de alunos por nível que nos resultados da Prova Brasil/SAEB 2007, com menos alunos no nível Abaixo da Básico e mais alunos nos demais níveis;

- para a 3ª série do EM, os resultados de Matemática entre essas duas avaliações tenderam a se assemelhar fortemente.

SARESP NA ESCOLA

O *Boletim da Escola* divulga aos pais, alunos, professores e à comunidade o rendimento observado em Língua Portuguesa e Matemática dos alunos de 2ª/3º, 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio no SARESP 2009.

Estes resultados traduzem as competências e habilidades dos alunos avaliados pelo SARESP 2009, segundo a Matriz de Avaliação referenciada na Proposta Curricular do Estado, nos níveis de proficiência. Os níveis de proficiência representam o agrupamento de pontos das escalas de proficiência utilizadas no SAEB e sua adequação à Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

O Boletim contém os resultados observados em médias de pontos obtidos nas séries avaliadas e a distribuição percentual dos alunos nos níveis de proficiência (Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado). Estes resultados são comparáveis entre as séries/anos avaliados uma vez que a métrica de avaliação do SARESP está referenciada na escala de proficiência do SAEB.

Para garantir maior comparabilidade dos resultados atingidos em sua escola com outros níveis de agregação, as informações relativas ao total de participantes na prova e à média de pontos por série/ano e disciplinas avaliadas são apresentadas também para o Estado, à Coordenadoria a que a escola pertence, à sua Diretoria de Ensino e ao seu município. Assim é possível observar os resultados da escola e compará-los com seu entorno e com o Estado.

A título de referência é apresentada uma comparação entre as médias de pontos das escolas estaduais no SARESP 2009, por componente e disciplina avaliados, em relação à média observada no SAEB 2007 nas escolas estaduais nas mesmas séries/anos e disciplinas avaliadas. Assim, tem-se um termo de comparação do desempenho do Estado em relação ao desempenho observado na avaliação de proficiência nacional.

Considerando a premissa de que o objetivo maior da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo é oferecer uma educação básica de qualidade a todos os seus alunos, é desejável que se tenha o maior percentual possível de alunos no nível Adequado de proficiência.

Esta é a meta de todas as escolas: ter o maior número possível de alunos das séries/anos e disciplinas avaliadas com domínio dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.

É importante observar o rendimento, a proficiência das séries avaliadas olhando, também, para a sua distribuição ao longo dos níveis de proficiência e não somente para a média. Assim é possível para a escola se organizar, a fim de atingir sua meta, seu esforço necessário para reduzir anualmente o percentual de alunos no nível Abaixo do Básico em direção ao nível Adequado.

O Boletim oferece o diagnóstico anual da qualidade do ensino de sua unidade e o esforço que deverá ser despendido para melhorá-la na medida em que aloca o percentual dos alunos avaliados nos níveis de proficiência, que por sua vez, estão referenciados na Matriz de Avaliação do SARESP, estabelecendo uma ponte entre o resultado da avaliação e o conteúdo pedagógico por ele traduzido numa mesma escala de proficiência.

Os pontos da escala do SARESP (no anexo) foram agrupados em quatro níveis de desempenho – Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado – definidos a partir das expectativas de aprendizagem (conteúdos, competências e habilidades) estabelecidas para cada série/ano e disciplina no Currículo do Estado de São Paulo.

Observe o Quadro 5: Níveis de Proficiência em Matemática – SARESP 2009.

Níveis de Proficiência	**4ª/5º EF**	**6ª/7º EF**	**8ª/9º EF**	**3ª EM**
Abaixo do Básico	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
Avançado	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

Quadro 5: Níveis de Proficiência em Matemática – SARESP 2009

A distribuição do percentual ao longo dos níveis de proficiência traz informações sobre a quantidade de alunos que se encontram nos diferentes níveis de desempenho. Essa informação é importante para tomar decisões sobre o processo de intervenção pedagógica na escola.

Para reflexão:

Consulte o Boletim de sua escola e preencha a tabela a seguir, com a distribuição dos alunos da sua escola nos níveis de desempenho – Matemática – SARESP 2009.

Níveis de Matemática e Distribuição dos Alunos da Escola nos Níveis de Proficiência – SARESP 2009

Níveis	**4ª/5ºEF**	**6ª/7º EF**	**8ª/9º EF**	**3ª EM**
Abaixo do Básico	< 175 (......)	< 200 (......)	< 225 (......)	< 275 (......)
Básico	175 a < 225 (......)	200 a < 250 (......)	225 a < 300 (......)	275 a < 350 (......)
Adequado	225 a < 275 (......)	250 a < 300 (......)	300 a < 350 (......)	350 a < 400 (......)
Avançado	≥ 275 (......)	≥ 300 (......)	≥ 350 (......)	≥ 400 (......)

Analise a tabela produzida:

- quanto maior for o percentual de alunos posicionados nos níveis superiores (Adequado e Avançado) e menor o percentual nos níveis inferiores (Abaixo do Básico e Básico), melhor será o resultado da sua escola (os resultados do SARESP devem ser analisados pelas escolas em função das metas de aprendizagem definidas no IDESP).

Por que os alunos localizados nos níveis Abaixo do Básico e Básico (analise por série/ano) não alcançaram o nível Adequado?

Qual o diferencial, dentro da escola, dos alunos (analise por série/ano) que alcançaram os níveis Adequado e Avançado?

Qual a proposta da sua escola para fazer com que os alunos dos níveis Abaixo do Básico e Básico passem para os níveis Adequado e Avançado (analise por série/ano)?

2. RESULTADOS DAS ESCOLAS TÉCNICAS ESTADUAIS – ETECS – ADMINISTRADAS PELA SECRETARIA DE DESENVOLVIMENTO – 3ª SÉRIE DO EM – MATEMÁTICA

2.1. MÉDIA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA NAS ESCOLAS TÉCNICAS ESTADUAIS

A média de proficiência em Matemática obtida pelos alunos da 3ª série do Ensino Médio das Escolas Técnicas Estaduais – ETECs – na edição de 2009 do SARESP é apresentada a seguir.

Média de Proficiência das ETECs em Matemática – SARESP 2009

Disciplina	Média
Matemática	329,2

2.2. DISTRIBUIÇÃO NOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA NAS ESCOLAS TÉCNICAS ESTADUAIS

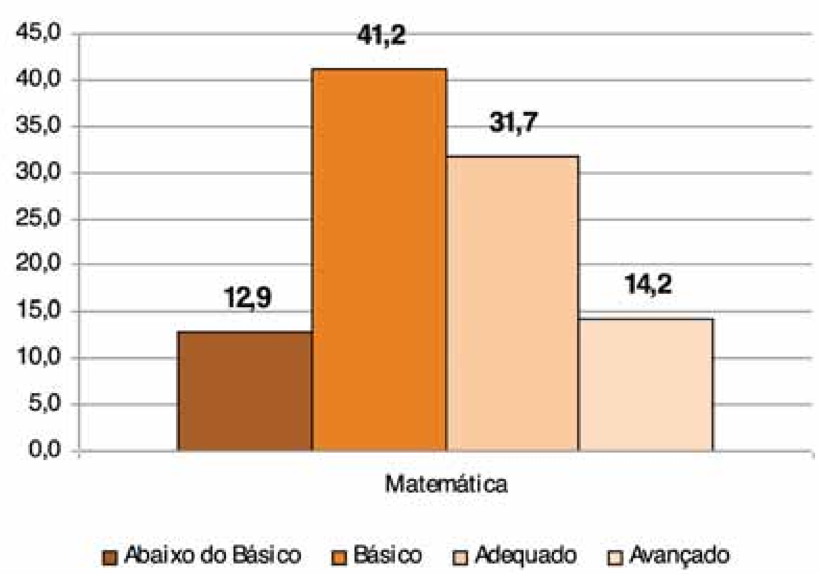


Gráfico 5 - Distribuição Percentual dos alunos das ETECs nos Níveis de Proficiência em Matemática – SARESP 2009 – 3ª série EM

Analisando os resultados da 3ª série do EM, constata-se que:

- em Matemática, o nível Básico é o que tem o maior percentual de alunos (41,2%); nos níveis mais elevados, estão situados cerca de 46% dos alunos;
- entre os níveis de proficiência, o Abaixo do Básico é o que apresenta os menores percentuais (12,9%).

2.3. COMPARAÇÃO DOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA DOS ALUNOS, OBTIDOS NO SARESP 2009 E NA PROVA BRASIL/SAEB 2007 – MATEMÁTICA – REDE ESTADUAL

O Gráfico 6, a seguir, compara as médias de Matemática obtidas pelas ETECs no SARESP 2009 com as médias de São Paulo alcançadas pelas Redes Estadual e Particular de ensino no SAEB 2007.

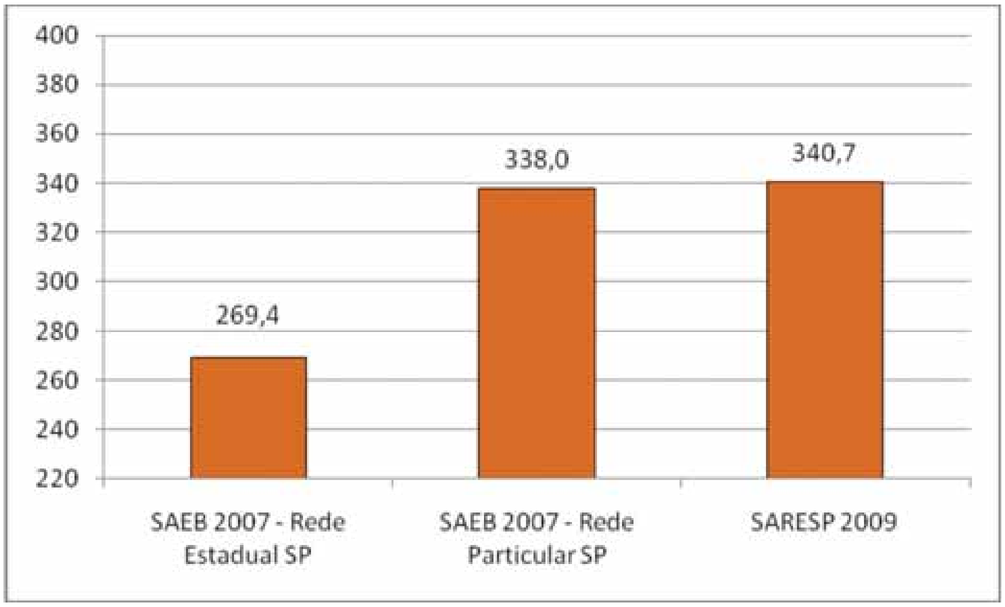


Gráfico 6 – Comparação das Médias de Proficiência das ETECs em Matemática no SAEB 2007/SP e SARESP 2009 – 3ª Série do Ensino Médio

Observa-se no gráfico que:

- em Matemática, ocorre uma superioridade das médias de proficiência das ETECs no SARESP 2009 em relação às médias tanto da Rede Estadual quanto da Rede Particular de ensino no SAEB 2007;
- comparando os resultados das ETECs no SARESP 2009 com os da Rede Estadual de São Paulo no SAEB 2007, observa-se que há uma diferença expressiva de 71,3 pontos entre essas avaliações, favorável às primeiras;
- vale destacar que a clientela que tem acesso às ETECs só o faz por meio de processo seletivo, diferentemente da Rede Estadual administrada pela SEE-SP que oferece vagas a todos os jovens do Estado de São Paulo.

PARTE 3 – ANÁLISE PEDAGÓGICA DOS RESULTADOS

1. PRINCÍPIOS CURRICULARES E MATRIZES DE REFERÊNCIA PARA A AVALIAÇÃO DO SARESP – MATEMÁTICA

A alfabetização ou competência matemática refere-se à capacidade do aluno para analisar, raciocinar e comunicar-se de maneira eficaz, quando enunciam, formulam e resolvem problemas matemáticos numa variedade de domínios e situações.

1.1. A MATEMÁTICA AO LONGO DA ESCOLARIDADE BÁSICA

A Matemática é uma ciência que trata de objetos e de relações abstratas. Nesse sentido, não é uma ciência da natureza ou das relações humanas e sociais como as outras disciplinas escolares. No entanto, a Matemática é a linguagem que nos permite representar o mundo e elaborar uma compreensão e uma representação da natureza. Não fora o bastante, é ainda com a Matemática que construímos formas de agir sobre este mundo, resolvendo problemas, prevendo e controlando os resultados de ações sugeridas pelas resoluções.

Ao que tudo indica, as primeiras atividades matemáticas de que se tem notícia estão relacionadas com contar e medir. Depois, o seu domínio foi se ampliando para, ao longo da história da humanidade, ser considerado como a construção do conhecimento a respeito das relações qualitativas e quantitativas do espaço e do tempo. É uma atividade humana que trata dos padrões, da resolução de problemas, do raciocínio lógico, percorrendo desde o estudo dos números e operações até as formas geométricas, as estruturas e as regularidades, a variação, o acaso e a incerteza, na tentativa de compreender o mundo e fazer uso desse conhecimento.

A Matemática sempre permeou a atividade humana e contribuiu para o seu desenvolvimento: a construção e o desenvolvimento da Matemática têm ocorrido quer como resposta às solicitações de outras áreas do conhecimento, quer atendendo às questões próprias da Matemática, quase sempre como um esforço para resolver os problemas que lhe são propostos.

Essa dupla fonte de problemas e solicitações garante a sua vitalidade. Assim, a Matemática não pode mais ser considerada como um conjunto estático e acabado de conhecimentos produzidos por alguns cérebros especiais.

Desde os meados do século XX se reconhece que tais conhecimentos matemáticos surgiram, nas diferentes culturas, principalmente como resposta às necessidades de contar, medir, desenhar, planejar, localizar, explicar, julgar, entre outros. Hoje a Matemática encontra-se presente em todas as culturas e os registros de sua história datam de quatro milênios a.C.

A natureza da competência matemática depende do tempo histórico em que ela é considerada: há cinquenta anos, saber Matemática era praticamente sinônimo de saber fazer contas. Uma simples análise permite concluir que, de certa forma, temos hoje menos exigências de cálculo na vida do dia a dia do que no passado: as máquinas não só efetuam as operações como calculam os trocos e as percentagens e, em muitos casos, registram os próprios valores numéricos.

Mas, ao mesmo tempo, o mundo em que vivemos está cada vez mais "matematizado". Além dos modelos matemáticos usados nas ciências experimentais, na engenharia e na tecnologia, vemos as aplicações matemáticas abrangendo igualmente a economia, o mundo dos negócios, a medicina, a arte, as ciências sociais e humanas.

No nosso dia a dia, realizamos com frequência cálculos de despesas, pagamentos de impostos, examinamos diferentes alternativas para contrair um empréstimo, estimamos um valor aproximado e precisamos compreender um anúncio ou uma notícia que se baseia em tabelas e gráficos. Temos, ainda, de questionar se uma amostra é representativa de uma determinada população.

São rotineiras e relevantes as situações que pedem competências ligadas à visualização e à orientação espacial, como quando pretendemos interpretar uma imagem ou uma construção ou explicar uma figura ou um trajeto. Nessas e em outras situações, as pessoas usam o raciocínio quantitativo ou espacial e mostram sua competência matemática para explicar, formular, resolver problemas e comunicar sua solução.

Em outras palavras, desenvolver competências matemáticas envolve, nos tempos atuais, pensar matematicamente, usar ideias matemáticas para dar um sentido eficiente do mundo, quando isso couber. Ou seja, desenvolver competências e habilidades matemáticas envolve extrair dos contextos e das circunstâncias particulares o quando e o como usar a matemática e, criticamente, avaliar a sua utilização.

A Matemática é uma das ciências mais antigas e também das mais antigas disciplinas escolares, ocupando um lugar de destaque no Currículo. Na sua história, como em todas as ciências, a Matemática passou por uma grande evolução nos seus métodos, processos e técnicas, na sua organização, na sua relação com outras áreas da atividade humana e no alcance e importância das suas aplicações e, naturalmente, na quantidade e diversidade das áreas que a constituem.

A história das ciências mostra que à medida que surgem novos conceitos nas diversas áreas, outros são abandonados. Isso ocorre da mesma forma na área da Educação e é fundamental que a escola discuta o modo como essas novas perspectivas e conceitos – na Matemática e na Didática – se refletem no Currículo desenvolvido com os alunos.

No que diz respeito à educação, a escola enfrenta hoje o desafio de ser eficiente para responder à pergunta: "como é que o aluno aprende?" em substituição à antiga "como é que isto deve ser ensinado?". Ao mesmo tempo a mera transmissão de conteúdos cede lugar ao desenvolvimento de competências e habilidades: o conceito de competência permeia todo o processo de ensino-aprendizagem, dando ênfase ao que o aluno é capaz de fazer com os conhecimentos que adquiriu muito mais do que o domínio formal dos conceitos.

No caso da Matemática, desenvolver competências matemáticas é parte fundamental na Educação, pois as ideias e os conceitos matemáticos são ferramentas para atuar sobre a realidade e o mundo que as cerca.

A escola tem papel relevante e intransferível na preparação do aluno para um futuro que se nos afigura já altamente tecnológico e que exige de cada um o desenvolvimento do seu potencial criativo que lhe permita lidar com situações da vida cotidiana e do mundo do trabalho cada vez mais diversificadas e complexas. Hoje mais que nunca, deve-se exigir da escola uma formação sólida em Matemática, ao fim da qual o aluno tenha desenvolvido gosto pela Matemática e autoconfiança em sua capacidade, autonomia de pensamento e decisão, capacidade de abstração e generalização, o que certamente será consequência de ser capaz de:

- compreender conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos;
- utilizar os conhecimentos matemáticos na análise, interpretação e resolução de situações em diferentes contextos, incluindo os não matemáticos;
- resolver e formular problemas envolvendo também os processos de modelação matemática;
- compreender e elaborar argumentações matemáticas e raciocínios lógicos;
- analisar informações;
- comunicar-se em Matemática, oralmente e por escrito;
- compreender a Matemática como elemento da cultura humana, uma realização e construção da sociedade;
- reconhecer e valorizar o papel da Matemática nos vários setores da vida social e, em particular, no desenvolvimento científico e tecnológico;
- apreciar os aspectos estéticos da Matemática.

Estas considerações são válidas para o significado da Matemática na Educação Básica. Merecem destaque, também, as seguintes observações, associadas principalmente às práticas de ensino e aprendizagem de Matemática:

- A importância que deve ser dada à aquisição da linguagem universal de palavras e símbolos, usada para comunicar ideias de número, espaço, formas, padrões e problemas do cotidiano. A cada dia esta linguagem se faz mais necessária: ela está presente no fazer cotidiano, nos meios de comunicação, nas ciências e na tecnologia. Os estudos e as pesquisa enfatizam o papel fundamental da aquisição da linguagem matemática no sucesso do aprendizado da Matemática.
- A ênfase que deve ser dada ao aspecto formativo da própria Matemática propiciado pelo prazer da descoberta e do desenvolvimento da confiança intelectual.
- Qualquer projeto de educação precisa considerar os saberes que os alunos trazem consigo. Para aprofundar e sistematizar esse conhecimento, as aulas devem propiciar atividades que os ajudem a estabelecer as relações entre as suas próprias ideias e estratégias pessoais e o conhecimento

formal. E novamente aí, o papel da exploração adequada da linguagem oral e da linguagem e simbologia matemática.

- Resolução de problemas: quando é proposto ao aluno a resolução de um problema, dois mundos ou domínios entram em relação – de um lado, o mundo real presente no problema tal como ele é proposto e a solução real que será obtida; do outro, o domínio matemático que envolve o problema. O processo de matematização comporta diferentes etapas que implicam mobilização de um vasto conjunto de competências:

Esta abordagem metodológica da resolução de problemas está posta para enfatizar a importância de o professor procurar saber em que etapa seu aluno apresenta dificuldades – cada uma delas requer um tratamento diferenciado. É importante também que o aluno saiba onde precisa melhorar.

A primeira etapa consiste em transpor o problema real para um problema matemático. Este processo implica as seguintes atividades:

- identificar os elementos matemáticos relevantes que se referem ao problema real;
- representar o problema de forma diferente, em função de conceitos matemáticos;
- compreender as relações entre a linguagem empregada para descrever o problema e a linguagem simbólica e formal indispensável à sua compreensão matemática;
- identificar os aspectos que são isomorfos em relação a problemas conhecidos;
- traduzir o problema em termos matemáticos, isto é, em um modelo matemático.

Na segunda etapa, o processo continua no campo da Matemática: trata-se de efetuar operações sobre o problema matemático para determinar uma solução matemática. Esta fase requer do aluno as seguintes habilidades:

- utilizar linguagem e operações de natureza simbólica, formal e técnica;
- definir, ajustar, combinar e integrar modelos matemáticos;
- argumentar;
- generalizar.

Nas últimas fases da resolução de um problema cabe refletir sobre o processo de matematização e os resultados obtidos. Trata-se, aqui, de fazer uso das seguintes habilidades:

- refletir sobre os argumentos matemáticos elaborados, explicar e justificar os resultados obtidos;
- comunicar o processo e a solução.

Destaque-se, finalmente, que uma formação matemática realista e equilibrada privilegia igualmente o aspecto teórico, a resolução de problemas e o caráter "utilitário" desta ciência.

Para ensinar e aprender a Matemática que "faça sentido", lutando assim contra uma visão dogmática da Matemática, é preciso insistir nas situações-problema para delas "emergir" os conceitos e as ideias. Esses problemas, por vezes aparentemente distantes do âmbito matemático, cumprem um papel relevante na cultura humanística do aluno e na sua formação científica.

1.2. CONTEÚDOS E EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM AO LONGO DOS CICLOS COM BASE NA PROPOSTA CURRICULAR

Sintetizando a Proposta Curricular, o ensino da Matemática na etapa da Educação Básica pretende que o aluno:

- desenvolva formas de pensamento lógico;
- aplique adequadamente os algoritmos e ferramentas matemáticos em situações do cotidiano;
- utilize corretamente a linguagem matemática para comunicar-se;
- resolva problemas utilizando diferentes estratégias, procedimentos e recursos, desde a intuição até os algoritmos;
- aplique os conhecimentos geométricos para compreender e analisar o mundo físico ao seu redor;
- utilize os métodos e procedimentos estatísticos e probabilísticos para obter conclusões a partir de dados e informações;
- integre os conhecimentos matemáticos no conjunto dos conhecimentos que adquiriu nas outras áreas da sua educação básica;

- utilize com critério os recursos tecnológicos (calculadora, computador e programas) como auxiliares do seu aprendizado.

Para tal, a Proposta Curricular de Matemática estrutura-se, ao longo dos ciclos dos Ensinos Fundamental e Médio, em quatro grandes temas: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação.

Sobre os temas

Números e Operações

Refere-se à necessidade de quantificar para se entender e organizar o mundo. As ideias de quantidade estão presentes na matemática, em todos os níveis, tendo como centro o conceito de número, operações e as suas relações e representações. A ideia de algebrizar está relacionada com a capacidade de operar simbolicamente e de interpretar as relações simbólicas. É o grande início da modelagem matemática.

As ideias algébricas aparecem logo nos primeiros anos no trabalho com sequências, ao estabelecerem-se relações entre números e entre números e operações, e ainda no estudo de propriedades geométricas, como a simetria. Nos anos finais do Ensino Fundamental, a Álgebra aparece como um tema matemático individualizado, aprofundando-se o estudo de relações e regularidades e da proporcionalidade direta, como a igualdade entre duas razões. Finalmente, no Ensino Médio, institucionaliza-se de fato o uso da linguagem algébrica: trabalha-se com expressões, equações, inequações e funções, procurando desenvolver no aluno a capacidade de lidar com diversos tipos de relações matemáticas e estudar situações de variação em contextos significativos. O estudo das funções é um domínio privilegiado para aprender a modelagem matemática. As competências algébricas são desenvolvidas a partir da capacidade de traduzir uma situação-problema em linguagem matemática — resolver o problema requer habilidade com as rotinas de cálculos e algoritmos.

As grandes competências que se espera que o aluno desenvolva no aprendizado desse tema são:

- construir significados e ampliar os já existentes para os números naturais, inteiros, racionais e reais;

- aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas, envolvendo variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas.

Espaço e Forma

Trata da observação de padrões e formas do mundo e da relação entre formas e imagens ou representações visuais. Assim como nos problemas de contagem, a percepção do espaço e a exploração das propriedades dos objetos, bem como suas relações, estão presentes no cotidiano da vida humana. As habilidades vão desde o reconhecimento e a exploração visual ou tátil, até o tratamento formal, lógico-dedutivo, dos fatos referentes às figuras planas e espaciais.

Esse domínio envolve a observação de semelhanças e diferenças, análise dos componentes das formas, o reconhecimento das formas em diferentes representações e dimensões e a compreensão das propriedades dos objetos e suas posições relativas.

O estudo das formas está estreitamente vinculado ao conceito de percepção espacial e isto implica aprender a reconhecer, explorar e mover-se com maior conhecimento no espaço onde se vive. Também pressupõe entender a representação em duas dimensões dos objetos tridimensionais, a formação das sombras e como interpretá-las.

No aprendizado desse tema, o aluno toma consciência de como vê as coisas e os objetos e por que os vê dessa forma: deve aprender a orientar-se pelo espaço e através das construções e formas – para isso, precisa entender a relação entre forma e imagem ou representações visuais, tal como o real e a fotografia.

O estudo da Geometria começa nos primeiros anos, mas somente nos anos finais do Ensino Fundamental o aluno relaciona propriedades geométricas. No Ensino Médio surge a maioria das situações de raciocínio hipotético-dedutivo, proporcionando aos alunos um contato maior com este modo de pensar.

Nesse tema são vistos conceitos e ideias que constituem a base de competências geométricas e trigonométricas: o teorema de Tales, a semelhança de figuras e o teorema de Pitágoras devem ser utilizados em diferentes contextos. A competência de cálculos em Geometria é ampliada com a Geometria Analítica, principalmente no Ensino Médio.

A grande competência que o aluno deve desenvolver nesse tema é:

- utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

Grandezas e Medidas

Refere-se à necessidade de, além de quantificar, medir para se entender e organizar o mundo. As ideias de grandeza e medida estão presentes na Matemática, em todos os níveis, tendo como centro as relações entre grandezas, suas medidas e representações.

As ideias de Grandezas e Medidas têm um peso importante nos primeiros anos e decresce nos anos seguintes. Como é um tema muito rico do ponto de vista das conexões entre a Matemática com situações não matemáticas, acaba por ser trabalhado ao longo de toda a escolaridade básica, principalmente na resolução de problemas.

A competência a ser desenvolvida pelo aluno no aprendizado desse tema é:

- construir e ampliar noções de grandezas, variação de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Tratamento da Informação

Está relacionada com a capacidade de ler, interpretar e analisar dados e fazer julgamentos e opções a partir dessa análise. Provavelmente, essa é a ideia em que se evidencia mais claramente a importância da formação matemática do cidadão, pois trata da aquisição da habilidade de compreender o discurso jornalístico e científico, que faz uso da estatística e da probabilidade.

O estudo da estatística e de probabilidade deve ser feito a partir de problemas em situações interdisciplinares. Este tema perpassa todos os ciclos da escolaridade básica, sempre no contexto de resolução de problemas.

Pretende-se que o aluno desenvolva as competências de:

- interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação;

- compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais, e utilizar instrumentos adequados para medidas e cálculos de probabilidade, para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

A Matriz de Referência para a Avaliação de Matemática utilizada pelo SARESP faz um recorte da Proposta Curricular e estabelece as habilidades e competências de Matemática mais importantes a serem avaliadas.

SARESP NA ESCOLA

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo foi planejada de forma que todos os alunos, em idade de escolarização, façam o mesmo percurso de aprendizagem nas disciplinas básicas: Língua Portuguesa; Matemática; Ciências (Ensino Fundamental); Física, Química e Biologia (Ensino Médio); História; Filosofia e Sociologia (Ensino Médio); Geografia; Inglês; Arte; Educação Física. Os documentos das disciplinas descrevem os conteúdos, as competências, as habilidades e os processos a serem desenvolvidos em cada série. Os Cadernos do Professor e do Aluno subsidiam a escola para a implantação da Proposta Curricular.

As disciplinas foram divididas por séries e bimestres, com a indicação de conteúdos/competências/habilidades em termos de desempenho escolar a serem desenvolvidos pelos alunos. Essa divisão foi formulada de modo a possibilitar também o monitoramento da progressão da aprendizagem, em cada série/ano e em cada bimestre, por disciplina.

Sempre é oportuno relembrar que essa organização curricular possibilita que sejam garantidas as mesmas oportunidades a todos os alunos, independentemente das escolas da Rede Estadual que frequentam, para que todos tenham acesso aos mesmos conhecimentos atualizados, significativos e valorizados pela sociedade.

A partir dessa base curricular comum, também é possível definir as metas que todos os alunos têm direito a alcançar nas disciplinas estudadas e, consequentemente, é possível — e também necessário — avaliar o progresso de todos os alunos em direção às metas definidas, de modo que eles possam melhorar seu desempenho quando sabem além do padrão determinado, e receber ajuda quando esse padrão não é alcançado.

Uma vez proposto o Currículo estadual, pôde-se estruturar a avaliação em larga escala. Os objetivos de desempenho estão agora descritos, por meio de uma série de critérios do rendimento esperado, de forma a constituir a estrutura básica de um sistema de avaliação referenciado a esses critérios, que incentiva os professores a se concentrarem nas habilidades e nos processos estabelecidos, para que os alunos os desenvolvam.

As Matrizes de Referência para a Avaliação para as disciplinas e séries avaliadas foram construídas com base no Currículo proposto. Por seus objetivos específicos, assim como pela natureza de suas habilidades, as matrizes representam apenas um recorte, ainda que representativo, das aprendizagens esperadas em cada etapa de ensino-aprendizagem, tais como podem ser aferidas em uma situação de prova escrita.

Convém lembrar que, dados os objetivos do SARESP, os resultados dos alunos não estão articulados à seleção ou promoção, mas à verificação de que competências e habilidades, entre as propostas para cada etapa de ensino-aprendizagem escolar, revelam-se em efetivo desenvolvimento entre os alunos.

Conheça melhor a articulação entre Currículo e avaliação, analisando os seguintes documentos:

Volume 1. Matrizes de Referência para a Avaliação do SAREP: documento básico.

Volume 2. Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Língua Portuguesa.

Volume 3. Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Matemática.

Volume 4. Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Ciências (Ensino Fundamental) e Biologia, Química e Física (Ensino Médio).

Volume 5. Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP: Geografia e História.

Propostas Curriculares das Disciplinas

Cadernos do Professor e do Aluno das disciplinas (por bimestre)

Proposta Pedagógica da escola

Para reflexão:

Há diferenças entre a Proposta Pedagógica da sua escola e as Propostas Curriculares oficiais?

Quais as intersecções entre a Proposta Pedagógica de sua escola e as Propostas Curriculares oficiais?

De que forma o desenvolvimento do plano do professor está articulado ao projeto do sistema estadual de ensino?

Qual foi a recepção dos professores de sua escola, em relação às Propostas Curriculares das disciplinas e aos Cadernos do Professor e do Aluno das disciplinas?

Qual a importância pedagógica em se definir uma Matriz de Referência para a Avaliação?

A escola deve também ter explícita uma Matriz de Referência para a Avaliação em sua Proposta Pedagógica? Por quê?

Os planos das disciplinas definem explicitamente os conteúdos e habilidades que devem ser aprendidos em cada série/ano?

As Matrizes de Referência para a Avaliação das disciplinas da sua escola contemplam as competências, habilidades e conteúdos previstos nas Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP por disciplinas séries/anos?

2. ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ALUNOS EM MATEMÁTICA POR SÉRIE/ANO E NÍVEL

Nesse tópico, desenvolveremos uma análise pedagógica do desempenho dos alunos por nível/série/ano avaliados. Para a análise, a escala de descrição por pontos, disponível nos anexos deste documento, é retomada, agora na perspectiva de agrupamento dos pontos nos níveis já citados de cada série/ano.

É importante destacar que a escala foi construída com base nos resultados dos alunos no SARESP 2007/2008 e que em 2009 ela foi ampliada, de acordo com o desempenho dos alunos nas provas aplicadas.

Em cada nível, como já está colocado na escala por pontos, agrupamos as habilidades. O desempenho nas habilidades presentes variam por nível.

Essa metodologia permitiu-nos ressaltar algumas hipóteses colocadas como sínteses gerais em cada série/ano/nível. Para completar, apresentamos alguns exemplos comentados de itens das provas por série/ano/nível.

A metodologia TRI - Teoria de Resposta ao Item, permite concluir que, o desempenho dos alunos nas séries/anos incorpora o das demais séries/anos. Essa perspectiva deve ter por referência os pontos da escala e os níveis representativos dos pontos.

Portanto, ao se considerar a análise de desempenho em uma série/ano/nível deve-se refletir sobre o desempenho nas séries/anos/níveis anteriores a ela apresentadas e sua representação nos pontos da escala.

Outra questão fundamental a ser considerada é o que os alunos devem aprender em cada série/ano (expectativas de aprendizagem previstas no Currículo). Os conteúdos de aprendizagem vão se tornando mais complexos a cada série/ano. Nos resultados por série/ano essa relação deve ser também relevante na análise.

Ao lado de cada série/ano/nível, colocamos a porcentagem de desempenho dos alunos da Rede Estadual no nível. Essa indicação revela o caráter mais importante desse processo. As diferenças de desempenho associadas aos níveis demonstram que há alunos com conhecimentos muito diferentes em cada série/ano. O propósito é que tenhamos o maior número possível de alunos no nível **Adequado** por série/ano. Isso equivaleria dizer que eles dominam os conhecimentos da série/ano e estão prontos para continuar seus estudos com sucesso nas séries/anos posteriores.

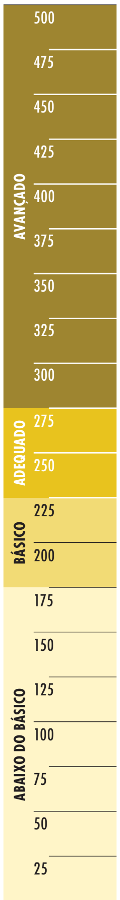
Essa é uma forma de ler os resultados. Certamente, cada escola vai escolher o melhor caminho para interpretá-los e traduzi-los em seus Projetos Pedagógicos – lembrando sempre que as provas do SARESP representam um recorte das expectativas de aprendizagem previstas no Currículo e que muitas habilidades não podem ser avaliadas em situação de prova escrita.

O recorte do SARESP, entretanto, é significativo e representa o desenvolvimento esperado dos alunos em Matemática.

Retomamos o quadro que apresenta os pontos da escala distribuídos por níveis/séries/anos e a qualificação dos níveis com as indicações dos percentuais dos alunos da Rede Estadual nos níveis de desempenho de 2008 e 2009 nas provas de Matemática.

Níveis de Matemática e Distribuição dos Alunos da Rede Estadual nos Níveis de Proficiência por Série/Ano – SARESP 2008/2009

Níveis	4ª/5º EF	6ª/7º EF	8ª/9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico	< 175 2008 – 39,1% 2009 – 30,3%	< 200 2008 – 42,2% 2009 – 36,6%	< 225 2008 – 34,5% 2009 – 27,6%	< 275 2008 – 54,3% 2009 – 58,3%
Básico	≥ 175 a < 225 2008 – 37,3% 2009 – 39,3%	≥ 200 a < 250 2008 – 42,3% 2009 – 44,8%	≥ 225 a < 300 2008 – 53,9% 2009 – 59,5%	≥ 275 a < 350 2008 – 40,5% 2009 – 36,8%
Adequado	≥ 225 a < 275 2008 – 19,4% 2009 – 24,0%	≥ 250 a < 300 2008 – 14,0% 2009 – 17,0%	≥ 300 a < 350 2008 – 10,2% 2009 – 11,7%	≥ 350 a < 400 2008 – 4,8% 2009 – 4,4%
Avançado	≥ 275 2008 – 4,2% 2009 – 6,3%	≥ 300 2008 – 1,3% 2009 – 1,6%	≥ 350 2008 – 1,3% 2009 – 1,2%	≥ 400 2008 – 0,4% 2009 – 0,5%



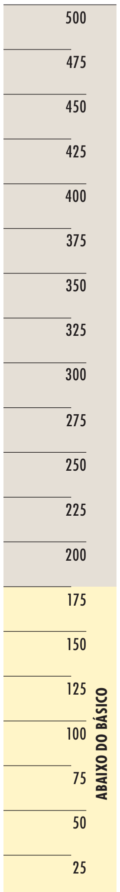
2.1. ANÁLISE DO DESEMPENHO

4ª série/5º ano
Ensino Fundamental

6ª série/7º ano
Ensino Fundamental

8ª série/9º ano
Ensino Fundamental

3ª série
Ensino Médio



NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO < 175

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 30,3%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental no nível:

identificam:

- figura com apenas um eixo de simetria, dado um exemplo do eixo de simetria de um triângulo;
- frações equivalentes;

resolvem problema envolvendo cálculo de porcentagem: 25%.

