

# A MODELAGEM MATEMÁTICA E A EXPERIMENTAÇÃO APLICADAS AO ENSINO DE FÍSICA

## MATHEMATICAL MODELING AND THE EXPERIMENTATION APPLIED TO THE PHYSICS TEACHING

Luís da Silva Campos<sup>1</sup>  
Mauro Sérgio Teixeira de Araújo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, Professor de Física da Universidade Guarulhos e do Colégio Montessori Santa Terezinha e-mail: proflula@ig.com.br

<sup>2</sup> Professor Doutor do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul e-mail: mstaraujo@uol.com.br

### Resumo

Este artigo descreve o trabalho de modelagem matemática aplicada aos fenômenos de cinemática envolvendo grandezas físicas a partir do levantamento de dados experimentais com alunos de um curso superior de licenciatura em Matemática.

As atividades experimentais foram realizadas de forma a garantir progressivamente uma diminuição de sua estruturação, objetivando proporcionar que a construção do conhecimento em física estivesse associada com a interação entre essas atividades e os conceitos teóricos que fundamentam os fenômenos abordados.

Embora os alunos tenham conseguido elaborar os gráficos e as fundamentações teóricas com autonomia, percebemos que a maioria dos estudantes encontrou dificuldades em atingir níveis mais avançados de modelagem, sendo necessário realizar novas atividades que permitam ampliar a sua independência como previstas na continuidade desse trabalho.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Ensino de Física, atividades experimentais, Métodos Científicos.

### Abstract

This article describes the work of mathematical modeling applied to the kinematics phenomena involving physical greatness from the experimental data-collecting with students of a Mathematics high school course.

The experimental activities had been carried through of form to gradually guarantee a structure reduction, objectifying to provide that the construction of the knowledge in physics was associated with the interaction between these activities and the theoretical concepts that base the approached phenomena.

Although the students have obtained to elaborate the graphs and the theoretical recitals with autonomy, we perceive that the majority of the students found difficulties in reaching more advanced levels of modeling, being necessary to carry through new activities that allow enlarge its independence as foreseen in the continuity of this work.

**Keywords:** Mathematical Modeling, Physics Teaching, experimental activities, Scientifics Method.

## 1 – INTRODUÇÃO

No estudo da Física Pura e Aplicada, a Modelagem Matemática está presente em várias etapas, seja como análise dos dados coletados, como proposta de novos modelos, como verificação de validade dos modelos existentes ou apenas correções, para casos específicos, das teorias em vigência. Em vários campos da Física Teórica e Experimental o desenvolvimento dos conceitos matemáticos foi extremamente importante para descrever novas descobertas, com a finalidade de fazer previsões dos fenômenos estudados e verificações dos seus limites de validade. Por esse motivo, dentro da Física Teórica foi criada uma disciplina da matemática aplicada denominada Física – Matemática (BASSANEZI, 2002, p. 33).

No ensino de Física essa relação já não se estabelece de forma direta. Em muitos casos as equações, os gráficos e as funções que relacionam as grandezas envolvidas são apresentados de forma separada das atividades experimentais. Os problemas propostos são idealizados e pertencem a uma classe que Skovsmose (2000) chama de *referência à matemática pura* e que aqui podemos chamar de referência à Física Pura.

Esses problemas são idealizados de tal forma que todas as interferências externas são desprezadas, o papel do observador no experimento e os erros associados às medidas nem se quer são mencionados. Assim esses fenômenos pertencem a um mundo ideal onde apenas a lógica matemática é suficiente para resolvê-los.

Quando as atividades experimentais são introduzidas no ensino em geral se limitam a demonstrações, sem pretensão de fazer medidas e estabelecer relações entre as grandezas, ou pertencem a um tipo denominado *ensino de laboratório programado*, o qual segundo Ribeiro Freitas e Miranda (1997, p. 445):

(i) pertence à classe de laboratório estruturado; (ii) se destina aos objetivos de propiciar a aprendizagem de habilidade de manuseio de aparelhos e a aprendizagem do conteúdo ministrado na sala de aula, (iii) permite a superação de alguns problemas administrativos (ex. pouco material disponível para a quantidade de estudantes na sala de aula); (iv) os roteiros utilizam algum modelo de ensino como referencial teórico-pedagógico, (v) o procedimento dos roteiros é bem detalhado.

