



UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO LINEAR POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA: FREQUÊNCIA CARDÍACA PARA REDUÇÃO DO PERCENTUAL DE GORDURA CORPORAL

A PROPOSAL FOR THE LINEAR FUNCTION TEACHING THROUGH MATHEMATICAL MODELLING: HEART FREQUENCY FOR THE BODY FAT PERCENTAGE REDUCTION

Rudolph dos Santos Gomes Pereira

Rita de Cássia da Luz Stadler, Guataçara dos Santos Junior

Universidade Estadual do Norte do Paraná/Departamento de Ciências Exatas - GEPIEEM,
rudolph.matematica@gmail.com

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - PPGECT, ritastadler@uol.com.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - PPGECT, guatajr@uol.com.br

RESUMO

Neste artigo apresentamos uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida na disciplina de Introdução à Modelagem Matemática, com vinte e um alunos do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná – Campus de Cornélio Procópio. A coleta dos dados foi realizada pelos alunos, individualmente, durante atividade física realizada na própria Instituição. Os conteúdos matemáticos utilizados na atividade desenvolvida têm aplicações nas mais diversas situações cotidianas dos alunos, o que contribui para a assimilação e resolução de alguns fatos. Na etapa de matematização deste problema foi possível utilizar os conceitos de função linear e equação da reta na obtenção do modelo matemático. Surge neste problema a possibilidade de demonstrar a aplicabilidade da Matemática na solução de problemas cotidianos bem como uma alternativa pedagógica para utilização dos professores em sua prática docente.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Alternativa pedagógica e Função Linear.

Abstract

In this article we present a mathematical modelling activity developed in the introduction to mathematical modelling discipline, with twenty-one students in the fourth grade of the course “Licenciatura em Matemática” at the “ Universidade Estadual do Norte do Paraná – Cornélio Procópio Campus”. The data collect was made by the students individually during physical activity in the own Institution. The mathematical contents used in the developed activity have applications in several daily situations of the students that contributed to the assimilation and resolution of some facts. In the mathematics learning stage of this problem, it was possible to use the concepts of linear and equation function of the straight line in the obtainment of the mathematical model. It emerges in this problem the possibility to show the applicability of the mathematics in the solution of the daily problems as a pedagogical alternative for the use of the teachers in their teaching practice.

Keywords: Mathematical modelling, Pedagogical alternative and Linear Function.

INTRODUÇÃO

A Educação Matemática tem apontado a necessidade de aplicação de práticas pedagógicas que possam motivar os alunos, valorizando o desenvolvimento da capacidade de raciocínio, de trabalhar em equipe e de solucionar problemas que tenham significado prático em suas vidas e, dessa forma, contribuir com o processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

De acordo com Ferruzzi & Almeida (2008), a solução de problemas do cotidiano dos alunos desperta seu interesse por se tratar de “seus problemas” e assim podem conduzir os alunos a compreender e perceber a relevância dos conceitos matemáticos estudados.

Para Chevallard (2001), as dificuldades apresentadas na disciplina de Matemática estão relacionadas com a ausência entre as atividades matemáticas na sociedade e as atividades apresentadas em sala de aula. Dessa forma, na intenção de motivar os alunos, valorizar o desenvolvimento da capacidade de raciocínio e de trabalhar em equipe na busca de solucionar problemas de seu interesse, utilizamos a Modelagem Matemática - MM na perspectiva da Educação Matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática. Nunca é demais ressaltar que a Modelagem Matemática tem por finalidade, em termos de processo, a obtenção de modelos matemáticos que possam solucionar problemas e propor sugestões de soluções matemáticas ou não. A modelagem matemática visa demonstrar a aplicação e o desenvolvimento de conteúdos matemáticos envolvidos no processo na medida em que se avança na busca pela obtenção do modelo.

[...] o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado [...], Mais importante do que os modelos obtidos são o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre o tema escolhido favorecem a

preparação do estudante como elemento participativo na sociedade em que vive (BASSANEZI, 2002, p.38).

