

Do uso de representações simbólicas e seus atributos no aprendizado de Gases: Evolução Conceitual por Aprendizagem Significativa, de um Perfil Conceitual ou de Representações e seus invariantes?

ON THE USE OF SYMBOLIC REPRESENTATIONS AND THEIR ATTRIBUTES IN LEARNING ABOUT GASES: CONCEPTUAL EVOLUTION AFTER MEANINGFUL LEARNING, CONCEPTUAL PROFILE EVOLUTION OR EVOLUTION OF REPRESENTATIONS AND THEIR INVARIANTS?

Agostinho Serrano¹
Danusa Ariete Kreuz Konzen²
Marco Antonio Moreira³

¹PPGECIM – ULBRA, asandraden@gmail.com

²PPGECIM – ULBRA, kdanusa@yahoo.com.br

³IF-UFRGS, moreira@if.ufrgs.br

Resumo

Muito foi pesquisado no que concerne o aprendizado da Teoria Cinética dos Gases na escola secundária, em especial o uso de representações microscópicas para se explicar fenômenos macroscópicos. Modelos que tentam explicar as dificuldades de aprendizado dos estudantes podem adotar uma visão epistemológico-histórica (Perfil Conceitual) ou indicar barreiras à aprendizagem de novos conceitos, visto que os conceitos intuitivos advêm de aprendizagem significativa ao se manipular a matéria sólida. Neste artigo realizamos um experimento combinado de práticas experimentais e simulações computacionais e observamos a evolução dos modelos utilizados por estudantes e o enriquecimento das suas representações simbólicas, bem como dos atributos delas (Invariantes Operatórios) dentro do referencial de Campos Conceituais. Os resultados indicam que a evolução conceitual (ou de Perfil Conceitual) pode ser mais rápida e sem resistência do que se esperaria, o que nos faz acreditar que existe um aperfeiçoamento representacional e eventual criação de modelos novos pelos estudantes, com impactos significativos na sua capacidade explanatória de fenômenos envolvendo gases.

Palavras-chave: Gases Ideais, Transformações Gasosas, Campo Conceitual, Representações Simbólicas e Simulações computacionais.

Abstract

Much has been researched regarding learning kinetic theory of gases at secondary school, specially the use of microscopic representations to explain macroscopic phenomena. Models that try to elucidate the learning difficulties can adopt an epistemological-historical approach (Conceptual Profile) or point to learning barriers that preclude learning of new concepts, since the naïve concepts are the result of meaningful learning after manipulating solid matter. In this paper, we report the findings of a combined experiment involving employing laboratory procedures and computer simulations. We observe that the evolution of the models used by students and the enriching of their symbolic representations, as well as their attributes (Operational Invariants) as defined in the conceptual fields theory. Results may be interpreted that conceptual evolution (or Conceptual Profile) may be faster and without much resistance than expected, which let us wondering whether a representational improvement occurred. Modelling gases by students using those new-acquired representations impact significantly in their ability to explain gases phenomena.

Keywords: Ideal Gases, Gas Transformations, Conceptual Field, Symbolic Representations and Computer Simulations

INTRODUÇÃO

A temática do uso de representações em ciências, mas especificamente no aprendizado de conceitos químicos é tema recorrente de investigações na área. Kozma et al. (1997) argumentam que a grande diferença entre “experts” em química e “novatos” é que os primeiros são capazes de explicar um fenômeno químico dentro de mais de “nível de representação” enquanto os novatos em geral o explicam dentro de um único nível de representação. Esta capacidade de transladar ou traduzir conhecimento químico em diversas representações é (chamada de “competência representacional”) considerada pelos autores em um ponto de grande importância para o aprendizado de conceitos químicos.

O uso de ferramentas computacionais que favorecem a visualização de moléculas pode auxiliar na aquisição destas “competências”, conforme detalhado por Wu e colaboradores (Wu et al., 2001). De fato, o uso de ferramentas computacionais auxiliou estudantes de ensino médio a não apenas serem capazes de transladar explicações químicas em um ou mais “níveis de representação” como também construir “modelos” dos fenômenos químicos sendo analisados, fazendo inclusive uma ligação entre os “aspectos visuais e conceituais das representações (pg. 821)”. Como também ressalta Kozma & Russell (1997, pg. 964) :

“Através de discussões ou negociação de significados dentro da classe ou de grupos, os estudantes são capazes de perceber as limitações e benefícios de usar diferentes tipos de representações e aprender a usar de forma apropriada modelos diferentes para resolver problemas, exatamente como os químicos fazem.”

O vínculo entre representações computacionais de fenômenos científicos e seu papel no aprendizado também foi explorado na Física. Kelly & Crawford relatam o uso de computadores e a interação entre estudantes (Kelly & Crawford, 1996) em Laboratórios Baseados em Microcomputadores (MBL) e argumentam que, após extensiva análise discursiva do diálogo dos estudantes durante os experimentos,

“O computador é melhor interpretado como um membro na conversa em grupo... As representações computacionais são desprovidas de significados sem a mediação dos estudantes. As representações computacionais tem de ser trazidas para dentro da conversação através das lentes interpretativas de um estudante.” (pg. 706)

Aparentemente, portanto, existe um vínculo entre representações científicas e aprendizado, em especial a construção de modelos sobre os fenômenos científicos. Mas qual a relação entre representações e aprendizado?

Em uma revisão sobre as pesquisas relacionadas com mudança conceitual, Greca & Moreira (2003) expõem um histórico da pesquisa nesta área. Iniciando com os trabalhos de Driver e Viennot, como é bem sabido, até a formulação do modelo em si de mudança conceitual conforme exposto por Posner et al. (1982). Após severas críticas depois de seu enorme sucesso durante a década de oitenta, o referencial tornou-se enfraquecido. Contudo, conforme lembra Mortimer (2006) o modelo de mudança conceitual *“se tornou um rótulo a cobrir um grande número de visões diferentes e, até, inconsistentes.”*

Em um artigo recente, meio tentando resgatar (mas não reformar) o valor do referencial de mudança conceitual de Posner, Duit e Treagust (2003), defendem a idéia de mudança conceitual: *“as estruturas conceituais pré-intuitivas dos estudantes têm que fundamentalmente ser reestruturadas. A mudança conceitual denota caminhos de aprendizagem das concepções pré-intuitivas dos estudantes para os conceitos de ciência a serem aprendidos”*. Esta idéia de substituição das concepções alternativas dos estudantes por concepções científicas, contudo, têm caído em desgaste.