Assim, nestas modalidades de experimentação não são realizadas discussões acerca dos fundamentos epistemológicos relacionados ao uso dos Métodos Científicos e da relação existente entre a teoria e a prática como nos mostram os trabalhos de Moreira e Ostermann (1993), Medeiros e Filho (2000) e Arruda e Laburú (2002). Desse modo, o estímulo à criatividade dos alunos, as tomadas de decisões em diversas situações e até a possibilidade de erros com a consequente mudança de estratégia são descartados.

Acreditamos que essas atividades não propiciam uma aprendizagem crítica onde os alunos são colocados no centro das mesmas, atuando como sujeitos responsáveis pela tomada de decisões, assim como inviabiliza uma discussão mais profunda sobre a natureza da Ciência e seus papéis nas mudanças da sociedade.

Motivados pelo interesse de investigarmos este tema, a fim de esclarecermos alguns elementos que o envolve, formulamos a questão principal da pesquisa que norteia as ações e análises deste trabalho, organizada da seguinte forma:

*É viável e significativa para a aprendizagem dos fenômenos de Cinemática e Dinâmica a associação entre Modelagem Matemática, Experimentação e conceitos teóricos de Física?*

Para facilitar a investigação e direcionar nossas atividades e análises, formulamos algumas questões auxiliares:

1. *Quais são os fatores que limitam a utilização da Modelagem Matemática no Ensino de Física?*
2. *Quais as semelhanças e diferenças entre Modelagem Matemática utilizada no ensino de Matemática e Experimentação utilizada no ensino de Física?*
3. *Quais os conteúdos de Física que possibilitam essa aproximação?*

Quando definimos a questão de pesquisa percebemos a necessidade de priorizar determinados aspectos que consideramos relevantes para nossa análise. Optamos por analisar a importância para o Ensino de Física da associação de um tema relacionado ao Ensino de Matemática (Modelagem Matemática) a outro relacionado com o Ensino de Física (Experimentação associada aos Conceitos Teóricos). Não pretendemos desenvolver nossas atividades numa concepção empirista-indutivista segundo a qual os dados experimentais são suficientes para construir conceitos e Modelos dos fenômenos estudados.

Portanto nosso foco está na análise da aprendizagem que promovemos quando conceitos importantes da Cinemática são relacionados com Modelos Matemáticos durante as atividades que aproximam Educação em Matemática à Educação em Física.

Neste processo, a Modelagem Matemática será utilizada para analisar gráfica e algebricamente as tendências das variações do espaço percorrido, da velocidade de um objeto ou da sua aceleração. Introduziremos os conceitos de valores médios e de erros experimentais para mostrar que trabalhamos modelos que respondem, com boa precisão, as perguntas relativas às tendências de comportamento das grandezas envolvidas.

Desejamos discutir a utilização do conhecimento científico como elemento capaz de facilitar a vida humana e contribuir para o processo de tomada de decisões como é proposto nos trabalhos de Araújo e Abib (2003) e Cruz e Zylbersztajn (2005).

## **2 – A ESCOLHA DA CONCEPÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA ADEQUADA PARA AS ATIVIDADES EXPERIMENTAIS DESENVOLVIDAS**

Existem basicamente dois grupos que entendem a Modelagem Matemática de formas diferentes: um deles associa a modelagem apenas como um método de trabalho para os matemáticos. Podemos entender essa concepção como sendo aquela que relaciona a Modelagem Matemática apenas à concepção de matemática aplicada.

Verificamos essa concepção no trabalho de Hein e Biembengut (2007) em uma proposta de Modelagem Matemática sobre criação de frangos cujos dados foram obtidos através do Manual 021 da EMBRAPA. Na conclusão os autores escrevem o seguinte:

Enfim, os modelos matemáticos sempre serão tão bem elaborados quanto de matemática dispuser o modelador(...) O caminho entre a pureza original da matemática e sua aplicação é uma estrada não-pavimentada. No instante em que um indivíduo consegue transformar o seu conhecimento matemático (puro) em algo aplicável, ele estará educado matematicamente e a pavimentação terá começado (HEIN e BIEMBENGUT, 2007 p. 46).

Podemos verificar no parágrafo acima que não se discute quem elaborou o modelo matemático, quais eram os objetivos envolvidos na sua construção, quem propôs o tema

a ser modelado e quais as consequências de possíveis aplicações desse modelo. A preocupação é centralizada na construção do modelo, suas validades e precisões. Não há interesse em discutir o que Skovsmose (2007) chama de *paradoxo da razão* que pode produzir *maravilhas e horrores numa mistura colossal* (p.154).

