

LENGUAJE MATEMÁTICO Y REALIDAD MATERIAL EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA FÍSICA¹

Julia Salinas

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología,
Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800, (4000) Tucumán, Argentina
Correo electrónico: jsalinas@herrera.unt.edu.ar*

1.- Introducción. Presentación de la problemática abordada

La Física (y otras ciencias de la naturaleza) están regidas por la convicción de que el mundo natural es cognoscible racionalmente y por la norma que establece que sus hipótesis (referidas al comportamiento de modelos idealizados y expresadas en lenguaje matemático) deben ser capaces de aprobar el examen cuantitativo de la observación o la experiencia en el mundo natural (Bunge 1985).

Modelos abstractos y conceptos teóricos adquieren significación fáctica mediante procedimientos científicos que permiten vincularlos con lo concreto. La transferencia al aula de esta característica central del conocimiento científico fáctico suele remitir de manera inmediata al papel de la experimentación en el aula, cuestión a la que atribuimos gran importancia y a la que nos hemos referido en otros trabajos (véase, por ejemplo, Salinas, Gil Pérez y Cudmani 1995a). En aquellos trabajos hemos brindado fundamentos teóricos y hemos expuesto resultados empíricos convergentes que ponen en evidencia las serias limitaciones de orientaciones ampliamente extendidas para las prácticas de laboratorio, así como la conveniencia de que los estudiantes sean incorporados a un trabajo experimental coherente con el rol que la experimentación juega en el proceso de construcción y validación del conocimiento físico.

En este artículo retomamos desde una perspectiva más amplia la reflexión acerca del modo en que se encara en el aula el vínculo entre los desarrollos teóricos modelados y los fenómenos reales, en el convencimiento de que un adecuado tratamiento de este aspecto es imprescindible para que la Física aparezca ante los estudiantes como una ciencia de la naturaleza (Cudmani y Salinas 1991; Salinas 1999).

En el proceso de construcción de conocimiento científico sobre el mundo se dio un paso trascendente cuando se advirtió que era posible analizar y describir la naturaleza por medio de la Matemática y se adoptó una metodología que integra la experimentación con la lógica.

Al reflexionar sobre el papel que desempeña la Matemática en la Física, Mosterín (1984) explica que el mundo real aparece complejo y poco manipulable intelectualmente, mientras el mundo de la Matemática es estructurado y ordenado, y está abierto a la inteligencia humana, que lo ha creado. Y afirma que la estrategia científica para tratar los complicados problemas del mundo real consiste en representarlos como problemas relativos al mundo de la Matemática y luego retraducir la solución al mundo real.

¹ Este trabajo presenta de manera integrada resultados y consideraciones que fueron presentados parcialmente en dos comunicaciones previas (Salinas 2001a y b).

Desde otra perspectiva, la pitagórica, cabe pensar que la naturaleza está regida por una armonía matemática y que en consecuencia, la búsqueda de una comprensión de la estructura fundamental del universo debe orientarse hacia el conocimiento de las relaciones matemáticas a las que se ajustan los fenómenos (Losee 1987).

Sea cual fuere la concepción ontológica subyacente a la matematización, lo cierto es que el lenguaje matemático es empleado en la Física para cuantificar, estructurar y expresar enunciados sobre sucesos y procesos del mundo físico, y cabe afirmar que la Matemática es el lenguaje de la Física (Schenberg 1988).

Sin embargo, el profundo vínculo que relaciona a la Física y a la Matemática no debilita las sustanciales diferencias que existen entre los enunciados de naturaleza formal y los enunciados de naturaleza fáctica. Se ha dicho, elocuentemente, que “*en tanto que las proposiciones matemáticas se refieren a la realidad, no son ciertas, y en tanto que son ciertas, no se refieren a la realidad*” (Einstein, citado por Hecht 1987). Un enunciado de tipo lógico-matemático brinda información formal; en otras palabras, expresa una relación convencional entre signos. Por el contrario, un enunciado de tipo físico brinda información fáctica; en otras palabras, habla sobre cómo se comporta el mundo (Hanson 1973, Bunge 1980).

La validez de un enunciado matemático (en general, de un enunciado formal) está regida exclusivamente por las reglas lógicas (postulados, definiciones, principios de formación de los enunciados y principios de inferencia) aceptadas en la teoría en que interviene el enunciado. La validez es *necesaria* si todas las operaciones en las que interviene el enunciado respetan las reglas lógicas establecidas. Se dice que el enunciado es *analítico*.

