MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE E FÍSICA COMO MOTIVAÇÃO: UMA ANÁLISE DE CONCEPÇÕES SOBRE AS RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E FÍSICA

MATHEMATICS AS SCAFFOLDING AND PHYSICS AS MOTIVATION: BROADENING CONCEPTIONS ABOUT THE RELATIONS BETWEEN MATHEMATICS AND PHYSICS

Ricardo Avelar Sotomaior Karam[1]
[1]Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina, karam@cefetsc.edu.br

RESUMO
Estudos históricos e epistemológicos evidenciam as inter-relações entre a Matemática e a Física desde a mais remota essência do conhecimento científico, porém, dentro do contexto escolar, essas duas disciplinas têm sido tratadas de forma independente e isso tem contribuído para um distanciamento do interesse dos estudantes pelas áreas exatas. A noção de que é preciso dominar o ferramental matemático inicialmente para poder estudar fenômenos da Física é amplamente divulgada e aplicada em todos os níveis de ensino. Muitos professores de Física creditam o insucesso de seus estudantes à falta de conhecimento matemático dos mesmos, enquanto que diversos docentes da disciplina de Matemática tendem a menosprezar a importância de fenômenos físicos para a criação de objetos matemáticos. Neste trabalho, fomentamos essa discussão e apresentamos um instrumento desenvolvido para categorizar as concepções dos estudantes acerca das relações entre o conhecimento matemático e o físico.
Palavras-chave: Matemática, Física, Inter-relações, Concepções.

ABSTRACT
Many historical and epistemological studies have already shown the intimate relations between mathematics and physics since the very beginning of scientific knowledge, however, when it comes to teaching, these two disciplines are normally faced as independent to each other. The idea that a mathematical base is essential for the understanding of physics is present in most of the curriculums. Many physics teachers tend to blame the failure of their students on the lack of basic mathematics skills and most of the mathematics teachers ignore the importance of physics' phenomena to the development of mathematical concepts. In this paper we offer some arguments to contribute to this discussion and present an instrument that was designed to categorize student's conceptions about the relations between mathematics and physics.
Keywords: Mathematics, Physics, Relations, Conceptions.

“Em toda construção abstrata há um resíduo intuitivo (da experiência concreta) que é impossível eliminar” (Gonseth 1890-1975)
“Como pode a Matemática, sendo acima de tudo um produto do pensamento humano, independente da experiência, se adaptar tão admiravelmente à realidade objetiva?” (Einstein 1879 - 1955)

INTRODUÇÃO

As citações acima ilustram duas visões, de certa forma antagônicas, sobre as relações entre o conhecimento matemático e o mundo concreto, a realidade física. Para o filósofo suíço Ferdinand Gonseth, as construções abstratas estão relacionadas com aspectos da experiência concreta, do mundo real, acessível aos nossos sentidos, enquanto que o físico alemão Albert Einstein parece defender a visão platônica de que a Matemática, como produto do pensamento humano, é independente deste mundo empírico e demonstra fascinar-se com o fato de ela ser tão frutífera para descrever a realidade objetiva. Quais são as relações entre o conhecimento matemático e o físico e como podemos utilizá-las no contexto educacional?

Física, do grego *phisiké*, que significa natureza, é comumente vista como a ciência que se propõe a compreender os fenômenos naturais e descrever as leis que regem o universo. Matemática, do grego *mathema*, termo associado à ciência, conhecimento e aprendizagem, pode ser entendida como o estudo de padrões, de estruturas abstratas, do espaço, além de também ser encarada como uma linguagem. Seria correto supor que a primeira trata do mundo real, do concreto, do empírico, enquanto que a segunda trabalha em um mundo imaginário, abstrato, constituído por objetos preexistentes e independentes do mundo empírico, como acreditava Platão? Essa distinção parece estar presente na forma como essas duas disciplinas vêm sendo abordadas no contexto escolar, porém uma análise histórica e epistemológica nos leva a discordar dessa visão reducionista e nos permite perceber as complexas relações existentes entre o conhecimento físico e o matemático desde sua mais remota essência.

Neste artigo, partimos de uma reflexão epistemológica sobre as inter-relações entre Matemática e Física (seção 1), analisamos a forma como essas relações vêm sendo abordadas no ensino das duas disciplinas (seção 2) e apresentamos um instrumento (questionário) desenvolvido para perceber a visão dos estudantes sobre as mesmas (seção 3). Este questionário foi aplicado em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio e sua análise nos permitiu a criação de categorias, as quais são apresentadas e discutidas.

1. IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA PARA FÍSICA E VICE-VERSA

Se perguntarmos a um físico sobre a função da Matemática, ele provavelmente nos dirá que esta é uma ferramenta para a descrição dos fenômenos físicos e defenderá que a Física utiliza modelos matemáticos[1] para o estabelecimento das leis da natureza.

[1] Segundo Bassanezi (2002), um modelo matemático designa um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o objeto estudado, o qual expressa e interpreta uma ou mais hipóteses de maneira quantitativa. Assim, a importância de um modelo matemático reside no fato de possibilitar a expressão de nossas idéias de maneira clara, em uma linguagem concisa e universal.

Nas palavras do professor Taylor, um físico hipotético, *o papel da matemática em física ou em tecnologia é o de uma poderosa ferramenta para o raciocínio em situações complexas* (DAVIS e HERSH, 1995, p. 60).

Já um matemático, quando questionado sobre a importância da Física para o desenvolvimento de sua área, possivelmente associará esta a uma aplicação de sua atividade ao mundo “real”, porém deixará muito claro que a Matemática é independente da realidade concreta e defenderá arduamente que os objetos matemáticos são criações, abstrações, produtos do pensamento humano, dissociados do mundo da experiência. Essa concepção de superioridade da Matemática, concebendo uma hierarquia do abstrato sobre o concreto e supondo que os objetos matemáticos têm poderes de reger o real, fica evidente nas palavras do matemático/filósofo Bertrand Russel:

> A história da ciência prova sobejamente que um corpo de proposições abstratas – mesmo que, como as seções cônicas, fique dois mil anos sem afetar a vida cotidiana – pode, a qualquer momento, **ser usado** para causar uma revolução nos pensamentos e ocupações habituais de todo cidadão. Só a matemática tornou possível o uso do vapor e da eletricidade [...] A experiência não oferece qualquer meio de resolver que partes da matemática serão úteis. **A utilidade, portanto, só pode ser um consolo em momentos de desânimo e não um guia a orientar nossos estudos** (RUSSEL, 1977 , p. 80-81, grifo nosso).

Entretanto, essas manifestações de distinção, de independência entre essas duas áreas, demonstram-se infundadas quando são analisadas epistemologicamente as trajetórias de cada uma delas. Naturalmente, podemos encontrar muitos exemplos de teorias e experiências físicas motivadas pelo resultado de expressões/equações matemáticas, como defende Russel. É exemplo disso, a previsão teórica da existência de ondas eletromagnéticas pelas equações de Maxwell, a subseqüente unificação da óptica com o eletromagnetismo, quando os cálculos matemáticos mostraram que a velocidade das ondas eletromagnéticas é igual à da luz, e a posterior emissão e detecção das mesmas por Hertz. Um outro caso notável é a previsão da existência da antipartícula por Paul Dirac em 1928, a partir da admissão de um valor negativo para a solução de sua equação de onda relativística, e sua posterior comprovação experimental com a detecção do pósitron em 1932. Talvez ainda mais extraordinária tenha sido a previsão matemática da existência de Netuno, feita por Urbain Le Verrier investigando pequenas diferenças entre a teoria da gravitação e a observação da órbita de Urano, e a posterior observação deste planeta (em 1846) por Johann Gottfried Galle. Estes três casos ilustram claramente o poder do ferramental matemático na previsão de resultados de experiências físicas.

Porém, contrariando a posição de Russel, também podemos encontrar na História diversos exemplos de teorias matemáticas desenvolvidas como respostas a questões formuladas pela experiência, ou seja, o mundo “real” servindo de inspiração para a Matemática. Como dissociar o surgimento do cálculo diferencial, com o conceito de derivada, da preocupação com a descrição do movimento e, mais especificamente, do conceito de velocidade? Como negar a relação entre os estudos sobre a propagação do calor e o desenvolvimento da série de Fourier? É possível pensar na história da trigonometria sem associá-la à astronomia? Temos como separar a geometria da óptica? O que dizer sobre a importância dos fenômenos físicos para o avanço do estudo sobre as equações diferenciais? Estes são apenas alguns exemplos que evidenciam a importância da Física para a Matemática e contradizem os matemáticos que crêem não precisar estabelecer vínculos com a “realidade”. Sintetizando essa visão, Machado (2001) afirma que *a Física nos entulha de exemplos de conceitos e teorias matemáticas que surgiram como respostas a questões formuladas pela experiência e não como fruto de mera especulação intelectual* (MACHADO, 2001, p. 50).