Várias propostas de reforma do modelo de Mudança conceitual foram apresentadas na literatura. Uma delas é defendida por Eduardo Mortimer, que ele rotula de modelo de “Perfil Conceitual” – *“conceptual profile”*:

Um modelo alternativo para compreender as concepções dos estudantes: a noção de perfil conceitual permite entender a evolução das idéias dos estudantes em sala não como uma substituição das idéias alternativas por idéias científicas, mas como a evolução de um perfil de concepções, em que as novas idéias adquiridas no processo de ensino e aprendizagem passam a

conviver com as idéias anteriores, sendo que cada uma delas pode ser empregada no contexto conveniente(Mortimer, 1995).

De uma forma sucinta Mortimer se estrutura em torno da idéia lançada por Gaston Bachelard (1991) de perfil epistemológico. A noção de perfil epistemológico bachelardiano fundamenta-se na idéia que cada indivíduo convive com diferentes concepções sobre conceitos diferentes. Estas concepções refletem diferentes escolas filosóficas que, evolutivamente caminham do realismo ingênuo, passando pelo empirismo claro e positivista, racionalismo clássico newtoniano ou kantiano, racionalismo completo até o racionalismo dialético. Na sua adaptação para o problema da visão corpuscular do átomo em estudantes de Química, Mortimer (2000) defende a existência de três zonas do perfil do conceito de átomo que apresentam características próprias e se configuram como obstáculos ao desenvolvimento para níveis mais avançados. Para o autor, a superação desses obstáculos é uma das tarefas-chave para o ensino do conceito de átomo segundo a perspectiva de perfil conceitual.

As zonas do perfil conceitual segundo Mortimer(2000):

- A primeira zona do perfil do conceito de átomo relaciona-se a uma concepção contínua da matéria. Esta região do perfil é caracterizada pela negação do conceito de átomo, é o principal obstáculo que ela encerra é a negação da possibilidade de existência de espaços vazios entre as partículas materiais.

Um estudante que possui esta noção da matéria a apresenta como algo contínuo, sem nenhuma referência a partículas, chamada de concepção sensorialista.

- A segunda zona do perfil do átomo é a substancialista. O atomismo substancialista é uma característica importante pois, apesar de estarem usando partículas, os estudantes pensam tais partículas como grãos de matéria que podem dilatar-se, contrair-se, mudar de estado,...

Um estudante com essa concepção faz, portanto, uma analogia entre o comportamento dessas partículas e o das substâncias, atribuindo propriedades macroscópicas às partículas, sendo assim sua visão também é realista, e esta analogia é o principal obstáculo dessa zona do perfil.

- A terceira zona do perfil conceitual do átomo corresponde à sua noção clássica como a unidade básica de constituição da matéria, que se conserva nas transformações químicas. O átomo é visto como uma partícula material e seu comportamento é regido pelas leis da mecânica, como qualquer outro corpo. As substâncias são constituídas por moléculas que resultam da combinação de átomos iguais ou diferentes. Os átomos de uma mesma natureza possuem uma propriedade que os identifica: as massas atômicas.

Dessa forma, para o autor, evolução conceitual ocorre quando o estudante passa a utilizar zonas superiores do perfil única e exclusivamente em situações-problema que as exijam, como as que encontramos na ciência em geral. Não há, segundo o mesmo, a necessidade de mudança conceitual, mas sim da re-população do seu perfil com concepções mais evoluídas a serem elegidas em situações científicas pertinentes. Para situações do cotidiano, por exemplo, o estudante pode utilizar concepções de um perfil mais baixo.

Ao analisar o referencial de Perfil Conceitual, em particular suas zonas de perfil, juntamente com o que foi exposto anteriormente a respeito de representações utilizadas por estudantes em ciências, em especial na química, e sua necessidade de dominar diversas representações para a descrição de uma situação, é bastante conveniente se examinar um referencial que tem se tornado popular, recentemente na área de Ensino de Ciências: O referencial de Gerard Vergnaud.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

O referencial de Campos Conceituais é um corpo teórico para se examinar o fenômeno do aprendizado e, mais precisamente, da cognição criada pelo francês Gerard Vergnaud.

Este referencial teórico sucintamente vê o desenvolvimento cognitivo do sujeito baseado em um *interplay* entre a sua interação com situações-problema e a utilização e eventual re-adaptação de seus *Esquemas* (noção esta herdada do referencial piagetiano) e da utilização de

sistemas simbólicos, advindos da herança sócio-cultural da civilização que capacitam a mente a resolver tais problemas com maior eficiência.

Problemas de aprendizagem surgem quando o sujeito utiliza regras de ação de como utilizar estes sistemas simbólicos e transporta-os indiscriminadamente para situações novas. Estas situações novas não podem ser descritas por estas regras de ação implicitamente definidas que, de certa forma, não correspondem às regras de ação cientificamente aceitas (cientificamente aqui deve ser lido como, dentro do aceito pela comunidade científica em questão que utiliza o sistema simbólico em particular). Assim, o sujeito deve proceder a uma re-leitura dos seus conceitos, que para Vergnaud é um triplete de representações simbólicas, regras-de-ação e de situações-problema; a fim de refiná-los em maior consonância com o que é cientificamente aceito. Não apenas por isto, Vergnaud também é conhecido por ressaltar que este processo de construção interna de um conceito é longo e só é refinado à medida que situações-problema novos são enfrentadas pelo sujeito, tentando utilizar seus conceitos para resolvê-las.

Uma exposição concisa do referencial de Campos Conceituais foi feita por Moreira(2002), a qual iremos sumarizar aqui.

Vergnaud parte do conceito de “Esquema”, de Piaget e entende que o desenvolvimento cognitivo origina-se da interação entre o sujeito cognoscente e do objeto cognoscível. Diferentemente de Piaget, contudo, Vergnaud define que o desenvolvimento cognitivo desenvolve-se frente a situações específicas e dentro de campos de conhecimento específicos. Sendo assim, este referencial é de suma importância para a área de Ensino de Física (ou de Ciências, de um modo geral) e de certa forma ressoa com a percepção intuitiva geral presente nos que trabalham no ensino desta área. Mesmo um breve exame do referencial, principalmente no que toca a parte do conceito que se refere à representações socialmente construídas (ou parte de uma herança do meio sócio-cultural da humanidade) mostra que o autor faz referência à Vygotsky. Referência esta que é explícita em alguns de seus trabalhos(Vergnaud 1994 e 1998). No primeiro trabalho citado, Vergnaud toma o princípio do referencial Sócio-Construtivista que a interação com indivíduos mais capazes é essencial para a aquisição de um conceito, por parte do estudante. Já a segunda referência estuda o próprio papel das representações criadas pelo meio sócio-cultural a que o indivíduo pertence ou tenta se iniciar (seja a Matemática ou Física).

Sendo assim, pode-se com justiça ver Vergnaud como fazendo uma interface entre o trabalho de Piaget e Vygotsky.