En cambio, para establecer la verdad de un enunciado físico (en general, de un enunciado fáctico) no basta con probar la validez lógica; es necesario además confirmar la adecuación a los hechos mediante la observación o la experimentación. La satisfacción de un sistema lógico es condición necesaria pero no suficiente de la verdad fáctica. Sólo el control empírico puede decir si el enunciado es adecuado a su objeto. Y aún si la respuesta es afirmativa, el carácter de verdadero es provisorio, pues no queda excluida la posibilidad de que un futuro enunciado muestre mayor adecuación al trozo de realidad al que refiere la teoría. La verdad es *contingente* y se dice que el enunciado es *sintético*.

El interrogante abordado en este trabajo puede ser enunciado en los siguientes términos: ***¿Son capaces los estudiantes y los docentes de Física, de dilucidar funcionalmente si una dada proposición es analítica (necesaria) o sintética (contingente), y de actuar en consecuencia con criterios científicos?***

La distinción entre “afirmaciones que enuncian reglas pactadas con prescindencia del modo en que se dan los hechos y los sucesos naturales” y “proposiciones que tratan sobre la forma en que procede la naturaleza” parece simple y clara, casi obvia. Cuando se la enuncia en una clase de Física o en un curso de perfeccionamiento docente, los estudiantes y los profesores generalmente manifiestan que la comprenden y que comparten lo que se expresa. Los problemas surgen cuando deben aplicar o reconocer esa distinción en casos concretos, lo que pone de manifiesto una incomprensión profunda del significado y el sentido del conocimiento científico fáctico.

Una vez detectada esta dificultad a partir de la práctica docente en carreras de ingeniería y en actividades de capacitación y perfeccionamiento docente, se procedió a la realización de controles más sistemáticos con estudiantes de ingeniería de distintos períodos lectivos y con profesores que enseñan Física en escuelas secundarias, institutos terciarios y ciclos básicos universitarios, lo que mostró que el problema está ampliamente extendido.

En otros trabajos se han presentado los resultados obtenidos en la indagación desarrollada con estudiantes de ingeniería (Salinas 2001a) y con profesores en ejercicio (Salinas 2001b). En este artículo exponemos de manera integrada los avances convergentes registrados en el tratamiento de esta problemática.

Se centra la atención en tres aspectos concretos que ponen de manifiesto la estrecha imbricación y la definitiva diferencia entre los enunciados formales y los enunciados fácticos intervinientes en el conocimiento de la Física: “*distinción entre números reales y cifras significativas*”, “*distinción entre norma convencional y comportamiento fáctico*” y “*control del ajuste entre predicción (o requerimiento) y comportamiento fáctico*”. Estos tres aspectos aparecen, en la práctica docente y en los aprendizajes, como orígenes de confusiones que atentan contra una correcta comprensión de la disciplina.

En lo que sigue:

- Se presentan brevemente, para cada aspecto, algunas consideraciones referidas a su correcto tratamiento en el aula.
- Para cada aspecto se reproducen dos enunciados: uno que ha sido discutido con estudiantes de ingeniería y otro que ha sido propuesto a profesores en ejercicio y se incorporan tablas con resultados experimentales obtenidos con su administración.
- Los enunciados que se reproducen son ejemplos que han sido seleccionados de entre un conjunto bastante amplio conformado por numerosos enunciados que han sido empleados en esta indagación (que no se reproducen por razones de espacio y para todos los cuales se han obtenidos resultados similares a los aquí presentados).
- El conjunto completo de los enunciados permitió tratar las confusiones en una diversidad de casos y contenidos disciplinares.
- Los enunciados no fueron administrados juntos (agrupados en un cuestionario a ser respondido de una vez), sino que fueron incorporados funcionalmente al trabajo con estudiantes y docentes, en diferentes oportunidades propicias para su tratamiento.

Pasemos al primer aspecto a considerar.

2.- Distinción entre números reales y cifras significativas

En el conocimiento físico, las magnitudes son funciones que a dados hechos (sucesos o procesos fácticos) hacen corresponder determinados números reales, o determinados vectores, que provienen de una medición. Pero a diferencia de lo que ocurre con los números reales en el campo de la Matemática (que se conocen con una precisión de tantos dígitos como se quiera), el resultado arrojado por una medición tiene una exactitud limitada (resultante del método y de los instrumentos empleados).

Así, por ejemplo, no hay ni la más mínima duda de que para π el valor del octavo dígito después de la coma decimal es 5, o de que para un número natural cualquiera todos los dígitos

después de la coma decimal son ceros. Pero sí hay grandes dudas (de hecho, hay un total desconocimiento), por ejemplo, sobre las décimas (y las centésimas, milésimas, etc. etc.) de segundo de un intervalo de tiempo que ha sido medido con un sistema experimental que sólo es capaz de brindar información hasta los segundos.