O desenvolvimento do processo de Modelagem Matemática possibilita definir e relembrar conceitos matemáticos previamente ensinados à medida que os alunos realizam a atividade e sentem necessidade de utilizá-los. Para isso, segundo Niss (1992), é fundamental que o problema seja autêntico e de interesse dos alunos possibilitando, assim, a percepção e compreensão da relevância dos conceitos matemáticos para a sociedade.

Sobre alguns aspectos da Modelagem Matemática no ensino, Almeida (2006, p.122), afirma que:

A instabilidade, o problema como ponto de partida; a intencionalidade na busca; a problematização; as hipóteses que se colocam no caminho para indicar direções; a possibilidade de aceitar e/ou compartilhar sugestões; a perplexidade destituída; a verdade estabelecida mesmo que provisória; a necessidade de validar, constituem aspectos que se colocam (...) no "caminho" do desenvolvimento de uma atividade de MM.

Nesse sentido, entendemos que a Modelagem Matemática, como alternativa pedagógica, pode contribuir para um enriquecimento do processo de ensino e aprendizagem.

Neste artigo temos como objetivo sugerir uma atividade de Modelagem Matemática que possa auxiliar o docente em sua prática diária, visando à aprendizagem dos conceitos matemáticos, além de propiciar aos alunos oportunidades de efetuar correlações com conhecimentos já adquiridos e utilizá-los na solução de problemas diários.

A atividade que relatamos a seguir foi desenvolvida no âmbito da disciplina *Introdução a Modelagem Matemática* com alunos do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual do Norte do Paraná - *Campus* de Cornélio Procopio. Apesar de ter sido desenvolvida por alunos de um curso de graduação, enfatizamos que essa atividade pode ser utilizada em sala de aula de outros níveis de ensino, sendo que o objetivo da atividade, neste caso, seria introduzir/relembrar alguns conceitos e visualizar a aplicação do conceito de *função linear*.

O tema em questão é um estudo sobre o controle de frequência cardíaca em atividade física para queima lipídica como fonte predominante de energia em exercícios aeróbicos. Para relacionar as grandezas, construir o gráfico e comparar o modelo encontrado foi utilizada a planilha de cálculo Excel.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Atualmente a preocupação com a saúde, a melhoria do condicionamento físico ou até mesmo a diversão tem feito com que as pessoas realizem atividades físicas como musculação, aulas de dança, jogar futebol, ciclismo e principalmente caminhada. Geralmente estas atividades são feitas sem o devido acompanhamento de um profissional especializado, o que pode causar riscos para a saúde destes praticantes.

Em diversas cidades pode-se verificar que o número de pessoas caminhando ou praticando ciclismo aumenta ainda mais no verão. Uma das causas desse aumento é a busca pelo corpo “perfeito” e principalmente nesses dois tipos de atividade, pois não necessitam de grande investimento para que sejam realizadas.

A caminhada, por ser a atividade física economicamente viável, torna-se a mais comum entre as pessoas e em especial para aquelas que querem “perder peso”. No entanto, para que isso aconteça é necessário realizar uma dieta alimentar balanceada e praticar atividade física regularmente, ambas acompanhadas por profissionais especializados.

De acordo com o *American College of Sports Medicine* (1994), para se realizar atividade física com o intuito de redução do percentual de gordura corporal, que geralmente é confundida com a diminuição de peso corporal, é necessário manter a frequência cardíaca na Zona Alvo de Treinamento Aeróbico entre o limite mínimo (60%) e máximo de (70%) durante a atividade.