O matemático e filósofo francês Henri Poincaré disserta brilhantemente sobre as relações entre a análise pura e a física matemática em uma de suas obras mais consagradas (POINCARÉ, 1995). Colocando-se como um analista puro, Poincaré destaca que a Matemática possui claramente dois objetivos: o estético e o físico. Em se tratando do objetivo estético, o autor acredita que a Matemática se assemelha às artes, como a pintura e a música, e que seus adeptos admiram a delicada harmonia dos números e das formas, assim como um pintor admira uma obra e um músico uma melodia. Dessa forma, Poincaré enfatiza que *a matemática merece ser cultivada por si mesma, e que as teorias que não têm aplicação na física devem sê-lo, tanto como as outras* (POINCARÉ, 1995, p. 90).

Entretanto, ao mencionar o objetivo físico da matemática, ou seja, sua aplicabilidade na descrição dos fenômenos do mundo físico, Poincaré não o distingue do objetivo estético e defende que não se deve privilegiar um em detrimento do outro. Para ele, *esses dois objetivos são inseparáveis, e o melhor meio de atingir um é visar o outro, ou ao menos jamais perdê-lo de vista* (POINCARÉ, 1995, p. 90). Assim, evidenciando a íntima e profunda relação entre o conhecimento matemático e o físico, Poincaré argumenta que:

> O matemático não deve ser para o físico um simples fornecedor de fórmulas; é preciso que haja entre eles uma colaboração mais íntima. A física matemática e a análise pura não são apenas potências limítrofes, que mantêm relações de boa vizinhança; **penetram-se mutuamente, e seu espírito é o mesmo** (POINCARÉ, 1995, p. 90, grifo nosso).

Refletindo sobre a importância da linguagem matemática para descrição das leis da Física, Poincaré aponta que, mesmo considerando que as leis provenham da experiência, para enunciá-las é preciso uma linguagem especial, uma vez que a linguagem corrente é demasiado pobre e muito vaga para exprimir relações tão delicadas, tão ricas e tão precisas. Portanto, *eis a primeira razão pela qual o físico não pode prescindir da matemática; ela lhe fornece a única língua que ele pode falar* (POINCARÉ, 1995, p. 91). Dessa forma, quando o analista persegue um objeto puramente estético e se esforça para aprimorar essa linguagem, mesmo que não esteja imediatamente preocupado com aplicações, está contribuindo para criar uma língua mais apta a satisfazer o físico.

Outra razão pela qual o físico depende da matemática é, segundo Poincaré, a necessidade de generalização que este possui. É fato que, ao dialogar com a natureza através de experiências, os físicos buscam identificar regularidades para enunciar leis. Porém, *a experiência é sempre individual, e a lei que dela se tira é geral; a experiência é apenas aproximada e a lei é precisa. Assim, para extrair a lei da experiência é preciso generalizar* (POINCARÉ, 1995, p. 91).

Nessa busca pela generalização de uma lei, um dilema se estabelece uma vez que toda verdade particular pode ser estendida de uma infinidade de maneiras. Diante dessa dificuldade, a matemática fornece um poderoso instrumento: as analogias. *O espírito matemático, que desdenha a matéria, nos ensinou a conhecer as analogias verdadeiras e profundas, as que os olhos não vêem, mas a razão identifica* (POINCARÉ, 1995, p. 91). O poder da utilização de analogias fica evidente quando se evidencia que uma única equação, como a de Laplace (laplaciano), é aplicada na teoria de atração newtoniana, na do movimento dos líquidos, na do potencial elétrico, na do magnetismo, na propagação do calor e em muitas outras. Outro exemplo é o conceito de fluxo que, advindo da hidrodinâmica, possui análogos na teoria do calor e no eletromagnetismo. Portanto, de acordo com Poincaré:

> o objetivo da física matemática não é só de facilitar ao físico o cálculo numérico de certas constantes, ou a integração de certas equações diferenciais. Mas ele é, sobretudo, o de facultar ao físico o conhecimento da harmonia oculta das coisas, fazendo com que as veja sob uma nova perspectiva (POINCARÉ, 1995, p. 94).

Utilizando o próprio conceito de analogia, Pinheiro, Pinho-Alves e Pietrocola (2001) propõem a noção de Matemática como **estrutura** (ou **estruturante**) do conhecimento físico. Segundo os autores ela é o “esqueleto” que sustenta o “corpo” da Física. Para eles:

> a Matemática fornece um conjunto de estruturas dedutivas, por meio das quais se expressam as leis empíricas ou os princípios teóricos da Física [...] ela é uma forma de linguagem e ferramenta, por meio da qual são estruturadas as relações entre os elementos constituintes de uma teoria (Pinheiro, Pinho-Alves e Pietrocola, 2001, p.40).