Talvez, para os autores, o que mais seja interessante no referencial de Vergnaud é a sua ênfase no papel que as representações tem no desenvolvimento intelectual do indivíduo. Estas representações, geradas no seio de comunidades científicas são poderosas ferramentas que podem ser utilizadas pela mente humana para resolução de uma classe crescente de situações problemas. A aquisição destas representações, naturalmente associadas a suas regras de ação, que Vergnaud chama de Invariantes Operatórios, é parte essencial do desenvolvimento conceitual.

Em diversos textos Vergnaud faz referência explícita ao papel das representações simbólicas, à semelhança da ênfase que Vygotsky deposita nelas. Por exemplo, “*Whereas concepts-in-action and theorems-in-action usually have a small scope of relevance and validity, explicit concepts and theorems can be developed over wider domains in strongly integrated systems... Linguistic and symbolic expressions play an important part in mathematics and in mathematics education.*”(Vergnaud, 1998, pg. 175).

“*These schemes often imply that students work with linguistic signifiers or other symbolic representations: words in counting, digits and spatial display in subtraction, algebraic symbols and sentences in equation solving. But language and symbols also have the function of expressing concepts and theorems for communicating or for eventually generating a solution. By using words, symbols or drawings of some kind, students identify relevant objects and relationships.*”(Vergnaud, 1990, pg. 28)

Pode-se perceber que Vergnaud reconhece o importante papel da linguagem no aprendizado de matemática. Até este ponto, não existe um acréscimo importante ao referencial de Vygotsky, que essencialmente diz o mesmo. Contudo, ao examinarmos outros textos de

Vergnaud, podemos encontrar pontos de maior interesse. Por exemplo (Vergnaud, 1997), o autor distingue a álgebra – que usa um “caminho formal” – da aritmética – que usa “escolhas intuitivas”. Dessa forma, o raciocínio do estudante ao resolver um problema aritmético é o de usar regras intuitivas para chegar a resolução do problema. Em contrapartida, o mesmo estudante, ao tentar resolver um problema de álgebra, tem que utilizar o simbolismo matemático externo para chegar à solução do problema. Este simbolismo matemático, é, como bem observa Vergnaud, “polivalente”(Vergnaud, 1997), e um mesmo símbolo pode ser utilizado de forma diferente, de acordo com o problema que se quer resolver.

Finalmente, chegamos no ponto crucial do trabalho de Vergnaud, para este artigo: “São as representações simbólicas úteis”? Com esta pergunta, Vergnaud (1982) chega ao âmago do que parece ser a elucidação do poder conferido à mente humana, para resoluções de problemas, que esta ferramenta chamada representação simbólica conseguiu atingir. Inicialmente Vergnaud afirma que esta não é uma pergunta retórica: “*When children solve a problem, they often make the calculations first and write the symbolic representation, whatever it is, afterwards*(pg. 53)”. O autor então procede para definir dois critérios a serem preenchidos por representações simbólicas:

1. Representações simbólicas tem que ajudar o estudante a resolver problemas que eles não conseguiram resolver sem a ajuda delas
2. Representações também tem que ajudar o estudante a diferenciar estruturas e classes de problemas.

Em seguida, no mesmo artigo, Vergnaud explora o uso de diversas representações para resolução de problemas algébricos, tais como diagramas Euler-Venn, diagramas de transformação, equações algébricas, diagramas vetoriais e diagrama de distância. Comparando, especificamente, de forma explanatória diagramas vetoriais e equações algébricas para resolução de problemas onde é necessário calcular um total que uma pessoa tinha antes de efetuar determinadas operações (tal como determinar a quantidade de dinheiro que a pessoa possuía antes de efetuar compras bem detalhadas), existem diferenças. Enquanto transformações vetoriais apresentam a resposta de forma clara, e indicando se foram efetuadas operações de soma ou subtração ao montante total, equações algébricas são polivalentes e, portanto, não demonstram que operações foram feitas aprioristicamente para resolver o problema. Para Vergnaud, a representação em forma de equação algébrica é mais poderosa, pois o estudante resolve o problema utilizando apenas a manipulação de representações externas, enquanto se utilizar vetores, terá de raciocinar o processo antes de utilizar corretamente vetores para resolução dos problemas; utilizando para isto representações internas.

É com esta perspectiva que utilizamos o referencial de Campos Conceituais: Na tentativa de estimar e elucidar o papel que as representações criadas pelos cientistas podem auxiliar na ampliação da capacidade cognitiva do indivíduo; e como esta capacidade pode ser transmitida aos cientistas em formação.

Nossa pergunta de pesquisa, portanto, surge ao se ler os referenciais de Vergnaud e de Mortimer: Seriam as mudanças de Perfil Conceitual a tentativa de adquirir a representação atomística clássica newtoniana, mas ainda utilizando as regras de ação (Invariantes Operatórios) de uma representação sensorial anterior? Esta é a pergunta de pesquisa que este artigo tenta estudar.

Uma visita ao passado histórico da Teoria Cinética dos Gases pode ajudar a elucidar esta questão. Em um artigo sobre análise de livros didáticos que expõem a temática de Gases Ideais e Reais em Química, Niaz (2000), podemos observar como foi realizada a introdução do *Programa de Pesquisa* (em um sentido Lakatosiano) atomista e como representações foram adotadas para explanar situações de gases.

Segundo Niaz (2000), o ponto inicial do trabalho de Maxwell foi a leitura do artigo de Clausius (publicado em 1857, cf. referencia em Niaz 2000), “Sobre a natureza do movimento que chamamos de calor”. No artigo, Clausius define o que seria tomado como base por Maxwell para a teoria cinética dos gases: (1) O espaço ocupado pelas moléculas dos gases deve ser infinitesimal em comparação ao espaço ocupado pelo gás em si; dentre outras hipóteses. Aqui

vemos a idéia que corta o perfil sensorialista do perfil substancialista: a existência de objetos minúsculos doravante chamados de moléculas do gás e a presença de espaço vazio entre elas. Maxwell (1860), re-define os pressupostos Clauserianos:

- (1) Gases são compostos de partículas minúsculas em movimento rápido
- (2) Partículas são esferas perfeitamente elásticas
- (3) Partículas agem uma nas outras apenas durante o impacto
- (4) O movimento destas partículas é regido pelas Leis de Newton
- (5) A velocidade das partículas aumenta com a temperatura
- (6) Partículas movem-se com velocidade uniforme em linhas retas colidindo com as paredes do recipiente, gerando pressão.