Cuando se habla del valor de una magnitud, no es lo mismo decir “4 cm” que decir “4,0 cm”. En el segundo caso, los milímetros han sido medidos y la medición ha arrojado el valor “0”; por tanto, se puede asegurar que el objeto cuya longitud ha arrojado el valor 4,0 cm tiene 40 mm de largo, afirmación que no puede hacerse para una medición de longitud que haya proporcionado el resultado 4 cm.

Se llama “cifra significativa” a cada dígito que ha sido medido. Así, la medición “4 cm” tiene 1 cifra significativa (lo mismo que la medición “0,4 dm”), mientras que la medición “4,0 cm” tiene 2 cifras significativas (lo mismo que la medición “0,40 dm”).

La experiencia con estudiantes y docentes recogida a lo largo de muchos años y el relevamiento más sistemático realizado, apoyan la hipótesis que sostiene que *estudiantes y docentes de Física no prestan suficiente atención a un criterio básico, ligado inescindiblemente a la exactitud de las ciencias fácticas, que establece que cuando las situaciones tratadas requieren realizar operaciones matemáticas con valores que representan valores de una magnitud, debe controlarse que se conserven los dígitos significativos (ni más, ni menos)*.

Tanto el redondeo en exceso de los valores (vale decir, la pérdida injustificada de cifras significativas) cuanto el redondeo en defecto (vale decir, la aceptación injustificado de cifras no significativas), desvinculan a los valores de las magnitudes de sus significados empíricos y desvalorizan ante los estudiantes la importancia de la precisión cuantitativa fáctica que caracteriza el saber físico.

Pasemos a considerar, a modo de ejemplo, dos enunciados que plantean situaciones que debieran encararse mediante una adecuada distinción entre números reales y cifras significativas.

Ejemplo de enunciado propuesto a estudiantes de ingeniería:

La tabla reúne los resultados obtenidos por cinco observadores que midieron los espacios recorridos y los tiempos empleados por distintos cuerpos.

Cuerpo	A	B	C	D
Espacio recorrido	7,5 cm	1 m	200 km	1943 dam
Tiempo empleado	2,5 s	0,1 s	0,50 h	1 min 15 s

a) Calcule la rapidez promedio de cada cuerpo en m/s y en km/h.

b) Mencione objetos reales que se desplacen con velocidades próximas a las calculadas.

Los valores de “rapidez” solicitados deben calcularse a partir de los valores de las magnitudes “espacio recorrido” y “tiempo empleado” tabulados, que están afectados por la imprecisión experimental y de los que sólo se conocen los dígitos informados².

² La teoría de errores experimentales explica cómo proceder para estimar la imprecisión experimental del valor de una magnitud que se calcula a partir de los valores de otras magnitudes medidas (se puede consultar, por ejemplo, Cudmani 1999). Como regla práctica:

- si dos valores de magnitudes se multiplican o dividen entre sí, el resultado es preciso sólo hasta el número de

No son correctas, por lo tanto, respuestas tales como $v_A = 3 \text{ m/s}$, o $v_B = 10 \text{ m/s}$ (en la primera faltan, y en la segunda sobran, cifras significativas).

Ejemplo de enunciado propuesto a profesores en ejercicio:

a) Expresar en kg cada una de las siguientes medidas de masa:

136 g ; 23 mg ; 4,59 Mg ; 782 mg

b) ¿Cuál es el valor de la masa total medida?

La situación propuesta apunta directamente a explicitar que una pregunta del tipo “¿A cuántos milímetros corresponden 5 metros?” y una consigna como “Expresa en milímetros una medida de longitud de 5 metros”, tienen respuestas muy diferentes.

La pregunta “¿A cuántos milímetros ... ?” plantea una situación que se resuelve en el ámbito de las convenciones lógico-matemáticas y puede asegurarse que necesariamente 5 metros corresponden a 5.000 milímetros.

En la consigna “Expresa en milímetros ...”, en cambio, se brinda el resultado de una medición y por lo tanto deben considerarse las cifras significativas. En este caso se ha medido una longitud con un procedimiento que brinda información sobre los metros; no se puede asegurar, en consecuencia, que si se afinara la medición y se midiera hasta los milímetros, todos los dígitos obtenidos serían ceros; sólo es posible responder que la longitud mide $5 \cdot 10^3$ milímetros, expresión que explicita que sólo se dispone de 1 cifra significativa.

El requerimiento de calcular la masa total que aparece en el enunciado conlleva la necesidad de operar matemáticamente con valores de magnitudes en un caso sencillo; es necesario comprender que el resultado de cualquier operación matemática realizada con medidas experimentales nunca es más preciso que la medida menos precisa.