O outro grupo entende que a Modelagem Matemática também pode ser usada para o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos aplicados em diferentes áreas do conhecimento humano.

Podemos distinguir dois grandes grupos: os que vêm a Modelagem Matemática apenas como um método de trabalho para o matemático e os que vêm tal processo também como um caminho para o ensino e aprendizagem de matemática (ARAÚJO, 2002 p. 16).

Não é propósito desse trabalho a análise detalhada e aprofundada dos pensamentos filosóficos e epistemológicos desses dois grupos. Pretendemos somente utilizar a concepção de Modelagem Matemática que julgamos mais adequada para a construção de conhecimentos físicos, análise e discussões das teorias científicas, dos processos de construção do conhecimento em ciências, criando condições para que os alunos, ao final do processo, sejam responsáveis pela escolha do tema abordado e pelas decisões sobre as técnicas utilizadas na coleta e tratamentos matemáticos dos dados.

Assim, a perspectiva de Modelagem Matemática proposta por Borba, Meneghetti e Hermi (1997) que atribui ao aluno o papel de destaque no processo de escolha do tema e na condução do trabalho nos parece a mais adequada. Na perspectiva desses autores, *a modelagem pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos com o auxílio do professor* (p. 63). Diferentemente da matemática aplicada aqui a participação dos alunos é de fundamental importância para o desenvolvimento das atividades.

Podemos perceber aqui a idéia que perpassa todas as perspectivas – descrever um fenômeno matematicamente – mas a participação do aluno na escolha desse fenômeno é tida como primordial. Na matemática aplicada, por exemplo, não importa muito quem propõe o problema: a preocupação maior está em resolvê-lo, o que mostra, mais uma vez, as transformações vivenciadas pela modelagem em um ambiente de ensino e aprendizagem (ARAÚJO, 2004, p. 3).

A experiência nos mostrou que os alunos envolvidos nas atividades, apesar de cursarem o 3º semestre do curso de licenciatura plena em Matemática de uma Universidade particular da grande São Paulo, não possuíam vivências anteriores na realização de atividades práticas, no manuseio dos instrumentos, coleta dos dados, análise dos valores encontrados, elaboração dos relatórios, construção dos gráficos, bem como no controle de variáveis. Por esse motivo resolvemos propor atividades de Modelagem Matemática em níveis diferentes e tendo como inspiração as idéias desenvolvidas por Barbosa (2004), pretendemos começar as atividades no nível 1 e terminar nosso trabalho no nível 3 da modelagem.

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com os dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Já no caso 2, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas tem que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. E, por fim, no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas 'não-matemáticos', que podem ser

escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta dos dados e a resolução são tarefas dos alunos (BARBOSA, 2004 p.6).

Assim, entre nossos objetivos destaca-se a criação de condições para que os alunos possam desenvolver uma independência intelectual no que diz respeito à escolha do tema a ser estudado, na coleta dos dados, no manuseio dos equipamentos necessários, na análise dos valores encontrados, na construção e validação dos modelos matemáticos estudados e, se necessário, na proposta de modelos diferentes para os fenômenos analisados nas condições dos experimentos.

### **3 – O PAPEL DO EXPERIMENTO NO ENSINO DE FÍSICA**

Vários autores enfatizam a importância das atividades experimentais para o ensino de Física, entre eles podemos citar Axt, Moreira e Silveira (1990), Saraiva-Neves, Caballero e Moreira (2006), Barbosa, Paulo e Rinaldi (1999), Laburù (2003), Ribeiro, Freitas e Miranda (1997), Araújo e Abib (2003), Quirino e Lavarda (2001) entre outros.

Essas publicações sinalizam novas propostas de experimentos, analisam os aspectos positivos e negativos da utilização do laboratório, propõem experimentos utilizando materiais do dia-a-dia, entre outros aspectos.

A utilização do laboratório didático para fins meramente ilustrativos não nos parece uma boa opção para o ensino de Física. A utilização de experimentos com roteiros detalhados, pertencendo à classe dos laboratórios programados e estruturados (Ribeiro Freitas e Miranda, 1997) também não atende nossos propósitos.