Em virtude de todos os argumentos apresentados, fica evidente a que o físico não pode prescindir da Matemática, uma vez que ela o fornece a linguagem, a estrutura e o torna capaz de generalizar suas leis. Mas quanto ao matemático? Pode ele prescindir da Física? Em outras palavras, qual é importância da Física para o desenvolvimento da Matemática? Poincaré (1995) também procurou refletir sobre esta questão e chegou à conclusão de que o matemático depende tanto da Física como o inverso. Inúmeras vezes, são os problemas reais, apresentados pelos físicos, as fontes de motivação para a criação de novas teorias matemáticas. Por isso, Poincaré, na condição de um matemático puro, afirma que

> O desejo de conhecer a natureza teve a mais constante e feliz influência sobre o desenvolvimento da matemática. [...] o físico nos propõe problemas cuja solução espera de nós. Mas ao nos propor esses problemas, já pagou com muita antecedência o favor que lhe poderemos prestar, se conseguirmos resolvê-los (POINCARÉ, 1995, p. 94).

A motivação para o surgimento do cálculo é exemplo claro de que a Física influencia a Matemática. Segundo Boyer (1949) a derivada e a integral têm suas raízes em dois dos mais óbvios aspectos da natureza – a multiplicidade e a variabilidade. A derivada tem seu desenvolvimento situado entre o fenômeno científico da velocidade, podendo até ser entendida como uma “velocidade generalizada”, e a noção filosófica de movimento. Para Einstein (1981), *Newton precisou dar forma matemática a seu sistema, obrigando-se, portanto a descobrir a noção de derivada e a estabelecer as leis do movimento sob a forma de equações diferenciais totais* (EINSTEIN, 1981, p. 184). O conceito de integral, por sua vez, ofereceu ampla oportunidade para interpretações em termos de aproximações ou de compensações de erros nas medições científicas, mas, ao mesmo tempo, foi considerada por metafísicos idealistas como uma manifestação de que além da finitude da percepção sensorial, existe um infinito que a transcende e que pode ser aproximado assintoticamente pela experiência humana e pela razão (BOYER, 1949).

No estudo das equações diferenciais essa influência se torna ainda mais notável. Poincaré (1995) destaca que a teoria das equações a derivadas parciais de segunda ordem desenvolveu-se, sobretudo, *pela física e para a física* e ressalta o papel da realidade no estabelecimento das chamadas condições de contorno. Segundo ele:

> Cada uma das teorias físicas – a da eletricidade, a do calor – nos apresenta essas equações sob um novo aspecto. Podemos então dizer que, sem elas, não conheceríamos as equações a derivadas parciais (POINCARÉ, 1995, p. 97).

Por fim, Poincaré (1995) comenta que os físicos não auxiliam os matemáticos apenas fornecendo-os problemas, mas também na solução destes através da sugestão de raciocínios e demonstrações baseados em imagens e analogias físicas. Muitas vezes, é só através dessas imagens e analogias que os matemáticos conseguem construir um melhor entendimento sobre objetos extremamente abstratos como, por exemplo, as funções de variáveis complexas.

2. RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E FÍSICA NO ENSINO

Diante dessas reflexões epistemológicas acerca das relações entre Matemática e Física, direcionamos nossa atenção para a forma como essas duas disciplinas vêm sendo desenvolvidas em nossas escolas. Não é preciso um grande esforço para perceber que essas duas áreas vêm sendo tratadas de forma independente e que, dessa forma, nossos estudantes não têm percebido suas inter-relações. Basta observarmos os índices dos principais livros didáticos do Ensino Médio, por exemplo, para concluir que não existe preocupação alguma com uma distribuição de conteúdos que possa conciliar os objetivos de ambas as disciplinas. No ensino superior encontramos situação semelhante, pois não se costuma pensar em uma abordagem integradora ao se estruturar um currículo. Baseando-se na idéia de que seja necessário dominar o ferramental matemático primeiramente, os cursos da área de exatas iniciam com disciplinas matemáticas, como Cálculo e Geometria Analítica, para posteriormente mencionar aplicações das mesmas nas disciplinas da Física. Essa postura, como vimos, é contrária ao próprio desenvolvimento histórico desses conteúdos.