NÍVEL BÁSICO ≥ 175 A < 225

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 39,3%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental no nível:

calculam:

- a área de um triângulo desenhado em malha quadriculada;
- o produto de dois números naturais;
- o quociente (resto zero) entre dois naturais, divisor com 2 dígitos;
- o quociente entre dois números naturais (divisão resto zero);
- com figuras desenhadas em malha quadriculada, identificam qual delas é uma redução de outra;

identificam:

- a decomposição em forma polinomial de um número de três dígitos;
- a localização de número racional (1,8) representado na reta numérica marcada a partir de 0 em uma escala de 0,1 em 0,1;
- a localização de números naturais representados na reta numérica marcada a partir de 1 091 em uma escala de 1 em 1;
- a pessoa que está em frente à outra em um desenho que mostra a disposição circular de um grupo de pessoas;
- a posição à direita diante do desenho que mostra a disposição de poltronas em uma sala;
- a representação decimal de 35/100;
- a representação fracionária de um número decimal (0,2);
- a sequência de figuras que tem 25% delas coloridas;
- as formas de um losango, um triângulo, um hexágono e um pentágono como sendo as de pipas apresentadas por desenhos;
- número em uma sequência de números inteiros com primeiro termo 450 e razão 3;
- o número dado que seu algarismo x vale x 00 unidades;
- o número decimal associado à fração 102/100;
- quadrados entre outras formas geométricas desenhadas em figuras;
- um número representado pictoricamente, em uma simulação de decomposição polinomial desse número;
- a reta que melhor representa a posição de 1,2 em uma reta numerada a partir de zero na escala 1 a 1;

interpretam dados apresentados em tabela que relaciona atividade física e calorias gastas;

relacionam a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração para escrever o menor número que pode ser obtido com quatro algarismos dados;

resolvem problema de compra e troco envolvendo a escrita decimal de moedas e notas;

resolvem problemas que utiliza a escrita decimal de cédulas e moedas e envolve adição e subtração;

resolvem problema envolvendo:

- a adição e a subtração entre números racionais apresentados na sua forma decimal;
- a determinação do valor do elemento de uma sequência de números definidos por depósitos e retiradas em uma conta bancária;
- a diferença entre dois números racionais apresentados na sua forma decimal;
- a diferença entre dois números racionais apresentados na sua forma decimal;
- a diferença entre números naturais;
- a estimativa da medida de comprimento de um segmento de reta, dada a medida de outro segmento na mesma reta;
- a estimativa da medida do volume ocupado por uma parte marcada de um jarro cilíndrico, dada a medida do volume do jarro;
- a interpretação de dados apresentados em uma tabela, em forma de um pictograma;
- a multiplicação no sentido de uma configuração retangular (combinação de saias e blusas);
- a multiplicação no sentido de uma configuração retangular;
- a relação entre semanas e dias;
- adição e subtração de dois números naturais;
- as relações entre hora, minuto e segundo;
- as relações entre kg e g;
- as relações entre meses e anos;
- o acréscimo de 8 unidades a um número natural dado;
- o cálculo de 2/3 de um número;
- o conceito de fração – parte/todo;
- o conceito de porcentagem;
- o produto de dois números naturais;
- o quociente entre 1 litro e *x* ml;
- o quociente entre dois números naturais com resposta do tipo: “*x* inteiros e sobram *y*”;
- o quociente entre números naturais;
- o quociente entre *x* quilos e meio quilo;
- porcentagem: 25%;
- porcentagem: 50%;
- a diferença de horários de início e fim de um evento com dados apresentados em tabela;
- o cálculo do perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada.

NÍVEL ADEQUADO ≥ 225 A < 275

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 24,0%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental no nível:

calculam:

- a área de diversas figuras desenhadas em malha quadriculada;
- a diferença entre dois números naturais de quatro dígitos;
- o resultado de uma adição de números naturais;
- com figuras desenhadas em malha quadriculada, identificam qual delas é uma ampliação de outra;

efetuam cálculos que envolvam valores de cédulas e moedas em situações de compra: são dados os preços de 3 objetos e o total do dinheiro para a compra;

estimam a medida de um palito de fósforos desenhado ao lado de uma régua;

identificam:

- a figura de maior perímetro dentre quatro desenhadas em malhas quadriculadas;
- a forma cilíndrica de um barril de petróleo apresentado em uma figura;
- a forma, em notas e moedas, de se obter uma quantia dada;
- a localização de números naturais representados na reta numérica marcada a partir de 960 em uma escala de 10 em 10;
- a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica marcada a partir de 42 em uma escala de 0,1 em 0,1;
- a localização de objetos colocados à direita de outro objeto (referencial);
- a movimentação de um carro para a direita a partir de uma placa de sinalização com setas →, ← e ↑;
- em um relógio de ponteiros, horas e minutos dados em um relógio digital;
- fração com o significado parte/todo;
- número cuja posição é mostrada em uma reta numerada de 0 até 90, na escala não explícita de 5 em 5;
- número em uma sequência numérica de números inteiros, escritos de 7 em 7;
- o número de ângulos internos de polígonos apresentados em figuras;
- o número de lados de polígonos apresentados em figuras;

leem e interpretam:

- dados apresentados em gráfico de colunas;
- dados apresentados em tabela de duas e de quatro colunas;

- hora não exata em relógio digital;

localizam:

- número natural na reta numérica marcada a partir de 241 em uma escala de 6 em 6;
- número natural na reta numérica marcada a partir de 750 em uma escala de 50 em 50;
- números naturais na reta numérica marcada de 0 a 20 em uma escala de 2 em 2;

relacionam:

- a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração para a identificação números com três dígitos;
- a medida de dias em horas;
- a medida de mês em dias;

resolvem problema envolvendo:

- a diferença entre dois números escritos na forma decimal (medidas de alturas em cm);
- a escrita decimal de notas e moedas – quantos objetos de R$ 1,99 podem ser comprados com R$ 20,00;
- adição e subtração de números naturais;
- fração como representação que pode estar associada ao significado parte/todo;
- grandezas em litro e mililitro;
- o quociente entre números naturais;
- a multiplicação em situação relacionada à configuração retangular;
- o cálculo da área de figura desenhada em malha quadriculada;

resolvem problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro;

resolvem problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e moedas envolvendo adição e multiplicação.

NÍVEL AVANÇADO ≥ 275

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 6,3%

Descrição das habilidades no nível

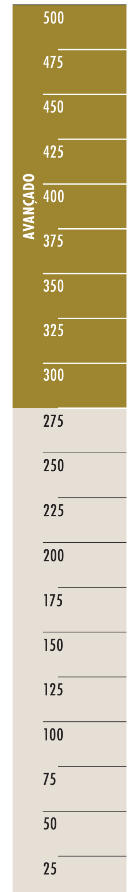
Os alunos da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental no nível:

identificam a forma triangular das faces de uma pirâmide;

interpretam dados apresentados em gráfico de colunas;

reconhecem que o peso de uma pessoa é medido em kg;

resolvem problema com dados expressos na escrita decimal de notas e moedas (dado R$ 0,25 e resposta R$ 1,25).



SARESP NA ESCOLA

Professor(a), no tópico 2.1. da Parte 3, há um exercício de interpretação dos resultados do SARESP 2009 para 4ª série/5º ano do EF.

Para a análise, a escala de descrição por pontos, disponível nos anexos deste documento, é retomada, agora na perspectiva de agrupamento dos pontos em níveis (Abaixo do Básico, Básico, Adequado, Avançado) para cada série/ano.

Devido ao caráter de continuidade da escala, o desempenho dos alunos nos pontos incorpora os dos demais. Portanto, ao se considerar a análise de desempenho em uma série/ano/nível deve-se refletir sobre o desempenho nas séries/anos/níveis anteriores a ela apresentadas e sua representação nos pontos da escala.

Ao lado de cada nível/série/ano foi colocada a porcentagem de desempenho dos alunos da Rede Estadual. Essa indicação revela o caráter mais importante desse processo. As diferenças de desempenho associadas aos níveis demonstram que há alunos com conhecimentos muito diferentes em cada série/ano. O propósito é que se tenha o maior número possível de alunos no nível Adequado por série/ano. Essa é uma forma de ler os resultados. Certamente, cada escola vai escolher o melhor caminho para interpretá-los e traduzi-los em seus projetos pedagógicos.

Para reflexão:

Retome novamente os dados de sua escola e coloque nos espaços as porcentagens dos alunos da **4ª série/5º ano do EF** em cada nível:

- Nível Abaixo do Básico: menor do que 175 (.......)
- Nível Básico: entre 175 e 225 (.......)
- Nível Adequado: entre 225 e 275 (.......)
- Nível Avançado: igual ou acima de 275 (.......)

Leia o elenco de habilidades descritas para cada nível no tópico 2.1. da Parte 3 (Agrupamento no nível das habilidades descritas nos pontos da escala de proficiência). Elas representam o desempenho dos alunos da Rede Estadual no SARESP 2009. Se desejar, vá até o anexo deste documento para compará-las com a descrição apresentada na escala de proficiência.

Quais são as diferenças e semelhanças entre as habilidades de cada nível?

Observe as habilidades indicadas no nível Básico. Você considera que os alunos que apresentam essas habilidades têm condições para acompanhar a série/ano subsequente?

Retome as Matrizes de Referência para a Avaliação e verifique como as habilidades indicadas nos níveis se apresentaram no desempenho dos alunos.

Observe quais são as habilidades que apenas os alunos situados nos níveis Adequado e Avançado dominam.

Agora, considere as atuais séries/anos de sua escola e contextualize a sua interpretação dos níveis.

Quais competências/habilidades/conteúdos previstos são essenciais para que os alunos possam dar continuidade aos estudos (quais são os limites)?

Como será verificado especificamente se os alunos apresentam o domínio dos conteúdos/competências/habilidades previstos?

O que será feito com os alunos que não têm domínio do que está previsto? Qual é a proposta de recuperação da escola?

4ª série
5º ano
EF

2.2. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2009 POR NÍVEL

Os itens foram selecionados segundo o nível a que se referem, o que de certa forma permite que se tenha uma ideia da facilidade ou dificuldade encontrada pelos alunos para solucioná-los.

A cada nível faz-se uma breve descrição das habilidades mobilizadas pelos alunos para resolver o conjunto de itens ali classificados. Além disso, os itens selecionados foram comentados, destacando-se a distribuição das respostas pelas alternativas e as possíveis explicações para as respostas dos alunos.

Os professores podem ampliar as análises ou inferir outras possibilidades de desempenho devido ao conhecimento particular que possuem de suas turmas.

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: MENOR DO QUE 175 (< 175)

Exemplo 1

Habilidade avaliada

H14 Resolver problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

Clara foi à padaria e viu o cartaz abaixo.

Clara quer comprar 5 pãezinhos.

Ela vai precisar de:

a. R$ 1,00.
b. R$ 1,05.
c. **R$ 1,25.**
d. R$ 5,25.

a	b	c	d
9,6%	5,0%	**80,2%**	4,4%

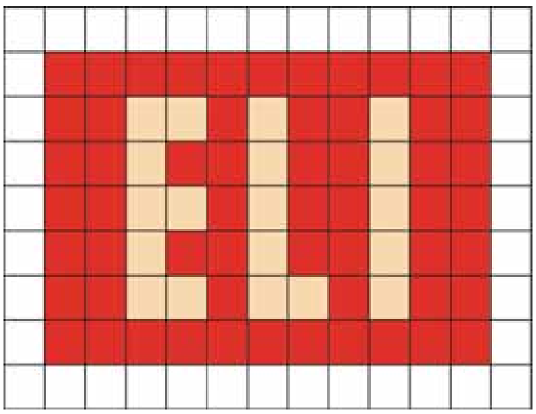
Os alunos ampliam o conjunto dos naturais estudando frações e suas representações decimais. Uma maioria de cerca de 80% dos alunos mostrou o domínio da habilidade de resolver problemas com a escrita decimal de cédulas e moedas em situação de cálculo do valor total de uma compra, dado o preço unitário do objeto.

Exemplo 2

Habilidade avaliada

H28 Resolver problemas que envolvam o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

A parte colorida na malha quadriculada representa a toalha de praia de Eli.



Eli bordou seu nome na toalha.

Considerando o quadradinho como unidade de medida de área, a área correspondente ao nome bordado na toalha é:

a. 18
b. 19
c. 20
d. 21

a	b	c	d
7,0%	78,2%	8,0%	6,3%

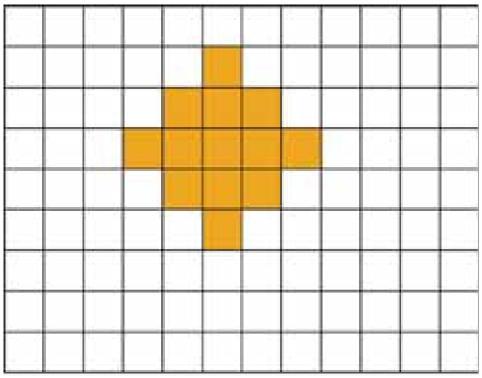
Cerca de 80% dos alunos mostraram ter a habilidade de estimar a área de figuras desenhadas em malha quadriculada. Possivelmente os alunos que optaram pelos distratores, num total de 20%, erraram no cálculo do total de quadradinhos.

Exemplo 3

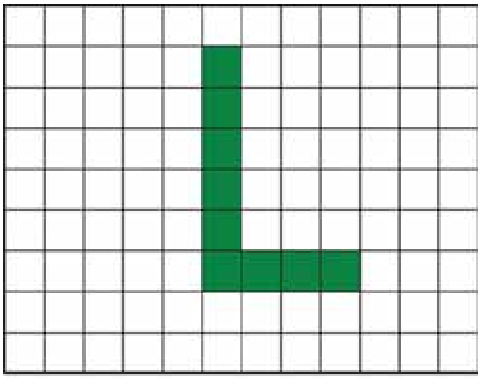
Habilidade avaliada

H27 Resolver problemas que envolvam o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

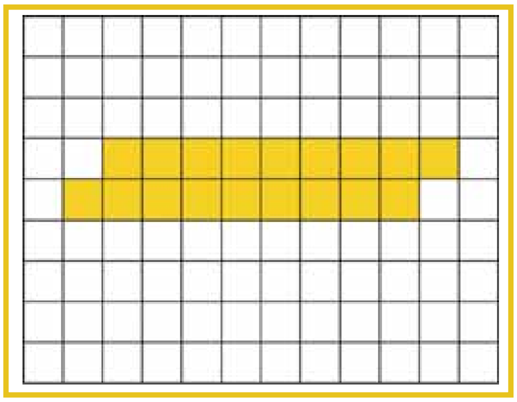
Considere o lado do quadradinho como unidade de medida de comprimento. Dentre as figuras desenhadas abaixo, a de maior perímetro é:



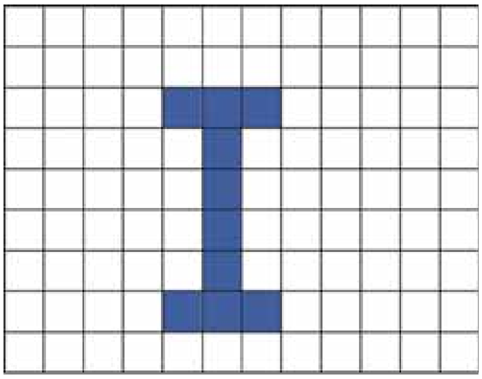
a.



b.



c.



d.

a	b	c	d
8,4%	10,0%	**74,4%**	6,6%

Nesta questão os alunos devem estimar os perímetros das quatro figuras e escolher o maior deles. Cerca de 75% deles assinalaram a alternativa correta. Destaque-se que trabalhar com figuras em malha quadriculada apresenta aos alunos a primeira noção de medida de perímetro e de área. Podemos, assim, considerar que é alto o percentual de 25% deles que não dominam esta noção, neste primeiro estágio de construção de conceitos.

Exemplo 4

Habilidade avaliada

H10 Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

Francisco resolveu a operação matemática 148 + 65 + 1 323 e encontrou o resultado:

a. 1 426
b. 1 526
c. **1 536**
d. 9 303

a	b	c	d
7,4%	8,4%	75,5%	7,8%

Os alunos, em sua maioria (76% aproximadamente), calculam o resultado da adição de números naturais com até quatro dígitos. Possivelmente 16% deles (alternativas A e B) erraram o cálculo, mas "armaram" corretamente a conta, o que não ocorreu possivelmente com os 7,8% que assinalaram D: parece que a conta que fizeram foi "armada" assim:

$$\begin{array}{rl} & 148 \\ + & 65 \\ & \underline{1323} \\ & 9303 \end{array}$$

Mais do que um engano no procedimento, estes alunos podem rejeitar o resultado em D se tiverem o hábito de estimar resultados com cálculos mentais, prática que deve ser muito incentivada.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

ABAIXO DO BÁSICO

4ª série
5º ano
EF

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
ABAIXO DO BÁSICO

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H06 Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados (parte/todo, quociente, razão).

Paulo comeu 3 partes de uma barra de chocolate que foi dividida em 8 partes iguais.

A fração que representa a parte da barra de chocolate que Paulo comeu é

a. $\frac{8}{3}$

b. $\boxed{\frac{3}{8}}$

c. $\frac{1}{3}$

d. $\frac{1}{8}$

a	b	c	d
19,7%	72,0%	4,1%	3,5%

Um total de 72% dos alunos mostra a compreensão do conceito de "fração parte/todo"; os 7,6% que escolheram C ou D sequer consideraram juntas as partes 3 e 8; quase 20% deles, ao assinalar a alternativa A, possivelmente apresentam um problema de notação? De linguagem matemática? De conceito? Talvez possa ajudar fazer a leitura de como "a em b" (no caso da questão "3 em 8").

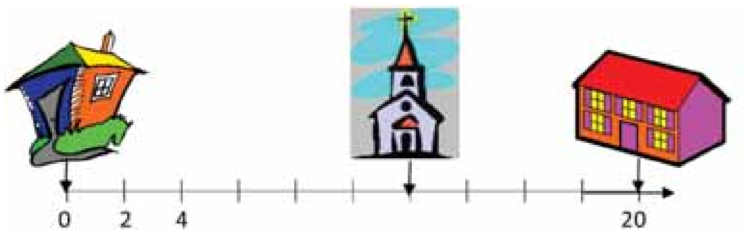
4ª série
5º ano
EF

Exemplo 6

Habilidade avaliada

H01 Identificar a localização de números naturais na reta numérica.

A distância entre a casa de Elias e sua escola é de 20 km. Para ir até a escola, ele passa por uma igreja.



A igreja está localizada no quilômetro

a. 10
b. 12
c. 14
d. 16

a	b	c	d
12,9%	72,4%	5,7%	8,4%

Para resolver esta questão, o aluno deve primeiramente identificar a escala adotada para a reta numérica, no caso de 2 em 2, e, então, situar o objeto. Em torno de 72% dos alunos mostraram ter construído a habilidade de localizar na reta um ponto, representado por um número natural. Possivelmente os que assinalaram A (13%, aproximadamente) não consideraram a escala e situaram a igreja na metade do caminho; e os 8,4% que marcaram D contaram de 1 em 1 a partir do 2º, em ordem decrescente.

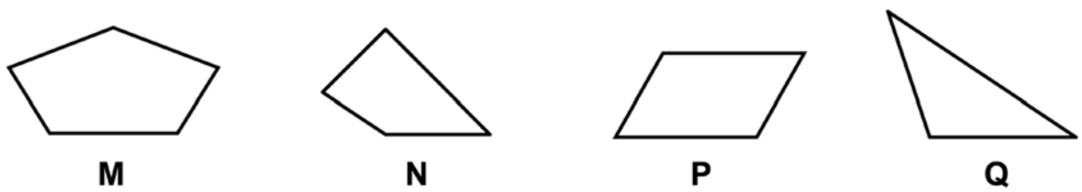
NÍVEL BÁSICO: ENTRE 175 E 225 (≥ 175 A < 225)

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H19 Identificar semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria e rigidez, sem o uso obrigatório da terminologia convencional.

Observe as figuras abaixo.



As figuras que têm quatro ângulos internos são:

a. M e N.
b. **N e P.**
c. N e Q.
d. P e Q.

a	b	c	d
13,9%	**68,8%**	6,9%	9,7%

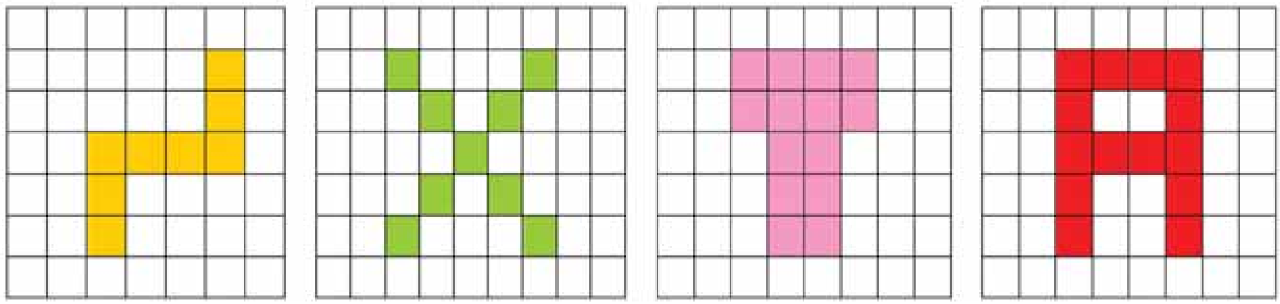
Na resolução desta questão bastava o domínio do conceito geométrico de ângulo: cerca de 70% dos alunos mostram este conhecimento. Não é possível levantar hipótese sobre os erros cometidos pelos alunos que assinalaram os distratores, mas 30% é um percentual significativo para respostas erradas sobre um conceito importante que começa a ser construído nesta etapa.

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H28 **Resolver problemas que envolvam o cálculo ou a estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.**

Considere o quadradinho da malha quadriculada abaixo como unidade de área. Dentre as figuras desenhadas abaixo, as que têm a mesma área são as figuras:

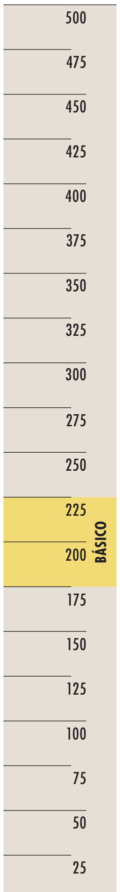


(I) (II) (III) (IV)

a. I e II.
b. II e III.
c. II e IV.
d. **III e IV.**

a	b	c	d
9,6%	9,6%	11,6%	**68,5%**

Em torno de 69% dos alunos assinalaram a resposta correta para esta questão: ao resolvê-la devem estimar as áreas de I, II, III e IV em 8, 9, 14 e 14, respectivamente. 31% é um percentual significativo para respostas erradas e não é possível levantar hipótese sobre os erros.



Exemplo 9

Habilidade avaliada

H10 Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

O resultado de 2 456 – 1 247 é:

a. 3 703
b. 1 219
c. 1 211
d. **1 209**

a	b	c	d
10,8%	7,4%	13,7%	67,5%

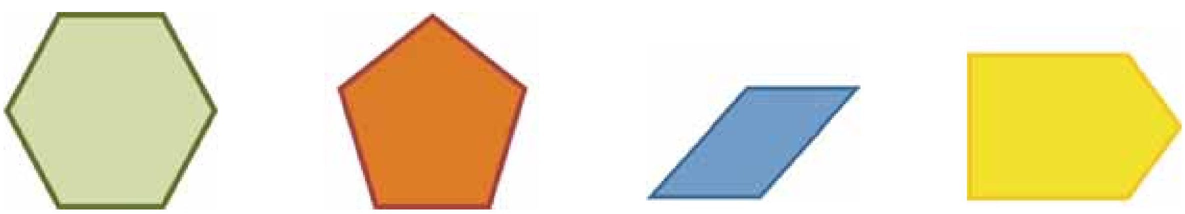
Dentre os alunos, em torno de 68% mostram conhecer o procedimento, a regra para efetuar a diferença entre dois números naturais de quatro dígitos. Uma quantidade significativa dos alunos, 32%, parece desconhecer o procedimento: os que assinalaram A somaram os números; quem marcou B não considerou o "vai um" quando fez "7 para 6" como "7 para 16"; e, os que escolheram C colocaram os números em qualquer ordem e subtraíram, algarismo por algarismo, o menor do maior.

Exemplo 10

Habilidade avaliada

H19 Identificar semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria e rigidez, sem o uso obrigatório da terminologia convencional.

Dos polígonos abaixo, os que possuem o mesmo número de lados são:



I II III IV

- **a.** I e II.
- **b.** I e III.
- **c.** II e IV.
- **d.** II e III.

a	b	c	d
16,6%	7,0%	68,8%	6,9%

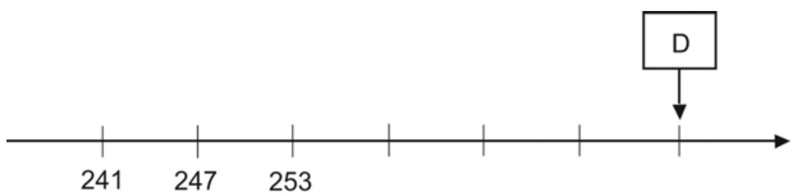
Apenas cerca de 70% dos alunos parecem saber identificar os lados de um polígono. O importante percentual de 30% desconhece este conceito. Não é possível construir hipóteses sobre os erros.

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H09 Identificar e localizar na reta números naturais escritos com três e quatro dígitos.

O total de atletas brasileiros que participou das Olimpíadas de Pequim está representado na reta numérica abaixo pela letra D.



Esse total é o número

- **a.** 265
- **b.** 271
- **c.** 276
- **d.** 277

a	b	c	d
8,7%	9,0%	13,3%	68,3%

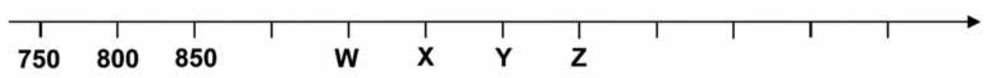
Para resolver a questão, é necessário, em primeiro lugar, determinar a escala utilizada para marcar os números na reta. No caso, a escala é de "6 em 6". Apenas 68% dos alunos, aproximadamente, parecem dominar este conceito; os demais (32%) ou não o fazem, como parece ser o caso dos que marcaram A e B, ou erraram em cálculo, como pode ter sido a situação de quem assinalou C.

Exemplo 12

Habilidade avaliada

H09 Identificar e localizar na reta números naturais escritos com três e quatro dígitos.

Observe a reta numérica abaixo.



Na reta acima, o número 1 000 está representado pela letra

a. W.
b. X.
c. Y.
d. Z.

a	b	c	d
12,1%	63,7%	12,1%	11,6%

Em torno de 64% dos alunos marcaram B, mostrando que determinaram como sendo de "50 em 50" a escala adotada para marcar a reta.

Exemplo 13

Habilidade avaliada

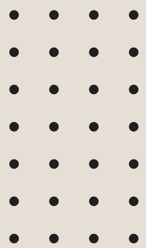
H13 Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.

Para uma competição de corrida com obstáculos, o professor de Educação Física formou equipes, arrumando os alunos em 4 filas, com 7 alunos em cada fila. Ao todo, ele arrumou

a. 11 alunos.
b. 21 alunos.
c. 24 alunos.
d. 28 alunos.

a	b	c	d
28,0%	3,9%	3,8%	63,5%

Na resolução do problema proposto, o aluno deve mostrar a compreensão do conceito de multiplicação no sentido da configuração retangular ou considerar a disposição descrita e contar os alunos:



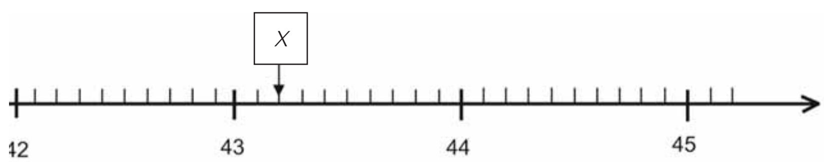
Um percentual da ordem de 64% dos alunos mostrou esta compreensão. No entanto, significativos 28% somaram 4 com 7 ao assinalar a alternativa A, mostrando provavelmente que não compreenderam o texto que descreve o problema.

Exemplo 14

Habilidade avaliada

H05 Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.

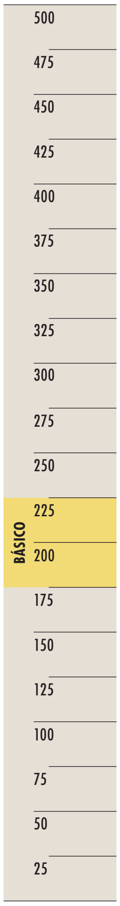
Na reta numérica abaixo, a letra *X* representa a média de Carolina em Língua Portuguesa.



A média de Carolina em Língua Portuguesa foi

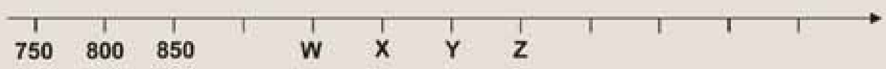
a. 42,2
b. **43,2**
c. 43,3
d. 45

a	b	c	d
5,7%	63,7%	10,9%	19,1%



Trata-se, outra vez, de determinar a escala usada para marcar a reta e, então, localizar o ponto, agora representado por um número decimal. Os alunos que assinalaram corretamente a B (63,7% deles) mostraram que identificaram "0,1 em 0,1" como sendo a escala adotada. Em torno de 19% (alternativa D) provavelmente não atentaram para os demais números marcados na reta e tomaram a escala de "1 em 1".

Observe-se que este problema apresenta maior dificuldade do que o referente ao "Exemplo 12", já analisado, de determinar a letra que representa 1 000 na reta abaixo e que, também, foi resolvido corretamente por 63,7% dos alunos.

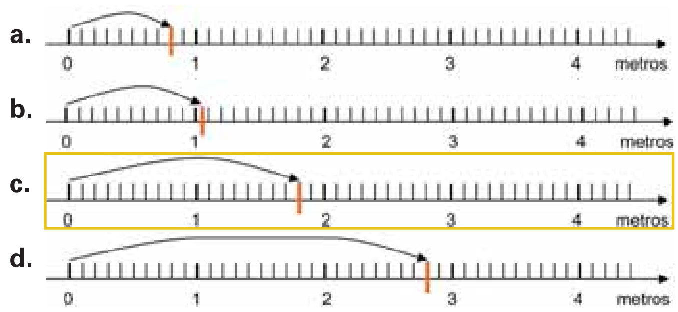


Exemplo 15

Habilidade avaliada

H05 Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.

A reta que representa um pulo de 1,8 metro dado por um atleta mirim é:



a	b	c	d
16,3%	12,4%	56,3%	14,1%

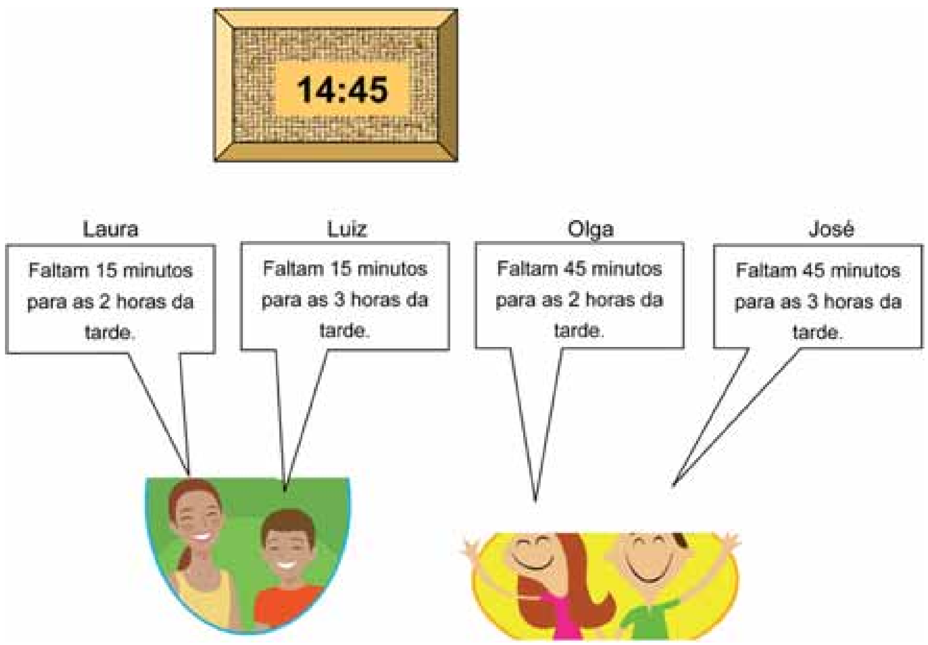
Nesta questão é usada novamente a escala de "0,1 em 0,1" e o percentual de acerto, 56,3%, é inferior ao do item referente ao "Exemplo 14" (identificação do número 43,2 em uma reta com a mesma escala). Na presente questão, possivelmente os alunos não tenham compreendido o texto que descreve o problema. Devem identificar que os números representados nas alternativas são, na ordem, 0,8 – 1,05 – 1,8 e 2,8.

Exemplo 16

Habilidade avaliada

H21 Identificar horas e minutos, por meio da leitura de relógios digitais e de ponteiro.

Veja como cada amigo leu a hora indicada no relógio abaixo.



Quem leu a hora corretamente foi

a. Laura.
b. **Luiz.**
c. Olga.
d. José.

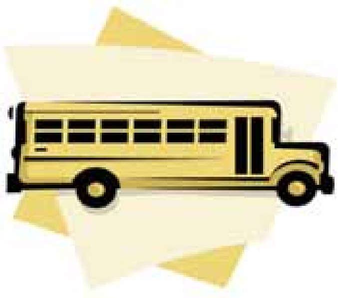
a	b	c	d
16,3%	63,0%	10,9%	9,3%

Dentre os alunos, 79,3% mostraram compreender que a escrita xy: 45 em um relógio digital significa "faltam 15 minutos para"; e 63% acertaram a questão. Os demais leram esta escrita de modo errado.

Exemplo 17

Habilidade avaliada

H25 Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.



Fábio e Ricardo fizeram uma viagem de ônibus que demorou 72 horas.

Podemos dizer que a viagem demorou

a. 1 semana.
b. 1 mês.
c. 2 dias.
d. **3 dias.**

a	b	c	d
12,6%	6,7%	17,0%	**63,6%**

O aluno deve mostrar conhecer a relação entre dia e hora e fazer 72 : 24 = 3 dias. As opções pelos distratores não permitem uma análise dos possíveis erros. Trata-se de um conceito básico e o percentual de acerto (63,6%) deveria ser maior.

Exemplo 18

Habilidade avaliada

H22 Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento, de superfície, de capacidade, de tempo e de temperatura.

O cão pastor-alemão é um excelente animal de companhia! Após 60 dias de gestação, nascem em média seis filhotes. O tempo de gestação do cão pastor-alemão é de

a. 1 mês.
b. **2 meses.**
c. 3 meses.
d. 6 meses.

a	b	c	d
10,1%	**60,8%**	10,5%	18,0%

Neste item o aluno deve mostrar que conhece a relação entre dia e mês e fazer 60 : 30 = 2 meses. Outra vez, o percentual de acerto (60,8%), próximo daquele do item referente ao "Exemplo 17" (relação dia e hora), é pequeno tratando-se de um conceito básico, do quotidiano dos alunos. Novamente as opções pelas outras alternativas não permitem uma análise dos possíveis erros.

Exemplo 19

Habilidade avaliada

H25 Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.

Regina está toda feliz com seu carro novo. Ela irá pagá-lo em 18 meses. O tempo que Regina tem para pagar seu carro é:

a. **1 ano e 6 meses.**
b. 1 ano e 8 meses.
c. 2 anos.
d. 3 anos.

a	b	c	d
58,9%	28,1%	6,7%	5,7%

Neste item o aluno deve conhecer a relação entre ano e mês, efetuar 18 meses : 12 meses = 1 ano, com resto 6, e interpretar corretamente este resto em total de meses. Em torno de 59% dos alunos assinalaram a alternativa correta. Os que escolheram B (28,1%) possivelmente tomaram o ano com 10 meses.

Exemplo 20

Habilidade avaliada

H25 Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.

Marcelo conseguiu atravessar o pátio, correndo, em 30 segundos. Podemos dizer que Marcelo atravessou o pátio em

a. **meio minuto.**
b. meia hora.
c. trinta minutos.
d. uma hora.

a	b	c	d
58,5%	16,6%	20,2%	4,2%

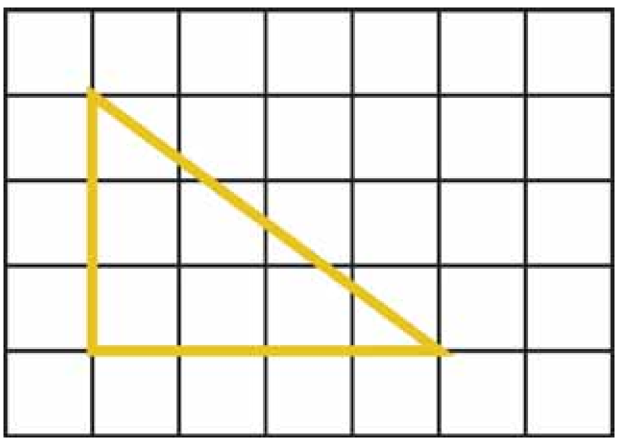
Aqui, a relação a ser estabelecida pelo aluno é entre hora, minuto e segundo: 1 minuto tem 60 segundos, meio minuto tem 30 segundos, alternativa A. Cerca de 59% dos alunos mostraram conhecer esta relação. Os que escolheram B, provavelmente confundiram a marca "30" no relógio, indicando metade da hora com os 30 segundos do enunciado do problema; os que assinalaram C possivelmente indicaram minutos como sendo segundos.

Exemplo 21

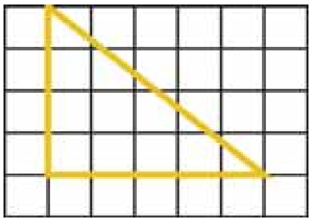
Habilidade avaliada

H20 Identificar a ampliação ou redução de uma dada figura plana.

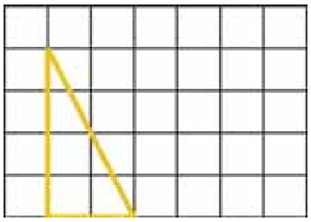
Observe o triângulo desenhado na malha quadriculada abaixo.



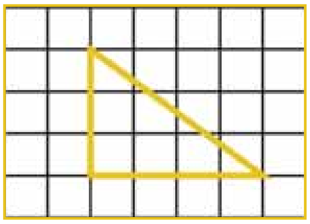
A figura que é uma redução desse triângulo é:



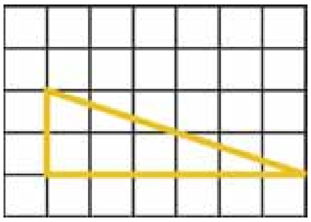
a



b



c



d

a	b	c	d
34,6%	7,0%	**54,1%**	3,8%

A resolução deste problema supõe o conhecimento de proporção aplicado à redução de figuras. Responderam corretamente ao item 54,1% dos alunos, quando escolheram a alternativa C, que representa um triângulo de base 4 por uma altura 3, iguais à base e altura do triângulo original, mudando apenas as dimensões dos quadradinhos das malhas quadriculadas. Os lados dos quadradinhos das malhas das figuras nas alternativas medem aproximadamente a metade da medida do lado do quadradinho da malha da figura original. Os que optaram por A (34,6%) possivelmente fizeram o raciocínio incorreto que a figura aumentou um quadradinho tanto na base como na altura do triângulo, em relação ao número de quadradinhos da figura original.