Definição do Problema

A busca incessante pelo corpo perfeito e até mesmo pela manutenção e melhoria das condições físicas do ser humano tem feito com que as pessoas procurem as academias de ginástica, *personal trainer*, entre outros ou realizarem atividades físicas por conta própria. Em sua maioria, estas atividades têm sido realizadas com o intuito de perder peso, seja por conta de problemas relacionados a saúde ou pela busca do corpo ideal. Esta falta de controle e acompanhamento profissional adequado na realização de atividades físicas, principalmente para o emagrecimento, despertou o nosso interesse em investigar: *qual modelo matemático descreve o comportamento da frequência cardíaca em relação à idade para redução do percentual de gordura corporal em atividades aeróbicas?*

Formulação do problema matemático

Determinar um modelo matemático que descreva o comportamento da frequência cardíaca máxima e mínima em relação à idade para utilização de lipídeo como fonte de energia durante atividade física.

Definição das Variáveis

F_Q : frequência cardíaca máxima por minuto para reduzir o percentual de gordura corporal.

f_q : frequência cardíaca mínima por minuto para reduzir o percentual de gordura corporal.

i : Idade em anos.

Metodologia

A metodologia utilizada quanto à natureza foi a pesquisa aplicada e quantitativa quanto ao problema em questão. Segundo Gil (1991) trata-se de uma pesquisa exploratória quanto aos seus objetivos, pois envolve experiências práticas sobre o problema pesquisado, o que caracteriza de forma geral o Estudo de Caso e ao mesmo tempo experimental, pois busca definir possíveis formas de controle das variáveis em relação ao fenômeno estudado.

A coleta dos dados foi realizada individualmente pelos alunos, por meio de um frequencímetro (aparelho utilizado para medição da frequência cardíaca) durante atividade física realizada na própria instituição.

Apresentação dos dados coletados

A Tabela 1 apresenta a idade dos alunos, a frequência cardíaca máxima – FCM e a frequência cardíaca mínima (60%) e máxima (70%) da Zona Alvo de Treinamento Aeróbico. O cálculo foi baseado na fórmula, $FCM = 220 - idade$.

Tabela 1 – Relação da idade com a Frequência Cardíaca Máxima.

Idade	Freq. Cardíaca Máxima ($FCM = 220 - idade$)	Freq. Cardíaca Máxima (70%)	Freq. Cardíaca Mínima (60%)
20	200	140	120
21	199	139	119
22	198	139	119
23	197	138	118
27	193	135	116
28	192	134	115
29	191	134	115
30	190	133	114
34	186	130	112
40	180	126	108

Com os dados coletados, o professor pode partir para a obtenção do modelo, mas é importante fazer o uso da oportunidade para introduzir ou mostrar uma aplicação do conteúdo de função linear.

Tabela 1 – Relação da idade com a Frequência Cardíaca Máxima para redução do percentual de gordura corporal.

Idade Média	Freq. Cardíaca Máxima (70%)
20	140
21	139
22	139
23	138
27	135
28	134
29	134
30	133
34	130
40	126

Visualização dos dados

A Figura 1 representa graficamente os dados da Frequência Cardíaca Máxima (70%) para redução do percentual de gordura corporal, conforme apresentados na Tabela 1.

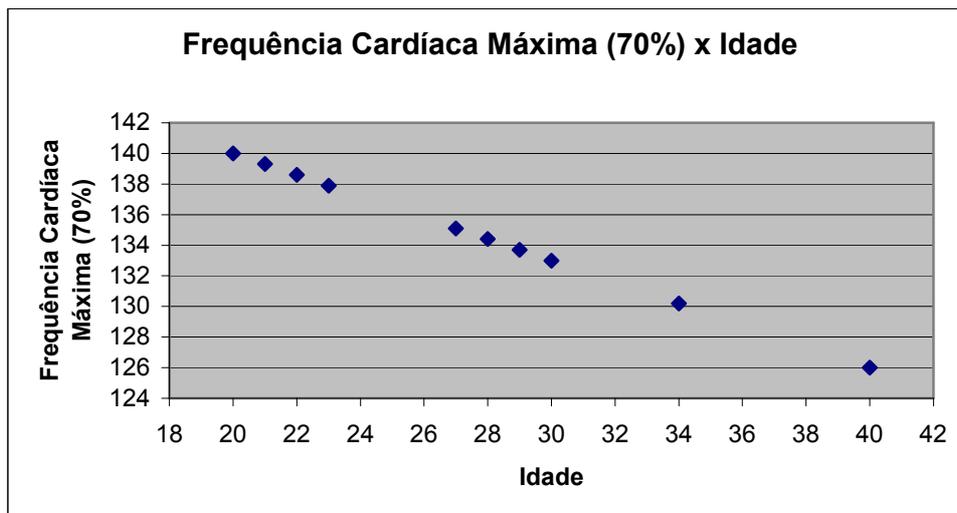


Figura 1 – Relação da Frequência Cardíaca Máxima e a idade.