Em relação aos posicionamentos dos professores destas duas disciplinas, Pietrocola (2002) destaca que, na Física, a sua relação com a Matemática se coloca como um quebra-cabeça de difícil solução, uma vez que:

> Os professores de Física gostariam que seus alunos chegassem à sala de aula com os pré-requisitos matemáticos completos. Em contrapartida, os professores de Matemática não aceitam, com razão, que sua disciplina seja pensada apenas como instrumento para outras disciplinas, e impõem uma programação que nem sempre se articula com aquela da Física (Pietrocola, 2002, p.96).

Em geral, os professores destas duas áreas não têm o costume de dialogar e, a nosso ver, perdem uma grande oportunidade de se ajudar mutuamente. Os de Matemática vêem sua disciplina como um *castelo isolado e independente de outros conhecimentos* (CAFAGNE, *apud* MARTINS, 2005, p. 61), enquanto que, muitas vezes, os professores de Física costumam colocar a culpa pelo fracasso dos estudantes em sua disciplina na falta de domínio do ferramental matemático de seus alunos, isentando-se de responsabilidade. Segundo Pietrocola (2002), admitir que a maioria dos problemas do aprendizado da Física está no domínio da Matemática reflete um posicionamento epistemológico ingênuo, pois se atribui à segunda uma função de instrumento da primeira.

Dessa forma, contrariamente às suas raízes epistemológicas, Matemática e Física vêm sendo trabalhadas de forma totalmente desconexa e independente em nossas escolas. A atualização dos parâmetros curriculares para o Ensino Médio (PCNEM +), condena este tipo de postura e recomenda que se repense a grade curricular visando uma integração das disciplinas:

> As características comuns à Biologia, à Física, à Química e à Matemática recomendam uma articulação didática e pedagógica interna à sua área na condução do aprendizado, em salas de aula ou em outras atividades dos alunos. [...] Uma organização e estruturação conjuntas dos temas e tópicos a serem enfatizados em cada etapa também facilitarão ações integradas entre elas, orientadas pelo projeto pedagógico da escola (BRASIL, 2002, p.23).

É justamente dentro desta perspectiva de *ações integradas facilitadoras* que pensamos que seja desejável uma abordagem interdisciplinar para o ensino de Matemática e Física, com os objetos matemáticos ganhando significado a partir de exemplos concretos de fenômenos físicos e estes fenômenos sendo modelizados pela linguagem matemática. Esta preocupação em abordar a importância de uma disciplina para a outra no contexto escolar, fica clara quando Pietrocola (2002) defende que:

> Se a matemática é a linguagem que permite ao cientista estruturar seu pensamento para apreender o mundo, o ensino de ciências deve propiciar meios para que os estudantes adquiram esta habilidade. [...] não se trata apenas de saber Matemática para poder operar as teorias físicas que representam a realidade, mas saber apreender teoricamente o real através de uma estruturação matemática (PIETROCOLA, 2002, p.110-111).

Diante do exposto, faz-se necessário pensar em alternativas e estratégias didáticas para levar as discussões sobre as relações entre Matemática e Física para a sala de aula.

Como exemplo desse enfoque, destacamos o trabalho de Pinheiro (1996), no qual a autora desenvolve e analisa uma seqüência de atividades que tem como objetivo a modelização de variáveis e, conseqüentemente, a construção do conceito de função através de exemplos concretos. Por sua vez, Campos (2000) propõe uma visão integracionista do ensino de Matemática e Física a partir da Cinemática (descrição matemática dos movimentos), abordando relações entre as funções do primeiro e segundo graus e as equações dos movimentos uniforme e uniformemente variado com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Ampliando o trabalho de Pinheiro (1996), Lopes (2004) enfatiza particularmente o conceito de função afim e estrutura atividades para construi-lo, propondo aproximações entre a Matemática e a Física, com estudantes da oitava série do Ensino Fundamental.

Mais recentemente, Paulino *et al.* (2007) fizeram um levantamento das impressões dos estudantes acerca das disciplinas de Matemática e Física e buscaram identificar se os mesmos percebiam suas inter-relações. Neste estudo 90% dos entrevistados disseram não ser possível estudar Física sem Matemática e 70% dos estudantes afirmaram que essas duas disciplinas são fortemente ligadas. Objetivando ampliar a pesquisa sobre as concepções dos estudantes acerca das relações entre o conhecimento matemático e o físico, aplicamos um questionário semelhante ao de Paulino *et al.* (2007) e, a partir de nossas reflexões epistemológicas e das respostas dos estudantes, estabelecemos categorias de análise as quais são descritas a seguir.