Exemplo 22

Habilidade avaliada

H24 Efetuar cálculos que envolvam valores de cédulas e moedas em situações de compra e venda.

Observe a oferta.

Juliana quer comprar algumas canetas com a quantia representada abaixo.

Juliana pode comprar, no máximo

a. 5 canetas.
b. **10 canetas.**
c. 19 canetas.
d. 20 canetas.

a	b	c	d
5,2%	61,7%	16,5%	15,9%

Ainda que não trabalhem com a divisão 20 : 1,99 na 4ª série/5º ano, os alunos devem saber estimar o valor da compra de 5, 10, 19 e 20 canetas, apresentadas nas alternativas. Cerca de 62% deles mostraram saber fazer esta estimativa. Em torno de 32,5% (C e D) tomaram possivelmente uma estimativa ruim de 1,99 por 1,00.

Exemplo 23

Habilidade avaliada

H14 Resolver problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

A quantia representada por uma nota de R$ 5,00 também pode ser obtida com

a. cinco moedas de R$ 0,50.
b. dez moedas de R$ 0,25.
c. **duas notas de R$ 2,00 e dez moedas de R$ 0,10.**
d. duas notas de R$ 1,00 e dez moedas de R$ 0,25.

a	b	c	d
12,0%	8,3%	62,9%	16,2%

Observe-se o percentual de acerto desta questão, 62,9%, muito próximo dos 61,7% que acertaram o item anterior sobre a compra de canetas de R$ 1,99 com R$ 20,00 ("Exemplo 22").

No caso presente, trata-se do "manuseio" de notas e moedas, habitual no dia a dia dos alunos. O significativo percentual de 37% deles precisa, ainda, construir esta habilidade.

Exemplo 24

Habilidade avaliada

H13 Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.

Vai começar a apresentação da turma da 4ª série. A professora Paula está arrumando as 164 cadeiras do auditório em 4 filas iguais.

Em cada fila ficarão:

- **a.** **41 cadeiras.**
- **b.** 40 cadeiras.
- **c.** 8 cadeiras.
- **d.** 4 cadeiras.

a	b	c	d
62,7%	19,4%	11,6%	5,6%

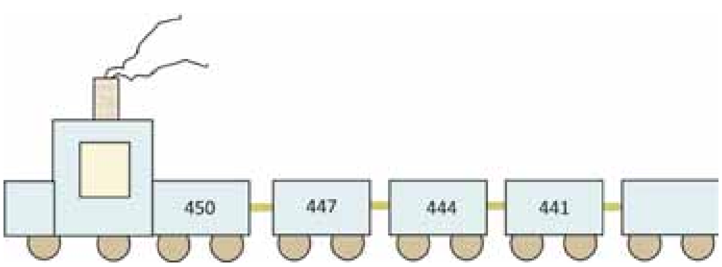
Resolveram corretamente a questão os alunos que calcularam o resultado de 164 : 4 = 41, mostrando ter compreendido o conceito de divisão e o procedimento/regra de cálculo. Esses alunos constituem cerca de 63% do total. Os que assinalaram B (19,4%) possivelmente não sabem efetuar a divisão.

Exemplo 25

Habilidade avaliada

H08 Identificar sequências numéricas.

Os números registrados nos vagões do trenzinho de Raul formam uma sequência.



O número correspondente ao último vagão é:

- **a.** 437
- **b.** **438**
- **c.** 440
- **d.** 442

a	b	c	d
10,5%	**53,2%**	16,0%	19,7%

Para resolver o problema, os alunos devem reconhecer que cada número da sequência 450, 447, 444, 441,... pode ser obtido subtraindo 3 de cada termo. Assim, o número associado ao último vagão é 441 – 3 = 438, alternativa B, assinalada por 53,2% dos alunos. Os que assinalaram A (10,5%) possivelmente erraram o cálculo; os que marcaram C e D (16% e 19,7%, respectivamente) subtraíram 1 de 441 e somaram 1 a 441. De toda forma, pelo menos cerca de 36% dos alunos não reconheceram/determinaram a regra de formação da sequência.

500 475 450 425 400 375 350 325 300 275 250 225 200 BÁSICO 175 150 125 100 75 50 25

Exemplo 26

Habilidade avaliada

H07 Identificar a fração decimal correspondente a um número decimal dado e vice-versa.

Lúcia, Dandara, Tábata e Danúbia receberam, cada uma, um ticket numerado para concorrerem ao sorteio de um perfume.

O número premiado foi $\frac{102}{100}$

A menina ganhadora foi:

a. Lúcia.
b. Dandara.
c. Tábata.
d. Danúbia.

a	b	c	d
5,2%	58,5%	7,4%	28,3%

Na 4ª série/5º ano um percentual de 58,2 de acerto é aceitável, uma vez que nesta série/ano os alunos iniciam as frações decimais. As demais alternativas indicam que os equívocos são de mesma natureza: por exemplo, associar a 1,002, provavelmente contando 3 "casas" depois da vírgula como os três dígitos de 100.

4ª série 5º ano EF

Exemplo 27

Habilidade avaliada

H14 Resolver problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

Observe o preço dos patins.

Cristiano comprou os patins e pagou com uma nota de R$ 100,00. Ele recebeu de troco

a. **R$ 30,20.**
b. R$ 31,20.
c. R$ 41,20.
d. R$ 169,80.

a	b	c	d
52,0%	14,5%	18,1%	15,0%

Para resolver o problema, bastava o aluno calcular o resultado de 100,00 – 69,80 = 30,20, alternativa A, assinalada por 52% dos alunos. Aqueles que marcaram B e C (14,5% e 18,1%) provavelmente erraram o cálculo; os que escolheram D (15%) somaram os números dados no problema, revelando, possivelmente, desatenção ou leitura não compreensiva do enunciado.

Exemplo 28

Habilidade avaliada

H11 Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

A professora de Eduardo escreveu no quadro a operação abaixo.

Ele foi o primeiro da turma a resolver e acertar.

Eduardo encontrou como resultado:

a. 1 204
b. 1 304
c. 12 840
d. **13 040**

a	b	c	d
8,6%	20,0%	16,8%	**53,9%**

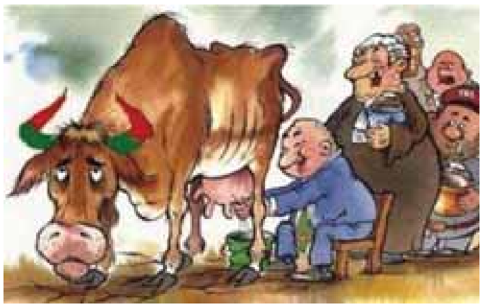
Apenas pouco mais da metade dos alunos, cerca de 54%, acertou a questão, sendo que 20% deles (alternativa B) multiplicaram 326 por 4; 8,6% multiplicaram por 4 e erraram o cálculo; e 16,8% fizeram o produto por 40, mas também erraram o cálculo (provavelmente).

Exemplo 29

Habilidade avaliada

H12 Resolver problemas que envolvam a adição ou a subtração, em situações relacionadas aos seus diversos significados.

Aloísio, Ricardo e José trabalham numa fazenda no interior de São Paulo. Os três juntos retiram, por dia, 670 litros de leite.



Ontem, se Aloísio retirou 175 litros e Ricardo, 280 litros, José retirou

a. **215 litros de leite.**
b. 315 litros de leite.
c. 325 litros de leite.
d. 1 125 litros de leite.

a	b	c	d
50,1%	14,5%	15,5%	19,2%

Para resolver o problema, os alunos devem somar as retiradas de Aloísio e de Ricardo e subtrair o resultado obtido do total de 670 litros, o que dá a retirada de José: 175 + 280 = 455 e 670 – 455 = 215, alternativa A, marcada apenas pela metade dos alunos (50,1%). Quase 20% deles somaram os três números que aparecem no enunciado do problema (alternativa D); e os demais possivelmente erraram os cálculos.

Exemplo 30

Habilidade avaliada

H26 Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.

Clea faz doces caseiros para vender. Ontem ela fez 6 kg de doce de leite. A quantidade de potes de meio quilo que Clea poderá encher com esse doce é:

a. 24
b. **12**
c. 3
d. 2

a	b	c	d
15,9%	**59,3%**	17,1%	6,9%

Para resolver o problema, o aluno deve identificar meio quilo com 0,5 kg e dividir 6 kg por este valor: 6 : 0,5 = 12, alternativa B, assinalada por cerca de 60% dos alunos. Os que marcaram a opção C (17,1%) possivelmente multiplicaram 6 por 0,5. De toda forma, em torno de 40% dos alunos não entenderam o conceito de divisão aplicado ao problema ou provavelmente não transformaram meio quilo em 1/2 kg ou 0,5 kg.

500 475 450 425 400 375 350 325 300 275 250 225 200 175 150 125 100 75 50 25
BÁSICO

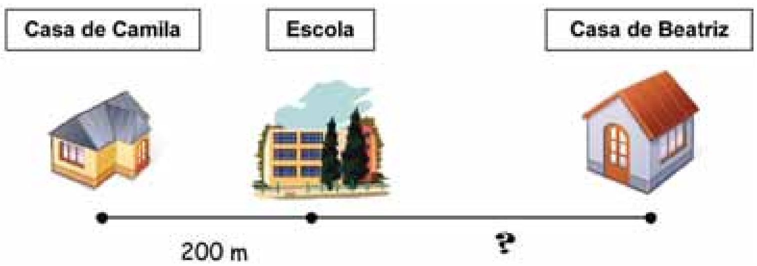
4ª série 5º ano EF

Exemplo 31

Habilidade avaliada

H23 Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.

O esquema abaixo informa a distância da casa de Camila à escola.



Observando o esquema, podemos estimar que a distância da casa de Beatriz à escola é de, aproximadamente,

a. 180 m.
b. 200 m.
c. **300 m.**
d. 500 m.

a	b	c	d
9,3%	16,5%	53,9%	19,6%

Trata-se de um problema de estimativa de comprimentos e, para resolvê-lo, o aluno deve perceber que, dentre as alternativas, a melhor estimativa da distância pedida é dada por 300 m, alternativa C, marcada apenas por um pouco mais da metade dos alunos (53,9%). Os alunos que assinalaram D (19,6%) ao estimarem a distância entre as casas de Camila e Beatriz revelaram uma possível leitura desatenta do enunciado.

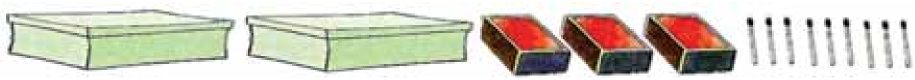
Exemplo 32

Habilidade avaliada

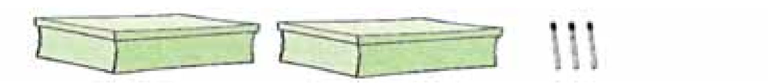
H29 Ler e/ou interpretar informações e dados apresentados em tabelas e construir tabelas.

No Jogo dos Palitos, cada palito vale 1 ponto. Em cada caixa de fósforos fica 1 dezena de palitos e em cada caixa de papelão, 1 centena de palitos.

O quadro abaixo mostra o resultado de cada jogador no final da primeira partida.

Célia 

Leci 

Elza 

No final da primeira partida

a. Célia fez 293 pontos.
b. **Elza fez 203 pontos.**
c. Leci fez mais pontos que Elza.
d. Leci fez 106 pontos.

a	b	c	d
28,7%	**46,1%**	16,5%	8,1%

Trata-se da interpretação de informações com dados apresentados em uma tabela pictórica, cabendo ao aluno compreender a legenda utilizada e efetuar os cálculos: Célia, Leci e Elza têm, cada uma, um total de palitos dado, respectivamente por:

100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 9 = 239

100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 160

100 + 100 + 3 = 203

A alternativa correta foi assinalada por menos da metade (46,1%) dos alunos. Será que os alunos que marcaram D (8,1%), numa leitura apressada trocaram o correto 160 por 106?

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250 ADEQUADO
225
200
175
150
125
100
75
50
25

NÍVEL ADEQUADO: ENTRE 225 E 275 (≥ 225 A < 275)

Exemplo 33

Habilidade avaliada

H04 Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

O número 0,2 pode ser representado pela fração

a. $\frac{1}{2}$

b. $\boxed{\frac{2}{10}}$

c. $\frac{2}{100}$

d. $\frac{2}{1000}$

a	b	c	d
29,7%	**54,2%**	11,0%	4,6%

Apenas 54,2% dos alunos identificam corretamente 0,2 com 2/10; o significativo percentual de quase 30% deles identifica 2 décimos com meio (A). A constatação desta dificuldade continua sendo feita nas provas de Matemática e atinge os alunos até a faixa da 3ª série do Ensino Médio.

4ª série
5º ano
EF

Exemplo 34

Habilidade avaliada

H02 Relacionar a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração.

O número em que o algarismo 8 vale 800 unidades é:

a. **3807**

b. 8204

c. 2985

d. 1008

a	b	c	d
41,6%	27,0%	7,1%	23,8%

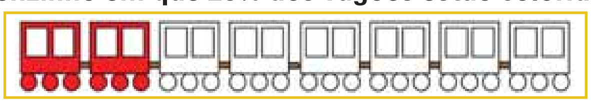
Cerca de 58% dos alunos provavelmente desconhecem as regras do sistema de numeração ou as aplicam incorretamente. Um percentual em torno de 42% dos alunos assinalou a alternativa correta A.

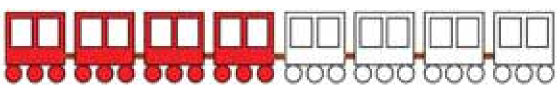
Exemplo 35

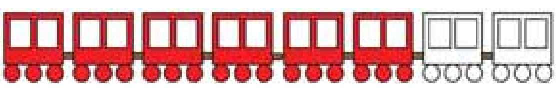
Habilidade avaliada

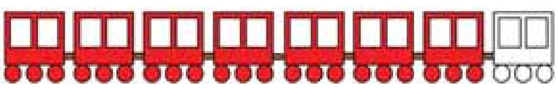
H16 Resolver problemas que envolvam noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

O trenzinho em que 25% dos vagões estão coloridos é:

a. 

b. 

c. 

d. 

a	b	c	d
34,3%	21,3%	11,5%	32,1%

O aluno deve calcular 25% de 8 ou identificar 25% com 1/4 e determinar 1/4 de 8 = 2, alternativa A, assinalada por apenas 34,3% dos alunos.

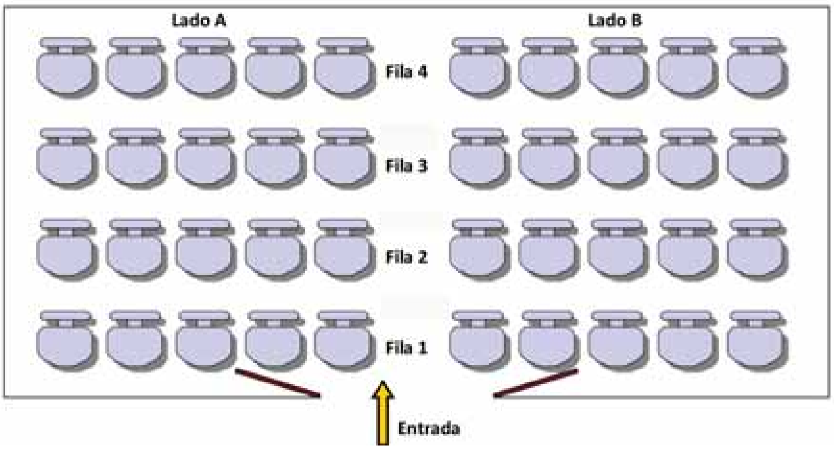
500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250 ADEQUADO
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 36

Habilidade avaliada

H17 Descrever a localização e a movimentação de pessoas ou objetos no espaço, em diversas representações gráficas, dando informações sobre pontos de referência e utilizando o vocabulário de posição (direita/esquerda, acima/abaixo, entre, em frente/atrás).

Observe abaixo a representação da sala de reuniões da escola de Mateus.



O pai de Mateus sempre gosta de sentar na última fila de poltronas que ficam no lado direito de quem entra na sala.

Logo, ele prefere sentar em uma poltrona que fica na fila

a. 1 do lado A.
b. 1 do lado B.
c. 4 do lado A.
d. **4 do lado B.**

a	b	c	d
13,4%	19,4%	21,3%	**45,4%**

O aluno deve mostrar ter compreendido a leitura de dois textos: o representado pela figura e aquele escrito em linguagem corrente. Menos da metade dos alunos parece ter feito esta leitura corretamente (45,4%). Ressalte-se que este tipo de atividade é pouco desenvolvido em sala de aula, tendo em vista a necessidade de figuras e esquemas, às vezes difíceis de serem colocados no quadro-negro.

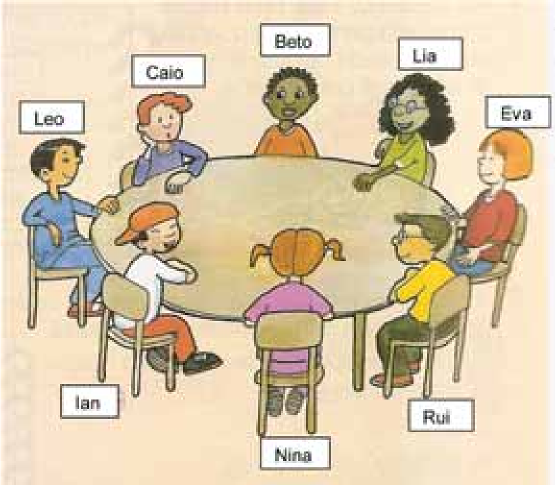
4ª série
5º ano
EF

Exemplo 37

Habilidade avaliada

H17 Descrever a localização e a movimentação de pessoas ou objetos no espaço, em diversas representações gráficas, dando informações sobre pontos de referência e utilizando o vocabulário de posição (direita/esquerda, acima/abaixo, entre, em frente/atrás).

A figura abaixo mostra como oito amigos estão sentados à mesa.



De acordo com a figura, é correto afirmar que

a. Rui está sentado à esquerda de Nina.
b. **Ian está sentado em frente a Lia.**
c. Ian está sentado à direita de Nina.
d. Nina está sentada à direita de Rui.

a	b	c	d
20,3%	44,3%	14,5%	20,2%

Repetimos a análise e considerações feitas no item anterior ("Exemplo 36"), observando o percentual de acerto desta questão, 44,3%, muito próximo do obtido no mencionado item das filas de poltronas.

Exemplo 38

Habilidade avaliada

H11 Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

O resultado da divisão 9 165 ÷ 13 é

a. 75
b. **705**
c. 706
d. 750

a	b	c	d
28,0%	38,0%	13,2%	20,1%

Cerca de 60% dos alunos não resolveram corretamente este cálculo, possivelmente por não dominarem o procedimento/algoritmo da divisão por um número com dois dígitos.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
ADEQUADO 275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

4ª série 5º ano EF

NÍVEL AVANÇADO: IGUAL OU MAIOR DO QUE 275 (≥ 275)

Os itens avaliados para medir o desempenho neste nível não podem ser divulgados porque são de reserva técnica ou são questões do SAEB.

No entanto, podemos dizer que são questões que tratam do cálculo de área em figura desenhada em malha quadriculada, de problema de compra com desconto em percentual, de frações equivalentes, do cálculo da duração de um evento com horários dados em hora e minutos e de identificação de eixos de simetria.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
AVANÇADO

SARESP NA ESCOLA

Após a leitura dos itens e de suas análises, faça você também um exercício de interpretação de uma questão do SARESP 2009. Procure analisar os resultados (a porcentagem está indicada após cada alternativa).

Exemplo 39

Habilidade avaliada

H08 Identificar sequências numéricas.

Veja a movimentação da conta corrente de João nos últimos 5 dias.

BANCO BRASILEIRO S.A.

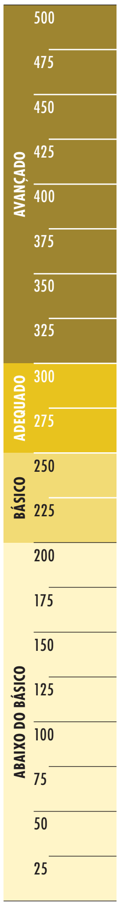
Saldo em 5/10 100,00
Dia 5/10 .... depósito de 45,00
Dia 6/10 .... retirada de 11,00
Dia 7/10 .... depósito de 55,00
Dia 8/10 .... retirada de 21,00
Dia 9/10 .... depósito de 65,00

Se a sequência de depósitos e retiradas se repetir da mesma forma, no dia 10/10 João deve fazer

a. uma retirada de R$ 75,00.
b. **uma retirada de R$ 31,00.**
c. um depósito de R$ 75,00.
d. um depósito de R$ 31,00.

a	b	c	d
25,2%	41,2%	21,9%	11,0%

Considerações sobre o item e o desempenho dos alunos:



2.3. ANÁLISE DO DESEMPENHO

4ª série/5º ano
Ensino Fundamental

6ª série/7º ano
Ensino Fundamental

8ª série/9º ano
Ensino Fundamental

3ª série
Ensino Médio

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
ABAIXO DO BÁSICO

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO < 200

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 36,6%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental no nível:

identificam:

- a medida do ângulo que determina a simetria de rotação da calota de um pneu apresentada em uma figura;
- figuras desenhadas na mesma escala;
- números que estão na proporção de 4 para 3;

interpretam informação a partir de dados apresentados em um gráfico de linha;

resolvem problema a partir de figura envolvendo o cálculo da medida de um ângulo suplementar de outro cuja medida é dada em graus e minutos;

resolvem problema envolvendo:

- adição e multiplicação de números inteiros;
- grandezas inversamente proporcionais;
- medidas de temperatura;
- o cálculo da distância real entre duas localidades, dada a distância em um mapa com escala;

resolvem problema simples de contagem usando diagrama de árvore, dado o primeiro “galho” da árvore como exemplo (resultados do lançamento de três moedas);

resolvem problema simples de porcentagem – 25%;

resolvem uma equação do 1º grau com coeficientes fracionários.

6ª série
7º ano
EF

NÍVEL BÁSICO ≥ 200 A < 250

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 44,8%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental no nível:

calculam:

- a área de uma figura formada pela composição de oito triângulos iguais de área conhecida;
- a soma dos ângulos internos de um losango a partir das medidas dos ângulos do triângulo retângulo que serve de base para a construção do losango;
- expressão numérica envolvendo a adição e a subtração de frações de mesmo denominador;
- o produto de 0,22 por 5;
- o quociente entre 1,25 e 0,5;
- o resultado da adição de frações com denominadores diferentes;
- o tempo de duração de um evento a partir de horários apresentados em uma tabela;
- o total de semanas inteiras em *x* dias;
- o valor numérico de uma expressão com adição, multiplicação e divisão de frações;

determinam a medida de um ângulo interno de um triângulo, conhecidas as medidas dos outros dois ângulos;

efetuam cálculos de produto de potências;

identificam:

- a escrita em linguagem corrente de uma expressão algébrica;
- a expressão matemática de uma sentença dada em linguagem corrente;
- a figura construída a partir de outra, inacabada e com um eixo de simetria destacado;
- a fração que representa partes sombreadas de uma figura;
- a medida de um ângulo indicado no desenho de uma bússola;
- a pirâmide de base triangular como um poliedro com todas as faces triangulares;
- a quantidade de líquido até uma determinada marca, em um copo graduado;
- a representação decimal de 102/100;
- a representação decimal de 35/100;
- a representação fracionária de 0,2;
- a reta numerada com marcas em 0, 1, 2 e escala de 1 em 1, onde está mais bem localizado o número 1, 2;
- figuras de forma quadrada;
- números primos até 21;

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225 BÁSICO
200
175
150
125
100
75
50
25

- o número, a partir da informação de que nele o algarismo 8 vale 800 unidades;
- o número de vértices de uma pirâmide, dada sua representação em uma figura;
- um prisma de base pentagonal a partir da sua planificação;

identificam uma figura depois de ela ter passado por um giro de 90° no sentido horário;

reconhecem a fórmula para o cálculo da medida de uma circunferência;

resolvem equação do 1° grau;

resolvem expressão numérica envolvendo a multiplicação e a divisão de números negativos;

resolvem problema envolvendo:

- a diferença entre números decimais;
- a divisão não exata de dois números e expressam o resultado na forma decimal;
- a divisão não exata de dois números inteiros com resposta na forma "*x* e uma sobra de *y*";
- as medidas de ângulos internos em um triângulo retângulo;
- as unidades de medida libra, quilograma e quilo;
- o cálculo da diferença entre dois números decimais;
- o conceito de multiplicação e o cálculo do produto de dois números naturais;
- o princípio multiplicativo de contagem;
- o produto de dois números naturais;

resolvem problema por meio de uma equação do 1° grau;

resolvem problema simples de cálculo de probabilidade;

resolvem problema simples de contagem usando diagrama de árvore, dado o primeiro "galho" da árvore como exemplo;

resolvem problema de compra e venda utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas.

NÍVEL ADEQUADO ≥ 250 A < 300

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 17,0%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental no nível:

efetuam o produto de potências de mesma base;

estimam o volume de líquido em um recipiente a partir de um desenho e da informação da capacidade do recipiente;

identificam:

- a forma cilíndrica de um barril apresentado em uma figura;
- o formato octogonal de um objeto;
- o gráfico de linha associado aos dados de uma tabela;
- o losango, o triângulo, o hexágono e o pentágono em figuras desenhadas;
- o menor número com algarismos diferentes que pode ser formado a partir de quatro algarismos dados;
- o valor de uma medida não inteira usando fração;
- um número na reta numerada com marcas em 960 e 1010, numa escala de 10 em 10;

interpretam informações a partir de dados apresentados:

- em um gráfico de colunas;
- em uma tabela com quatro colunas;
- em uma tabela com duas colunas;

resolvem problema envolvendo:

- a adição e a subtração de números inteiros;
- a relação entre litro e mililitro;
- adição de números inteiros, um deles referido como "acrescentar 8 unidades a";
- dados apresentados de modo pictórico em uma tabela;
- divisão de números inteiros;
- grandezas inversamente proporcionais;
- noção básica de probabilidade – "é mais provável que";
- o cálculo da diferença entre dois números decimais;
- o cálculo de grandezas medidas em mililitro;
- o cálculo de porcentagem – 25%.

NÍVEL AVANÇADO ≥ 300

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 1,6%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental no nível:

identificam:

- a direção à direita em uma placa de sinalização;
- a localização de um objeto à direita de uma referência;
- a medida, em cm, de um palito de fósforo desenhado junto a uma régua;
- a planificação de uma pirâmide de base triangular;
- figura formada por dois cones;

interpretam informações a partir de dados apresentados em um gráfico de colunas;

resolvem problema com dados apresentados em um gráfico de colunas;

resolvem problema envolvendo:

- o cálculo do valor de uma compra de x objetos, dado o preço unitário;
- valor de uma compra com dados apresentados na escrita decimal de cédulas e moedas.

SARESP NA ESCOLA

Professor(a), no tópico 2.3. da Parte 3, há um exercício de interpretação dos resultados do SARESP 2009 para 6ª série/7º ano do EF.

Para a análise, a escala de descrição por pontos, disponível nos anexos deste documento, é retomada, agora na perspectiva de agrupamento dos pontos em níveis (Abaixo do Básico, Básico, Adequado, Avançado) para cada série/ano.

Devido ao caráter de continuidade da escala, o desempenho dos alunos nos pontos incorpora os dos demais. Portanto, ao se considerar a análise de desempenho em uma série/ano/nível, deve-se refletir sobre o desempenho nas séries/anos/níveis anteriores a ela apresentadas e sua representação nos pontos da escala.

Ao lado de cada nível/série/ano foi colocada a porcentagem de desempenho dos alunos da Rede Estadual. Essa indicação revela o caráter mais importante desse processo. As diferenças de desempenho associadas aos níveis demonstram que há alunos com conhecimentos muito diferentes em cada série/ano. O propósito é que se tenha o maior número possível de alunos no nível Adequado por série/ano. Essa é uma forma de ler os resultados. Certamente, cada escola vai escolher o melhor caminho para interpretá-los e traduzi-los em seus Projetos Pedagógicos.

Para reflexão:

Retome novamente os dados de sua escola e coloque nos espaços as porcentagens dos alunos da **6ª série/7º ano do EF** em cada nível:

- Nível Abaixo do Básico: < 200 (......)
- Nível Básico: ≥ 200 a < 250 (......)
- Nível Adequado: ≥ 250 a < 300 (......)
- Nível Avançado: ≥ 300 (......)

Leia o elenco de habilidades descritas para cada nível no tópico 2.3. (Descrição das habilidades no nível). Elas representam o desempenho dos alunos da Rede Estadual no SARESP 2009. Se desejar, vá até o anexo deste documento para compará-las com a descrição apresentada na escala de proficiência.

Faça uma interpretação dos resultados para cada nível (Análise pedagógica do nível), com base nos dados apresentados na escala de proficiência.

Quais são as diferenças e semelhanças entre as habilidades de cada nível?

Observe as habilidades indicadas no nível Básico. Você considera que os alunos que apresentam essas habilidades têm condições para acompanhar a série/ano subsequente?

Retome as Matrizes de Referência para a Avaliação e verifique como as habilidades indicadas nos níveis se apresentaram no desempenho dos alunos.

Observe quais são as habilidades que apenas os alunos situados nos níveis Adequado e Avançado dominam.

Agora, considere as atuais séries/anos de sua escola e contextualize a sua interpretação dos níveis.

Quais competências/habilidades/conteúdos previstos são essenciais para que os alunos possam dar continuidade aos estudos (quais são os limites)?

Como será verificado especificamente se os alunos apresentam o domínio dos conteúdos/competências/habilidades previstos?

O que será feito com os alunos que não têm domínio do que está previsto? Qual é a proposta de recuperação da escola?

2.4. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2009 POR NÍVEL

AVANÇADO	500
	475
	450
	425
	400
	375
	350
	325
ADEQUADO	300
	275
BÁSICO	250
	225
ABAIXO DO BÁSICO	200
	175
	150
	125
	100
	75
	50
	25

4ª série/5º ano
Ensino Fundamental

6ª série/7º ano
Ensino Fundamental

8ª série/9º ano
Ensino Fundamental

3ª série
Ensino Médio

Os itens foram selecionados segundo o nível a que se referem, o que, de certa forma, permite que se tenha uma ideia da facilidade ou dificuldade encontrada pelos alunos para solucioná-los.

A cada nível faz-se uma breve descrição das habilidades mobilizadas pelos alunos para resolver o conjunto de itens ali classificados. Além disso, os itens selecionados foram comentados, destacando-se a distribuição das respostas pelas alternativas e as possíveis explicações para as respostas dos alunos.

Os professores podem ampliar as análises ou inferir outras possibilidades de desempenho devido ao conhecimento particular que possuem de suas turmas.

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: MENOR DO QUE 200 (< 200)

Exemplo 1

Habilidade avaliada

H17 Classificar formas planas e espaciais.

Entre as opções abaixo, o prato que tem o formato octogonal é:

a

b

c

d

a	b	c	d
9,2%	4,7%	76,8%	9,0%

O percentual de acerto desta questão pode ser superior aos 76,8% registrados. Cerca de 23% dos alunos não associaram o prefixo "octo" com a palavra oito, o que permitiria assinalar a figura de 8 lados (C).

NÍVEL BÁSICO: ENTRE 200 E 250 (≥ 200 A < 250)

Exemplo 2

Habilidade avaliada

H09 Efetuar cálculos com potências.

O resultado de $13^5 \cdot 13^0 \cdot 13^3$ é:

a. 13^0
b. 13^2
c. 13^8
d. 13^{15}

a	b	c	d
6,3%	8,8%	62,3%	22,5%

Os alunos devem mostrar conhecer que o produto de potências de mesma base é obtido conservando a base comum e somando os expoentes, como fizeram 62,3% deles quando assinalaram C. No entanto, 22,5% multiplicaram os expoentes (alternativa D).

Exemplo 3

Habilidade avaliada

H22 Realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais ou de outros sistemas de medida dados.

A libra é uma unidade de massa utilizada em alguns países, como os Estados Unidos, e vale, aproximadamente, 0,45 quilogramas. Um pacote enviado por uma transportadora tinha seu peso indicado em libras.

O peso desse pacote é, aproximadamente,

a. 1,35 kg
b. 4,05 kg
c. 9,45 kg
d. 20 kg

a	b	c	d
10,7%	54,8%	25,5%	8,7%

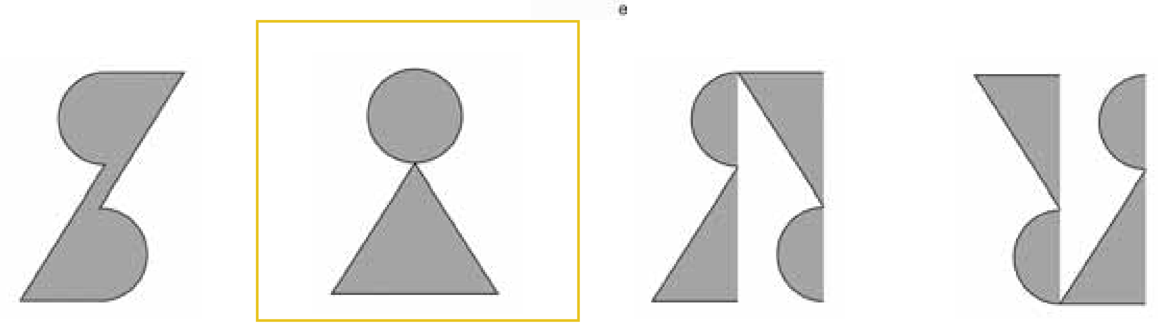
Para resolver o problema, deve-se calcular o peso do pacote em kg: 1 libra equivale a 0,45 kg; então, 9 libras equivalem a 9 · 0,45 = 4,05 kg, alternativa B, assinalada por 54,8%, um pouco mais da metade dos alunos. O significativo percentual de 25,5% deles marcou C, por ter somado os números do enunciado, possivelmente sem qualquer atenção ao texto.

Exemplo 4

Habilidade avaliada

H20 **Identificar simetria axial e de rotação na leitura das representações dos objetos no dia a dia e das figuras geométricas.**

Completando a figura abaixo de modo que a linha tracejada seja um eixo de simetria, obtemos:



a b c d

a	b	c	d
12,3%	**51,8%**	24,1%	11,4%

Um pouco mais da metade dos alunos, 51,8% (B), mostrou domínio do conceito de simetria axial. Não há possibilidade de uma análise consistente sobre os possíveis erros dos demais alunos.

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H21 Identificar elementos e classificar poliedros.

Dos poliedros abaixo, o único que tem todas as faces triangulares é

a. o cubo.
b. o cone.
c. o prisma de base triangular.
d. **a pirâmide de base triangular.**

a	b	c	d
10,0%	11,3%	27,0%	**51,5%**

Mais da metade – 51,5% – dos alunos optou por D, mostrando domínio do conceito de pirâmide em contraposição aos conceitos de prisma, cone e cubo. Ressalte-se que a questão não auxilia o aluno pois não mostra imagens dos poliedros, o que amplia o significado do percentual de acerto.

NÍVEL ADEQUADO: ENTRE 250 E 300 (≥ 250 A < 300)

Exemplo 6

Habilidade avaliada

H08 Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.

A fração $\frac{35}{100}$ pode ser representada pelo número

a. 0,035
b. **0,35**
c. 3,5
d. 35

a	b	c	d
37,1%	**35,0%**	12,6%	15,1%

Apenas 35% (B) dos alunos mostram saber representar, na forma decimal, uma fração de denominador igual a 100. O percentual significativo de alunos (37,1%) que assinalaram A parece ter associado os três dígitos de 100 com o número de casas decimais.

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H11 Efetuar cálculos com adição, subtração, multiplicação e divisão com negativos.

Efetuando (-4) · (-6) : (-3) obtemos:

a. **-8**
b. -6
c. 6
d. 8

a	b	c	d
43,8%	23,7%	14,0%	18,1%

500 475 450 425 400 375 350 325 300 275 ADEQUADO 250 225 200 175 150 125 100 75 50 25

6ª série 7º ano EF

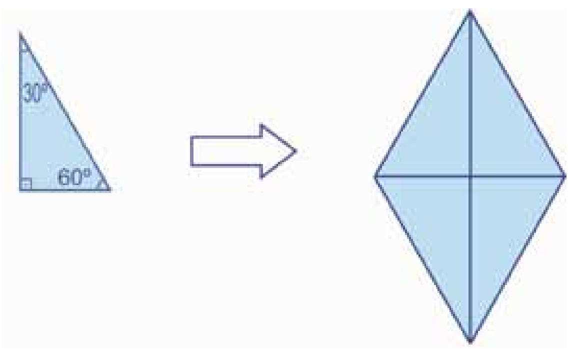
Apenas cerca de 44% dos alunos parecem conhecer as regras de multiplicação e divisão de números negativos. É pequeno este percentual diante da simplicidade das regras e da série considerada.

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H26 Identificar a soma das medidas dos ângulos de um triângulo (180°) e de um polígono de n lados (por decomposição em triângulos).

Com quatro triângulos iguais ao da figura abaixo, Gustavo montou um losango.



A soma das medidas dos ângulos internos do losango de Gustavo é:

a. 720°
b. **360°**
c. 240°
d. 180°

a	b	c	d
12,4%	47,5%	13,1%	26,6%

Para resolver o problema proposto, o aluno deve considerar os dados apresentados na figura do triângulo, levando em conta que quatro destes triângulos compõem o losango desenhado. Assim, dois dos ângulos internos do losango medem cada um 60° (30° + 30°) e, os dois outros ângulos internos medem 120° cada um (60° + 60°). Os quatro ângulos totalizam 60° + 60° + 120° + 120° = 360°, alternativa B, assinalada por apenas 47,5% dos alunos. Os 26,6% que optaram por D simplesmente somaram 30° com 60°, possivelmente devido a uma leitura desatenta das figuras.

Exemplo 9

Habilidade avaliada

H10 Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais.