Por sua vez, a utilização dos experimentos quantitativos nos permite trabalhar com tratamentos de dados estatísticos, verificar o limite de validade de algumas leis científicas, mostrar o uso adequado de diferentes instrumentos e desenvolver modelos matemáticos dos fenômenos estudados.

(...) Nesse tipo de abordagem podem ser atingidos diferentes objetivos, com destaque para a possibilidade de se comparar os resultados obtidos com os previstos por modelos teóricos. A verificação de leis Físicas e seus limites de validades também são objetivos alcançados através do uso da experimentação quantitativa (ARAÚJO e ABIB, 2003, p. 180).

Não pretendemos criar uma idéia de que os Métodos Científicos seguem uma rígida rotina de observação, formulação de hipóteses, experimentação, medição, estabelecimento de relações, conclusões e estabelecimento de leis e teorias científicas (Moreira e Ostermann, 1993).

Ao contrário, pretendemos mostrar que a Ciência se constrói em uma junção de conceitos teóricos e dados experimentais, onde as concepções de mundo dos cientistas, o momento histórico, político e social são de fundamental importância na sua construção.

Entretanto, pretendemos começar com atividades de *laboratório programado*, onde os procedimentos dos roteiros são bem detalhados, e posteriormente utilizar o *laboratório com ênfase na estrutura do conhecimento*, em que os procedimentos não são detalhados, auxiliando os alunos apenas na estrutura da experiência. Ao final, desejamos realizar experimentos com um *enfoque epistemológico*, onde o roteiro não é detalhado, auxiliando apenas na *determinação da natureza do conhecimento* (Ribeiro Freitas e Miranda, 1997).

## 4 – OS EXPERIMENTOS REALIZADOS

### 4.1 Primeiro experimento: movimento de uma esfera metálica no interior de um tubo de óleo

Essa atividade foi realizada no dia 27 de fevereiro de 2009 e objetivou estudar o movimento de uma esfera metálica colocada no interior de um tubo de acrílico contendo óleo para lubrificar os motores de automóveis. O tubo foi inclinado horizontalmente para que a velocidade terminal da esfera fosse baixa o suficiente que permitisse medir o tempo do seu deslocamento a cada 5,0 cm no interior do tubo de óleo.

A figura seguinte mostra o tubo de óleo e os instrumentos utilizados na realização do experimento. Nessa foto a origem não tinha sido determinada nem a trajetória tinha sido orientada.



**Figura 1:** foto do dispositivo utilizado para realizar o experimento sobre mov. ret. e uniforme.

Para os alunos deslocarem a esfera da extremidade inferior para a superior do tubo de óleo, fornecemos um ímã. O tempo de movimento dessa esfera foi medido com um cronômetro de precisão 0,2 segundos e os alunos deveriam escolher um ponto para ser usado como origem, construir uma escala para a medida do deslocamento da esfera, usando a fita métrica, e deveriam ainda orientar a trajetória do movimento.

Os alunos foram divididos em quatro grupos e todos colocaram a origem na extremidade superior do tubo e orientaram a trajetória descendente como sendo positiva. A partir da nossa intervenção, os estudantes dividiram o comprimento do tubo de 5,0 cm em 5,0 cm e colocaram o zero um pouco abaixo da extremidade superior do tubo.

Apesar desses alunos já terem estudado no semestre anterior os conceitos de cinemática, o momento oportunizado correspondeu à primeira vez que eles realizaram uma atividade experimental durante o seu curso universitário. Por esse motivo foi necessário a nossa intervenção para explicar o funcionamento do cronômetro, o procedimento da coleta de dados durante o experimento, a construção das tabelas de dados e o cálculo da velocidade média da esfera em cada deslocamento que ela efetuou.

Para o melhor entendimento da orientação da trajetória, do conceito de velocidade média negativa e da adoção de um ponto como origem, nos sugerimos que os alunos construíssem outra escala com a origem na extremidade inferior do tubo de óleo e orientassem a trajetória como sendo positiva no sentido ascendente. A foto abaixo mostra as duas trajetórias orientadas e os dois pontos tomados como origens.



**Figura 2:** foto mostrando as duas origens e os dois sentidos da orientação da trajetória.

Com essa nova escala os alunos realizaram o experimento novamente, determinando os intervalos de tempo gastos para a esfera realizar cada deslocamento e calcularam a velocidade média em cada deslocamento da esfera.