3. CATEGORIAS, ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

O questionário mencionado anteriormente contem perguntas acerca das opiniões dos estudantes sobre as disciplinas de Matemática e Física, sobre suas inter-relações e apresenta algumas situações particulares com o objetivo de averiguar se os educandos fazem ligações entre os objetos estudados na disciplina de Matemática e os fenômenos físicos que os utilizam como modelo. O instrumento foi aplicado em uma turma de 44 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede particular da cidade de Rio Negro-PR. A escolha por estudantes do 3º ano se deu porque os mesmos já haviam visto praticamente todo o conteúdo, tanto de Matemática como de Física, tradicionalmente lecionado neste nível de ensino. Para os objetivos do presente trabalho, selecionamos as questões 3 e 4 do questionário e apresentamos uma categorização das respostas dos estudantes.

Análise da questão 3 – Em sua opinião, qual é a importância da Matemática para a Física? É possível estudar Física sem utilizar a Matemática? Justifique sua resposta.

Para classificar as concepções dos estudantes elencamos 4 categorias para esta questão:

PRÉ-REQUISITO (P.R.) – Noção de Matemática como pré-requisito para a Física: é preciso dominar os fundamentos da Matemática primeiramente para depois poder estudar Física. Essa categoria, identificada em 63,6% das respostas, fica evidente nas palavras de A10: *Não é possível estudar física sem utilizar a matemática, pois a base dos cálculos da física é a matemática* ou de A1: *[...] seria impossível realizar todas as questões de física se não tiver (sic) noções básicas de matemática.* Conforme mencionado anteriormente, esta concepção permeia a grande maioria dos currículos de ensino superior, principalmente aqueles que consideram essencial que a disciplina de Cálculo preceda as de Física. Além disso, os professores de Física que creditam os insucessos de seus alunos à falta de base matemática também seriam enquadrados nessa categoria. Pelos resultados obtidos, podemos concluir que nosso ensino tem contribuído para disseminar a idéia de que se deve primeiro aprender Matemática para ser capaz de estudar Física, o que, a nosso ver, além de incorreta, essa noção contraria muitas vezes a própria seqüência histórica.

COMPLEMENTAR (COMP.) – As duas disciplinas se complementam sem que haja um nível de hierarquia de uma em relação à outra, como na resposta de A3: *A importância é grande, não é possível estudar física sem usar matemática, pois as duas se complementam* e de A25: *Existem muitas relações entre a matemática e a física. A matemática é fundamental para a física, pois tem vários cálculos e regras que abrangem as duas matérias, ou seja, **uma depende da outra***. 22,7 % dos alunos se encaixaram nessa categoria que se difere da primeira porque a idéia de que a Matemática tenha que ser estudada inicialmente é eliminada. Reconhece-se, entretanto a dependência de uma em relação à outra.

TEORIA (TEOR.) – É possível fazer Física sem Matemática porque a Física também tem uma parte teórica. Apenas 9% dos estudantes manifestaram essa concepção, como é o caso de A7: *A matemática contribui para a física apenas na parte dos cálculos. Na parte teórica, é possível trabalhar a física sem matemática* e A20: *Uma matéria depende da outra para fazer os cálculos, mas para compreensão não é necessária a matemática na física.* Concordamos que o excesso de matematização é extremamente prejudicial ao ensino de Física, principalmente em nível médio, e que a compreensão conceitual deve preceder os cálculos matemáticos. Entretanto, tentar excluir completamente a linguagem matemática significa descaracterizar o próprio conhecimento físico, sob pena de deixar o estudante com uma mera noção qualitativa dos fenômenos e das relações entre grandezas físicas.

ESTRUTURANTE (EST.) – A Matemática é estruturante do conhecimento físico: é impossível fazer Física sem Matemática porque é ela que sustenta este conhecimento, que o estrutura. Esta categoria, a nosso ver, possui um nível de hierarquia superior em relação às outras, uma vez que ilustra uma visão mais abrangente e pertinente da importância da Matemática para o desenvolvimento da Física. 27,2% dos estudantes manifestaram essa concepção, dentre eles, A13: *A matemática é uma parte da física. Sem a matemática, a física não poderia comprovar que suas teorias são verdadeiras*, A18: *[...] a matemática é a "mãe" da física fazendo com que ambas necessitem interagir reciprocamente, aliás, sem essa condição **a física não viria a existir***, A27: *Não utilizar a matemática na física é a mesma coisa que fazer um x-egg sem ovo* e A36: *Sem a matemática não saberíamos entender física.* Nas respostas destes estudantes fica explícita a noção de que a linguagem matemática não é apenas essencial para o desenvolvimento da Física, mas ela é parte integrante desta ciência. Com suas próprias palavras, estes estudantes parecem concordar com Poincaré (1995) quando o mesmo diz que *a física matemática e a análise pura não são apenas potências limítrofes, que mantêm relações de boa vizinhança; penetram-se mutuamente, e seu espírito é o mesmo* (POINCARÉ, 1995, p. 90). Portanto, a nosso ver, é justamente essa concepção de matemática como estruturante do conhecimento físico que devemos almejar em nossa prática docente.