Dividindo 1,25 por 0,5 obtemos:

a. 1,05
b. 1,5
c. 2,05
d. **2,5**

a	b	c	d
22,4%	24,9%	16,5%	**36,0%**

Poucos alunos (36%) mostram saber calcular o resultado da divisão de dois números decimais. É pequeno esse percentual, considerando que a construção desta habilidade está associada, basicamente, a um número significativo de atividades envolvendo cálculos deste tipo.

Exemplo 10

Habilidade avaliada

H12 Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem corrente e vice-versa.

A expressão $x + \frac{x}{4}$ pode ser escrita como

a. a soma de um número com o seu quádruplo.
b. a soma de um número com o seu dobro.
c. **a soma de um número com a sua quarta parte.**
d. a soma de um número com a sua metade.

Esta questão aparece também na prova da 8ª série/9º ano.

6ª série/7º ano:

a	b	c	d
26,0%	19,6%	**38,9%**	15,2%

8ª série/9º ano:

a	b	c	d
23,3%	15,6%	**47,1%**	13,9%

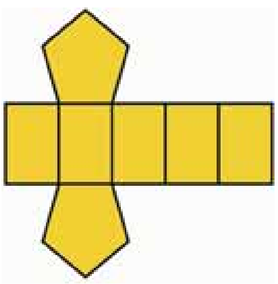
39% dos alunos, aproximadamente, acertaram ao assinalar a alternativa C, mostrando o domínio da linguagem matemática no contexto da frase "x + x/4". Na 8ª série/9º ano, esse percentual de acerto sobe para 47,1%; em ambos os casos o desempenho deveria ser melhor. Não se pode analisar de modo consistente os possíveis erros.

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H18 Identificar figuras espaciais a partir de suas planificações.

A forma geométrica espacial que pode ser associada à planificação abaixo é



a. um cilindro.
b. uma pirâmide de base pentagonal.
c. **um prisma de base pentagonal.**
d. um paralelepípedo.

a	b	c	d
17,2%	21,5%	42,4%	18,6%

Apenas 42,4% dos alunos mostram que identificam um prisma de base pentagonal, dada a sua planificação, ou que reconhecem as planificações de um cilindro, de uma pirâmide e de um paralelepípedo e, por eliminação, assinalaram C. Os demais 57,6% parecem não dominar estes conceitos.

Exemplo 12

Habilidade avaliada

H24 Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

Observe a figura abaixo:

Se ela sofrer um giro de 90° no sentido horário, sua imagem será:

a

b

c

d

a	b	c	d
35,7%	22,7%	24,8%	16,5%

Apenas os alunos que marcaram A (35,7%) mostraram identificar a imagem obtida de outra imagem quando esta sofre um giro de 90° no sentido horário. É pequeno este percentual, levando-se em conta o baixo nível de dificuldade da questão. Pode ocorrer de os alunos não terem trabalhado, em sala de aula ou como tarefa de casa, um número significativo de atividades envolvendo o estudo de ângulos como mudança de direção ou giros: talvez isso se dê pela dificuldade de apresentar figuras/esquemas/ imagens no quadro-negro. Não é segura a análise dos possíveis erros.

Exemplo 13

Habilidade avaliada

H05 Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de frações.

Calculando o valor da expressão $-\frac{3}{5}+\frac{1}{5}-\frac{2}{5}$ obtemos:

a. $\boxed{-\frac{4}{5}}$

b. $\frac{6}{5}$

c. $-\frac{4}{15}$

d. $\frac{6}{15}$

a	b	c	d
33,9%	28,2%	13,6%	24,0%

O pequeno percentual de quase 34% representa o total de alunos que dominam cálculos simples de adição e subtração de frações de mesmo denominador e o resultado dessas operações com números positivos e negativos. Os que assinalaram B (28,2%) somaram os denominadores sem atentarem para os sinais; e os que optaram por D somaram os numeradores e os denominadores.

Exemplo 14

Habilidade avaliada

H15 Expressar e resolver problemas por meio de equações.

Na eleição para a escolha do representante da turma de Carolina, concorreram três candidatos e todos os 36 alunos votaram, não havendo votos nulos nem votos em branco. O 1° colocado obteve o triplo dos votos dados ao 2° colocado. Já o último colocado recebeu apenas 4 votos.

O número de votos conquistados pelo vencedor foi:

a. 12
b. 18
c. 24
d. 36

500
475
450
425
400
375
350
325
ADEQUADO 300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

a	b	c	d
23,3%	21,8%	38,7%	15,9%

Uma das maneiras de resolver o problema proposto é traduzi-lo para a linguagem matemática:

$3x + x + 4 = 36$, onde x representa o total de votos do 2º colocado, 3x, o total de votos do 1º e 4 é o número de votos do último colocado, com total geral de 36, visto que todos votaram, não houve votos nulos nem brancos. Resolvendo a equação resultante, temos:

$4x = 32 \rightarrow x = 8$ (2º colocado) $\rightarrow$ o vencedor teve 3x votos, isto é, $3 \cdot 8 = 24$, alternativa C, assinalada por quase 39% dos alunos.

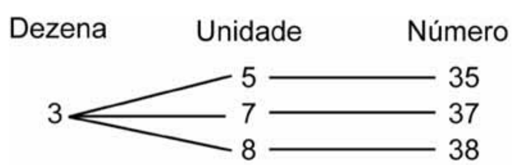
Não sabemos se os erros estão localizados na tradução do problema para a linguagem matemática, se residem na solução da equação ou, ainda, em erros de cálculo. Observe-se que 61% dos alunos possivelmente não tentaram verificar que números das alternativas satisfazem o problema.

Exemplo 15

Habilidade avaliada

H37 Utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem.

Lúcia precisava descobrir quantos números de dois algarismos distintos podem ser formados utilizando apenas os algarismos 3, 5, 7 e 8. Ela resolveu, então, representar um diagrama de árvore para facilitar a contagem. Lúcia iniciou assim:



Depois de completar o diagrama, a quantidade de números de dois algarismos distintos que Lúcia encontrou foi:

a. 8
b. 10
c. 12
d. 14

Esta questão também foi proposta para os alunos da 8ª série/9º ano.

6ª série/7º ano:

a	b	c	d
32,3%	24,2%	31,9%	11,3%

8ª série/9º ano:

a	b	c	d
26,0%	24,2%	39,4%	10,2%

Os alunos devem completar o diagrama para os algarismos 5, 7 e 8 para obter um total de 4 · 3 = 12 números com dois algarismos. Parece que tanto os alunos da 6ª série/7º ano como os da 8ª série/9º ano tiveram dificuldade para entender ou o enunciado do problema, ou o algoritmo (regra) do diagrama de árvore, ou ambos. Em torno de 32% e 39% são os percentuais de acerto (alternativa C) para as duas séries/anos, respectivamente. O desempenho dos alunos da 8ª série/9º ano não se configura substancialmente melhor que o dos alunos da 6ª série/7º ano; há que se observar que as dificuldades parecem ser as mesmas – haja vista os percentuais das alternativas.

Exemplo 16

Habilidade avaliada

H09 Efetuar cálculos com potências.

Efetuando $3^2 \cdot 5^0 \cdot 7^1$ obtemos:

a. 63
b. 61
c. 54
d. 52

a	b	c	d
33,6%	25,5%	23,5%	17,1%

O aluno deve mostrar o domínio de regras simples e básicas de cálculo com potências, destacando, no caso da questão, o valor 1 da potência zero de um número. O cálculo se reduz a 9 · 1 · 7 = 63, alternativa A, assinalada por apenas 33,6% dos alunos. Não é possível uma análise consistente dos prováveis erros cometidos.

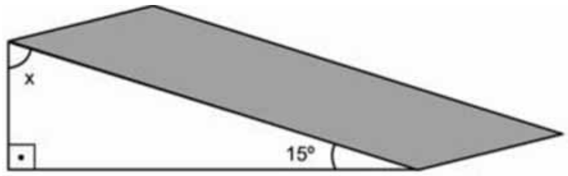
500
475
450
425
400
375
350
325
300
275 ADEQUADO
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 17

Habilidade avaliada

H27 Resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos e de polígonos em geral.

Para facilitar o acesso à escola, a diretora mandou construir uma rampa que forma um ângulo de 15° com a horizontal.



A medida do ângulo *x* que a rampa faz com a vertical é:

a. 105°
b. 95°
c. 85°
d. **75°**

a	b	c	d
20,4%	26,0%	19,9%	**33,5%**

Para responder à questão, os alunos devem saber que os ângulos internos de um triângulo somam 180°. Na figura aparecem os ângulos de medida x, 90° e 15°. Então, x + 90 + 15 = 180, x = 75°, alternativa D, assinalada por apenas 33,5% dos alunos. Não é possível uma análise consistente dos prováveis erros cometidos.

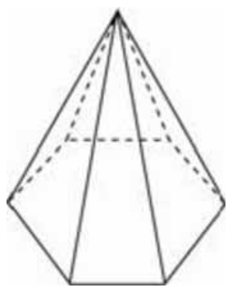
6ª série
7º ano
EF

Exemplo 18

Habilidade avaliada

H21 Identificar elementos e classificar poliedros.

A figura abaixo representa uma pirâmide de base hexagonal.



O número de vértices dessa pirâmide é:

a. 6
b. 7
c. 10
d. 12

a	b	c	d
31,6%	41,6%	8,3%	18,2%

Se os alunos dominam o conceito de vértice de um poliedro basta contar, na figura desenhada da pirâmide, o número deles para obter 7, alternativa B, marcada por somente 41,6% deles. Em geral, o desempenho dos alunos melhora quando o problema é ilustrado com as figuras geométricas necessárias a sua compreensão. Podemos esperar, então, um resultado pior se uma questão como esta é dada sem o desenho da pirâmide?

500
475
450
425
400
375
350
325
300
ADEQUADO
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

6ª série
7º ano
EF

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

AVANÇADO

NÍVEL AVANÇADO: MAIOR OU IGUAL A 300 (≥ 300)

Exemplo 19

Habilidade avaliada

H29 Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Observe a tabela que Laís fez com as quantidades de ganhadores de um sorteio de loteria e o valor do prêmio destinado a cada um dos possíveis ganhadores.

Quantidade de ganhadores	2	3	4	5	...
Prêmio para cada ganhador em mil reais	1.800	1.200	900	720	...

Se o número de ganhadores for 200, o valor que cada um ganhará, em reais, será:

a. 36.000,00
b. **18.000,00**
c. 8.600,00
d. 1.100,00

a	b	c	d
19,9%	26,8%	21,6%	31,2%

Os alunos devem identificar que as grandezas "quantidade de ganhadores" e "valor do prêmio individual" são inversamente proporcionais e o prêmio é de R$ 3.600.000,00 (2 · 1800000 = 3 · 1200000 = 4 · 900000 = ...). Dividindo o valor do prêmio por 200 ganhadores temos 3600000 : 200 = 18000, alternativa B, assinalada por apenas 26,8% dos alunos.

Exemplo 20

Habilidade avaliada

H15 Expressar e resolver problemas por meio de equações.

Na rua onde Clara mora, há 70 construções, entre casas e prédios. O número de casas é igual a $\frac{9}{5}$ do número de prédios.

6ª série
7º ano
EF

O número de casas nesta rua é:

- **a.** 30
- **b.** 35
- **c.** **45**
- **d.** 55

Esta questão aparece também na prova da 8ª série/9º ano.

6ª série/7º ano:

a	b	c	d
13,8%	31,5%	**37,7%**	16,7%

8ª série/9º ano

a	b	c	d
13,4%	29,8%	**44,2%**	12,5%

Uma das maneiras de resolver o problema é, primeiro, expressá-lo em linguagem matemática:

9/5x + x = 70, onde x é o número de prédios e 9/5x é o número de casas. Temos.

(9/5 + 1)x = 70 → 14/5 . x = 70 → x = 5/14 . 70 = 25 (total de prédios)

9/5 . 25 = 45 (total de casas), alternativa C, assinalada por apenas 37,7% dos alunos. Este percentual de acerto sobe para 44,2% para os alunos da 8ª série/9º ano. Não sabemos, em ambos os casos, se os erros cometidos estão na tradução do problema para a linguagem matemática, e/ou na resolução da equação, e/ou nos cálculos com frações.

Exemplo 21

Habilidade avaliada

H13 Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração).

O valor numérico da expressão $\frac{3}{4} : \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4}\right)$ **é**

- **a.** 2
- **b.** 1
- **c.** $\frac{17}{16}$
- **d.** $\boxed{\frac{15}{14}}$

a	b	c	d
11,0%	8,1%	38,8%	**41,5%**

Os alunos que mostraram a habilidade de operar com frações em expressões numéricas seguiram a ordem das operações e dos sinais:

$\frac{3}{4}:\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{4}\right)$ *= 3/4(1/5 + 1/2) = 3/4 : 7/10 = 3/4 · 10/7 = 30/28 = 15/14, alternativa D, assinalada por pouco mais de 40% dos alunos. Este percentual pode ser considerado pequeno em vista da série em questão e do fato que a construção da referida habilidade depende essencialmente das regras, dos algoritmos e de muitas atividades envolvendo este tipo de cálculos.*

Exemplo 22

Habilidade avaliada

H14 Resolver equações do 1° grau.

O valor de x que satisfaz a equação $\frac{x+1}{3}=\frac{1-x}{2}$ **é**

a. -1
b. 5
c. $\frac{1}{3}$
d. $\frac{1}{5}$

a	b	c	d
23,2%	21,7%	29,2%	**25,6%**

$\frac{x+1}{3}=\frac{1-x}{2}$ *= 2(x + 1) = 3(1 – x)*

2x + 2 = 3 – 3x → 5x = 1 → x = 1/5, alternativa D, assinalada por apenas 25,6% dos alunos.

6ª série 7º ano EF

SARESP NA ESCOLA

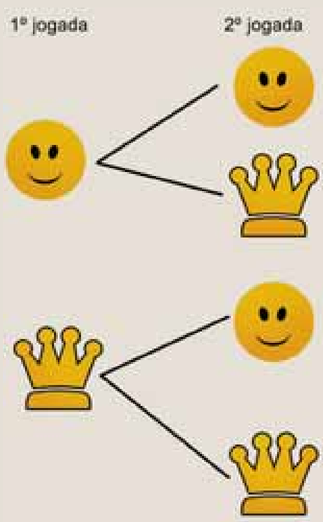
Após a leitura dos itens e de suas análises, faça você também um exercício de interpretação de uma questão do SARESP 2009. Procure analisar os resultados (a porcentagem indicada após cada alternativa).

Exemplo 23

Habilidade avaliada

H37 Utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem.

O diagrama abaixo mostra todos os resultados possíveis quando se joga uma moeda 2 vezes para cima.

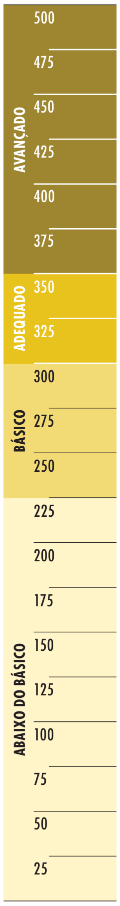


Completando o diagrama para três jogadas, o número de resultados possíveis é:

a. 8
b. 7
c. 6
d. 5

a	b	c	d
22,0%	7,6%	61%	9,3%

Considerações sobre o item e o desempenho dos alunos:



2.5. ANÁLISE DO DESEMPENHO

4ª série/5º ano
Ensino Fundamental

6ª série/7º ano
Ensino Fundamental

8ª série/9º ano
Ensino Fundamental

3ª série
Ensino Médio

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
ABAIXO DO BÁSICO

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO < 225

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 27,6%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental no nível:

calculam:

- $(a - b)^2$;
- o volume de um cilindro a partir da fórmula;

identificam:

- a medida em graus de um ângulo apresentado com medida em radianos, sendo dada a definição de radiano;
- o intervalo onde se localiza o radical $(46/2)^{1/2}$;
- uma proporção semelhante à proporção de 4 para 3;

localizam no plano cartesiano os pontos de abcissa e ordenada iguais;

resolvem expressão numérica envolvendo o quadrado de frações e de números decimais, positivos e negativos;

resolvem problema envolvendo:

- a aplicação do Teorema de Tales;
- a relação entre variáveis, expressa no gráfico de uma reta;
- o cálculo da área de uma figura plana a partir da sua decomposição em quadrados e retângulos;
- o cálculo das medidas de um triângulo ampliado de outro com dimensões dadas;
- o cálculo de medida de comprimento a partir de semelhança de triângulos;
- o conceito do número π;
- o conceito e o cálculo de porcentagem;
- o Teorema de Pitágoras;

resolvem problema simples envolvendo o cálculo de probabilidade.

NÍVEL BÁSICO $\geq$ 225 A $<$ 300

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 59,5%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental no nível:

calculam o valor numérico de uma expressão algébrica que envolve a diferença entre quadrados;

descrevem em palavras um trajeto desenhado:

- por setas em um mapa de ruas;
- por setas em um quadriculado, envolvendo direção e ângulos;

determinam:

- a equação de uma reta desenhada no plano cartesiano, conhecidas as coordenadas de dois de seus pontos;
- o resultado de operações de adição, subtração e multiplicação de binômios;

identificam 1/4 com 25%;

identificam:

- a escrita em linguagem corrente de um trajeto marcado por setas, em um mapa de ruas;
- a expressão matemática de uma equação do 1° grau que expressa um problema dado;
- a expressão matemática que traduz uma frase em linguagem corrente;
- a expressão que define o termo geral de uma sequência, sendo dada a sequência e a descrição em linguagem corrente do seu termo geral;
- a frase em linguagem corrente que traduz uma expressão matemática simples;
- a representação científica de *x*, *y* bilhões;
- as coordenadas do quarto vértice de um retângulo, conhecidas as coordenadas dos outros três;
- as formas das faces de um poliedro;
- em retas representadas em um sistema cartesiano, o ponto que pode representar a solução de um sistema de equações do 1° grau;
- o ângulo de 90° a partir da descrição de um trajeto mostrado em uma figura;
- o maior número decimal dentre outros;
- o número e o tipo de faces de um paralelepípedo apresentado em uma figura;
- o significado de 30%, confrontando com situações que envolvem fração e divisão;
- o sistema de equações que expressa um problema;
- triângulos semelhantes gerados pelos cruzamentos de retas paralelas sobre um triângulo;
- um octaedro mostrado em uma figura a partir de sua planificação;

reconhecem raio de uma circunferência;

resolvem problema de compra e venda com números decimais;

resolvem problema de compra, venda e parcelamento com números racionais;

resolvem problema de contagem envolvendo:

- o princípio multiplicativo a partir do 1º "galho" de um diagrama de árvore dado como exemplo;
- o princípio multiplicativo;

resolvem problema envolvendo:

- a relação entre os raios de três circunferências apresentadas em uma ilustração;
- a representação decimal dos números racionais a partir de uma ilustração com os nomes de algumas ordens do sistema posicional de numeração;
- área de um retângulo e equação do 2º grau;
- as medidas de comprimento dadas pelo centímetro e pelo metro;
- conceito e cálculo de porcentagem (6%);
- contagem e o princípio multiplicativo;
- equação do 1º grau;
- equação do 1º grau com coeficientes fracionários;
- equação do 2º grau;
- equação do comprimento de uma circunferência;
- frações equivalentes;
- grandezas direta e inversamente proporcionais;
- medidas de tempo em horas e minutos;
- o cálculo da área de triângulos apresentados em uma figura e construídos internamente a partir de um quadrado;
- o cálculo da área de um retângulo;
- o cálculo da medida do ângulo externo de um hexágono, apresentado em uma figura;
- o cálculo das medidas de ângulos de um triângulo construído a partir de um quadrado;
- o cálculo das medidas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo cujos catetos têm a mesma medida;
- o cálculo do perímetro de uma circunferência;
- o cálculo do volume de um paralelepípedo;
- o conceito de área;
- o conceito de probabilidade;
- operações entre números decimais;
- razões trigonométricas do triângulo retângulo (seno);
- triângulos semelhantes;
- volume de um prisma;

resolvem problema simples:

- com dados apresentados em gráfico de linha;
- envolvendo cálculo de probabilidade;
- envolvendo o cálculo do perímetro de uma figura retangular;

resolvem um sistema simples de equações do 1º grau;

simplificam expressão que envolve o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre *x* e *y*.

NÍVEL ADEQUADO ≥ 300 A < 350

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 11,7%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental no nível:

identificam:

- a medida de um segmento marcado em uma régua graduada em centímetros;
- elemento de uma sequência de figuras;
- fração equivalente a 50/4;
- o gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela de três colunas;
- o gráfico de linha associado aos dados de uma tabela;
- uma pirâmide a partir da sua planificação;

interpretam informações a partir de dados apresentados:

- em gráficos setoriais;
- em tabela com duas colunas;

resolvem problema envolvendo:

- a ordenação de números decimais apresentados em uma tabela;
- grandezas inversamente proporcionais;
- o conceito de probabilidade.

500
475
450
425
400
375
ADEQUADO 350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

8ª série
9º ano
EF

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

AVANÇADO

NÍVEL AVANÇADO ≥ 350

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 1,2%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental no nível:

identificam o gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela;

resolvem problema envolvendo o cálculo de uma porcentagem – 50%;

resolvem problema identificando informações a partir de dados apresentados:

- em gráfico de linha;
- em gráfico de coluna.

8ª série
9º ano
EF

SARESP NA ESCOLA

Professor(a), no tópico 2.5. da Parte 3, há um exercício de interpretação dos resultados do SARESP 2009 para 8ª série/9º ano do EF.

Para a análise, a escala de descrição por pontos, disponível nos anexos deste documento, é retomada, agora na perspectiva de agrupamento dos pontos em níveis (Abaixo do Básico, Básico, Adequado, Avançado) para cada série/ano.

Devido ao caráter de continuidade da escala, o desempenho dos alunos nos pontos incorpora os dos demais. Portanto, ao se considerar a análise de desempenho em uma série/ano/nível deve-se refletir sobre o desempenho nas séries/anos/níveis anteriores a ela apresentadas e sua representação nos pontos da escala.

Ao lado de cada nível/série/ano foi colocada a porcentagem de desempenho dos alunos da Rede Estadual. Essa indicação revela o caráter mais importante desse processo. As diferenças de desempenho associadas aos níveis demonstram que há alunos com conhecimentos muito diferentes em cada série/ano. O propósito é que se tenha o maior número possível de alunos no nível Adequado por série/ano. Essa é uma forma de ler os resultados. Certamente, cada escola vai escolher o melhor caminho para interpretá-los e traduzi-los em seus Projetos Pedagógicos.

Para reflexão:

Retome novamente os dados de sua escola e coloque nos espaços as porcentagens dos alunos da **8ª série/9º ano do EF** em cada nível:

- Nível Abaixo do Básico: < 225 (......)
- Nível Básico: ≥ 225 a < 300 (......)
- Nível Adequado: ≥ 300 a < 350 (......)
- Nível Avançado: ≥ 350 (......)

Leia o elenco de habilidades descritas para cada nível no tópico 2.5. (Descrição das habilidades no nível). Elas representam o desempenho dos alunos da Rede Estadual no SARESP 2009. Se desejar, vá até o anexo deste documento para compará-las com a descrição apresentada na escala de proficiência.

Faça uma interpretação dos resultados para cada nível (Análise pedagógica do nível), com base nos dados apresentados na escala de proficiência.

Quais são as diferenças e semelhanças entre as habilidades de cada nível?

Observe as habilidades indicadas no nível Básico. Você considera que os alunos que apresentam essas habilidades têm condições para acompanhar a série/ano subsequente?

Retome as Matrizes de Referência para a Avaliação e verifique como as habilidades indicadas nos níveis se apresentaram no desempenho dos alunos.

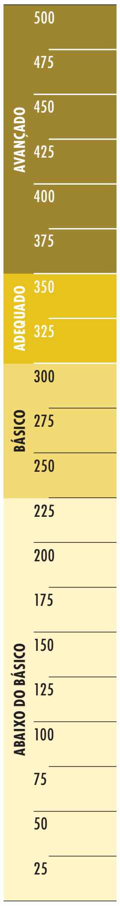
Observe quais são as habilidades que apenas os alunos situados nos níveis Adequado e Avançado dominam.

Agora, considere as atuais séries/anos de sua escola e contextualize a sua interpretação dos níveis.

Quais competências/habilidades/conteúdos previstos são essenciais para que os alunos possam dar continuidade aos estudos (quais são os limites)?

Como será especificamente verificado se os alunos apresentam o domínio dos conteúdos/competências/habilidades previstos?

O que será feito com os alunos que não têm domínio do que está previsto? Qual é a proposta de recuperação da escola?



2.6. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2009 POR NÍVEL

4ª série/5º ano
Ensino Fundamental

6ª série/7º ano
Ensino Fundamental

8ª série/9º ano
Ensino Fundamental

3ª série
Ensino Médio

Os itens foram selecionados segundo o nível a que se referem, o que de certa forma permite que se tenha uma ideia da facilidade ou dificuldade encontrada pelos alunos para solucioná-los.

A cada nível faz-se uma breve descrição das habilidades mobilizadas pelos alunos para resolver o conjunto de itens ali classificados. Além disso, os itens selecionados foram comentados, destacando-se a distribuição das respostas pelas alternativas e as possíveis explicações para as respostas dos alunos.

Os professores podem ampliar as análises ou inferir outras possibilidades de desempenho devido ao conhecimento particular que possuem de suas turmas.

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: MENOR DO QUE 225 (< 225)

Os itens avaliados para medir o desempenho neste nível não podem ser divulgados porque são de reserva técnica ou são questões do SAEB. Podemos, no entanto, adiantar que eles se referem: um, à resolução de problemas envolvendo dados apresentados em um gráfico de barras; outro, com dados em um gráfico de linha, planificação de uma pirâmide, porcentagem e leitura de tabela; além da identificação do gráfico associado a uma tabela.

NÍVEL BÁSICO: ENTRE 225 E 300 (≥ 225 A < 300)

Exemplo 1

Habilidade avaliada

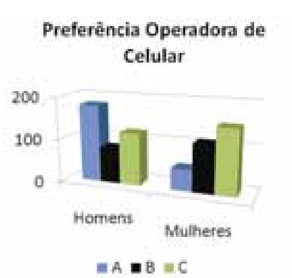
H43 Associar informações, apresentadas em listas e/ou tabelas simples, aos gráficos que as representam e vice-versa.

Uma pesquisa coletou a opinião de homens e mulheres acerca da operadora de celular preferida.

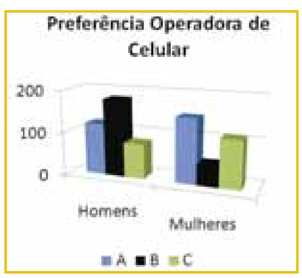
Os dados estão resumidos na tabela abaixo.

Operadora de Celular	Homens	Mulheres
I	120	150
II	180	50
III	80	110

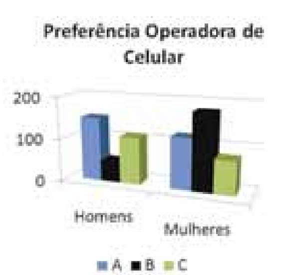
O gráfico que melhor representa os dados da tabela é:



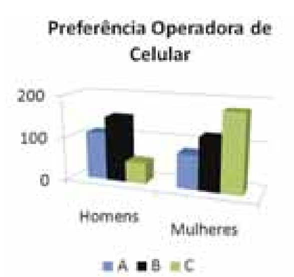
a



b



c



d

a	b	c	d
11,3%	67,7%	9,7%	11,0%

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

BÁSICO

Cerca de 68% dos alunos mostram a habilidade de associar corretamente um gráfico de barras, com três variáveis, aos dados de uma tabela (alternativa B). Não é possível uma análise consistente sobre os prováveis erros cometidos pelos alunos que marcaram os distratores.

Exemplo 2

Habilidade avaliada

H06 Identificar um sistema de equações do 1° grau que expressa um problema.

Numa gincana de Matemática, Hélio calculou mentalmente dois números de modo que sua soma fosse igual a 12 e sua diferença 2. Lúcia utilizou outra estratégia, determinando esses dois números algebricamente. Dessa forma, um possível sistema de equações para indicar o raciocínio de Lúcia é

a. $\begin{cases} x+y=12 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x-y=9 \\ 4x+3y=10 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=7 \end{cases}$

d. $\boxed{\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}}$

a	b	c	d
13,9%	13,8%	14,4%	**57,6%**

Trata-se de uma questão de expressão de um problema em linguagem matemática. Cerca de apenas 58% dos alunos mostram esta habilidade em um problema simples envolvendo um sistema de equações. É pequeno este percentual de acerto, se observamos o nível de dificuldade da questão e a série/ano considerada. Não é possível uma análise consistente sobre os prováveis erros cometidos pelos alunos que marcaram os distratores.

8ª série
9º ano
EF

NÍVEL ADEQUADO: ENTRE 300 E 350 (≥ 300 A < 350)

500
475
450
425
400
375
ADEQUADO 350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 3

Habilidade avaliada

H12 Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.

Comer 30% de um bolo é o mesmo que

a. comer $\frac{1}{3}$ do bolo.

b. dividi-lo em trinta fatias iguais e comer apenas uma delas.
c. **dividi-lo em dez fatias iguais e comer apenas três delas.**
d. comer três fatias de igual tamanho.

a	b	c	d
34,3%	8,2%	39,0%	18,3%

É muito pequeno o percentual de acerto (39%, alternativa C) para uma questão envolvendo o conceito de fração na 8ª/9º série/ano, época em que esta compreensão deve estar consolidada. Quase o mesmo percentual (34,3%) de alunos marcou A, mostrando que identificam erradamente 1/3 como sendo a representação fracionária de 30% = 30/100. Os que optaram por D (18,3%) consideraram apenas que os pedaços de bolo são de mesmo tamanho, uma das características das partes em que se divide o todo.

8ª série
9º ano
EF

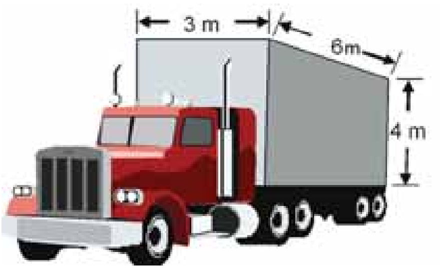
500
475
450
425
400
375
350
325 ADEQUADO
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 4

Habilidade avaliada

H40 Resolver problemas que envolvam noções de volume.

A carroceria de um caminhão-baú, como o da figura abaixo, tem medidas 3 m x 6 m x 4 m.



Quantas viagens, no mínimo, este caminhão terá de fazer para transportar 360 m³ de papel?

a. 3
b. 5
c. 8
d. 10

a	b	c	d
21,9%	42,2%	23,7%	12,0%

Os alunos devem calcular a capacidade da carroceria do caminhão e compará-la com o volume a ser transportado:

Capacidade da carroceria = 3 m · 6 m · 4 m = 72 m³

Cada viagem pode transportar um volume de 72 m³ → para o transporte de 360 m³ serão necessárias 360 : 72 = 5 viagens, alternativa B, assinalada por apenas 42,2% dos alunos. Este percentual de acerto deve ser considerado pequeno frente ao nível de dificuldade da questão e da série considerada. Não é possível uma análise consistente sobre os prováveis erros.

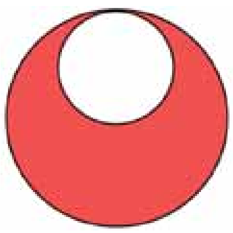
8ª série 9º ano EF

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H33 Utilizar a razão *pi* no cálculo do perímetro e da área da circunferência.

O desenho abaixo representa um brinco formado por duas circunferências tangentes.



A medida do diâmetro da maior é o dobro da medida do diâmetro da menor. Se o comprimento da circunferência menor é igual a C, então o comprimento da maior é:

a. $2\pi C$
b. πC
c. 2C
d. C

a	b	c	d
31,7%	12,6%	49,9%	5,7%

Para resolver o problema proposto, os alunos devem mostrar que sabem calcular o comprimento de uma circunferência dado por $2\pi r$, sendo r a medida do raio:

Comprimento da circunferência menor $= C = 2\pi r \rightarrow r = C/2\pi$

Comprimento da circunferência maior $= 2\pi R$

$R = 2r$ *e* $2r = (C/2\pi) \cdot 2 = C/\pi$

Comprimento da circunferência maior $= 2\pi R = 2\pi C/\pi = 2C$*, alternativa C assinalada por cerca da metade (49,9%) dos alunos. Pode-se supor que o desempenho dos alunos será melhor em situações análogas com valores numéricos de C e r.*

Exemplo 6

Habilidade avaliada

H23 Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.

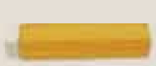
Observe a figura abaixo.

Cada barra do jogo acima possui:

a. 8 faces retangulares.
b. **6 faces retangulares.**
c. 8 faces quadradas.
d. 6 faces quadradas.

a	b	c	d
27,9%	**41,4%**	14,1%	16,3%

Os alunos devem simplesmente contar o número de faces da figura de uma barra:



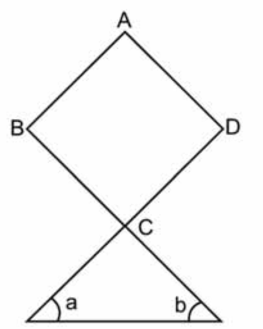
Apenas 41,4% dos alunos marcaram a alternativa correta B. Este percentual de acerto pode ser considerado pequeno, haja visto o nível de dificuldade da questão e a série/ano considerada. Não é possível uma análise consistente sobre os prováveis erros.

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H29 Resolver problemas que utilizam propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).

Na figura abaixo, ABCD é um quadrado.



A soma dos ângulos a e b é igual a:

a. **90º**
b. 80º
c. 70º
d. 60º

a	b	c	d
37,8%	16,0%	16,1%	30,0%

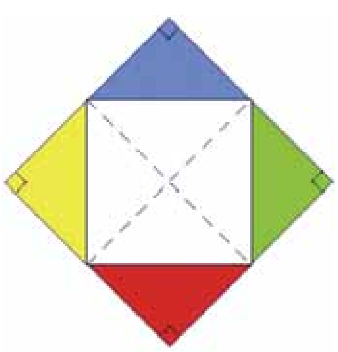
Os alunos devem reconhecer que a medida do ângulo em C é 90º e que, do fato de 180º ser a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo, a + b + 90º = 180 $\rightarrow$ a + b = 90º, alternativa A, assinalada por apenas 37,8% dos alunos. Novamente, um percentual de acerto pequeno, pelas razões apresentadas nas questões anteriores.

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H31 Calcular áreas de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares.

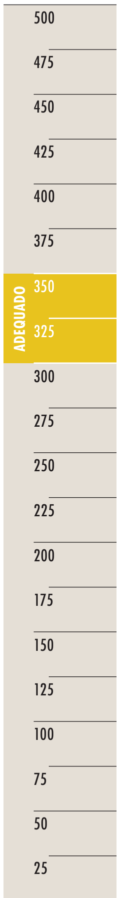
As hipotenusas de quatro triângulos retângulos isósceles coincidem com os lados de um quadrado, de cor branca, como indica a figura a seguir.



Se os lados desse quadrado medem 4 cm, a soma das áreas dos triângulos coloridos é igual a:

a. 32 cm^2
b. **16 cm^2**
c. 8 cm^2
d. 4 cm^2

Esta questão aparece também na prova da 3ª série do Ensino Médio.



8ª série/9º ano EF:

a	b	c	d
15,5%	52,6%	19,6%	12,1%

3ª série EM:

a	b	c	d	e
22,0	51,8	16,5	9,7	

São muito próximos os percentuais de acerto (52,6% e 51,8%), cerca de metade dos alunos, para as duas séries/anos considerados e, em ambos os casos, deveria ocorrer um resultado melhor: o problema proposto é muito simples, com resolução auxiliada pela figura, exigindo do aluno o conceito de área:

Cada triângulo colorido tem medida de área igual a 1/4 da medida de área do quadrado branco, isto é, cada triângulo colorido tem medida de área = 1/4 · 42 = 4

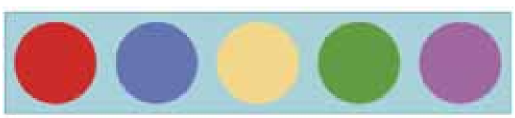
Os quatro triângulos coloridos têm medida de área = 4 · 4 = 16 cm², alternativa B.

Exemplo 9

Habilidade avaliada

H44 Resolver problemas que envolvam processos de contagem; princípio multiplicativo.

Para ingressar na sala segura de um laboratório, Mauro deve apertar 5 botões coloridos na sequência correta. Mauro esqueceu-se da senha, mas lembrou que o primeiro botão a ser apertado era o de cor azul e o último a ser apertado era o de cor verde.



Qual é o número máximo de tentativas que Mauro deve fazer para acessar a sala, sabendo que cada cor é apertada uma única vez?

a. 120
b. 30
c. 12
d. **6**

a	b	c	d
5,8%	18,2%	25,1%	50,7%

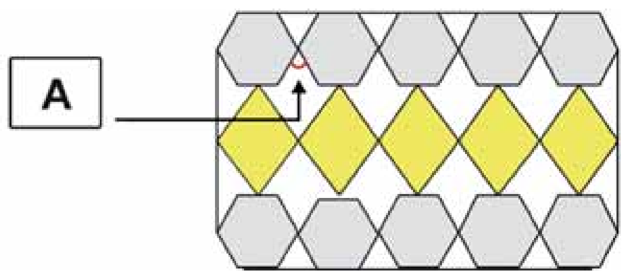
Na resolução do problema os alunos devem reconhecer que, excluídas as cores da 1ª e da última bola, azul e verde, respectivamente, restam as cores amarela, rosa e vermelha para serem escolhidas: Mauro tem 3 possibilidades de escolha da 2ª bola, daí restam 2 possibilidades para a 3ª bola e 1 para a 4ª bola. Tem, portanto, no total, 3 · 2 · 1 = 6 possibilidades de escolha para a sequência correta de cores, alternativa D, assinalada por quase a metade (50,7%) dos alunos. Outros raciocínios combinatórios não se aplicam.

Exemplo 10

Habilidade avaliada

H29 Resolver problemas que utilizam propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).

Para ladrilhar o piso de uma sala, como indicado abaixo, um decorador de interiores precisa mandar fazer os ladrilhos que estão em branco na figura.