A visualização dos dados sugere que podemos aproximar o modelo a um modelo linear, uma reta. Esta conclusão pode ser obtida por meio da análise do coeficiente de correlação linear entre as variáveis idades e frequência cardíaca máxima (70%). Esta análise deve ser feita pelo moderador e caberá a ele identificar e relacionar o conteúdo e a estratégia a ser utilizada na interpretação dos dados.

Hipóteses:

1ª) Tendo em vista que a frequência cardíaca máxima para redução do percentual de gordura corporal se mantém até o limite de 70% e a frequência cardíaca mínima no limite de 60% da frequência cardíaca e que seu comportamento é decrescente, consideramos a função como um modelo linear.

2ª) O modelo linear para frequência cardíaca máxima será do tipo $F_Q(i) = \alpha \cdot i + \beta$.

3ª) O modelo linear para frequência cardíaca mínima será do tipo $f_q(i) = \alpha \cdot i + \beta$.

Desenvolvimento do Modelo Linear para frequência cardíaca máxima

Nosso problema consiste em determinar os valores das constantes α e β do nosso modelo. Para tanto, utilizaremos a determinação da equação da reta por determinantes (condição de alinhamento de três pontos).

Neste momento cabe ao professor explicar a substituição de variáveis para que possa facilitar o entendimento dos alunos.

$$\begin{bmatrix} i & F_Q & 1 \\ 22 & 139 & 1 \\ 38 & 127 & 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow (139i + 2794 + 38F_Q) - (5282 + 22F_Q + 127i) = 0$$

$$12i + 16F_Q - 2488 = 0 \Rightarrow 0,75i + F_Q - 155 = 0$$

$$F_Q = -0,75i + 155$$

Comparando a equação encontrada acima com a o modelo proposto na hipótese, conclui-se que $\alpha = -0,75$ e $\beta = 155$, então, o modelo encontrado é $F_Q(i) = -0,75i + 155$.

Surge a oportunidade de explicar o motivo de o coeficiente angular ser negativo e que esse valor é a constante de correlação linear entre as variáveis idade e frequência cardíaca e o coeficiente linear.

Abaixo apresentamos a comparação dos modelos encontrados de acordo com a hipótese do problema e outro com auxílio da planilha de cálculo Excel para fazer a comparação entre os modelos:

Modelo matemático encontrado:

$$F_Q(i) = -0,75i + 155$$

Modelo da planilha de cálculo Excel:

$$F_Q(i) = -0,7i + 154$$

Observamos que os modelos encontrados são praticamente iguais, mas ressaltamos que a o Excel utiliza o ajuste linear para determinar a equação de tendência dos dados e isso minimiza as diferenças entre os pontos observados e reais.

A Figura 2 apresenta o gráfico do modelo encontrado.