De acordo com Vergnaud (Moreira, 2002), o problema central do aprendizado reside no papel do conhecimento implícito. Ao se deparar com o trabalho de Maxwell, percebe-se que seus pressupostos delimitam o que é tido como o perfil sensorialista (pressuposto 1), bem como o substancialista (pressupostos 2 a 6) do atomista. Contudo, este conhecimento raramente é tornado explícito em sala de aula (ainda de acordo com Niaz, 2000). Ademais, percebe-se que Maxwell introduz, no estudo dos gases, uma representação de partícula com propriedades ditadas segundo as Leis de Newton* (e algumas modificações), e vai construindo e evoluindo a teoria cinética dos gases a partir destes pressupostos. Percebe-se a imposição de uma representação específica com pressupostos de ação específicos (partículas newtonianas). Como bem observa Niaz, parafraseando Achinstein (Achinstein, 1987 apud Niaz 2000) *“How did Maxwell arrive at them [assumptions]?”*. Neste ponto, Maxwell fez uma “aposta” em uma representação específica, com regras de ação específicas (Newtoniana), e também que esta representação geraria um modelo que poderia ser aperfeiçoado lentamente, comunicando um modelo microscópico com resultados macroscópicos derivados de uma análise estatística de objetos representados da forma escolhida por ele. De fato, em um trabalho subsequente (Maxwell, 1965 apud Niaz 2000) a representação de “diminuta esfera elástica” para os átomos/moléculas de um gás foi substituída pela representação matemática de “centros de força”, considerada por Clark (Clark, 1976 apud Niaz 2000) como um avanço importante naquele programa de pesquisa. Em outras palavras, Maxwell apostou em uma representação simbólica que tinha sido bem sucedida inicialmente na descrição de soluções de diversos problemas físicos e tinha sido internalizada para resolver problemas newtonianos ainda mais complexos, só que desta vez aplicados a problemas químicos. Como bem parafraseia Vygotsky:

“No princípio era a Ação (ato de resolver um problema). A palavra (conjunto de representações simbólicas) não foi o princípio, a ação já existia antes dela; a palavra é o final do desenvolvimento, o coroamento da ação” (Vygotsky, 1998, pg. 190)

Nossa tarefa como professores é o caminho inverso: ensinar estas representações simbólicas e sua sintaxe para alunos de tal forma que eles possam, utilizando-as como instrumento, resolver problemas e tarefas mais complexas.

Contudo, o ensino da “sintaxe” que opera por detrás das representações atomistas newtonianas pode ser expressa no que Niaz chama de “modo algorítmico” (Niaz, 2000) ou “gestalt conceitual”; ou seja, tanto pode ser feita através da equação de Claiperon como pela criação de modelos mentais compatíveis com os supracitados pressupostos tombados por Maxwell. Este “gestalt conceitual” prevê que o estudante utilize mentalmente representações de esferas sólidas, espaço vazio, movimento regido pelas leis de Newton mas sem interações entre as partículas a não ser que em contato entre si ou com as paredes do recipiente. A correta utilização destas regras que são tacitamente transmitidas em sala de aula faz com que o estudante seja enquadrado no Perfil Conceitual Atomista para o átomo. A utilização da representação de esfera elástica, mas com propriedades (Invariantes Operatórios no sentido utilizado por Vergnaud) que são atribuídas à matéria macroscópica (dilatação, etc.) faz com que o estudante seja visto como possuindo um Perfil Conceitual Substancialista e a não utilização nem da

* Ainda de acordo com Niaz (2000), mesmo Maxwell, reconhece que os pressupostos 3 e 6 estão em óbvia contradição com a mecânica newtoniana que atribuía a força à **distancia** que as partículas dos gases exerciam nas paredes como mecanismo que gerava a pressão.

Mecânica Newtoniana nem da representação de esfera elástica o enquadra em um Perfil Conceitual Sensorialista.

Qual seria a melhor forma de “ensinar” o estudante a gerar modelos mentais que utilizem a Mecânica Newtoniana acoplada a uma representação de esfera elástica? Certamente a linguagem falada não articula diretamente estas representações, e apenas faz isto de forma indireta. Contudo, a utilização de simulações computacionais pode, ao mesmo tempo em que apresenta a representação de esfera sólida, também utilizar as regras da Mecânica Newtoniana para movimentá-las e explicar algumas modificações nas variáveis de estado. Assim, pode-se tentar ensinar representações atomísticas e seus invariantes de forma mais explícita, como enfatizado pelo referencial de campos conceituais.

Dessa forma, realizamos um experimento para averiguar como, se é que, ocorre o aprendizado de representações atomísticas e seus atributos, segundo a interpretação de Campos Conceituais (nosso referencial escolhido) ou, se o leitor deseja ver pelas lentes do referencial de Perfil Conceitual, se há indícios de mudança (mesmo que passageira) de Perfil Conceitual. Em química, pode-se representar um fenômeno químico em três níveis representacionais: microscópico, macroscópico e simbólico (Kozma et al. (1997)), cada um deles, segundo o referencial de Campos Conceituais, com suas representações e atributos particulares, e ter capacidade para representar o fenômeno utilizando estas diferentes representações é considerado importante para o domínio destes conceitos químicos. Assim, utilizamos experimentos reais para o ensino das representações macroscópicas e simulações computacionais para as microscópicas e simbólicas.

METODOLOGIA

Este experimento foi realizado com estudantes do 2º ano do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Médio Vera Cruz, no município de Vera Cruz – RS, entre outubro e dezembro de 2005. Foram sorteadas duas salas de aula, das quatro salas de aula de 2º ano do ensino médio do turno da manhã da escola, para participar deste trabalho, totalizando 51 estudantes.

O grupo de estudantes que participou do trabalho foi dividido, novamente por sorteio, em duas turmas, a turma experimental, composta de 28 estudantes, resolveu o pré-teste, o guia acompanhado das simulações computacionais e das práticas experimentais e o pós-teste, e a turma controle, formada por 23 estudantes, realizou apenas o pré e o pós-teste. Entrevistas individuais semi estruturadas foram realizadas com estudantes das duas turmas.

Para análise deste trabalho identificamos os estudantes da turma experimental com duas letras maiúsculas e os estudantes da turma controle com números.

Com o objetivo de investigar o aprendizado de representações e conceitos associados dos estudantes, proporcionado pelo uso combinado de práticas experimentais e simulação computacional no conteúdo de Teoria Cinética dos Gases, dividimos o estudo em quatro etapas, onde as três primeiras foram realizadas durante as aulas, sendo a última etapa realizada individualmente, com hora marcada, em turno oposto ao das aulas.

Etapa 01: Aplicação do pré-teste constituído de 11 questões abertas e uma questão objetiva, sendo resolvido em aproximadamente 1 hora e 10 minutos. Teste no qual objetivamos analisar as idéias prévias dos estudantes.