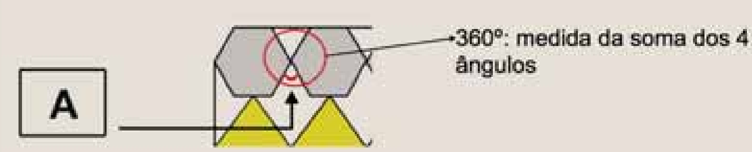


Sabendo que os hexágonos são regulares, ele poderá informar que o ângulo Â indicado mede:

a. 60º
b. 65º
c. 70º
d. 80º

a	b	c	d
47,9%	25,4%	14,7%	11,8%

Os alunos devem saber que a soma dos ângulos internos de um hexágono regular é 720º, ou que cada ângulo interno mede 120º. Observando a figura a seguir, temos 360º - 2 x 120º = 360º - 240º = 120º: medida da soma dos dois ângulos restantes, cada um da mesma medida de A. Assim, A mede 60º, alternativa marcada por 47,9%, quase a metade dos alunos.



Deve-se questionar se o desempenho melhoraria se informássemos aos alunos, na questão, que cada ângulo interno de um hexágono regular mede 120º ou que a soma dos seus ângulos internos é 720º.

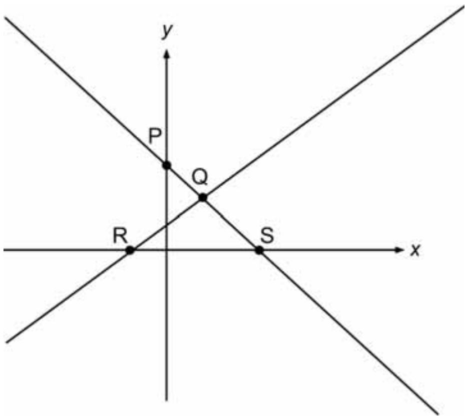
500
475
450
425
400
375
350
325 ADEQUADO
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H07 Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1° grau.

Observe a figura abaixo.



As retas da figura representam graficamente um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas cuja solução pode ser representada pelo ponto:

a. P
b. Q
c. R
d. S

Esta questão também se apresenta na prova da 3ª série do Ensino Médio.

8ª série/9° ano EF:

a	b	c	d
29,3%	**39,2%**	20,2%	11,1%

3ª série EM:

a	b	c	d	e
22,5%	**50,8%**	16,6%	9,9%	

Os alunos devem mostrar o conhecimento de que se um sistema de equações do 2° grau tem solução, ela é um ponto do plano cujas coordenadas satisfazem ambas as equações que compõem o sistema. Ou seja, é um ponto que pertence a ambas as retas que representam as equações, o que implica que só pode ser o ponto de intersecção entre elas. No caso da presente questão, a solução está representada pelo ponto Q, alternativa B, assinalada por 39,2% dos alunos da 8ª/9° série/ano e por cerca da metade, 50,8%, dos alunos da 3ª série do Ensino Médio. Cada um dos pontos R e S representa a solução apenas da equação da reta a que pertence. Observe-se que os conceitos de solução de uma equação/um sistema e sua representação gráfica são básicos e devem estar consolidados em ambas as séries consideradas. Outra constatação plausível é a de que as dificuldades são também de mesma natureza nas duas séries (vejam-se os percentuais dos distratores).

8ª série 9° ano EF

Exemplo 12

Habilidade avaliada

H39 Resolver problemas que envolvam o cálculo de área de figuras planas.

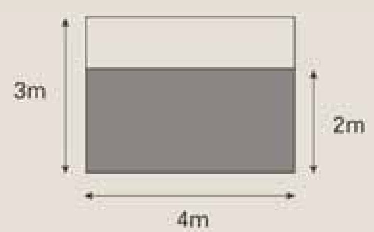
Uma parede de uma escola, com formato retangular, tem 4 m de comprimento e 3 m de altura. A diretora quer pintá-la utilizando duas cores de tinta acrílica. A cinza será utilizada ao longo de todo seu comprimento, mas até a altura de 2 m. O restante da parede será pintado com tinta branca.

A medida da área, em m², a ser pintada de branco é:

a. 3
b. 4
c. 6
d. 8

a	b	c	d
23,7%	35,2%	26,4%	14,6%

Os alunos devem traçar um esquema que possa representar os dados do problema (desenho fora de escala):



A parte a ser pintada de branco tem dimensões 1 m por 4 m e, portanto, área igual a 1 · 4 = 4 m², alternativa B, assinalada por apenas 35,2% dos alunos. Um percentual muito pequeno para a simplicidade do problema e a série/ano a que se destina. Cabe a pergunta: o desempenho seria melhor se na questão fosse dada a figura que representa os dados do problema? Não é possível analisar os erros de modo consistente.

NÍVEL AVANÇADO: IGUAL OU MAIOR DO QUE 350 (≥ 350)

Exemplo 13

Habilidade avaliada

H16 Resolver problemas que envolvam porcentagem.

Observe a promoção indicada no quadro abaixo.

Considerando o valor unitário do produto, o desconto na compra de 5 toalhas na promoção será de:

a. 20%
b. **40%**
c. 60%
d. 80%

a	b	c	d
49,2%	29,7%	15,1%	5,9%

Uma das formas de resolver o problema é o aluno raciocinar que se x é o preço das 5 toalhas, o preço de cada uma é x/5. Na promoção quem leva 5 toalhas paga o preço de 3, isto é, paga 3 · x/5. O desconto é de (x – 3x/5) = 2x/5.

Então, o valor original de 5 toalhas, x ---------- 100% e,

o desconto 2x/5 ---------- y%

y = (2x/5 · 100) : x → y = (200x/5) : x → y = 40%, alternativa B, assinalada por 29,7% dos alunos. Estes mostraram habilidade para resolver problema envolvendo o percentual correspondente a descontos em promoções comerciais. Os alunos que marcaram A, cerca de metade deles (49,2%), possivelmente concluíram que o desconto é de x/5, o que corresponde a 20%.

Exemplo 14

Habilidade avaliada

H11 Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.

O número real $\sqrt{\frac{46}{5}}$ está localizado no intervalo compreendido entre

a. 0 e 1.
b. 1 e 2.
c. 2 e 3.
d. 3 e 4.

a	b	c	d
9,4%	23,0%	38,9%	**28,4%**

Resolver este cálculo é determinar o resultado de 46/5 = 9,2 e estimar o valor da raiz quadrada de 9,2. Ora, como 9 < 9,2 $\rightarrow \sqrt{9} < \sqrt{9{,}2}$*,*

então: 3 < $\sqrt{9{,}2}$ *(I)*

De outro lado, como 9,2 < 16 $\rightarrow \sqrt{9{,}2} < \sqrt{16} = 4$*, assim,* $\sqrt{9{,}2} < 4$ *(II)*

De (I) e (II), temos 3 < $\sqrt{\frac{46}{5}}$ *< 4, alternativa D, assinalada por apenas 28,4% dos alunos. Os que marcaram C, 38,9%, possivelmente não consideraram que* $\sqrt{9} < \sqrt{9{,}2}$*. Para os demais não é possível uma análise consistente dos possíveis erros.*

AVANÇADO

500 475 450 425 400 375 350 325 300 275 250 225 200 175 150 125 100 75 50 25

8ª série 9º ano EF

Exemplo 15

Habilidade avaliada

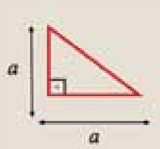
H24 Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.

Os lados que formam o ângulo reto de um triângulo retângulo são chamados catetos. Se os catetos de um triângulo retângulo têm a mesma medida, então os ângulos agudos deste triângulo

a. medem 30° e 60°.
b. somam 180°.
c. somam 270°.
d. **medem 45° cada um.**

a	b	c	d
27,8%	31,8%	9,3%	**31,0%**

Um esboço de um triângulo retângulo pode ajudar o aluno na solução do problema:



Um dos ângulos do triângulo retângulo mede 90° e, como as medidas dos catetos são iguais, os outros dois ângulos (agudos) têm a mesma medida. Além disso, os três somam 180°. Portanto, cada um dos ângulos agudos mede 45°, alternativa D, assinalada por apenas 31% dos alunos. Para as demais respostas escolhidas, não é possível uma análise consistente dos possíveis erros. Novamente cabe a pergunta: o desempenho dos alunos melhoraria se adicionássemos à questão uma figura como a esboçada acima, ilustrando o problema?

Exemplo 16

Habilidade avaliada

H18 Resolver sistemas lineares (métodos da adição e da substituição).

Considere o sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} 6x - y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

O valor do produto *x.y* é igual a:

a. 4
b. 6
c. 8
d. 10

a	b	c	d
35,0%	21,8%	24,9%	18,2%

A questão pede simplesmente a resolução do sistema de equações e o aluno pode fazê-la de muitas maneiras. Uma delas:

$$\begin{cases} 6x - y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

De $6x - y = 2$ vem $-y = 2 - 6x$ e, portanto, $y = 6x - 2$ (I). Levando este resultado para a segunda equação, temos:

$$x + y = 5 \rightarrow x + (6x - 2) = 5 \rightarrow 7x = 7 \rightarrow x = 1$$

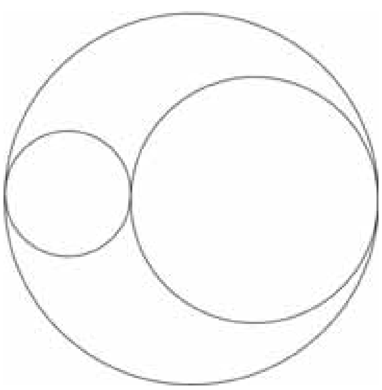
Substituindo em (I), vem $y = 4$

Assim, o produto dos dois números $xy = 4$, alternativa A, marcada por apenas 35% dos alunos. Este percentual de acerto é pequeno se olhamos para o nível de dificuldade da questão e a série/ano considerada.

Exemplo 17

Habilidade avaliada

H27 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.



Na figura, cada um dos círculos de raios r_1, r_2 e r_3, $r_1 < r_2 < r_3$ tangencia os outros dois.

Sendo assim

a. $r_1 + r_2 = r_3$

b. $2r_1 + 2r_2 = r_3$

c. $\frac{r_3}{r_1} = r_2$

d. $r_1 \times r_2 = r_3$

a	b	c	d
37,0%	26,4%	19,3%	17,1%

500
475
450
425 AVANÇADO
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

O aluno deve observar que r_3 é a medida do raio do maior dos círculos (III), r_2, o raio do segundo em tamanho (II) e r_1, o raio do menor deles (I). Como cada um tangencia os outros dois, III tem apenas um ponto em comum com I, II tem apenas um ponto em comum com I, e III tem apenas um ponto em comum com II. Isto permite dizer que $r_1 + r_2 = r_3$, alternativa A, assinalada por apenas 37% dos alunos.

Exemplo 18

Habilidade avaliada

H16 Resolver problemas que envolvam porcentagem.

Uma máquina fotográfica custava R$ 400,00. No Dia dos Pais foi vendida com um desconto de 5% e, logo depois, em cima do novo preço sofreu um aumento de 10%.

O seu preço atual, em reais, é:

a. 405,00
b. 412,00
c. **418,00**
d. 420,00

a	b	c	d
32,6%	20,6%	19,0%	27,6%

Os alunos devem aplicar o conceito de porcentagem duas vezes, na busca de solução para o problema:

Preço da máquina no Dia dos Pais: 400 – 5% de 400 = 400 – 20 = 380 reais

Depois do aumento: 380 + 10% de 380 = 380 + 38 = 418 reais, alternativa C, marcada por apenas 19% dos alunos, um percentual de acerto muito pequeno para o nível de dificuldade do problema e a série/ano a que se destina.

8ª série
9º ano
EF

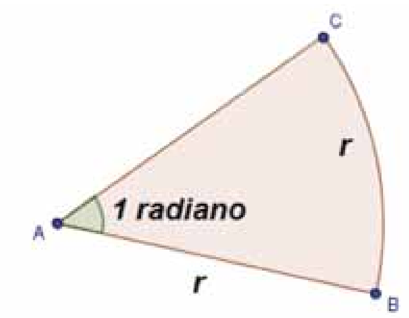
Exemplo 19

Habilidade avaliada

H41 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

O grau e o radiano são unidades utilizadas na medida de ângulos. O radiano, de maneira mais natural do que o grau, está mais próximo das questões métricas que envolvem comprimento: 1 radiano é o ângulo que determina um arco sobre uma circunferência cujo comprimento é exatamente o raio da circunferência. Na figura tem-se que o comprimento do arco $\overline{CB} = \overline{AB} = r$.

Um ângulo de 360° corresponde a um ângulo de 2π radianos.



Um ângulo de $\frac{3\pi}{2}$ radianos corresponde a um ângulo de:

a. 90°
b. 135°
c. 210°
d. 270°

a	b	c	d
40,3%	25,9%	16,6%	17,0%

Para resolver o problema, os alunos devem reconhecer que a medida dos ângulos e o comprimento dos arcos que os ângulos determinam são grandezas diretamente proporcionais: quanto maior o ângulo, maior é o comprimento do arco que ele determina. Cabe, portanto, a aplicação da regra de 3, após estabelecer as proporções adequadas. Ou seja:

360° ------ 2π radianos

x° ------ 3π/2 radianos

x° = 3π/2 · 360 : 2π = 270°, alternativa D, assinalada por apenas 17% dos alunos. O percentual de acerto, pequeno como se observa, pode ser explicado como decorrência de uma leitura não compreensiva e pelo fato de o aluno não ter conseguido extrair as informações relevantes para a solução do problema. As demais opções não permitem uma análise dos possíveis erros.

Exemplo 20

Habilidade avaliada

H12 Realizar operações simples com polinômios.

Considerando os polinômios A = $x - 2$, B = $2x + 1$ e C = x, o valor mais simplificado para a expressão A · A - B + C é igual a:

a. $x^2 - x - 3$
b. $x^2 - x - 5$
c. $x^2 - 5x + 3$
d. $x^3 - x^2 - 5x + 2$

a	b	c	d
24,4%	22,1%	36,2%	17,1 %

Para obter o resultado do valor mais simplificado para a expressão dada, os alunos devem observar que, para expressões com polinômios, valem as mesmas regras que para expressões numéricas ou algébricas:

Na ordem em que aparecem, efetuam-se:
1º as potenciações e radiciações
2º as multiplicações e divisões
3º as adições e subtrações

Na presente questão, temos:

$A \,.\, A - B + C = (x - 2)\,(x - 2) - (2x + 1) + x = x^2 - 4x + 4 - 2x - 1 + x =$

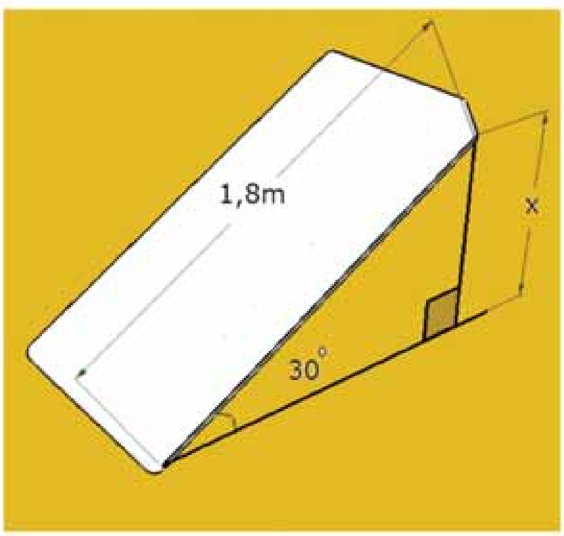
= $x^2 - 5x + 3$, alternativa C, assinalada por 36,2% dos alunos. Não podemos analisar os possíveis erros de modo plausível, visto não conhecer o desenvolvimento dos cálculos feitos pelos alunos.

Exemplo 21

Habilidade avaliada

H37 Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.

Karen tem problemas com sono e seu médico recomendou que seu colchão fosse inclinado segundo um ângulo de 30° em relação ao solo.



Função	0°	30°	45°	60°	90°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Sabendo que o colchão tem 1,80 m de comprimento e terá uma parte apoiada no chão, conforme ilustra a figura, a medida x, que representa a altura do apoio do colchão na parede, é:

a. 0,50 m
b. 0,80 m
c. 0,90 m
d. 1,00 m

Esta questão também foi proposta na prova da 3ª série do Ensino Médio.

8ª série/9º ano EF:

a	b	c	d
24,7%	28,5%	30,7%	16,0%

3ª série EM:

a	b	c	d	e
24,0%	27,2%	35,5%	13,1%	

Os alunos precisam, após analisar os dados do problema, identificar que têm todas as informações para usar a definição do seno de um ângulo interno a um triângulo retângulo. Se não, vejamos:

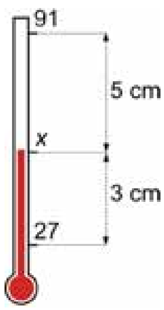
De acordo com a figura e a tabela, temos sen 30° = medida do cateto oposto ao ângulo/medida da hipotenusa → sen 30° = x/1,8 → 1/2 = x/1,80 → x = 0,90; alternativa C, marcada por 30,7% dos alunos da 8ª série/9º ano e por 35,5% dos alunos da 3ª série do Ensino Médio. Estes percentuais de acerto são pequenos para ambas os casos: a questão tem nível baixo de dificuldade para as séries/anos e todos os elementos estão dados no enunciado, que também auxilia o aluno com a representação gráfica do problema.

Exemplo 22

Habilidade avaliada

H35 Aplicar o Teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, em diferentes contextos.

Kátia encontrou um termômetro com marcação numa escala desconhecida. Havia apenas dois números com marcação legível. Para encontrar a temperatura marcada naquele momento, Kátia achou uma boa ideia fazer medições com sua régua, em cm, conforme a figura a seguir.



Qual o valor que Kátia encontrou para a temperatura *x*?

a. 31
b. 41
c. 51
d. 61

Esta questão também foi apresentada na prova da 3ª série do Ensino Médio.

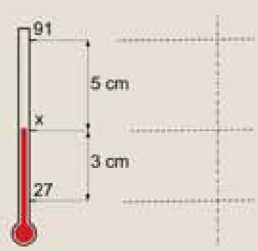
8ª série/9º ano EF:

a	b	c	d
31,0%	35,1%	22,9%	10,9%

3ª série EM:

a	b	c	d	e
27,2%	33,4%	26,6%	12,6%	

Os alunos devem observar o enunciado e, principalmente, a representação gráfica do problema:



Temos três retas paralelas cortadas por uma transversal. O Teorema de Tales diz que retas paralelas cortadas por retas transversais formam segmentos proporcionais. Aplicando ao problema, temos:

$\frac{5}{3} = \frac{91-x}{x-27} \longrightarrow$ *vale "o produto dos meios é igual ao produto dos extremos":*

$5(x-27) = 3(91-x) \longrightarrow 5x - 135 = 273 - 3x \longrightarrow 8x = 408 \longrightarrow x = 51$, alternativa C, assinalada por 22,9% dos alunos da 8ª série/9º ano e por 26,6% dos alunos da 3ª série do Ensino Médio. Os percentuais são próximos e pode-se observar que os alunos em ambos os casos tiveram dificuldades ou erros de natureza semelhante. Uma possível explicação para os baixos percentuais de acerto pode estar na situação, no contexto em que é colocado o problema nesta questão: geralmente trabalha-se em sala de aula com aplicações do Teorema de Tales na determinação de distâncias e comprimentos. Parece que os alunos não identificaram as hipóteses do teorema na figura apresentada.

Exemplo 23

Habilidade avaliada

H10 Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação – expoentes inteiros e radiciação).

Resolva a expressão abaixo.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - (0,5)^2$$

O valor dessa expressão é

a. $\frac{5}{8}$

b. $\frac{9}{16}$

c. $\frac{1}{8}$

d. $\frac{1}{16}$

a	b	c	d
31,0%	20,7%	28,7%	**19,4%**

$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - (0,5)^2$ *= 1/4 + 1/16 – 0,25 = 1/4 + 1/16 – 1/4 = 1/16, alternativa D, assinalada por 19,4% dos alunos. É pequeno o percentual de acerto em uma questão simples que exige do aluno o domínio de cálculos com potências, conteúdo que deve estar consolidado na 8ª série/9º ano.*

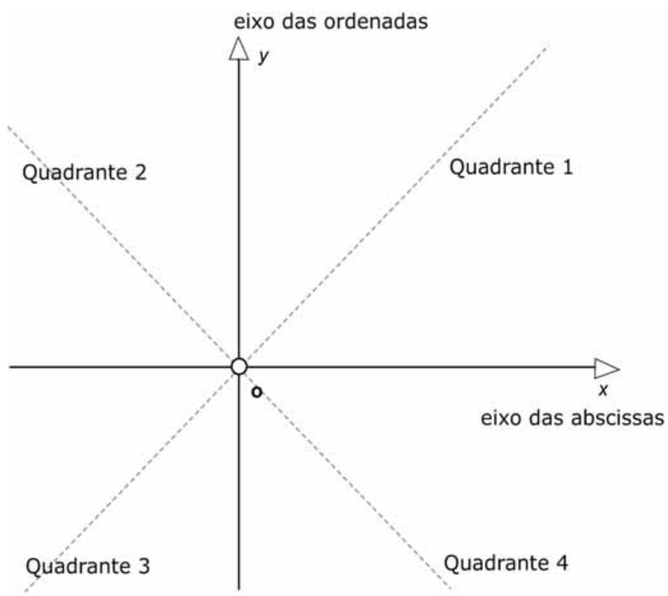
500
475
450
AVANÇADO
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

8ª série
9º ano
EF

Exemplo 24

Habilidade avaliada

H28 Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.



No plano cartesiano, os pontos que têm as ordenadas e abscissas iguais entre si, por exemplo A(2,2) e B(-1,-1), estão sobre

a. o eixo das abscissas.
b. o eixo das ordenadas.
c. **a bissetriz dos quadrantes ímpares.**
d. a bissetriz dos quadrantes pares.

a	b	c	d
24,4%	30,6%	25,6%	19,2%

Os alunos que identificaram no gráfico as retas pontilhadas como bissetrizes dos quadrantes devem ter assinalado a alternativa correta C. Isto ocorreu para apenas 25,6% dos alunos. Não é possível uma análise consistente dos prováveis erros de quem marcou as demais alternativas.

Exemplo 25

Habilidade avaliada

H32 Calcular o volume de prismas em diferentes contextos.

Um restaurante oferece suco para seus clientes em copos com formato de prisma, cuja base é um quadrado de área 0,25 dm^2.

Sabendo que 1 dm^3 = 1 litro, se a altura de cada copo é 1,2 dm, então a quantidade de copos equivalente a uma jarra com 1,8 litro é:

a. 7
b. 6
c. 5
d. 4

a	b	c	d
17,3%	**34,7%**	21,1%	26,7%

Para resolver o problema, os alunos devem ter a compreensão do conceito de volume de um prisma: produto da área da base pela medida da altura.

A capacidade de cada copo é dada por 0,25 · 1,2 = 0,30 dm^3. Como 1 dm^3 = 1 litro, a capacidade do copo é de 0,30 litro.

Agora, basta dividir 1,8 por 0,30 para obter 6, quantidade de copos equivalente a uma jarra de 1,8 litro. Esta solução é apresentada na alternativa B, marcada por 34,7% dos alunos. Se observamos que o problema pede do aluno um conhecimento básico (conceito de volume de um prisma), podemos aceitar que este percentual de acerto é pequeno para a série/ano em pauta.

Exemplo 26

Habilidade avaliada

H33 Utilizar a razão π no cálculo do perímetro e da área da circunferência.

Quando Mariana conheceu o relógio das flores, que é circular, ela ficou admirada com seu tamanho.

Para descobrir a medida da circunferência do relógio, ela deverá

a. **multiplicar o diâmetro do relógio por π.**
b. dividir o diâmetro do relógio por π.
c. multiplicar o raio do relógio por π.
d. dividir o raio do relógio por π.

a	b	c	d
34,1%	20,9%	32,1%	12,7%

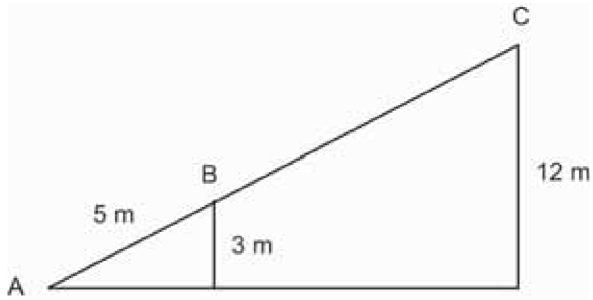
O problema apenas pede que o aluno conheça a fórmula para determinar o comprimento de uma circunferência: $2\pi r = \pi$ vezes a medida do diâmetro ($2r$). Resposta dada na alternativa A, assinalada por 34,1% dos alunos. Os demais alunos possivelmente não conhecem a fórmula.

Exemplo 27

Habilidade avaliada

H30 Resolver problemas em diferentes contextos que envolvam triângulos semelhantes.

Priscila está subindo uma rampa a partir do ponto A em direção ao ponto C. Após andar 5 metros, ela para no ponto B, situado a 3 metros do chão, conforme a figura.

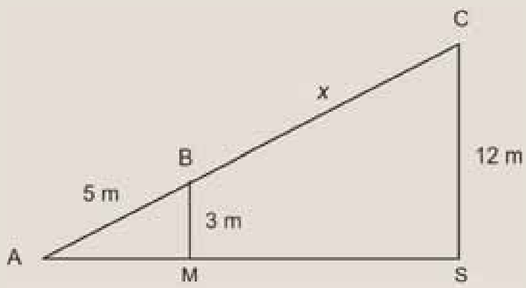


Para que Priscila chegue ao ponto C, situado a 12 metros do chão, ela ainda precisa andar:

a. 20 m
b. 15 m
c. 10 m
d. 5 m

a	b	c	d
24,5%	41,1%	26,5%	7,7%

Os alunos precisam perceber, analisando a figura, que os triângulos ACS e ABM são semelhantes, pelo critério: se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes (veja a figura a seguir).



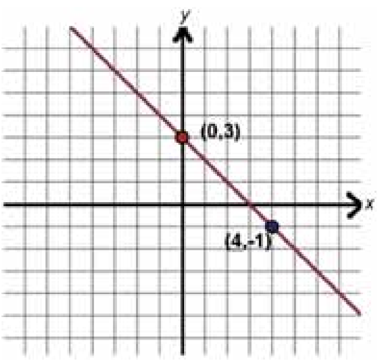
Usando a proporcionalidade permitida pela semelhança dos dois triângulos, temos:

$\frac{12}{3} = \frac{5+x}{5} \rightarrow 12 \cdot 5 = 3(5 + x) \rightarrow 60 = 15 + 3x \rightarrow 45 = 3x \rightarrow x = 15$ m, *alternativa B, assinalada por 41,1% dos alunos. Não há evidências cabíveis que justifiquem os possíveis erros.*

Exemplo 28

Habilidade avaliada

H28 Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.



Indique a equação que define a reta representada no plano cartesiano abaixo.

a. $x - y = 3$

b. $-x - y = 3$

c. $\boldsymbol{x + y = 3}$

d. $3x + 3y = 0$

a	b	c	d
24,7%	16,7%	34,4%	24,0%

Trata-se da determinação da equação de uma reta, conhecidas as coordenadas de dois de seus pontos: (0,3) e (4,-1).

A reta tem equação dada por y = ax + b, onde a é o coeficiente angular e b, o linear.

O coeficiente linear desta reta é 3, e o coeficiente angular pode ser obtido de

$$\frac{-1-3}{4-0} = \frac{-4}{4} = -1$$

Temos, assim, y = ax + b e y = -x + 3 ou, y + x = 3, alternativa C,assinalada por 34,4% dos alunos. Os demais alunos provavelmente não dominam o conteúdo que permite determinar a equação de uma reta passando por dois pontos.

SARESP NA ESCOLA

Após a leitura dos itens e de suas análises, faça você também um exercício de interpretação de uma questão do SARESP 2009. Procure analisar os resultados (a porcentagem indicada após cada alternativa).

Exemplo 29

Habilidade avaliada

H45 Resolver problemas que envolvam ideias básicas de probabilidade.

As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso.

A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{1}{4}$

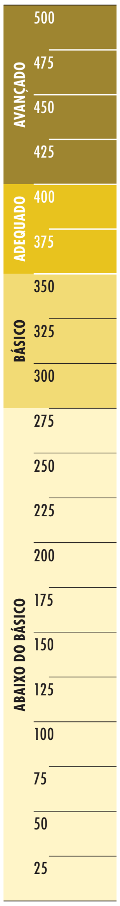
c. $\frac{2}{3}$

d. $\frac{2}{5}$

a	b	c	d
24,7%	35,5%	20,3%	19,4 %

Considerações sobre o item e o desempenho dos alunos:

8ª série 9º ano EF



2.7. ANÁLISE DO DESEMPENHO

4ª série/5º ano
Ensino Fundamental

6ª série/7º ano
Ensino Fundamental

8ª série/9º ano
Ensino Fundamental

3ª série
Ensino Médio

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
ABAIXO DO BÁSICO

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO < 275

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 58,3%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 3ª série do Ensino Médio no nível:

analisam os coeficientes de uma equação do 2° grau a partir do seu gráfico;

calculam:

- o produto de dois números usando logaritmos;
- o valor do quociente de funções trigonométricas em pontos dados por ângulos desenhados em um triângulo retângulo;

identificam:

- a equação da circunferência, dada a medida do seu raio;
- a expressão matemática de uma função exponencial definida em linguagem corrente;
- a figura que se obtém a partir da representação gráfica de quatro números complexos;
- a função que pode corresponder à fatoração de um polinômio de 5° grau;
- a função que traduz a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais, dados alguns de seus valores em uma tabela;
- a possível função a que pertencem três pontos, dadas as suas coordenadas;
- a sequência que é uma progressão geométrica, dadas as definições de progressões aritmética e geométrica;
- as coordenadas geográficas que definem a localização de uma cidade assinalada em um mapa; projeção de Mercator;
- as figuras geométricas que, na planificação de um prisma, definem as suas faces;
- características de uma função de 2° grau apresentada graficamente;
- figuras semelhantes a partir de triângulos, desenhadas com valores de lados e ângulos;
- o gráfico cartesiano de um sistema de equações do 1° grau, dada a forma analítica do sistema;
- o gráfico de uma função linear;
- o gráfico que representa uma função do 2° grau;

resolvem equação logarítmica;

resolvem equação trigonométrica, com seno e cosseno de 30°;

resolvem problema envolvendo:

- a área das faces de uma pirâmide;
- a modelagem e a resolução de uma equação do 1° grau;
- as relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 2° grau;

3ª série EM

- cálculo de probabilidade a partir de dados apresentados em uma tabela;
- conceito de proporcionalidade direta;
- contagem e o princípio multiplicativo;
- contagem e permutação, dada a definição de permutação;
- fuso horário;
- medidas de ângulos de um polígono de n lados inscrito em uma circunferência;
- o cálculo da probabilidade de eventos que se repetem;
- o cálculo da taxa de crescimento de uma variável que cresce exponencialmente, de acordo com uma função dada;
- o cálculo de índices dados a sua definição e informações em um infográfico;
- o perímetro de uma figura plana;
- o Teorema de Pitágoras;
- o termo geral de uma sequência de associadas a números (triângulo de Sierpinski);
- o volume de um cilindro;
- o volume de um paralelepípedo;
- relação de proporcionalidade direta;
- relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 3° grau, dadas estas relações para uma equação na forma genérica;
- relações trigonométricas no triângulo retângulo;
- volume de um paralelepípedo.

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
ABAIXO DO BÁSICO

NÍVEL BÁSICO $\geq$ 275 A $<$ 350

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 36,8%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 3ª série do Ensino Médio no nível:

calculam:

- a moda e a mediana de um conjunto de valores, dadas as definições destes parâmetros;
- o valor de determinada "taxa de fecundidade" com dados apresentados em tabela, a partir da definição do índice;

determinam o número de vértices de um octaedro, dada a relação de Euler;

identificam:

- a função que traduz uma relação de proporcionalidade inversa;
- a inequação associada à região sombreada de um plano desenhado no sistema cartesiano;
- a ordem em que se apresentam, localizados na reta, três pontos, dadas as suas coordenadas;
- a sentença matemática que traduz a definição dada do volume de um cilindro;
- as características de uma função de 1° grau;
- as coordenadas dos vértices de um triângulo desenhado em um sistema cartesiano;
- figuras planas semelhantes desenhadas em uma malha quadriculada;
- intervalo de crescimento de uma função, dado o seu gráfico;
- o polígono que tem o mesmo perímetro de um quadrado, com medida do lado conhecida;
- o ponto solução de um sistema de equações do 1° grau representado por duas traçadas no sistema cartesiano;
- o termo geral de uma sequência numérica definida em linguagem corrente;
- posições de números da reta marcada de 0 a 1 e, com escala de 0,1 em 0,1;
- quadrados e triângulos retângulos em uma figura;
- triângulos semelhantes a partir das suas representações em figuras e dadas as medidas de seus lados;
- um dodecaedro, dados os números de seus vértices e arestas e a relação de Euler;

localizam pontos no sistema cartesiano;

resolvem problema de contagem aplicando o princípio multiplicativo;

resolvem problema envolvendo:

- a determinação da equação de uma reta apresentada em um gráfico;
- a determinação de ângulos em uma pavimentação com polígonos;

- a modelagem e a resolução de uma equação do 2° grau;
- a modelagem e a resolução de uma equação do 1° grau;
- a soma de termos de uma progressão aritmética, dada a fórmula para o cálculo;
- comprimento do círculo máximo e volume da esfera, dadas as fórmulas;
- função exponencial;
- grandezas direta e inversamente proporcionais;
- o volume de um cone;
- o volume de um prisma de base quadrada;
- porcentagem, com dados apresentados em um gráfico setorial;
- porcentagem, com dados apresentados em uma tabela;
- progressão geométrica, dada a fórmula do seu termo geral;
- relações métricas no triângulo retângulo;
- relações trigonométricas no triângulo retângulo;
- um sistema de equações do 1° grau;
- uma função de 1° grau a partir de sua representação por uma reta, traçada em um referencial cartesiano;
- a modelagem e a resolução de um sistema de três equações e três incógnitas;
- o cálculo de média ponderada;

resolvem problema simples envolvendo cálculo de probabilidade;

resolvem problema traduzido por uma equação do 1° grau;

resolvem uma equação exponencial.

500
475
450
425
400
375
350
BÁSICO
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

500
475
450
425
400
375 ADEQUADO
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

NÍVEL ADEQUADO ≥ 350 A < 400

Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 4,4%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 3ª série do Ensino Médio no nível:

determinam o 17° termo e uma progressão aritmética de 1° termo 3 e razão 4;

identificam:

- a planificação de um poliedro apresentado em um desenho;
- o gráfico setorial associado a dados apresentados em um texto;
- o sólido associado a um poliedro apresentado em figura;
- triângulos semelhantes obtidos a partir dos cruzamentos de retas desenhadas em um triângulo;

interpretam informações a partir de dados apresentados em um gráfico de colunas.

3ª série EM

NÍVEL AVANÇADO ≥ 400

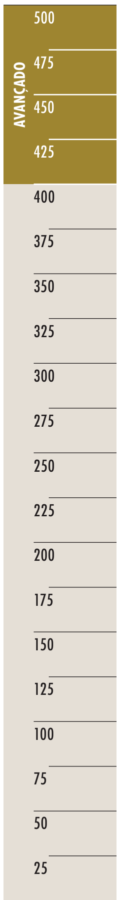
Percentual de alunos da Rede Estadual no nível: 0,5%

Descrição das habilidades no nível

Os alunos da 3ª série do Ensino Médio no nível:

identificam:

- o gráfico de barras horizontais associado a dados apresentados em uma tabela de quatro colunas;
- pontos no sistema cartesiano associados a um objeto de batalha naval.



SARESP NA ESCOLA

Professor(a), no tópico 2.7. da Parte 3, há um exercício de interpretação dos resultados do SARESP 2009 para a 3ª série do EM.

Para a análise, a escala de descrição por pontos, disponível nos anexos deste documento, é retomada, agora na perspectiva de agrupamento dos pontos em níveis (Abaixo do Básico, Básico, Adequado, Avançado) para a série.

Devido ao caráter de continuidade da escala, o desempenho dos alunos nos pontos incorpora os dos demais. Portanto, ao se considerar a análise de desempenho em uma série/ano/nível deve-se refletir sobre o desempenho nas séries/anos/níveis anteriores a ela apresentadas e sua representação nos pontos da escala.

Ao lado de cada nível/série/ano foi colocada a porcentagem de desempenho dos alunos da Rede Estadual. Essa indicação revela o caráter mais importante desse processo. As diferenças de desempenho associadas aos níveis demonstram que há alunos com conhecimentos muito diferentes em cada série/ano. O propósito é que se tenha o maior número possível de alunos no nível Adequado por série/ano. Essa é uma forma de ler os resultados. Certamente, cada escola vai escolher o melhor caminho para interpretá-los e traduzi-los em seus projetos pedagógicos.

Para reflexão:

Retome novamente os dados de sua escola e coloque nos espaços as porcentagens dos alunos da **3ª série do EM** em cada nível:

- Nível Abaixo do Básico: < 275 (......)
- Nível Básico: ≥ 275 a < 350 (......)
- Nível Adequado: ≥ 350 a < 400 (......)
- Nível Avançado: ≥ 400 (......)

Leia o elenco de habilidades descritas para cada nível no tópico 2.7. (Descrição das habilidades no nível). Elas representam o desempenho dos alunos da Rede Estadual no SARESP 2009. Se desejar, vá até o anexo deste documento para compará-las com a descrição apresentada na escala de proficiência.

Faça uma interpretação dos resultados para cada nível (Análise pedagógica do nível), com base nos dados apresentados na escala de proficiência.

Quais são as diferenças e semelhanças entre as habilidades de cada nível?

Observe as habilidades indicadas no nível Básico. Você considera que os alunos que apresentam essas habilidades têm condições para acompanhar os cursos subsequentes?

Retome as Matrizes de Referência para a Avaliação e verifique como as habilidades indicadas nos níveis se apresentaram no desempenho dos alunos.

Observe quais são as habilidades que apenas os alunos situados nos níveis Adequado e Avançado dominam.

