PROJECTO FÍSICA

UNIDADE 1 CONCEITOS DE MOVIMENTO

TEXTO E MANUAL
DE EXPERIÊNCIAS
E ACTIVIDADES

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

Prefácio da Edição Portuguesa

Na segunda metade da década de 50 iniciou-se nos Estados Unidos amplo movimento de renovação do ensino das ciências experimentais que cedo se alargou à Europa e a vários países da África, Ásia e América Latina e do qual se dá conta numa obra publicada em 1972 na Universidade de Maryland, intitulada "Eighth Report of the International Clearinghouse on Science and Mathematics Curricular Developments". Aqui se enumeram e descrevem sumariamente os novos projectos de ensino produzidos em mais de 50 países das mais diversas partes do mundo e nos mais diversos estados de desenvolvimento, mas onde é notável a ausência de Portugal.

O desencadeamento do movimento atribui-se frequentemente ao Physical Science Study Committee (PSSC), que produziu um dos mais conhecidos curricula de física e do qual quatro edições em língua inglesa, traduções inúmeras e adaptações diversas, constituem o balanço de 20 anos de influência.

Alguns anos mais tarde no Reino Unido a Fundação Nuffield decide também empreender um grande projecto para o ensino das ciências tendo neste caso sido considerado como prioritário o ensino da física, química e biologia do nível "O", isto é, o referente às idades entre os 11 e os 15 anos.

A revolução principal provocada pelos novos cursos resulta de estes assumirem novos objectivos e preconizarem novas metodologias de ensino, dos quais resultam também sequências temáticas diferentes das que nos habituámos a ver nos livros de física. Pretende-se que os jovens aprendam a ciência, participando activamente em todos os processos científicos, vivendo as dificuldades e alegrias próprias da descoberta científica. De uma maneira simples deseja-se que os alunos se comportem como "pequenos cientistas".

Uma nova visão do ensino das ciências começa a esboçar-se na segunda metade da década de 60. Os jovens tornam-se cada vez mais sensíveis às interacções da ciência com a sociedade e exigem que a sua discussão seja feita nas classes de ciências. É neste contexto que um grupo de professores reunidos em torno da Graduate School of Education da Universidade de Harvard, atento à camada jovem que começava a desinteressar-se da ciência, assume com notável clareza as aspirações da *época e decide iniciar estudos para a organização de um curso de física em que os aspectos humanísticos fossem amplamente contemplados. Alguns destes professores, depois de vários ensaios e avaliações, produzem mais tarde o "Project Physics Course" cuja primeira edição aparece nos Estados Unidos em 1970.*

A consciência que tínhamos do divórcio existente entre Portugal e os demais países em matéria de ensino da física, aliado ao facto de termos tido um conhecimento profundo do Project Physics Course, levou-nos a procurar o Serviço de Educação da Fundação Calouste Gulbenkian, instituição já então conhecida pelo acolhimento dado às iniciativas no campo da biologia, e a propor-lhe um plano cuja meta final consistia na adaptação ao sistema de ensino português de um projecto de física reconhecido como o mais adequado e actualizado.

A Fundação Calouste Gulbenkian acolheu do melhor modo a iniciativa, tendo-se estabelecido, depois de discussões e decisões várias, adaptar o Project Physics Course num plano dividido em três fases.

Com a presente tradução dá-se cumprimento à primeira fase a qual atinge já um duplo objectivo:

1 — torna o projecto acessível a todos os professores e alunos que desejem participar na adaptação, e

2 — proporciona um apreciável conjunto de recursos de aprendizagem utilizáveis em diversas situações de ensino do curso complementar, propedêutico ou mesmo universitário.

Na segunda fase pretende-se realizar uma série de «workshops» e seminários com o objectivo de permitir um contacto mais completo com os vários recursos de aprendizagem do projecto, nomeadamente filmes, transparências e equipamento de laboratório.

A terceira fase será dedicada à adaptação dos textos. Pretende-se que esta resulte do maior número possível de críticas e sugestões surgidas durante a segunda fase ou trazidas ao nosso conhecimento por outra qualquer via, nomeadamente por escrito e dirigidas ao Serviço de Educação — Ensino da Física, Fundação Calouste Gulbenkian, Avenida de Berna, Lisboa - 1.

Todos os que neste projecto têm trabalhado dedicadamente esperam deste modo ter contribuído para que em Portugal se abram novas perspectivas no domínio do ensino da física.

Pelo Grupo de Coordenadores

Maria Odete Valente

A ciência é uma aventura de toda a raça humana para aprender a viver e talvez a amar o universo onde se encontra. Ser uma parte dele é compreender, é conhecer-se a si próprio, é começar a sentir que existe dentro do homem uma capacidade muito superior à que ele pensava ter e uma quantidade infinita de possibilidades humanas.

Proponho que a ciência seja ensinada a qualquer nível, do mais baixo ao mais alto, de um modo humanístico. Deve ser ensinada com uma compreensão histórica, com um entendimento filosófico, com um entendimento social e humano, no sentido da biografia, da natureza das pessoas que fizeram a sua construção, dos triunfos, das tentativas e das tribulações.

I. I. RABI
Prémio Nobel da Física

PREFÁCIO

Generalidades O "Project Physics Course" baseia-se nas ideias e nos resultados experimentais de um projecto curricular nacional que se desenvolveu em três fases. Primeiro, os três autores colaboraram no estabelecimento dos objectivos principais e nos tópicos de um novo curso introdutório. Trabalharam juntos de 1962 a 1964 com o suporte financeiro da Carnegie Corporation de New York, sendo a primeira versão do texto ensaiada com resultados encorajadores.

Estes resultados preliminares conduziram à segunda fase do projecto, altura em que o U. S. Office of Education e a National Science Foundation concederam uma série de bolsas com início em 1964. Foi igualmente concedido um inestimável suporte financeiro pela Ford Foundation, Alfred P. Sloan Foundation, Carnegie Corporation e Universidade de Harvard. Um número elevado de colaboradores de todas as partes do país trabalhou com o grupo durante mais de quatro anos sob o título de "Harvard Project Physics". No centro do projecto, localizado na Universidade de Harvard, Cambridge, Massachusetts, o corpo principal do projecto e dos consultores incluía físicos, astrónomos, químicos, historiadores e filósofos da ciência, professores de universidades e de escolas secundárias, educadores de ciência, psicólogos, especialistas de avaliação, engenheiros, realizadores, artistas e projectistas. Os professores das classes experimentais assim como os alunos dessas classes foram de vital importância para o sucesso do Harvard Project Physic. À medida que se desenvolvia uma versão experimental do curso, ela era ensaiada nos Estados Unidos e Canadá. Os professores e alunos comunicavam as suas críticas e sugestões aos membros do projecto em Cambridge. Estes relatos constituíam a base para a revisão do ano seguinte. O número de professores que participaram na fase experimental elevou-se a 100. Cerca de 5 000 alunos participaram no último ano de ensaio num programa de pesquisa formal, em larga escala, levado a cabo para avaliação dos resultados obtidos através do projecto.

No auge do desenvolvimento do curso e das actividades de colheita de dados, entrou-se na fase final do projecto. Durante os últimos dois anos, o trabalho do projecto centrou-se no desenvolvimento e na realização de programas de preparação de professores, na disseminação de informações acerca do curso, na análise de grande quantidade de dados resultantes da avaliação e na redacção de um relatório completo sobre os resultados, numa tentativa de se descobrir como poderia o curso ser reformulado adaptando-se a audiências específicas.

Gostaríamos se fosse possível de enumerar todas as contribuições de cada uma das pessoas que participaram nalguma parte do Harvard Project Physics. Infelizmente isso não é possível, uma vez que a maioria dos colaboradores trabalharam em diversos materiais e tiveram responsabilidades múltiplas. Acresce ainda o facto de cada capítulo do texto, experiência, aparelho, filme ou outro elemento do programa experimental beneficiar das contribuições de muita gente. Havia de facto muitos colaboradores para ser possível mencioná-los todos. Estes, incluem administradores das escolas e universidades que participaram nas experiências, directores e professores das instituições de formação de professores, professores que utilizaram o curso a seguir ao ano de avaliação e em especial os milhares de alunos que não só concordaram em usar a versão experimental do curso como estavam também decididos a apreciá-lo criticamente e a contribuírem com as suas opiniões e sugestões.

Objectivos Desde o início o Harvard Project Physics teve três grandes objectivos: organizar um curso de física orientado humanisticamente, atrair um número maior de alunos para o estudo da física introdutória e descobrir algo mais sobre os factores que influenciam a aprendizagem da ciência. O último envolveu pesquisa educacional extensa cujos resultados foram já publicados em revistas.

Há cerca de dez anos tornava-se claro ser necessário um novo curso introdutório que atraísse maior número de candidatos. O problema que se punha ao Harvard Project Physics era o de projectar um curso humanístico que fosse útil e interessante para alunos com uma gama variada de capacidades, conhecimentos prévios e projectos futuros de carreira. Na prática, significava projectar um curso que deveria ter os seguintes efeitos:

1 — Ajudar os alunos a aumentarem o seu conhecimento do mundo físico concentrando-os nas ideias que melhor caracterizam a física enquanto ciência, em vez de os centrar em pedaços isolados de informação.

2 — Ajudar os alunos a verem a física como uma maravilhosa actividade com muitas facetas humanas. Isto significa apresentar o assunto numa perspectiva cultural e histórica, e mostrar que as ideias da física têm uma tradição ao mesmo tempo que modos de adaptação e mudança evolutivos.

3 — Aumentar a oportunidade de cada aluno na participação em experiências de ciência, imediatamente compensadoras, mesmo enquanto adquirindo o conhecimento e as capacidades úteis a longo prazo.

4 — Tornar possível aos professores a adaptação do curso aos interesses e capacidades variados dos seus alunos.

5 — Ter em conta a importância do professor no processo educativo no vasto espectro de situações de ensino.

Como respondeu o Harvard Project Physics a este desafio? Num certo sentido, cada aluno que entra neste curso deve responder a esta questão pessoalmente. Contudo, é um prazer indicar que o estudo dos muitos resultados e opiniões de alunos, levado a cabo em universidades e escolas nos Estados Unidos e Canadá conduziu a resultados gratificantes, desde as excelentes classificações obtidas nos testes de conhecimento de física, até à satisfação pessoal de cada um dos alunos. É evidente que a composição diversificada dos alunos dos grupos experimentais correspondeu bem ao conteúdo da física, à ênfase humanística do curso e aos seus flexíveis e variados materiais de apoio.

O "Project Physics Course" hoje Utilizando a última versão do curso desenvolvido pelo Harvard Project Physics como ponto de partida e tendo em consideração os resultados das experiências realizadas, os três colaboradores originais decidiram desenvolver uma versão adaptada a uma publicação em grande escala. É com especial prazer que agradecemos a assistência dada pelo Dr. Andrew Ahlgren da Universidade de Minnesota. O Dr. Ahlgren foi de inestimável valor pelas suas capacidades como professor de física, pelo seu talento editorial, a sua versatilidade e energia e sobretudo pelo cometimento aos objectivos do Harvard Project Physics.

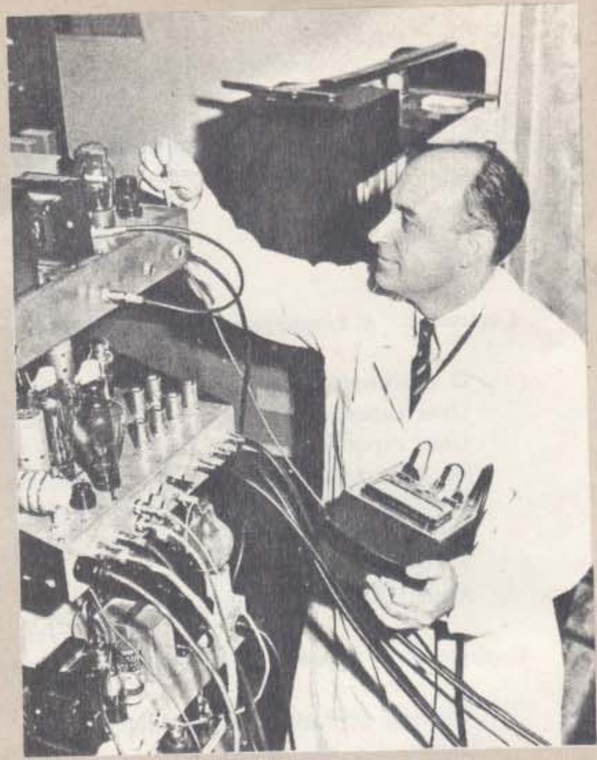
Gostaríamos também de especialmente agradecer à senhora Joan Laws cujas capacidades administrativas, confiança e reflexão tanto contribuíram para o nosso trabalho. O editor Holt, Rinehart and Winston, Inc., de New York forneceu a coordenação, o suporte editorial e o trabalho de base necessário ao grande empreendimento da versão final de todos os componentes do Project Physics Course, incluindo textos, aparelhos de laboratório, filmes, etc. A Damon-Educational Division localizada em Westwood, Massachusetts, trabalhou de perto connosco no melhoramento dos desenhos dos aparelhos e na verificação da sua integração adequada ao projecto.

Desde a sua última utilização na versão experimental, todos os materiais têm sido mais intimamente integrados e de novo escritos. O curso consiste hoje em uma grande variedade de materiais de aprendizagem entre os quais o livro de texto é apenas um; existem ainda as colectâneas de textos, manuais de actividades, guias para o professor, livros de instrução programada, filmes sem-fim "loop", filmes de 16 mm, transparências, aparelhos e livros de testes. Com a ajuda dos materiais de instrução e a orientação do professor, com o próprio interesse do aluno e esforço, cada aluno pode esperar ter com o curso uma experiência bem sucedida e válida.

Nos próximos anos, os materiais do Project Physics serão revistos tantas vezes quantas as necessárias para a remoção das ambiguidades ainda existentes e clarificação das instruções de modo a tornar os materiais mais interessantes e relevantes para os alunos. Deste modo pedimos a quantos usem este curso que nos enviem (ao cuidado de Holt, Rinehart and Winston, Inc, 383 Madison Avenue, New York, New York 10017) todas as sugestões e críticas. E agora — bem-vindos ao estudo da física.

F. James Rutherford
Gerald Holton
Fletcher G. Watson

ÍNDICE DO TEXTO



O físico Enrico Fermi (1901-1954) em várias fases da sua carreira, em Itália e na América. A Srª Laura Fermi pode ser vista na fotografia em cima, à esquerda.

UNIDADE 1

Conceitos do Movimento

CAPÍTULOS

PRÓLOGO Janeiro de 1934, um mês triste em Paris. Marido e Mulher, trabalhando no laboratório de uma universidade, expõem um pedaço de alumínio vulgar a um feixe de pequenas partículas materiais carregadas, as chamadas partículas alfa. Dito assim desta maneira, não parece tratar-se de algum acontecimento extraordinário. Mas foi-o na verdade.

Não interessam os pormenores técnicos; deixemo-los de fora, para não complicar a história. Tudo começou num ambiente familiar. O casal? — Os físicos franceses Frédéric Joliot e Irène Curie. As partículas alfa usadas na experiência? — Emitidas por um pedaço de metal naturalmente radioactivo, o polónio, descoberto 36 anos antes pelos pais de Irène, Pierre e Marie Curie, os famosos descobridores do rádio. O resultado da experiência? — Quando bombardeado por partículas alfa, o vulgaríssimo pedacito de alumínio torna-se radioactivo durante um certo período.

Isto constituiu uma surpresa. Até esse momento nunca tal facto — uma substância comum e absolutamente vulgar tornar-se artificialmente radioactiva — tinha sido observado. Mas as experiências laboratoriais não podem criar novos fenúmenos naturais; podem apenas mostrar mais clara e simplesmente o comportamento da Natureza. Na realidade sabemos hoje — progrediu-se extraordinariamente desde aquela data — que este tipo de fenómenos é relativamente frequente. Ocorre, por exemplo, nas estrelas, e na nossa atmosfera, devido ao bombardeamento pelos raios cósmicos.

A novidade era excitante para os meios científicos da época e divulgou-se rapidamente, embora merecesse poucas ou nenhumas atenções nos jornais. Enrico Fermi, um jovem físico da Universidade de Roma, mostrou-se interessado na possibilidade de repetição da experiência de Joliot e de Irène — repetindo-a com uma alteração particularmente significativa. A história é-nos contada no livro "*Atoms in the Family*", pela mulher de Fermi, Laura:

> ...decidiu tentar produzir radioactividade artificial por meio de neutrões (em vez de partículas alfa). Não tendo carga eléctrica,

os neutrões nem são atraídos pelos electrões nem repelidos pelos núcleos; a sua trajectória, no seio da matéria é, portanto, muito mais longa que a das partículas alfa; a sua velocidade e energia permanecem mais elevadas; as suas possibilidades de colisão frontal com um núcleo são muito maiores.

Um físico tem, normalmente, uma teoria para o guiar no planeamento de uma experiência. Naquela altura, porém, nenhuma teoria satisfatória tinha ainda sido desenvolvida. Só pela experiência se poderia dizer se os neutrões seriam ou não bons projécteis para a produção de radioactividade artificial nos núcleos que servissem de alvo. Consequentemente, Fermi, com 33 anos e já um notável físico teórico, decidiu projectar algumas experiências que pudessem clarificar este ponto. A sua primeira tarefa foi a de obter instrumentos utilizáveis para a detecção das partículas emitidas pelos materiais radioactivos. Os contadores Geiger eram os melhores instrumentos laboratoriais para este fim, mas eram muito recentes em 1934 e, por isso, dificilmente se podiam encontrar. Assim, Fermi resolveu construir um, ele próprio.

A breve trecho ficaram prontos os contadores. Mas Fermi necessitava ainda de uma fonte de neutrões. Resolveu este problema encerrando num tubo de vidro um pouco de pó de berílio e gás radioactivo, rádon; as partículas alfa emitidas pelo rádon, colidindo com o berílio, provocaram a emissão de neutrões, que atravessavam facilmente as paredes do tubo de vidro.

Todas as citações do Prólogo são retiradas do livro *Atoms in the Family: My Life With Enrico Fermi*, de Laura Fermi, editado por Univesity of Chicago Press, Chicago, 1954 (e também por Phoenix Books). Fermi foi um dos maiores físicos do século XX.

Enrico estava agora pronto para as primeiras experiências. De carácter metódico, não começou a bombardear substâncias ao acaso; antes procedeu por ordem, começando pelo elemento mais leve, o hidrogénio, e seguindo a tabela periódica dos elementos. O hidrogénio não deu quaisquer resultados; ao bombardear água com neutrões nada aconteceu. A tentativa seguinte foi o lítio, novamente sem qualquer sorte. Seguiu-se-lhe o berílio, o boro, o carbono, o azoto. Sempre sem resultado. Enrico vacilou, desencorajado, quase a ponto de abandonar as suas investigações, mas a sua teimosia fê-lo insistir. Tentaria mais um elemento. Que o oxigénio não se tornaria radioactivo já o sabia, uma vez que a sua primeira experiência tinha sido sobre água. Por isso, escolheu o flúor. Viva! Finalmente era recompensado. O flúor foi fortemente activado, bem como outros elementos a seguir ao flúor na tabela periódica.

Este campo de pesquisa mostrou-se tão promissor que Enrico não só pediu a ajuda de Emilio Segré e de Edoardo Amaldi como enviou mesmo um telegrama a Rasetti (um colega que estava no estrangeiro), informando-o das experiências e sugerindo-lhe que regressasse imediatamente. Pouco depois Oscar D'Agostino, um químico, juntou-se ao grupo, que começou então a desenvolver uma investigação sistemática.

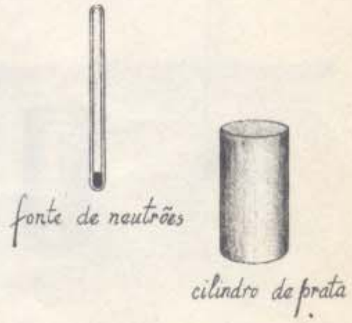
Com a ajuda dos seus colegas, o trabalho laboratorial de Fermi prosseguiu em bom ritmo, como diz Laura:

Siga a história sem se preocupar com os pormenores técnicos da experiência.

...As substâncias irradiadas eram observadas com contadores Geiger. A radiação emitida pela fonte de neutrões perturbaria as medidas, se por acaso atingisse os contadores. Portanto, a sala onde as substâncias eram irradiadas e aquela onde estavam os contadores situavam-se nos extremos de um longo corredor.

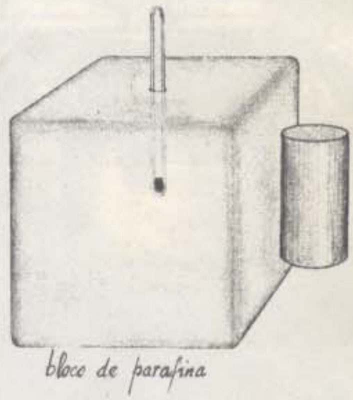
Por vezes, a radioactividade produzida num elemento era de curta duração; menos de um minuto depois já não podia ser detectada. A rapidez tornava-se então essencial, e o corredor era transposto em corrida. Amaldi e Fermi orgulhavam-se de serem os mais rápidos, pelo que chamavam a si a tarefa de transportar velozmente as substâncias de vida mais curta, de uma ponta do corredor para a outra. Corriam sempre ao desafio, e Enrico afirmava correr mais rapidamente que Edoardo...

E então, na manhã de 22 de Outubro de 1934, foi feita uma descoberta dramática. Dois dos colaboradores de Fermi irradiavam com neutrões um cilindro oco de prata, a partir de uma fonte colocada no centro, para o tornarem artificialmente radioactivo. E descobriram que a quantidade de radioactividade induzida na prata dependia de outros objectos que eventualmente estivessem presentes na sala!



...Os objectos que estavam em torno do cilindro pareciam influenciar a sua actividade. Se o cilindro fosse colocado sobre uma mesa de madeira ao ser irradiado, a sua actividade era maior que se fosse colocado sobre uma peça de metal.

Por essa altura o interesse de todo o grupo estava desperto, e todos participavam activamente no trabalho. Colocaram a fonte de neutrões fora do cilindro e repetiram a experiência, interpondo vários objectos. A actividade aumentou ligeiramente ao ser usada uma chapa de chumbo. O chumbo é uma substância pesada. "Vamos tentar a seguir um elemento leve", disse Fermi, "parafina por exemplo". (O elemento mais abundante na parafina é o hidrogénio). A experiência com a parafina foi efectuada na manhã de 22 de Outubro.



Pegando num grande bloco de parafina, escavaram-no e colocaram a fonte de neutrões na cavidade, irradiando assim o cilindro de prata, colocado no exterior. O contador parecia ter enlouquecido. As paredes do edificio do laboratório de física ressoaram com as exclamações: "Fantástico! Incrível! Magia negra!" A parafina tinha aumentado mais de cem vezes a radioactividade induzida artificialmente na prata.

Ao voltar, depois do almoço, Fermi tinha já esboçado uma teoria que explicava a estranha acção da parafina.

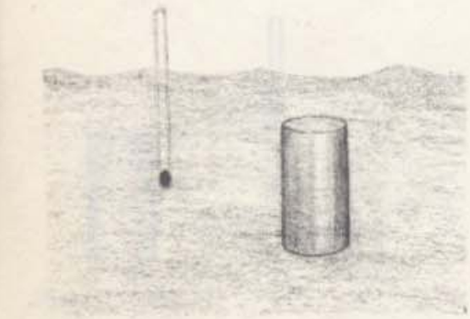
A parafina contém uma grande quantidade de hidrogénio. Os núcleos do hidrogénio são protões, partículas que têm a mesma massa que os neutrões. Quando a fonte está encerrada num bloco de parafina, os neutrões atingem os protões desta antes de atingirem os núcleos da prata. Na colisão com um protão, um neutrão perde parte da sua energia, da mesma maneira que uma bola de bilhar diminui de velocidade ao embater com uma bola do mesmo tamanho (enquanto que praticamente não perde velocidade se embater com uma bola que seja muito mais pesada, ou com uma parede, de encontro à qual é apenas reflectida). Antes de emergir da parafina, um neutrão terá colidido com uma série de protões, e a sua velocidade terá sido drasticamente reduzida. Este neutrão *lento* terá uma probabilidade muito maior de vir a ser capturado por um núcleo de prata do que um neutrão rápido, tal como uma bola de golfe que se desloque lentamente cairá muito mais facilmente num buraco que uma outra que se desloque a grande velocidade.

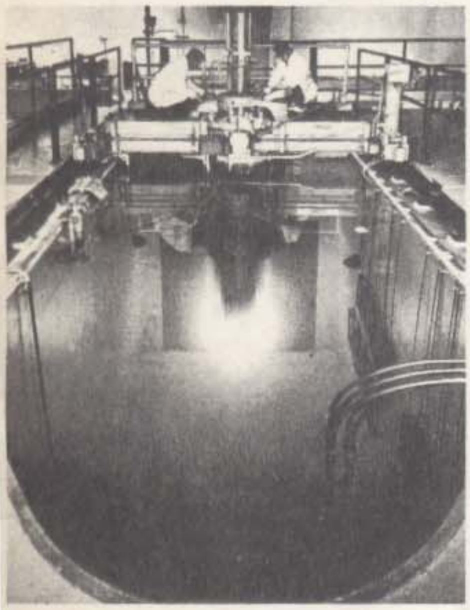
Se a explicação de Enrico fosse correcta, qualquer outra substância que contivesse uma grande proporção de hidrogénio deveria comportar-se da mesma maneira que a parafina. "Vejamos qual o efeito de uma grande quantidade de água sobre a actividade da prata", disse Enrico ainda nessa mesma tarde.

Onde encontrar uma "grande quantidade de água" se não no lago de peixes dourados... no jardim atrás do laboratório?...

Nesse lago tinham os físicos lançado alguns pequenos barcos de brinquedos, que na altura tinham subitamente invadido o mercado italiano. Cada um desses barquinhos tinha encaixada no convés uma pequena vela. Acendendo-se a vela, os barquinhos saltitavam e deslocavam-se sobre a água como autênticos barcos a motor. Eram deliciosos. E os mais novos, que nunca tinham sido capazes de resistir ao encanto de um brinquedo novo, passavam imenso tempo a vê-los correr sobre o lago.

Era natural portanto que, precisando de uma considerável quantidade de água, Fermi e os seus amigos pensassem naquele lago. Naquela tarde de 22 de Outubro levaram apressadamente a sua fonte de neutrões e o seu cilindro de prata para o lago e mergulharam-nos na água. Tenho a certeza que os peixinhos dourados mantiveram a sua calma e dignidade, a despeito do chuveiro de neutrões, muito mais do que toda aquela gente que estava do lado de fora. A excitação das pessoas foi aumentada com o resultado daquela experiência. Ela confirmou a teoria de Fermi. A água aumentou também muitas vezes a radioactividade artificial induzida na prata.





O processo pelo qual os neutrões perdiam velocidade na água do lago é exactamente o mesmo que é utilizado hoje, nos grandes reactores nucleares. Como exemplo, a figura acima representa a "piscina" de um reactor de investigação.

Esta descoberta — que os neutrões lentos podem produzir efeitos muito mais intensos na transmutação de certos átomos do que os neutrões rápidos — provou ser um passo crucial em relação a descobertas posteriores que, anos mais tarde, conduziram Fermi e outros à produção controlada de energia atómica a partir do urânio.