Etapa 02: Simulação computacional com práticas experimentais acompanhada pela resolução de um guia de simulação confeccionado no modelo POE, predizer – observar – explicar (Tao, 1999). Na etapa de predição os estudantes deviam predizer o que aconteceria em uma determinada situação-problema. Na observação, o estudante, seguindo o seu guia, simulava no computador ou realiza a experiência prática, da questão correspondente a predição e realizava as anotações. Na etapa da explicação o estudante deveria explicar discrepâncias entre sua predição e a observação. Dessa forma foi de fundamental importância a seqüência dos três itens. Esta parte do estudo foi realizada uma semana após a realização do pré-teste e teve duração

média de 2 horas e 15 minutos. As práticas experimentais foram incluídas, para se ter acesso ao nível sensorio conforme os estudantes tem em suas experiências prévias.

As práticas experimentais utilizadas foram:

- Na categoria PxT utilizamos um erlemeyer tapado com uma “capa” de balão, uma lamparina e um becker com água gelada. Primeiramente aquecemos o erlemeyer e apalpamos a “capa” de balão, após o resfriamos e novamente apalpamos a “capa” de balão. Com esta prática experimental objetivamos representar o fenômeno a nível macroscópico pois a capa de balão apresenta variação de volume quase nula.
- Na categoria PxV utilizamos uma seringa e pressionamos seu êmbolo móvel, deixando tapado com o dedo o orifício menor da seringa. Sentimos a dureza apresentada pela variação do volume interno da seringa, enfocando assim a representação do fenômeno a nível sensorio.

Na categoria VxT não houve a necessidade de utilizar práticas experimentais pois a simulação computacional representava bem o fenômeno nos três níveis representacionais.

As simulações computacionais utilizadas foram:

a) *Kinetic Molecular Theory of Gases*

b) *The 2 – Dimensional Ideal Gas Simulator*

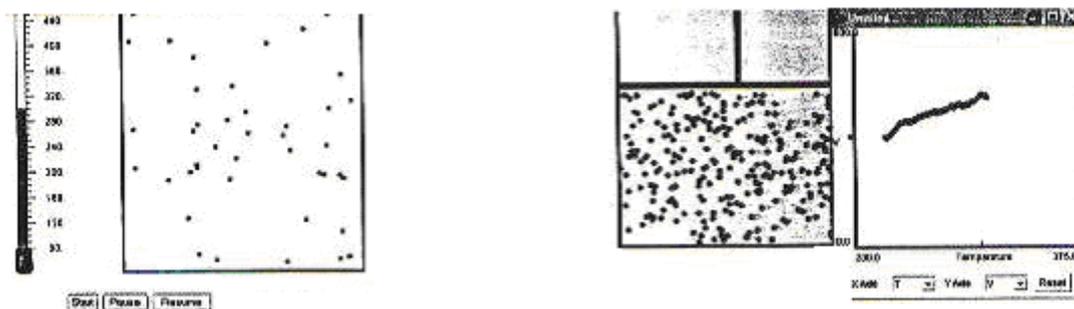


Figura 1 – Ilustração das simulações utilizadas. À esquerda tem-se o simulador “Kinetic Molecular Theory of Gases” e à direita o “Dimensional Ideal Gás Simulator” – referencias no texto.

A primeira, *Kinetic Molecular Theory of Gases* possui uma interface mais simples onde é possível um uso preliminar de simulações com uma interface em nível representacional simbólico não completamente adequada. A segunda, *The 2-Dimensional Ideal Gas Simulator* apresenta uma interface adequada, porém é mais difícil de se utilizar. Estão disponíveis em <http://michele.usc.edu/java/gas/gassim.html> e www.chm.davidson.edu/ChemistryApplets/KineticMolecularTheory/PV.html

Etapa 03: Uma semana após foi respondido um pós-teste constituído das mesmas questões do pré teste, o que possibilita uma análise comparativa das idéias prévias apresentadas pelos estudantes no pré teste com suas novas idéias apresentadas no pós teste, e uma análise sobre a influência da simulação computacional e das práticas experimentais nessas novas concepções.

Naturalmente, antes de realizar o experimento final aqui descrito, um experimento piloto foi realizado e analisado para que possíveis problemas e dúvidas por parte do estudante fossem sanados antes do experimento definitivo.

Etapa 04: Para triangular dados em nossas análises, realizamos, durante o mês de dezembro de 2005, entrevistas individuais semi-estruturadas com estudantes previamente escolhidos.

Para essa escolha analisamos os testes como um todo, procurando identificar as representações, conceitos e idéias utilizadas pelos estudantes para responder as questões em cada categoria de estudo e dessa forma escolhemos estudantes que ou evoluíram significativamente em alguma categoria de estudo, ou que não apresentaram evolução, totalizando 21 entrevistas entre os estudantes do grupo controle e experimental. O uso de simulações é uma forma de tornar explícita o uso de representações simbólicas e microscópicas e o de experimentos representações

(mentais) macroscópicas. Os resultados foram interpretados utilizando-se o referencial de Perfil Conceitual, e, naturalmente, nosso referencial escolhido de Campos Conceituais

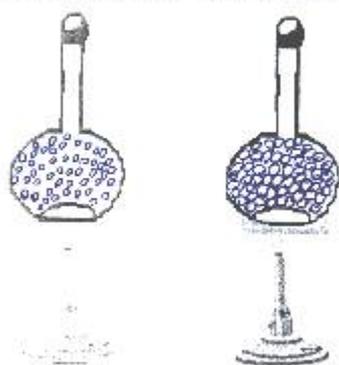
CATEGORIA PRESSÃO VERSUS TEMPERATURA (PxT)

Na articulação dos níveis representacionais nesta categoria de estudo exemplificamos o estudante DE que parecia claramente articular os níveis macroscópico e microscópico em seu pensamento, o que é confirmado em sua entrevista.

Quando questionado sobre o seu pensamento em relação ao aumento da pressão conforme a variação da temperatura, ele responde: “*Sim, porque as moléculas ganham mais movimento do que quando elas se resfriam, mas elas estão sempre em movimento. Quando a temperatura aumenta o movimento é mais rápido e elas batem tipo na parede e isso faz com que aumenta, sei lá, é que quando elas estão em baixa pressão elas se batem só que não dá aquele impacto para aumentar e quando a temperatura é maior aí a pressão é maior e elas tem maior velocidade, no caso*”.