Agora, considere as atuais séries de sua escola e contextualize a sua interpretação dos níveis.

Quais conteúdos/competências/habilidades previstos são essenciais para que os alunos possam dar continuidade aos estudos (quais são os limites)?

Como será verificado especificamente se os alunos apresentam o domínio dos conteúdos/competências/habilidades previstos?

O que será feito com os alunos que não têm domínio do que está previsto? Qual é a proposta de recuperação da escola?

2.8. EXEMPLOS DE ITENS DA PROVA SARESP 2009 POR NÍVEL

AVANÇADO	500
	475
	450
	425
ADEQUADO	400
	375
BÁSICO	350
	325
	300
ABAIXO DO BÁSICO	275
	250
	225
	200
	175
	150
	125
	100
	75
	50
	25

4ª série/5º ano
Ensino Fundamental

6ª série/7º ano
Ensino Fundamental

8ª série/9º ano
Ensino Fundamental

3ª série
Ensino Médio

Os itens foram selecionados segundo o nível a que se referem, o que de certa forma permite que se tenha uma ideia da facilidade ou dificuldade encontrada pelos alunos para solucioná-los.

A cada nível faz-se uma breve descrição das habilidades mobilizadas pelos alunos para resolver o conjunto de itens ali classificados. Além disso, os itens selecionados foram comentados, destacando-se a distribuição das respostas pelas alternativas e as possíveis explicações para as respostas dos alunos.

Os professores podem ampliar as análises ou inferir outras possibilidades de desempenho devido ao conhecimento particular que possuem de suas turmas.

NÍVEL ABAIXO DO BÁSICO: MENOR DO QUE 275 (< 275)

Os itens para o desempenho neste nível não podem ser divulgados porque são de reserva técnica ou são questões do SAEB.

NÍVEL BÁSICO: ENTRE 275 E 350 (≥ 275 A < 350)

Exemplo 1

Habilidade avaliada

H36 Interpretar e construir tabelas e gráficos de frequências a partir de dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas.

A tabela abaixo apresenta a participação de diferentes itens no orçamento de uma família média de certa cidade brasileira.

Itens	Participação no orçamento
Alimentação	38%
Habitação	18%
Despesas Pessoais	20%
Vestuário	8%
Transportes	10%
Saúde	3%
Educação	3%

A família Souza tem uma renda mensal de R$ 1.500,00. Baseado na tabela, o gasto desta família em transporte e despesas pessoais é de, aproximadamente:

a. R$ 750,00
b. R$ 600,00
c. **R$ 450,00**
d. R$ 300,00
e. R$ 250,00

a	b	c	d	e
15,9%	10,9%	51,7%	13,6%	7,8%

Os alunos devem extrair informações a partir dos dados da tabela para resolver o problema proposto. Assim, os gastos com transporte e despesas pessoais somam 30% (10% + 20%), que representam 30% de 1 500 = 450,00 reais, alternativa C, assinalada por 51,7% dos alunos. As demais opções não sustentam uma análise consistente sobre os erros.

500
475
450
425
400
375
350
325
BÁSICO
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 2

Habilidade avaliada

H14 Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares até a 3ª ordem.

Uma lata cheia de achocolatado em pó pesa 400 gramas. A lata, com apenas metade da quantidade de achocolatado, pesa 250 gramas.

Quanto pesa a lata vazia?

a. **100 gramas.**
b. 150 gramas.
c. 160 gramas.
d. 180 gramas.
e. 200 gramas.

a	b	c	d	e
53,3%	37,9%	2,9%	2,1%	3,6%

Os alunos precisam escrever em linguagem matemática o problema proposto:

Chamando de x o peso da lata vazia e de y o peso do achocolatado que pode enchê-la, temos

$$\begin{cases} x + y = 400 \\ x + y/2 = 250 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, vem:

$x + y = 400$
$\underline{x + y/2 = 250\ -}$
$y/2 = 150 \rightarrow y = 300\ g \rightarrow x = 100\ g$*, alternativa A, marcada por mais da metade (53,3%) dos alunos.*

Não sabemos se os erros cometidos pelos alunos que optaram pelos distratores são devidos à tradução para a linguagem matemática e/ou à resolução do sistema.

3ª série EM

Exemplo 3

Habilidade avaliada

H04 Representar, por meio de funções, relações de proporcionalidade direta, inversa e direta com o quadrado.

A distância entre duas cidades é 160 km e Jair vai percorrê-la num tempo t com uma velocidade média v. Por exemplo, se Jair for a 80 km/h, isto é, percorrer 80 quilômetros em cada hora, ele demorará 2 horas para completar os 160 quilômetros.

Assinale a alternativa que mostra a relação entre v e t.

a. $v = 160t$

b. $v = \frac{t}{160}$

c. $v = 160 + t$

d. $v = 160 - t$

e. $\mathbf{v = \frac{160}{t}}$

a	b	c	d	e
13,3%	22,0%	13,4%	6,8%	**44,3%**

Trata-se de escrever em linguagem matemática a relação entre as variáveis velocidade e tempo. Claramente a alternativa correta é D, assinalada por 44,3% dos alunos. Observe-se que a relação velocidade = espaço/tempo é conhecida dos alunos e muitos deles possivelmente não precisaram do exemplo dado no enunciado do problema para descobrir a resposta correta. O percentual de acerto é muito pequeno em face do problema de baixa complexidade e da série cursada pelos alunos.

500
475
450
425
400
375
350
325 BÁSICO
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 4

Habilidade avaliada

H14 Resolver situações-problema por intermédio de sistemas lineares até a 3ª ordem.

João, Sandra e Marcos têm ao todo 100 reais. Juntando-se a quantia de Marcos ao dobro da soma das quantias de João e Sandra, totalizam-se 150 reais. Por outro lado, somando-se o dinheiro de João com o dobro da soma das quantias de Sandra e Marcos, obtêm-se 180 reais.

Portanto, as quantias de João, Sandra e Marcos são respectivamente:

a. **20, 30 e 50.**
b. 10, 35 e 55.
c. 35, 10 e 55.
d. 10, 55 e 35.
e. 30, 50 e 20.

a	b	c	d	e
45,9%	11,8%	16,6%	9,1%	16,3%

Chamando de x a quantia em reais de João, y a de Sandra e z a de Marcos, podemos escrever o problema proposto da seguinte forma:

$$\begin{cases} x + y + z = 100 & (I) \\ 2(x + y) + z = 150 & (II) \\ x + 2(y + z) = 180 & (III) \end{cases}$$

De (I), $x + y = 100 - z$

Em (II), $2(100 - z) + z = 150 \rightarrow 200 - z = 150 \rightarrow z = 50$

De (I), $y + z = 100 - x$

Em (III), $x + 2(100 - x) = 180 \rightarrow x + 200 - 2x = 180 \rightarrow x = 20 \rightarrow y = 30$

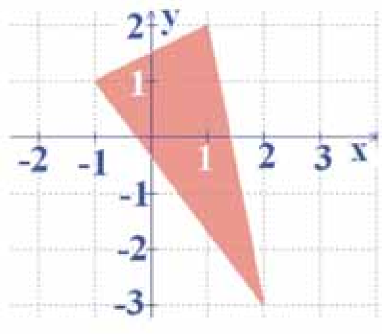
A resposta 20, 30, 50 aparece na alternativa A, marcada por cerca de 46% dos alunos. Não sabemos se os erros cometidos pelos alunos que optaram pelos distratores são devidos à tradução do problema para a linguagem matemática e/ou à resolução do sistema.

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H20 Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas.

Observe a figura abaixo.



As coordenadas dos vértices do triângulo são:

a. **(-1,1), (1,2) e (2,-3).**
b. (1,-1), (2,1) e (-3,2).
c. (-1,1), (-2,-1) e (3,-2).
d. (1,-1), (2,1) e (3,-2).
e. (-1,1), (1,2) e (-3,2).

a	b	c	d	e
44,7%	19,1%	11,3%	8,7%	16,1%

Esta questão requer dos alunos o conhecimento da representação de pontos nos eixos cartesianos. A alternativa correta é A, assinalada por apenas 44,7% dos alunos, em uma questão que exige conceitos fundamentais e básicos que devem estar muito bem consolidados na 3ª série do Ensino Médio. Não há hipóteses plausíveis sobre os possíveis erros.

Exemplo 6

Habilidade avaliada

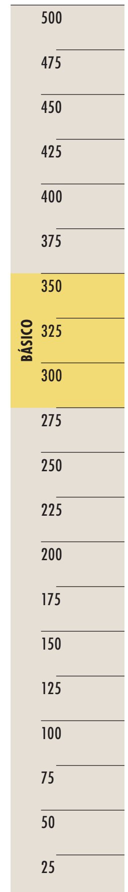
H26 Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.

Um poliedro convexo tem 20 vértices e 30 arestas.

Lembre-se: V + F = 2 + A

Este poliedro é um:

a. icosaedro (20 faces).
b. cubo (6 faces).
c. **dodecaedro (12 faces).**
d. octaedro (8 faces).
e. tetraedro (4 faces).



a	b	c	d	e
21,4%	13,6%	44,5%	13,1%	7,2%

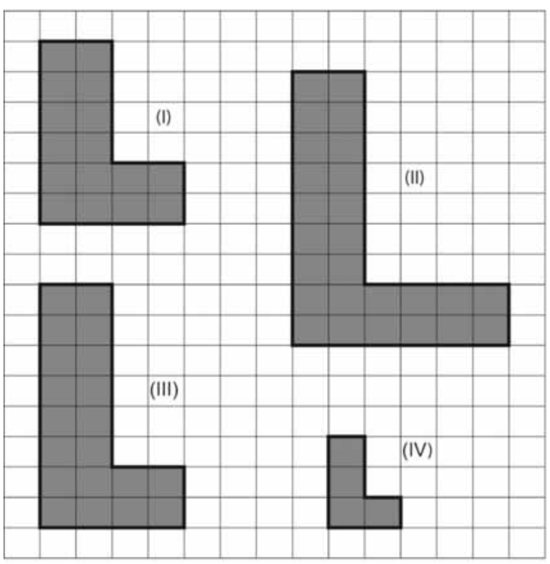
Neste problema, os alunos devem apenas aplicar a relação de Euler, dada no enunciado, e concluir que o poliedro de 20 vértices e 30 arestas tem o número de faces F dado por 20 + F = 2 + 30 $\rightarrow$ F = 12, alternativa C, assinalada por apenas 44,5% dos alunos. Percentual de acerto pequeno em vista do nível baixo de dificuldade do problema e da série em pauta. Não conseguimos levantar hipóteses plausíveis sobre os erros.

Exemplo 7

Habilidade avaliada

H24 Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

Daniela é desenhista e trabalha com letras estilizadas. Ela dispôs alguns modelos da letra L numa malha quadriculada, constituída de quadrados iguais, conforme a ilustração a seguir:



Podemos afirmar que são semelhantes as figuras:

a. (I) e (II).
b. (III) e (IV).
c. (II) e (III).
d. (II) e (IV).
e. **(I) e (IV).**

a	b	c	d	e
10,1	10,4	32,4	7,7	39,2

Os alunos precisam mostrar o conhecimento do conceito de figuras semelhantes considerando a proporcionalidade das medidas de suas dimensões. Assim, as únicas figuras com dimensões proporcionais são I e IV, que mantêm a mesma razão 6 para 3, 2 para 1 e 4 para 2, em todas as suas dimensões. Cerca de 40% dos alunos assinalaram a alternativa correta E e não podemos levantar hipóteses plausíveis sobre os erros.

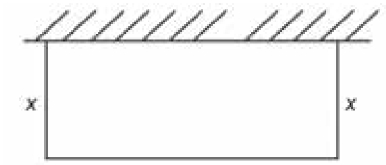
NÍVEL ADEQUADO: ENTRE 350 E 400 (≥ 350 A < 400)

Exemplo 8

Habilidade avaliada

H08 Resolver problemas envolvendo equações do 2° grau.

Ulisses gosta de cultivar flores. Como no quintal de sua casa há um espaço disponível, junto ao muro do fundo, ele deseja construir um pequeno canteiro retangular e, para cercar os três lados restantes, pretende utilizar os 40 m de tela de arame que possui. Como ainda está indeciso quanto às medidas, fez o seguinte desenho.



Quais as medidas dos lados do canteiro para que sua área seja de 200 m²?

- **a.** 10 e 20.
- **b.** 15 e 25.
- **c.** 5 e 40.
- **d.** 40 e 160.
- **e.** 20 e 180.

a	b	c	d	e
31,8%	13,0%	19,0%	27,5%	8,7%

Se chamamos y o comprimento do terreno, podemos escrever o problema proposto da seguinte forma:

$$\begin{cases} xy = 200 \\ 2x + y = 40 \end{cases}$$

Resolvendo, vem $x = 200/y$ *e* $2 \,.\, 200/y + y = 40 \rightarrow y^2 - 40y + 400 = 0$.

Resolvida a equação do 2° grau, encontramos o discriminante nulo e as duas raízes iguais a 20. Portanto, $x = 200/y = 200/20 = 10$.

Os valores encontrados 10 e 20 estão na alternativa A, assinalada por 31,8% dos alunos. Novamente, não sabemos se os erros cometidos pelos alunos que optaram pelos distratores são devidos à tradução do problema para a linguagem matemática e/ou à resolução da equação e/ou a erros de cálculo. Também não sabemos quantos alunos possivelmente testaram as alternativas com os dados do enunciado e assinalaram a correta sem passar pela resolução do problema.

Exemplo 9

Habilidade avaliada

H11 Aplicar o significado de logaritmos para a representação de números muito grandes ou muito pequenos, em diferentes contextos.

Usando a tabela abaixo e a propriedade em destaque, pode-se ver que o produto dos números 152 878 e 187 389 é igual a:

Número	Logarítmo	
x	$\log_{10} x$	
1	0	
.	.	
123	2,0899	
152 878	5,1843	$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$
187 389	5,2727	
28 647 655 542	10,4570	
56 278 456 432	10,7503	
78 947 584 499	10,8973	
89 586 678 909	10,9522	
99 099 878 965	10,9960	

a. 99 099 878 965
b. 89 586 678 909
c. 78 947 584 499
d. 56 278 456 432
e. **28 647 655 542**

a	b	c	d	e
16,5%	19,6%	20,4%	17,9%	**25,3%**

Esta questão está proposta para verificar se os alunos dominam as aplicações de logaritmos para cálculos com números muito grandes: 152 878 · 187 389 = ?

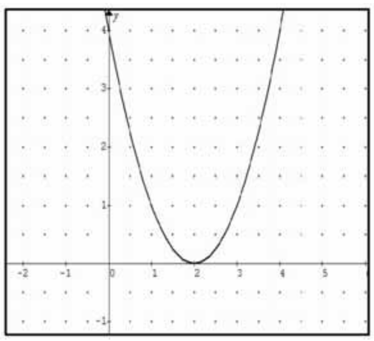
Aplicando logaritmos ao produto, as propriedades e os valores da tabela, temos log (152 878 · 187 389) = log 152 878 + log 187 389 = 5,1843 + 5,2727 = 10,4570. Consultando a tabela novamente, vemos que este resultado é o valor do logaritmo de 28 647 655 542, alternativa E, assinalada por 25,3% dos alunos. Uma das hipóteses sobre os possíveis erros é a pouca familiaridade dos alunos no manuseio das tabelas de logaritmos, uma leitura não compreensiva do enunciado e poucas atividades em sala de aula — ou como tarefa de casa — de problemas deste tipo.

Exemplo 10

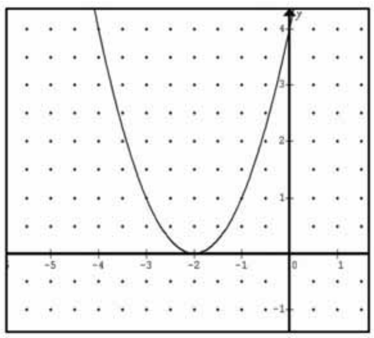
Habilidade avaliada

H09 Identificar os gráficos de funções de 1° e de 2° graus, conhecidos os seus coeficientes.

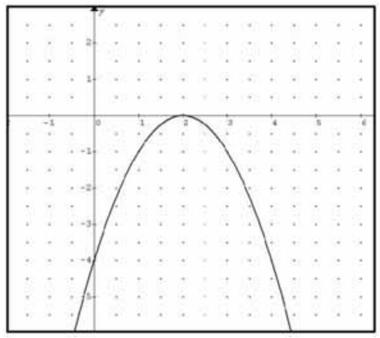
Dada a função f(x) = x^2 - 4x + 4, o gráfico que melhor a representa no plano cartesiano é:



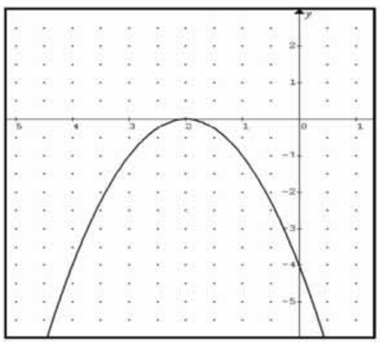
a



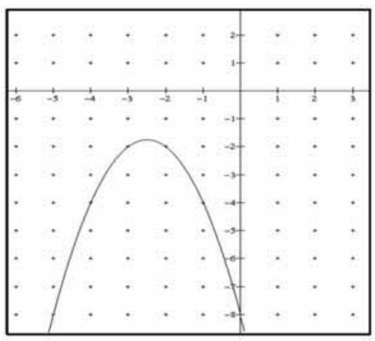
b



c



d



e

a	b	c	d	e
27,7%	25,1%	22,0%	16,4%	8,6%

Para resolver esta questão, os alunos devem analisar a função f(x) = x^2 - 4x + 4 para concluir que seu gráfico é o de uma parábola com a concavidade voltada para baixo. Portanto, são candidatos a representá-la os gráficos mostrados nas alternativas A e B. Por outro lado, os alunos devem perceber que se determinarem as raízes da equação de 2° grau, obtida fazendo f(x) = 0, o problema fica resolvido:

x^2 - 4x + 4 = 0 $\rightarrow$ discriminante nulo e raízes iguais a 2. Então, o gráfico que representa a função está na alternativa A, assinalada por 27,7% dos alunos. É pequeno este percentual de acerto diante de conceitos fundamentais sobre a função do 2° grau que devem estar consolidados ao término do Ensino Médio.

500
475
450
425
400
375 ADEQUADO
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 11

Habilidade avaliada

H33 Resolver problemas que envolvam probabilidades simples.

Foi aplicada uma avaliação de Matemática a uma turma de 40 alunos. A tabela de frequência das notas dessa avaliação está abaixo.

Número de alunos	Nota
1	0
3	1
0	2
2	3
3	4
6	5
8	6
7	7
6	8
2	9
2	10

Todos os alunos com nota igual ou inferior a 5 vão participar de um curso de reforço, a título de recuperação. Escolhido um aluno da turma ao acaso, a probabilidade de ele fazer parte do grupo que participará do curso de reforço é:

a. $\frac{3}{20}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{3}{10}$

d. $\frac{3}{8}$

e. $\frac{3}{5}$

a	b	c	d	e
14,1%	21,6%	23,5%	19,9%	20,7%

3ª série EM

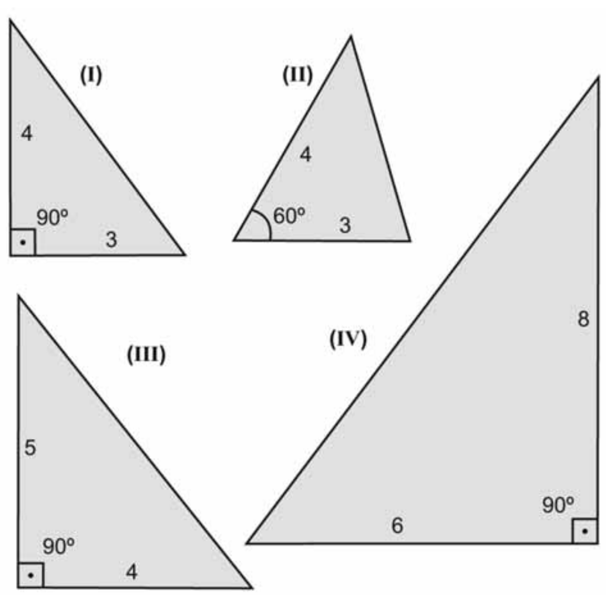
Deve-se determinar, consultando a tabela, a quantidade de alunos que participarão da recuperação (notas iguais ou inferiores a 5). Este total é de 1 + 3 + 0 + 2 + 3 + 6 = 15. Temos 15 alunos no total de 40. A probabilidade de, escolhido um aluno ao acaso, ele fazer parte do grupo que participará do curso de reforço é 15/40 = 3/8, alternativa D, assinalada por apenas cerca de 20% dos alunos.

Exemplo 12

Habilidade avaliada

H24 Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

Abaixo, estão representados alguns triângulos:



Com respeito aos triângulos representados, é correto afirmar que:

a. (I) e (II) são semelhantes.
b. **(I) e (IV) são semelhantes.**
c. (I), (II) e (III) são semelhantes.
d. (I), (III) e (IV) são semelhantes.
e. Todos são semelhantes.

a	b	c	d	e
9,3%	25,7%	8,3%	51,1%	5,5%

São semelhantes os triângulos I e IV, ambos triângulos retângulos e medidas proporcionais: 4/8 ≡ 3/6, alternativa B, assinalada por apenas 25,7% dos alunos.

500 475 450 425 400 375 350 325 300 275 250 225 200 175 150 125 100 75 50 25

ADEQUADO

Exemplo 13

Habilidade avaliada

H38 Analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos.

De acordo com a reportagem transcrita a seguir, o Brasil paga caro pelo trilho importado da China.

Fonte: FOLHA DE S. PAULO. São Paulo, 21 jul. 2008.

Para medir a evolução destas operações comerciais, pode-se definir um índice dado pelo percentual do valor pago pelo Brasil pela tonelada do trilho pronto, em relação ao valor que ele recebe pela venda do minério de ferro equivalente a 1 tonelada de trilho.

De acordo com os dados da reportagem, este índice foi de:

- **a.** 625%
- **b.** 525%
- **c.** 84%
- **d.** 6,25%
- **e.** 4,5%

a	b	c	d	e
20,6%	16,6%	34,1%	20,4%	8,2%

Para calcular o valor do índice definido no enunciado, os alunos devem calcular o percentual do valor pago pelo Brasil pela tonelada do trilho pronto, em relação ao valor que ele recebe pela venda do minério de ferro. Consultando o infográfico, temos:

Valor pago pelo Brasil pela tonelada do trilho pronto = 850 (I)

Valor que o Brasil recebe pela venda do minério de ferro = 136 (II)

O índice foi definido pelo percentual de (I) em relação a (II), isto é:

136 ------- 100%
850 ------- x%

x = 850/136 = 625%, alternativa A, assinalada por apenas 20,6%. Parece que a dificuldade reside na compreensão da expressão "percentual de Q, calculado em relação a S".

500	475	450	425	400 ADEQUADO	375	350	325	300	275	250	225	200	175	150	125	100	75	50	25

Exemplo 14

Habilidade avaliada

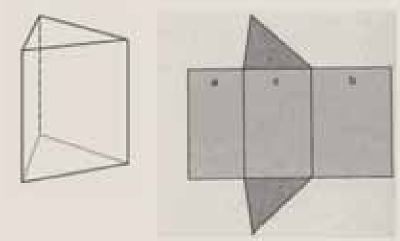
H25 Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

João pode contar, na planificação de um prisma reto de base triangular,

a. **2 triângulos e 3 retângulos.**
b. 3 triângulos e 2 retângulos.
c. 1 triângulo e 4 retângulos.
d. 4 triângulos e 1 retângulo.
e. 3 triângulos e 6 retângulos.

a	b	c	d	e
26,9%	24,4%	16,9%	20,1%	11,4%

Os alunos devem esboçar o prisma e sua planificação:

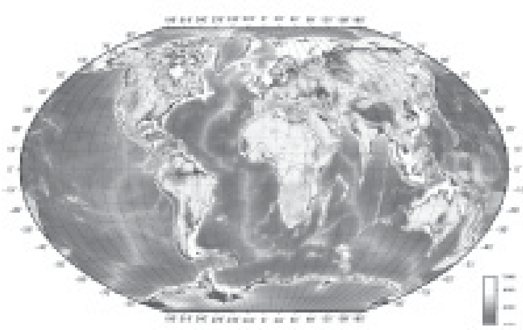


Assim, fica mais fácil ver que na planificação João pode contar 2 triângulos e 3 retângulos, alternativa A, marcada por apenas 26,9% dos alunos. É este o percentual dos alunos que mostram conhecer um prisma reto de base triangular e sua planificação.

Exemplo 15

Habilidade avaliada

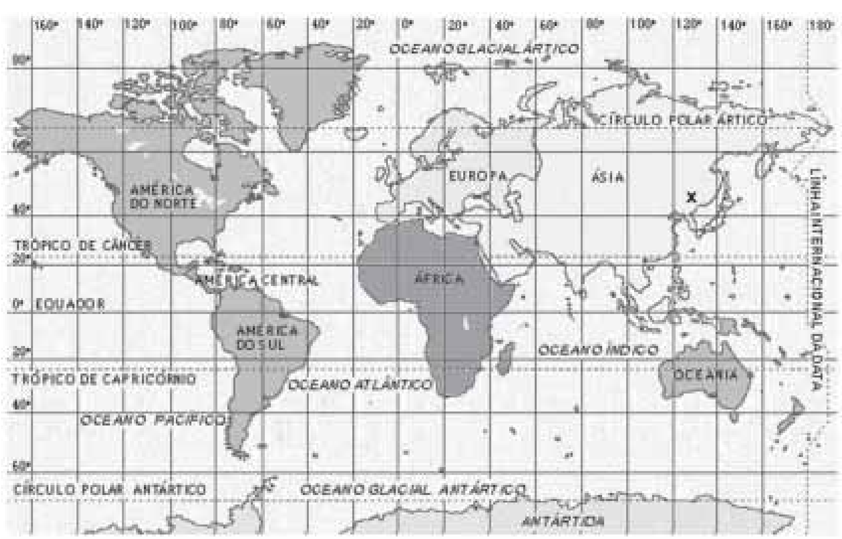
H32 **Identificar fusos, latitudes e longitudes com as propriedades características da esfera terrestre.**



Mercator é o mais famoso autor de mapas dos tempos modernos. Matemático e geômetra, conseguiu a façanha de desenhar um mapa-múndi revolucionário que facilitou enormemente as viagens transoceânicas.

Em 1569 criou a Projeção Mercator, uma autêntica revolução no campo da cartografia: ele conseguiu transformar a esfera terrestre num plano retangular, onde todos os oceanos e continentes se alinhavam, a partir do Equador, separados por quadriculados com 24 traçados verticais e 12 paralelos.

Na projeção de Mercator, representada a seguir, está localizada com um x a cidade de Beijing, na Ásia.



A localização de Beijing é, aproximadamente,

a. 40° N e 120° L.
b. 40° L e 120° N.
c. 40° N e 120° O.
d. 40° O e 120° S.
e. 40° S e 120° N.

a	b	c	d	e
29,6%	28,7%	24,0%	10,5%	7,0%

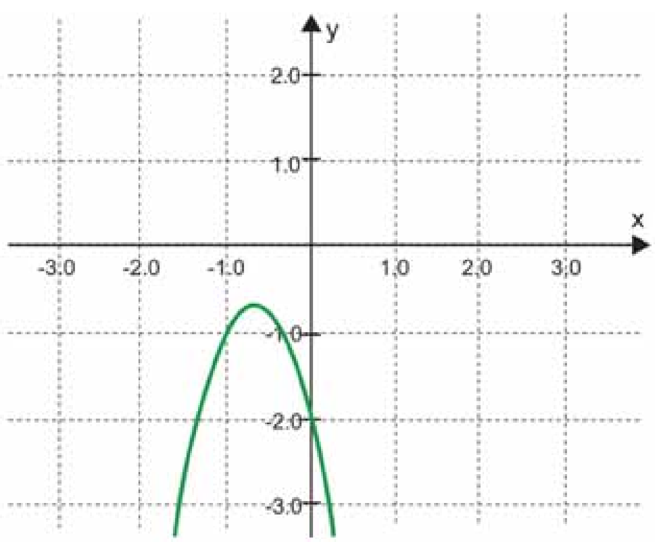
A leitura direta feita na projeção de Mercator e os conceitos de latitude e longitude fornecem as coordenadas de Beijing (antigamente chamada Pequim): 40° N e 120° L, alternativa A, escolhida por apenas cerca de 30% dos alunos.

Exemplo 16

Habilidade avaliada

H06 Descrever as características fundamentais da função do 2° grau, relativas ao gráfico, crescimento, decrescimento, valores máximo ou mínimo.

A função $y = f(x)$, · IR está representada graficamente por:



Pode-se afirmar que a função f:

a. tem raízes reais negativas.
b. possui valor mínimo.
c. tem raízes reais positivas.
d. tem valor máximo igual a -1.
e. não possui raízes reais.

a	b	c	d	e
45,7%	9,7%	7,5%	15,6%	21,3%

Os alunos devem mostrar que sabem identificar as raízes de uma função a partir do seu gráfico: a parábola da função em questão não corta o eixo dos x, o que significa que não existe nenhum número real x que verifique f(x) = 0. Ou seja, esta função não tem raízes reais, alternativa E, assinalada por apenas 21,3% dos alunos. Os que optaram por A, 45,7%, não dominam o conceito de raiz de uma função e sua correspondente representação gráfica.

Exemplo 17

Habilidade avaliada

H30 Resolver problemas que envolvam relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e o cone.

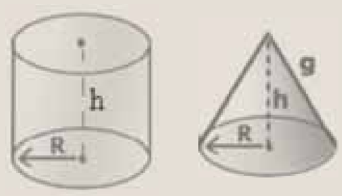
Uma casquinha de sorvete tem o formato de cone circular reto de altura 12 cm e área da base igual a 7 cm². Se fosse utilizada para modelar chocolates para a Páscoa, a capacidade máxima, em cm³, de chocolate que caberia no interior dessa casquinha seria:

a. 14
b. 28
c. 56
d. 84
e. 98

Considere que o volume do cone é 1/3 do volume de um cilindro que tem as mesmas base e altura do cone.

a	b	c	d	e
21,6%	32,8%	17,1%	24,2%	4,1%

Os alunos devem apenas aplicar o conceito de volume de um cilindro: área da base vezes a medida da altura, e considerar 1/3 deste valor, conforme informação no enunciado do problema.



Ou seja:

Volume do cilindro de mesma base e altura do cone: 7 · 12 = 84 cm³

Volume do cone: 1/3 de 84 = 28 cm³, alternativa B, marcada por 32,8% dos alunos.

Exemplo 18

Habilidade avaliada

H12 Resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logaritmos.

O valor de *x* para o qual tem-se $9^x = 27 \cdot 3^x$ é:

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 9

a	b	c	d	e
7,4%	13,0%	15,6%	39,7%	24,1%

Os alunos devem mostra a habilidade de resolver equações que envolvem a incógnita como expoente:

$9^x = 27 \cdot 3^x \rightarrow 3^{2x} = 3^3 \cdot 3^x \rightarrow 3^{2x} = 3^{3+x} \rightarrow 2x = 3 + x \rightarrow x = 3$, alternativa D, assinalada por cerca de 40% dos alunos. Não temos como saber quantos deles "experimentaram", na equação, os valores dados nas alternativas e assinalaram a correta sem ter resolvido a equação.

500
475
450
425
400
375
ADEQUADO
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

3ª série EM

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
AVANÇADO

NÍVEL AVANÇADO: IGUAL OU MAIOR DO QUE 400 (≥ 400)

Exemplo 29

Habilidade avaliada

H03 Resolver problemas que envolvam progressões geométricas.

No começo do desenvolvimento embrionário, todos os tipos de células que irão constituir os diferentes tecidos originam-se de uma única célula chamada "zigoto" ou "célula-ovo". Por meio de um processo chamado mitose, cada célula se divide em duas, ou seja, a célula-ovo origina duas novas células que, por sua vez, irão originar quatro outras e assim sucessivamente.

Após observar 9 ciclos, um cientista registrou 8 192 células.

Assinale a alternativa que mostra o número de células que existiam quando o cientista iniciou a observação.

a. 28
b. 30
c. **32**
d. 34
e. 36

Use: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

a	b	c	d	e
20,3%	14,4%	**30,6%**	16,4%	18,0%

Os alunos devem mostrar ter compreendido que o problema proposto envolve uma progressão geométrica com 1º termo desconhecido (início da observação) e a ser determinado, razão 2, e 9º termo igual a 8 192.

Aplicando a fórmula do termo geral de uma PG, $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$*, temos:*

$8\,192 = a_1 . 2^8 \rightarrow 8\,192 = a_1 \cdot 256 \rightarrow a_1 = 8\,192/256 = 32$*, alternativa C, registrada por 30,6% dos alunos. Podemos supor que uma das dificuldades encontradas pelos alunos que optaram pelos distratores foi a de identificar os elementos da progressão geométrica.*

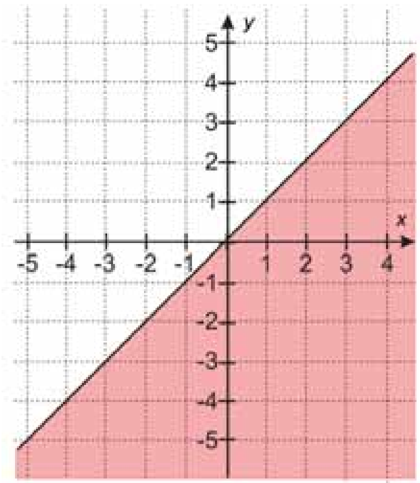
3ª série EM

Exemplo 20

Habilidade avaliada

H22 Representar graficamente inequações lineares por regiões do plano.

Observe o plano cartesiano abaixo.



Os pontos (x,y) que pertencem à região do plano cartesiano, destacada na figura, são aqueles cujas coordenadas x e y satisfazem a inequação:

a. $y > x$
b. $y \leq x$
c. $y \leq 1$
d. $x < y + 1$
e. $y < x + 1$

a	b	c	d	e
27,9%	**31,0%**	11,6%	17,5%	11,7%

Os alunos devem mostrar a habilidade de traduzir em linguagem matemática uma região do plano por meio de relações entre as coordenadas de seus pontos:

Primeiramente, a equação da reta passando pela origem que delimita o plano destacado é dada por $y = x$ e, além dos pontos desta reta, pertencem à região todos os pontos do plano que têm a abcissa x maior que a ordenada y, isto é, todos os pontos (x,y) tais que $y \leq x$, alternativa B, marcada por 31% dos alunos. Aqueles que optaram pelos distratores provavelmente não assimilaram os conceitos de representação cartesiana de pontos, equações e regiões do plano.

500
475
450
425
AVANÇADO
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Exemplo 21

Habilidade avaliada

H23 Identificar as equações da circunferência e das cônicas na forma reduzida, com centro na origem.

O raio de uma circunferência centrada na origem dos eixos cartesianos é igual a 9. A equação desta circunferência é:

a. $x^2 + y^2 = 9$
b. $x^2 + y^2 = 18$
c. $\mathbf{x^2 + y^2 = 81}$
d. $x^2 + y^2 = 324$
e. $x^2 + y^2 = 729$

a	b	c	d	e
40,2%	25,8%	**26,9%**	4,7%	2,3%

Os alunos devem ter conhecimento de que a equação da circunferência com centro na origem (0,0) e raio r é dada por: $x^2 + y^2 = r^2$

Comparando com as alternativas, os alunos podem escolher corretamente a C, como fizeram cerca de 27% deles.

Exemplo 22

Habilidade avaliada

H15 Aplicar as relações entre coeficientes e raízes de uma equação algébrica na resolução de problemas.

O perímetro de um piso retangular de cerâmica mede 14 m e sua área, 12 m².

Assinale a alternativa que mostra a equação cujas raízes são as medidas (comprimento e largura) do piso.

a. $3x^2 + 12x + 21 = 0$
b. $x^2 - 12x + 28 = 0$
c. $\mathbf{x^2 - 7x + 12 = 0}$
d. $4x^2 - 28x + 36 = 0$
e. $x^2 + 2x + 16 = 0$

a	b	c	d	e
14,1%	26,8%	**29,2%**	19,4%	10,3%

O piso retangular referido no enunciado é tal que as medidas de suas dimensões, comprimento e largura, são as raízes x_1 e x_2 de uma equação. Isto é,

$2x_1 + 2x_2 = 14$ *(perímetro)* $\rightarrow x_1 + x_2 = 7$

$x_1x_2 = 12$ *(área)*

Neste ponto, os alunos devem mostrar que conhecem as relações de Girard para uma equação de 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, *de raízes* x_1 *e* x_2*:*

$x_1 + x_2 = - b/a$

$x_1x_2 = c/a$

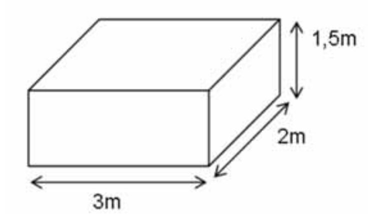
Assim, a equação pedida é $x^2 - 7x + 12 = 0$, *alternativa C, escolhida por cerca de 30% dos alunos.*

Exemplo 23

Habilidade avaliada

H29 **Resolver problemas que envolvam relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro.**

Um tanque para conservação de líquidos tem o formato de um bloco retangular (paralelepípedo reto retângulo) como o da figura abaixo, com 1,5 m de altura, 3 m de comprimento e 2 m de largura e para que fique impermeabilizado todo o interior do tanque, inclusive o da tampa, é revestido com epóxi. Ao comprar os materiais devemos considerar que para a preparação dessa tinta epóxi são misturados dois componentes: uma pasta própria e um catalisador. A cada galão de 3,6 litros de pasta é necessário adicionar 1 litro de catalisador e essa mistura é suficiente para pintar aproximadamente 22 m² da superfície do tanque.