Esperamos que na construção dos gráficos, no cálculo das velocidades médias, na construção das funções horárias e na elaboração do relatório os alunos possam perceber os conceitos de velocidade negativa e positiva e verificarem que não há relação entre os gráficos do espaço em função do tempo e o tipo de trajetória que um objeto se desloca.

Todo o trabalho de construção dos gráficos, análise dos dados, discussão dos resultados e elaboração dos relatórios foi realizado na semana seguinte, uma vez que o tempo que dispúnhamos nessa aula só foi suficiente para a coleta dos dados, a construção das tabelas e o cálculo das velocidades médias.

No dia 06 de março de 2009 apresentamos um modelo de relatório constituído de título do experimento, materiais utilizados, objetivos do experimento, fundamentação teórica, descrição do experimento, apresentação das tabelas de dados, cálculo das grandezas envolvidas, construções dos gráficos, análise dos resultados encontrados, conclusões e bibliografia utilizada. Marcamos para a semana seguinte a entrega do primeiro relatório e entregamos um artigo para cada grupo fazer uma resenha, apresentar e discutir essas resenhas na aula do dia 13 de março de 2009.

Os artigos escolhidos foram “A Natureza da Ciência e a Instrumentação para o Ensino de Física” Medeiros e Filho (2000), “Consideração sobre a Função do Experimento do Ensino de Física” Arruda e Laburú, (2002), “A Problemática do Ensino de Laboratório de Física na UEFS” Ribeiro, Freitas e Miranda, (1997) e “Sobre o Ensino do Método Científico” Moreira e Ostermann, (1993).

Nessa aula os resumos foram apresentados, os relatórios entregues e aconteceu uma interessante discussão sobre as concepções dos Métodos Científicos, a construção do conhecimento envolvendo teoria e prática, as formas como os laboratórios podem ser utilizados e a limitação de cada um dessas utilizações. Acreditamos que o debate e a participação dos estudantes permitiram que desenvolvessem um conhecimento mais adequado e epistemologicamente correto acerca dos Métodos Científicos historicamente construídos e de alguns aspectos relacionados à produção do conhecimento científico.

A interação dos grupos, o questionamento dos assuntos apresentados, a exposição de opiniões e defesas de pontos de vistas permitiram um enriquecedor debate sobre como a ciência é construída e sobre as incertezas que fazem parte dos processos que envolvem a produção do conhecimento científico. Os debates permitiram abordar ainda a distância entre o que realmente é produzido pela Ciência e o que muitas vezes é divulgado pelos meios de comunicação em massa, uma vez que há muitas distorções e erros cometidos neste processo.

#### **4.2 Análises dos relatórios do primeiro experimento e dos resumos dos textos**

Ao analisarmos os relatórios referentes ao primeiro experimento apresentado pelos grupos, verificamos que os alunos conseguiram determinar corretamente o valor das velocidades médias em cada intervalo de tempo e conseguiram perceber que essa velocidade tendia para um valor constante.

Eles conseguiram construir corretamente os gráficos do espaço em função do tempo, porém alguns grupos não representaram corretamente os valores da velocidade média no gráfico da velocidade em função do tempo.

Os grupos conseguiram escolhendo uma reta média para o conjunto de pontos obtidos através dos experimentos, mesmo que os valores das velocidades não foram corretamente representados.

Conseguiram interpretar corretamente o significado de alguns pontos ficarem fora da reta média que foi escolhida, associando esse fato com os erros que ocorreram durante o experimento.

Observamos também que os alunos não padronizaram os resultados obtidos do experimento com o mesmo número de casas decimais, e que não conseguiram associar os valores do espaço inicial e da velocidade da esfera com a função horária dos espaços ( $S = S_0 + v.t$ ).

Em um dos relatórios o grupo encontrou o valor médio da velocidade na primeira parte do experimento como sendo 1,1 cm/s e estabeleceram o espaço inicial como sendo zero. No momento de escrever a função horária dos espaços eles representaram  $S = 1 t$ .

Esse mesmo grupo estabeleceu o espaço inicial coincidente com a origem dos espaços na segunda parte do experimento e inverteu o sentido da orientação da trajetória. Assim encontraram a média da velocidade da esfera como sendo - 1,1 cm/s, porém ao representar a função horária dos espaços esse grupo escreveu:  $S = 50 \text{ cm} - 1,2 t$ .