Conforme mencionado anteriormente, defendemos que a Física é tão importante para a Matemática como o inverso. Dessa forma, na questão 4 procuramos sondar as opiniões dos estudantes sobre esta concepção e também estabelecemos uma categorização.

Análise da questão 4 – Em sua opinião, qual é a importância da Física para o desenvolvimento da Matemática? Justifique sua resposta.

NENHUMA (NEN.) – A Física não exerce nenhuma influência no desenvolvimento da Matemática. Em função da ausência de discussões sobre as origens de conceitos matemáticos no ensino, 29,5% dos estudantes se enquadraram nessa categoria, A6: *Nunca parei para pensar em física influenciando matemática* e A23: *Nenhuma. Acho que a física não é importante para aprender matemática*, dentre eles.

TREINO (TRE.) – A Física é uma espécie de treino para a matemática, pois ela trabalha com problemas que envolvem as mesmas regras aprendidas em matemática, assim, o estudo da Física é mais uma oportunidade para treiná-las. Muitas vezes o ensino de Física se resume à aplicação de fórmulas matemáticas sem significado, por isso, 27,2 % das respostas foram identificadas como pertencentes a essa categoria, como A34: *[...] você pode utilizar os cálculos feitos em física para "treinar" a matemática e melhorar o raciocínio* ou A2: *A física é uma espécie de treino para a matemática, pois você usa quase tudo o que vê em matemática em física.*

COMPLEMENTAR (COMP.) – As duas disciplinas se complementam sem que haja um nível de hierarquia de uma em relação à outra. Curiosamente, 13,6%, um número menor que na questão 3, identificou-se com esta categoria, como é o caso de A38 – *Uma complementa a outra e dá lógica às coisas.*

PROVA (PROV.) – A Física é capaz de provar que os fundamentos da Matemática estão corretos. Essa categoria foi identificada na resposta de apenas um estudante (2,3%), A3: *Física prova que os fundamentos da Matemática estão certos*, porém, decidimos enquadrá-la em uma categoria à parte em função de sua interessante concepção. Para os matemáticos, uma prova matemática, ou demonstração, é uma seqüência de deduções lógicas, todas derivadas de um conjunto de pressupostos iniciais ("axiomas") e sujeitas às regras estritas da lógica matemática. Portanto, estes certamente não aceitariam a possibilidade de se provar qualquer lei ou teorema da Matemática através da observação de fenômenos físicos. Os Físicos, entretanto, tendem a não se apegar tão fortemente ao rigor de demonstrações o que faz com que, em alguns casos, eles possam avançar mais rapidamente no desenvolvimento de novas teorias.

APLICAÇÃO (APLI.) – A Física é uma aplicação da matemática em situações reais, facilitando assim a compreensão de seus objetos abstratos. Esta categoria, manifestada por 27,3% dos alunos, como A11 – *[...] na física entende-se "coisas" que estão relacionadas ao nosso "dia-a-dia" o funcionamento para o desenvolvimento da matemática* e A16 – *A física tem mais teorias que nos ajudam a entender melhor o porquê de usar certos cálculos na matemática*, ilustra bem a chamada contextualização, tão desejada no ensino de Matemática e altamente recomendada pelos parâmetros curriculares nacionais.

MOTIVAÇÃO (MOT.) – Os problemas enfrentados pela Física são fontes de motivação para a criação de novas teorias na Matemática. Assim como a categoria ESTRUTURANTE para a questão 3, pensamos que esta também tem uma hierarquia superior às outras da questão 4 em função de nossas concepções epistemológicas. Apenas 9% dos estudantes a manifestaram, o que não corresponde a nenhuma surpresa tendo em vista a falta de discussões sobre a evolução dos conceitos científicos em sala de aula.

Entretanto, vale destacar as respostas de A7 – *A física traz para a matemática mais conhecimento, o que melhora o desenvolvimento de cálculos e conseqüentemente da matemática*, A18 – *A física colabora no enriquecer da matemática* e A39 – *Muitas regras da matemática foram descobertas através de fatos da natureza e proporções que de certa forma envolve física também, é como se as duas matérias de completassem*¸ as quais demonstram que é possível desenvolver esta concepção nos estudantes. A noção de Física como motivação para a origem de teorias matemáticas fica evidente nas palavras de Poincaré quando o mesmo defende que *o desejo de conhecer a natureza teve a mais constante e feliz influência sobre o desenvolvimento da matemática* (POINCARÉ, 1995, p. 94) e, a nosso ver, também deve ser almejada na estruturação de nossos currículos e seqüências didáticas.

Apresentamos nas tabelas a seguir um resumo da categorização das concepções dos estudantes.

Tabela 1: Análise questão 3

	P.R.	COMP.	TEOR.	ESTR.
A1	X			
A2	X			
A3		X		
A4	X			
A5	X			
A6				X
A7			X	
A8	X			
A9	X			
A10	X			
A11		X		
A12	X			
A13				X
A14	X			
A15		X		
A16	X			
A17	X			
A18				X
A19	X			
A20		X	X	
A21	X			
A22	X			
A23		X		
A24	X			
A25	X	X		
A26	X			
A27				X
A28	X			X
A29	X			
A30	X			
A31				X
A32	X			
A33	X			
A34	X			
A35	X		X	
A36	X			X
A37	X	X		
A38	X			X
A39				X
A40			X	X
A41		X		
A42		X		X
A43	X			
A44		X		X

Tabela 2: Análise questão 4

	NEN.	TRE.	COMP.	PROV.	APLI.	MOT.
A1		X				
A2		X				
A3				X		
A4			X			X
A5					X	
A6	X					
A7						X
A8	X					
A9					X	
A10	X					
A11					X	
A12					X	
A13		X				
A14		X			X	
A15	X					
A16					X	
A17	X					
A18						X
A19					X	
A20	X					
A21	X					
A22			X			
A23	X					
A24	X					
A25			X			
A26					X	
A27	X					
A28			X			
A29		X				
A30	X					
A31		X				
A32	X					
A33					X	
A34	X	X				
A35					X	
A36		X				
A37			X			
A38			X			
A39						X
A40		X				
A41		X				
A42		X			X	
A43					X	
A44		X				

Com o levantamento destas categorias esperamos ter contribuído para ampliar a pesquisa sobre como os estudantes percebem as inter-relações entre as disciplinas de Matemática e Física. Além disso, enfatizamos a importância de se pensar em seqüências didáticas que abordem a Matemática como **estruturante** do conhecimento físico e evidencie o papel da Física como **motivação** para o surgimento dos conceitos matemáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BOYER, C. B. ***The History of the Calculus and its Conceptual Development.*** *New York: Dover Publications*, 1949.

BRASIL. **PCNEM + Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Secretaria de Educação Média e Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2002. 144 p. Disponível em: <http://www.mec.gov.br/semtec/ensmed/ftp/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em 09 de agosto de 2003.

CAMPOS, C. R. **O ensino de Matemática e da Física numa perspectiva integracionista.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC/SP, 2000.

DAVIS, P.; HERSH, R. **A Experiência Matemática.** Tradução Fernando Miguel Louro e Ruy Miguel Ribeiro. Lisboa: Gradiva, 1995.

EINSTEIN, A. **Como Vejo o Mundo.** Tradução H. P. de Andrade. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1981.

LOPES, J. P. **Fragmentações e aproximações entre Matemática e Física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim.** Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática.** São Paulo: Cortez, 2001.

MARTINS, D. A. N. **Tratamento interdisciplinar e inter-relações entre Matemática e da Física: potencialidades e limites da implementação dessa perspectiva.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC/SP, 2005.

PAULINO, A. R.; PAULINO, I.; FELIX, R. A falta de conhecimento de matemática atrapalha o aprendizado de física de alunos de Ensino Médio? In: **XVII Simpósio Nacional de Ensino de Física - SNEF, 2007, São Luís.** CD-ROM, 2007.

PIETROCOLA, M. A Matemática como estruturante do conhecimento físico. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física** v.19, n.1, p.93-114, 2002.

PINHEIRO, T.F.; PINHO-ALVES, J.; PIETROCOLA, M. Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico. In: **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2001.

PINHEIRO, T. F. **Aproximações entre a ciência do aluno na sala de aula da 1ª série do 2º grau e a ciência dos cientistas: uma discussão.** Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Santa Catarina, 1996.

POINCARÉ, H. **O Valor da Ciência.** Tradução Maria Helena Franco Martins. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

RUSSEL, B. **Misticismo e Lógica e outros ensaios.** Tradução Alberto Oliva e Luiz Alberto Cerqueira. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1977.