Regressaremos à física nuclear mais para o fim deste curso. A razão por que se apresenta aqui uma descrição da descoberta de Fermi relativamente aos neutrões lentos não é a de nos debruçarmos neste momento sobre os pormenores do núcleo, mas antes a de apresentar uma cena rápida, quase impressionista, dos cientistas em acção. Nem todas as descobertas científicas são feitas, no entanto, da maneira como Fermi e os seus colegas fizeram esta. Apesar disso, o episódio ilustra alguns dos temas principais ou característicos da ciência moderna — alguns dos quais serão discutidos mais adiante. Siga-se o curso com atenção: ver-se-ão aparecer estas características sucessivamente, nas mais variadas circunstâncias.

O progresso científico resulta do trabalho de muitas pessoas em muitos lugares — trabalhando sozinhas, aos pares ou pequenos grupos, ou em grandes equipas de investigação. Independentemente do método particular de trabalho ou do local de trabalho, cada cientista espera compartilhar as suas ideias com outros cientistas, que tentem confirmá-las e acrescentar-lhes as suas próprias descobertas. No entanto, sem desprezar tal cooperação, o ingrediente essencial da ciência é o raciocínio e a criatividade individuais.

Fermi e os seus colaboradores mostraram teimosa perseverança perante resultados desencorajantes, imaginação na invenção de teorias e experiências, atenção constante ao aparecimento de resultados inesperados, engenho na exploração dos recursos materiais de que dispunham, e alegria na descoberta de algo novo e importante. As características pessoais consideradas essencialmente humanistas são tão valiosas na prossecução do trabalho científico como em qualquer outro aspecto da vida.

Os cientistas trabalham a partir do que foi descoberto e relatado por outros cientistas, no passado. No entanto, cada avanço científico ocasiona novas interrogações. O objectivo do trabalho científico não é o de vir a produzir um livro que possa ser considerado como completo, de uma vez para todas, mas antes o de transportar a investigação e a imaginação para campos cuja importância e interesse não tenham ainda sido apreendidos.

Parte do progresso científico assenta num trabalho de observação e medida, que poderá vir a estimular novas ideias e, por vezes, revelar a necessidade de alterar ou mesmo eliminar completamente teorias já existentes. O trabalho de medida em si próprio, no entanto, é normalmente guiado por uma teoria. Não se reúnem dados pelo simples prazer de o fazer.

Todas estas características são atribuíveis à ciência, como um todo, e não exclusivamente à física. No entanto, sendo este texto sobre física, poder-se-á perguntar: "Está bem, mas o que *é*, na verdade, a física?" A pergunta é perfeitamente razoável, mas não existe qualquer resposta simples. A física pode ser encarada como um conjunto organizado e testado de ideias já experimentadas sobre o mundo material. Dados sobre este mundo acumulam-se cada vez mais rapidamente; o grande mérito da física foi o de elaborar certos princípios básicos, em pequeno número, que ajudam a organizar e a ver o sentido de certas partes desta enorme quantidade de informação. Este curso tratará de algumas das ideias, não todas, que no seu conjunto formam o conteúdo da física. O objectivo deste curso é o de nos familiarizarmos com algumas destas ideias, o de assistir ao seu nascimento e desenvolvimento, e o de compartilhar do prazer de as utilizar para ver o mundo a uma nova luz.

Há dois filmes-documentário que seria interessante ver. Um deles chama-se *O Mundo de Enrico Fermi* (*The World of Enrico Fermi*) e inclui a descoberta descrita aqui. O outro intitula-se *Pessoas e Partículas* (*People and Particles*) e mostra como se trabalha hoje num problema de investigação em física das partículas elementares.

A física é mais do que um corpo de leis e uma acumulação de factos. Física é o que cada físico faz, à sua própria maneira: é uma actividade contínua — um processo de investigação que, às vezes, conduz à descoberta. Olhe-se para vários cientistas a trabalhar e ver-se-ão diferenças nos problemas estudados, nos dispositivos experimentais utilizados, no estilo individual, e em tantas outras coisas mais. Fermi deu-nos um exemplo, mas ao longo do curso encontraremos outros, por vezes muito diferentes. No fim deste curso ter-se-á tido contacto com muitas das ideias e das actividades que, juntas, constituem a física. Não se terá apenas aprendido física — ter-se-á na realidade feito alguma física.

A ciência não dá respostas finais. Mas tem fornecido noções admiráveis, algumas das quais poderão fazer renascer o nosso deleite infantil, ao apercebermo-nos do milagre que nos rodeia e que está dentro de nós. Tome-se como exemplo algo de tão básico como o espaço... ou o tempo.

O nosso lugar no espaço

A física trata das leis do universo que se aplicam em toda a parte — do gigantesco ao infinitesimal.

	ORDEM DE GRANDEZA
Distância à mais longínqua galáxia observada	10^{26} metros
Distância à galáxia mais próxima	10^{22}
Distância à estrela mais próxima	10^{17}
Distância ao Sol	10^{11}
Diâmetro da Terra	10^{7}
Um quilómetro	10^{3}
A altura humana	10^{0}
A espessura de um dedo	10^{-2}
A espessura de uma folha de papel	10^{-4}
Uma bactéria grande	10^{-5}
Um pequeno vírus	10^{-8}
Diâmetro do átomo	10^{-10}
Diâmetro do núcleo	10^{-14}

Um aglomerado globular de estrelas

A estimativa actual da dimensão do universo é da ordem de 100 milhões de milhões de milhões de vezes a altura de um homem (altura de um homem × × 10 000 000 000 000 000 000 000).

Posições dos átomos no tungsténio

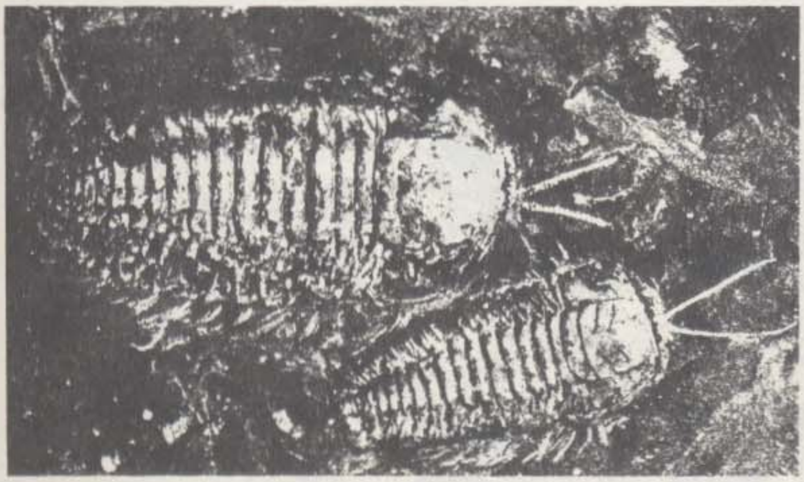
As mais pequenas unidades conhecidas constituintes do universo são mais pequenas do que um centésimo de milionésimo de milionésimo da altura de um homem (altura de um homem × 0,000 000 000 000 01).

O nosso lugar no tempo

Os físicos estudam fenómenos nos extremos do espaço-tempo e em toda a região compreendida entre o mais longo e o mais curto.

	ORDEM DE GRANDEZA
Idade do universo	10^{17} segundos
Precessão do eixo terrestre	10^{12}
Vida humana	10^{9}
Um ano	10^{7}
Um dia	10^{5}
Tempo que a luz leva do Sol à Terra	10^{3}
Tempo entre dois batimentos do coração	10^{0}
Um batimento da asa de uma mosca	10^{-3}
Acendimento de uma lâmpada estroboscópica	10^{-5}
Duração do impulso de um "laser"	10^{-9}
Tempo que a luz leva a atravessar um átomo	10^{-18}
Mais curta vida de uma particula subatómica	10^{-23}

Trilobites fósseis



Os factos mais remotos da história do universo que se conhecem datam de há cem milhões de vezes a duração da vida de um homem (vida de um homem × 100 000 000).

Trajectórias de partículas numa câmara de bolhas

Já foram registados acontecimentos que duram apenas alguns milionésimos de milionésimo de milionésimo de milionésimo da duração de um batimento do coração humano (duração do batimento do coração humano × × 0,000 000 000 000 000 000 000 001).

É difícil resistir à tentação de dizer algo mais sobre estes intrigantes extremos; todavia, não foi por aqui que começou a física. A física começou no mundo das dimensões do homem — o mundo das carruagens de cavalos, da chuva a cair, das setas a voar. É com a física dos fenómenos a esta escala que iremos começar.

Estudo para "Dinamismo de um Ciclista" (1913), de Umberto Boccioni. Por cortesia da Galeria de Arte da Universidade de Yale.

CAPÍTULO 1

A Linguagem do Movimento

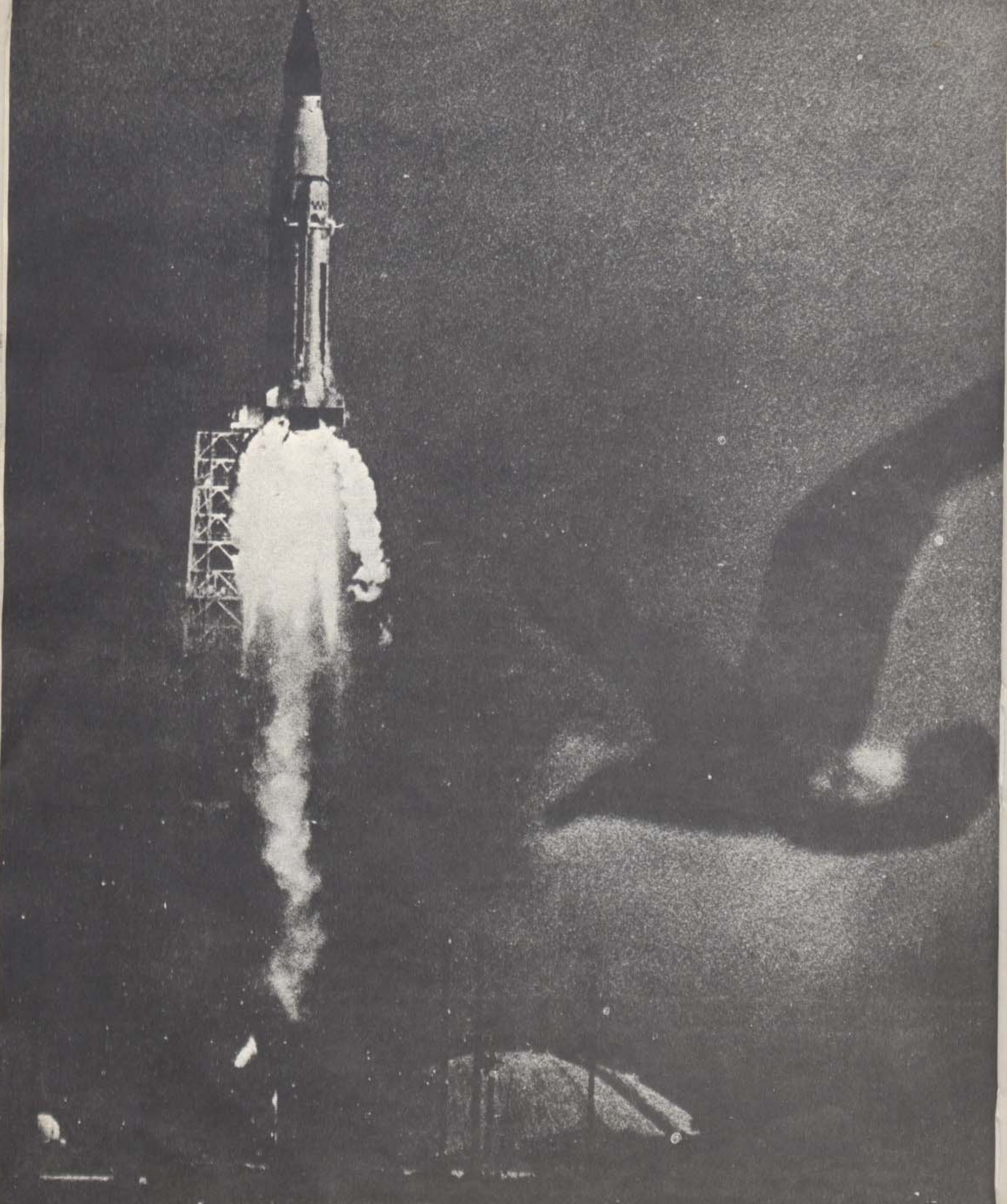
1.1 O movimento dos objectos

O universo está cheio de objectos em movimento: objectos tão pequenos como os grãos de pó ou tão grandes como as galáxias, todos eles continuamente em movimento. Este livro, por exemplo, poderá parecer absolutamente em repouso sobre a secretária, mas a verdade é que cada um dos seus átomos está em vibração incessante. O próprio ar, "parado" à nossa volta, consiste em moléculas que se chocam caoticamente, às mais variadas velocidades, muitas delas movendo-se à velocidade de balas de espingarda. Feixes de luz atravessam constantemente a sala, cobrindo a distância entre duas paredes em cerca de um centésimo milionésimo de segundo e efectuando dez milhões de vibrações durante esse intervalo de tempo. Até mesmo a Terra, a nossa majestosa nave espacial, se move a cerca de 25 quilómetros por segundo em torno do Sol.

Um velho ditado reza o seguinte: "a ignorância do movimento é a ignorância da Natureza". É evidente que não poderemos estudar todos os movimentos. Assim, escolhamos apenas um objecto em movimento, deste nosso mundo constantemente em turbilhão e vibração, algo de interessante e característico, mas sobretudo algo sensível. Descrevamos então o seu movimento.

Mas por onde começar? Por uma máquina, como um carro ou um foguete? Embora construídas e controladas pelo homem, as máquinas ou as suas partes, movem-se rapidamente e de modo complicado. Na realidade devemos começar com alguma coisa mais simples e de movimento mais lento, algo que os nossos olhos possam seguir em pormenor. Então que tal um pássaro em voo? Ou uma folha caindo de uma árvore?

Certamente que não há na Natureza movimento mais comum que o esvoaçar de uma folha. Poderemos descrever como é que ela cai ou explicar por que é que ela cai? Ao pensar sobre isto, compreendemos rapidamente que, muito embora o movimento possa ser "natural", ele é na realidade muito complexo. A folha torce-se e gira, vira para um lado e para o outro, para trás e para a frente, à medida que cai. Até mesmo um movimento tão vulgar como este se pode tornar, ao examinarmos atentamente, mais complicado que o movimento das



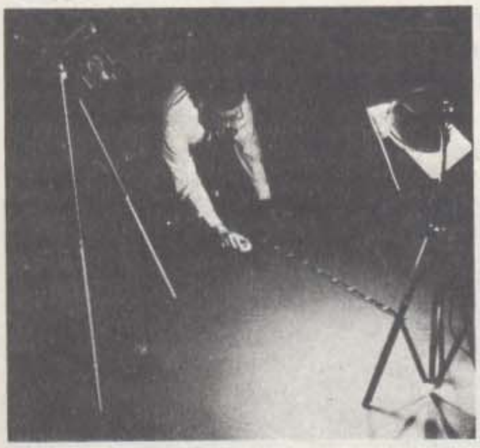
máquinas. E mesmo que o pudéssemos descrever em pormenor, que ganharíamos com isso? Não há duas folhas que caiam da mesma maneira; consequentemente, cada folha deveria exigir o seu próprio estudo completo. Na realidade, esta particularidade é característica de muitos dos acontecimentos que ocorrem espontaneamente na Terra.

Leiam-se os artigos «Motion in Words» e «Representation of Movement», na Colectânea de Textos.

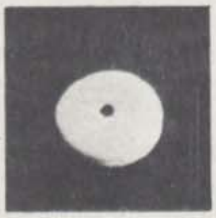
Estamos assim perante um dilema. Pretendemos descrever o movimento, mas aqueles que encontramos em circunstâncias vulgares parecem demasiado complexos. Que fazer? A resposta é que deveremos dirigir-nos, pelo menos para já, ao laboratório de física — porque é no laboratório que se separam os ingredientes simples que constituem todos os fenómenos naturais, complexos, tornando esses fenómenos mais compreensíveis aos nossos limitados sentidos humanos.

1.2 Uma experiência frustrada sobre movimento

Um impulso bem dirigido no centro de uma bola de bilhar faz com que esta deslize sobre a mesa segundo uma linha recta. Uma movimento ainda mais simples (mais simples porque não há qualquer movimento de rotação) poderá ser obtido da seguinte maneira: tome-se um cubo de gelo (será talvez mais conveniente um disco achatado de gelo seco com um diâmetro de cerca de 4 cm.), coloque-se este sobre uma superfície bem lisa e dê-se-lhe um impulso suave. O cubo mover-se-á lentamente e com muito pouco atrito. Faça-se esta experiência em frente de uma câmara fotográfica, capaz de "congelar a acção" — digamos assim — permitindo efectuar posteriormente as medi-

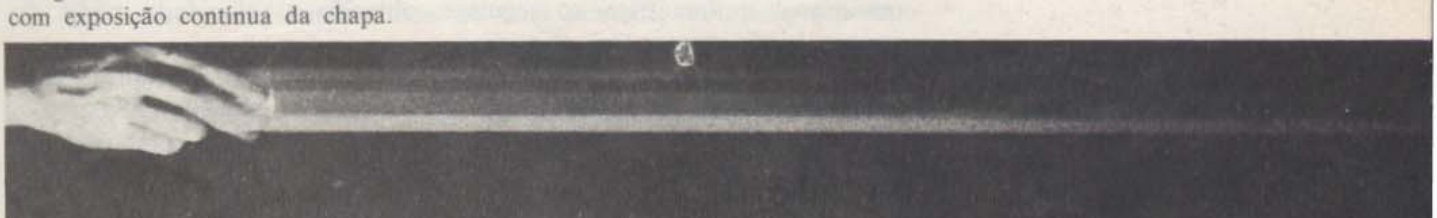


Montagem laboratorial.



Grande plano de um disco de gelo seco

Fotografia do disco em movimento, com exposição contínua da chapa.



das necessárias de uma maneira fácil. Mantenha-se o diafragma da máquina fotográfica aberto durante todo o tempo durante o qual o cubo de gelo está em movimento; a fotografia mostrará a sua trajectória.

Que poderemos aprender sobre o movimento do cubo de gelo pelo exame da fotografia? A resposta é simples: tanto quanto podemos ver, colocando uma régua sobre a fotografia, o cubo moveu-se segundo uma linha recta. Trata-se de um resultado útil e veremos mais adiante quão surpreendente ele é na realidade. Mostra também a simplicidade do trabalho laboratorial: os movimentos observados vulgarmente quase nunca são tão simples. Mas o movimento do cubo de gelo foi constante (uniforme) ou, pelo contrário, a sua velocidade foi diminuindo ao longo do tempo? Torna-se impossível responder a esta pergunta a partir da fotografia. Para isso iremos melhorar a nossa experiência. No entanto, antes de o fazer, assentemos como vamos medir a velocidade.

A velocidade de um objecto é, evidentemente, o quão rápido ele se move de um lugar para outro. Uma maneira mais formal de dizer o mesmo é: *velocidade é a taxa de variação da posição com o tempo.*

Por que não usar qualquer coisa semelhante ao velocímetro de um automóvel? Um velocímetro é suposto dar directamente a velocidade à qual o carro se move em cada instante. Toda a gente sabe ler aquele vulgaríssimo aparelho embora na verdade apenas alguns tenham uma noção clara do seu funcionamento. Pense-se como se exprimem as velocidades. Dizemos, por exemplo, que um carro se move a 60 quilómetros por hora. Isto significa que se o carro continuasse a mover-se à mesma velocidade que tinha no instante em que esta foi medida e lida, ele percorreria uma distância de 60 quilómetros no intervalo de 1 hora; ou poderemos dizer que o carro percorreria 1 quilómetro em 1/60 de uma hora, ou ainda 6 quilómetros em 1/10 de hora — ou qualquer distância e intervalo de tempo para os quais a razão da distância pelo tempo seja de 60 quilómetros por hora.

Infelizmente, o velocímetro de um automóvel não pode ser aplicado a um cubo de gelo ou a uma bala, ou a muitos outros objectos cujas velocidades gostaríamos de medir. (Veja-se GE 1.2). Existe, todavia, uma maneira de medir a velocidade em muitos dos casos que nos poderão interessar.

De vez em quando encontrar-se-ão referências a questões apresentadas no Guia de Estudo, que poderá ser encontrado no fim de cada capítulo. Estas referências serão constituídas pelas letras GE acrescidas de um número. Leia-se GE 1.1, na página 33, para se obter mais informação sobre como encaminhar o estudo neste curso de física e sobre como utilizar mais convenientemente o Guia de Estudo.

Como ponto de partida, pensemos no que faríamos se o velocímetro do nosso automóvel se avariasse e se, apesar disso, pretendêssemos conhecer a velocidade a que rolávamos ao longo de uma estrada. Faríamos uma de duas coisas (o resultado seria o mesmo em qualquer dos casos): contaríamos o número de marcos quilométricos por que passássemos durante uma hora (ou qualquer fracção conhecida) e obteríamos a velocidade média pelo quociente entre a distância percorrida e o tempo gasto; ou determinaríamos o tempo necessário para ir de um marco quilométrico ao seguinte, obtendo a velocidade média do mesmo modo que no caso anterior.

Qualquer dos métodos referidos dá apenas, naturalmente, a velocidade *média* no intervalo de tempo durante o qual se efectuou a medição. Isto não é o mesmo que a velocidade em cada instante, registada pelo velocímetro, mas é pelo menos um começo suficientemente bom. Esclarecidas as ideias sobre velocidade média, vamos ver uma maneira mais simples de obter as velocidades instantâneas.

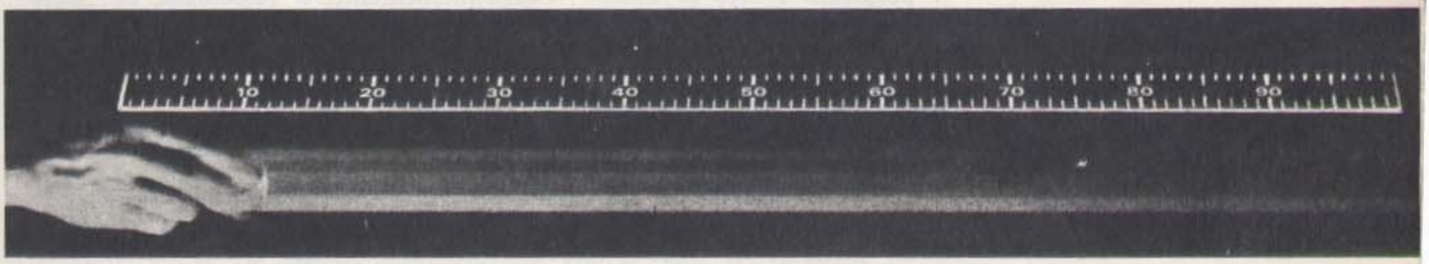
Portanto, para medir a velocidade de um objecto, medimos a distância percorrida e o tempo necessário para tal. Dividimos então a distância pelo tempo e a velocidade vem expressa em quilómetros por hora, ou metros por segundo, ou de muitas outras maneiras, consoante as unidades utilizadas para medir a distância e o tempo. Tendo acertado neste plano de acção, vamos regressar à experiência do cubo de gelo. O nosso objectivo, neste momento, é determinar a velocidade do cubo de gelo, à medida que ele se desloca ao longo da sua trajectória rectilínea. Se o pudermos fazer para o cubo de gelo poderemos também fazê-lo para muitos outros objectos.

Serão normalmente apresentadas uma ou mais questões no fim de cada secção. A pergunta Q1, apresentada em baixo, é a primeira. Use-a para verificar os seus próprios progressos. Responda às perguntas *antes* de entrar na secção seguinte. Compare as suas respostas com as apresentadas no fim deste livro; sempre que não tenham sido correctas repita o estudo da secção correspondente. E, naturalmente, se alguma coisa não tiver ficado clara depois do seu estudo, sozinho ou na companhia de alguns colegas, então apresente o problema ao professor!

Q1 Por que não é possível determinar a velocidade do cubo de gelo na fotografia apresentada na página 11?

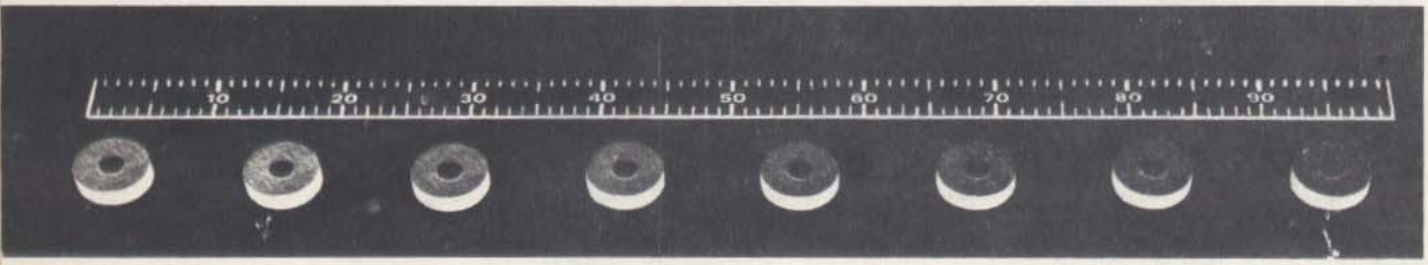
1.3 Uma experiência mais satisfatória

Para se determinar a velocidade de um corpo em movimento é preciso ser-se capaz de medir não só a distância mas também o tempo. Para tanto vamos repetir a experiência do cubo de gelo, mas colocando agora uma régua graduada (de 1 metro de comprimento) sobre a superfície escolhida, paralelamente à trajectória prevista para o cubo de gelo. A fotografia que se pode obter é apresentada na figura.



Temos agora um meio de medir a distância percorrida pelo cubo de gelo, mas necessitamos ainda de uma maneira de medir o tempo gasto pelo cubo de gelo ao percorrer uma dada distância.

Há vários processos para o conseguir, mas aqui está um truque interessante que se poderá tentar no laboratório: o obturador da máquina fotográfica é ainda mantido aberto e tudo o mais é conservado tal como na experiência descrita atrás, com a excepção de que a única fonte de luz existente na sala consistirá numa lâmpada estroboscópica. Uma lâmpada destas origina feixes de luz muito intensos, com uma frequência que pode ser regulada como quisermos. Uma vez que cada impulso ou feixe de luz dura apenas cerca de 10 milionésimos de segundo (10 microssegundos), o cubo de gelo em movimento é "mostrado" à película fotográfica numa série de exposições separadas de muito curta duração e não como uma mancha contínua, como antes. A fotografia apresentada na figura seguinte foi obtida usando uma lâmpada estroboscópica regulada de modo a acender-se 10 vezes por segundo, depois de o cubo de gelo ter sido suavemente empurrado, como anteriormente.



Agora obtivemos um resultado de algum modo interessante. O nosso equipamento especial permite-nos registar de uma maneira precisa uma série de posições do objecto em movimento. A régua graduada ajuda-nos a medir a distância percorrida pelo bordo frontal do cubo entre dois disparos sucessivos da lâmpada. O intervalo de tempo entre as imagens é, evidentemente, igual ao intervalo de tempo que decorre entre dois disparos consecutivos da lâmpada estroboscópica (ou seja 0,10 segundos, na fotografia apresentada).

Poderemos agora determinar a velocidade do cubo, no início e no fim da trajectória fotografada. O bordo frontal da imagem mais à esquerda está a 6 cm do zero da régua graduada, enquanto que o bordo frontal da segunda imagem a contar da esquerda está a 19 cm. A distância percorrida durante aquele tempo foi a diferença entre as duas posições referidas, ou seja 13 cm. O intervalo de tempo correspondente é 0,10 segundos. Consequentemente, a velocidade no início do movimento era de 13 cm/0,10 s, ou seja de 130 cm/s.

Prestando agora atenção às duas imagens mais à direita na fotografia, vemos que a distância percorrida em 0,10 segundos foi de 13 centímetros. Portanto, a velocidade no fim da trajectória fotografada era de 13 cm/0,10 s, ou seja de 130 cm/s.

O movimento do cubo de gelo não era apreciavelmente mais lento (pelo menos a diferença de velocidade era tão pequena que não pôde ser medida) no lado direito da fotografia do que no lado esquerdo. A sua velocidade era de 130 cm/s no início da trajectória — e ainda de 130 cm/s junto do seu fim. Todavia isto ainda não prova que a velocidade tenha sido constante ao longo de toda a trajectória. Poderemos suspeitar que assim tenha sido e poder-se-á verificar facilmente se esta suposição é ou não justificada. Uma vez que os intervalos de *tempo* entre as imagens eram iguais, as velocidades terão sido todas iguais se as *distâncias* percorridas tiverem sido sempre iguais entre uma imagem e outra. A distância entre imagens sucessivas é sempre de 13 cm? Permaneceu a velocidade constante, tanto quanto se pode apreciar das medidas efectuadas?

Ao meditar sobre este resultado verifica-se que há algo de realmente invulgar nele. Os automóveis, aviões e barcos não se movem ao longo de linhas rectas, com uma velocidade exactamente constante, mesmo quando se deslocam à custa da sua própria energia. No entanto, este cubo fê-lo, deslocando-se por si só, sem nada que o mantivesse em movimento. Poder-se-á pensar que se trata de um acontecimento raro, que não se possa repetir facilmente. De qualquer modo deveremos tentá-lo. O equipamento a usar para este estudo de física inclui máquinas fotográficas, lâmpadas estroboscópicas (ou qualquer dispositivo equivalente) e um objecto que se possa pôr em movimento com muito pouco atrito. Repita-se a experiência várias vezes, com diferentes velocidades iniciais e comparem-se os resultados com os apresentados atrás.

Podem ser feitas certas reservas em relação a esta experiência. A única resposta que se pode dar à pergunta "Como saber se o cubo de gelo não diminuiu a sua velocidade de uma quantidade tão pequena que não possa ser detectada nas medidas efectuadas?" é a de que não sabemos. Todas as medidas envolvem sempre uma certa incerteza, um certo erro que se pode em regra avaliar. Com a ajuda de uma régua graduada podem-se medir distâncias até 0,1 cm, com um grau de confiança razoável. Se fôssemos capazes de medir distâncias tão pequenas como 0,01 ou 0,001 cm, poderíamos ter detectado um certo abrandamento. Mas se mesmo assim não tivéssemos observado qualquer variação na velocidade, a objecção citada seria ainda válida. Não há processo de sair deste círculo vicioso. Deveremos simplesmente partir do princípio de que *nenhuma* medida física pode ser infinitamente precisa. É por isso prudente deixar em aberto à crítica os resultados correspondentes a um dado conjunto de medidas e as conclusões nele baseadas, se uma melhor precisão puder fornecer outros resultados.

Façamos uma breve revisão dos resultados da nossa experiência. Tendo engendrado um processo de medir as posições sucessivas de um cubo de gelo em movimento, calculámos em primeiro lugar as distâncias percorridas e finalmente a velocidade do movimento entre determinadas posições. Descobrimos rapidamente que (dentro dos limites de precisão das nossas medidas) a velocidade não tinha variado. De objectos que se movem deste modo diz-se que têm *velocidade uniforme* ou *velocidade constante*. Já sabemos agora como medir uma velocidade uniforme. Mas é evidente que os movimentos reais são muito poucas vezes uniformes. Que dizer do caso mais vulgar do movimento com velocidade *não*-uniforme? Este é o próximo ponto a estudar.

Poderão ser vistos alguns problemas tratando de movimentos com velocidade constante no Guia de Estudo, questão 1.3 (a, b, c, d).

Q2 Suponha que os círculos apresentados representam as posições sucessivas de um objecto em movimento, obtidas por meio de uma fotografia tirada com uma lâmpada estroboscópica. Mover-se-á o objecto com velocidade uniforme? Porquê?

Q3 Descreva velocidade uniforme sem se referir a cubos de gelo, nem a fotografias tiradas com lâmpada estroboscópica, nem a qualquer objecto ou técnica de medida em particular.

1.4 OS "50 metros" de Leslie e o significado de velocidade média

Considere-se uma prova de natação. No fim de cada corrida é anunciado o nome do vencedor, isto é, do nadador que gastou menos tempo a nadar a distância; mas uma vez que numa dada corrida — por exemplo os "100 metros costas" — todos os nadadores devem percorrer a mesma distância, o nadador que gastou menos tempo foi o que nadou à maior velocidade média, ao cobrir a distância. O quociente da distância percorrida pelo tempo gasto é a medida da velocidade média. Esta relação é expressa pela seguinte equação:

$$\text{velocidade média} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto}}$$

Que informação podemos extrair do conhecimento da velocidade média? Vamos responder a esta pergunta estudando um exemplo real.

Leslie não é a mais rápida nadadora de estilo livre do mundo, mas não é necessária uma velocidade de categoria olímpica para o que nos propomos. Um dia, depois das aulas, cronometrou-se um treino de Leslie, ao percorrer dois comprimentos da piscina da Cambridge High School. A piscina tem um comprimento de 25,0 metros e o tempo que Leslie gastou a cobrir o seu percurso foi de 56,0 segundos. Portanto, a sua velocidade média ao longo da distância total de 50 metros foi de:

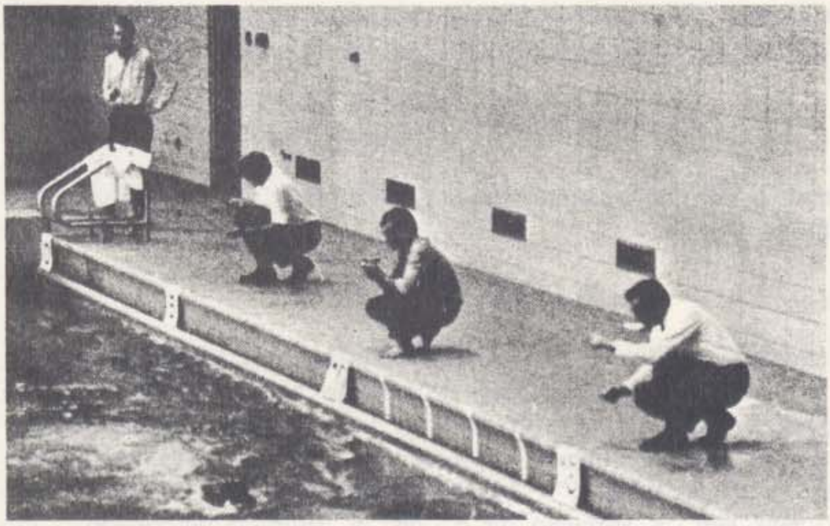
0,89 m/s é equivalente a 3,2 km/hora. Não é uma velocidade impressionante! Um peixe-espada pode nadar a mais de 60 km/h. Mas o homem é um animal terrestre. Em distâncias relativamente curtas pode no entanto correr a mais de 30 km/h.

$$\frac{50{,}0 \text{ metros}}{56{,}0 \text{ s}} = 0{,}89 \text{ metros/s}$$

Terá Leslie nadado os 50 metros a velocidade constante (ou uniforme)? Se assim não foi, qual a parte em que nadou mais depressa? Qual foi a sua velocidade máxima? E a sua velocidade mínima? Qual foi a sua velocidade ao passar a marca dos 10 metros? Ou a dos 18 metros ou a dos 45 metros? As respostas a estas perguntas são de grande utilidade quando se treina para uma competição. Mas, até agora, não dispomos de qualquer processo para obter as respostas. O valor 0,89 metros/s é tão bom como qualquer outro para descrever a corrida globalmente.

Para compararmos as velocidades de Leslie em diferentes partes do seu percurso deveremos observar os tempos e distâncias parciais, tal como fizemos na experiência do cubo de gelo. Foi por isso que a prova de Leslie foi observada tal como é mostrado na fotografia da figura.

Observadores colocados a intervalos de 5 metros desde o ponto de partida e ao longo do comprimento da piscina dispararam os seus cronómetros quando foi dado o sinal de partida. Cada observador tinha dois relógios, um que foi parado quando Leslie passou à sua frente num sentido e o outro que foi parado quando Leslie passou no sentido contrário. Os valores obtidos constam da tabela apresentada.



d	t
0.0 m	0.0 s
5.0	2.5
10.0	5.5
15.0	11.0
20.0	16.0
25.0	22.0
30.0	26.5
35.0	32.0
40.0	39.5
45.0	47.5
50.0	56.0

A partir desses valores poderemos determinar separadamente as velocidades médias de Leslie nos primeiros e nos últimos 25 metros.

$$\text{velocidade média para os } \textit{primeiros} \text{ 25 metros} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto}}$$

$$= \frac{25{,}0 \text{ metros}}{22{,}0 \text{ s}}$$

$$= 1{,}14 \text{ metros/s}$$

$$\text{velocidade média para os 25 metros } \textit{finais} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto}}$$

$$= \frac{25{,}0 \text{ metros}}{56{,}0 \text{ s} - 22{,}0 \text{ s}}$$

$$= \frac{25{,}0 \text{ metros}}{34{,}0 \text{ s}}$$

$$= 0{,}735 \text{ metros/s}$$

É agora evidente que Leslie não nadou com velocidade uniforme. O primeiro comprimento da piscina foi percorrido muito mais depressa (1,14 metros/s) que o segundo (0,74 metros/s). Note-se que a velocidade média geral (0,89 metros/s) não descreve perfeitamente qualquer dos percursos. Aqui, como em qualquer outro ponto do nosso estudo sobre o movimento, quanto mais refinarmos as nossas medidas, de modo a podermos estudar o pormenor, tanto maior variação encontraremos.

Continuaremos já a analisar os dados obtidos em relação à prova de Leslie — em grande parte porque os conceitos que estão aqui a ser desenvolvidos, ao discitur este tipo vulgar de movimento, serão necessários mais tarde no estudo de outros movimentos, desde o dos planetas ao dos átomos. Mas primeiro vamos introduzir uma notação abreviada com a ajuda da qual se pode simplificar a definição de velocidade média:

$$\text{velocidade média} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto}}$$

escrevendo-a de uma maneira mais concisa, mas que diz exactamente o mesmo:

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Nesta equação, $v_{\text{méd}}$ é o símbolo que representa a velocidade média, Δd é o símbolo para a variação de posição e Δt é o símbolo para o intervalo de tempo gasto. O símbolo Δ é a quarta letra do alfabeto grego e lê-se "delta". Quando Δ precede um outro símbolo, a expressão significa "a variação de...". Assim, Δd *não* significa "Δ multiplicado por d" mas sim "a variação de d" ou "a distância percorrida". Do mesmo modo Δt significa "a variação de t" ou "o intervalo de tempo".

Poderemos agora regressar aos dados apresentados e ver o que poderemos aprender a partir do conhecimento das velocidades médias de Leslie em cada um dos intervalos de 5 metros, desde o início até ao fim da sua prova. O respectivo cálculo é fácil de fazer, especialmente se reorganizarmos os dados, tal como está na tabela da pág. 20, onde se inscrevem na última coluna da direita os valores das velocidades médias a intervalos de 5 metros, nos primeiros 25 metros (os cálculos correspondentes aos últimos 25 metros deverão ser levados a cabo pelo aluno).

O quadro é agora muito mais pormenorizado. Prestando atenção à coluna das velocidades, vemos que a velocidade de Leslie era máxima mesmo no início. Na verdade, foi o salto para a água que lhe deu um acréscimo de velocidade no início da prova. A meio da primeira piscina ([1]) Leslie nadara a um ritmo razoavelmente constante, abrandando depois ao chegar à viragem. Usem-se os números calculados para os últimos 25 metros para se analisar o que aconteceu após a viragem.

Embora tenhamos determinado as velocidades de Leslie em várias partes da trajectória, estamos ainda a tratar de velocidades *médias*. Os intervalos são mais pequenos — apenas 5 metros em vez dos 50 metros considerados atrás — mas desconhecemos os pormenores do que aconteceu *dentro* de cada um desses intervalos de 5 metros. Assim, a velocidade média de Leslie entre os pontos correspondentes a 15 e a 20 metros, foi de 1,0 metros/s, mas ainda não sabemos calcular a sua velocidade exactamente no instante e no ponto em que ela estava, digamos, a 18 ou a 20 metros do ponto de partida. Apesar disso, sente-se que a velocidade média calculada para o intervalo de 5 metros entre os pontos a 15 e 20 metros é, provavelmente, uma melhor estimativa para a sua velocidade no ponto correspondente aos 18 metros que a sua velocidade média calculada sobre o percurso

Problemas práticos sobre velocidade média podem ser encontrados no Guia de Estudo, questão 1.3 (e, f, g, h). As questões 1.4, 1.5, 1.6 e 1.7 constituem problemas mais tentadores. As questões 1.8 e 1.9 apresentam algumas sugestões para medição de velocidades médias. A questão 1.10 refere-se a uma actividade interessante.

([1]) Na gíria da natação, dizer "uma piscina" é equivalente a dizer "a distância correspondente ao comprimento da piscina".

total de 50 metros ou mesmo sobre os primeiros 25 metros. Voltaremos a considerar este problema da determinação da "velocidade num determinado instante e num determinado ponto" na Secção 1.7.

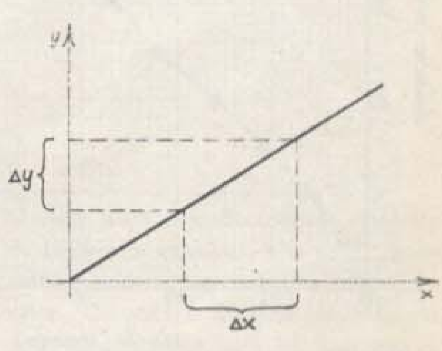
Q4 Defina velocidade média.

Q5 Se ainda não tiver completado a tabela da pág. 20 faça-o agora, antes de iniciar o estudo da próxima secção.

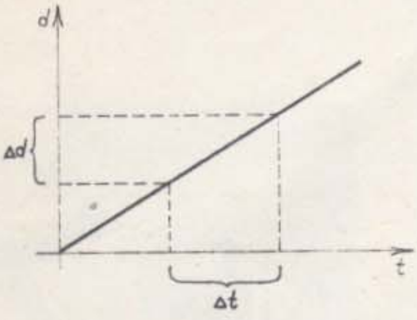
1.5 O gráfico do movimento e a obtenção do declive

Que poderemos aprender sobre o movimento representando graficamente os dados, em vez de os apresentarmos simplesmente numa tabela? Vamos descobri-lo a partir da execução de um grafico distância-tempo, utilizando os dados da prova de 50 metros de Leslie. Tal como se mostra no primeiro gráfico, tudo o que temos são os pontos dados. Cada ponto do gráfico mostra a altura em que Leslie estava numa determinada posição da sua trajectória. No segundo gráfico foram desenhadas linhas a tracejado de modo a unir os pontos conhecidos. Na verdade, não conhecemos os valores exactos entre os pontos dados — a ligação por segmentos de recta constitui apenas uma maneira simples de sugerir o aspecto que o gráfico total poderia ter. De facto, os segmentos de recta não deverão ser uma boa aproximação, uma vez que o gráfico resultante — uma linha quebrada — apresentaria variações muito abruptas. Se acreditarmos que Leslie variou a sua velocidade sempre de uma maneira gradual, poderemos obter uma melhor aproximação desenhando a curva mais suave possível entre os pontos dados. O último gráfico apresenta uma hipótese de uma curva suave.

Vamos agora "ler" o gráfico. Note-se que a linha é mais inclinada no início. Isto significa que houve uma variação relativamente grande da posição durante os primeiros segundos — por outras palavras, Leslie conseguiu uma partida rápida! A inclinação da linha dá a indicação de quão depressa ela se estava a deslocar. Dos 10 até aos 20 metros a linha parece ser recta, não se tornando nem mais nem menos inclinada. Isto significa que a sua velocidade durante este troço foi constante. Continuando para diante, vemos que Leslie abrandou apreciavelmente o seu andamento logo antes de alcançar o ponto a 25 metros, mas que ganhou velocidade logo após a viragem. A inclinação diminui gradualmente dos 30 metros até ao fim, à medida que Leslie foi abrandando. Não houve qualquer ponta final nos últimos 5 metros (Leslie pôde apenas arrastar-se para fora da piscina, depois da prova).



Olhado desta maneira, um gráfico fornece-nos uma representação visual do movimento. Mas esta maneira de representar o movimento não nos ajuda, por enquanto, a determinar os valores reais da velocidade de Leslie em vários instantes. Para tanto precisamos de um processo de medir a inclinação da linha do gráfico. E para isso recorremos à matemática, como faremos muitas vezes. Existe um velho método geométrico para resolver exactamente este problema. A inclinação de uma linha num dado ponto está relacionada com a



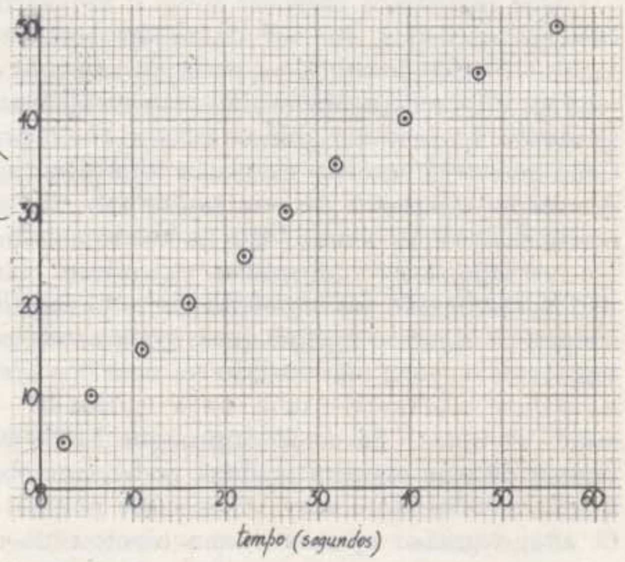
variação na direcção vertical (Δy) e com a variação na direcção horizontal (Δx). Por definição, o quociente destas duas grandezas é o declive:

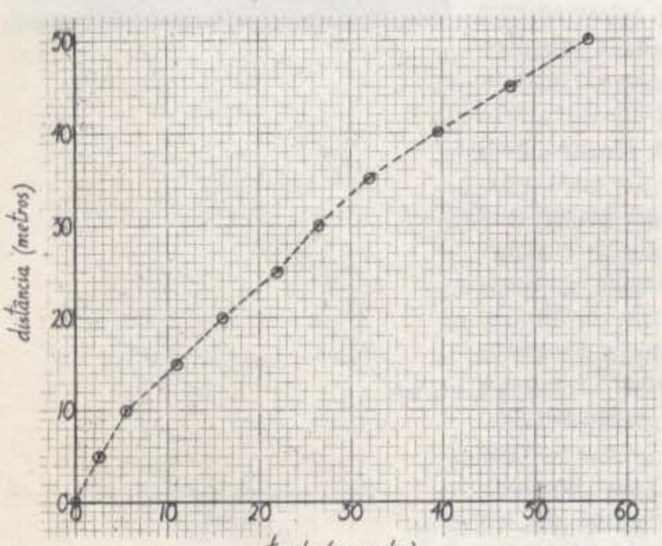
$$\text{declive} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

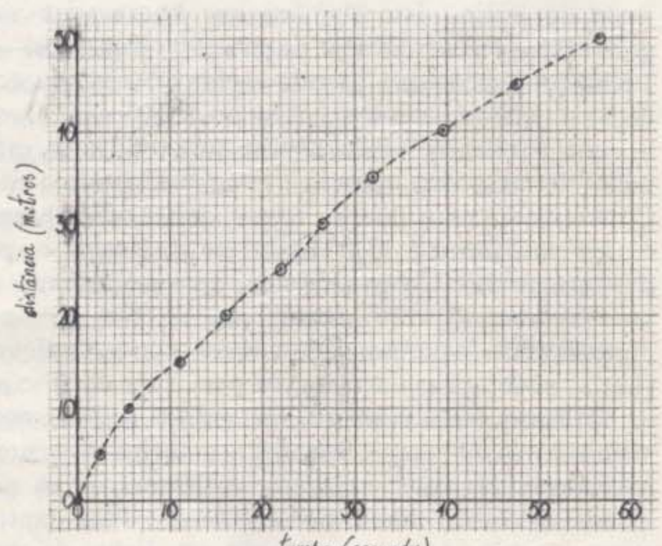
O conceito de declive é uma noção matemática de grande utilidade, podendo ser empregue para indicar a inclinação de uma linha num gráfico qualquer. Num gráfico distância-tempo, como o da prova de Leslie, a distância é normalmente representada no eixo vertical (d substitui y) e o tempo no eixo horizontal (t substitui x). Consequentemente, num tal gráfico, o declive de uma linha recta é dado por:

$$\text{declive} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

d	t	Δd	Δt	Δd/Δt
0.0 m	0.0 s	5.0 m	2.5 s	2.0 m/s
5.0	2.5	5.0	3.0	1.7
10.0	5.5	5.0	5.5	0.9
15.0	11.0	5.0	5.0	1.0
20.0	16.0	5.0	6.0	0.8
25.0	22.0	5.0	4.5	etc.
30.0	26.5	5.0	5.5	
35.0	32.0	5.0	etc.	
40.0	39.5	5.0		
45.0	47.5	5.0		
50.0	56.0			







Mostram-se acima quatro maneiras de representar a prova de Leslie: uma tabela de dados, a representação simples dos pontos da tabela num gráfico, a união desses pontos por segmentos de recta, e o traçado de uma curva suave unindo esses pontos.

Mas isto recorda-nos a definição de velocidade média, $v_{méd} = \Delta d/\Delta t$. Portanto, $v_{méd}$ = declive! Por outras palavras, o declive de qualquer segmento de recta de um gráfico distância-tempo dá uma medida da velocidade média do objecto durante o intervalo correspondente. O que fazemos ao medir o declive num gráfico é, basicamente, a mesma coisa que os engenheiros fazem ao especificar a inclinação de uma estrada: eles medem simplesmente a diferença de altitudes entre dois pontos na estrada e dividem essa quantidade pela distância horizontal que se deve percorter para vencer essa diferença de nível. A única diferença entre isto e o que fizemos é que os engenheiros estão preocupados com um declive que tem sentido físico real: num gráfico que represente os seus dados, quer o eixo horizontal quer o eixo vertical representam distâncias. Nós, por nossa vez, usámos o *conceito matemático* de declive como uma maneira de exprimir a *distância* medida em relação com o *tempo*.

Se este conceito for novo para si, ou se o desejar rever, analise agora a questão 1.11 do Guia de Estudo, antes de continuar.

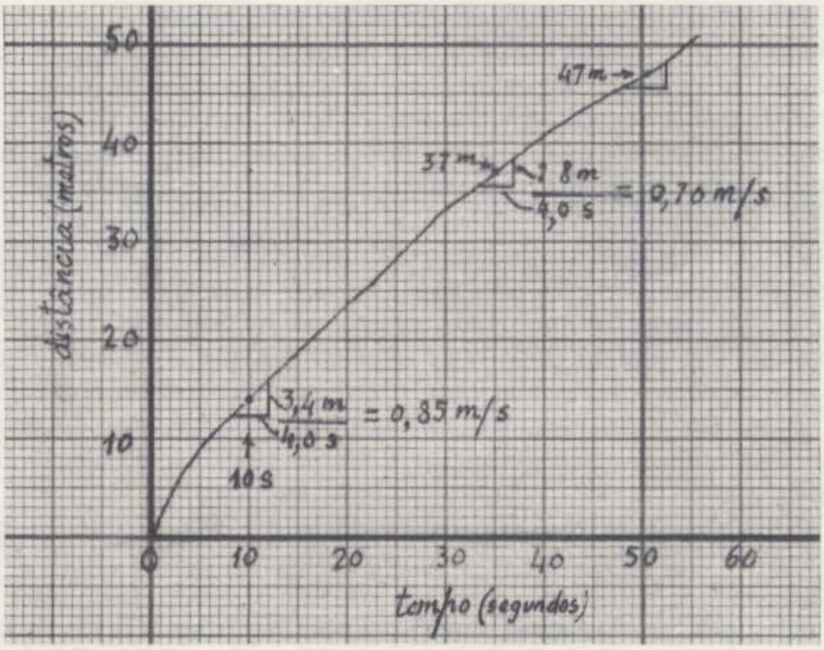
Poderemos obter rápida e directamente um valor numérico para o declive de cada segmento de recta do gráfico da página 20, de modo que ficaremos a dispor do valor da velocidade média para cada um dos intervalos de 5 metros entre os pontos dados. Por exemplo, usando a nossa tabela de dados, pudemos calcular a velocidade média de Leslie entre os pontos a 5 e a 10 metros da partida como sendo de 1,7 metros/s. Ela moveu-se 5 metros ao longo do eixo vertical (distância) durante um lapso de tempo de 3,0 segundos ao longo do eixo horizontal (tempo). Consequentemente, o declive do segmento de recta que liga os pontos dos 5 e dos 10 metros é igual a 5 metros divididos por 3,0 segundos, ou seja, 1,7 metros/s.

O declive, tal como foi definido aqui, não é exactamente a mesma coisa que a inclinação do troço desenhado no gráfico. Se tivessemos escolhido escalas diferentes para qualquer dos eixos coordenados (fazendo um gráfico duas vezes mais alto ou duas vezes mais largo, por exemplo), então a inclinação aparente de todo o desenho seria diferente. O declive é medido pelo quociente das unidades de medida de distância e de tempo — um Δd de 10 metros num Δt de 5 segundos, por exemplo, dá um quociente de 2 m/s, independentemente do espaço reservado para a marcação dos metros e dos segundos no gráfico.

Mas o gráfico tem utilidade para além de nos focar novamente a atenção sobre os valores da tabela. Poderemos agora fazer perguntas que não poderão ser directamente respondidas a partir dos dados originais: Qual era a velocidade de Leslie 10 segundos após a partida? Qual era a sua velocidade ao passar a marca dos 37 metros? Perguntas como estas poderão ser respondidas a partir do cálculo do declive da linha desenhada, numa zona mais ou menos rectilínea em torno do ponto de interesse. No gráfico apresentado a seguir estão resolvidas as duas interrogações propostas acima. Para cada um dos casos escolheu-se $\Delta t = 4$ s — tomaram-se 2 segundos para cada lado do ponto de interesse, medindo-se a distância Δd correspondente a esse intervalo de tempo.

O valor de 4 segundos para o intervalo de tempo foi escolhido por pura conveniência; poderia ser usado qualquer outro valor. Ou poderia ter sido escolhido um determinado valor para Δd, medindo-se então o correspondente Δt.

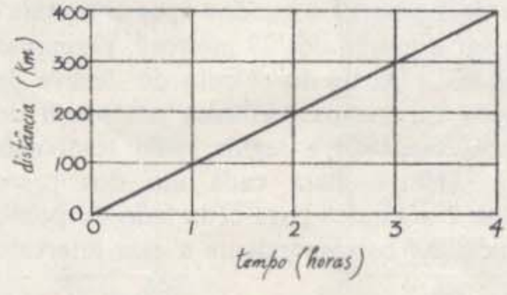
A possibilidade de utilização do gráfico para este fim pode ser verificada pela comparação dos resultados obtidos com os valores apresentados na tabela da página 20. Por exemplo, a velocidade de Leslie 10 segundos após a partida foi calculada a partir do gráfico

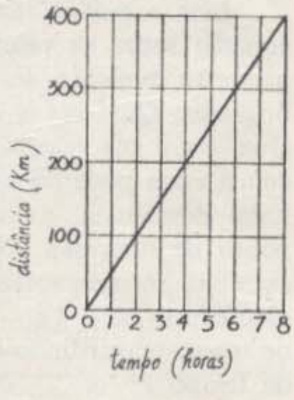


como sendo de 3,4 metros/4.0 s = 0,85 metros/s Este valor é um pouco inferior ao valor de 0,9 metros/s dado pela tabela como sendo a velocidade média entre os 6 e os 11 segundos; e isto é exactamente o que seria de esperar, uma vez que a curva suave desenhada entre os pontos conhecidos se torna momentaneamente menos inclinada em torno do ponto correspondente aos 10 segundos. Se a curva suave desenhada for, na realidade, uma descrição mais apropriada da prova de Leslie do que a linha quebrada, então poderemos retirar do gráfico mais informação do que a que foi utilizada ao desenhá-lo.

Q6 Releia-se a Secção 1.3 e desenhe-se um gráfico distância-tempo para o movimento do cubo de gelo.

Q7 Qual dos dois gráficos desenhados a seguir apresenta maior declive?





Q8 Ao longo da sua prova, em que altura se mostrou Leslie mais rápida? E onde é que se mostrou mais lenta?

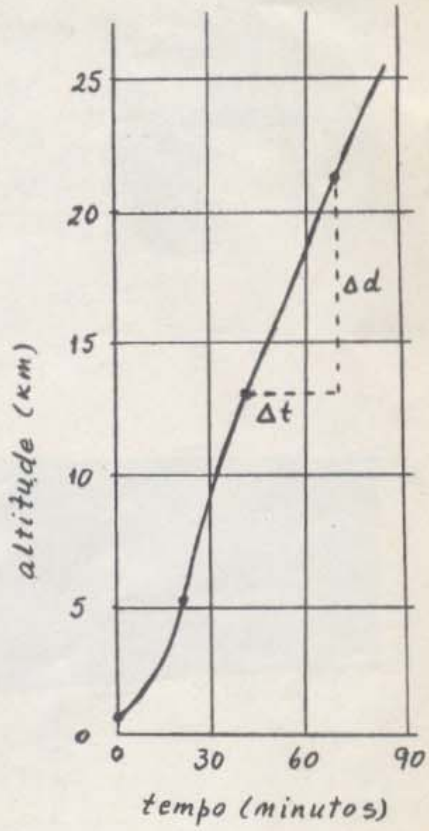
Q9 Calcule-se a partir do gráfico a velocidade de Leslie no ponto a 47 metros do início. A partir da tabela da página 20 calcule-se a sua velocidade média nos últimos 5 metros. Comparem-se os dois valores.

1.6 Altura apropriada para um aviso

Os gráficos são úteis — mas também poderão ser enganadores. Deve-se estar sempre prevenido e consciente das limitações de qualquer gráfico que se esteja a utilizar. Os únicos *dados reais* de um gráfico são os pontos marcados. Há um limite para a precisão com a qual os pontos podem ser marcados e um limite para o rigor com que podem ser lidos.

O traçado de uma linha ao longo de uma série de pontos, tal como foi feito no gráfico da página 20, depende da interpretação e do julgamento pessoais. O processo de estimar valores *entre* os pontos conhecidos é denominado *interpolação*. Essencialmente é isso que se faz ao desenhar-se uma linha entre os pontos dados. Mais arriscada ainda que a interpolação é a *extrapolação*, na qual a linha a desenhar é prolongada de modo a permitir estimar pontos *para além* dos conhecidos.

O exemplo de uma experiência realizada em Lexington, Massachussets, com o auxílio de um balão a grande altitude ilustra perfeitamente os perigos da extrapolação. Foi utilizado um grupo de balões cheios de gás para transportar detectores de raios cósmicos bem acima da superfície terrestre, fazendo-se um controle da altitude do conjunto de balões. O gráfico apresentado mostra os dados obtidos durante a primeira hora e meia. Após os primeiros 20 minutos, os balões pareciam subir em grupo com velocidade constante. A velocidade média poderá ser calculada pelo declive:



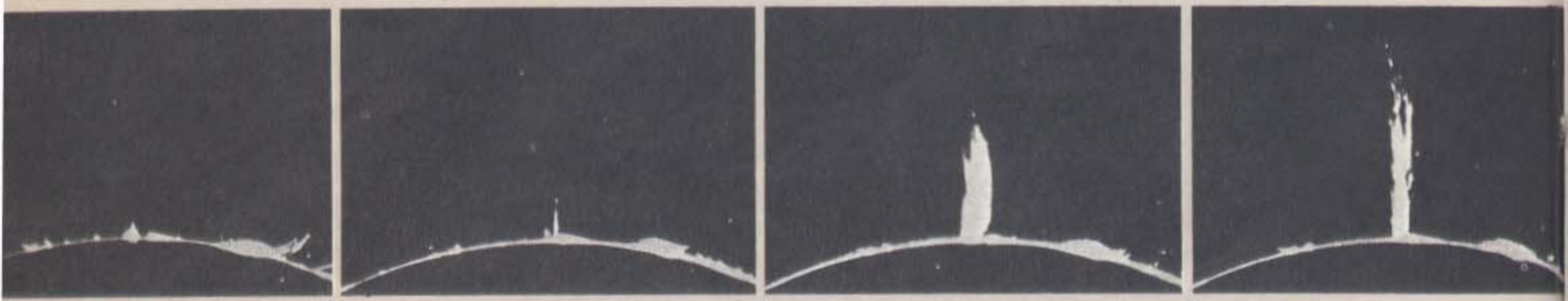
$$\text{velocidade de subida} = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{8\,250 \text{ metros}}{30 \text{ minutos}} = 275 \text{ m/minuto.}$$

Se nos perguntassem quão alto estariam os balões no fim da experiência (500 minutos), poderíamos ser tentados a efectuar uma extrapolação, quer prolongando o gráfico quer calculando a partir do valor da velocidade. Em qualquer dos casos obteríamos mais ou menos 500 minutos × 275 m/minuto = 137 500 m ou seja uma altitude de cerca de 140 km! Teríamos obtido o valor real? Veja-se a Secção 1.12 do Guia de Estudo (o problema está em que as ferramentas matemáticas, incluindo os gráficos, poderão constituir uma esplêndica ajuda, mas apenas dentro dos limites impostos pela realidade física).

Q10 Qual é a diferença entre interpolação e extrapolação?

Q11 Qual das seguintes estimativas, obtidas a partir do gráfico desenhado, supõe que seja menos precisa: a velocidade de Leslie ao passar a marca dos 30 metros ou a sua velocidade no final de uma "piscina" adicional?

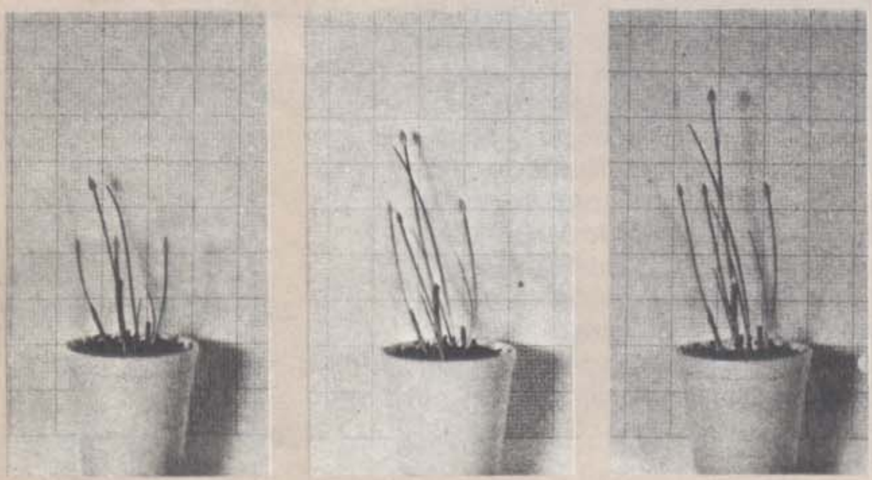
GE 1.13



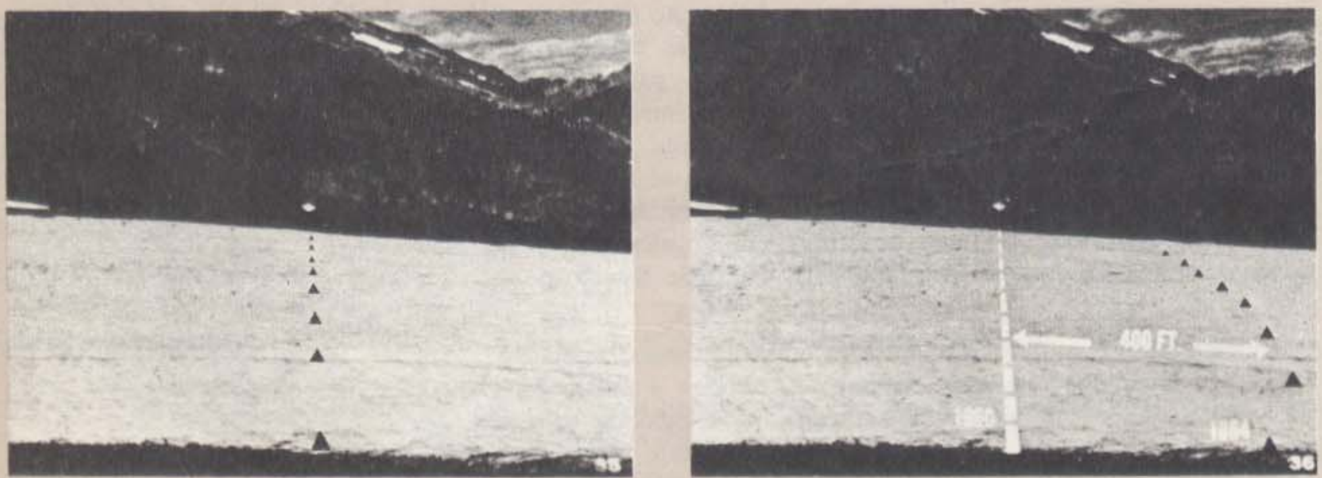
19 minutos 17 minutos 27 minutos

A Linguagem do Movimento

Estas fotografias mostram uma erupção de gás na superfície solar, o crescimento de um exemplar de cebolinho e um glaciar. A partir destas imagens e dos intervalos de tempo nelas marcados poder-se-ão determinar as velocidades médias (1) da evolução da erupção, relativamente à superfície solar (o raio do Sol é de cerca de 690000 km), (2) do crescimento dos pés de cebolinho relativamente ao papel quadriculado existente por detrás (em que cada quadrado largo vale uma polegada, ou seja, 25,4 mm), (3) do movimento do glaciar relativamente às suas margens.

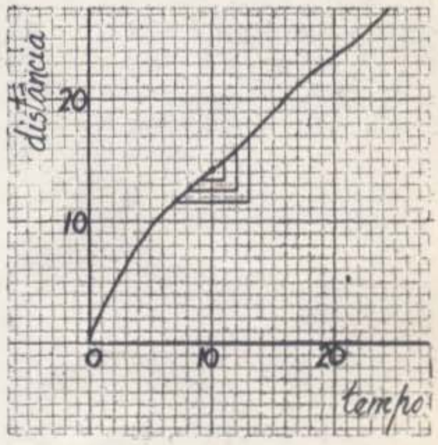


17 horas 33 horas



4 anos

1.7 Velocidade instantânea



Δt	Δd	$\Delta d / \Delta t$
6,0 s	5,4 m	0,90 m/s
4,0	3,4	0,85
2,0	1,7	0,85

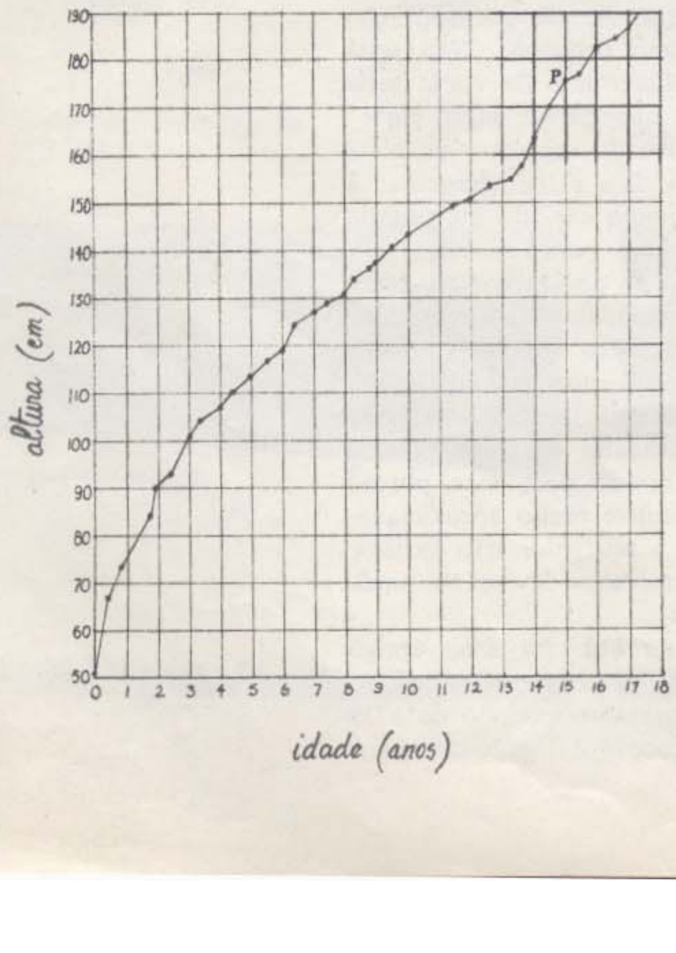
Vamos agora resumir os principais conceitos deste primeiro capítulo. Na Secção 1.5 vimos que os gráficos distância-tempo poderiam ser muito úteis na descrição do movimento. Ao atingirmos o fim dessa secção, falávamos de velocidades em pontos específicos ao longo da trajectória (tal como "a marca dos 14 metros") e em instantes específicos (tal como "o instante 10 segundos depois da partida"). É possível que esta maneira de dizer as coisas tenha sido um pouco dúbia, uma vez que admitíamos ao mesmo tempo a impossibilidade de medir outras espécies de velocidade além da *velocidade média*. Para obter a velocidade média necessitamos de efectuar um quociente entre *intervalos* de espaço e de tempo. Um ponto específico da trajectória, todavia, não tem qualquer desses intervalos. Não obstante, tem sentido falar de velocidade num dado ponto. Vamos resumir as razões existentes para se utilizar "velocidade" neste sentido e veremos como poderemos andar para a frente com tal conceito.

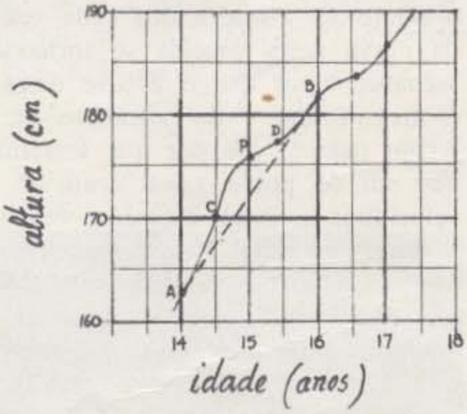
Relembre-se que a resposta dada à pergunta "Qual a velocidade de Leslie 10 segundos depois da partida?" foi 0,85 metros/s. Esta resposta foi obtida pelo cálculo do declive de um pequeno troço da curva contendo o ponto P em que era $t = 10$ segundos. Essa parte da curva está reproduzida na figura ao lado. Note-se que a parte utilizada da curva parece ser muito aproximadamente um troço de recta. Como mostra a tabela anexa ao gráfico, o valor do declive em cada intervalo varia muito pouco quando se diminui o intervalo de tempo Δt. Imaginemos agora que considerávamos intervalos de tempo contendo o ponto $t = 10$ segundos cada vez mais pequenos, até que a porção da curva neles contida se tornasse muitíssimo pequena. Não seria razoável supor que o declive dessa parte infinitesimal da curva seria o mesmo que o do segmento de recta de que parece fazer parte? Assim parece. Eis por que tomámos o declive do segmento de recta que vai do ponto $t = 8$ s até ao ponto $t = 12$ s e lhe *chamámos* a velocidade no *ponto central*, a velocidade no ponto $t = 10$ s ou, usando o termo correcto, "a velocidade instantânea" no ponto $t = 10$ s.

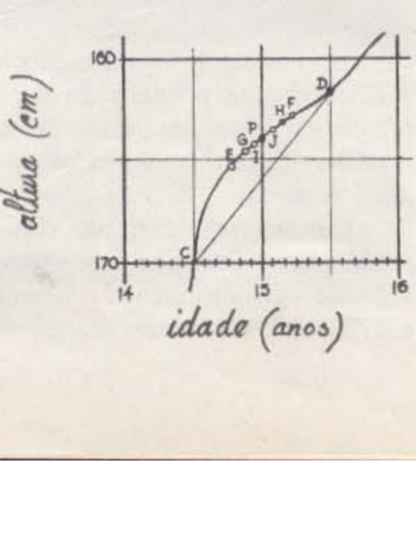
Ao estimar o valor da velocidade instantânea de Leslie num determinado instante, o que fizemos na verdade foi medir a sua velocidade média num intervalo de tempo de 4,0 segundos. Foi então que fizemos o salto conceptual descrito acima. Decidimos que a velocidade *instantânea* num determinado instante poderia ser considerada igual à velocidade *média* $\Delta d/\Delta t$, desde que: 1) esse instante particular estivesse incluído em Δt, e que 2) o quociente $\Delta d/\Delta t$ fosse obtido para uma porção suficientemente pequena da curva, que constituísse muito aproximadamente um troço de recta, de tal modo que o seu valor não variasse apreciavelmente se fosse calculado sobre intervalos de tempo ainda mais pequenos.

Um segundo exemplo concreto poderá ser útil. No mais antigo estudo deste tipo que é conhecido, o cientista francês de Montbeillard registou periodicamente a altura do filho, durante o período de 1759 a 1777. Mostra-se um gráfico da altura em função da idade do rapaz.

A partir do gráfico, poderemos calcular a taxa de crescimento médio em todo o intervalo de 18 anos ou em qualquer outro intervalo mais pequeno dentro daquele período. Suponhamos, todavia, que queríamos saber quão rapidamente estava o rapaz a crescer na altura em que efectuou o seu décimo quinto aniversário. A resposta torna-se evidente se expandirmos o gráfico na vizinhança do décimo quinto ano (veja-se o segundo gráfico). A sua altura aos 15 anos está indicada pelo ponto P, as outras letras indicando instantes de tempo de cada lado de P. A velocidade média de crescimento do rapaz num intervalo de tempo de 2 anos é dada pela taxa de variação do segmento de recta **AB** na figura expandida. Num intervalo de 1 ano, a sua velocidade média de crescimento é dada pela taxa de variação de **CD** (veja-se o terceiro gráfico). A taxa de variação de **EF** dá a velocidade de crescimento médio em 6 meses, etc. As quatro linhas **AB**, **CD**, **EF** e **GH** não são paralelas umas às outras e, portanto, as suas taxas de variação são diferentes. Todavia, a diferença nestas taxas de variação torna-se cada vez mais pequena. É grande ao comparar **AB** com **CD**, menor ao comparar **CD** com **EF**, ainda menor entre **EF** e **GH**. Para intervalos menores que 1 ano as linhas parecem ser quase paralelas umas às outras, confundindo-se gradualmente e cada vez mais com a própria curva, tornando-se mesmo indistintas desta. Para intervalos muito pequenos, poder-se-á obter a taxa de variação desenhando uma linha recta *tangente* à curva no ponto P, pela colocação de uma régua em P (aproximadamente paralela à linha **GH**) e traçando a recta para ambos os lados de P, tal como se mostra na Secção 1.11 do Guia de Estudo.







Os valores das taxas de variação dos segmentos de recta desenhados nos gráficos expandidos foram calculados a partir dos intervalos de tempo correspondentes e estão resumidos na tabela apresentada.

Linha entre os pontos	Δt	Δd	Taxa de cresc. $v_{méd} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$
AB	2 anos	19,0 cm	9,5 cm/ano
CD	1 ano	8,0	8,0
DEF	6 meses	3,5	7,0
GH	4 meses	2,0	6,0
IJ	2 meses	1,0	6,0

Notemos que os valores de $v_{méd}$ calculados para intervalos de tempo cada vez mais pequenos são cada vez mais próximos de 6,0 cm/ano. Na verdade, para qualquer intervalo de tempo menor que 2 meses, a velocidade média de crescimento, $v_{méd}$, será de 6,0 cm/ano, dentro dos limites de precisão das medidas efectuadas. Assim, poderemos dizer que, na altura do seu décimo quinto aniversário, o jovem de Montbeillard crescia à velocidade de 6,0 cm/ano. Naquele momento da sua vida, $t = 15,0$ anos, esta era a sua taxa de crescimento instantânea (ou, se se preferir, a *velocidade instantânea* da sua cabeça em relação aos pés!).

Dissemos que a velocidade média num intervalo de tempo Δt é o quociente da distância percorrida pelo tempo decorrido ou, simbolicamente:

$$v_{méd} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Acrescentámos agora a definição de velocidade instantânea num determinado nomento como sendo o valor limite das velocidades médias, ao calcular $v_{méd}$ para intervalos de tempo cada vez mais pequenos, contendo o instante t. Em quase todas as situações físicas, um tal valor limite poderá ser rápida e precisamente estimado pelo método descrito acima.

GE 1.14

De agora em diante usaremos a letra "v", sem o índice "$_{méd}$", para representar a velocidade instantânea tal como foi definida acima. Convém, no entanto, distinguir muito bem este conceito do de *velocidade numa determinada direcção* (por exemplo, 50 quilómetros por hora *em direcção ao norte*), grandeza que será representada pelo símbolo $\vec{v}$. Quando a direcção não estiver especificada e quando apenas a intensidade da grandeza (50 quilómetros por hora) for de interesse, remover-se-á a seta e usar-se-á simplesmente a letra "v". Esta distinção é crucial e ver-se-á mais tarde por que razão é mais importante em física o segundo conceito.

Q12 Defina velocidade instantânea, primeiro por palavras e depois por forma simbólica.

Q13 Explique a diferença de significado entre velocidade média e velocidade instantânea.

A compreensão da matéria do capítulo, até este ponto, pode ser verificada a partir da resolução das questões 1.15, 1.16 e 1.17 do Guia de Estudo.

1.8 Aceleração — por comparação

A partir da fotografia da bola em movimento, apresentada na página 30, pode-se concluir que a sua velocidade estava a variar — o seu movimento era acelerado. As distâncias sucessivamente maiores entre as várias imagens instantâneas consecutivas da bola fornecem essa informação, mas como se poderá determinar *qual* era a aceleração que a bola tinha?

1. Uma cena de rua em Paris, 1839. Uma imagem obtida por Louis Daguerre.

2. Uma cena de rua nos E. U. A., 1859.

3. Rapazes a andar de patins

A fotografia, de 1839 até ao presente

1. Note-se a figura solitária na rua deserta, a engraxar os sapatos. Os outros peões, caminhando ao longo da rua, não permaneceram tempo suficiente no mesmo sítio para que as suas imagens fossem registadas. Com tempos de exposição da ordem de vários minutos, tornava-se sombria a possibilidade de efectuar retratos.

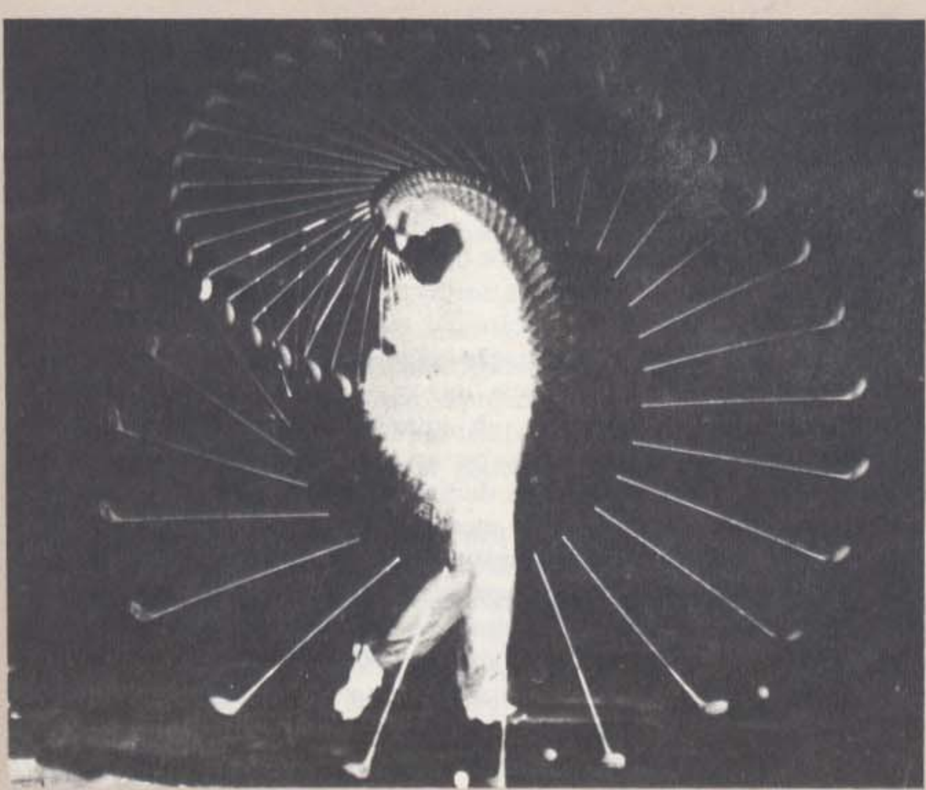
2. Todavia, por volta de 1859, com os grandes melhoramentos obtidos nas emulsões fotográficas e na qualidade das lentes, tornou-se possível não só fotografar uma pessoa em repouso, como mesmo uma autêntica mole de pessoas, cavalos e carruagens. Note-se o esbatido nas pernas do peão que atravessa descuidadamente a rua.

3. Hoje em dia, consegue-se "parar" a acção com qualquer câmara vulgar.

4. Uma nova técnica — o filme. Em 1873, um grupo de desportistas da Califórnia pôs ao fotógrafo Eadweard Muybridge a seguinte pergunta: "Será que um cavalo a galope tem alguma vez as quatro patas levantadas do chão?" Cinco anos mais tarde, o fotógrafo respondeu à pergunta com estas fotografias. As cinco fotografias foram tiradas com cinco câmaras alinhadas ao longo da pista, cada uma delas disparada quando o cavalo quebrou um cordel ligado ao obturador. O movimento do cavalo pode ser recomposto a partir de um arranjo sequencial das fotografias.

Com o aperfeiçoamento do filme flexível, foi possível atingir-se a situação em que se tornou necessária apenas uma câmara para obter muitas fotografias em sucessão rápida. Por volta de 1895 existiam já exibidores de filmes por todos os Estados Unidos. Vinte e quatro imagens por segundo eram suficientes para dar ao observador a ilusão do movimento.

4. Uma série de imagens obtida por Muybridge, 1878



5. Fotografia estroboscópica do movimento de um jogador de golfe, ao dar uma tacada. (Leia-se o artigo "The Dynamics of a Golf Club", na Colectânea de Textos).

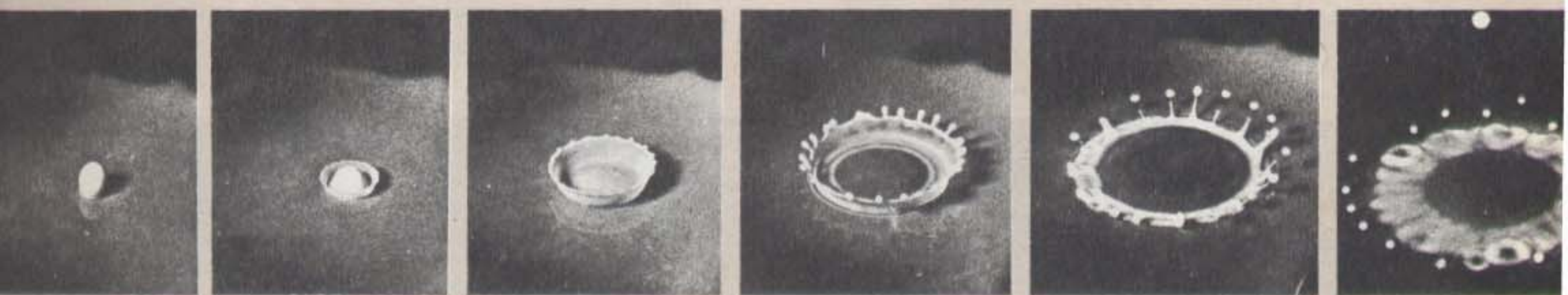
5. Acendendo e apagando sucessivamente uma luz, a uma frequência controlada, pode ser obtida uma exposição múltipla da mesma chapa fotográfica (tal como se fez para as fotografias estroboscópicas apresentadas no texto). Nesta fotografia do jogador de golfe, a luz foi acesa 100 vezes por segundo.

6. Foram precisos noventa anos para se passar da fotografia da rua cheia de gente para a da bala em voo. Esta fotografia notável foi obtida por Harold Edgerton, do M. I. T., usando uma faísca eléctrica muito brilhante que durou cerca de um milionésimo de segundo.

7. Um tipo interessante de filmes é o que se obtém usando filme de alta velocidade. Nesta série de imagens da queda de uma gota de leite foram tiradas 1000 fotografias por segundo (por Harold Edgerton). O filme foi passado muito rapidamente por detrás do diafragma aberto da máquina, enquanto que o leite era iluminado por meio de uma série de disparos luminosos (semelhantes aos da fotografia do jogador de folge), sincronizados com o movimento do filme. Ao projectar o filme, à velocidade de 24 imagens por segundo, a acção que durou na realidade 1 segundo foi exibida ao longo de 42 segundos.

É evidente que os elegantes pormenores do acontecimento ocorrido não poderiam ter sido observados a olho nu. É esta precisamente a razão por que se usa a fotografia, dos mais variados tipos, no trabalho laboratorial.

6. Uma bala cortando uma carta de jogar.



7. Filme de alta velocidade mostrando a queda de uma gota de leite.

Excepto quando indicado explicitamente o contrário, «taxa de variação» significará sempre «taxa de variação em relação ao tempo».

Para responder a esta pergunta teremos apenas que aprender uma noção nova — a definição de aceleração. A definição, em si mesma, é simples; o fim a que nos propomos é o de aprender a *usá-la*, em situações como a abordada acima. Por agora definiremos aceleração como sendo a *taxa de variação da velocidade*. Mais tarde será necessário modificar esta definição, quando encontrarmos movimentos nos quais a variação de velocidade em relação à direcção constitui um factor adicional importante. Mas por agora, enquanto tratarmos apenas de movimentos segundo uma linha recta, poderemos igualar a taxa de variação da velocidade à aceleração.

Alguns dos efeitos da aceleração são bem conhecidos de todos. É a aceleração e não a velocidade que se nota no arranque brusco ou na paragem de um elevador. A impressão que normalmente se sente no estômago nota-se apenas no arranque e na paragem e não durante a maior parte do trajecto, durante o qual o elevador se move a uma velocidade constante. Da mesma maneira, a maior parte da excitação provocada pelas rodas gigantes e montanhas russas das feiras de diversões resulta das suas inesperadas acelerações. A velocidade, em si mesma, não provoca estas sensações. De contrário elas far-se-iam sentir durante um suave voo de avião a 1 000 quilómetros por hora, ou até mesmo durante o contínuo movimento da Terra em torno do Sol, a cerca de 100 000 quilómetros por hora.

Definida de uma maneira simples, a velocidade é uma relação entre dois objectos, um dos quais é tomado como referência enquanto que o outro se move em relação àquele. Eis alguns exemplos: a velocidade da Terra em relação às estrelas, a velocidade do nadador em relação à borda da piscina, a velocidade do topo da cabeça do rapaz em crescimento em relação aos seus pés... Se nos deslocássemos num comboio animado de um movimento perfeitamente suave, só poderíamos notar que ele se deslocava a alta velocidade observando o cenário a fugir rapidamente nas suas janelas. A sensação seria exactamente a mesma se o comboio estivesse de algum modo fixo e a Terra, com os carris e tudo o mais, deslizasse na direcção contrária. E se "perdêssemos" o objecto de referência (baixando os estores da janela, por exemplo) de maneira alguma poderíamos saber se nos movíamos ou não. Ao contrário de tudo isto, somos capazes de sentir as acelerações, sem necessidade de olhar para o exterior do comboio para saber que o maquinista pôs bruscamente a máquina em movimento ou actuou violentamente nos travões. Poderemos ser empurrados contra o assento, ou a bagagem poderá soltar-se do respectivo compartimento, por qualquer daquelas acções.

Tudo isto sugere uma diferença física notável entre o movimento a velocidade constante e o movimento com aceleração. Embora seja

preferível estudar a aceleração com exemplos concretos, no laboratório e através de bandas filmadas — em "primeira mão", digamos assim — poderemos resumir aqui as ideias principais. Para já concentremo-nos nas semelhanças entre os conceitos de velocidade e de aceleração, para o movimento segundo uma linha recta:

Por exemplo, se um avião variar a sua velocidade de 500 km/hora para 550 km/hora em 10 minutos, a sua aceleração média será de:

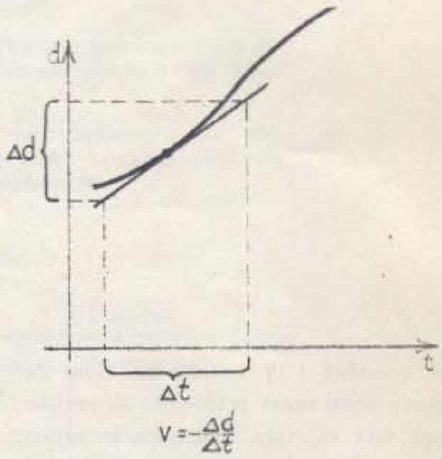
$$\Delta = \frac{550 \text{ km/hora} - 500 \text{ km/hora}}{10 \text{ minutos}} = \frac{50 \text{ km/hora}}{10 \text{ minutos}} = \frac{5 \text{ km/hora}}{\text{minuto}}$$

Isto é, a sua velocidade variará de 5 km/h por minuto. (Se a velocidade estivesse a diminuir, o valor da aceleração seria negativo).

A taxa de *variação de posição* é denominada *velocidade*	A taxa de *variação de velocidade* é denominada *aceleração*.

Esta semelhança permite-nos usar o que aprendemos há pouco sobre o conceito de velocidade como guia para fazermos uso do conceito de aceleração. Por exemplo, aprendemos que a inclinação de uma linha de um gráfico *distância*-tempo é uma medida da *velocidade* instantânea. A inclinação num gráfico *velocidade*-tempo é uma medida de *aceleração instantânea*.

Esta secção termina com uma lista de seis afirmações sobre o movimento ao longo de uma linha recta. A finalidade desta lista é dupla: i) ajudar a rever algumas das ideias principais sobre velocidade, apresentadas neste capítulo e ii) apresentar as ideias correspondentes em relação à aceleração. Por essa razão, cada afirmação feita em relação à velocidade é imediatamente seguida de uma afirmação paralela relativa à aceleração.



1. *Velocidade* é a taxa de variação da posição. *Aceleração* é a taxa de variação da velocidade.

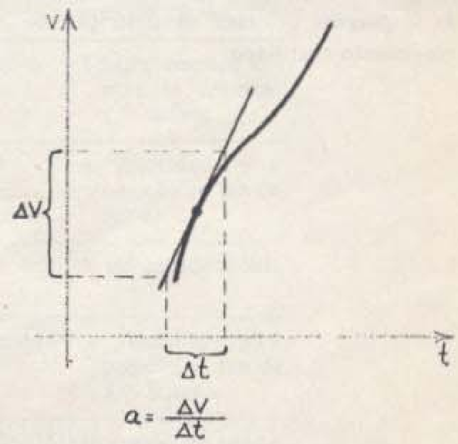
2. A *velocidade* é expressa em unidades de distância/tempo. A *aceleração* é expressa em unidades de velocidade/tempo.

3. A *velocidade média* num intervalo de tempo qualquer é o quociente da variação de posição, Δd, pelo intervalo de tempo, Δt:

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

A *aceleração média* num intervalo de tempo qualquer é o quociente da variação de velocidade, Δv, pelo intervalo de tempo, Δt:

$$a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



4. A *velocidade instantânea* é o valor tomado pela velocidade média quando Δt é tornado infinitamente pequeno. A *aceleração instantânea* é o valor tomado pela aceleração média quando Δt é tornado infinitamente pequeno.

5. Num gráfico *distância*-tempo, a *velocidade instantânea* em qualquer instante é a inclinação da linha recta tangente à curva no ponto considerado. Num gráfico *velocidade*-tempo, a *aceleração instantânea* em qualquer instante é a inclinação da linha recta tangente à curva no ponto considerado.

6. No caso particular do movimento com *velocidade constante*, o gráfico distância-tempo é uma linha recta; em qualquer ponto a velocidade instantânea tem o mesmo valor, valor esse igual à velocidade média calculada para todo o percurso. No caso particular do movimento com *aceleração constante*, o gráfico velocidade-tempo é uma linha recta; a aceleração instantânea tem o mesmo valor em todos os pontos, valor

Velocidade constante e aceleração constante são também muitas vezes denominadas velocidade «uniforme» e aceleração «uniforme». Daqui em diante utilizaremos indiscriminadamente qualquer das designações.

GE 1.18 dá uma possibilidade de trabalhar com gráficos distância-tempo e velocidade-tempo e de ver as relações existentes entre eles. Também os acetatos T3 e T4 poderão aqui ser úteis.

esse igual à aceleração média calculada para o percurso total. Quando a velocidade é constante, o seu valor pode ser obtido a partir de qualquer par de valores correspondentes Δd e Δt. Quando a aceleração é constante, o seu valor pode ser calculado a partir de qualquer par de valores correspondentes Δv e Δt. (É útil fixar-se este pormenor, uma vez que o tipo de movimento que encontraremos mais frequentemente no estudo que faremos a seguir é o de aceleração constante).

Dispomos agora da maior parte das ferramentas necessárias para se estudarem alguns problemas físicos reais. O primeiro destes será o movimento acelerado dos corpos, provocado pela atracção gravitacional. Foi ao estudar o movimento de queda dos corpos que Galileu foi capaz de lançar alguma luz sobre a natureza do movimento acelerado, nos princípios do século XVII. O seu trabalho é ainda hoje um belo exemplo de como se pode combinar uma teoria científica com a matemática e as medidas experimentais, de modo a desenvolver os conceitos de ordem física. Mais ainda do que isso, o trabalho de Galileu constituiu uma das primeiras e mais cruciais batalhas da revolução científica. As ideias por ele introduzidas são ainda hoje fundamentais na Mecânica, no estudo dos corpos em movimento.

Q14 Qual é a aceleração média de um avião que acelera de 0 a 60 quilómetros por hora em 5 segundos?

Q15 Qual é a aceleração média de um homem que, ao passear, varia a sua velocidade de 4,0 quilómetros por hora para 2,0 quilómetros por hora, num intervalo de tempo de 15 minutos? A resposta depende da maneira como a varição de velocidade se efectua ao longo dos 15 minutos?

As questões 1.19 a 1.21 do Guia de Estudo constituem problemas de revisão para este capítulo, que poderão servir para verificar a sua compreensão global da linguagem utilizada na descrição do movimento rectilíneo.

1.1 Este livro é, provavelmente, muito diferente dos livros de texto que foram usados noutros cursos. Portanto, será conveniente apresentar algumas sugestões sobre a sua melhor utilização.

1. Não escreva nas páginas deste livro, a não ser que o professor o aconselhe a isso. Em muitas escolas este livro irá ser usado no próximo ano, por outros alunos. Todavia, se o professor o autorizar, encorajamo-lo a fazer todas as anotações que forem convenientes. Notará a existência de margens amplas; uma das razões por que assim é, para permitir a anotação de perguntas ou afirmações, na altura em que estas ocorram, ao estudar a matéria. Marque as passagens que não compreenda, para que possa pedir a ajuda conveniente ao professor.

2. Se não puder escrever no próprio livro de texto, arranje um livro de notas, para que esteja sempre ao pé deste. Registe neste livro de notas todos os comentários, perguntas e respostas que, de outro modo, teria escrito nas margens do livro de texto. Deverá também registar nele todas as questões levantadas por outros materiais de estudo utilizados, pelas experiências efectuadas, pela análise de observações e de outras demonstrações, por discussões mantidas com os colegas ou com quaisquer outras pessoas com quem fale de física. Para muitos estudantes, um tal livro de notas é extremamente útil para a ordenação e estimulação do estudo, ou para procurar a ajuda dos professores (e não só, mas também a ajuda de estudantes mais avançados, dos pais, de cientistas que conheçam, ou de seja quem for que conheçam e que tenha conhecimentos bastantes de física).

3. Encontrará as respostas às perguntas que se apresentam no fim de cada secção na página 198. No entanto, tente sempre responder a estas perguntas antes de ler as correspondentes respostas. Se a resposta dada coincidir com a do livro, isso será um bom sinal, um sinal de que compreendeu as ideias principais da secção — embora possa acontecer que tenha dado a resposta certa pela razão errada, ou que existam outras respostas tão boas (ou melhores!) como as dadas pelo livro.

4. No Guia de Estudo, no fim de cada capítulo, apresentam-se questões de natureza muito diversa. São dadas, na página 200, respostas breves a algumas destas questões. Não se pretende que se resolvam todas as questões. Por vezes incluem-se algumas que irão interessar em particular apenas alguns dos alunos. Note-se também que se apresentam vários tipos de problemas. Alguns foram concebidos para a prática de um determinado conceito em particular, enquanto que outros se destinam a interrelacionar vários conceitos. Outros problemas ainda constituem uma espécie de desafio àqueles alunos que gostam de lidar com números.

5. Exte texto é apenas um dos materiais de estudo deste curso de física. O curso inclui também outras fontes de estudo, tais como filmes, acetatos, etc., cuja utilização é indispensável. Não se esqueça ainda de se familiarizar activamente com o *Manual*, que descreve experiências laboratoriais e actividades exteriores, e com a (*Colectânea de Textos* na qual se reuniram alguns interessantes artigos sobre física. Cada uma destas fontes tem o seu lugar próprio, e todas elas foram concebidas para serem usadas em conjunto.

1.2 Um tipo de velocímetro de automóvel é constituído por um pequeno gerador eléctrico ligado à barra de transmissão. A corrente produzida aumenta com a velocidade com a qual ele é feito girar pela barra de transmissão. A agulha do velocímetro indica a corrente produzida. O velocímetro não pode, obviamente, indicar a velocidade real, em quilómetros por hora, antes de ser devidamente calibrado. Tente responder às perguntas formuladas abaixo. Se tiver dificuldades, estude novamente a Secção 1.7, antes de retomar esta questão.

(a) Como se poderia calibrar o velocímetro, supondo que o fabricante não o tinha feito?

(b) Supondo que o velocímetro marca 50 km/h, qual será a velocidade real do automóvel, se as rodas traseiras originais, com um diâmetro de 60 centímetros, forem substituídas por outras, com um diâmetro de 70 centímetros?

(c) Se carregarmos muito a parte traseira do carro e lhe reduzirmos a pressão dos pneus, o velocímetro dará um valor errado por excesso ou por defeito?

(d) O movimento do carro será afectado pelo funcionamento do velocímetro?

(e) Como se poderia verificar se o funcionamento do velocímetro de uma bicicleta afecta a sua velocidade?

(f) É capaz de inventar um velocímetro que não tenha qualquer efeito sobre o movimento do veículo ao qual está aplicado?

1.3 Alguns problemas práticos:

	Descrição do problema:	**Pede-se:**
(a)	Velocidade uniforme, distância = 72 cm, tempo = 12 s	A velocidade
(b)	Velocidade uniforme a 60 km/hora	A distância percorrida em 20 minutos
(c)	Velocidade uniforme a 10 metros/minuto	Tempo necessário para se deslocar 2,5 metros
(d)	$d_1 = 0$ $t_1 = 0$ $d_2 = 15$ cm $t_2 = 5{,}0$ s $d_3 = 30$ cm $t_3 = 10$ s	A velocidade e a posição ao fim de 8,0 s
(e)	Percorreram-se 360 km em 6,0 horas.	A velocidade média
(f)	O mesmo problema que em (e)	A velocidade e a posição ao fim de 3,0 horas
(g)	Velocidade média de 76 cm/s, calculada sobre uma distância de 418 cm.	Intervalo de tempo correspondente
(h)	Velocidade média de 44 m/s, calculada num intervalo de tempo de 0,20 s	Distância correspondente

1.4 Um maremoto provocado por um tremor de terra ao largo do Alasca, em 1946, consistiu numa série de ondas viajando à velocidade média de 785 km/hora. A primeira dessas ondas atingiu o Havai 4 horas e 34 minutos depois da ocorrência do tremor de terra. A partir destes dados, calcule-se a distância entre o Havai e o centro do maremoto.

1.5 A luz e as ondas de rádio viajam no vácuo em linha recta, muito aproximadamente à velocidade de 3×10^8 m/s.

(a) Qual a distância correspondente a um "ano-luz" (a distância percorrida pela luz em um ano)?

(b) A estrela mais próxima da Terra é Alfa do Centauro, à distância de $4{,}06 \times 10^{16}$ m. Admitindo que esta estrela possui planetas com vida inteligente, qual o tempo mínimo que se terá que esperar para se poder receber uma resposta a um sinal de rádio ou de luz enviado da Terra?

1.6 Se um objecto viajar um quilómetro à velocidade de 1 000 km por hora e um outro quilómetro à velocidade de 1 km por hora, a sua velocidade média *não* será de (1 000 km/hora + 1 km/hora)/2, isto é, não será de 500,5 km por hora. Qual *será* a sua velocidade média? (Sugestão: qual é a distância total percorrida e o tempo total gasto?)

1.7 Qual é a sua velocidade média, em cada um dos seguintes casos?

(a) Você corre 100 m, à velocidade de 5,0 m/s, e depois anda outros 100 m, à velocidade de 1,0 m/s.

(b) Você corre durante 100 s à velocidade de 5,0 m/s e depois anda durante 100 s à velocidade de 1,0 m/s.

1.8 Projecte e descreva experiências que permitam obter estimativas das velocidades médias de alguns dos seguintes objectos em movimento:

(a) Uma bola de futebol pontapeada do centro do campo para a baliza adversária.

(b) O vento.

(c) Um nuvem.

(d) Uma gota de chuva.

(e) Uma mão que se move para trás e para diante, tão depressa quanto possível.

(f) A ponta de um bastão de "basebol", ao efectuar um batimento.

(g) Uma pessoa a caminhar sobre um terreno plano, a subir escadas e a descer escadas.

(h) Um pássaro em voo.

(i) Uma formiga em marcha.

(j) O diafragma de uma máquina fotográfica, ao abrir-se e fechar-se.

(k) O pestanejar de um olho.

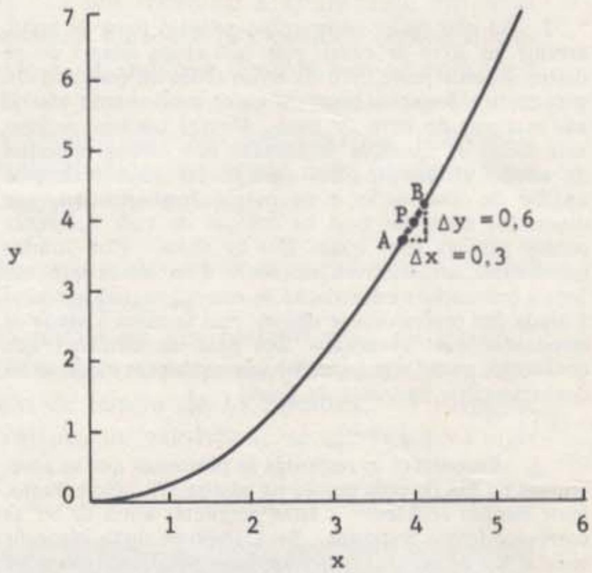
(l) Uma erva a crescer.

(m) O ponto central de uma corda de guitarra em vibração.

1.9 Que problemas se levantam ao tentar medir a velocidade da luz? Será capaz de projectar uma experiência que permita medir a velocidade da luz?

1.10 Aproveitando o facto de viajar de automóvel, compare a velocidade lida no velocímetro com o valor calculado por meio de $\Delta d/\Delta t$. Explique as diferenças observadas. Releia a questão 1.2 do Guia de Estudo. (Para outras actividades consulte o *Manual*).

1.11 Observe-se o gráfico de y em função de x apresentado abaixo. Embora, neste caso particular, y aumente



cada vez mais rapidamente à medida que x aumenta, o método apresentado a seguir poderá ser aplicado a qualquer outra curva, qualquer que seja a sua forma. Uma maneira de exprimir a variação num dado ponto, **P**, assenta na "inclinação" ou declive da linha. O valor numérico do declive num ponto **P** pode ser obtido da seguinte maneira (como se mostra no diagrama referido): Marquem-se dois pontos sobre a linha, **A** e **B**, próximos de **P** e para os lados deste. Escolham-se estes pontos muito próximos de **P**, de tal modo que, embora existentes sobre a curva, a linha **APB** seja uma recta, tanto quanto se possa ver com uma régua. Meça-se Δy (a variação de y) entre os pontos **A** e **B**. No exemplo da figura é $\Delta y = 0{,}6$. Meça-se Δx (a variação correspondente em x) entre **A** e **B**. O seu valor é aqui 0,3. A inclinação do segmento **AB** é definida como sendo o quociente de Δy por Δx, no segmento de recta **APB**. Por definição, a inclinação da curva *no ponto* **P** é suposta igual à inclinação do segmento **APB**:

$$\text{inclinação} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

No exemplo da figura:

$$\text{inclinação} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0{,}6}{0{,}3} = 2$$

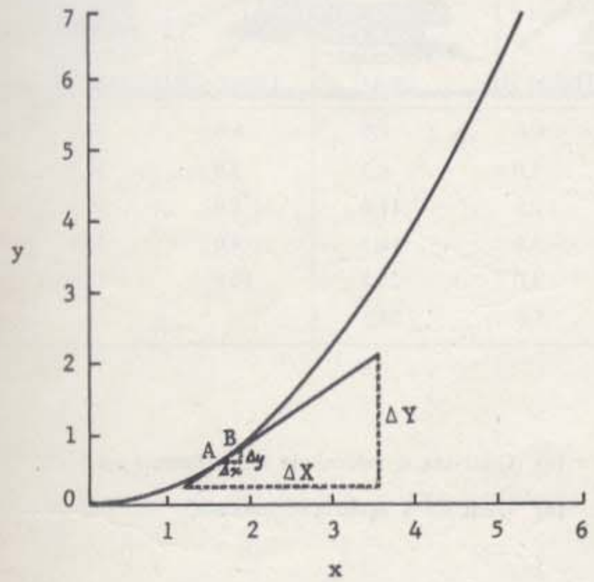
P. Quais as dimensões ou unidades em que se mede a inclinação?

R. As dimensões são exactamente as de y/x. Por exemplo, se y representar a distância em metros e x representar o tempo em segundos, então as unidades do declive serão metros/segundos (ou metros por segundo, ou m/s, ou $m \cdot s^{-1}$).

P. Na prática quão perto deverão estar A e B de P? (Perto não é um termo muito preciso. Lisboa e Porto estão perto, se se voar de avião a jacto, mas estão muito distantes se se viajar a pé).

R. Escolham-se **A** e **B** suficientemente próximos de **P** para que uma linha recta desenhada cuidadosamente. de modo a unir **A** e **B**, também passe por **P**.

P. Suponha-se que **A** e **B** estão tão próximos um do outro que não se possa medir adequadamente Δx ou Δy. Como se poderá tentar calcular a inclinação?



R. Prolongue-se a linha recta **AB** para ambos os lados, como se mostra na figura, tanto quanto se deseje, calculando-se depois a sua inclinação. O que se estará a fazer será o traçado da linha *recta tangente* à curva no ponto escolhido. Note-se que o triângulo pequeno é semelhante ao grande e que, portanto:

$$\Delta y/\Delta x = \Delta Y/\Delta X$$

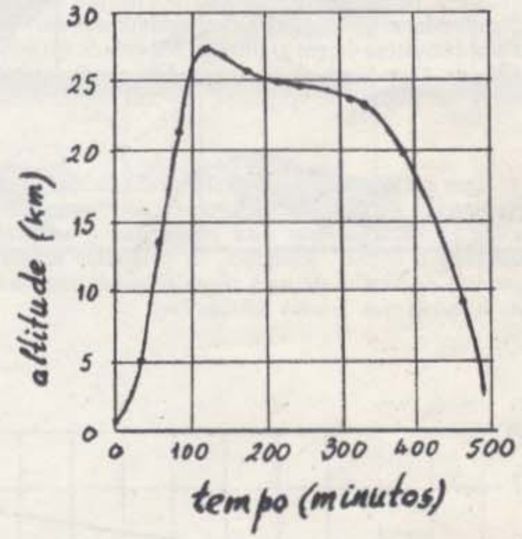
Problema:

(a) Determine o declive deste gráfico de distância em função do tempo (y em metros, t em segundos) em quatro pontos (ou instantes) diferentes, especificamente quando $t = 1$, 2, 3 e 4 segundos.

(b) Determine a velocidade instantânea nestes quatro pontos e desenhe um gráfico da velocidade em função do tempo.

1.12 (Resposta a uma pergunta efectuada no fim da Secção 1.6 do texto).

Na verdade, a previsão baseada nos resultados obtidos durante a hora e meia inicial seria grosseiramente errada. Uma previsão obtida por meio de uma extrapolação a partir das observações efectuadas durante a hora e meia inicial despreza todos os factores que limitam a altura máxima atingível com tal tipo de balões, tais como a explosão de alguns deles, a variação da pressão do ar e da sua densidade com a altitude, etc. Na realidade, ao fim de 500 minutos, o grupo de balões não estava a 137 500 metros de altitude mas antes tinha aterrado novamente, como mostra o gráfico distância-tempo descritivo de toda a experiência. Veja-se o gráfico seguinte. Para outro problema envolvendo extrapolações,veja-se a questão 1.3 do Guia de Estudo.



1.13 Eis uma lista de records da prova de natação de 400 metros em minutos e segundos, para homens e senhoras (os números entre parênteses indicam a idade do nadador):

1926	4:57,0	Johnny Weissmuller (18)
	5:53,2	Gertrude Ederle (17)
1936	4:46,4	Syozo Makino (17)
	5:28,5	Helena Madison (18)
1946	4:46,4	(não tinha ainda sido batido o record de 1936)
	5:00,1	R. Hveger (18)
1956	4:33,3	Hironoshin Furuhashi (23)
	4:47,2	Lorraine Crapp (18)
1966	4:11,1	Frank Weigand (23)
	4:38,0	Martha Randall (18)

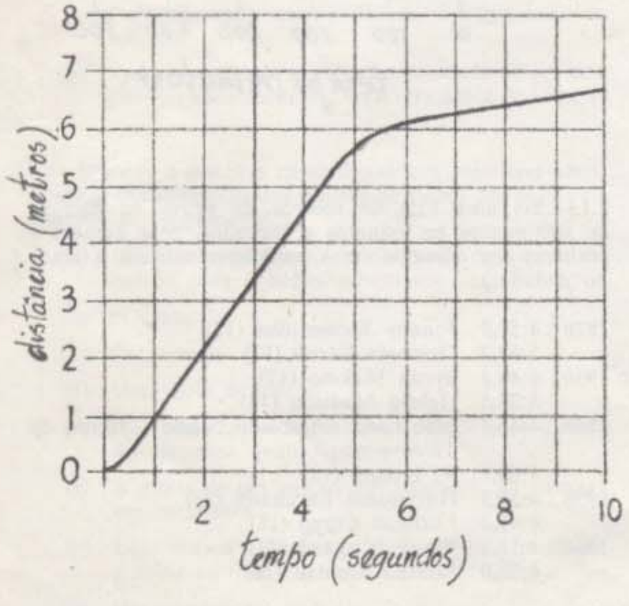
Por quantos metros teria Martha Randall batido Johnny Weissmuller, se tivessem competido um com o outro? Poder-se-ão prever os records de 1976 para esta prova, pela extrapolação do gráfico construído a partir dos records mundiais conhecidos, em função das datas?

1.14 Como se poderá justificar a definição de velocidade instantânea dada na página 27? Como se poderá ter certeza de que a definição está correcta?

1.15 Usando o gráfico da página 22, determinem-se as velocidades instantâneas, v, em vários pontos (0, 10, 20, 30, 40 e 50 segundos, e na vizinhança de 0, ou em quaisquer outros pontos à escolha), determinando-se as inclinações das linhas rectas tangentes à curva em cada um desses pontos. Desenhe-se um gráfico de v em função de t. Use-se esse gráfico para descrever a prova de Leslie.

1.16 Na página 30 está uma fotografia de exposição múltipla, mostrando uma bola rolando da esquerda para a direita. O intervalo de tempo entre disparos sucessivos foi de 0,20 segundos. A distância entre cada duas marcas, na tábua sobre a qual rola a bola era de 1 centímetro. Construa-se uma tabela das medidas efectuadas relativamente ao movimento da bola e desenhe-se um gráfico de distância percorrida em função do tempo. A partir deste determinem-se as velocidades instantâneas em vários instantes e construa-se um gráfico da velocidade em função do tempo. Comparem-se os resultados obtidos com os referidos na página de respostas, no fim deste volume.

1.17 Uma análise cuidadosa da fotografia estroboscópica do movimento de um objecto forneceu uma certa quantidade de informação, que está representada no gráfico apresentado a seguir. Responda às perguntas seguintes, servindo-se do auxílio de uma régua colocada tangencialmente à curva nos pontos adequados:



(a) Em que instante ou em que intervalo de tempo foi maior a velocidade do objecto? Qual era esse valor máximo da velocidade?

(b) Em que instante ou em que intervalo de tempo foi menor a velocidade do objecto? Qual era o seu valor nesse instante?

(c) Qual era o valor da velocidade no instante $t = 5{,}0$ s?

(d) Qual era o valor da velocidade no instante $t = 0{,}5$ s?

(e) Qual a distância percorrida pelo objecto entre os instantes $t = 7{,}0$ s e $t = 9{,}5$ s?

1.18 Os valores fornecidos a seguir dizem respeito à velocidade instantânea de um automóvel, que iniciou o seu movimento a partir do repouso. Desenhe um gráfico da velocidade em função do tempo e, a partir deste, obtenha dados que lhe permitam desenhar um gráfico da aceleração em função do tempo.

Tempo (s)	Velocidade (m/s)	Tempo (s)	Velocidade (m/s)
0,0	0,0	6,0	27,3
1,0	6,3	7,0	29,5
2,0	11,6	8,0	31,3
3,0	16,5	9,0	33,1
4,0	20,5	10,0	34,9
5,0	24,1		

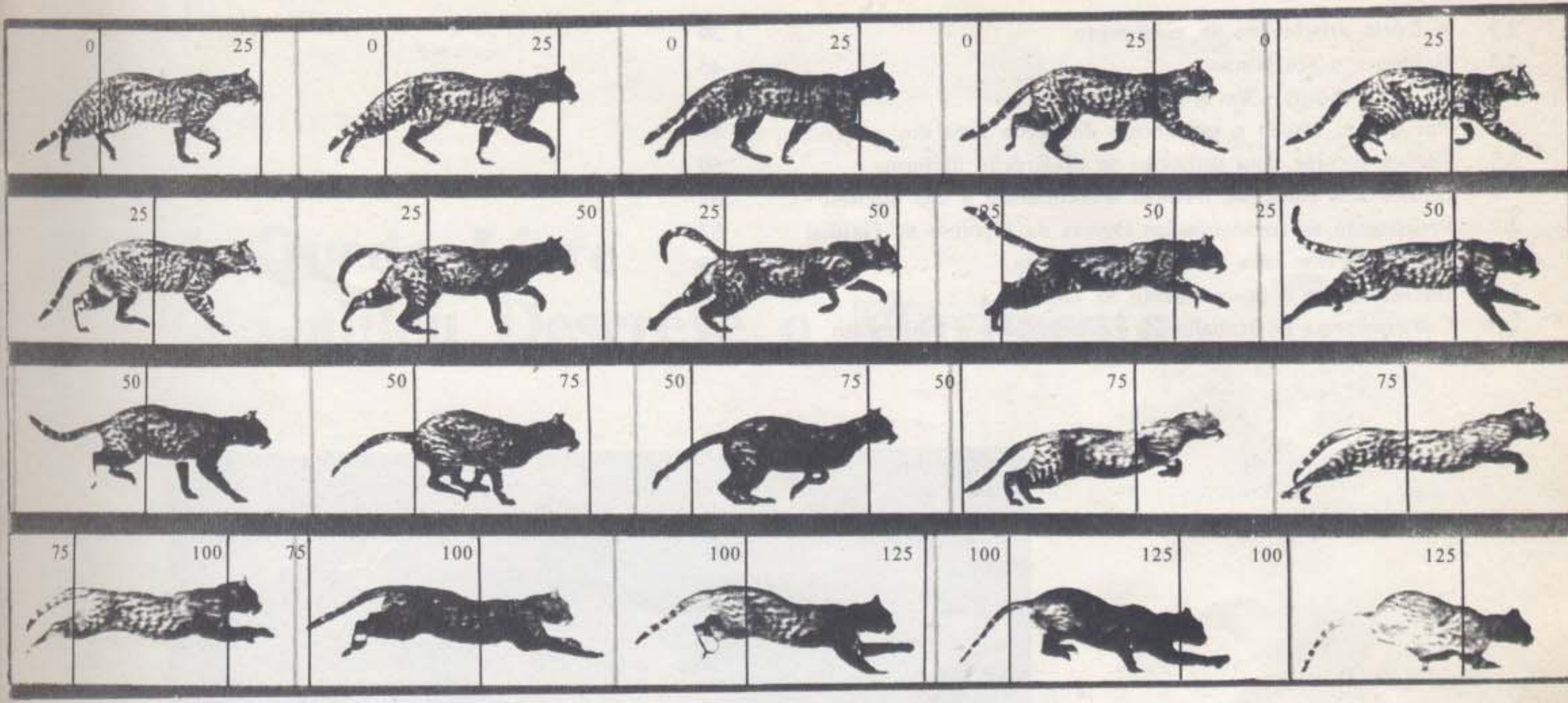
(a) Qual era a velocidade no instante $t = 2{,}5$ s?

(b) Qual foi a aceleração máxima?

1.19 O feixe de electrões, num aparelho típico de televisão traça uma figura completa em 1/25 s e cada uma destas figuras é composta de 625 linhas. Se a largura do écran for de 50 cm, qual é a velocidade do feixe ao percorrê-lo?

1.20 Suponha que tem que medir a velocidade de uma bala, ao sair do cano de uma espingarda. Explique como o poderia fazer.

1.21 Analise o movimento do gato na série de fotografias apresentadas a seguir, que poderia ser intitulada "Gato a trote, passando a galope". Os número marcados em cada fotografia indicam a distância, em centímetros, medida a partir de uma linha fixa que, na primeira fotografia, se refere como "0". O intervalo de tempo entre cada duas exposições sucessivas é de 0,030 segundos.


0 25
0 25
0 25
0 25
0 25
25
25 50
25 50
25 50
25 50
50
50 75
50 75
50 75
75
75 100
75 100
100 125
100 125
100 125

Retrato de Galileu, por Ottavio Leoni, seu contemporâneo.

CAPÍTULO 2

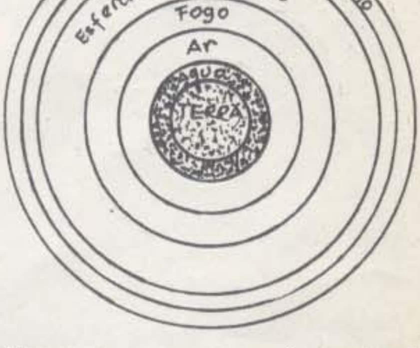
A Queda Livre — Galileu Descreve o Movimento

2.1 A teoria aristotélica do movimento

GE 2.1

Seguiremos neste capítulo o desenvolvimento de um importante exemplo de investigação básica: o estudo dos corpos em queda livre feito por Galileu. Embora o problema físico da queda livre seja por si só interessante, o nosso estudo será orientado para a maneira como Galileu, um dos primeiros cientistas modernos, apresentou os seus argumentos. A sua perspectiva do mundo, a sua maneira de pensar, o seu uso da matemática e a sua confiança nos testes experimentais, marcam o estilo da ciência moderna. É por isto que estes aspectos do seu trabalho são tão importantes para nós como os resultados reais da sua investigação.

Para compreender a natureza do trabalho de Galileu e para apreciar o seu significado deveremos examinar primeiramente o esquema de pensamento lógico anterior a Galileu, e que foi por este substituído. Na ciência física medieval, tal como Galileu a aprendeu na Universidade de Pisa, supunha-se existir uma distinção perfeitamente vincada entre os objectos terrestres e os objectos celestes. Acreditava-se que toda a matéria terrestre, aquela que estava ao nosso alcance físico, era composta por uma mistura de quatro "elementos" — Terra, Água, Ar e Fogo. Mas não se pensava que estes elementos fossem idênticos aos materiais naturais com o mesmo nome. Pensava-se, por exemplo, que a água vulgar fosse uma mistura dos quatro elementos, embora o elemento predominante fosse a Água. Cada um dos quatro elementos era suposto ter um lugar natural na região terrestre. O lugar mais alto seria preenchido pelo Fogo; por baixo do Fogo estaria o Ar, depois a Água e, finalmente, na posição mais baixa, a Terra. Supunha-se também que cada um deles deveria procurar o seu próprio lugar. Assim o Fogo, se fosse deslocado para baixo da sua posição natural, tenderia a subir através do Ar. Da mesma maneira o Ar tenderia a subir através da Água, enquanto que a Terra deveria cair através quer do Ar quer da Água. O movimento de qualquer corpo real dependeria da correspondente mistura destes quatro elementos e da sua posição em relação aos respectivos lugares naturais. Quando a água fervia, por exemplo, o elemento Água juntava-se ao elemento Fogo, cujo lugar natural mais elevado levava a mistura a subir, como vapor. Uma



Esboço de uma concepção medieval do universo.

Esta perspectiva do «lugar natural» é suportada por grande parte da experiência da vida corrente. Veja-se GE 2.2.

pedra, pelo contrário, sendo principalmente constituída pelo elemento Terra, caía quando solta, passando através do Fogo, do Ar e da Água, até ficar em repouso na terra, seu lugar natural.

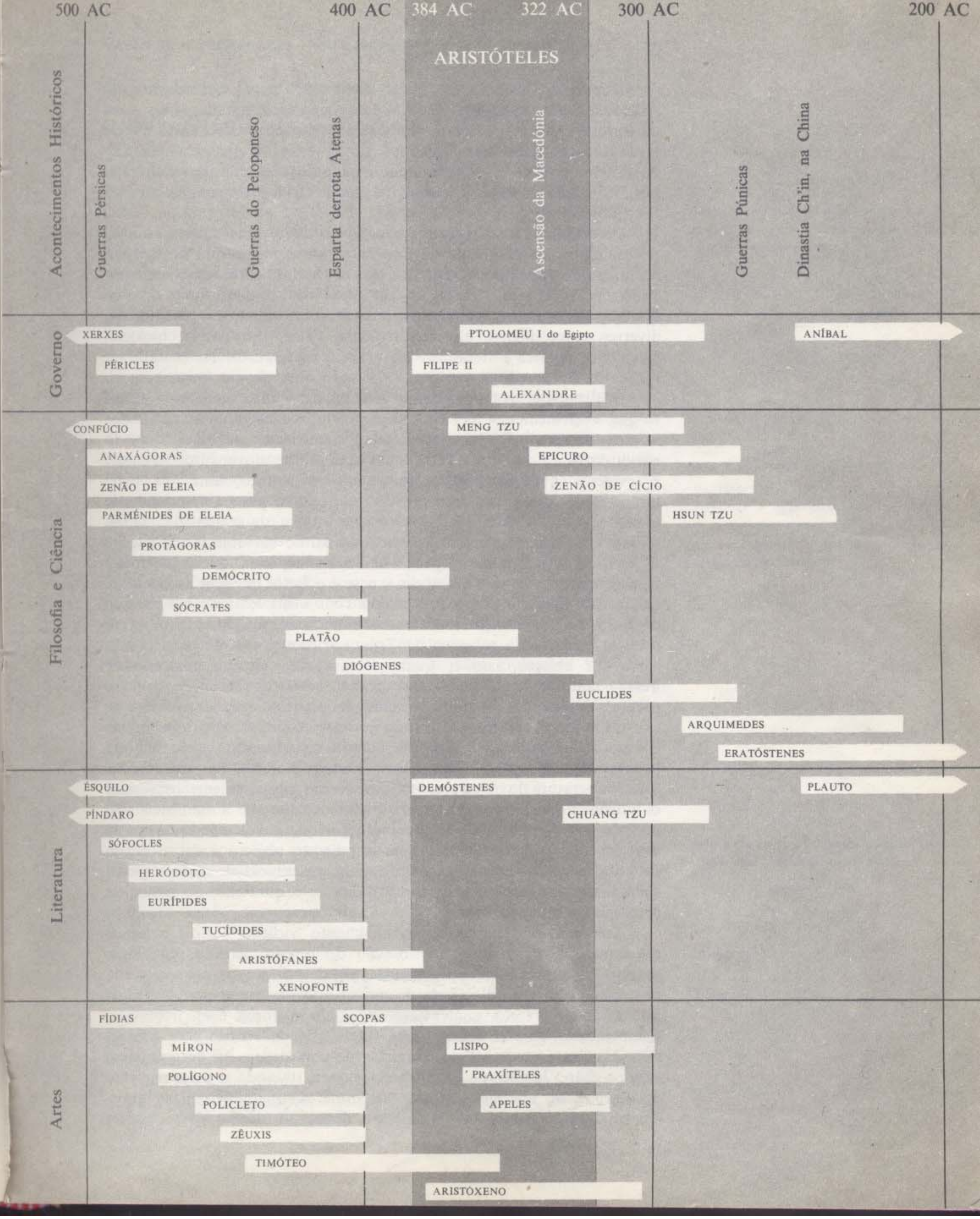
Os pensadores medievais acreditavam também que as estrelas, os planetas e os outros corpos celestes diferiam na composição e no comportamento dos objectos situados na superfície terrestre ou na sua proximidade imediata. Supunham eles que os corpos celestes não continham nenhum dos quatro elementos ordinários, sendo unicamente formados por um quinto elemento, a quinta-essência. O movimento natural de objectos compostos deste elemento não era nem a queda nem a ascensão, mas antes uma interminável revolução circular em torno do centro do universo. Este centro era suposto estar colocado no centro da Terra. Os corpos celestes, embora em movimento, estariam sempre nos seus lugares naturais. Consequentemente, eles seriam radicalmente distintos dos objectos terrestres, que se deslocavam animados de movimento natural apenas quando afastados da sua posição natural e em direcção a esta.

De *quinta essentia*, ou seja, quinta essência. Em grego antigo, o termo utilizado era *aether* (ou éter).

Esta teoria, largamente defendida na época de Galileu, tivera a sua origem quase 2000 anos antes, no século IV A. C. Encontramo-la claramente exposta nos trabalhos do filósofo grego Aristóteles. Esta ciência física, construída sobre a ordem, a classe, o lugar e a finalidade, encontra-se em razoável acordo com muitos factos observados quotidianamente. E parecia particularmente plausível em sociedades como aquelas em que Aristóteles e Galileu viveram, onde a posição hierárquica e a ordem eram dominantes na experiência humana. Além disso, estas concepções da matéria e do movimento eram apenas uma parte de um esquema universal ou "cosmologia". Na sua cosmologia, Aristóteles procurou relacionar ideias actualmente agrupadas separadamente, sob os nomes de ciência, poesia, política, ética e teologia.

Não se sabe muito sobre a aparência física de Aristóteles ou sobre a sua vida. Pensa-se que tenha nascido em 384 A. C., na província grega da Macedónia. Seu pai era o médico do Rei da Macedónia, de modo que a primeira infância de Aristóteles foi passada na corte. Completou a sua educação em Atenas, regressando mais tarde à Macedónia para se tornar o tutor de Alexandre, o Grande. Em 335 A. C. Aristóteles regressou a Atenas e fundou o Liceu, simultaneamente escola e centro de investigação.

Quadro intitulado "Escola de Atenas", de Rafael (princípios do século XVI). Reflecte um aspecto primordial da Renascença, o recrudescer do interesse pela cultura clássica grega. As figuras centrais são Platão (à esquerda, apontando para o céu) e Aristóteles (apontando para o solo).


500 AC
400 AC
384 AC
322 AC
300 AC
200 AC
ARISTÓTELES
Acontecimentos Históricos
Guerras Pérsicas
Guerras do Peloponeso
Esparta derrota Atenas
Ascensão da Macedônia
Guerras Púnicas
Dinastia Ch'in, na China
Governo
XERXES
PÉRICLES
PTOLOMEU I do Egipto
FILIPE II
ALEXANDRE
ANÍBAL
Filosofia e Ciência
CONFÚCIO
ANAXÁGORAS
ZENÃO DE ELEIA
PARMÊNIDES DE ELEIA
PROTÁGORAS
DEMÓCRITO
SÓCRATES
PLATÃO
DIÓGENES
MENG TZU
EPICURO
ZENÃO DE CÍCIO
HSUN TZU
EUCLIDES
ARQUIMEDES
ERATÓSTENES
Literatura
ÉSQUILO
PÍNDARO
SÓFOCLES
HERÓDOTO
EURÍPIDES
TUCÍDIDES
ARISTÓFANES
XENOFONTE
DEMÓSTENES
CHUANG TZU
PLAUTO
Artes
FÍDIAS
MÍRON
POLÍGONO
POLICLETO
ZÊUXIS
TIMÓTEO
SCOPAS
LISIPO
PRAXÍTELES
APELES
ARISTÓXENO

Depois do declínio da antiga civilização grega, os trabalhos de Aristóteles permaneceram virtualmente ignorados durante 1500 anos na Europa Ocidental. Foram redescobertos no século XIII D. C. e mais tarde incorporados nos trabalhos dos mestres e teólogos cristãos. Aristóteles passou então a exercer uma influência dominante, para o fim da Idade Média, a ponto de ser referido simplesmente como "O Filósofo".

Os trabalhos de Aristóteles constituem quase uma enciclopédia do pensamento clássico grego. Alguns deles parecem constituir um simples resumo do trabalho de outros, mas a maior parte deve ter sido criada pelo próprio Aristóteles. É difícil de acreditar, hoje em dia, que um único homem pudesse estar tão bem informado em assuntos tão diversos como lógica, filosofia, teologia, física, astronomia, biologia, psicologia, política e literatura. Há grandes especialistas que se mostram reticentes em acreditar que possa ser tudo obra de um único homem.

Infelizmente, as teorias físicas aristotélicas tinham limitações graves (o que, evidentemente, não diminui em nada os seus grandes contributos noutros campos). Segundo Aristóteles, a queda de um objecto pesado em direcção ao centro da Terra é um exemplo de movimento "natural". É evidente que ele pensou que qualquer objecto, uma vez livre, atinge rapidamente um determinado valor, final, para a velocidade de queda, à qual se continua a mover até ao fim da trajectória. Quais os factores determinantes da velocidade final de um objecto em queda? É fácil de ver que uma pedra cai mais depressa que uma folha. Consequentemente, raciocinou ele, o peso é o factor que rege a velocidade da queda. Esta conclusão concordava com a sua ideia de que a *causa* do peso era a presença do elemento Terra, cuja tendência natural era a de se dirigir para o centro da Terra. Portanto, quanto mais pesado fosse um objecto, isto é, quanto maior fosse o seu conteúdo de Terra, tanto maior seria a sua tendência para cair para o lugar natural, desenvolvendo portanto uma maior velocidade de queda.

Os mesmos objectos caem mais devagar através da água que através do ar, o que sugeriu a Aristóteles que a resistência do meio também poderia ser um factor determinante. Outros factores, tais como a cor ou a temperatura do objecto, também poderiam, possivelmente, influenciar o movimento de queda, mas Aristóteles decidiu que a influência não poderia ser significativa. A conclusão foi que a velocidade de queda deveria crescer em proporção com o peso do objecto e decrescer em proporção com a força resistente do meio. A velocidade real de queda, em qualquer caso particular, seria obtida pelo quociente do peso pela resistência do meio.

Aristóteles: a velocidade de queda é proporcional ao peso dividido pela resistência.

Aristóteles discutiu também o movimento "violento", isto é, qualquer movimento distinto do da deslocação do objecto para o seu "lugar natural". Tal movimento, argumentou ele, deveria ser sempre provocado por uma *força*, e a velocidade do movimento deveria crescer à medida que a própria força aumentasse. Quando a força fosse removida, o movimento deveria cessar. Esta teoria está de acordo com a experiência vulgar, resultante do empurrar de uma cadeia ou de uma mesa sobre o chão. Já não resulta tão bem, todavia, tratando-se do movimento de objectos no ar, uma vez que tais projécteis permanecem em movimento durante algum tempo, mesmo depois de deixar de se exercer

GE 2.3

força sobre eles. Para ter em conta este tipo de movimento, Aristóteles propôs que o próprio ar exerceria de alguma maneira uma força, que conservaria o objecto em movimento.

Mais tarde foram propostas por cientistas algumas modificações à teoria aristotélica do movimento. Por exemplo, no século V D. C., João de Alexandria sugeriu que a velocidade de um objecto em movimento natural deveria ser obtida *subtraindo* a resistência do meio do peso do objecto e não dividindo este pela resistência. João de Alexandria afirmou que o trabalho experimental suportava a sua teoria, embora não tivesse apresentado pormenores; disse apenas que deixara cair dois corpos, um dos quais era duas vezes mais pesado que o outro e que verificara que o corpo mais pesado não atingira o chão em metade do tempo do outro.

João Philoponus de Alexandria: a velocidade de queda é proporcional ao peso *menos* a resistência.

GE 2.4

Havia ainda outras dificuldades relacionadas com a teoria aristotélica do movimento. Todavia, as limitações conhecidas na altura das suas lições, em nada diminuíram a importância que as universidades francesas e italianas lhes atribuíram durante os séculos XV e XVI. É que, apesar de tudo, a teoria aristotélica do movimento estava de acordo com a experiência vulgar, quanto mais não fosse de uma maneira geral, qualitativa. Além disso, o estudo do movimento através do espaço interessava primariamente apenas alguns, poucos, eruditos, tal como tinha constituído unicamente uma muito pequena parte do próprio trabalho de Aristóteles.

Qualitativo refere-se a qualidade — ao *tipo* de coisas que acontecem. *Quantitativo* refere-se a quantidade — a medidas ou previsões de valores *numéricos*. Esta distinção aparecerá frequentemente ao longo deste curso.

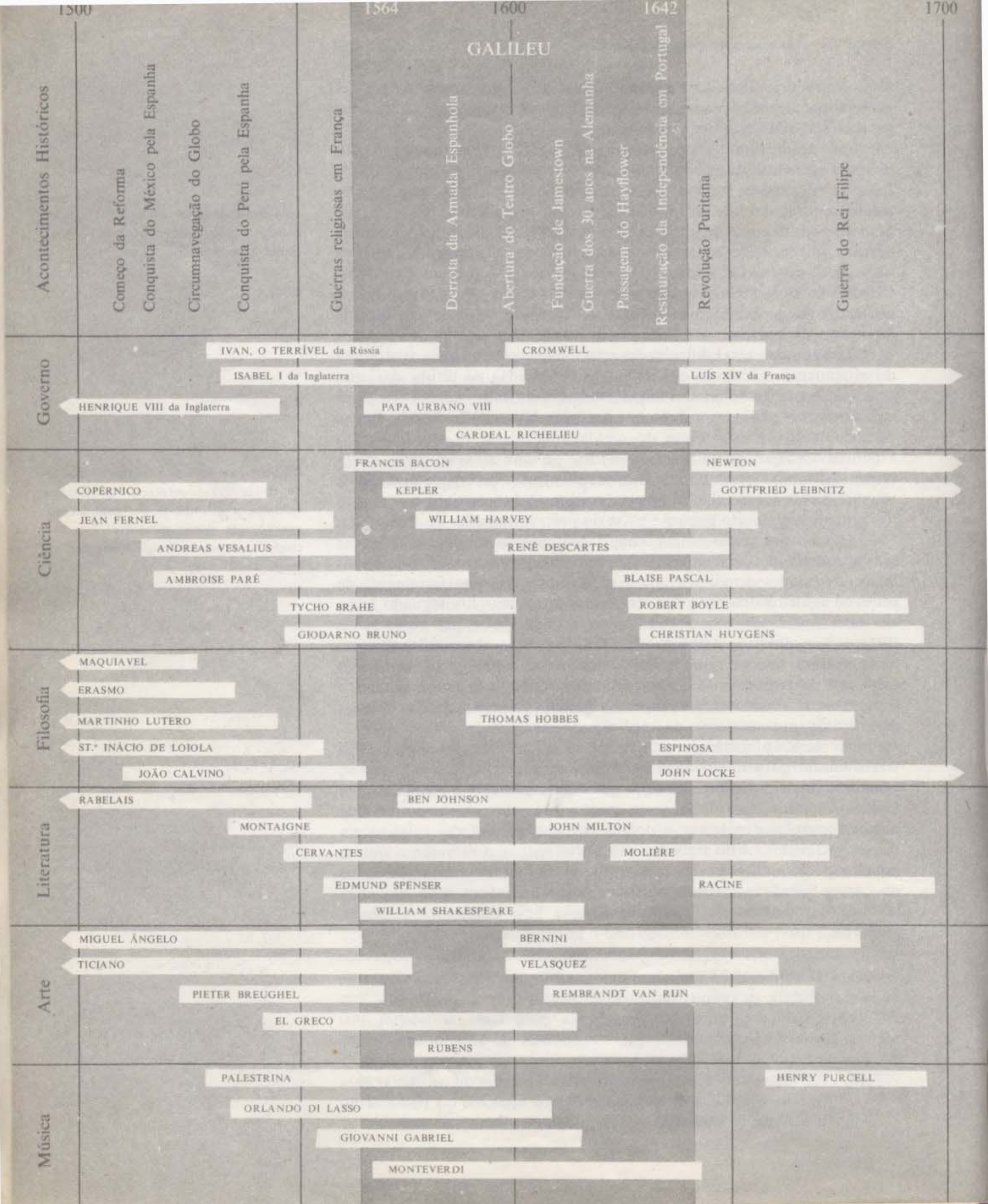
Dois outros factos entravaram o caminho às mudanças drásticas que acabaram por se verificar na teoria do movimento. Em primeiro lugar, Aristóteles acreditava que a matemática era uma ferramenta de pequeno valor na descrição dos fenómenos terrestres. Em segundo lugar ele tinha sustentado com grande ênfase a importância das observações directas e qualitativas como base da teorização (as observações qualitativas simples tiveram grande êxito nos estudos biológicos levados a cabo por Aristóteles). Mas, na realidade, verificou-se que o autêntico progresso na física começou apenas quando foi reconhecido o valor da previsão matemática e da medição pormenorizada e rigorosa.

Um certo número de grandes mestres dos séculos XV e XVI contribuíram para a mudança verificada na maneira de fazer ciência. Mas de todos eles Galileu foi de longe o mais eminente e bem sucedido. Galileu mostrou como descrever matematicamente o movimento de objectos simples e vulgares — pedras em queda e esferas rolando em planos inclinados. Este trabalho não abriu apenas o caminho a outros homens para que descrevessem e explicassem os movimentos de todos os corpos, desde calhaus a planetas: iniciou também uma autêntica revolução intelectual que conduziu ao que hoje chamamos a ciência moderna.

Q1 Descreva duas maneiras em que, de acordo com o ponto de vista aristotélico, os corpos terrestres e celestes difiram.

Q2 Quais das afirmações seguintes poderiam ser aceites nos séculos XV e XVI por aqueles que acreditavam no sistema aristotélico de pensamento?

(a) As ideias sobre o movimento deverão estar de acordo com a poesia, a política, a teologia e outros aspectos do pensamento e actividade humanos.



1500
1564
1600
1642
1700
GALILEU
Acontecimentos Históricos
Começo da Reforma
Conquista do México pela Espanha
Circumnavegação do Globo
Conquista do Peru pela Espanha
Guerras religiosas em França
Derrota da Armada Espanhola
Abertura do Teatro Globo
Fundação de Jamestown
Guerra dos 30 anos na Alemanha
Passagem do Hayflower
Restauração da Independência em Portugal
Revolução Puritana
Guerra do Rei Filipe
Governo
IVAN, O TERRÍVEL da Rússia
CROMWELL
ISABEL I da Inglaterra
LUÍS XIV da França
HENRIQUE VIII da Inglaterra
PAPA URBANO VIII
CARDEAL RICHELIEU
Ciência
FRANCIS BACON
NEWTON
COPÉRNICO
KEPLER
GOTTFRIED LEIBNITZ
JEAN FERNEL
WILLIAM HARVEY
ANDREAS VESALIUS
RENÉ DESCARTES
AMBROISE PARÉ
BLAISE PASCAL
TYCHO BRAHE
ROBERT BOYLE
GIODARNO BRUNO
CHRISTIAN HUYGENS
Filosofia
MAQUIAVEL
ERASMO
MARTINHO LUTERO
THOMAS HOBBES
ST.º INÁCIO DE LOIOLA
ESPINOSA
JOÃO CALVINO
JOHN LOCKE
Literatura
RABELAIS
BEN JOHNSON
MONTAIGNE
JOHN MILTON
CERVANTES
MOLIÈRE
EDMUND SPENSER
RACINE
WILLIAM SHAKESPEARE
Arte
MIGUEL ÂNGELO
BERNINI
TICIANO
VELASQUEZ
PIETER BREUGHEL
REMBRANDT VAN RIJN
EL GRECO
RUBENS
Música
PALESTRINA
HENRY PURCELL
ORLANDO DI LASSO
GIOVANNI GABRIEL
MONTEVERDI

(b) Os corpos pesados caem mais depressa que os leves.

(c) Se exceptuarmos o movimento em direcção ao "lugar natural", os corpos não deverão mover-se excepto quando actuados "violentamente" por uma força.

(d) A matemática e a medição precisa são excepcionalmente importantes no desenvolvimento de uma teoria do movimento.

2.2 Galileu e o seu tempo

Galileu Galilei nasceu em Pisa em 1564 — o ano da morte de Miguel Ângelo e do nascimento de Shakespeare. Filho de um nobre florentino, herdou do pai um activo interesse pela poesia, pela música e pelos clássicos. O seu espírito científico e inventivo começou cedo a manifestar-se. Por exemplo, ainda jovem estudante de medicina na Universidade de Pisa, construiu um maquinismo simples de medição do tempo, do tipo do pêndulo, para uma medida mais precisa da pulsação dos pacientes.

A Itália por volta do ano 1600

Desviado da medicina e atraído para a física pela leitura dos trabalhos de Euclides e Arquimedes, Galileu tornou-se rapidamente conhecido pela sua invulgar capacidade para a ciência. Com a idade de 26 anos foi designado Professor de Matemática em Pisa. Aí mostrou uma notável independência de pensamento, não amadurecida pelo tacto ou pela paciência. Pouco depois de ser designado para o cargo, começou a desafiar e criticar as opiniões dos seus colegas mais velhos, muitos dos quais se tornaram seus inimigos. Abandonou Pisa antes de terminar as suas funções, aparentemente forçado por dificuldades financeiras e pelos seus encarniçados opositores. Mais tarde, em Pádua, na República de Veneza, começou a trabalhar em astronomia. A sua defesa da teoria heliocêntrica do universo trouxe-lhe eventualmente novos inimigos, mas deu-lhe também uma fama imortal. Trataremos dessa parte do seu trabalho na Unidade 2 deste curso.

De regresso à província natal da Toscânia em 1610, por generosa oferta do Grão-Duque, Galileu tornou-se Filósofo e Matemático da Corte, título escolhido por ele próprio. De então até à morte, com 78 anos, continuou a investigar, a ensinar e a escrever, a despeito de doenças, de problemas familiares, de ocasionais dificuldades económicas e de discussões e lutas com os inimigos.

Primeira página do *Diálogo sobre os Dois Grandes Sistemas Universais* 1632).

2.3 *As Duas Novas Ciências*, de Galileu

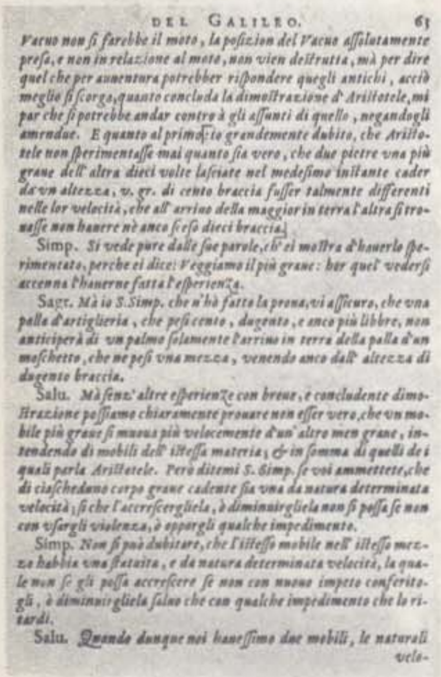
Os primeiros escritos de Galileu sobre mecânica (o estudo do comportamento da matéria sob a influência de forças) integravam-se na tradição das teorias físicas medievais típicas, embora ele estivesse consciente das limitações dessas teorias. Durante a sua maturidade, o seu principal interesse centrou-se na astronomia. Todavia, quando a Inquisição Católica Romana condenou o seu importante livro sobre astronomia, *Diálogo Sobre os Dois Grandes Sistemas Universais* (1632) e o proibiu de ensinar a "nova" astronomia, Galileu decidiu concentrar-se novamente na mecânica. O seu trabalho conduziu ao livro *Discursos e Demonstrações Matemáticas Relativas a Duas Novas Ciências Pertencentes à Mecânica e ao Movimento Local* (1638), vulgarmente referido

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

Primeira página de *Discursos e Demonstrações Matemáticas Relativas a Duas Novas Ciências Pertencentes à Mecânica e ao Movimento Local* (1638).

GE 2.5



DEL GALILEO. 63

Vacuo non si farebbe il moto, la posizion del Vacuo assolutamente presa, e non in relazione al moto, non vien destrutta, mà per dire quel che per auuentura potrebber rispondere quegli antichi, acciò meglio si scorga, quanto concluda la dimostrazione d'Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro à gli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo, io grandemente dubito, che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero, che due pietre una più graue dell'altra dieci volte lasciate nel medesimo instante cader da vn altezza, v. gr. di cento braccia fusser talmente differenti nelle lor velocità, che all'arriuo della maggior in terra l'altra si trouasse non hauere nè anco sceso dieci braccia.

Simp. *Si vede pure dalle sue parole, ch'ei mostra d'hauerlo sperimentato, perche ei dice: Veggiamo il più graue: hor quel vedersi accenna l'hauerne fatta l'esperienza.*

Sagr. *Mà io S. Simp. che n'hò fatto la proua, vi assicuro, che vna palla d'artiglieria, che pesi cento, dugento, e anco più libbre, non anticiperà di vn palmo solamente l'arriuo in terra della palla d'un moschetto, che ne pesi vna mezza, venendo anco dall'altezza di dugento braccia.*

Salu. *Mà senz'altre esperienze con breue, e concludente dimostrazione possiamo chiaramente prouare non esser vero, che vn mobile più graue si muoua più velocemente d'un'altro men graue, intendendo di mobili dell'istessa materia, & in somma di quelli de i quali parla Aristotele. Però ditemi S. Simp. se voi ammettete, che di ciaschedano corpo graue cadente sia vna da natura determinata velocità, si che l'accrescergliela, ò diminuirgliela non si possa se non con vsargli violenza, ò opporgli qualche impedimento.*

Simp. *Non si può dubitare, che l'istesso mobile nell'istesso mezzo habbia vna statuita, e da natura determinata velocità, la quale non se gli possa accrescere se non con nuouo impeto conferitogli, ò diminuirgliela saluo che con qualche impedimento che lo ritardi.*

Salu. *Quando dunque noi hauessimo due mobili, le naturali velo-*

Uma página da edição original italiana de *As Duas Novas Ciências*, mostrando passagens que estão traduzidas no texto.

pelo nome de *As Duas Novas Ciências*. Este trabalho assinalou o começo do fim não só da teoria medieval da mecânica, mas também de toda a cosmologia aristotélica que suportava.

Galileu estava velho, doente e quase cego quando escreveu *As Duas Novas Ciências*. Todavia, como em todos os seus escritos, o seu estilo é mágico e maravilhoso. Utilizou o diálogo para conseguir apresentar uma conversação "viva" entre três oradores: *Simplício*, o competente representante do ponto de vista aristotélico; *Salviatti*, o apresentador das novas ideias de Galileu; e *Sagredo*, o personagem intelectualmente não comprometido, de boa vontade e espírito aberto, ansioso por aprender. Naturalmente, como seria de esperar, Salviatti dirige os seus companheiros até às ideias de Galileu. Ouçamos os três oradores de Galileu a discutirem o problema da queda livre:

> *Salviatti:* Tenho sérias dúvidas que Aristóteles tenha alguma vez verificado experimentalmente se é verdade que duas pedras, deixadas cair de uma mesma altura de, digamos, 100 cúbitos, e uma delas pesando 10 vezes mais que a outra, adquirissem velocidades tão diferentes que, quando a mais pesada tocasse o solo, a mais leve não tivesse senão caído de 10 cúbitos. [1 "cúbito" mede cerca de 50 cm].

> *Simplício:* As suas palavras indicariam que ele teria tentado a experiência, pois ele diz: "Nós vemos a mais pesada"; ora a palavra "vemos" mostra que ele realmente fez a experiência.

> *Sagredo:* Mas, Simplício, eu que fiz a experiência posso garantir que uma bala de canhão, pesando uma ou duas centenas de libras ou mesmo mais, não tocará o chão com mais do que uma mão-travessa de avanço de uma bala de mosquete, pesando apenas meia libra, desde que ambas tenham sido largadas de uma altura de 200 cúbitos. [Uma libra equivale a 453,6 gramas].

Poder-se-ia esperar que houvesse aqui uma referência pormenorizada a uma experiência realizada por Galileu ou por algum dos seus colegas. Em vez disso, Galileu usa uma "experiência pensada" — uma análise do que deveria acontecer numa experiência imaginária — para lançar uma grave objecção sobre a teoria do movimento de Aristóteles:

> *Salviatti:* Mas, mesmo sem qualquer outra experiência, é possível provar claramente, por meio de um argumento curto e concludente, que um corpo mais pesado que outro não se move mais rapidamente que este, desde que ambos sejam do mesmo material e, em resumo, tais como os mencionados por Aristóteles. Mas diz-me, Simplício, se admites que cada corpo em queda adquire um valor definitivo de velocidade, fixado pela natureza, uma velocidade que não pode ser aumentada ou diminuída excepto pelo uso de uma violência ou de uma resistência?

> *Simplício:* Não poderá existir qualquer dúvida de que um corpo, movendo-se num meio simples, tem uma velocidade fixa determinada pela natureza, que não pode ser aumentada senão pela adição de ímpeto ou diminuída senão por alguma resistência que o trave.

Salviatti: Se tomarmos então dois corpos de velocidades diferentes é evidente que, ao uni-los, o mais rápido será parcialmente retardado pelo mais lento e que o mais lento será de alguma maneira apressado pelo outro. Não concordas comigo?

Simplício: Sem dúvida.

Salviatti: Mas se isto for verdade e se uma pedra bem grande se move com uma velocidade de, digamos, oito, enquanto que uma outra mais pequena se move com uma velocidade de quatro, então quando as duas estiverem unidas o sistema mover-se-á a uma velocidade menor que oito; mas as duas pedras juntas formam uma pedra maior que a que se movia antes com a velocidade de oito. Consequentemente, o corpo mais pesado move-se mais devagar que o mais leve, um efeito que é contrário àquilo que supões. Vês assim como, a partir da tua suposição de que o corpo mais pesado se move mais rapidamente que o mais leve, posso concluir que o corpo mais pesado se move mais lentamente.

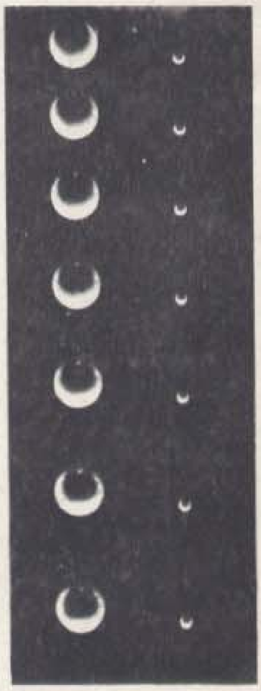
Simplício: Não sei que dizer... Isso está, na verdade, para lá da minha compreensão.

GE 2.6

Simplício mostra-se confundido quando Salviatti lhe mostra que a teoria aristotélica sobre a queda dos corpos é autocontraditória. Mas embora Simplício não consiga refutar a lógica de Galileu, os seus olhos mostram-lhe que um objecto pesado cai *realmente* mais depressa que um objecto leve:

Simplício: O teu argumento é realmente admirável; mas mesmo assim não me parece fácil de acreditar que um pequeno grão de chumbo caia tão velozmente como uma bala de canhão.

Salviatti: Por que não dizer o mesmo de um grão de areia e de uma mó? Mas, Simplício, acredito que não seguirás o exemplo de muitos outros que desviam a discussão da sua principal finalidade, atirando-se a qualquer afirmação minha que se afaste da verdade apenas pela espessura de um cabelo e escondendo atrás desse cabelo o erro de um outro, tão grosso como o cabo de um navio. Aristóteles afirma que "uma esfera de ferro de uma centena de libras de peso largada da altura de 100 cúbitos atinge o chão antes que uma outra esfera de uma libra de peso tenha caído um simples cúbito". Eu afirmo que elas chegam ao chão ao mesmo tempo. Ao fazeres a experiência, verificas que a esfera mais pesada ganha sobre a outra apenas um avanço igual à espessura de dois dedos... Não irás agora esconder por detrás desses dois dedos os 99 cúbitos de Aristóteles, nem mencionarás o meu pequeno erro, passando em silêncio sobre o seu erro enorme.



Uma fotografia estroboscópica de duas esferas de pesos diferentes em queda livre. As duas esferas foram largadas simultaneamente. O intervalo de tempo entre duas imagens sucessivas é de 1/30 segundo.

Eis uma afirmação clara de um importante princípio: mesmo numa cuidadosa observação de um acontecimento natural vulgar, a atenção do observador poderá ser atraída pelo que é na realidade um pequeno efeito, trazendo como consequência a não observação de uma regularidade muito mais importante. Diferentes corpos caindo através do ar de uma mesma altura, efectivamente, *não* atingem o chão exactamente no mesmo instante. Todavia, o ponto importante não é o facto de

A designação «queda livre», tal como é hoje usada em física, refere-se à queda em que a única força actuante é a gravidade; isto é, despreza-se a resistência do ar.

que os instantes de chegada são *ligeiramente diferentes*, mas o de que eles são *muito aproximadamente os mesmos*! Galileu encara o facto de os corpos não chegarem exactamente ao mesmo tempo como um efeito menor, que poderia ser explicado por uma compreensão mais profunda do movimento em queda livre. O próprio Galileu atribui, correctamente, os resultados observados a diferenças no efeito da resistência do ar ao movimento de corpos com diferentes dimensões e pesos. Alguns anos após a morte de Galileu, a invenção da bomba de vácuo permitiu que outros mostrassem que Galileu tinha razão. Eliminado o feito da resistência do ar — por exemplo, quando uma pena e uma pesada moeda de ouro são largadas da mesma altura e ao mesmo tempo no interior de um reservatório em que previamente se fez vazio — corpos diferentes caem à mesma velocidade e atingem o fundo do reservatório ao mesmo tempo. Só muito depois de Galileu foi possível formular as leis da resistência do ar, que levaram à compreensão de quando e por quanto é menor a velocidade de um corpo leve do que a de um outro mais pesado.

Aprender o que se deve ignorar foi quase tão importante para o desenvolvimento da ciência como aprender o que se deve considerar. No caso da queda dos corpos, a explicação de Galileu dependeu do facto de ele ser capaz de imaginar como cairia um objecto se não existisse resistência do ar. Isto pode ser fácil para nós, conhecedores das bombas de vácuo, mas tratava-se de uma explicação difícil de aceitar no tempo de Galileu. Para a maior parte das pessoas, tal como para Aristóteles, o mero senso comum indicava que a resistência do ar estava sempre presente na natureza. Consequentemente, uma pena e uma moeda nunca poderiam cair à mesma velocidade. Para quê falar de hipotéticos movimentos no vácuo, se nem se podia mostrar que tal vácuo existia? A física, assim como o disseram Aristóteles e os seus seguidores, deverá preocupar-se com o mundo à nossa volta, com aquilo que podemos observar e não com uma espécie de mundo imaginário que poderá nunca ser encontrado.

A física aristotélica tinha dominado a Europa a partir do século XIII, em grande parte porque muitos cientistas inteligentes estavam convencidos de que ela oferecia o método mais racional para a descrição dos fenómenos naturais. Vencer uma doutrina tão firmemente estabelecida exigiu muito mais do que a escrita de argumentos razoáveis ou do que largar objectos leves e pesados do cimo de um alto edifício, como se diz muitas vezes que foi feito por Galileu (e que provavelmente não corresponde à verdade) do cimo da Torre Inclinada de Pisa. Foi necessária a invulgar combinação de talento matemático, habilidade experimental, estilo literário e pertinácia infatigável de Galileu para desacreditar as teorias de Aristóteles e para iniciar a era da física moderna.

Uma razão básica para o êxito de Galileu foi a de que este expôs precisamente o ponto mais fraco da teoria aristotélica, ao mostrar que a física poderá tratar melhor os fenómenos se compreendermos que o mundo das observações à nossa volta não é o ponto de partida simples que os aristotélicos pensavam ser. Pelo contrário, o mundo que observamos vulgarmente é quase sempre muito complexo. Por exemplo, ao observar-se a queda dos corpos podem-se ver os efeitos quer da lei da queda quer da lei da resistência sobre os objectos que se movem através do ar. Para se compreender o que se observa deverá começar-se por um caso simples (tal como o da queda sem resistência), mesmo que isto tenha de ser "visto" apenas na mente do observador ou através de um modelo matemático. Ou poderá recorrer-se a uma experiência no laboratório, onde as condições vulgares de observação podem ser alteradas. Só depois de se compreender cada um dos diferentes efeitos por si só se deverão encarar as complexidades de conjunto constituído pelo caso ordinário.

Q3 Se um prego e um palito forem simultaneamente deixados cair da mesma altura, não tocam o chão exactamente no mesmo instante (Experimente-se com estes objectos ou outros semelhantes). Como explicaria este facto a teoria aristotélica? Qual seria a explicação de Galileu?

2.4 Por que se estuda o movimento de queda livre dos corpos?

Poucos pormenores eram realmente novos no ataque de Galileu à cosmologia aristotélica. Todavia, os seus estudos e as suas descobertas constituíram o primeiro desenvolvimento coerente da ciência do movimento. Galileu apercebeu-se de que, de todos os movimentos observáveis na natureza, o de queda livre era a chave da compreensão de todos os movimentos dos corpos. O golpe de génio manifestou-se na decisão de *qual* o fenómeno-chave a estudar. Mas Galileu é também, em muitos aspectos, um exemplo típico dos cientistas em geral. Os seus estudos sobre o problema do movimento são um bom exemplo a ser usado nos capítulos seguintes na discussão da estratégia a seguir na investigação, que ainda hoje é usada em ciência.

Por cosmologia aristotélica entende-se todo o encadeamento de ideias sobre a estrutura do universo físico e o comportamento dos objectos no seu interior. Esta questão foi brevemente mencionada na Secção 2.1. Outros aspectos serão apresentados na Unidade 2.

Estas são algumas das razões que justificam o estudo pormenorizado do trabalho de Galileu sobre o problema da queda livre. O próprio Galileu viu ainda uma outra razão — que o estudo que ele se propunha fazer sobre o movimento era apenas o primeiro passo num campo científico desconhecido e tremendamente rico:

> O meu objectivo é expor uma ciência completamente nova, tratando de um assunto muito antigo. Não haverá talvez na natureza nada de mais antigo que o movimento, a respeito do qual os livros escritos pelos filósofos não são nem escassos nem pequenos; todavia, descobri algumas propriedades importantes que não foram até agora nem observadas nem demonstradas. Foram já feitas algumas observações superficiais como, por exemplo, que o movimento natural de um corpo pesado em queda é continuamente acelerado, mas ainda não foi indicado até que ponto ocorre esta aceleração.
>
> Consegui também provar outros factos, não escassos em número nem em importância; e, o que considero mais importante, abriram-se para esta vasta e excelente ciência, da qual o meu trabalho não passa de um prólogo, caminhos e direcções, que outras mentes mais valiosas que a minha explorarão até às mais recônditas fronteiras.

Na verdade, já muito antes de Galileu se tinha passado da fase de mera «observação superficial». Por exemplo, Nicolas Oresme e outros, da Universidade de Paris, descobriram em 1330 a mesma relação distância-tempo para os corpos em queda que Galileu anunciava em *As Duas Novas Ciências*. Parte do seu raciocínio é discutido na questão 2.7 do Guia de Estudo.

2.5 Galileu escolhe uma definição de aceleração uniforme

Convirá ter um plano de acção bem claro sempre em mente, à medida que se progredir no estudo da matéria deste capítulo. Em cada uma das secções do texto, interrogue-se sempre se Galileu está:
— a apresentar uma definição;
— a pôr uma hipótese;
— a deduzir previsões a partir da sua hipótese;
— a verificar experimentalmente as previsões efectuadas.

As Duas Novas Ciências tratam directamente do movimento dos corpos em queda livre. Ao estudar os próximos parágrafos, deveremos ter sempre em atenção a finalidade proposta por Galileu. Em primeiro lugar, ele discute a matemática de um tipo de movimento simples e possível (a que chamamos hoje de aceleração uniforme ou constante). Depois ele propõe (ou admite) que os corpos pesados caem na realidade exactamente dessa maneira. Em seguida, tomando como base essa hipótese, obtém um certo número de previsões em relação ao movimento de esferas rolando sobre um plano inclinado. Finalmente, mostra que a experiência está de acordo com aquelas previsões.

A primeira parte do trabalho de Galileu é uma completa discussão do movimento com velocidade constante, semelhante à que foi feita no capítulo 1. Essa discussão conduz à segunda parte, onde se pode encontrar Salviatti a dizer:

> Passamos agora ao... movimento naturalmente acelerado, tal como é o efectuado pelos corpos pesados em queda.
>
> ...no estudo do movimento naturalmente acelerado somos levados a usar apenas os métodos mais comuns, mais simples e fáceis, seguindo o método da própria natureza, em todos os seus vários processos.
>
> Quando, portanto, observo uma pedra, inicialmente em repouso, cair de uma posição elevada e adquirir constantemente novos incrementos na sua velocidade, por que não deverei acreditar que tais acréscimos têm lugar de uma maneira extremamente simples e óbvia para toda a gente? Se examinarmos o problema cuidadosamente descobriremos que o processo de incrementação mais simples é o que se obtém pela adição repetida de uma mesma parcela, sempre da mesma maneira. Compreenderemos isto imediatamente ao considerar a relação íntima que existe entre o tempo e o movimento; assim como a uniformidade do movimento é definida e concebida na base de tempos iguais e de espaços iguais (chamamos uniforme ao movimento em que em intervalos de tempo iguais se percorrem distâncias iguais), de uma maneira semelhante podemos conceber que os acréscimos de velocidade têm lugar a intervalos de tempo iguais, sem mais complicação...
>
> Consequentemente, a definição do movimento que estamos a estudar pode ser feita do seguinte modo:
>
> *Um movimento é dito uniformemente acelerado quando, partindo do repouso, o corpo adquire iguais incrementos na velocidade em intervalos de tempo iguais.*
>
> *Sagredo:* Embora não possa opor uma objecção racional a esta ou a qualquer outra definição, apresentada seja por quem for, já que todas as definições são arbitrárias, sinto-me todavia autorizado a duvidar se uma definição como essa, estabelecida de uma maneira abstracta, corresponde e descreve o tipo do movimento acelerado que encontramos na natureza no caso de corpos em queda livre...

É o que se designa, por vezes, por princípio da Economia ou da Simplicidade: sempre que possível, tente-se explicar os acontecimentos naturais à custa da hipótese mais simples.

Repetindo Galileu mas usando os *nossos* símbolos: para uma velocidade uniforme, v, o quociente $\Delta d/\Delta t$ é constante. Relembre-se, paralelamente, a definição dada no Capítulo 1 para a aceleração uniforme:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{constante}$$

Em GE 2.8 e 2.9 discutem-se outras maneiras de exprimir esta relação.

Eis que Sagredo se interroga sobre se a definição arbitrária que Galileu dá de aceleração corresponderá à maneira como caem os objectos reais. Será a aceleração, tal como a definida, realmente útil na descrição do fenómeno natural? Sagredo levanta também uma outra questão, ainda não discutida por Galileu:

A partir dessas considerações talvez se possa obter uma resposta a uma pergunta já abordada pelos filósofos, a de qual será a *causa* da aceleração do movimento natural dos corpos pesados...

Mas Salviatti, o porta-voz de Galileu, rejeita a tendência clássica de investigar os fenómenos olhando para as suas causas. Será prematuro, diz ele, investigar a causa de um movimento antes de se obter uma descrição precisa do fenómeno:

Salviatti: Não parece ser esta a altura mais apropriada para se investigar a causa da aceleração do movimento natural, em relação à qual os filósofos emitiram já diversas opiniões, alguns explicando-a pela atracção para o centro, outros pela repulsão entre partes muito pequenas do corpo e outros ainda atribuindo-a a uma certa pressão do meio que, fechando-se por cima do corpo em queda, o empurraria de uma posição para a seguinte. É evidente que todas estas fantasias e outras mais deverão ser examinadas, mas não vale realmente a pena. O único propósito do nosso Autor, neste momento, é o de investigar e demonstrar algumas das propriedades do movimento acelerado, qualquer que seja a causa dessa aceleração.