500
475
450 AVANÇADO
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

Assinale a alternativa que mostra, respectivamente, o número mínimo necessário de galões de pasta e de litros de catalisador.

a. 1 e 1.
b. 1 e 2.
c. **2 e 2.**
d. 2 e 3.
e. 3 e 3.

a	b	c	d	e
17,4%	20,2%	21,1%	29,8%	11,3%

Os alunos devem refletir sobre os dados do problema para concluir que serão impermeabilizados um total de 27 m^2, obtidos de:

2 áreas de dimensões 3 por 1,5 $\rightarrow$ $2 \cdot 4,5 = 9\ m^2$

2 áreas de dimensões 2 por 1,5 $\rightarrow$ $2 \cdot 3 = 6\ m^2$

2 áreas de dimensões 3 por 2 $\rightarrow$ $2 \cdot 6 = 12\ m^2$

$(9 + 6 + 12 = 27)$

De acordo com o enunciado, 1 galão de pasta e 1 litro de catalisador são usados para impermeabilizar 22 m^2. A área total determinada é de 27 m^2 e, assim, serão necessários, no mínimo, 2 galões de pasta e 2 litros de catalisador, alternativa C, assinalada por 21,1% dos alunos. Não podemos levantar hipóteses consistentes sobre os prováveis erros.

3ª série EM

Exemplo 24

Habilidade avaliada

H15 Aplicar as relações entre coeficientes e raízes de uma equação algébrica na resolução de problemas.

As três dimensões x_1, x_2, x_3 de um paralelepípedo reto retângulo são numericamente iguais às raízes da equação algébrica $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$, então o volume desse paralelepípedo mede:

- **a.** 7
- **b.** 8
- **c.** 14
- **d.** 28
- **e.** 32

a	b	c	d	e
13,0%	20,0%	27,0%	27,9%	12,0%

Lembre-se:

Para uma equação da forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, sendo as raízes, temos:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

O volume do paralelepípedo é dado por $x_1x_2x_3$ com x_1, x_2, x_3 raízes da equação $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$

Ao contrário de um exemplo anterior, aqui são dadas as relações de Girard para uma equação da forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

Aplicando uma das relações, aquela que coincide com o volume do paralelepípedo, temos $x_1x_2x_3 = 8/1 = 8$, alternativa B, assinalada por 20% dos alunos. Não podemos levantar hipóteses consistentes sobre os prováveis erros.

500 475 450 425 AVANÇADO 400 375 350 325 300 275 250 225 200 175 150 125 100 75 50 25

Exemplo 25

Habilidade avaliada

H32 Identificar fusos, latitudes e longitudes com as propriedades características da esfera terrestre.

O globo terrestre foi dividido em 24 fusos horários. Cada fuso corresponde a 15º (24 · 15º = 360º). Uma cidade A está a 45º oeste do meridiano de Greenwich e a cidade B está a 75º oeste do mesmo meridiano. Quando na cidade A for 12h00, na cidade B será:

a. 13h00
b. 14h00
c. 11h00
d. **10h00**
e. 9h00

a	b	c	d	e
13,0%	46,0%	11,2%	13,7%	16,0%

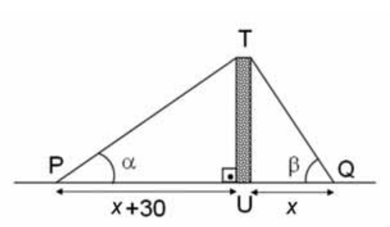
Os alunos devem dominar os conceitos de fusos horários e relacioná-los com as coordenadas geográficas de pontos.

De acordo com o enunciado, a cidade A dista da cidade B de 75º - 45º = 30º que corresponde a 2 fusos horários. As cidades estão a oeste de Greenwich, o que significa que se em A são 12h00, em B (2 fusos) são 2 horas a menos, 10h00, alternativa D, assinalada por apenas 13,7% dos alunos.

Exemplo 26

Habilidade avaliada

H27 Resolver problemas que envolvam razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).



Dois irmãos observam a torre reta TU em um terreno plano, conforme esquematizado na figura. Os seus ângulos de visão medem α e β, sendo tgα = 1/3 e tgβ = 1/2.

O irmão localizado no ponto P está 30 metros mais afastado do pé da torre do que o localizado no ponto Q.

Desprezando as alturas dos irmãos, pode-se concluir que a altura da torre, em metros, é igual a:

- **a.** 60
- **b.** 40
- **c.** **30**
- **d.** 20
- **e.** 10

a	b	c	d	e
26,4%	24,8%	**20,8%**	20,9%	6,9%

Para resolver o problema, os alunos devem conhecer a relação (cateto oposto/cateto adjacente) que envolve o valor da tangente de um ângulo interno de um triângulo retângulo.

No caso da questão, chamando a altura da torre de h, temos:

$tg\alpha = 1/3 \rightarrow 1/3 = h/(x + 30)$

$tg\beta = ½ \rightarrow 1/2 = h/x \rightarrow h = x/2$

$1/3 = h/(x + 30) \rightarrow 1/3 = x/2 : (x + 30) \rightarrow (3/2)x = x + 30 \rightarrow x = 60$

$h = x/2 \rightarrow h = 60/2 = 30$*, alternativa C, marcada por 20,8% dos alunos.*

AVANÇADO

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25

3ª série EM

500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
AVANÇADO

Exemplo 27

Habilidade avaliada

H12 Resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logaritmos.

A solução da equação 2 log *x* = log 4 + log 16 é:

a. 5
b. 8
c. 10
d. 18
e. 20

a	b	c	d	e
5,0%	19,3%	31,9%	17,4%	26,2%

$2 \log x = \log 4 + \log 16 \rightarrow \log x^2 = \log (4 \times 16) \rightarrow \log x^2 = \log 64 \rightarrow x^2 = 64$,

$x = 8$, alternativa B, assinalada por apenas 19,3% dos alunos. Não podemos levantar hipóteses plausíveis a respeito dos possíveis erros.

3ª série EM

SARESP NA ESCOLA

Após a leitura dos itens e de suas análises, faça você também um exercício de interpretação de uma questão do SARESP 2009. Procure analisar os resultados (a porcentagem indicada após cada alternativa).

Exemplo 28

Habilidade avaliada

H35 **Resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidades de eventos que se repetem seguidamente; o binômio de Newton e o triângulo de Pascal.**

O atual campeão olímpico de arco e flecha possui uma marca impressionante: a probabilidade de acerto em alvos que dele distam 300 metros é igual a 4/5.

Qual a probabilidade de, em dois disparos consecutivos, o arqueiro errar os dois?

a. $\frac{2}{25}$

b. $\mathbf{\frac{1}{25}}$

c. $\frac{1}{9}$

d. $\frac{2}{5}$

e. $\frac{3}{5}$

a	b	c	d	e
24,4%	13,5%	13,7%	37,7%	10,5%

Considerações sobre o item e o desempenho dos alunos:

____

____

____

3ª série EM

3. RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

3.1. INDICAÇÕES GERAIS

As sugestões aos professores são apresentadas a partir da identificação de supostos problemas na resolução das questões do SARESP 2009, principalmente naquelas onde o desempenho dos alunos é insuficiente, fraco. Observou-se que, em muitos casos, as possíveis dificuldades aparecem nos resultados da prova, em uma determinada série/ano quando o domínio do conteúdo e a construção das habilidades correspondentes deveriam estar consolidadas em séries/anos anteriores. Essas dificuldades manifestam-se, por exemplo: na 3ª série do EM, na tradução para a linguagem matemática de um determinado problema (também na 6ª/7° e 8ª/9° séries/anos do EF); nas operações com números negativos nas provas da 8ª/9° série/ano do EF; nas escritas fracionárias dos decimais e vice-versa, desde a 6ª/7° série/ano do EF; na resolução de equações porque os coeficientes são fracionários, na 8ª/9° série/ano do EF e na 3ª série do EM etc.

Por acreditarmos que qualquer momento da trajetória escolar apresenta uma dificuldade para o aluno, devemos tentar o melhor dos esforços para ajudá-lo a superá-la; assim, colocamos as sugestões pedagógicas para todas as séries/anos, em conjunto.

Antes, porém, faça uma reflexão com os alunos frente aos resultados do SARESP em Matemática.

Comece por explicar a eles a importância da prova para o professor e o aluno: o professor planeja suas aulas e, em momentos distintos, compara as expectativas de aprendizagem com o que, de fato, os alunos mostram ter aprendido. Dessa comparação ele sabe se deve retomar algum assunto, explicar novamente algum conceito, desenvolver mais atividades sobre alguma técnica operatória, o uso de fórmulas etc. Para os alunos, esse também é um momento de reflexão: ele deve comparar o que pensou que soubesse fazer com o que fez, de fato, na prova. Trata-se de outra dimensão do erro, quando colocado a serviço do professor e do aluno.

Continue o diálogo, conversando com os alunos a respeito da importância de eles se autoavaliarem.

É hora, por exemplo, de explicar aos alunos que a resolução de um problema matemático pode ser observada por meio de etapas (*vide* o esquema ao lado).

Escolha 5 questões do SARESP 2009 dentre aquelas de menor percentual de acerto, a partir da análise pedagógica do relatório. Monte uma prova com itens abertos. Peça aos alunos que resolvam a prova em casa. Na aula seguinte, distribua (ou coloque no quadro para os alunos copiar) a ficha do tipo apresentado a seguir; adapte-a conforme a prova que foi preparada:

Ficha de autoavaliação

Nome do aluno: ______________________________

Data da prova: ______________________________

Questão	Certa	Não sei traduzir o problema para a linguagem matemática	Errei em cálculos	Não entendo o que devo fazer	Não sei a fórmula	Não sei a matéria
1ª						
2ª						
3ª						
4ª						
5ª						

Proposta para resolver minhas dificuldades: ______________________________

Os alunos, com a prova resolvida em mãos, podem acompanhar, participando da correção da prova no quadro. Faça com os alunos uma estatística de quantos assinalaram as colunas 2, 3, 4, 5 etc. Analise com eles as sugestões propostas para a solução das dificuldades. Combine com a turma que atividades serão desenvolvidas.

Na análise pedagógica das questões da prova do SARESP 2009 pudemos destacar pontos em que possivelmente ocorrem as maiores dificuldades dos alunos. Resumimos esses pontos a seguir:

São poucos os alunos que conseguem **identificar**:

- figura com apenas um eixo de simetria, dado um exemplo do eixo de simetria de um triângulo;
- frações equivalentes;
- a representação decimal de 35/100;
- a representação fracionária de um número decimal (0,2);
- a medida do ângulo que determina a simetria de rotação da calota de um pneu, apresentada em uma figura;
- figuras desenhadas na mesma escala;
- números que estão na proporção de 4 para 3;
- a medida em graus de um ângulo apresentado com medida em radianos, dada a definição de radiano;

- o intervalo onde se localiza o radical (46/2)1/2;
- equação da circunferência, dada a medida do seu raio;
- a expressão matemática de uma função exponencial definida em linguagem corrente;
- a figura que se obtém a partir da representação gráfica de quatro números complexos;
- a função que pode corresponder à fatoração de um polinômio de 5° grau;
- a função que traduz a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais, dados alguns de seus valores em uma tabela;
- a possível função a que pertencem três pontos, dadas as suas coordenadas;
- a sequência que é uma progressão geométrica, dadas as definições de progressões aritmética e geométrica;
- as coordenadas geográficas que definem a localização de uma cidade assinalada em um mapa, projeção de Mercator;
- as figuras geométricas que, na planificação de um prisma, definem as suas faces;
- características de uma função de 2° grau apresentada graficamente;
- figuras semelhantes a partir de triângulos desenhadas com valores de lados e ângulos;
- o gráfico cartesiano de um sistema de equações do 1° grau, dada a forma analítica do sistema;
- o gráfico de uma função linear;
- o gráfico que representa uma função do 2° grau.

Também é pequeno o número de alunos que **resolvem problemas** envolvendo:

- cálculo da medida de um ângulo suplementar de outro cuja medida é dada em graus e minutos, com auxílio de figura;
- adição e multiplicação de números inteiros;
- grandezas inversamente proporcionais;
- medidas de temperatura;
- o cálculo da distância real entre duas localidades, dada a distância em um mapa, com escala;
- contagem usando diagrama de árvore, dado o primeiro "galho" da árvore como exemplo (resultados do lançamento de três moedas);
- aplicação do Teorema de Tales;
- relação entre variáveis, expressa no gráfico de uma reta;
- cálculo da área de uma figura plana a partir da sua decomposição em quadrados e retângulos;
- cálculo das medidas de um triângulo ampliado de outro com dimensões dadas;
- cálculo de medida de comprimento a partir de semelhança de triângulos;
- conceito do número π;
- conceito e cálculo de porcentagem;
- o Teorema de Pitágoras;
- o cálculo simples de probabilidade;
- a área das faces de uma pirâmide;

- a modelagem e a resolução de uma equação do 1º grau;
- as relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 2º grau;
- cálculo de probabilidade a partir de dados apresentados em uma tabela;
- conceito e relação de proporcionalidade direta;
- relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 3º grau, dadas estas relações para uma equação na forma genérica;
- contagem e princípio multiplicativo;
- contagem e permutação, dada a definição de permutação;
- fuso horário;
- medidas de ângulos de um polígono de n lados inscrito em uma circunferência;
- cálculo da probabilidade de eventos que se repetem;
- cálculo da taxa de crescimento exponencial de uma variável de acordo com uma função dada;
- o cálculo de índices, dadas a sua definição e informações em um infográfico;
- o perímetro de uma figura plana;
- relações trigonométricas no triângulo retângulo;
- o termo geral de uma sequência de associadas a números (triângulo de Sierpinski);
- o volume de um cilindro;
- o volume de um paralelepípedo.

Finalmente, são poucos os que:

- interpretam informação a partir de dados apresentados em um gráfico de linha;
- resolvem uma equação do 1º grau com coeficientes fracionários;
- calculam $(a - b)^2$;
- calculam o volume de um cilindro a partir da fórmula;
- localizam, no plano cartesiano, os pontos de abcissa e ordenada iguais
- resolvem expressão numérica envolvendo o quadrado de frações e de números decimais, positivos e negativos;
- analisam os coeficientes de uma equação do 2º grau a partir do seu gráfico;
- calculam o produto de dois números usando logaritmos;
- calculam o valor do quociente de funções trigonométricas em pontos dados por ângulos desenhados em um triângulo retângulo;
- resolvem equação logarítmica;
- resolvem equação trigonométrica, com seno e cosseno de 30º.

Em resumo, é grande o número de alunos que **não desenvolveram apropriadamente** as competências e habilidades em:

- Numeração.
- Resolução de problemas.
- Estimativas.

- Frações e decimais.
- Medida.
- Noções de geometria.
- Leitura de gráficos.
- Aplicação de fórmulas e algoritmos.
- Domínio de procedimentos matemáticos (técnicas e regras operatórias).
- Linguagem matemática.

Não cabe, neste relatório, trabalhar cada um destes pontos, mas colocar algumas evidências para permitir que o professor reflita sobre eles na ótica dos conceitos e habilidades matemáticas que se espera que o aluno desenvolva (ponto de vista da Pedagogia) e sobre os processos cognitivos que estão na sua base (ponto de vista da Psicologia).

As operações lógicas, estudadas por Piaget, embasam a compreensão de número e de medida. Vale observar que a maioria das conclusões dos estudos piagetianos é válida para o aprendizado e o ensino da Matemática e foi incorporada ao Construtivismo, enfoque teórico pressuposto na elaboração da Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

De maneira resumida e simples, pode-se afirmar que, de acordo com o enfoque cognitivo, o conhecimento não é uma simples acumulação de dados e informações, mas tem natureza estrutural, construído por meio de relações e operações realizadas com esses dados, formando um todo organizado e significativo.

A construção de conhecimento é **ativa** (compreender requer pensar), **lenta**, **individual** e **gradual** (o aluno regula o seu processo de aprendizagem). Além disso, a construção do conhecimento traz a recompensa da descoberta para o aluno.

Finalmente, a análise do processo cognitivo não rotula o aluno; ao contrário, desvenda as operações mentais e as estratégias que ele utiliza quando realiza cálculos e operações, aplica algoritmos, assimila um conceito, resolve um problema, apresenta um argumento e, principalmente, evidencia os erros que comete, permitindo uma intervenção pedagógica mais consistente e eficaz.

Quando falamos de aprendizagem matemática devemos distinguir entre os seus **aspectos conceituais e computacionais**. De modo geral, a competência matemática é composta de três aspectos: os procedimentais, os conceituais e os simbólicos.

As aprendizagens em Matemática se fazem em cadeia, cada conhecimento entrelaçado com os anteriores, de acordo com um procedimento lógico. Nem sempre a lógica da disciplina que estrutura a sequência de conteúdos corresponde à lógica do aluno que aprende. Os níveis de dificuldade não só vêm marcados pelas características do próprio conteúdo matemático como também pelas características cognitivas dos alunos.

SARESP NA ESCOLA

Para reflexão:

As Propostas Curriculares das disciplinas apresentam planos anuais por séries/bimestres sobre o que deve ser ensinado/aprendido. É importante que os professores formulem seus planos anuais, considerando as possibilidades e ajustes, em relação àqueles indicados nas Propostas.

Os conteúdos e as habilidades apontados nas Propostas Curriculares das disciplinas devem ser observados pelo prisma dos Cadernos do Professor e do Aluno da disciplina/série/ano/bimestre. Nesses Cadernos, há orientações específicas de aulas, avaliações, recursos, metodologias etc.

A Proposta Pedagógica da escola contém os planos anuais de ensino para as disciplinas e séries/anos. Convém retomar os planos de 2010 e compará-los com os resultados do SARESP 2009. Quais são as mudanças que deverão ser realizadas? O que irá permanecer?

Os planos das disciplinas definem explicitamente os conteúdos que se mostraram como sendo os de maior dificuldade nos resultados do SARESP 2009?

O QUE É TESTE DE MÚLTIPLA ESCOLHA? (1)

O teste de múltipla escolha é formado por questões feitas a partir de uma "introdução" ou pergunta e um conjunto de opções, alternativas, entre as quais o aluno deve escolher uma.

É um instrumento muito utilizado, principalmente, em avaliações em larga escala. O aluno deve ser informado sobre a existência de uma única alternativa correta. O número ideal de alternativas é de quatro ou cinco. As alternativas incorretas das questões de múltipla escolha são chamadas distratores.

Vantagens das questões de múltipla escolha:

- podem medir competências e habilidades de diferentes níveis de complexidade cognitiva;
- são de correção fácil e imparcial.

Desvantagens das questões de múltipla escolha:

- são de difícil elaboração: a dificuldade principal é encontrar distratores plausíveis.
- não mostram claramente, ao contrário do que ocorre nas questões abertas e expositivas, os erros e acertos do aluno.

3.2. ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE AS PRINCIPAIS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Dificuldades para compreender e assimilar conceitos.

Os estudos sugerem que sejam consideradas três etapas para a formação de conceitos: trabalhar o aspecto concreto, partindo de situações reais e familiares ao aluno; passar para a fase pictórica, utilizando imagens, ilustrações, ideogramas etc.; e, finalmente, passar à fase simbólica, à fase matemática.

Dificuldades na aquisição das noções básicas e princípios numéricos.

O aluno adquire essas noções entre 5 e 7 anos de idade. Nem todos o fazem neste período e alguns ficam mais tempo ligados as suas percepções, com um pensamento intuitivo próprio do período pré-operatório. Com esses alunos é fundamental ampliar o período de manipulação: se essas noções não são realmente compreendidas, os alunos carregam as dificuldades de aprendizado durante todo o percurso escolar. As dificuldades em cálculos raramente podem ser diagnosticadas antes da 3ª série/4º ano do EF. Do mesmo modo assumem grande importância a superação de dificuldades na representação espacial e na interpretação da informação numérica com a compreensão do significado das operações e as suas regras e algoritmos: o aluno não consegue compreender os sinais aritméticos e o valor posicional dos números. A dificuldade de compreender o sistema de numeração soma-se à escrita dos números. As dificuldades na adição e multiplicação, em geral, aparecem quando o aluno trabalha com números maiores que 10. Na subtração e na divisão, as dificuldades aumentam porque essas operações necessitam mais do que as outras de um processo lógico e têm uma carga menor de procedimentos automáticos.

Dificuldades na resolução de problemas.

Essas dificuldades estão mais relacionadas com a incapacidade do aluno para compreender, representar os problemas e selecionar as operações adequadas do que com a execução propriamente dita. Resolver um problema não é um mero processo de execução de operações matemáticas. A interpretação e a compreensão do enunciado de um problema requerem do aluno habilidades de leitura, de assimilação de conceitos, de uso de simbologia própria, de representação, de aplicação de regras e algoritmos e da "tradução" de uma linguagem para outra.

Observamos em páginas anteriores deste relatório as etapas de matematização para resolução de problemas, ou seja: traduzir o problema em termos matemáticos (em um modelo matemático); efetuar operações sobre o problema matemático para determinar uma solução matemática; refletir sobre o processo de matematização e os resultados obtidos; e comunicar o processo e a solução. Em cada uma dessas etapas pode estar a origem da dificuldade de resolver problemas e ela será perceptível se o professor contar com a correção atenta dos trabalhos e tarefas do aluno. Um aspecto importante é a memória, que desempenha um papel fundamental quando se trata de fixar os aspectos da aprendizagem que necessita das tabuadas, dos automatismos, das regras, dos axiomas etc. Outra observação significativa é verificar se o aluno não está usando uma regra geral que ele próprio criou e que pensa servir para resolver problemas semelhantes.

Dificuldades na compreensão e utilização dos números racionais.

Quando conhece os números racionais, o aluno faz uma ruptura na sua ideia de número inteiro — por isso, a compreensão de números racionais deve ser iniciada e apresentada ao aluno em situações-problema e não associada somente à memorização de técnicas operatórias. O trabalho dos números racionais na forma decimal deve ocorrer relacionado com os sistemas monetário, de numeração decimal e de medidas. Por sua vez, a expressão dos racionais, na forma fracionária e decimal, deve ser trabalhada de modo integrado, desenvolvendo seus significados — a relação parte/todo, quociente, razão. A ênfase deve ser dada ao trabalho com frações equivalentes, com representações gráficas.

Dificuldades de aprendizado de medidas.

Sugere-se que o professor ajude na construção do metro pelos alunos, o que possibilita vivenciar que os princípios que regem o sistema de numeração são os mesmos que regem o sistema de medidas. Tal como é proposto para todos os temas, sugere-se a busca de subsídios na história da Matemática.

Dificuldades de aprendizado de estatística e tratamento da informação.

As noções de estatística e a utilização de gráficos e tabelas devem ser constantemente trabalhadas em sala de aula e em problemas interdisciplinares.

Dificuldades de aprendizado de álgebra.

Em geral, a álgebra que frequenta as escolas dá maior ênfase aos procedimentos, favorecendo um aprendizado mecânico, no qual são tratados praticamente apenas os aspectos das regras e passos na resolução de problemas. O outro lado desse aspecto está o tratamento da álgebra nos seus aspectos mais significativos que são a estrutura lógica dos conteúdos matemáticos e o rigor e a precisão da linguagem. A linguagem é, a princípio, a expressão de um pensamento: não se pode utilizar uma nova linguagem com o aluno sem que esta faça sentido para ele. Quando falamos do pensamento algébrico, referimo-nos à observação da regularidade de alguns fenômenos, os aspectos invariantes dentre outros que variam, a compreensão de que o comportamento de algumas variáveis se modifica na presença da variação de outras etc. Falamos do que está na base do ensino dos conceitos algébricos, como variáveis, incógnitas, expressão, função, equação, construção e análise de representações de situações.

SARESP NA ESCOLA

Para reflexão:

Outra questão fundamental a ser considerada é o que cada aluno deve aprender em cada série/ano. Os conteúdos de aprendizagem vão se tornando mais complexos a cada série. Nos resultados por série/ano essa relação deve ser também relevante na análise.

Durante as aulas, como serão realizadas as intervenções para que os alunos dominem os conhecimentos prévios que não têm?

Quais mudanças devem ser realizadas? O que irá permanecer? O que será modificado?

O QUE É TESTE DE MÚLTIPLA ESCOLHA? (2)

Algumas regras para construção de testes de múltipla escolha:

- Quanto ao enunciado da questão, verifique se: apresenta claramente um único problema proposto para o participante; contém as informações essenciais para a solução do problema proposto, evitando elementos supérfluos; é adequado em relação à dificuldade pretendida, ao tempo disponível para a prova, à quantidade de tarefas a serem executadas para a escolha da alternativa.

- Quanto às alternativas, verifique se: a correta é indiscutivelmente a única; as incorretas (distratores) representam relações possíveis de serem estabelecidas pelo participante, mas não são condições suficientes para a resolução dos problemas; são adequadas em relação ao tempo disponível para a prova; estão colocadas em ordem lógica, crescente ou decrescente, sempre que envolvem valores numéricos; são homogêneas no conteúdo, integrando uma mesma família de fatos e ideias; são homogêneas na forma; são independentes, sem subentendidos ou referências às alternativas anteriores; não contêm "pistas" que possam ajudar o participante na resolução da questão; não contêm elementos (pegadinhas) que possam induzir o participante a erros; não constituem um conjunto de afirmações "falso-verdadeiras" independentes; não contêm certas palavras que induzem a afirmações falsas ou verdadeiras.

3.3. O PAPEL DA AVALIAÇÃO NA SUPERAÇÃO DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Tomar a avaliação como parte integrante do currículo não é mais do que entendê-la como um dos recursos para o ensino e a aprendizagem. Trata-se aqui, principalmente, da avaliação formativa, em processo e que não pode diferir da prática da sala de aula. A comunicação e o questionamento cumprem um papel fundamental em uma avaliação a serviço da aprendizagem. O professor entra com uma intervenção, uma interação que, ocorrendo numa situação de sala de aula, procura não apontar o erro, não corrigir, e sim levar o aluno a raciocinar sobre o que fez e como o fez. São exemplos deste tipo questões: "O que você fez"; "Por que você escolheu esta opção?"; "Por que você pensou assim?"; "Se você quisesse convencer alguém de que isto é verdade, o que diria?".

Cumpre salientar que o ambiente de aprendizagem para que essa prática ocorra deve ser tal que todos os participantes da sala de aula tenham uma postura positiva diante do erro. O erro não pode ser visto como algo que envergonha quem o comete, que o humilhe ou o desvalorize, mas antes como algo que é natural acontecer a todo aquele que percorre caminhos de aprendizagem. Só assim o aluno estará predisposto a expor-se, a partilhar dificuldades e, deste modo, a proporcionar situações em que o professor ou os seus pares poderão intervir para uma regulação com sucesso.

Por fim, é necessário lembrar que as respostas incorretas e também as corretas podem disfarçar a verdadeira aprendizagem dos alunos: as corretas, especialmente as que reproduzem o livro ou o professor, podem encobrir déficits de compreensão da Matemática básica; as incorretas podem representar bons raciocínios, que não podem ser desprezados pelo professor.

Algumas sugestões para minimizar ou prevenir as dificuldades de aprendizagem de Matemática

- Verifique se a dificuldade é de ensino ou é de aprendizagem.
- Contextualize os esquemas matemáticos, subindo os degraus da escala de abstração no ritmo exigido pelo aluno.
- Propicie mais tempo ao aluno para expressar-se.
- Indique sugestões e ajudas ou guias para que o aluno saiba encarar e monitorar seu próprio desempenho.
- Ensine o passo a passo das estratégias convencionais e dos algoritmos.
- Esclareça todos os termos relevantes do vocabulário.

- Use a terminologia de forma consistente na descrição dos procedimentos, evitando linguagem longa ou estruturas sintáticas complicadas.

- Use situações concretas, nos problemas.

- Utilize a curiosidade e a atenção exploratória do aluno como recurso didático.

- Vincule os conteúdos matemáticos a objetivos e situações humanas e significativas.

- Evite: corrigir ou fazer o aluno repetir constantemente seus erros; mostrar impaciência com a dificuldade do aluno, interrompê-lo várias vezes ou tentar adivinhar o que ele quer dizer completando a sua fala; ressalte as dificuldades do aluno, diferenciando-o dos demais.

- Garanta: a assimilação do "velho" antes de passar ao "novo"; o domínio dos códigos de representação dos procedimentos e conteúdos, verificando se a "tradução" da linguagem verbal em códigos matemáticos realiza-se com facilidade.

- Incentive seus alunos a propor problemas e apresentá-los no quadro para fazê-los em casa.

- No final de cada aula, faça uma síntese do que foi visto e trabalhado e procure iniciar cada período de aula com um resumo da sessão anterior e uma visão geral dos novos temas.

- Reforce os sucessos, favoreça a autoestima e a segurança pessoal do aluno.

SARESP NA ESCOLA

Para reflexão:

Retome os Cadernos do Professor e do Aluno. Observe as recomendações feitas para todas as séries/anos. Pontue algumas situações de aprendizagem dos Cadernos que correspondam às recomendações. Aplique em sala de aula as atividades escolhidas.

O QUE É TESTE DE MÚLTIPLA ESCOLHA? (3)

De modo geral, para qualquer tipo de instrumento de avaliação elaborado, verifique se:

- a prova apresenta questões com níveis de dificuldade alto, médio e baixo e decida o número de itens em cada nível. São diferentes os resultados bons em uma prova fácil e em uma prova mais difícil. Por outro lado, a definição dos níveis de dificuldade permite estudar melhor o comportamento da turma: quantos alunos só resolveram as mais fáceis, por exemplo.

- a prova discrimina os alunos quanto ao seu desempenho, isto é, verifique se ela apresenta questões de diferentes níveis de dificuldade. Um item é discriminativo quando é respondido corretamente pelo estudante que sabe e não é respondido ou respondido de modo errado pelos que não sabem. Questões que todos acertam ou todos erram não são discriminativas.

- apresenta uma redação clara e correta, segundo os padrões da norma culta da língua portuguesa (ortografia, pontuação, gramática), evitando regionalismos.

- os "textos-base" utilizados na introdução do problema, na própria questão ou no enunciado estão corretos, contêm informações pertinentes e necessárias e apresentam citação bibliográfica segundo as normas da ABNT. A escolha dos autores deve ser bastante criteriosa, uma vez que toda avaliação sinaliza para uma desejável apropriação de conteúdo.

- as representações gráficas e/ou pictóricas estão na proporção correta, são pertinentes e necessárias, com informação completa e boa visualização de legendas, incluindo a fonte original dessas representações.

- a resposta a uma questão não depende da(s) resposta(s) de outra(s), para evitar a propagação de erros.

- a habilidade que se pretende avaliar em cada uma das questões está de fato contemplada.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados do SARESP 2009 revelam um resultado positivo de todos ao atores envolvidos no processo de ensino-aprendizagem nestes últimos anos: todas as séries/anos do Ensino Fundamental mostraram a melhoria do desempenho dos alunos.

O problema maior está na 3ª série do Ensino Médio. Os alunos têm suas peculiaridades: o mais provável é que tenham maximizado, nos seus 11 anos (no mínimo) de escolaridade, todas as dificuldades em Matemática que foram acumulando ao longo desse tempo.

Em que pese o fato de que os alunos podem e devem caminhar dos níveis Abaixo do Básico para o Básico, deste para o Adequado e finalmente para o Avançado, uma quantidade significativa e preocupante de alunos encontra-se no nível Abaixo do Básico. Também não podemos aceitar os números dos que se encontram no nível Básico.

Em Matemática há muito a ser feito e alguns aspectos são imprescindíveis quando se desenham ações para a melhoria do desempenho dos nossos alunos.

Como pano de fundo — e não menos importante — do cenário onde se ensina e se aprende é fundamental que **o aluno acabe por gostar de Matemática**, aumentando sua confiança pessoal na prática de atividades que envolvem o raciocínio matemático. Principalmente, compreenda que a validade de suas respostas e conclusões está assentada na consistência de uma argumentação lógica.

Não há aprendizagem sem ação do aluno, nenhuma intervenção externa age se não for percebida, interpretada e assimilada por aquele que aprende. Cabe ao professor criar contextos favoráveis ao envolvimento do aluno em atividades significativas para esse aluno.

O currículo real é personalizado: dois alunos nunca seguem exatamente o mesmo percurso educativo.

O professor de Matemática deve ser, antes de tudo, um **professor de matematização**.

Os estudantes não podem aprender a pensar criticamente, a analisar a informação, a comunicar ideias científicas, a fazer argumentações lógicas a menos que sejam encorajados a fazer repetidamente isso em muitos contextos.

A autoconfiança dos alunos cresce à medida que experimentam sucessos na aprendizagem, tal como diminui em confronto com fracassos repetidos. As tarefas de aprendizagem devem apresentar algum desafio, mas estar ao seu alcance.

O que um professor faz na sala de aula é função do que pensa sobre a Matemática e o seu ensino.

SARESP NA ESCOLA

Para reflexão:

Redija uma interpretação geral dos resultados da sua escola e elabore sugestões que possam ser incluídas na Proposta Pedagógica de sua escola para a melhoria do desempenho dos alunos no SARESP 2010.

Considere também:

- os pontos a serem melhorados no ambiente escolar;
- os momentos de análise e reflexão sobre os resultados do SARESP;
- a política de formação continuada dos profissionais da educação;
- a articulação dos resultados da avaliação com a implantação na escola da Proposta Curricular do Estado de São Paulo;
- a elaboração e a execução da Proposta Pedagógica da escola;
- as estratégias de recuperação implantadas na escola.

NOTAS SOBRE AVALIAÇÃO ESCOLAR

A avaliação formativa fundamenta-se na observação e no registro do desenvolvimento dos alunos, em seus aspectos cognitivos, afetivos e relacionais, decorrente das propostas de ensino.

Para se realizar uma avaliação formativa, deve-se: primeiro, conhecer cada aluno em particular (as competências já dominadas, seu estilo pessoal, seus métodos de estudo, seus interessses etc.); segundo, ter padrões claramente estabelecidos do que é necessário aprender e de seu caráter significativo e funcional, para que o aluno possa aplicá-lo em seu contexto de desenvolvimento pessoal; terceiro, ter definido situações de aprendizagem adequadas em determinado espaço de tempo para que de fato ocorra a aprendizagem; quarto, ter mecanismos para verificar como cada aluno e a turma como um todo conseguiu interagir com o que foi proposto; quinto, ter mecanismos para reconduzir o processo, caso a turma ou parte da turma não tenha um desempenho satisfatório.

A avaliação formativa:

- é contínua, diagnóstica e sistemática e é o eixo do processo de ensino-aprendizagem. Faz parte da aula do professor e deve ser observada em cada atividade de aprendizagem proposta pelo professor e realizada pelo aluno.
- permite rever todos os passos do planejamento do processo de ensino-aprendizagem, isto é, se os padrões pretendidos são adequados, se o tempo pensado para a aprendizagem é suficiente, se as atividades propostas foram funcionais, se os materiais didáticos são apropriados, se a relação aluno-professor é produtiva etc.
- pressupõe que a escola, antes de avaliar seus alunos, avalie-se como Instituição.

A equipe escolar deve elaborar seu diagnóstico institucional, criticar seu projeto pedagógico e traçar ações substantivas de ação. A partir desse momento, pode-se falar em avaliação dos resultados dos alunos.

É necessário considerar os modos de aprendizagem e as características pessoais dos estudantes, o que supõe uma análise dos contextos de aprendizagem e condições geradas pelos diversos níveis de ensino.

ANEXOS

ESCALA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA

A Escala de Matemática é comum às quatro séries/anos avaliados no SARESP – 4ª, 6ª e 8ª séries/5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. A Escala permite conhecer aquilo que os alunos sabem e são capazes de realizar em relação aos conteúdos, habilidades e competências avaliados no SARESP. A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado ponto dominam não só as habilidades associadas a esse ponto, mas também as proficiências descritas nos pontos anteriores.

Em relação à distribuição por série/ano, deve-se considerar que os alunos da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental dominam, em cada ponto, os conteúdos e habilidades específicos dessa série/ano. Os alunos de 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental dominam, em cada ponto, também os conteúdos e habilidades da 4ª série/5º ano, mais os seus específicos. Os alunos da 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental dominam, em cada ponto, também os conteúdos e habilidades de 4ª série/5º ano e 6ª série/7º ano, mais os seus específicos. Os alunos da 3ª série do Ensino Médio dominam, em cada ponto, também os conteúdos e habilidades das séries/anos do Ensino Fundamental, mais os seus específicos.

A Escala de Matemática foi interpretada em pontos e seus intervalos, a saber: menor do que 150, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400 ou maior do que 400. É importante destacar que a descrição dos pontos da Escala de Proficiência em Matemática foi construída com base nos resultados de desempenho dos alunos nas provas do SARESP 2007/2008 e que, em 2009, ela foi ampliada.

Seguem:

- Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP.
- Níveis de Proficiência em Matemática.
- Descrição das habilidades em cada um dos pontos.

Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaixo do Básico	Os alunos neste nível demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.
Suficiente	Básico	Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série/ano subsequente.
	Adequado	Os alunos neste nível demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.
Avançado	Avançado	Os alunos neste nível demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido na série/ano escolar em que se encontram.

Níveis de Proficiência em Matemática

Níveis de Proficiência	4ª/5º EF	6ª/7º EF	8ª/9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
Avançado	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

DESCRIÇÃO DA ESCALA DE MATEMÁTICA – SARESP 2009

< 150

No ponto menor do que 150, os alunos da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental:

reconhecem que o peso de uma pessoa é medido em kg;

identificam:

- a forma triangular das faces de uma pirâmide;
- a localização de objetos colocados à direita de outro objeto (referencial).

No ponto menor do que 150, os alunos da 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental também:

identificam:

- a localização de um objeto à direita de uma referência;
- a planificação de uma pirâmide de base triangular;

resolvem problema envolvendo o cálculo do valor de uma compra de X objetos, dado o preço unitário.

150

No ponto 150, os alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

efetuam cálculos envolvendo:

- números com até 4 algarismos;
- valores de cédulas e moedas em situações de compra: são dados os preços de 3 objetos e o total do dinheiro para a compra;

estimam a medida de um palito de fósforos desenhado ao lado de uma régua;

identificam:

- a figura de maior perímetro dentre quatro desenhadas em malhas quadriculadas;
- a movimentação de um carro para a direita, a partir de uma placa de sinalização com setas $\rightarrow$, $\leftarrow$ e $\uparrow$;
- número cuja posição é mostrada em uma reta numerada de 0 até 90, na escala não explícita de 5 em 5;
- a forma geométrica de um dado;
- localizam números naturais na reta numérica marcada de 0 a 20 em uma escala de 2 em 2;

resolvem problema envolvendo:

- fração como representação que pode estar associada ao significado parte/todo;
- o cálculo da área de figura desenhada em malha quadriculada;
- a escrita decimal de cédulas e moedas e as operações adição e multiplicação;

identificam, em um relógio de ponteiros, horas e minutos apresentados em relógio digital;

retiram informação de gráfico de colunas;

Ainda no ponto 150, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/ anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

identificam:

- a direção à direita em uma placa de sinalização;
- a medida, em cm, de um palito de fósforo desenhado junto a uma régua;
- a figura formada por dois cones;
- o valor de uma medida não inteira usando fração;

interpretam informações a partir de dados apresentados em um gráfico de colunas;

resolvem problema envolvendo:

- dados apresentados em um gráfico de colunas;
- valor de uma compra com dados apresentados na escrita decimal de cédulas e moedas.