Outro grupo conseguiu representar corretamente a função horária dos espaços na primeira parte do experimento. No entanto, na segunda parte esse grupo estabeleceu o espaço inicial na posição 55 cm, com a orientação da trajetória contrária à primeira parte do experimento. A média da velocidade foi calculada e representada como sendo  $v = -1,3 \text{ cm/s}$ . Ao representar a função horária dos espaços para esse movimento foi escrito  $S = 50 - 1,3 t$ .

Os resumos dos artigos e suas discussões mostraram que a maioria dos grupos conseguiu captar os pontos principais discutidos e apresentados pelos autores, porém um dos grupos entregou um resumo e apresentou uma discussão extremamente superficial sobre o artigo “Considerações sobre a Função do Experimento do Ensino de Ciências”, Arruda e Laburú (2002). Após as apresentações, fizemos intervenções sobre o que deve ser apresentado em resumos e discussões relativos a textos científicos.

#### **4.3 Segundo experimento: calha de Galileu e o movimento uniformemente acelerado**

Esse experimento foi realizado no dia 20 de março de 2009 tendo como objetivo o estudo das características do movimento de uma esfera metálica que descia um plano inclinado (calha de Galileu) como mostra a fotografia abaixo.



**Figura 3: Calha de Galileu com os alunos realizando o experimento.**

Nessa aula fornecemos apenas um roteiro com informações do objetivo do experimento e um pequeno texto que sobre movimento dos objetos em um plano inclinado liso e em um plano inclinado com atrito. Informamos aos alunos que as estratégias utilizadas para a realização do experimento, a utilização dos instrumentos, a coleta de dados, sua análise, a construção dos gráficos e de todo o relatório deveria ser feita em conjunto sem a nossa interferência.

Informamos também que eles deveriam realizar no mínimo dez medidas de cada atividade e que a aula do dia 27 de março de 2009 seria utilizada para terminar a construção dos gráficos, a análise dos dados e a finalização do relatório desse experimento.

Na data marcada os alunos apresentaram grandes dificuldades na determinação da aceleração que a esfera descia na calha de Galileu, na construção da tabela que relacionava a velocidade instantânea da esfera e na construção dos gráficos do espaço em função do tempo, da velocidade em função do tempo e da aceleração em função do tempo. Imaginando que essa situação pudesse ocorrer, pedimos aos alunos que consultassem materiais didáticos sobre o movimento uniformemente acelerado, suas equações e relacionassem com a atividade experimental que eles tinham desenvolvido.

Após longo período de discussões eles conseguiram finalizar o relatório do experimento.

A entrega desse relatório, segundo os padrões estabelecidos durante o primeiro experimento, foi realizada na aula do dia 03 de abril de 2009.

#### **4.4 Análise dos relatórios do segundo experimento**

Nesse segundo experimento os alunos tiveram mais liberdade na coleta e no tratamento dos dados, na fundamentação teórica, na construção dos gráficos e na apresentação das funções horárias desse movimento.

Verificamos que um dos grupos apresentou todos os resultados do experimento com uma casa decimal e que esse grupo escreveu corretamente a função horária dos espaços como sendo  $S = \frac{6,2 \cdot t^2}{2}$ . Porém cometeu um engano ao apresentar a função horária da velocidade como sendo  $v = 3,1 t$ .

Cada grupo apresentou uma fundamentação teórica diferente, ao contrário do primeiro experimento que todos os grupos utilizaram a mesma fundamentação teórica que apresentamos como modelo. Dois grupos não apresentaram as bibliografias utilizadas na fundamentação teórica os outros dois apresentaram corretamente essas informações.

Todos os grupos conseguiram representar os dados obtidos através dos gráficos do espaço em função do tempo, da velocidade em função do tempo e da aceleração em função do tempo. Todos eles representaram as retas e curvas médias nesses gráficos, mostrando a tendência da aceleração para um valor constante. Eles também justificaram os pontos fora da curva ou das retas associando os erros experimentais com as medidas realizadas.

No entanto, três grupos não conseguiram construir as funções horárias do espaço com o tempo e da velocidade com o tempo de movimento, apesar de essas funções serem mencionadas nas suas fundamentações teóricas.

Esses três grupos também não padronizaram os resultados das medidas e dos cálculos com o mesmo número de casas decimais. As conclusões apresentadas não foram muito elaboradas e um dos grupos apresentou textos e modelos de gráficos na conclusão do experimento. Essas informações provavelmente foram extraídas da sua bibliografia, porém não foi mencionado quem era o autor dessas informações ou onde elas foram encontradas.