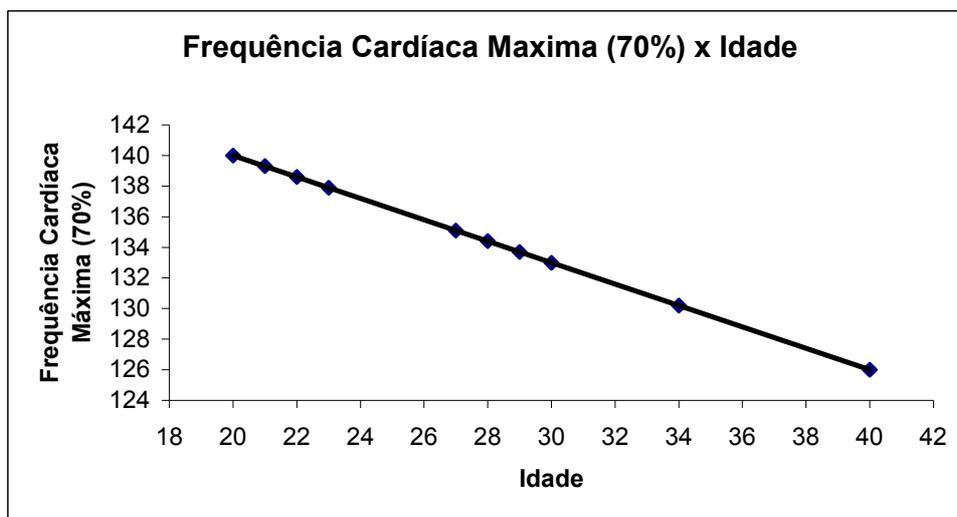


Figura 2 – Linha de tendência linear (Planilha de Cálculo Excel).

Validação do modelo

A validação de um modelo consiste em comparar os dados observados, neste caso os dados obtidos por meio das idades dos alunos, com os dados estimados pelo modelo encontrado juntamente com os alunos. Apresentamos a validação na Tabela 3.

Tabela 3 – Validação do modelo para Frequência Cardíaca Máxima.

Idade	Freq. Cardíaca Máxima (70%)	Freq. Cardíaca (Modelo-F₀)	Variação
20	140	140	0
21	139	139	0
22	139	139	0
23	138	138	0
27	135	135	0
28	134	134	0
29	134	133	-1
30	133	133	0
34	130	130	0
40	126	125	-1

Desenvolvimento do Modelo Linear para frequência cardíaca mínimo

Como o modelo para frequência cardíaca mínima também é linear, faremos o mesmo processo para determinar os valores das constantes α e β do modelo. Então, utilizaremos o coeficiente angular da reta.

$$\alpha = \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{120 - 118}{20 - 23} = \frac{2}{-3} = -0,6$$

$$f_q(i) = -0,6i + \beta$$

Substituindo um dos dados da Tabela 1 na equação é possível determinar o parâmetro β (coeficiente linear) temos:

Para idade de trinta anos temos:

$$f_q(30) = -0,6(30) + \beta$$

$$114 = -0,6(30) + \beta$$

$$\beta = 132$$

Como $\beta = 132$ o modelo matemático encontrado para determinar a Frequência Cardíaca Máxima para redução do percentual de gordura corporal é:

$$f_q(i) = -0,6i + 132$$

Fazendo a comparação entre o modelo encontrado com o definido pela planilha de cálculo Excel:

Modelo matemático encontrado:

$$f_q(i) = -0,6i + 132$$

Modelo da planilha de cálculo Excel:

$$f_q(i) = -0,6i + 132$$

Comparando o modelo obtido por meio do coeficiente angular da reta e a planilha de calculo Excel, observamos que os modelos encontrados são iguais.

A Figura 3 apresenta a linha de tendência do modelo encontrado.