La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos al administrar los apartados a) de ambos ejemplos recuadrados, en:

- un grupo G1, conformado por 81 estudiantes al inicio de segundo año de carreras de ingeniería, que habían cursado en primer año un módulo semestral de Física sin laboratorio;
- un grupo G2, conformado por 36 profesores de Física en ejercicio (25 en el nivel secundario y 11 en ciclos básicos universitarios).

Tabla 1

	G1		G2	
	n	% (*)	n	% (*)
Manejo correcto de cifras significativas	7	10 %	13	35 %
Manejo incorrecto de cifras significativas	70	85 %	23	65 %
Otras dificultades / No responde	4	5 %	0	0 %

(*) Los porcentajes han sido redondeados

Pasemos al segundo aspecto a considerar.

cifras significativas que tiene el número con menor número de cifras significativas usado en el cálculo;

- si dos valores de magnitudes se suman o restan entre sí, el resultado sólo es preciso hasta el número de cifras decimales que tiene el número con menor número de cifras decimales usado en el cálculo.

3.- Distinción entre norma convencional y comportamiento fáctico

En la estructura lógica del conocimiento fáctico intervienen conceptos y enunciados con significado existencial, y conceptos y enunciados con significado formal.

El primer tipo corresponde a significados vinculados al mundo.

El segundo tipo corresponde a significados vinculados al sistema de términos y reglas de formación y transformación que cuantifica y da coherencia lógica al conocimiento.

La experiencia con estudiantes y docentes recogida a lo largo de muchos años y el relevamiento más sistemático realizado, apoyan la hipótesis que sostiene que *estudiantes y docentes en Física no poseen un adecuado entendimiento sobre la estructura del conocimiento científico fáctico y no discriminan funcional y comprensivamente la índole y la función de los diferentes tipos de enunciados que intervienen en él.*

En particular, no se comprende que:

- Los enunciados que sólo plantean relaciones entre signos, brindan sólo información formal, aún cuando los signos tengan referentes fácticos (es el caso, por ejemplo, de la definición de velocidad instantánea como la derivada de la distancia respecto del tiempo, enunciado que ninguna experiencia puede refutar).
- Para que un enunciado brinde información fáctica, en menester que en él intervenga información vinculada con un hecho fáctico (un objeto o propiedad físico, una operación o su resultado) además de signos (es el caso, por ejemplo, de los enunciados que incorporan información sobre el valor numérico medido de magnitudes).
- Una misma proposición puede actuar como enunciado formal en un contexto y como enunciado fáctico en otro. Un ejemplo que suele despertar mucho interés en estudiantes y profesores remite a la conocidísima expresión “Fuerza = masa x aceleración”. En un contexto en el que se hayan definido previamente los conceptos “fuerza” y “aceleración” y no se haya definido de manera independiente el concepto “masa”, la relación puede emplearse para definir el valor numérico de la magnitud “masa” en términos de los valores numéricos de las magnitudes “fuerza” y “aceleración”. En ese caso, se trata de un enunciado formal, necesariamente válido en el contexto en cuestión. Pero en otro contexto, en el que se hayan definido previamente de manera independiente los conceptos “masa”, “aceleración” y “fuerza”, la relación expresa una (probable) relación entre valores numéricos de magnitudes, cuya verdad o falsedad debe ser establecida con ayuda de la observación y la experimentación.

Pasemos a considerar, a modo de ejemplos, dos enunciados que plantean situaciones que debieran encararse mediante una adecuada distinción entre norma convencional y comportamiento fáctico.

Ejemplo de enunciado propuesto a estudiantes de ingeniería:

¿Qué se conoce con mayor precisión cuantitativa: el valor de la constante dieléctrica del vacío o el valor de la constante dieléctrica del aire seco? Fundamente su respuesta.

Se han recibido respuestas como las siguientes:

- R1: “Se conoce con mayor precisión el valor de la constante dieléctrica del vacío, porque

se trata de un valor de referencia y todos se esmeran por determinarlo lo mejor posible.”

- R2: “Se conoce con mayor precisión el valor de la constante dieléctrica del aire seco, porque es muy difícil hacer el vacío entre las placas de un capacitor.”
- R3: “Ambos valores se conocen con igual precisión pues al ser tan parecidos, para determinarlos se emplean los mismos procedimientos e instrumentos.”
- R4: “El valor de la constante dieléctrica del vacío no se mide, se conoce con absoluta precisión, vale estrictamente 1 porque K se define respecto al vacío. En cambio, el valor de la constante dieléctrica del aire seco sí se mide y por lo tanto está afectado por la inevitable imprecisión que afecta toda medida.”

La respuesta correcta es R4. La constante dieléctrica de un material aislante cualquiera se define como el cociente (constante para un dado material) entre el valor V_0 de la diferencia de potencial entre las placas de un capacitor vacío y el valor V de la diferencia de potencial entre las placas del mismo capacitor cuando el espacio entre ellas ha sido ocupado por el material en cuestión. Por lo tanto, el valor de la constante dieléctrica del vacío coincide necesariamente con el número natural 1. En otras palabras, “ $K_{\text{vacío}} = 1$ ” es un enunciado formal, no fáctico; la igualdad no es contingente sino necesaria; no está determinada por la naturaleza sino por reglas lógicas independientes de toda observación o experimentación. Si los aislantes modificaran repentinamente su comportamiento, el valor de la constante dieléctrica del vacío no se modificaría.

Ejemplo de enunciado propuesto a profesores en ejercicio:

En un pueblo, la calle principal es recta. Un turista observa que el Sol aparece por el extremo de la calle próximo al río y desaparece por el extremo próximo al bosque. Para orientarse, esboza un plano del pueblo y ubica los puntos cardinales asignando dirección Este - Oeste a la calle principal, con el Este en el extremo próximo al río y el Oeste en el extremo próximo al bosque. Un amigo observa su proceder y le pregunta: “¿Y si mañana el Sol apareciera por el bosque y desapareciera por el río? ¿Cambiarías las posiciones que has asignado a los puntos cardinales?”

¿Qué respondería si fuera el turista? Justifique su respuesta.

El enunciado es una adaptación de una situación tomada de un artículo de Hanson (1973).

Se recibieron tres tipos de respuestas, que podrían ser representadas como sigue:

- R1, que opta por cambiar las posiciones asignadas a los puntos cardinales en el plano, llamando Este a la (nueva) dirección en que el Sol aparece y Oeste a la (nueva) dirección en que el Sol desaparece.
- R2, que propone no cambiar las posiciones asignadas a los puntos cardinales en el plano, y concluir que el sistema solar ha trastocado su mecánica y que ahora el Sol aparece por el Oeste y desaparece por el Este.
- R3, ambivalente, que encuentra razonables tanto la respuesta R1 como la respuesta R2.

Muchos terminaban inclinándose, perplejos, por la alternativa R3. Sospechaban que debía haber un aspecto clave que no estaba siendo considerado, pues “no puede ser que en la ciencia convivan tamañas ambigüedades y contradicciones” (sic), pero no lograban elaborar una respuesta satisfactoria. La intervención del docente a cargo permitía orientar la discusión y comprender que lo que sucede es que el significado real del enunciado “El Sol sale por el Este” sólo queda claro si se especifica con claridad el contexto en el que es expresado:

- Si se conviene en llamar “Este” al punto cardinal del horizonte por donde aparece el Sol en

los equinoccios (y por extensión, se acepta asignar con ese nombre al lugar más cerca del punto del horizonte por donde aparece el Sol en el pueblo en cuestión), entonces en la situación hipotética planteada el turista debiera cambiar las posiciones asignadas a los puntos cardinales en su plano. La validez de la afirmación “El Sol sale por el Este” no puede ser cuestionada a partir de la observación, porque el enunciado no es fáctico sino formal: no habla sobre el modo en que se comporta el Sol, sino que define convencionalmente una propiedad (la dirección llamada Este) que queda asociada al punto por el que aparece el Sol (cualquiera que sea éste) y la afirmación es por lo tanto necesariamente válida.

- Si se conviene en llamar “Este” a una dirección establecida por la Estrella Polar y las constelaciones, entonces el turista no debiera cambiar las posiciones asignadas a los puntos cardinales en su plano y debiera concluir que ahora el Sol aparece por el Oeste y desaparece por el Este. La verdad de la afirmación “El Sol sale por el Este” debe ser controlada empíricamente, porque el enunciado no es formal sino fáctico: habla sobre el modo en que se comporta el Sol en una esfera celeste cuyas direcciones han sido definidas en base a la dirección Norte - Sur asignada convencionalmente al eje de rotación de la Tierra y por lo tanto la afirmación podría ser falsa.

La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos al administrar estos enunciados en:

- el grupo G2 ya presentado;
- un grupo G3, conformado por 58 estudiantes de mediados de segundo año de carreras de ingeniería, que estaban cursando un módulo semestral sobre electromagnetismo y óptica, con laboratorio.

Tabla 2

	G2		G3	
	n	% (*)	n	% (*)
Distinción correcta entre norma y hecho	20	55 %	15	25 %
Confusión entre norma y hecho	11	30 %	31	55 %
Otras dificultades / No responde	5	15 %	12	20 %

(*) Los porcentajes han sido redondeados

Pasemos al tercer aspecto a considerar.

4.- Control del ajuste entre predicción (o requerimiento) y comportamiento fáctico

En el proceso científico de representación matemática del mundo, se procede necesariamente a simplificar la situación abordada. Las teorizaciones científicas se refieren a modelos que se construyen sobre la realidad, y no a la realidad misma, porque ninguna teoría científica analiza la totalidad de las variables que intervienen, ni aún en el más simple fenómeno.

La construcción de modelos ideales es un medio para posibilitar el desarrollo teórico; cuando las predicciones de la teoría así construida ponen de manifiesto una dosis de acuerdo con el comportamiento del sistema real complejo representado de modo esquemático por el modelo, se puede proceder a enriquecer el modelo, complicándolo, en un intento de mejorar la adecuación de la teoría.

Aún cuando los conceptos y leyes de las ciencias fácticas están lejos de ser representaciones icónicas de la realidad, ellos se construyen teniendo como objetivo interpretar, explicar y

predecir esa realidad. Las hipótesis, por lo tanto, deben confrontarse con las situaciones fenoménicas, para lo que es necesario traducir la proposición conceptual en datos experimentales y comparar el resultado empírico con el resultado previsto por la teoría. Si la diferencia entre ambos valores (el medido experimentalmente y el predicho teóricamente) permanece por debajo de la cota de incerteza experimental, se considerará que la hipótesis ha sido confirmada en ese caso particular (Cudmani y Salinas 1991).

La experiencia con estudiantes y docentes recogida a lo largo de muchos años y el relevamiento más sistemático realizado, apoyan la hipótesis que sostiene que *estudiantes y docentes en Física no tienen en cuenta que las construcciones teóricas de las ciencias fácticas tienen como referente a modelos simplificados de los comportamientos reales (y no a los propios comportamientos), y que el análisis de las incertezas experimentales es un criterio que imprescindiblemente debe tenerse en cuenta cuando interesa controlar la adecuación entre teoría y realidad.*

La información sobre el comportamiento físico de un sistema surge de una experiencia o de una observación y en consecuencia viene expresada a través de valores que poseen un número limitado de cifras significativas. Por su parte, el cálculo de una predicción cuantitativa teórica (o un requerimiento cuantitativo establecido para un sistema físico) requiere disponer de información fáctica que está también vinculada necesariamente a una medición u observación y que en consecuencia está también afectada inevitablemente por una cota de incerteza. Un control científicamente correcto de un ajuste implica la comparación de dos valores acotados (en otras palabras, implica analizar si es o no vacía la intersección de dos intervalos de la recta numérica -y no de dos valores puntuales-).

Pasemos a considerar, a modo de ejemplos, dos enunciados que plantean situaciones que debieran encararse mediante un adecuado control del ajuste entre predicción (o requerimiento) y comportamiento fáctico.

Ejemplo de enunciado propuesto a estudiantes de ingeniería:

Se está construyendo un microscopio. Se requiere que el valor de la distancia focal del objetivo sea 17 mm y se dispone de una lente convergente que, de un objeto ubicado a 20 mm de la lente, forma una imagen real ubicada a 93 mm de ésta. ¿Servirá esa lente para construir el microscopio? Justifique su respuesta.

El enunciado plantea una situación en la que es menester controlar la adecuación del comportamiento de un dado sistema físico a determinados requerimientos pre-establecidos.

Este tipo de situaciones se resuelven en la práctica profesional de científicos y tecnólogos con procedimientos que permiten explicitar las cotas de imprecisión, pues sólo de ese modo pueden compararse adecuadamente, con rigor científico, los valores correspondientes a los requerimientos impuestos y a los comportamientos observados.

En el caso del ejemplo, la distancia focal (f) requerida es de 17 mm. Dadas las cifras significativas especificadas, eso significa que serán aceptables lentes con $16,6 \text{ mm} < f < 17,4 \text{ mm}$. Se sabe que de un objeto ubicado a 20 mm (es decir, entre 19,6 mm y 20,4 mm), la lente forma una imagen real ubicada a 93 mm (vale decir, entre 92,6 mm y 93,4 mm). Suponiendo que la ley de Gauss-Descartes es aplicable a la lente es cuestión, el cálculo muestra que estos intervalos de valores de distancia objeto y distancia imagen son compatibles con el intervalo

de valores requerido para la distancia focal.

La práctica con estudiantes universitarios y con profesores en ejercicio revela que este tipo de enunciados en general es resuelto sin tener en cuenta las cotas de imprecisión experimental, a pesar de que la consideración de estas cotas es imprescindible para acceder a una respuesta con significado en el mundo real y utilidad en el ámbito científico-tecnológico. En el caso del ejemplo, el reemplazo de los valores de las distancias objeto e imagen en la fórmula de las lentes delgadas termina mostrando en el visor de las calculadoras el valor “16,46017704 cm” para la distancia focal. El redondeo directo de este valor conduce a la conclusión (incorrecta) de que la lente no cumple con la condición requerida.

Ejemplo de enunciado propuesto a profesores en ejercicio:

Dos niños disponen de un cronómetro y juegan a predecir el tiempo que demorarán los vehículos en recorrer la distancia comprendida entre dos árboles plantados a la vera de un camino recto. Al ver aproximarse un auto, uno de ellos afirma que demorará 2 s. Si el auto se desplaza a 72 km/h y los árboles están separados 42 m entre sí, ¿cree que ganará la apuesta? Justifique su respuesta.

La situación planteada requiere comparar un resultado previsto por la teoría con un comportamiento fáctico. Muchas veces ocurría que se la distorsionaba, privándola de su carácter contingente y reduciéndola a un ejercicio formal, de matemática: “Si no me equivoco al cambiar las unidades y al realizar los cálculos, llegaré al resultado correcto y sólo será cuestión de compararlo con los números del enunciado” (sic). La toma de decisiones se independizaba de toda referencia a la observación, la medición, el experimento.

Se perdía de vista que se estaba ante un problema de Física, no de Matemática. Que los datos y las conclusiones numéricos que intervenían no eran variables lógicas sino valores asignados a magnitudes y que por tanto no podían ser tratados como cantidades que se conocen con precisión absoluta, sino que los valores que se comparaban debían estar afectados de las cotas de incerteza experimental correspondientes.

En el caso del enunciado, muchas respuestas coincidían en afirmar que el niño ha fallado en su predicción, con argumentos del tipo “en 2 s el auto recorre 40 m, no 42 m”, o “para recorrer 42 m no emplea 2 s sino 2,1 s”.

Sin embargo, cuando el problema se resuelve tomando en consideración la incerteza experimental implicada por las cifras significativas de los datos brindados en el enunciado y por la propagación de errores correspondiente, se encuentra que el valor de la distancia (o del tiempo) que surge de la aplicación de las ecuaciones teóricas, es compatible con los 42 m que separan a los árboles (o con los 2 s predichos por el niño).

Cuando se recupera el carácter fáctico del enunciado de partida, la resolución no puede limitarse a la aplicación de reglas y algoritmos lógico-matemáticos, sino que requiere vincular, con el comportamiento del mundo, tanto la explicitación de supuestos (“el auto se mueve con M.R.U.”) cuanto la aplicación de criterios de verdad (“la lectura arrojada por el cronómetro coincide con el valor teórico, dentro de la cota de imprecisión experimental”).

La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos al administrar estos enunciados en los grupos G2 y G3 ya presentados:

Tabla 3

	G2		G3	
	n	% (*)	n	% (*)
Control correcto, con criterios fácticos, del ajuste requerimiento vs. comportamiento	3	10 %	3	5 %
Control meramente formal del ajuste	31	85 %	36	60 %
Otras dificultades / No responde	2	5 %	19	35 %

(*) Los porcentajes han sido redondeados

5.- Conclusiones

El modo en que la Física emplea la idealización y las herramientas matemáticas para conocer el mundo es característico del conocimiento científico. A fin de no distorsionar la naturaleza del saber que se pretende aproximar a los estudiantes, en la enseñanza de la disciplina es menester que el vínculo entre teoría y realidad se establezca mediante puentes análogos a los empleados en la actividad científica. Caso contrario, lo que se enseña no es una ciencia de la naturaleza sino una distorsión que la desnaturaliza (por ejemplo, se transforma a la Física en una formalización vacía de significado fáctico).

El relevamiento presentado en este trabajo es representativo de los resultados obtenidos al controlar en múltiples oportunidades y contextos las hipótesis enunciadas, lo que reiteradamente han mostrado que amplios porcentajes de estudiantes universitarios y profesores en ejercicio tienen serias dificultades para comprender adecuadamente la relación entre la Matemática y el Mundo en el conocimiento fáctico. En este estudio, las incomprensiones y distorsiones de estudiantes y profesores se han puesto de manifiesto a través de:

- dificultades para distinguir entre números reales y cifras significativas;
- confusiones entre normas convencionales y comportamientos fácticos;
- escasez de criterios científicos para controlar el ajuste entre teoría y realidad.

En síntesis, muchos estudiantes y profesores se muestran incapaces de distinguir entre enunciados analíticos (necesarios) y enunciados sintéticos (contingentes).

Los resultados obtenidos revelan una profunda fractura en los cimientos lógico-epistemológicos básicos de la formación en Física de numerosos estudiantes universitarios y profesores en ejercicio, que no dilucidan funcionalmente si una dada proposición trata sobre la forma en que procede la naturaleza o si enuncia una regla que es independiente del modo en que se dan los hechos en el mundo natural.

Ante este cuadro de situación, parece altamente conveniente:

- en las instituciones de formación docente, reforzar la formación epistemológica de los profesores y vincularla más estrechamente con la práctica de la investigación científica fáctica, vale decir, con el proceso de construcción y validación de saber científico acerca del mundo (Maiztegui et al. 2000);
- en las aulas de Física, tender al empleo de estrategias de enseñanza que involucren a los estudiantes en una tarea de (re)construcción del saber científico a través de actividades y criterios coherentes con los propios de la labor científica fáctica (Salinas, Gil Pérez y Cudmani 1995b);
- en todos los contextos y niveles educativos en ciencias fácticas, integrar el aprendizaje de

conceptos, la resolución de problemas de lápiz y papel, la realización de prácticas de laboratorio y la evaluación (Gil Pérez et al. 1999), en el entendimiento de que se favorecen aprendizajes más adecuados cuando éste se planifica y desarrolla como un proceso de (re)descubrimiento orientado del conocimiento involucrado.

Referencias bibliográficas:

- BUNGE M., 1980, *La ciencia, su método y su filosofía* (Ed. Siglo Veinte, Buenos Aires)
- BUNGE M., 1985, *La investigación científica* (Ed. Ariel, Barcelona)
- CUDMANI L.C. de, 1999, *Cálculo de errores experimentales* (Ed. FaCEyT - UNT, Tucumán)
- CUDMANI L.C. de, SALINAS J., 1991, Modelo físico y realidad. Importancia epistemológica de su adecuación cuantitativa. Implicancias para el aprendizaje, *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 8(3), 181-192
- GIL PÉREZ D., FURIÓ C., VALDÉS P., SALINAS J. et al., 1999, ¿Tiene sentido seguir distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel, y realización de prácticas de laboratorio?, *Enseñanza de las Ciencias*, 17(2), 311-320, 1999
- HANSON N.R., 1973, Sobre la estructura del conocimiento físico, en la compilación de S. Elam *La educación y la estructura del conocimiento* (Ed. El Ateneo, Buenos Aires)
- HECHT E., 1987, *Física en perspectiva* (Addison Wesley Iberoamericana, EEUU)
- LOSEE J., 1987, *Introducción histórica a la filosofía de la ciencia* (Alianza Ed., Madrid)
- MAIZTEGUI A., GONZÁLEZ E., TRICÁRICO H., SALINAS J., PESSOA A.M., GIL PÉREZ D., 2000, La formación de los Profesores de Ciencias en Argentina, *Revista de Enseñanza de la Física*, 13(2), 49-62
- MOSTERÍN J., 1984, *Conceptos y teorías en la ciencia* (Alianza Ed., Madrid)
- SALINAS J., 1999, ¿Enseñamos la Física como una ciencia de la naturaleza?, *Memorias de la Décimo Primera Reunión Nacional de Educación en Física (REF XI, Mendoza, Argentina)*, 358-365
- SALINAS J., 2001a, La física en el aula: ¿matemática aplicada o ciencia de la naturaleza?, *Memorias del Encuentro Nacional de Profesores de Física, 22 al 24 de Mayo de 2001, Córdoba, Argentina*
- SALINAS J., 2001b, ¿Conciliamos la abstracción matemática con la referencia al mundo material en la enseñanza de la física clásica?, *Memorias de la Duodécima Reunión Nacional de Educación en Física, 20 al 22 de Septiembre de 2001, Buenos Aires, Argentina*
- SALINAS J., GIL PÉREZ D., CUDMANI L.C. de, 1995a, Presentación de una propuesta superadora para las prácticas de física básica en laboratorios universitarios, *Memorias de la Novena Reunión Nacional de Educación en la Física (REF IX, Salta, Argentina)*, 363-378
- SALINAS J., GIL PÉREZ D., CUDMANI L.C. de, 1995b, La elaboración de estrategias educativas acordes con un modo científico de tratar las cuestiones, *Memorias de la Novena Reunión Nacional de Educación en la Física (REF IX, Salta, Argentina)*, 336-349
- SCHENBERG M., 1988, *Pensando a Física* (Nova Stella Ed., São Paulo)