## **5 – Considerações finais sobre os experimentos realizados**

Observando os relatórios elaborados pelos alunos verificamos que a passagem do nível 1 da modelagem para o nível 2 (Barbosa, 2004) não pode ser direta, uma vez que embora os alunos tenham apresentado progressos, como representarem corretamente os dados obtidos nos experimentos através de gráficos e tabelas, analisarem as tendências e os comportamentos das grandezas físicas e fundamentarem corretamente seus experimentos, não conseguiram avançar na representação dos modelos matemáticos que descrevem propriedades importantes dos movimentos.

A maioria não conseguiu padronizar representação dos dados obtidos através dos experimentos e dos cálculos. Por esse motivo, pretendemos realizar novas intervenções desenvolvendo outros experimentos que permitam aos alunos avançar na construção dos relatórios, capacitando-os para que possam investigar os problemas, coletar os dados e apresentar modelos matemáticos relacionados a esses fenômenos de forma mais adequada e com mais autonomia.

A modelagem científica dos fenômenos Físicos incluindo a utilização dos conceitos matemática na resolução dos problemas de Física, o uso do computador como ferramenta didática e os processos de modelagens mentais são propostas apresentadas por diversos trabalhos, entre eles: Brandão, Araújo e Veit (2008), Borges (1999), Greca e Moreira (2003) e Costa e Moreira (2002).

A utilização de aulas experimentais para o estudo matemático das grandezas físicas é proposto por Carmo e Carvalho (2006). Nesse trabalho os autores utilizam uma descrição qualitativa e visual do gráfico da temperatura em função do tempo para o aquecimento da água. Eles não utilizam a representação de função para relacionar essas grandezas.

A utilização da modelagem matemática aplicada ao ensino da Física é defendida por Lozada et. al. (2006). Nesse trabalho os autores defendem a interdisciplinaridade através da cooperação entre diversas áreas do conhecimento e especificamente entre Física e Matemática.

Cabe salientar que embora a utilização dos experimentos, observações, medidas e análise dos dados para a construção dos modelos matemáticos no ensino de Física sejam também defendidas por Lozada et. al. (2006), não encontramos trabalhos que apresentam uma efetiva utilização da experimentação juntamente com conceitos teóricos para a construção de modelos matemáticos que descrevessem fenômenos físicos.

Por esse motivo acreditamos que esse trabalho possa apresentar uma perspectiva de ensino onde a integração entre algumas áreas do conhecimento são contempladas e as atividades experimentais são utilizadas na construção do conhecimento de Matemática e de Física.

### **Referências Bibliográficas**

ARAÚJO, J. L. *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as Discussões dos alunos*. 2002. 173 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

\_\_\_\_\_. *Modelagem Matemática Segundo a Educação Matemática Crítica*. In: VIII Encontro de Educação Matemática, 2004 Anais...Recife: ENEM pp. 1 – 11, Minicurso GT 10 Modelagem Matemática 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/10/MC74574329653.pdf>. Acesso em 22/03/2009 às 19 h 53 minutos.

ARAÚJO, M. S. T. e ABIB, M. L. V. S. *Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes Enfoques, Diferentes Finalidades*. Rev. Bras. Ens. Fís., Número 25, Volume 2: pp. 176 - 194, 2003.

ARRUDA, S. M. e LABURÚ, C. E. *Considerações sobre a função do experimento no ensino de ciências*. In: Questões Atuais no ensino de Ciência, Educação para a Ciência, Editora Escrituras, volume 2, pp. 53 – 60 2002.

AXT, R.; MOREIRA, M. A. e SILVEIRA, F. L. *Experimentação Seletiva e Associada à Teoria Como Estratégia Para Facilitar a Reformulação Conceitual em Física*. Revista de Ensino de Física, n<sup>o</sup> 12: pp. 139 – 158, dez 1990.

BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática na Sala de Aula*. In: VIII Encontro de Educação Matemática, 2004 Anais... Recife: ENEM pp. 1 - 10, Minicurso GT 10 Modelagem Matemática 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/10/MC86136755572.pdf>. Acesso em 22/03/2009 às 20 h e 20 minutos.

BARBOSA, J. O.; PAULO, S. R. e RINALDI, C. *Investigação do Papel da Experimentação na Construção de Conceitos em Eletricidade no Ensino Médio*. Cad. Cat. Ens. Fís., Volume 16 n<sup>o</sup> 1: pp. 105 – 119, 1999.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Editora Contexto, 1<sup>a</sup> edição, 2002.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G. e HERMINI, H. A. *Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas*. Revista de Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SP, São Paulo, n<sup>o</sup> 3, pp. 63 – 70, 1997.

BORGES, A. T. *Como Evoluem os Modelos Mentais*. ENSAIO - Pesquisa em Educação em Ciências, Volume 1, n<sup>o</sup> 1: pp. 1 – 28, 1999.

BRANDÃO, R. V.; ARAÚJO, I. S. e VEIT, E. A. *A Modelagem Científica de Fenômenos Físicos e o Ensino de Física*. Fís. na Escola, Vol. 9, n<sup>o</sup> 1: pp. 10 – 14, 2008.

CARMO, A. B. e CARVALHO, A. M. P. *Iniciando os Estudantes na Matemática da Física Através de Aulas Experimentais Investigativas*. Anais...UEL-PR: EPEF, 2006.

COSTA, S. S. C. e MOREIRA, M. A. *O Papel da Modelagem Mental dos Enunciados na Resolução de Problemas em Física*. Revista Brasileira de Ensino de Física, Volume 24, n<sup>o</sup> 1: pp. 61 – 74, 2002.

CRUZ, S. M. S. C. S. e ZYLBERSZTAJN, A. *O enfoque Ciência, Tecnologia e Sociedade e a aprendizagem centrada em eventos*. In: Ensino de Física, Maurício Pietrocola (Org.), Editora UFSC, Florianópolis, pp. 171 - 196, 2005.

GRECA, I. M. e MOREIRA, M. A. *Do Saber Fazer ao Saber Dizer: Uma Análise do Papel da Resolução de Problemas na Aprendizagem Conceitual de física*. ENSAIO - Pesquisa em Educação em Ciências, Volume 5, n<sup>o</sup> 1: pp. 1 – 16, 2003.

HEIN, N. e BIEMBENGUT, M. S. *Sobre a modelagem matemática do saber e seus limites*. In modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Org. de Jonei Cerqueira Barbosa, Ademir Donizeti Caldeira e Jussara de Loiola Araújo. Recife: SBEM, pp. 33 – 47, 2007.

LABURÚ, C. E. *Problemas Abertos e Seus Problemas no Laboratório de Física: uma Alternativa Dialética que Passa pelo Discursivo Multivocal e Univocal*. Investigações em Ciências, Volume 8 n<sup>o</sup> 3: pp. 231 – 256, 2003.

LOZADA, C. de O. et. al. *A Modelagem Matemática Aplicada ao ensino de Física no Ensino Médio*. Logos, n<sup>o</sup> 14: pp. 2 - 12, 2006.

MOREIRA, M. A. e OSTERMANN, F. *Sobre o Ensino do Método Científico*. Cad. Cat. Ens. Fís., Volume 10 n<sup>o</sup> 2: pp. 108 – 117, 1993.

MEDEIROS, A. e FILHO, S. B. *A Natureza da Ciência e a Instrumentação para o Ensino de Física*. Ciência & Educação, Volume 6, n<sup>o</sup> 2: pp. 107 – 117, 2000.

QUIRINO, W. G. e LAVARDA, F. C. *Projeto “Experimentos de Física Para o Ensino Médio com Materiais do Dia-a-Dia”*. Cad. Cat. Ens. Fís., Volume 18 n<sup>o</sup> 1: pp. 117 – 122, 2001.

RIBEIRO, M. S.; FREITAS, D. S. e MIRANDA, D. E. *A Problemática do Ensino de Laboratório de Física na UEFS*. Revista Brasileira de Ensino de Física, Volume 19 n<sup>o</sup> 4: pp. 444 – 447, 1997.

SARAIVA-NEVES, M.; CABALLERO, C. e MOREIRA, M. A. *Repensando o Papel do Trabalho Experimental, na Aprendizagem da Física, em Sala de Aula - Um Estudo Exploratório*. Investigações em Ensino de Ciências, Volume 11 n<sup>o</sup> 3: pp. 383 – 401, 2006.

SKOVSMOSE, O. *Cenários para investigação...* Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 13 n<sup>o</sup> 14 pp. 66 - 91, 2000.

\_\_\_\_\_. *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. São Paulo: Editora Cortez 1<sup>a</sup> edição, 2007.