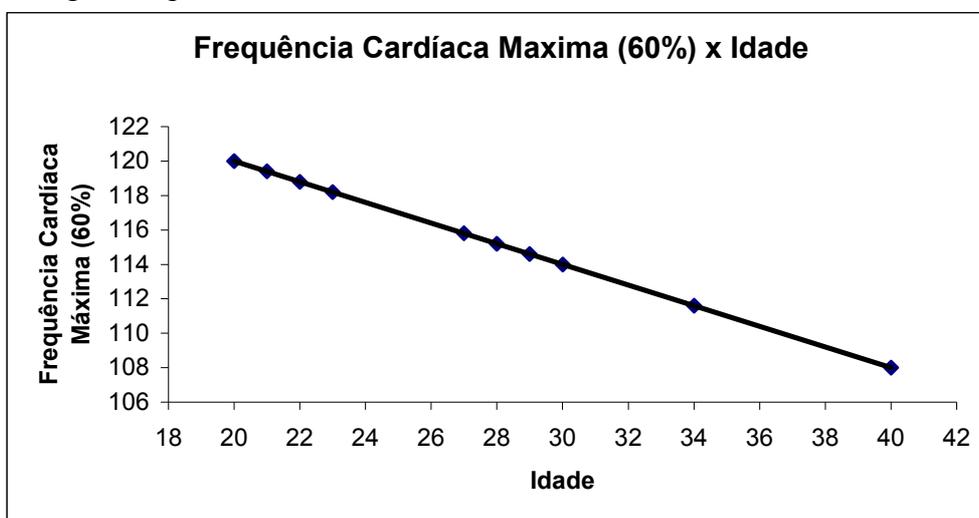


Figura 3 – Linha de tendência linear (Planilha de Cálculo Excel).

Validação do modelo

A comparação dos dados observados e os dados obtidos por meio das idades dos alunos são apresentados validação na Tabela 4 e considera-se como válido, pois não há variação.

Tabela 4 – Validação do modelo para Frequência Cardíaca Mínima.

Idade	Freq. Cardíaca Máxima (60%)	Freq. Cardíaca (Modelo- f_q)	Varição
20	120	120	0
21	119	119	0
22	119	119	0
23	118	118	0
27	116	116	0
28	115	115	0
29	115	115	0
30	114	114	0
34	112	112	0
40	108	108	0

Como se pode observar na Tabela 3, a variação é de -1 batimento por minuto em alguns casos e na Tabela 4 não houve variação. Entretanto, considerando que se trata de um modelo educacional, a variação pode ser considerada nula uma vez que o objetivo da atividade é mostrar a utilização de conceitos matemáticos na solução de situações-problemas cotidianas. Como neste caso, na determinação do modelo matemático para determinar a frequência cardíaca máxima e mínima para redução do percentual de gordura corporal de acordo com a idade.

Observamos que, com a determinação deste modelo matemático poderíamos sugerir aos alunos que encontrassem a frequência cardíaca máxima e mínima para redução do percentual de gordura corporal de acordo com a idade.

CONCLUSÃO

O objetivo deste artigo foi apresentar mais uma atividade que pode ser utilizada em sala de aula, visando ao aprendizado de alguns conceitos matemáticos, entre eles, o de função linear.

Observamos que no decorrer das atividades os alunos envolveram-se com o processo, discutindo alternativas de solução, pesquisando conceitos ainda não aprendidos e revisando conceitos já vistos. Tudo isso com o intuito de solucionar o problema em questão.

Quanto aos conceitos matemáticos envolvidos na solução do problema podemos citar: a distribuição de frequência, porcentagem e função linear.

Esperamos que esta atividade de Modelagem Matemática proporcione aos professores mais uma alternativa pedagógica para sua prática diária objetivando uma melhor assimilação dos conteúdos por meio de problemas cotidianos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.M.W. *Modelagem Matemática: um caminho para o pensamento reflexivo dos futuros professores de Matemática*. **Contexto & Educação**, Revista do Programa de Pós-graduação em educação nas ciências. Universidade de Ijuí n. 76, p. 115-126, julho/dezembro 2006.

American College Sports Medicine (ACSM). *Prova de esforço e prescrição de exercícios*. Revinter. 1994.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**, 392 p., ISBN 85-7244-207-3. São Paulo: Contexto, 2002.

CHEVALLARD, Y. *et al.* **Estudar Matemática: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M.W. Socioepistemologia: Uma aproximação teórica para a Modelagem Matemática. In **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Anais...Recife, 2008. CD.

GIL, A. C. **Técnicas de pesquisa em economia**, 217 p., 5 ed., São Paulo: Atlas, 1999.

NISS, M. O papel das aplicações e da Modelação na Matemática escolar. *Educação Matemática*, n. 23, p. 1-2, 1992.