Nesta resposta percebe-se que o estudante compreende corretamente a relação entre pressão e temperatura pelo movimento das moléculas. Porém, após explica que essa compreensão se modificou durante as etapas do trabalho que realizou, quando questionado sobre suas representações microscópicas, tanto no pré como no pós-teste, nos quais evoluiu de nível de compreensão populado por concepções alternativas (ou com um perfil marcadamente atomista-substancialista), conforme exemplo dado na Figura 2, onde pensava em aumento no volume individual de moléculas na temperatura alta, para nível de compreensão predominantemente científico (ou de perfil atomista), conforme segue: “*No primeiro eu vi que a temperatura ia aumentar e as moléculas iam aumentar também, aí iam ficar mais moléculas do que na temperatura baixa e no segundo teste eu compreendi que*

Temperatura Alta (T=600K) Temperatura Baixa (T=10K)



as moléculas iam ficar iguais, só que a pressão delas é maior, por causa disso eu fiz umas flechas para indicar, quando era muito movimento a gente fazia as flechas porque já tem uma certa quantidade de moléculas lá dentro, então não tem como entrar mais, porque é fechado, então não tem como”. A Figura 3 exemplifica este nível de compreensão.

Figura 2 – Representações que exemplificam o nível de compreensão populado de concepções alternativas da categoria PxT do estudante DE.

Temperatura Alta (T=600K) Temperatura Baixa (T=10K)

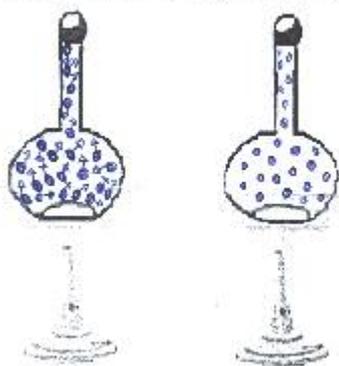


Figura 3 – Representação que exemplifica o nível de compreensão científico da categoria PxT do estudante DE.

Este estudante novamente apresenta uma articulação dos níveis representacionais quando questionado quanto à dureza de um pneu de caminhão na temperatura alta e na baixa, nesta questão, em nível representacional macroscópico, ele demonstra em sua resposta clara articulação com o nível representacional microscópico: “*Eu coloquei que o movimento das moléculas fica mais mole quando a gente diminui a temperatura porque as moléculas ficam se agitando, mas não tanto e aí a pressão é pouca também e fica mais mole. Quando aumenta a temperatura as moléculas se agitam mais*”.

Dessa forma pode-se inferir que o estudante DE articulou corretamente os níveis representacionais macroscópico e microscópico em suas respostas. Ouve, neste caso, um ganho

na sua habilidade de utilizar diferentes níveis representacionais, após o uso das simulações (conforme atestado pelo próprio estudante durante a entrevista)

Observe-se que o estudante, que utilizava a representação de esfera sólida, mas com invariantes de uma representação contínua da matéria, passa a utilizar regras de ação compatíveis com os enunciados de Maxwell, a saber de 1 a 6. Até mesmo o pressuposto que rompe com o corpo de conhecimento newtoniano, a interação apenas durante o choque é assumido pelo estudante.

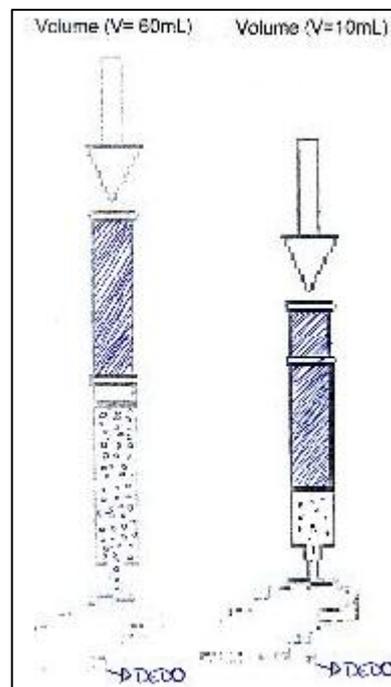
Como exemplo de estudante que articula bem os três níveis representacionais temos o estudante CE, que na sua entrevista demonstra, além da compreensão do fenômeno a nível simbólico, a articulação dos níveis: “*Olhei se eram as variáveis pressão e temperatura daí se tu aumentar uma vai aumentar a outra, são diretamente proporcionais. Porque as moléculas vão se agitar mais, elas vão começar a bater na parede do recipiente e vão fazer mais pressão. Se eu diminuir a temperatura daí vai diminuir a velocidade que as moléculas se agitam vai diminuir a pressão*”. Quando explica-se em relação à dureza do recipiente: “*Se eu fosse apalpar e tivesse uma variação eu acho que ia dar para notar se aumenta ou diminui a pressão. Com a temperatura maior ia ser mais duro de apalpar porque a pressão ia estar maior porque as moléculas iam se agitando mais e aí ia ter maior pressão*”. A partir destes trechos da entrevista pode-se inferir que, para este estudante, os três níveis representacionais estão interligados, complementando-se.

Figura 4: Um exemplo de estudante que utiliza uma concepção de “substancialista” (conforme definido por Mortimer) para átomo. Propriedades de substâncias macroscópicas são tomadas como válidas para representações atômicas.

CATEGORIA PRESSÃO VERSUS VOLUME (PXV)

Uma concepção comum é a concepção “substancialista”, na qual invariantes (corretamente) associados à representações mentais de substâncias extensas (macroscópicas) são tidas como verdadeiras para representações atomísticas (vide Figura 4). Contudo, muitos estudantes tentavam já articular a representação microscópica dentro de invariantes microscópicos, mas ainda faltando alguns dos pressupostos que historicamente foram definidos por Maxwell: Nesta categoria o estudante DF apresentou evolução conceitual nos três níveis representacionais, porém em sua entrevista demonstrou articular bem somente os níveis macroscópico e microscópico, deixando a desejar uma articulação a nível simbólico.

DF quando questionado sobre o que escreveu no pré e no pós-testes a respeito do que aconteceria com a pressão de uma dada massa gasosa numa transformação isotérmica demonstrou compreender o fenômeno em nível molecular: “*Quando aumentamos o volume a pressão aumentará porque elas terão mais espaço, no caso as moléculas, e baterão mais na parede do recipiente. E quando diminuirmos o volume a pressão vai diminuir também e as moléculas teriam menos espaço para se bater e ficariam mais lentas. No pós é diferente. Quando a gente diminui o volume a pressão aumenta. Mudei de idéia e acho que agora está certo porque no caso se diminui o volume, no caso elas vão ficar mais apertadas e vão se bater mais e vai ter mais pressão. Quando a gente aumenta o volume elas vão ter mais espaço para se deslocar e vão se bater menos e bater menos no recipiente e fazer menos pressão*”. Após explica o que o fez mudar de opinião: “**Por causa do computador**, a gente viu quando simulou que as moléculas estavam bem mais agitadas que no volume grande”.