175

No ponto 175, os alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/ anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- a área de diversas figuras desenhadas em malha quadriculada;
- a diferença entre dois números naturais de quatro dígitos;
- com figuras desenhadas em malha quadriculada, identificam qual delas é uma ampliação de outra;

fazem transformação de horas em minutos;

identificam:

- a forma cilíndrica de um barril de petróleo apresentado em uma figura;
- a forma, em notas e moedas, de se obter uma quantia dada;
- a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica marcada a partir de 42 em uma escala de 0,1 em 0,1;
- a representação fracionária de um número decimal (0,2);
- o número em uma sequência de números inteiros escritos de 7 em 7;
- o número de ângulos internos de polígonos apresentados em figuras;
- o número de lados de polígonos apresentados em figuras;
- o quadrado como uma figura que possui 4 ângulos retos;
- regularidade em sequência numérica;
- um número representado pictoricamente, em uma simulação de decomposição polinomial desse número;

leem e interpretam dados apresentados em tabela de duas e de quatro colunas;

leem hora não exata em relógio digital;

leem medida de comprimento em régua milimetrada e identificam o número decimal correspondente, com representação até décimos;

localizam:

- em reta graduada, números inteiros ou com representação até décimos;
- número natural na reta numérica marcada a partir de 241 em uma escala de 6 em 6;
- número natural na reta numérica marcada a partir de 750 em uma escala de 50 em 50;
- posição de objeto no espaço empregando noções de lateralidade;
- posição de objeto no plano por suas coordenadas;

reconhecem:

- a ampliação de uma figura dada em malha quadriculada;
- a forma cilíndrica em objetos do mundo real;
- a forma triangular em objetos do mundo real;
- o quilômetro, para a indicação de distância entre cidades;

relacionam:

- a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração para escrever o menor número que pode ser obtido com quatro algarismos dados;
- a medida de dias em horas;
- a medida de mês em dias;

resolvem problema envolvendo:

- a diferença entre dois números escritos na forma decimal (medidas de alturas em cm);
- a escrita decimal de notas e moedas – quantos objetos de R$ 1,99 podem ser comprados com R$ 20,00;
- a multiplicação no sentido de uma configuração retangular;
- grandezas em litro e mililitro e a relação entre essas medidas;
- o quociente entre números naturais;
- o sistema monetário brasileiro em situação de transformação de centavos em real;
- porcentagem – 50%;
- subtração com significado de comparação envolvendo números com dois algarismos;

Ainda, no ponto 175, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

identificam:

- o menor número com algarismos diferentes que pode ser formado a partir de quatro algarismos dados;
- um número na reta numerada com marcas em 960 e 1010, numa escala de 10 em 10;

leem medida de comprimento em régua milimetrada e identificam o número decimal correspondente, com representação até décimos;

resolvem problema envolvendo:

- a adição e a subtração de números inteiros;
- o cálculo da diferença entre dois números decimais;

- o cálculo de porcentagem – 25%;

identificam o formato octogonal de um objeto.

200

No ponto 200, os alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- divisão de número de 3 algarismos por número de 1 algarismo;
- produto de dois números naturais;
- com figuras desenhadas em malha quadriculada, identificam qual delas é uma redução de outra;

identificam:

- a fração que corresponde à parte pintada de uma figura;
- a localização de números naturais representados na reta numérica marcada a partir de 1 091 em uma escala de 1 em 1;
- fração com o significado parte/todo;
- número em uma sequência de números inteiros com primeiro termo 450 e razão -3;
- o número decimal associado à fração 102/100;

interpretam dados apresentados em tabela que relaciona atividade física e calorias gastas;

localizam informação em tabela de dupla entrada;

localizam número decimal, com representação até décimos, em régua milimetrada;

reconhecem a unidade de medida de comprimento mais adequada para uma situação;

resolvem problema envolvendo:

- subtração em situação de troco, com escrita decimal de cédulas e moedas;
- a estimativa da medida de comprimento de um segmento de reta, dada a medida de outro segmento na mesma reta;
- a estimativa da medida do volume ocupado por uma parte marcada de um jarro cilíndrico, dada a medida do volume do jarro;
- a interpretação de dados apresentados em uma tabela, em forma de um pictograma;
- a relação entre semanas e dias;
- as relações entre hora, minuto e segundo;
- as relações entre kg e g;
- as relações entre meses e anos;
- o acréscimo de 8 unidades a um número natural dado;
- o produto de dois números naturais;
- o quociente entre 1 litro e x ml;
- o quociente entre números naturais;
- o quociente entre x quilos e meio quilo;
- porcentagem – 25%;
- subtração com significado de comparação, com números decimais com representação até centésimos;

- a adição e a subtração com significado de transformação, com números de até 2 algarismos;

Ainda, no ponto 200, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- adição de números decimais com representação até décimos;
- o total de semanas inteiras em x dias;

comparam valores apresentados em tabela para tomada de decisão;

efetuam o produto de potências de mesma base;

estimam o volume de líquido em um recipiente a partir de um desenho e da informação da capacidade do recipiente;

identificam:

- a fração que representa partes sombreadas de uma figura;
- a representação decimal de 102/100;
- o gráfico de linha associado aos dados de uma tabela;

localizam:

- em reta numerada e graduada, número de até 4 algarismos;
- informação em tabela de dupla entrada;

realizam transformação de unidade de medida de comprimento — centímetros em milímetros — expressa na representação decimal até décimos;

relacionam gráfico de coluna a gráfico de setores correspondente;

resolvem problema envolvendo:

- dados apresentados de modo pictórico em uma tabela;
- divisão de números inteiros;
- grandezas inversamente proporcionais;
- noção básica de probabilidade – "é mais provável que";
- o cálculo de grandezas medidas em mililitro;
- o produto de dois números naturais;
- multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, com escrita decimal de cédulas e moedas;
- a adição e a subtração com significado de transformação, com números de até 2 algarismos;

Ainda, no ponto 200, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

identificam o gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela;

Ainda, no ponto 200, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

identificam pontos no sistema cartesiano associados a um objeto de batalha naval.

225

No ponto 225, os alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam número aproximado de quadrados que compõem uma figura apresentada em malha quadriculada;

identificam:

- 50% com 1/2;
- a fração correspondente à parte de um todo;
- a pessoa que está em frente à outra em um desenho que mostra a disposição circular de um grupo de pessoas;
- a posição à direita diante do desenho que mostra a disposição de poltronas em uma sala;
- a sequência de figuras 25% coloridas;
- as formas de um losango, um triângulo, um hexágono e um pentágono como sendo as de pipas apresentadas por desenhos;
- o algarismo da dezena em número com 4 algarismos;
- o total de dezenas em um número de 3 algarismos;
- um número com sua decomposição pelas regras do sistema de numeração decimal;
- um número em que é dado o algarismo da centena;
- a reta que melhor representa a posição de 1,2 em uma reta numerada a partir de zero na escala 1 a 1;

leem horas e minutos em relógio analógico;

localizam a posição de números em reta graduada;

reconhecem o menor entre números de 4 algarismos com zeros intercalados;

relacionam a planificação de um cilindro ao seu nome;

resolvem problema envolvendo:

- a determinação do valor do elemento de uma sequência de números definidos por depósitos e retiradas em uma conta bancária;
- a diferença entre dois números racionais apresentados na sua forma decimal;
- a multiplicação (combinação de saias e blusas);
- o cálculo de 2/3 de um número;
- o conceito de porcentagem;
- o quociente entre dois números naturais com resposta do tipo: "*x* inteiros e sobram *y*";
- adição, com o significado de juntar, com números com até 4 algarismos e identificação de algarismo da unidade;
- divisão, com significado de proporcionalidade, com divisor de 1 algarismo;
- divisão, com significado de repartir, com dividendo com 2 algarismos e divisor com 1 algarismo;
- multiplicação, com significado de adição, de parcelas iguais, com escrita decimal de cédulas e moedas;
- multiplicação, com significado de configuração retangular, com números de 3 e de 2 algarismos;

- multiplicação por número de 2 algarismos, com significado de proporcionalidade, e escrita decimal de cédulas e moedas;
- subtração, com significado de comparação, com números de até 3 algarismos;
- uma composição de relações, com informações obtidas em tabela e com transformações de cm para m;

Ainda, no ponto 225, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam a área de uma figura formada pela composição de oito triângulos iguais de área conhecida;

distinguem figuras planas de figuras espaciais;

identificam:

- a figura construída a partir de outra, inacabada e com um eixo de simetria destacado;
- a medida de um ângulo indicado no desenho de uma bússola;
- a pirâmide de base triangular como um poliedro com todas as faces triangulares;
- a representação fracionária de 0,2;
- a reta numerada com marcas em 0, 1, 2 e, escala de 1 em 1, onde está melhor localizado o número 1,2;
- o gráfico de colunas ou de barras correspondente a uma tabela;
- o losango, o triângulo, o hexágono e o pentágono em figuras desenhadas;

reconhecem a relação entre a totalidade e 100%;

resolvem problema envolvendo

- multiplicação com significado de proporcionalidade, com representação decimal de cédulas e moedas;
- a divisão não exata de dois números e expressão do resultado na forma decimal;
- as unidades de medida libra, quilograma e quilo;
- o princípio multiplicativo de contagem;
- divisão, com significado de agrupamento, com divisor com 1 algarismo;
- multiplicação, com significado de adição de parcelas iguais, com transformação de unidade de medida de capacidade – ml em l;
- multiplicação por número de 2 algarismos, com significado de proporcionalidade;
- subtração, com significado de comparação, com números com até 3 algarismos;
- cálculo de porcentagem (25% ou 75%);

Ainda, no ponto 225, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

associam a representação de dados em gráfico setorial com a sua representação em uma tabela;

identificam:

- fração equivalente a 50/4;
- a medida de um segmento marcado em uma régua graduada em centímetros;
- o gráfico de linha associado aos dados de uma tabela;

- o gráfico de coluna associado aos dados de uma tabela de três colunas;

interpretam informações a partir de dados apresentados em tabela com duas colunas;

resolvem problema envolvendo:

- grandezas inversamente proporcionais;
- o conceito de probabilidade;

Ainda, no ponto 225, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

identificam:

- o gráfico de barras horizontais associado a dados apresentados em uma tabela de quatro colunas;
- o gráfico setorial associado a dados apresentados em um texto.

250

No ponto 250, os alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam o quociente (resto zero) entre dois naturais, divisor com 2 dígitos;

identificam:

- a fração decimal correspondente à sua representação decimal, expressa até décimos;
- a localização em reta graduada de números decimais expressos até décimos;
- a razão de ampliação de figuras planas desenhadas em malhas quadriculadas;
- a representação decimal de 35/100;
- quadrados entre outras formas geométricas desenhadas em figuras;
- um número a partir da informação de suas ordens, de acordo com as regras do sistema de numeração decimal;

resolvem problema envolvendo:

- a adição e a subtração entre números racionais apresentados na sua forma decimal;
- o conceito de fração – parte/todo;
- o cálculo do perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada;
- duas operações – adição e multiplicação – com significado de composição e adição de parcelas iguais, com números de 1 algarismo;
- duas operações – adição e subtração – com significado de composição, com números de até 3 algarismos;
- multiplicação com significado de adição de parcelas iguais, com transformação de unidade de medida de capacidade – ml em l;
- subtração com significado de comparação, envolvendo número natural e número com representação até décimos;
- porcentagem (50% ou 100%);
- transformam horas em minutos;

Ainda, no ponto 250, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- a soma dos ângulos internos de um losango a partir das medidas dos ângulos do triângulo retângulo que serve de base para a construção do losango;
- o produto de 0,22 por 5;
- o quociente entre 1,25 e 0,5;

determinam a medida de um ângulo interno de um triângulo, conhecidas as medidas dos outros dois ângulos;

identificam:

- a escrita em linguagem corrente de uma expressão algébrica;
- a localização em reta graduada de números decimais expressos até décimos;
- a quantidade de líquido até uma determinada marca, em um copo graduado.
- figuras de forma quadrada;
- total de dezenas em um número de 3 algarismos;
- um prisma de base pentagonal a partir da sua planificação;
- uma figura depois de ela ter passado por um giro de 90° no sentido horário;

reconhecem:

- e quantificam elementos específicos de uma sequência numérica proposta apenas por sua lei de formação;
- o ângulo de 90° formado pelos ponteiros de um relógio ao marcar 9 horas;
- os nomes dos sólidos geométricos – cubo, esfera e cilindro – relacionados a objetos do mundo real;

relacionam a planificação de um cilindro ao seu nome;

resolvem:

- equação do 1° grau;
- expressão numérica envolvendo a multiplicação e a divisão de números negativos;

resolvem problema envolvendo:

- medidas de temperatura;
- probabilidade expressa em porcentagem;
- subtração com significado de comparação, com a escrita decimal de números até centésimos;
- adição de medidas de tempo – horas e minutos – e transformações entre elas;

Ainda, no ponto 250, os alunos da 8ª/9° série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

descrevem em palavras um trajeto desenhado por setas em um mapa de ruas;

identificam:

- a localização de objeto em um croqui, dada a orientação sobre sua posição.
- elemento de uma sequência de figuras;
- o maior número decimal dentre outros;
- o sistema de equações que expressa um problema;

interpretam informações a partir de dados apresentados em gráficos setoriais;

resolvem problema envolvendo:

- noções de compra, venda e parcelamento com números racionais;
- a ordenação de números decimais apresentados em uma tabela;
- equações com coeficientes racionais;

resolvem sistemas lineares de duas equações com duas incógnitas (métodos da adição e da substituição).

275

No ponto 275, os alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

identificam:

- o valor posicional de algarismos em números com até 4 algarismos;
- frações equivalentes;

relacionam um número decimal à fração decimal correspondente;

reconhecem que as frações 1/4 e 25/100 têm a mesma representação decimal;

reconhecem ampliação de figura representada em malha quadriculada;

calculam:

- perímetro de figura plana em malha quadriculada;
- área de um triângulo desenhado em malha quadriculada;

resolvem situação-problema envolvendo:

- transformação de reais em centavos;
- cálculos com medidas de tempo – horas e minutos, a partir de leitura em relógio analógico;
- a diferença de horários de início e fim de um evento com dados apresentados em tabela;
- cálculo de porcentagem – 25%;

Ainda, no ponto 275, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- a medida de ângulo interno a triângulo e internos quadrilátero em figura composta por essas figuras;
- distância real entre dois pontos do espaço a partir de representação em escala;
- expressão numérica envolvendo a adição e a subtração de frações de mesmo denominador;
- o tempo de duração de um evento a partir de horários apresentados em uma tabela;
- produto de potências;

identificam

- a expressão algébrica que expressa uma situação-problema;
- a planificação de um cubo;
- o número de vértices de uma pirâmide, dada sua representação em uma figura;
- regularidade de sequência numérica natural;

interpretam informação a partir de dados apresentados em um gráfico de linha;

leem números naturais até a classe dos bilhões em representação reduzida, com recurso da vírgula;

ordenam números racionais com representação decimal até milésimos;

reconhecem a planificação de sólidos apresentados apenas pelos seus nomes – pirâmide, cilindro e cubo;

resolvem expressão numérica envolvendo as quatro operações;

resolvem problema envolvendo:

- duas operações – divisão e adição – com significado de repartir e de juntar, respectivamente;
- as medidas de ângulos internos em um triângulo retângulo;
- o cálculo da distância real entre duas localidades, dada a distância em um mapa, com escala;
- sistema de equações do 1º grau;
- cálculo de probabilidade;
- contagem usando diagrama de árvore, dado o primeiro "galho" da árvore como exemplo;
- divisão cujo divisor é um número decimal expresso até centésimo;
- divisão com a representação decimal de cédulas e moedas;
- equação do 1º grau;
- multiplicação e adição com números negativos;

Ainda, no ponto 275, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam o valor numérico de uma expressão algébrica que envolve a diferença entre quadrados;

escrevem em palavras um trajeto desenhado por setas em um quadriculado, envolvendo direção e ângulos;

identificam:

- a expressão matemática que traduz uma frase em linguagem corrente;
- a frase em linguagem corrente que traduz uma expressão matemática simples;
- as formas das faces de um poliedro;
- o ângulo de 90°, a partir da descrição de um trajeto mostrado em uma figura;
- o sistema de equações que expressa um problema;
- triângulos semelhantes gerados pelos cruzamentos de retas paralelas sobre um triângulo;
- um octaedro mostrado em uma figura a partir de sua planificação;
- o raio de uma circunferência;

resolvem problema envolvendo:

- área de um retângulo e equação do 2º grau;
- contagem e o princípio multiplicativo;
- conceito de área;
- operações entre números decimais;

- o cálculo do perímetro de uma figura retangular;
- relações de proporcionalidade por meio de funções do primeiro grau;

Ainda, no ponto 275, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

descrevem as características fundamentais da função do segundo grau, $s = s_o + v_o{\cdot}t + a/2{\cdot}t^2$, relativas ao gráfico – crescimento/decrescimento;

determinam o 17° termo de uma progressão aritmética de 1° termo 3 e razão 4;

identificam:

- a planificação de um poliedro apresentado em um desenho;
- o sólido associado a um poliedro apresentado em figura;
- triângulos semelhantes obtidos a partir dos cruzamentos de retas desenhadas em um triângulo;

resolvem problema envolvendo a determinação da equação de uma reta apresentada em um gráfico.

300

No ponto 300, os alunos da 4ª/5°, 6ª/7° e 8ª/9° séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- área de figura em malha quadriculada;
- perímetro de figura plana em malha quadriculada;

identificam:

- e usam regularidade apresentada em padrão geométrico;
- graduação adequada de reta, de acordo com os números indicados;
- um número a partir de informações sobre os algarismos que o compõe e sobre sua posição, de acordo com as regras do sistema de numeração decimal;

resolvem problema envolvendo cálculo de porcentagem (25% ou 75%);

Ainda, no ponto 300, os alunos da 6ª/7° e 8ª/9° séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- a razão entre dois valores expressos em uma tabela;
- área de uma figura tendo como unidade de medida uma superfície montada com triângulos equiláteros;
- o resultado da adição de frações com denominadores diferentes;
- o valor numérico de uma expressão com adição, multiplicação e divisão de frações;

identificam:

- a medida do ângulo que determina a simetria de rotação da calota de um pneu apresentada em uma figura;
- figuras desenhadas na mesma escala;
- números primos até 21;
- números que estão na proporção de 4 para 3;

localizam informação em gráfico de linha representado em plano cartesiano quadriculado;

percebem quando existe simetria em figuras quaisquer;

reconhecem:

- a figura que é a reflexão, em torno de um eixo de simetria, de uma figura dada;
- a fórmula para o cálculo da medida de uma circunferência;
- a relação existente entre a altura atingida por um líquido e a forma do recipiente que o contém;
- que em um número a mudança da posição de um algarismo para uma ordem imediatamente superior significa que seu valor posicional fica multiplicado por 10;

relacionam a representação fracionária de um número com sua representação decimal;

resolvem problema a partir de figura envolvendo o cálculo da medida de um ângulo suplementar de outro cuja medida é dada em graus e minutos;

resolvem problema envolvendo:

- grandezas inversamente proporcionais;
- contagem com permutação de elementos;
- contagem usando diagrama de árvore, dado o primeiro "galho" da árvore como exemplo (resultados do lançamento de três moedas);
- multiplicação com significado de proporcionalidade, envolvendo transformação de quilômetro em metro;
- a concepção de múltiplo comum a dois números;
- a razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência;
- cálculo de intervalo de tempo expresso em horas e minutos;
- cálculo de perímetro de quadrado e a transformação de unidades – passos para metro – a partir de relação fornecida;
- potenciação;
- regra de três inversa e transformação de horas em minutos;
- unidades de medida de comprimento não convencionais, expressando a relação entre elas por meio de fração;

resolvem uma equação do 1º grau com coeficientes fracionários;

Ainda, no ponto 300, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

aplicam o Teorema de Tales na resolução de problemas que envolvem ideia de proporcionalidade, na determinação de medidas;

calculam valores aproximados de radicais;

expressam as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função do segundo grau;

identificam:

- 1/4 com 25%;
- a escrita, em linguagem corrente, de um trajeto marcado por setas, em um mapa de ruas;

- a expressão que define o termo geral de uma sequência, sendo dada a sequência e a descrição em linguagem corrente do seu termo geral;
- a localização de objeto em mapas, dadas as coordenadas de latitude e longitude de sua posição;
- as coordenadas do quarto vértice de um retângulo, conhecidas as coordenadas dos outros três;
- o número e o tipo de faces de um paralelepípedo apresentado em uma figura;
- o significado de 30% confrontando com situações que envolvem fração e divisão;

realizam operações de soma com polinômios;

reconhecem:

- a semelhança entre figuras planas, a partir da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes;
- ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos;
- as relações entre o raio, o centro e os pontos de uma circunferência.
- as representações decimal e fracionária de um número racional;

resolvem problema envolvendo:

- as medidas de comprimento dadas pelo centímetro e pelo metro;
- conceito e cálculo de porcentagem (6%);
- frações equivalentes;
- grandezas direta e inversamente proporcionais;
- informações apresentadas em um gráfico de linha;
- medidas de tempo em horas e minutos;
- o cálculo das medidas de ângulos de um triângulo construído a partir de um quadrado;
- o cálculo das medidas de um triângulo ampliado de outro com dimensões dadas;
- o cálculo do perímetro de uma circunferência;
- o cálculo do volume de um paralelepípedo;
- cálculo de probabilidade;
- relações entre metro e centímetro;
- sistemas lineares (duas equações, duas incógnitas);

Ainda, no ponto 300, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

expressam matematicamente padrões e regularidades em sequências de figuras;

identificam:

- a função que traduz uma relação de proporcionalidade inversa;
- o ponto solução de um sistema de equações do 1º grau representado por duas traçadas no sistema cartesiano;
- posições de números da reta marcada de 0 a 1 e com escala de 0,1 em 0,1;
- quadrados e triângulos retângulos em uma figura;

- as propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento de funções exponenciais $f(x) = a^{kx}$, quando a = e, a = 1/3, a = 3, k = -1;

relacionam um cubo com sua planificação;

resolvem problema envolvendo:

- porcentagem com dados apresentados em uma tabela;
- porcentagem com dados apresentados em um gráfico setorial;
- progressão aritmética;
- um sistema de equações do 1º grau;
- a modelagem e a resolução de um sistema de três equações e três incógnitas;
- o cálculo de média ponderada;
- o cálculo de probabilidade;
- a modelagem de uma equação do 1º grau.

325

No ponto 325, os alunos da 4ª/5º, 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

identificam:

- figura com apenas um eixo de simetria, dado um exemplo do eixo de simetria de um triângulo;
- que quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos têm em comum o fato de possuírem lados opostos paralelos dois a dois;
- a forma cúbica entre representações de diversos objetos;

relacionam um número racional a diferentes representações: fracionária, decimal e percentual;

resolvem situação envolvendo cálculo de intervalo de tempo expresso em horas e minutos;

Ainda, no ponto 325, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam:

- medida de ângulo interno de quadrilátero convexo;
- perímetro e área de figura formada por quadrados;
- valor de uma incógnita em expressão expressa na forma fracionária;

identificam um objeto por meio de suas vistas lateral e superior;

ordenam números racionais na forma decimal com representação até milésimos;

reconhecem a fração correspondente à parte pintada de uma figura;

resolvem problema envolvendo o cálculo da medida de ângulos formados por retas concorrentes;

Ainda, no ponto 325, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam o volume de um cilindro a partir da fórmula;

identificam:

- a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos quando ordenam números escritos na forma decimal;

- a expressão matemática de uma equação do 1º grau que expressa um problema dado;

- a representação científica de *x*, *y* bilhões;

- em retas representadas em um sistema cartesiano, o ponto que pode representar a solução de um sistema de equações do 1º grau;

- um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema;

reconhecem as relações e calculam medidas dos elementos de uma circunferência;

representam o número $\pi \doteq 3{,}1416$ no segmento de reta numerado de 3,1 a 3,2;

resolvem problema envolvendo:

- números decimais e as operações de adição, subtração e multiplicação;

- números decimais e as operações de adição, subtração e divisão;

- cálculo da medida do lado de um quadrado no contexto da resolução de uma equação do 2º grau;

- equação do 2º grau;

- o cálculo da área de um retângulo;

- o cálculo da área de uma figura plana a partir da sua decomposição em quadrados e retângulos;

- o cálculo da medida do ângulo externo de um hexágono, apresentado em uma figura;

- o cálculo de medida de comprimento a partir de semelhança de triângulos;

- ideias e cálculos básicos de probabilidade;

Ainda, no ponto 325, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

aplicam propriedades de um hexágono regular em um problema de pavimentação de superfície;

calculam:

- a moda e a mediana de um conjunto de valores, dadas as definições destes parâmetros;

- o valor de determinada "taxa de fecundidade" com dados apresentados em tabela, a partir da definição do índice;

- o número de vértices de um octaedro, dada a relação de Euler;

expressam matematicamente padrões e regularidades em sequências de imagens;

identificam:

- a localização de números reais, radicais e fracionários, na reta numérica;

- as coordenadas dos vértices de um triângulo desenhado em um sistema cartesiano;

- figuras planas semelhantes desenhadas em uma malha quadriculada;

- intervalo de crescimento de uma função, dado o seu gráfico;

- o gráfico de uma função de 2º grau, conhecidos os seus coeficientes;

- o gráfico setorial associado a um conjunto de dados;
- triângulos semelhantes a partir das suas representações em figuras, dadas as medidas de seus lados;
- um dodecaedro, dados os números de seus vértices e arestas e a relação de Euler;

interpretam dados obtidos em pesquisas e apresentados em tabelas;

relacionam prismas de base pentagonal e de base triangular e o dodecaedro com suas planificações;

resolvem problema envolvendo:

- contagem e aplicando o princípio multiplicativo;
- a soma de termos de uma progressão aritmética, dada a fórmula para o cálculo;
- as relações métricas fundamentais em triângulos retângulos semelhantes;
- sistemas lineares de 2ª ordem;
- o cálculo da média aritmética de um conjunto de dados;
- progressões aritméticas;
- proporcionalidade, para a determinação de medidas em figuras semelhantes.

350

No ponto 350, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam o número de faces de uma pirâmide;

identificam a equação do primeiro grau que expressa uma situação-problema que envolve porcentagem;

reconhecem a expressão algébrica que representa o número de faces de um prisma de n lados;

resolvem problema envolvendo:

- a concepção de múltiplo comum e números fracionários;
- cálculo de medida de ângulo interno de triângulo retângulo equilátero;
- cálculo de medida de ângulo interno de quadrilátero convexo;
- subtração de frações com denominadores diferentes;
- transformações entre unidades de medida de superfície – cm^2, m^2, dm^2 e mm^2;
- expressão algébrica fornecida, identificando as variáveis da expressão com os dados do problema;

Ainda, no ponto 350, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

calculam

- $(a - b)^2$;
- a área de um retângulo, dadas condições sobre o seu perímetro e medida de um dos lados;

determinam o resultado de operações de adição, subtração e multiplicação de binômios;

efetuam cálculos que envolvem potenciação e adição com frações;

expressam matematicamente a descrição, por extenso, das relações de proporcionalidade direta entre a distância e o quadrado do tempo, no contexto de um corpo em queda livre;

identificam:

- a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de figuras (padrões);
- a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões);
- a medida em graus de um ângulo apresentado com medida em radianos, sendo dada a definição de radiano;
- o intervalo onde se localiza o radical $(46/2)^{1/2}$;
- o sistema de equações do 1º grau que expressa um problema, nomeadas as suas incógnitas;

realizam operações simples para o cálculo do valor numérico de polinômios;

reconhecem e quantificam a modificação de medidas do perímetro em ampliação de um quadrilátero representado em malha quadriculada;

resolvem problema envolvendo:

- números decimais e divisão entre eles;
- a relação entre os raios de três circunferências apresentadas em uma ilustração;
- relação entre variáveis, expressa no gráfico de uma reta;
- a representação decimal dos números racionais a partir de uma ilustração com os nomes de algumas ordens do sistema posicional de numeração;
- o cálculo das medidas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo cujos catetos têm a mesma medida;
- o cálculo dos volumes ocupados por livros em uma mochila;
- o Teorema de Pitágoras;
- razões trigonométricas do triângulo retângulo (seno);
- cálculo da medida de cada um de seus ângulos internos em um polígono regular;
- relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do primeiro grau;

simplificam o quociente entre duas expressões algébricas usando fatoração;

utilizam a notação científica como forma de representação adequada para números muito grandes ou muito pequenos;

Ainda, no ponto 350, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

identificam:

- a ordem em que se apresentam, localizados na reta, três pontos, dadas as suas coordenadas;
- a possível função a que pertencem três pontos, dadas as suas coordenadas;
- a sentença matemática que traduz a definição dada, do volume de um cilindro;
- a sequência que é uma progressão geométrica, dadas as definições de progressões aritmética e geométrica;

- o polígono que tem o mesmo perímetro de um quadrado com medida do lado conhecida;
- os sinais dos coeficientes a, b na função $y = ax + b$, dado o seu gráfico;
- a relação de ordem entre distâncias percorridas em rotas sobre a superfície terrestre, dadas as definições das linhas onde estão localizados os locais de partida;

localizam pontos no sistema cartesiano;

representam, por meio de uma função, a relação de proporcionalidade direta (velocidade = espaço percorrido/tempo), com valores da velocidade e do tempo apresentados em uma tabela;

resolvem problema envolvendo:

- a modelagem e a resolução de uma equação do 2º grau;
- progressões geométricas;
- relações métricas no triângulo retângulo;
- uma função de 1º grau a partir de sua representação por uma reta, traçada em um referencial cartesiano.

375

No ponto 375, os alunos da 6ª/7º e 8ª/9º séries/anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

reconhecem números primos em uma sequência de ímpares;

Ainda, no ponto 375, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

efetuam cálculos simples com valores aproximados de radicais;

identificam:

- o valor de k em $(x + k)^2$ dado o desenvolvimento de $(x + 4)^2$;
- termos de $(a + b)^2$ na representação geométrica deste produto notável;
- no plano cartesiano, a representação de um triângulo, dadas as coordenadas cartesianas dos seus vértices;

localizam:

- a posição do número 5/100 em intervalos dados de [0,1];
- no plano cartesiano, os pontos de abcissa e ordenada iguais;

identificam a representação geométrica de um sistema de equações do 1º grau, apresentado na sua forma algébrica;

reconhecem a representação geométrica de $(a + b)^2$;

resolvem expressão numérica envolvendo o quadrado de frações e de números decimais, positivos e negativos;

resolvem problema envolvendo:

- o cálculo da altura de um triângulo usando relações métricas dos triângulos retângulos;
- o cálculo de área total de uma figura decomposta em triângulos equiláteros, dadas as medidas da altura e do lado do triângulo;
- o cálculo do comprimento de uma circunferência;

- o conceito do número π;
- volume de um prisma;
- triângulos semelhantes, dadas medidas de alguns ângulos e de lados;
- triângulos semelhantes, no cálculo de medidas;

Ainda, no ponto 375, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

aplicam:

- as relações entre as raízes e a expressão algébrica de uma equação de 3o grau;
- o princípio multiplicativo na resolução de problemas de contagem;

calculam:

- a moda de uma distribuição de dados apresentados em um gráfico setorial;
- o produto de dois números usando logaritmos;
- o valor do quociente de funções trigonométricas em pontos dados por ângulos desenhados em um triângulo retângulo;

identificam:

- a função que pode corresponder à fatoração de um polinômio de 5° grau;
- a função que traduz a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais, dados alguns de seus valores em uma tabela;
- as características de uma função de 1° grau;
- as coordenadas geográficas que definem a localização de uma cidade assinalada em um mapa; projeção de Mercator;
- as figuras geométricas que, na planificação de um prisma, definem as suas faces;
- as relações de proporcionalidade direta em problemas enunciados em linguagem corrente e associam-nas com a função $y = kx$;
- figuras semelhantes a partir de triângulos, desenhadas com valores de lados e ângulos;
- o gráfico cartesiano de um sistema de equações do 1° grau, dada a forma analítica do sistema;
- o gráfico que representa uma função do 2° grau;

localizam pontos em um sistema de coordenadas cartesianas para identificar um losango;

resolvem:

- equação trigonométrica, com seno e cosseno de 30°;
- equação exponencial;

resolvem problema envolvendo:

- cálculo de probabilidade a partir de dados apresentados em uma tabela;
- contagem e permutação, dada a definição de permutação;
- função exponencial;
- grandezas direta e inversamente proporcionais;
- medidas de ângulos de um polígono de n lados inscrito em uma circunferência;

- o cálculo de índices, dadas a sua definição e informações em um infográfico;
- o cálculo de probabilidades simples;
- o perímetro de uma figura plana;
- o Teorema de Pitágoras;
- o volume de um cone;
- o volume de um prisma de base quadrada;
- trigonométricas no triângulo retângulo;
- sistemas lineares de 3ª ordem;
- relações de comprimento em uma pirâmide.

400

No ponto 400, os alunos da 8ª/9º série/ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio também:

determinam a equação de uma reta desenhada no plano cartesiano, conhecidas as coordenadas de dois de seus pontos;

identificam:

- a equação de uma reta apresentada geometricamente em um plano cartesiano;
- a medida de um segmento pertencente a um tangran desenhado em um quadrado de 20 cm de lado, comparando medidas de lados das demais figuras desenhadas;
- as coordenadas do ponto de interseção de duas retas que definem um sistema de equações do 1º grau;

resolvem problema envolvendo:

- o cálculo de uma dimensão de um retângulo, dada a proporção entre suas medidas;
- equação do comprimento de uma circunferência;
- o cálculo do volume de um cilindro;
- o cálculo das áreas de um quadrado e de um hexágono regular, dadas as medidas de seus lados;
- o princípio multiplicativo, em processos de contagem;

simplificam expressão que envolve o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre x e y;

Ainda, no ponto 400, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

aplicam as propriedades de triângulos equiláteros em problemas de pavimentação de superfícies;

calculam medidas de comprimento de um triângulo, usando as relações de proporcionalidade identificadas na sua representação gráfica;

identificam:

- a equação da circunferência, dada a medida do seu raio;
- a expressão matemática de uma função exponencial definida em linguagem corrente;
- a inequação associada à região sombreada de um plano desenhado no sistema cartesiano;
- a representação gráfica, em um sistema cartesiano, de uma circunferência, dada a sua equação;
- o ângulo formado pelos meridianos que determinam dois fusos horários no Brasil;
- o gráfico de uma função linear;

- o termo geral de uma sequência numérica definida em linguagem corrente;
- os pontos de uma região do plano definida, em palavras, por uma inequação;
- no plano de Argand Gauss, o resultado da adição e da subtração de dois números complexos;
- a equação da reta, dada a sua representação em um sistema cartesiano de coordenadas;

resolvem problema envolvendo:

- a área das faces de uma pirâmide;
- as relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 2° grau;
- o cálculo da taxa de crescimento de uma variável que cresce exponencialmente de acordo com uma função dada;
- o volume de um paralelepípedo;
- progressão geométrica, dada a fórmula do seu termo geral;
- relações entre coeficientes e raízes de uma equação de 3° grau, dadas estas relações para uma equação na forma genérica;
- relações métricas no triângulo retângulo;
- volume de um paralelepípedo;

425

No ponto 425, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

analisam os coeficientes de uma equação do 2° grau a partir do seu gráfico;

calculam:

- a razão entre o número de vértices de um prisma de base pentagonal e aqueles de uma pirâmide de base pentagonal, sem apresentação de figuras que representem estes poliedros;
- o valor de 1 radiano, em graus, dado o valor de π;

identificam:

- a figura que se obtém a partir da representação gráfica de quatro números complexos;
- as características da função do segundo grau: campo de variação, raízes, valor mínimo, dada a sua representação gráfica em um sistema cartesiano;
- as características fundamentais de uma função do primeiro grau, crescimento e decrescimento nos quadrantes do sistema cartesiano onde ela pode ser representada;
- e calculam as medidas de ângulos internos opostos de um quadrilátero inscrito em uma circunferência;
- o gráfico de uma função linear;
- as características relativas ao crescimento ou decrescimento de duas funções exponenciais, uma delas de base maior do que 1 e, a outra, menor do que 1;

resolvem problema de medida envolvendo:

- razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- a determinação de ângulos em uma pavimentação com polígonos;
- a identificação da equação de uma circunferência e sua representação em um sistema cartesiano;

- a identificação e o cálculo do número de faces dos pentágonos e dos hexágonos que formam o "poliedro bola", dado o seu total de arestas;
- comprimento do círculo máximo e volume da esfera, dadas as fórmulas;
- fuso horário;
- o cálculo da probabilidade de eventos que se repetem;
- o cálculo do volume da esfera, dada a fórmula;
- o Teorema de Pitágoras;
- o volume de um cilindro;
- relações trigonométricas no triângulo retângulo;
- equações do 2º grau;
- o cálculo da distância entre dois vértices opostos de um bloco retangular;
- o cálculo do volume de uma pirâmide cujo vértice é o centro de um cubo e a base é uma das faces deste cubo, dada a medida da sua aresta;
- probabilidade simples;
- o cálculo de probabilidades de eventos que se repetem duas vezes;
- o cálculo das áreas de dois cilindros, dados suas alturas e raios das bases.

450

No ponto 450, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

identificam características de uma função de 2º grau apresentada graficamente;

resolvem equação logarítmica.

475

No ponto 475, os alunos da 3ª série do Ensino Médio também:

resolvem problema envolvendo o termo geral de uma sequência de triângulos associada a números (triângulo de Sierpinski).

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES