

ANÁLISE DE MODELOS MENTAIS ATRAVÉS DE AVALIAÇÕES EM LARGA ESCALA – UM EXEMPLO NA ÁREA DE ÓTICA

MENTAL MODEL ANALYSIS THROUGH LARGE SCALE EVALUATIONS – AN EXEMPLE IN THE OPTICS¹

Sérgio Luiz Talim

Colégio Técnico/UFMG/talim@coltec.ufmg.br

Resumo

O trabalho teve como objetivo apresentar uma metodologia para a análise dos modelos mentais de alunos a partir de avaliação em larga escala utilizando questões objetivas de múltipla escolha tendo como contexto o conteúdo de formação de imagens por lentes convergentes. Foi apresentado um modelo matemático para o tratamento dos dados que possibilita não apenas identificar os tipos de modelos mentais utilizados pelos alunos como também o grau de consistência dos alunos individualmente no uso desses modelos. O teste foi aplicado a alunos da primeira, segunda e terceira séries do ensino médio. O teste se mostrou válido e identificou diferenças no uso de modelos mentais entre os alunos das várias séries. Identificou também o uso inconsistente dos alunos de vários modelos mentais diferentes, o que não pode ser identificado com os testes tradicionais.

Palavras chaves: Modelos mentais, avaliação da aprendizagem, ótica.

Abstract

The work had as objective to present a methodology for the analysis of the mental models of pupils from a large-scale evaluation using objective questions of multiple choices in the context of image formation in convergent lenses. A mathematical model for the treatment of the data was presented that identify the types of mental models used by the pupils as well the degree of consistency of the pupils individually in the use of these models. The test was applied to the pupils of the first one, second and third series of high school. The test showed valid and identified differences in the use of mental models between the pupils. It also identified the inconsistency use of some different mental models by the pupils, what cannot be identified with the traditional tests.

Keywords: Mental models, evaluation, optics

¹ Apoio da Fapemig

Introdução

O papel das avaliações no processo de ensino e aprendizagem na área de Ciências tem mudado nos últimos anos acompanhando as mudanças nos papéis da escola e as várias reformulações curriculares implementadas tanto no contexto nacional quanto internacional (Moreira, 1999). Perrenoud (1999) salientou a nova dinâmica da avaliação através da dicotomia entre duas lógicas possíveis: a lógica da formação de hierarquias e a lógica da promoção das aprendizagens. Na lógica anterior, da construção de hierarquias, a função da avaliação era a comparação entre os alunos através da construção de uma hierarquia de valores que diferenciariam os bons alunos dos alunos “ruins” ou de baixo desempenho. Na lógica recente, de promoção da aprendizagem, a função da avaliação é apresentar aos atores do processo (professores, alunos, pais) informações para a efetiva promoção de uma melhor aprendizagem. No entanto, como demonstrado por Hadji (2001,1994), essa função exige uma mudança de uma avaliação apenas somativa, aplicada ao final do processo, para uma avaliação formativa, aplicada durante o processo e levando a uma efetiva mudança nas práticas educacionais em consonância com os resultados encontrados. Ou seja, a avaliação para estar a serviço da aprendizagem tem de provocar mudanças no processo de ensino durante o próprio processo. Uma avaliação formativa precisa então de ser informativa, dando aos professores e alunos uma representação acurada do estado atual do processo de aprendizagem para, a partir disso, se planejar as mudanças necessárias ao melhor desenvolvimento da aprendizagem futura dos alunos.

A característica principal da avaliação formativa é ser informativa. Para isso, a avaliação deve demonstrar o estado atual dos alunos em profundidade, o que quase sempre não está ao alcance dos professores numa situação real de sala de aula. O número de alunos é quase sempre muito grande e o tempo disponível para a avaliação é limitado. Uma solução possível, para construir avaliações que sejam ao mesmo tempo objetivas e que tragam informações mais aprofundadas do estado cognitivo dos alunos, foi proposta por Bao e Redish (2006). Nessa proposta uma avaliação é construída com itens de múltipla escolha onde as alternativas apresentadas como solução ao problema proposto mobilizam os vários modelos possíveis (corretos ou incorretos do ponto de vista de um especialista na área). Embora o uso dos modelos dos alunos como alternativas seja comum em outros trabalhos (Hestenes et al, 1992), a análise dos resultados nesses trabalhos a partir do número de resposta corretas perde uma informação muito importante sobre o grau de coerência dos alunos no uso desses modelos. Normalmente os alunos não usam um único modelo de maneira coerente, e sim vários modelos, corretos ou incorretos, de acordo com características contextuais do item, com a sua trajetória de aprendizagem e com o seu estado mental atual. O pressuposto de que o aluno ou sabe ou não sabe um certo conteúdo parece ser falso, especialmente para os estudantes no processo de transição entre novatos e especialistas. O nível de confusão dos estudantes, ou seja, como o conhecimento ativado depende do contexto, é de extrema importância durante o processo de ensino e aprendizagem e deve ser verificado também nas avaliações para que possamos intervir de maneira adequada no processo.

O método de análise de modelos, que verifica também o grau de confusão dos alunos em uma classe com grande número de alunos, é o seguinte.

(1) Através de pesquisas qualitativas os modelos mais comuns dos alunos são identificados e validados. Esse conhecimento é então utilizado para analisar os modelos em populações com as mesmas características.

(2) Os modelos identificados na pesquisa qualitativa são utilizados na construção de itens de múltipla escolha onde as alternativas são planejadas para ativar esses modelos. Isto só é possível se, em primeiro lugar os alunos utilizarem modelos mentais alternativos para o conteúdo em questão e se, em segundo lugar, o número de modelos for pequeno. Essa situação ocorre em vários conteúdos de Física.

(3) Caracterizamos as respostas de cada aluno com um vetor em um “espaço de modelos” representando (através da raiz quadrada) as diversas probabilidades de ativação de cada modelo.

(4) O modelo de estados de cada estudante é usado para produzir uma “matriz densidade” que é somada para todos os alunos. Os elementos fora da diagonal nessa matriz dão informações sobre o grau de confusão dos alunos, ou seja, a probabilidade de uso dos diferentes modelos para cada aluno.

(5) Os autovalores e autovetores da matriz densidade da classe dão informações não apenas de quantos alunos escolhem a resposta correta, mas também do grau de confusão no conhecimento da classe.

Esse método de análise é facilmente implementável com uma planilha eletrônica e programas gratuitos para a diagonalização de matrizes obtidos pela Internet. O resultado é uma visão muito melhor do estado dos alunos do que o obtido apenas pela análise do percentual de respostas corretas.

O objetivo geral desse trabalho é desenvolver esse método de análise de modelos utilizando como contexto o conteúdo de formação de imagens por lentes convergentes. O uso desse conteúdo é mais um exemplo do potencial do método do que uma pesquisa sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos na formação de imagens em Ótica. Esse conteúdo, por apresentar um conjunto pequeno e já bem estudado de modelos mentais, é um bom exemplo para o estudo do potencial do método de análise de modelos. Para alcançar esse objetivo pretendo desenvolver e validar um teste de identificação de modelos mentais sobre a formação de imagens por instrumentos óticos e, posteriormente, demonstrar a utilidade da análise de modelos para identificar a presença, o uso e o grau de confusão dos vários modelos identificados na população pesquisada.

Nas próximas seções apresento o referencial teórico utilizado para caracterizar o estado cognitivo dos alunos numa perspectiva útil para a análise dos resultados de avaliações de conteúdos de Ciências, o modelo matemático para a análise dos resultados, os modelos mentais para a formação de imagens identificados nos alunos e a construção dos itens utilizados na avaliação, a metodologia utilizada, os resultados encontrados e as implicações da análise de modelos no ensino de Física.

O modelo de cognição

O referencial teórico utilizado é o apresentado por Bao e Redish (2006) que faz uma triangulação entre a observação fenomenológica da aprendizagem de alunos em sala de aula (Wandersee et al, 1993; Mcdermott,1984; Bransford e Cocking, 1999; Driver et al 1985), estudos das ciências cognitivas em situações experimentais simplificadas e controladas (Chi et al ,1988), e estudos da estrutura e funcionamento do cérebro nas neurociências. Para os fins desse trabalho vamos nos ater nas características da memória de longo prazo, no seu armazenamento e recuperação, na dependência contextual desse processo e nas conseqüências disso para a avaliação.

A memória de longo prazo está relacionada com o que as pessoas sabem e como acessam esse conhecimento, ou seja, qual é o contexto que ativa os elementos de conhecimento. Um elemento de conhecimento se refere a alguma coisa que o aluno saiba e que parece para ele irreduzível (não é constituído de partes menores). Pode ser tanto um conhecimento declarativo quanto procedimental. Essa memória é associativa e a ativação de um elemento leva quase sempre, com uma certa probabilidade, à ativação de outros elementos associados. A ativação e associação dos elementos de conhecimento são dependentes do contexto, ou seja, a ativação e subsequente associação dependem do contexto, tanto externo quanto interno. Uma grande dependência contextual na resposta dos estudantes diante de uma tarefa é um fenômeno comum

principalmente nos estados iniciais da aprendizagem. Os estudantes muitas vezes tratam problemas que parecem equivalente para um especialista de formas bem diferentes.

Embora não exista um consenso entre os pesquisadores, na área de ensino e aprendizagem em Ciências a memória de longa duração pode ser organizada em pelo menos quatro partes: p-prims, facets, esquemas e modelos mentais. O trabalho de DiSessa (1998) sobre como as pessoas explicam vários fenômenos a levou a postular a existência de raciocínios irredutíveis chamados de *phenomenological primitives* ou *p-prims*. Esses são os menores elementos de raciocínio empregados pelos alunos, aqueles elementos que são óbvios e não precisam de explicação. Um exemplo p-prim seria: “um causa contínuo é necessária para manter um efeito contínuo” ou “força causa movimento”. Um p-prim não está necessariamente certo ou errado até ser utilizado em alguma situação particular quando então ele gera uma afirmativa específica chamada de facet. Um exemplo de facet seria a aplicação do p-prim “força causa movimento” numa situação particular levando a afirmativa “força causa velocidade” ou “força causa aceleração”. Um facets pode estar correto ou incorreto de acordo com o conhecimento padrão compartilhado pela comunidade científica.

O esquema será utilizado aqui como sendo um conjunto de elementos cognitivos (p-prims e facets) que são ativados juntos em resposta a uma situação apresentada ao aluno. Um tipo de esquema especialmente robusto e coerente é o modelo mental. Por exemplo, no contexto da dinâmica, os estudantes muitas vezes acreditam que há sempre uma força na direção do movimento. Isso representa uma associação robusta entre movimento e força que é uma característica de um modelo mental. O modelo mental pode ser simples ou complexo, correto ou incorreto, ativado como um todo ou gerado espontaneamente em resposta a uma dada situação. Os termos concepções alternativas, conceitos intuitivos e outros similares que são bastante usados na literatura podem ser vistos como um tipo de raciocínio que envolve modelos mentais com elementos problemáticos para o especialista da área, e que são encontrados com grande probabilidade em uma certa população. Saliento que esse uso do termo modelo mental não implica nenhuma suposição forte sobre a sua estrutura e a sua criação. Em particular não assumo que ele seja ou não irredutível ou se ele é armazenado e recuperado da memória ao invés de ser gerado de no ato de uso (Borges, 1999, Gentner.e Stevens 1983).

Uma consequência importante desse modelo de cognição para a análise dos resultados da avaliação é a dependência do contexto para a ativação dos modelos mentais dos alunos. Do ponto de vista da ciência cognitiva é útil considerar que o aluno está sempre sendo coerente no uso de seus modelos. No entanto, para a área da educação, é melhor compreender o estado do aluno em comparação com o estado de um especialista da área que representa o objetivo final do processo de ensino. Do ponto de vista de um especialista, um conjunto de itens pode levar à ativação de um mesmo modelo mental, mas para o estudante os mesmos itens podem ativar modelos diferentes por causa de algumas características irrelevantes (para o especialista, mas não para o iniciante) dos itens. Isso ocorre por causa da história de aprendizagem específica de cada aluno e até mesmo de seu estado mental na ocasião em que ele é testado. Como é muito difícil determinar qual foi a história educacional dos estudantes e o seu estado mental, a maneira mais apropriada é tratar a situação probabilisticamente.

Modelo matemático para a análise dos resultados

Suponha que apresentemos a um grupo de alunos itens que, ao serem respondidos por um especialista, ativem um mesmo modelo mental. Por causa de algumas características salientes desses itens e da sua interação com o estado atual de conhecimento dos alunos, bem como por causa do próprio estado mental desses alunos, os itens irão ativar modelos mentais diferentes em cada aluno. Além disso, num mesmo aluno os itens podem ativar modelos mentais diferentes levando-o a ser incoerente no uso desses modelos. Uma maneira de representar o

estado atual dos alunos é através de um vetor de estado onde cada elemento do vetor especifica a probabilidade com que o aluno está utilizando determinado modelo. A figura 1 mostra, de maneira esquemática, esse processo de ativação dos modelos mentais e o respectivo vetor de estado para um aluno que pode utilizar N possíveis modelos. Observe que os valores das probabilidades são dados por q_1, q_2, \dots, q_N e o vetor de estado é construído a partir da raiz quadrada das probabilidades.

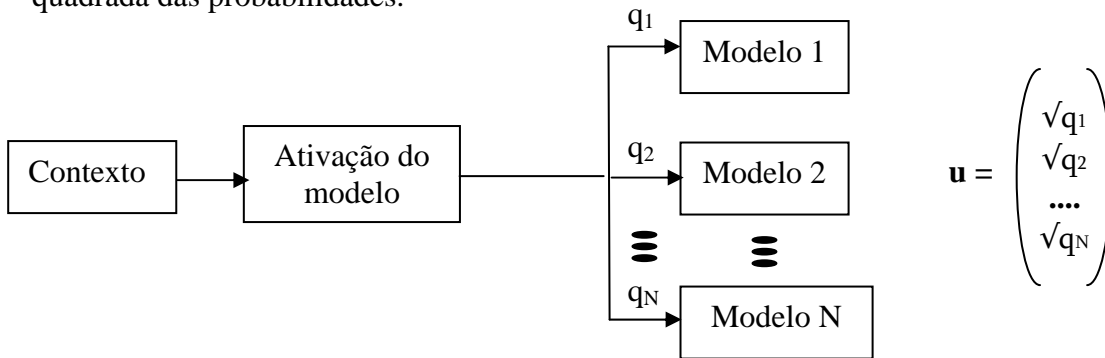


Figura 1 – O processo de ativação de modelos mentais nos alunos e o respectivo vetor de estado u para o caso de N modelos.

Quando apresentado a esse conjunto de itens (um conjunto de questões equivalentes para um especialista) o aluno pode responder de duas maneiras. Ou ele usa consistente um único modelo em todos os itens, ou usa diferentes modelos sendo inconsistente no seu uso, ou seja, usa um modelo para responder a alguns itens e outro modelo para responder outros. No primeiro caso dizemos que o aluno está num estado de modelo puro e no segundo caso está no estado de modelos misturados. Na análise de modelos devemos sempre prever um modelo adicional para aqueles alunos que no item não ativam nenhum dos modelos propostos. Isso foi feito neste trabalho acrescentando uma alternativa “nenhuma das respostas anteriores”.

O modelo matemático para a análise se completa quando construímos uma matriz densidade para cada aluno k que é o produto externo do vetor de estado $D_k = u_k \otimes u_k^T$ e somamos para todos os alunos. Com isso obtemos uma matriz em cuja diagonal estão especificadas as probabilidades com que cada modelo está sendo usado pelo grupo de alunos como um todo, e cada elemento fora da diagonal contém informações sobre o uso, pelos alunos individualmente, de vários modelos diferentes. A figura 2 ilustra isso para o caso em há três possíveis modelos sendo um científico, outro alternativo e o terceiro um modelo não especificado ou não conhecido. No caso 1 os alunos são consistentes no uso do modelo (usam apenas um tipo de modelo, correto ou não) e há consistência entre os alunos, ou seja, todos usam o mesmo modelo. No caso 2 os alunos são consistente no uso dos modelos (todos usam apenas um tipo de modelo) mas não há consistência entre os alunos, ou seja, grupos de alunos usam modelos diferentes. No caso 3 não há consistência dos alunos individualmente no uso dos modelos (um mesmo aluno pode usar modelos diferentes para responder itens diferentes) e também não há consistência entre os alunos.

$$\begin{matrix}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &
 \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 \end{pmatrix} &
 \begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \\
 \text{Caso 1} & \text{Caso 2} & \text{Caso 3}
 \end{matrix}$$

Figura 2 – Exemplos de matriz densidade

Pode-se mostrar também (Bao e Redish, 2006) que diagonalizando a matriz densidade e obtendo-se os autovalores e autovetores, é possível inferir qual é o vetor de estado mais freqüente dos alunos. Esse vetor é o autovetor que tem o maior autovalor. Com isso podemos extrair informações sobre o grau de confusão dos alunos no uso dos modelos mentais. Vamos aplicar esse procedimento, nas próximas seções, na análise de modelos mentais dos estudantes na formação de imagens por lentes.

Modelos mentais na formação de imagens por lentes

As concepções dos alunos sobre vários tópicos de Ótica têm sido estudadas já há muitos anos (Galili, 1991; Driver, 1985; Galili e Hazan 2000). A Ótica é por natureza uma ciência interdisciplinar que exige conhecimentos de física, fisiologia do olho, psicologia da visão além de neurologia na interpretação da visão pela mente. Para saber como as pessoas localizam a posição de objetos e suas imagens, devemos utilizar um modelo que em grande parte está descrito no artigo de Galili (1991).

Galili e Hazan (2000) em um extenso trabalho sobre concepções dos alunos em Ótica descrevem, pelo menos, dois tipos de concepções relacionadas com a formação de imagens por instrumentos óticos. Esses autores organizam as concepções em torno de elementos do conhecimento (“facets”) que representam a unidade básica de raciocínio, ou a estratégia aplicada pelo estudante quanto enfrenta uma situação particular. Um conjunto de facets pode formar um esquema de raciocínio robusto ou um modelo mental, que é aplicado numa maior gama de fenômenos. Por exemplo, os alunos podem apresentar os seguintes elementos sobre espelho plano: (1) a imagem está no espelho sendo ou não observada, (2) a imagem move-se do objeto em direção ao espelho, onde ela fica. Podem apresentar também os seguintes facets sobre formação de imagem por lentes convergente: (3) quando o anteparo move-se para perto ou para longe da lente a imagem se torna maior ou menor, mas continua nítida, (4) uma meia lente produz uma meia imagem. A partir disso podemos inferir um modelo mental sobre a maneira como os estudantes compreendem a imagem como sendo uma replicação do objeto, que pode se mover, se manter estacionária ou se inverter como um todo.

No trabalho de Galili e Hazan foram identificados dois modelos mentais nos alunos sobre a imagem e sua formação. No primeiro modelo, chamado de modelo de Imagem Holística, a imagem do objeto é representada como uma entidade real e independente do observador que de alguma maneira é emitida pelo objeto como se fosse uma fotografia em movimento, podendo ser refletida por espelhos como um todo, ou ser invertida durante a reflexão ou a refração até chegar aos nossos olhos, quando então é vista. Um outro modelo identificado, chamado de modelo de Imagem Projetada, que os alunos adquirem após alguma experiência de ensino em Ótica, considera que essa imagem tem as mesmas propriedades anteriores, mas não é transportada como um todo e sim decomposta em partes, sendo cada parte transportada pelos raios de luz.

Esses modelos foram testados em um estudo qualitativo feito pelo autor com 135 alunos da segunda série do ensino médio de uma escola técnica (Talim, 2005). Uma situação foi apresentada, por escrito aos alunos, onde uma montagem com uma vela e um espelho côncavo formava uma imagem real sobre um anteparo. Foi então perguntado aos alunos o que aconteceria com a imagem se metade do espelho fosse tampado. As respostas consistiram em desenhos e textos onde os desenhos eram explicados. Uma análise dessas respostas identificou modelos bem parecidos com os descritos no parágrafo anterior para a maioria dos alunos, conforme mostrado no quadro 1.

Quadro 1 – Respostas mais frequentes dos alunos na pesquisa qualitativa

Resposta	Explicação típica
Apenas metade da imagem irá aparecer (100 alunos)	<p>“Tampando a metade superior do espelho, a parte superior da imagem não irá aparecer. A luz atingirá apenas a parte inferior do espelho, sendo refletida. Ao atingir a parte tampada será refletida, porém de forma dispersa” (Modelo de imagem holístico)</p> <p>“Os raios de luz emitidos pela chama são refletidos na parte de baixo do espelho e vice-versa. Assim, se cobrirmos a parte de baixo do espelho, somente a metade de cima da imagem da vela aparecerá.” (Modelo de imagem projetada)</p>

A população de alunos na qual foi realizada a presente pesquisa é bem semelhante à população desse estudo qualitativo, já que são alunos no ensino médio da mesma escola. Por isso, resolvi utilizar os modelos identificados nesse estudo para construir os itens utilizados na análise de modelos. O modelo de imagem holística será o nosso modelo 1, o modelo de imagem projetada será o modelo 2, o modelo científico (ou parecido com ele) será o nosso modelo 3 e teremos uma alternativa, chamada de modelo 4, para os casos em que os alunos não ativem nenhum desses modelos.

Metodologia

Utilizando os modelos mentais identificados sobre formação de imagens na pesquisa qualitativa construí quatro itens de múltipla escolha a partir de uma situação experimental. A situação e o primeiro item estão reproduzidos no apêndice. Em cada item existem quatro alternativas sendo a alternativa (A) relacionada com o modelo 2, a alternativa (B) com o modelo 1, a alternativa (C) com o modelo 3 e a alternativa (D) com o modelo 4. As alternativas usam expressões retiradas das respostas dos alunos na pesquisa qualitativa.

Os itens foram construídos para ativar nos especialistas o mesmo modelo científico de formação de imagens por lentes. Nesse caso, em todos os itens, a resposta do especialista deverá ser a alternativa (C). Esse conjunto de itens foi aplicado a 222 alunos da primeira, segunda e terceira séries de uma escola técnica de ensino médio. Os alunos da primeira série não tinham estudado o conteúdo de ótica, mas os alunos da segunda e terceira série já tinham estudado esse conteúdo (os alunos da terceira série estudaram esse conteúdo no ano anterior quanto estavam na segunda série).

Os resultados dos alunos foram analisados utilizando uma planilha eletrônica para a construção do vetor de estado e da matriz densidade e um pacote estatístico para realizar algumas estatísticas necessárias para a validação psicométrica do teste. As análises foram feitas tanto para o total dos alunos quanto para cada série em separado.

A construção dos vetores de estado é direta. Para cada aluno identificamos o número de resposta (A) do modelo 2 (n_2), o número de respostas (B) do modelo 1 (n_1), o número de respostas (C) do modelo 3 (n_3) e o número de resposta (D) do modelo 4 (n_4). O vetor de estado será então, para cada linha, o valor $\sqrt{n_i}/\sqrt{4}$, que é a raiz quadrada do número de vezes que cada modelo foi escolhido dividido pelo número total de itens respondidos, ou seja, para o aluno k teremos $\mathbf{u}_k^T = (\sqrt{n^{k_1}}, \sqrt{n^{k_2}}, \sqrt{n^{k_3}}, \sqrt{n^{k_4}}) / \sqrt{4}$.

A matriz densidade para cada aluno também é calculada diretamente das respostas dos alunos como mostrado na figura 3. A matriz densidade \mathbf{D} de todos os alunos é a

média das matrizes individuais de cada aluno, ou seja, somam-se todos os elementos da cada matriz e divide-se pelo número de alunos.

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k^T = (1/4) \begin{pmatrix} n_1^k & \sqrt{n_1^k} \sqrt{n_2^k} & \sqrt{n_1^k} \sqrt{n_3^k} & \sqrt{n_1^k} \sqrt{n_4^k} \\ \sqrt{n_2^k} \sqrt{n_1^k} & n_2^k & \sqrt{n_2^k} \sqrt{n_3^k} & \sqrt{n_2^k} \sqrt{n_4^k} \\ \sqrt{n_3^k} \sqrt{n_1^k} & \sqrt{n_3^k} \sqrt{n_2^k} & n_3^k & \sqrt{n_3^k} \sqrt{n_4^k} \\ \sqrt{n_4^k} \sqrt{n_1^k} & \sqrt{n_4^k} \sqrt{n_2^k} & \sqrt{n_4^k} \sqrt{n_3^k} & n_4^k \end{pmatrix}$$

Figura 3 –Cálculo da matriz densidade

Utilizaremos a matriz **D** para inferir o grau de confusão dos alunos, ou a sua utilização de vários modelos de maneira inconsistente. Para isso faremos o cálculo dos autovalores e do autovetor de maior autovalor, que representa o vetor de estado mais presente naquele grupo de alunos.

Resultados

Apresentarei primeiro os resultados relacionados com o escore total. O escore total foi obtido somando-se o número de respostas corretas (compatível com o modelo 3) para cada aluno. Esse escore varia entre 0 e 4. Isso servirá para descrever algumas características dos alunos, tais como o escore médio, o desvio padrão e a diferença entre os alunos das três séries. A tabela 1 apresenta um resumo das estatísticas descritivas do teste.

Tabela 1 – Estatística descritiva

	Total de alunos (n = 222)	Primeira série (n = 45)	Segunda série (n = 137)	Terceira série (n = 40)
Média	0,8	0,4	1,0	0,3
Desvio padrão	1,4	0,9	1,6	0,9
Limite superior para intervalo de confiança de 99%		0,8	1,4	0,7
Limite inferior para intervalo de confiança de 99%		0,1	0,7	0

Nota-se o baixo desempenho em todas as séries indicando que o modelo científico não foi ativado pela maioria dos alunos. A diferença entre a segunda série e as outras parece ser provavelmente significativa ao nível de 1%, mas o escore médio é tão baixo que essa diferença não tem significado pedagógico. Essa análise, no entanto, não diz nada sobre quais modelos os alunos estão utilizando nem o grau de consistência dos alunos no uso desses modelos.

A validação do teste foi realizada a partir da consistência interna calculando-se o coeficiente alfa e a correlação item total (Ding et al.2006). O coeficiente alfa foi de 0,92 e a correlação item-total variou entre 0,80 e 0,86 para todos os itens. Esses valores evidenciam uma ótima validade do instrumento considerando-se o pequeno número de itens utilizado.

Podemos analisar o uso dos modelos pelos estudantes verificando a frequência de suas respostas. A tabela 2 mostra essas frequências para o total dos alunos e para cada série.

Tabela 2 – Frequência das alternativas em porcentagem

Item	Alternativa	Total	Série 1	Série 2	Série 3
Item 1	A	20,7	20,0	14,6	42,5
	B	57,7	66,7	59,9	40,0
	C	18,7	11,1	24,1	7,5
	D	3,2	2,2	1,5	10
Item 2	A	20,3	22,2	15,3	35,0
	B	57,2	64,4	58,4	45,0
	C	19,4	11,1	24,8	10,0
	D	3,2	2,2	1,5	10,0
Item 3	A	19,8	22,2	16,1	30,0
	B	52,7	60,0	50,4	52,5
	C	21,2	13,3	27,7	7,5
	D	6,3	4,4	5,8	10,0
Item 4	A	19,8	24,4	16,8	25,0
	B	52,3	57,8	48,9	57,5
	C	19,8	8,9	27,0	7,5
	D	8,1	8,9	7,3	10,0

A tabela mostra que o modelo 1 (alternativa B) foi o mais ativado em média nos alunos em todas as séries. O modelo 4 foi escolhido com pequena frequência na primeira e segunda séries, mas não na terceira, o que indica que, para os alunos da terceira série o teste não foi tão adequado. Os modelos 2 e 3 foram ativados em frequência menor. No entanto, a tabela não permite inferir o grau de consistência dos alunos no uso dos modelos.

A partir dos dados podemos construir, da maneira indicada antes, a matriz densidade para o total dos alunos e para cada série. Os resultados estão indicados na figura 4, juntamente com os autovalores e o autovetor para o maior autovalor. Pode-se mostrar que o autovalor é igual à média entre os alunos da projeção do vetor de estado de cada aluno sobre o autovetor relacionado a esse autovalor (Bao e Redish, 2006). Com isso a existência de um autovalor próximo de 1 ou muito maior do que os outros autovalores indica que grande parte dos alunos possui um vetor de estado próximo a esse autovetor.

A matriz densidade indica que os alunos não são consistentes uns com os outros no uso dos modelos, como já se tinha inferido na análise da tabela 2. Indicam também que há uma inconsistência no uso nos alunos individualmente, por causa dos valores maiores de zero nos elementos não diagonais da matriz, principalmente entre os modelos 1 e 2. O autovetor do maior autovalor representa o vetor de estado mais próximo dos alunos e nos dá uma indicação do grau de confusão dos alunos no uso dos modelos. Observe que na primeira e na segunda série o vetor de estado mostra o uso pelos alunos tanto do modelo 1 quanto do modelo 2, mas a probabilidade de uso do modelo 2 é muito maior sendo próximo de 90%. Já na terceira série o vetor de estado indica um grau de confusão muito maior mostrando uma inconsistência dos alunos no uso desses modelos. O modelo 1 foi usado com probabilidade de 70% e o modelo 2 com probabilidade de 30%. Podemos inferir disso que os alunos da terceira série, embora usem modelos alternativos com mais frequência, como fazem os alunos da primeira e segunda séries, são mais inconsistentes no uso desses modelos.

Total	Primeira série	Segunda série	Terceira série
$\begin{pmatrix} 0,20 & 0,11 & 0,02 & 0,01 \\ 0,11 & 0,55 & 0,04 & 0,01 \\ 0,02 & 0,04 & 0,20 & 0,01 \\ 0,01 & 0,01 & 0,01 & 0,05 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,22 & 0,13 & 0,05 & 0,03 \\ 0,13 & 0,62 & 0,06 & 0,02 \\ 0,05 & 0,06 & 0,11 & 0,02 \\ 0,03 & 0,02 & 0,02 & 0,04 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,16 & 0,08 & 0,01 & 0,01 \\ 0,08 & 0,54 & 0,04 & 0,02 \\ 0,01 & 0,04 & 0,26 & 0,01 \\ 0,01 & 0,02 & 0,01 & 0,04 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,33 & 0,18 & 0,02 & 0,00 \\ 0,18 & 0,49 & 0,04 & 0,00 \\ 0,02 & 0,04 & 0,08 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,10 \end{pmatrix}$
Autovalor (0,20 0,59 0,17 0,05)	Autovalor (0,20 0,67 0,09 0,03)	Autovalor (0,14 0,56 0,25 0,04)	Autovalor (0,21 0,61 0,08 0,10)
Autovetor $\begin{pmatrix} 0,28 \\ 0,95 \\ 0,10 \\ 0,02 \end{pmatrix}$	Autovetor $\begin{pmatrix} 0,29 \\ 0,95 \\ 0,13 \\ 0,05 \end{pmatrix}$	Autovetor $\begin{pmatrix} 0,17 \\ 0,97 \\ 0,13 \\ 0,04 \end{pmatrix}$	Autovetor $\begin{pmatrix} 0,54 \\ 0,84 \\ 0,06 \\ 0,00 \end{pmatrix}$

Figura 4 – Matriz densidade

Conclusões e implicações para o ensino

O trabalho teve como objetivo apresentar uma metodologia para a análise dos modelos mentais de alunos a partir de uma avaliação em larga escala utilizando questões objetivas de múltipla escolha. Para isso utilizamos os resultados de pesquisas qualitativas que identificaram os possíveis modelos mentais dos alunos e construímos um conjunto de quatro itens para analisar os modelos mentais de estudantes sobre formação de imagens em lentes convergentes.

Foi apresentado um modelo matemático para o tratamento dos dados que possibilita não apenas identificar os tipos de modelos mentais utilizados pelos alunos como também o grau de consistência dos alunos individualmente no uso desses modelos. Esse modelo é adequado quando o número de modelos utilizados pelos estudantes é pequeno e bem conhecido. O conteúdo de formação de imagens por lentes satisfaz essas exigências já que, na população dos alunos estudados, apenas três modelos parecem dar conta de quase todas as possibilidades respostas nas atividades relacionadas com a formação de imagens por instrumentos óticos.

O uso da matriz densidade dos alunos permite a coleta de informações importantes sobre o estado atual dos alunos de uma maneira mais aprofundada do que pelo uso apenas do escore total dos alunos ou da frequência de escolha das alternativas. Neste trabalho podemos identificar diferenças no grau de consistência dos alunos no uso dos modelos nas várias séries do ensino médio. Uma maneira de se entender o progresso dos alunos no processo de aprendizagem é verificar esse grau de consistência. Existem algumas evidências de que os alunos costumam partir de um estado em que usam um modelo mental consistente e incorreto, passando por um uso inconsistente de vários modelos sendo apenas um correto, até atingir um estado em que se ativa mais frequentemente e consistentemente um modelo mental correto. O método de análise de modelos aqui apresentado pode ser utilizado para verificar esse tipo de desenvolvimento numa classe com grande número de alunos, onde métodos qualitativos não podem ser utilizados.

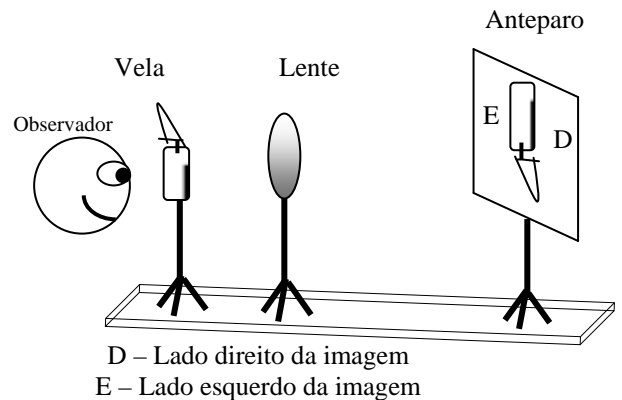
Uma característica importante desse modelo de análise é a sua dependência contextual. Isso implica que a ativação dos modelos mentais não depende apenas das características dos alunos, mas também dos itens utilizados no teste. Por isso, construindo-se itens diferentes poderemos ter a ativação de modelos diferentes nos alunos. Devemos sempre levar isso em conta quando analisamos as respostas dos alunos.

Referências

- Bao, L, Redish, E.F. Model analysis: Representing and assessing the dynamics of student learning. *Physical review special topics- Physics Education Research*, 2, 010103(2006).
- Borges, A.T. Como evoluem os modelos mentais. *Ensaio – Pesquisa em educação em ciência*. Vol. 1, No.. 1, set, pp. 85-125, (1999)
- Borges, A.T e Gilbert, J.K... Mental models of electricity. *Int. J. Sci. Educ.*, Vol. 21, No.. 1, pp. 95-117, 1999.
- Bransford, J. D; Brown, A. L.; Cocking, R. R. *How people learn: brain, mind, experience and school*. Committee on Developments in the Science of Learning. Commission on Behavioral and Social Sciences and Education. National Research Council., 1999.
- Chi, M. T. H; Glaser, R.; Farr, M. J. *The Nature of Expertise*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, New Jersey, 1988.
- Ding, L., et al. Evaluating an electricity and magnetism assessment tool: Brief electricity and magnetism assessment. *Physical Rev. – Physical educ. Research*, 2, p 1-7, 2006.
- DiSessa, A., Sherin, L.. What change in conceptual change? *Int. J. Sci. Educ.*, Vol. 20, No. 10, pp. 1155-1191, 1998.
- Driver, R., Guesne, E., Tiberghien, A. *Ideas científicas en la infancia y la adolescencia*. Madrid. Ed. Morata, 1985
- Galili, I., Goldberg, F. , Bendall, S.; Some reflection on plane mirrors and images. *The Physics Teacher*, October, 1991 pp. 471-477
- Galili, I., Hazan, A. Learners' knowledge in optics: interpretation structure and analysis. *Int. J. Sci. Educ.*, Vol. 22, No. 1, pp. 57-88, 2000.
- Gentner, D. e Stevens, A.L. *Mental Models*. New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, Inc. , Publisher, 1983.
- Hadji, C. – *A avaliação desmistificada*. Porto Alegre. ARTMED Editora. Traduzido por Patrícia C. Ramos, 2001.
- Hadji, C. – *A avaliação, regras do jogo – Das intenções aos instrumentos*. Portugal. Porto Editora. Traduzido por Júlia L. Ferreira e José M. Cláudio. 1994.
- Hestenes, D. et al. Force concept inventory. *Phys. Teach.* 30, 141 (1992)
- Mcdermott , L.C. Research on conceptual understanding in mechanics. *Physics Today*. July, pp 2-10. 1984.
- Moreira, Adelson F. *Um estudo sobre o caráter complexo das inovações educacionais*. Belo Horizonte: Faculdade de Educação da UFMG, 1999. (Dissertação de Mestrado). 219 f.
- Perrenoud, P. – *Avaliação: Da excelência à regência das aprendizagens –entre duas lógicas*. Porto Alegre. Editora Artes Médicas. Traduzido por Patrícia Chittoni Ramos. 1999.
- Talim, S.L. et. al. Formação de imagens por espelhos: estudo da resistência dos alunos à mudança conceitual, Atas Do V Encontro Nacional De Pesquisa Em Educação Em Ciências , 2005
- Tyson,. L. M., et al. A multidimensional framework for interpreting conceptual change events in the classroom. *Science Education*, 81, pp 387-404. 1997.
- Wandersee, J H., et al. Research on Alternative conceptions in Science. In: Gabel, D.L. (Ed), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning*.. New York, MacMillan Publishing Company. 1993.

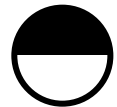
Apêndice

Muitos instrumentos óticos, tais como a máquina fotográfica e o telescópio, utilizam lentes esféricas convergentes que podem produzir, sobre um anteparo, uma imagem de objetos colocados a sua frente. O esquema ao lado ilustra esse fenômeno com o uso de uma lente convergente, uma vela acesa e um anteparo. Observe que a lente produz uma imagem de toda a vela invertida sobre o anteparo, ou seja, a imagem da parte de cima da vela está na parte de baixo do anteparo e a imagem do lado direito da vela está no lado esquerdo do anteparo.



Sobre essa situação responda às questões abaixo considerando um observador localizado atrás da vela olhando para a imagem da vela no anteparo.

1) O que acontece com a imagem no anteparo se pintarmos a metade superior da lente com uma tinta preta que impede a passagem da luz?



- A) **A parte superior da imagem não irá aparecer.** A imagem é invertida. Os raios de luz emitidos pela parte de cima da vela irão passar pela parte de baixo da lente e vice-versa. Assim, se cobrirmos a parte de cima da lente, somente a metade de cima da vela formará imagem.
- B) **A parte inferior da imagem não irá aparecer.** A imagem é invertida. Tampando a metade superior da lente, impedimos a passagem de luz que vem da parte superior da vela. Apenas a luz que vem da parte inferior da vela poderá passar. Logo não haverá passagem de luz para formar a parte de baixo da imagem.
- C) **A imagem ficará completa.** A vela emite raios em todas as direções e uma parte desses raios passará pela parte descoberta da lente, formando assim a imagem completa.
- D) **Nenhuma dessas alternativas.**

(Os outros itens modificam apenas a parte da lente de foi tampada: metade inferior, metade direita e metade esquerda)