Aqui observa-se que o estudante não assumia como verdadeiro o princípio (1) de Maxwell, o de que o espaço entre as moléculas de um gás é infinitamente maior que o volume líquido ocupado por elas, melhor exposto por Clausius (princípio 1). O estudante tem, já no pré-teste (primeiro teste) o pressuposto correto de que a pressão é o resultado da taxa de choque das moléculas (representação de esferas sólidas) com as paredes do recipiente. Contudo, a mecânica do movimento molecular não é newtoniana (inercial), de certa forma acompanha o volume da caixa. Após a simulação, o estudante atribui à representação de esfera sólida as propriedades corretas (invariantes), de movimento inercial sem força exceto quando colide entre si ou contra a parede do recipiente.

Seguindo com a entrevista e quando questionado sobre a relação entre dureza e volume, na mesma transformação, demonstra articular os níveis macroscópico e microscópico corretamente, além de explicar seu pensamento inicial, apresentado no pré teste: *“No primeiro eu coloquei que se diminuirmos o volume sentiremos uma dureza menor, pensei que quando faltava um pouquinho para chegar ao final não ia ter tanta pressão, quando já está bem perto do fim do êmbolo. E quando aumentar o volume sua dureza será bem maior porque aí está bem no começo e até chegar ao final da seringa eu achei que ia ter mais pressão. E no pós coloquei que quando se tem menos volume aí vai ter mais pressão, aí as moléculas vão estar mais agitadas e vai ficar mais difícil de empurrar, mais duro, porque vai ter mais pressão lá dentro”*.

Após o estudante é questionado sobre o que significa pressão e, novamente, ele demonstra que relaciona pressão com agitação das moléculas e dureza, conforme abaixo: *“Pressão é a agitação das moléculas, entre elas e quando se batem no recipiente. Se elas estiverem num recipiente menor elas vão se bater mais e fazer mais pressão e no caso para gente baixar o êmbolo acho que vai ficar mais duro. Com o volume grande seria mais fácil, mais mole de empurrar a seringa porque no caso as moléculas estariam mais espalhadas, daí não ia ter tanta pressão e não iam se bater tanto entre elas e na seringa e ia ser mais fácil de empurrar a seringa”*. Observe que o estudante abandona rapidamente pressupostos substancialistas para atomistas apenas com uma mera observação de uma simulação computacional, onde tanto a representação apropriada como suas propriedades são apresentadas.

Na análise de outro estudante, JB, observa-se em sua entrevista que ele articulou todos os níveis representacionais e ainda explicou que o trabalho de simulação computacional combinado com o uso de práticas experimentais ajudou-o a compreender corretamente a representação simbólica do fenômeno, conforme explica: *“Eu pensava a mesma coisa, que quando a gente diminuía o espaço as moléculas tinham menos espaço para se bater e aumentaria a pressão, elas se bateriam mais vezes contra a parede e entre elas também. Se a gente aumenta o volume fica mais espaço para elas se mexerem e daí conseqüentemente elas não se batem tanto nem contra a parede do recipiente e a pressão é baixa porque não se batem tanto e continua o mesmo número de moléculas porque não perde gás, continua fechado. **Essas flechas indicam o movimento que eu não tinha feito no outro teste.** O gráfico eu tinha feito uma reta inversamente proporcional só que não tinha observado a curva que faz no início e no final e eu observei no computador que a curva acontece porque quanto menor o recipiente, com o mesmo número de moléculas, maior vai ser a força aplicada para diminuir o tamanho da seringa e no pós teste eu mudei de idéia porque o computador me ajudou a descobrir isso da curva, que não era reta”*. Aqui, mesmo apresentando o perfil correto (representação e invariantes), houve uma *mudança representacional* pois ele utilizou “flechas” para representar a velocidade (maior/menor) das moléculas em um gás.

Quando solicitado a falar sobre o que representa o volume zero na sua representação simbólica ele responde demonstrando certeza: *“No computador não chegava no volume zero porque não tem força para chegar a fazer desaparecer o volume, não daria, a pressão não deixa, eu cuidei para fazer isso”*.

Em sua resposta sobre a dureza: *“Eu pensava praticamente a mesma coisa, quanto menor mais força a gente deveria fazer, só que aqui eu ainda pensava que dava para empurrar tudo e aqui eu mudei de opinião porque eu vi no computador que não tem como chegar ao volume zero e eu continuo pensando que o mais duro é o de volume menor porque as moléculas*

estão mais juntas e se batem mais vezes e quando a gente aperta tem que fazer mais força porque tem menos espaço entre as moléculas e fica mais duro". Aqui propriedades importantes das representações são utilizadas. Em particular, dado que a velocidade das moléculas é função da temperatura, se a temperatura não diminuir ao zero absoluto, dentro do modelo maxwelliano, a pressão pode ser infinita em volume zero, fato este que torna impossível a compressão total do gás. O estudante claramente atribuía à representação de esfera sólida a capacidade de ter velocidade nula se a pressão externa for suficientemente grande, o que contraria a velocidade das moléculas como função da temperatura. Demonstrou articular os níveis representacionais macroscópico e microscópico e explicou por que mudou de idéia durante a realização do trabalho, evoluindo conceitualmente a sua compreensão do fenômeno.

CATEGORIA VOLUME VERSUS TEMPERATURA (VxT)

O estudante JB demonstrou, na entrevista, compreender e articular os três níveis representacionais para responder as questões do pré e pós testes que envolviam essa categoria de estudo.

Em sua resposta sobre o que acontece com o volume de um balão numa transformação isobárica, ele demonstra articular os níveis macroscópico e microscópico, descrevendo o fenômeno a nível sensorio utilizando a representação cinético-molecular conforme segue: *"O volume aumenta quando aumenta a temperatura porque quando a temperatura é baixa as moléculas não andam com tanta rapidez do que quando a temperatura é alta, daí elas não andam tão rápido e o volume diminui porque elas não se movimentam tão rápido, não batem tanto nas paredes e entre si e deixam menos espaço entre si. O volume aumenta quando a temperatura é alta porque elas batem mais entre si e na parede e dilatam o balão"*.

Quando questionado sobre suas representações matemáticas, que representam o nível representacional simbólico, novamente demonstra compreender o fenômeno, porém agora articula os três níveis representacionais na mesma questão, além de utilizar outros conceitos físicos perfeitamente plausíveis em sua explicação, como o zero absoluto e a necessidade de ter volume inicial para o recipiente. O estudante apresenta também em sua resposta uma dúvida conceitual devido, segundo ele próprio, à simulação computacional, que apresenta uma representação simbólica do fenômeno em questão sem explicitar que a temperatura encontra-se medida em graus Celsius, diferente do que é apresentado aos estudantes nos pré e pós-testes.

Segue o trecho da entrevista de JB a qual estamos nos referindo: *"Eu desenhei que era diretamente proporcional novamente e vi que quanto maior a temperatura com mais rapidez elas (as moléculas) se movimentam e quanto mais movimento, maior o volume. Eu pensei a mesma coisa para desenhar os dois gráficos, só que agora eu vi que pensei errado porque eu não prestei atenção porque eu botei que iniciava na temperatura zero e não podia porque a zero Kelvin as moléculas não se movimentam, elas ficam paradas, agora eu acho de novo que pode, mas não sei porque, e estou em dúvida e no computador começou na metade no volume e a temperatura começou no zero. Agora entendi, na temperatura pode começar no zero só não pode no volume. O volume não pode ser zero porque daí não teria nada dentro, o que a gente ia aumentar e o que a gente ia diminuir. Quanto maior a temperatura maior o volume."*

Conclusão: de evolução e perfil conceitual conforme definido por Mortimer para evolução conceitual conforme definido por Vergnaud.

Observando boa parte da dificuldade dos estudantes em corretamente utilizar as representações e conceitos associados às representações em especial do nível microscópico, existem várias explicações. A explicação que toma a evolução histórico-epistemológica do conceito e acredita que o estudante atravessa estes períodos, compondo o que foi chamado de Perfil Conceitual é particularmente intrigante, por repetir em uma escala microscópica (mente do estudante) o que aconteceu na sociedade em uma escala de tempo histórica. Contudo, ao se olhar o fenômeno segundo o referencial de Vergnaud, pode-se constatar que os estudantes:

- Após um breve contato com a simulação (pouco mais de 2 horas), aparentemente reformam determinados conceitos e teoremas-em-ação, onde atribuem propriedades a representações microscópicas (em especial a representação de átomo) que tinham erroneamente admitido como verdade. Não seria esperado que os cientistas que advogavam as noções historicamente apresentadas por Bachelard abandonassem a sua visão do mundo microscópico tão rapidamente.
- A característica mais marcante na análise do uso destas evoluções é o fato de que a mera apresentação de como se portam, ou como é operado nas representações de partículas a operação de translação e choque, e seu posterior efeito nas variáveis de estado provoca, em vários estudantes, uma remodelação dos seus teoremas e conceitos em ação. Não há necessidade de discussões ou existe a defesa, por parte do estudante, de sua “microteoria”, como seria de se esperar se de fato constituísse algo que tivesse sido aprendido por aprendizagem significativa para aquela situação particular.

Assim, poderíamos enquadrar o perfil atomista-substancialista do átomo como apenas a utilização de teoremas-em-ação que o estudante sempre utilizou para objetos maciços (matéria, segundo Mortimer) para a representação atomística, quando o mesmo tem contato com ela. Não nos parece haver uma relação com fases histórias-epistemológicas de conceitos que a humanidade defendeu nem que os estudantes estejam defendendo idéias aprendidas via aprendizagem significativa, pois a remodelação de idéias parece ser muito rápida. Certamente, nossa análise é exploratória e novos estudos tornam-se necessários para corroborar nossas inferências. Contudo, parece-nos importante levantar a hipótese de que as simulações computacionais possam acelerar processos de mudança representacional simbólica em estudantes de ciências.

REFERÊNCIAS

- Bachelard, G. *A Filosofia do Não*. 5ª ed. Editorial Presença: Lisboa, Portugal. 1991.
- Clark, P. Atomism versus thermodynamics. Em Howson, C. ed., *Method and Appraisal in the Physical Sciences: The Critical Background to Modern Science, 1800–1905* (pp. 41–105). Cambridge, U.K.: Cambridge University Press. (1976)
- Duit, R. Treagust, D. F. Conceptual change: a powerful framework for improving science teaching and learning. *Int. J. Sci. Educ.* **25**(6), pg. 671-688 (2003)
- Kelly, G. J. Crawford, T. Students’ interaction with computer representations: Analysis of discourse in laboratory groups. *J. Res. Sci. Teach.* **33** (7). Pg. 693-707 (1996)
- Kozma, R. B. Russel, J. Multimedia and understanding: Expert and novice responses to different representations of chemical phenomena. *J. Res. Sci. Teach.* **34** (9). Pg. 949-968 (1997).
- Maxwell, J.C. Illustrations of the dynamical theory of gases. *Philosophical Magazine* 19: 19–32. (Reproduced in *Scientific Papers*, 1965 (pp. 377–409). New York: Dover. (1860)
- Maxwell, J.C. (1965). *Scientific Papers*. New York: Dover.
- Moreira, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências* **7**(1), 2002. Disponível em www.if.ufrgs.br/ienci.
- Moreira, M. A. Greca, I. M. Cambio conceptual: Análisis crítico y propuestas a la luz de la teoría del aprendizaje significativo. *Ciência & Educação* **9**(2). Pg. 301-315 (2003).
- Mortimer, E. F. Conceptual change or conceptual profile change? *Science & Education*, v.4, n.3, p.265-287, 1995
- Mortimer, E. F. *Linguagem e formação de conceitos no ensino de ciências*. Belo Horizonte: UFMG, 2000.
- Mortimer, E. F. Construtivismo, mudança conceitual e ensino de ciências: para onde vamos? *Investigação em ensino de ciências* **1**(1), 2006 Disponível em www.if.ufrgs.br/ienci.
- Niaz, M. A rational reconstruction of the kinetic molecular theory of gases based on history and philosophy of science and its implications for chemistry textbooks. *Instruc. Sci.* **28**, pg. 23-50 (2000)
- Posner, G. Accomodation of a Scientific conception: towards a theory of conceptual change. *Science Education* **66**. Pg. 211-227 (1982)
- Tao, P. K. Gunstone, R. F. A process of conceptual change in force and motion during computer-supported Physics instruction. *Journal of Research in Science Teaching*, **37**, p. 859-882. 1999.
- Vergnaud, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 39-59. (1982).
- Vergnaud, G. Epistemology and psychology of mathematics education. In P. Neshier and J. Kilpatrick (eds.) *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press. 15-30. (1990).

- Vergnaud, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds.) *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press. 41-59. (1994).
- Vergnaud, G. The nature of mathematical concepts. In Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.) *Learning and teaching mathematics, an international perspective*. Hove (East Sussex), Psychology Press Ltd. (1997).
- Vergnaud, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, **17**(2): 167-181 (1998).
- Vygotski, L. S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1998.
- Wu, H.-K. Krajcik, J. S. Soloway, E. Promoting Understanding of Chemical Representations: Students' Use of a Visualization tool in the classroom. *J. Res. Sci. Teach.* **38** (7), pg. 821-842 (2001)