Salviatti refere-se aqui à ideia aristotélica de que o ar impele um objecto que se move nele (veja-se a Secção 2.1).

Galileu introduziu já duas proposições distintas: 1) aceleração "uniforme" significa iguais incrementos de velocidade, Δv, em iguais intervalos de tempo, Δt; e 2) a queda dos corpos obedece realmente a essa hipótese. Olhemos com mais atenção a definição proposta por Galileu.

Será a única maneira de definir a aceleração uniforme? De modo algum! O próprio Galileu afirma ter pensado que poderia ser mais útil definir o termo aceleração uniforme em relação a um movimento no qual a velocidade aumentasse proporcionalmente à distância percorrida, Δd, em vez de ser proporcionalmente ao tempo, Δt. Note-se que ambas as definições satisfazem ao requisito de simplicidade exigido por Galileu. (Na verdade ambas as definições tinham sido discutidas desde o início do século XIV.) Além disso, ambas as definições parecem enquadrar-se igualmente bem dentro da noção comum de aceleração. Quando dizemos que um corpo está "a acelerar", tanto podemos querer dizer que "quanto mais longe está, mais depressa anda" como "quanto mais tempo passa, mais depressa anda". Como escolher entre estas duas possibilidades? Qual será a definição mais útil para a descrição da natureza?

É aqui que a experiência se torna importante. Galileu prefere definir a aceleração uniforme como a do movimento no qual a variação de velocidade, Δv, é proporcional ao tempo decorrido, Δt, e demonstra em seguida que esta definição está de acordo com o comportamento de corpos reais em movimento, tanto no laboratório como na experiência vulgar e directa, digamos "não-preparada". Como se verá mais adiante, a escolha foi correcta. Mas ver-se-á também que Galileu não conseguiu provar a sua hipótese por meios óbvios ou directos.

Q4 Descreva velocidade uniforme, sem se referir a cubos de gelo ou a fotografias estroboscópicas, ou a qualquer objecto ou técnica de medida em particular.

Q5 Exprima por palavras a definição dada por Galileu de movimento uniforme acelerado. Escreva-a também na forma de uma equação.

Q6 Quais as duas condições exigidas por Galileu para a sua definição de aceleração uniforme?

2.6 Galileu não consegue verificar directamente a sua hipótese

Depois de ter definido aceleração uniforme de acordo com a maneira como *acreditava* que se comportavam os corpos em queda livre, o passo seguinte de Galileu foi o de procurar uma maneira de mostrar que a definição escolhida para a aceleração uniforme era útil para a descrição dos movimentos observados.

O símbolo $\propto$ significa «directamente proporcional a».

GE 2.10.

Suponhamos que deixamos cair um objecto pesado de várias alturas diferentes — digamos das janelas de diversos andares de um prédio. Queremos verificar se a velocidade final aumenta em proporção com o tempo que ele leva a cair — isto é, se $\Delta v \propto \Delta t$ ou, o que é o mesmo, se $\Delta v/\Delta t$ é constante. Em cada ensaio deveremos observar o tempo de queda e a velocidade do objecto, imediatamente antes de chocar com o chão. Mas aí é que está o problema! Mesmo hoje seria muito difícil efectuar na prática uma *medida directa* da velocidade alcançada pelo objecto imediatamente antes de atingir o chão. Além disso, os tempos de queda totais (menos de 3 segundos, mesmo para uma queda do cimo de um prédio de 10 andares) são mais curtos do que os que Galileu poderia ter medido com a precisão dos relógios de que dispunha. Por tudo isso não lhe era possível efectuar um teste directo sobre a constância de $\Delta v/\Delta t$.

Q7 De entre as apresentadas a seguir, quais são as razões válidas pelas quais Galileu não poderia ter verificado directamente se a velocidade final alcançada por um corpo em queda livre é proporcional ao tempo de queda?

(a) A sua definição estava errada.
(b) Ele não poderia medir a velocidade do objecto imediatamente antes de alcançar o solo.
(c) Não existiam instrumentos para medir o tempo.
(d) Ele não poderia ter medido as distâncias com precisão suficiente.
(e) A experimentação não era autorizada em Itália.

2.7 Procurando as consequências lógicas da hipótese de Galileu

A impossibilidade de efectuar medidas *directas* para verificar a sua hipótese — de que $\Delta v/\Delta t$ é constante na queda livre — não fez parar Galileu. Voltando-se para a matemática, procurou derivar da sua hipótese alguma outra relação que *pudesse* ser comprovada com o equipamento de que dispunha. Veremos que, em alguns passos, se aproximou muito de uma expressão capaz de demonstrar a sua hipótese inicial.

Grandes distâncias de queda e grandes intervalos de tempo são, naturalmente, mais fáceis de medir que os pequenos valores de Δd e Δt necessários para determinar a velocidade final do objecto em queda, imediatamente antes de atingir o solo. Por isso, Galileu tentou descobrir, pelo raciocínio, como deveria variar a distância total de queda em relação ao tempo total de queda se os corpos caíssem com aceleração uniforme. Já sabemos como determinar a distância total percorrida num determinado tempo total, para um movimento com velocidade constante. Vamos agora deduzir uma nova equação que relaciona a distância total de queda com o tempo total para um movimento com *aceleração* constante. Não seguiremos a par e passo a dedução de Galileu, mas o resultado será o mesmo. Em primeiro lugar rememoraremos a definição de velocidade média, como sendo a distância percorrida, Δd, dividida pelo tempo decorrido, Δt:

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Esta é uma definição geral e pode ser usada para calcular a velocidade média a partir das medidas de Δd e Δt, independentemente de Δd e Δt serem grandes ou pequenos. A equação pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\Delta d = v_{\text{méd}} \times \Delta t$$

Esta equação é sempre verdadeira, embora seja na realidade uma definição de $v_{\text{méd}}$. Para o caso particular do movimento a velocidade constante, v, vem $v_{\text{méd}} = v$ e, consequentemente, $\Delta d = v \times \Delta t$. Quando o valor de v é conhecido (quando, por exemplo, um carro é conduzido à velocidade constante de 60 km/h, medida no velocímetro), esta equação pode ser usada para o cálculo da distância percorrida (Δd) num dado intervalo de tempo (Δt) qualquer. Mas no movimento uniformemente acelerado a velocidade *varia* continuamente — portanto, que valor usar para $v_{\text{méd}}$?

A resposta envolve apenas um pouco de álgebra e algumas considerações plausíveis. Galileu pensou (tal como outros tinham já feito antes dele) que para qualquer quantidade variando uniformemente, *o valor médio está exactamente a meio caminho entre o valor inicial e o valor final*. Para o movimento uniformemente acelerado iniciando-se a partir do repouso (para o qual é $v_{\text{inicial}} = 0$) e terminando à velocidade v_{final}, esta regra diz-nos que a velocidade média é a média das velocidades inicial e final, v_{inicial} e v_{final} — isto é, $v_{\text{méd}} = \frac{1}{2} v_{\text{final}}$. Se este raciocínio for correcto, segue-se que:

De uma maneira mais geral, a velocidade média será:

$$v_{\text{méd}} = \frac{v_{\text{inicial}} + v_{\text{final}}}{2}$$

$$\Delta d = \tfrac{1}{2} v_{\text{final}} \times \Delta t$$

para o movimento uniformemente acelerado iniciando-se a partir do repouso.

GE 2.11, 2.12.

Esta relação ainda não poderia ter sido verificada directamente, já que nela está envolvida uma velocidade. O que nos propomos fazer é obter uma equação que relacione a distância e o tempo totais, sem qualquer necessidade de medição de velocidades.

Olhemos então para a definição de aceleração uniforme, dada por Galileu: $a = \Delta v / \Delta t$. Poderemos reescrever esta equação na forma $\Delta v = a \times \Delta t$. O valor de Δv é exactamente $v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}$, e $v_{\text{inicial}} = 0$ para um movimento que se inicia a partir do repouso. Portanto, podemos escrever:

$$\Delta v = a \times \Delta t$$
$$v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}} = a \times \Delta t$$
$$v_{\text{final}} = a \times \Delta t$$

Podemos agora substituir esta expressão para v_{final} na equação obtida acima para Δd. Consequentemente, *se* o movimento se inicia a partir do repouso e *se* ele for uniformemente acelerado (e *se* a regra da média estiver correcta, tal como supusemos), poderemos escrever:

$$\Delta d = \tfrac{1}{2} v_{\text{final}} \times \Delta t$$
$$= \tfrac{1}{2}(a \times \Delta t) \times \Delta t$$

Ou, reagrupando os termos:

$$\Delta d = \tfrac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

Este é o tipo de relação procurada por Galileu — relaciona a distância total Δd com o tempo total Δt, sem envolver qualquer termo dependente da velocidade.

Antes de acabar, contudo, vamos simplificar os símbolos que aparecem na equação, de modo a tornar mais fácil a sua utilização. Medindo a distância e o tempo a partir da posição e do instante em que o movimento se inicia ($d_{\text{inicial}} = 0$ e $t_{\text{inicial}} = 0$), os intervalos Δd e Δt têm os valores dados por d_{final} e t_{final}. A equação escrita acima pode, portanto, ser escrita mais simplesmente na forma:

GE 2.13, 2.14

$$d_{\text{final}} = \tfrac{1}{2} a t^2_{\text{final}}.$$

Note-se que esta é uma relação muito particular — dá a distância total de queda como função do tempo total de queda, mas apenas se o movimento começar do repouso ($v_{\text{inicial}} = 0$), se a aceleração for uniforme ($a = constante$) e se o tempo e a distância forem medidas a partir do início do movimento ($t_{\text{inicial}} = 0$ e $d_{\text{inicial}} = 0$).

Galileu chegou à mesma conclusão, embora não tivesse usado formas algébricas para o exprimir. Uma vez que estamos interessados unicamente na situação particular de a aceleração, a, ser constante, a quantidade $\tfrac{1}{2}a$ é também constante e poderemos apresentar a conclusão a que chegámos na forma de uma proporção: no movimento uniformemente acelerado iniciado a partir do repouso, a distância percorrida é proporcional ao quadrado do tempo decorrido, ou seja:

$$d_{\text{final}} \propto t^2_{\text{final}}$$

Por exemplo, se um automóvel em movimento uniformemente acelerado a partir do repouso percorrer 10 metros no primeiro segundo, no *dobro* do tempo terá percorrido uma distância *quatro* vezes maior, ou seja, 40 metros nos primeiros dois segundos. Nos primeiros três segundos deslocar-se-á para um ponto nove vezes mais distante, ou seja 90 metros.

Outra maneira de exprimir esta relação é dizer que o quociente de d_{final} por t^2_{final} tem valor constante, isto é:

GE 2.15

$$\frac{d_{\text{final}}}{t^2_{\text{final}}} = constante$$

Portanto, um resultado lógico da proposição original de Galileu para definição de aceleração uniforme poderá ser expresso da seguinte maneira: se um corpo acelerar uniformemente a partir do repouso, o quociente d/t^2 deverá ser constante. Inversamente, qualquer movimento para o qual o quociente de d por t^2 seja constante, para várias distâncias e correspondentes intervalos de tempo, será um caso de movimento com *aceleração uniforme*, tal como esta é definida por Galileu.

Por uma questão de comodidade e porque a usaremos muitas vezes, representaremos a expressão $d_{inicial}/t^2_{final}$ simplesmente por d/t^2 — subentendendo-se, no entanto, que d e t significam a distância total e o tempo total do movimento, e que este se iniciou a partir do repouso.

É evidente que haverá que verificar se o movimento de queda livre dos corpos exibe *realmente* estas características. Recorde-se a impossibilidade encontrada de verificar directamente se $\Delta v/\Delta t$ tem valor constante. Galileu mostrou que uma consequência lógica da constância de $\Delta v/\Delta t$ é a constância do quociente de d_{final} por t^2_{final}. Os valores do tempo total e da distância de queda seriam mais fáceis de medir do que os pequenos valores de Δd e Δt necessários para calcular Δv. Todavia, a medição do tempo de queda era ainda uma tarefa difícil, com os recursos disponíveis na altura. Por isso, em vez de uma verificação *directa* da sua hipótese, Galileu concebeu de uma maneira engenhosa uma verificação indirecta.

Q8 Por que razão era mais promissora para Galileu a equação $d = \frac{1}{2}at^2$ do que $a = \Delta v/\Delta t$, na verificação da sua hipótese?

Q9 O resultado $\Delta d = a\Delta t^2$ parece poder ser obtido pela combinação directa das duas equações $\Delta d = v\Delta t$ e $\Delta v = a\Delta t$. Qual o erro que se está a cometer com este procedimento?

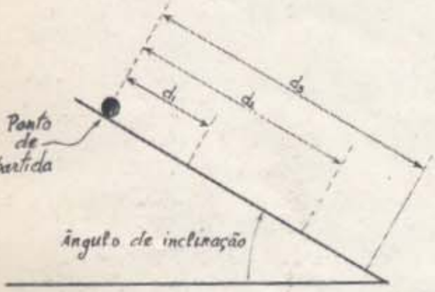
2.8 Galileu escolhe uma verificação indirecta

Ao compreender que uma verificação quantitativa directa recorrendo a um corpo em queda livre, rápida, não seria suficientemente precisa, Galileu propôs-se fazer a experiência sobre um objecto cujo movimento não fosse tão rápido. Propôs uma nova hipótese: *se um corpo em queda livre tem uma aceleração constante, uma bola perfeitamente esférica rolando ao longo de um plano inclinado perfeitamente liso também terá uma aceleração constante, embora menor*. Portanto, Galileu afirmou que se a relação d/t^2 fôr constante para um corpo em queda livre a partir do repouso, também será constante, embora menor, para uma esfera deixada inicialmente em repouso e rolando ao longo de um plano inclinado rectilíneo.

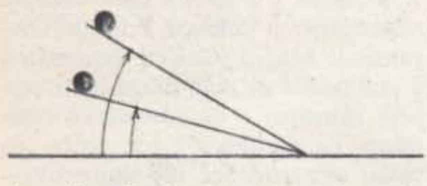
Este quadro, pintado em 1841 por G. Bezzuoli, tenta reconstituir uma experiência atribuída a Galileu, que a teria realizado enquanto professor em Pisa. À esquerda e à direita estão homens rancorosos: o colérico Príncipe Giovanni de Medici (Galileu demonstrou a inutilidade de uma draga inventada pelo Príncipe) e os adversários científicos de Galileu. Estes, lentes de várias universidades, são aqui mostrados debruçados sobre um livro de Aristóteles, no qual estaria escrito — preto sobre o branco — que corpos de pesos diferentes deveriam cair com velocidades diferentes. Galileu, a figura mais alta do quadro, logo à esquerda do centro, está rodeado de vários alunos e discípulos.

Eis como Salviatti descreveu a verificação experimental de Galileu, em *As Duas Novas Ciências:*

Note-se a cuidadosa descrição da montagem experimental. Hoje em dia o investigador acrescentaria à descrição verbal alguns desenhos pormenorizados, diagramas esquemáticos e fotografias que tornassem possível a qualquer outro cientista competente a repetição da experiência.



> Tomou-se uma tábua de madeira, com cerca de 12 cúbitos de comprimento, meio cúbito de largura e três dedos de espessura; na sua face cortou-se um canal com pouco mais de um dedo de altura; feito o entalhe tão rectilíneo quanto é possível, liso e polido, e tendo-se revestido o mesmo com pergaminho, também tão suave e polido quanto possível, fez-se rolar ao longo dele uma esfera pesada de bronze, perfeitamente redonda e de superfície suave. Colocado o conjunto numa posição inclinada, elevando-se uma das extremidades cerca de um ou dois cúbitos em relação à outra, fizemos rolar a bola, como dizia, ao longo do canal, anotando, da maneira que vamos descrever, o tempo necessário para a descida. A experiência foi repetida várias vezes, de modo a medir o tempo com uma precisão tal que a diferença entre os valores correspondentes a duas experiências nunca excedesse um décimo do batimento do pulso. Tendo realizado esta operação e tendo-nos assegurado da sua fiabilidade, fizemos rolar a esfera apenas um quarto do comprimento do canal; e tendo medido o tempo de descida, verificámos que era exactamente metade do primeiro. A experiência foi então repetida para outras distâncias, comparando o tempo de descida total com o de metade da descida, ou com o de dois terços, ou com o de três quartos ou, na verdade, com o de qualquer outra fracção; em tais experiências, repetidas uma centena de vezes, verificámos sempre que os espaços percorridos estavam em relação uns com os outros tal como os quadrados dos tempos, e isto foi verdade para todas as inclinações do... canal ao longo do qual fizemos rolar a esfera...

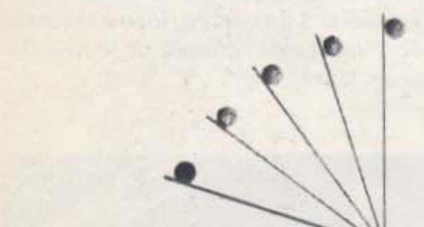


A aceleração é constante para cada ângulo.

Galileu junta uma grande quantidade de informação nestas linhas. Descreve o seu procedimento e o aparelho de modo suficientemente claro, para permitir a repetição da experiência por outros investigadores, se o quiserem. Indica que podem ser feitas medidas consistentes e, além disso, reafirma os dois resultados experimentais principais, que segundo ele suportam a sua hipótese sobre a queda livre. Examinemos cuidadosamente os resultados:

(a) Em primeiro lugar, descobriu que quando uma esfera rolava ao longo do plano inclinado fazendo um ângulo fixo com a horizontal, o quociente da distância percorrida pelo quadrado do tempo correspondente era sempre o mesmo. Por exemplo, se d_1, d_2 e d_3 representarem distâncias medidas a partir do mesmo ponto de partida no plano inclinado e se t_1, t_2 e t_3 forem os tempos correspondentes consumidos a rolar essas distâncias, então:

$$\frac{d_1}{t_1^2} \quad \frac{d_2}{t_2^2} \quad \frac{d_3}{t_3^2}$$

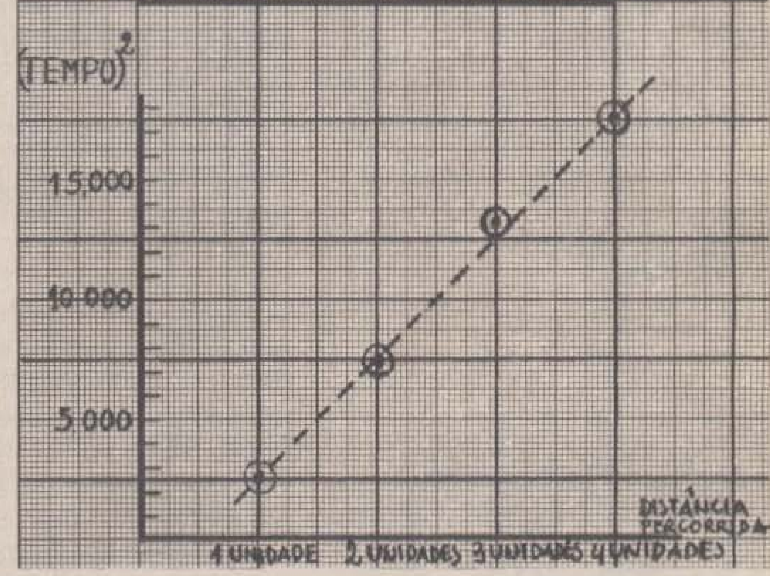


Esferas rolando ao longo de planos de inclinação crescente. A 90°, a situação de "plano inclinado" é equivalente à de "queda livre". (Na verdade, a esfera começará a deslizar, em vez de rolar, muito antes de o ângulo atingir 90°).

De uma maneira geral, para cada ângulo do plano inclinado, o valor de d/t^2 era constante. Galileu não apresentou os seus resultados experimentais em pormenor, como se tornou hábito desde então. Todavia, a sua experiência foi repetida por outros, que obtiveram resultados em tudo semelhantes (vejam-se os dados do GE 2.16). Esta é uma experiência que poderá ser realizada pelos alunos, conforme se mostra na figura da página seguinte, que apresenta também alguns dos resultados obtidos.

"EXPERIENCIA DE GALILEU"

ALTURA DA CALHA	DISTÂNCIA PERCORRIDA	TEMPOS (ml de H_2O)	TEMPO MÉDIO	$(\text{TEMPO})^2$
7,5 cm	1 unidade	60 ml 48 56 48 50	52,4	2,750
	2 unidades	86 ml 80 90 85 90	86,2	7,430
	3 unidades	124 ml 106 114 112 115	114,2	13,040
	4 unidades	129 ml 122 140 132 138	132,4	17,530



(b) A segunda descoberta experimental de Galileu diz respeito ao que acontece quando o ângulo do plano inclinado é feito variar. Ele descobriu que, sempre que o ângulo era variado, o quociente d/t^2 tomava um novo valor, embora para cada ângulo, qualquer que este fosse, permanecesse constante e independente da distância percorrida. Galileu confirmou este facto, repetindo a experiência "uma centena de vezes" para cada um dos vários ângulos. Depois de confirmar que o quociente d/t^2 era constante para cada um dos ângulos para os quais as medidas de t podiam ser feitas convenientemente, Galileu estava pronto a efectuar uma extrapolação. Concluiu que a razão d/t^2 permanece constante mesmo para grandes ângulos, para os quais o movimento da esfera é demasiado rápido para que possam ser efectuadas medidas precisas de t. Por fim, Galileu raciocinou que, no caso particular de o ângulo ser de 90°, a esfera mover-se-ia directamente para baixo — tal como no caso de um *objecto em queda*. Pelo seu raciocínio, d/t^2 seria ainda constante neste caso extremo (embora ele não pudesse determinar o *valor* do quociente).

Confirmado que a constância de d/t^2 era característica da aceleração uniforme, Galileu pôde finalmente concluir que o movimento de queda livre era um movimento uniformemente acelerado.

Q10 Ao verificar a sua hipótese de que o movimento de queda livre é uniformemente acelerado, Galileu admitiu a suposição não provada de que (indique uma ou mais):

(a) d/t^2 é constante.
(b) a aceleração tem o mesmo valor para todos os ângulos de inclinação do plano.
(c) os resultados para pequenos ângulos podem ser extrapolados para os grandes ângulos.
(d) a velocidade da esfera é constante enquanto ela rola.
(e) a aceleração da esfera é constante se a aceleração na queda livre o for, embora o valor das duas constantes não seja o mesmo.

Q11 Qual das afirmações seguintes melhor resume o trabalho de Galileu sobre a queda livre, quando o atrito do ar é desprezável? (Justifique)

Galileu:

(a) provou que todos os objectos caem exactamente à mesma velocidade, independentemente do seu peso.
(b) provou que para qualquer objecto em queda livre o quociente d/t^2 é constante, para qualquer altura de queda.
(c) provou que um objecto rolando ao longo de um plano inclinado acelera da mesma maneira (embora mais lentamente) que o mesmo objecto em queda livre.
(d) provou indirectamente a sua suposição de que a velocidade de um objecto, caindo livremente a partir do repouso, é proporcional ao tempo decorrido.
(e) tornou claro que não seria possível resolver definitivamente o problema da queda livre sem se conseguir produzir vácuo.

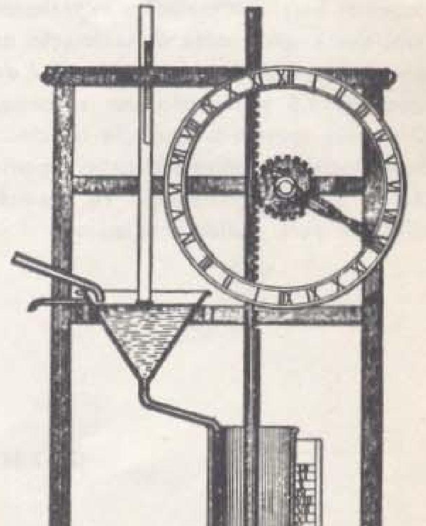
Vejam-se as questões 2.17 a 2.24 do Guia de Estudo, para se verificar a compreensão actual — e mesmo aprofundá-la — do movimento com aceleração uniforme.

2.9 Dúvidas sobre o procedimento de Galileu

Todo este processo de raciocínio e experimentação parece longo e complexo, numa primeira leitura, e será lógico que surjam algumas dúvidas. Por exemplo, a medição de tempo efectuada por Galileu seria suficientemente precisa para verificar a constância de d/t^2, mesmo para o caso de um objecto a mover-se lentamente? Galileu tenta, no seu livro, responder a possíveis críticas, fornecendo uma descrição pormenorizada da sua montagem experimental (convidando assim qualquer céptico a realizar a experiência por si mesmo):

> Para a medição do tempo, utilizámos um grande reservatório de água, colocado numa posição elevada; no fundo deste reservatório estava soldado um tubo de pequeno diâmetro que fornecia um fino jacto de água, que recolhemos numa pequena taça durante o tempo de cada descida, fosse para todo o comprimento do canal, fosse para qualquer fracção dele; a água assim recolhida era pesada numa balança muito precisa; as diferenças e os quocientes destes pesos davam-nos as diferenças e os quocientes dos intervalos de tempo, e isto com uma precisão tal que, embora a operação fosse repetida muitas e muitas vezes, não houve qualquer discrepância apreciável nos resultados.

O relógio de água descrito por Galileu não foi inventado por ele. Na verdade, há referências a relógios de água na China, desde o século VI A. C. e, provavelmente, já tinham sido usados mesmo antes disso, na Babilónia e na Índia. No princípio do século XVI, um bom relógio de água era o mais preciso dos instrumentos conhecidos para a medição de pequenos intervalos de tempo. Assim foi até pouco depois da morte de Galileu, quando o trabalho de Christian Huygens e de outros levaram a relógios de pêndulo práticos de usar. Os resultados de Galileu sobre o movimento no plano inclinado foram plenamente confirmados mais tarde, com o aparecimento de melhores relógios.



Antigo relógio de água.

Outro ponto de argumentação sobre os resultados de Galileu está relacionado com a grande diferença existente entre a queda livre e o rolar que se verifica num plano pouco inclinado. Galileu não referiu a que ângulos efectuou a experiência. Todavia, como se poderá ver facilmente repetindo uma experiência semelhante, esses ângulos deverão ser bastante pequenos. À medida que o ângulo cresce também aumenta a velocidade da esfera, de tal modo que os tempos envolvidos se tornam rapidamente difíceis de medir. O maior ângulo utilizável, referido numa recente repetição da experiência de Galileu, foi apenas de 6° (ver GE 2.15). Não é provável que Galileu tivesse trabalhado com ângulos muito maiores. Isto significa que a extrapolação que é preciso fazer para se considerar a queda livre (ângulo de 90°) é muito grande, talvez demasiado grande para uma pessoa cautelosa — ou para alguém que não esteja já convencido pelo argumento de Galileu.

Há ainda uma outra razão para criticar os resultados de Galileu: é que, quando o ângulo do plano inclinado é aumentado, atinge-se um ponto em que a esfera começa a deslizar e a rolar, simultaneamente. Esta diferença de comportamento poderia significar que o movimento é muito diferente a grandes ângulos de inclinação. Galileu não discute estes casos. É surpreendente que ele, aparentemente, não tenha repetido a experiência com blocos que apenas deslizassem e não rolassem ao longo do plano inclinado. Se o tivesse feito teria verificado que a razão d/t^2 é também constante para o movimento deslizante acelerado, embora tenha um valor distinto do valor correspondente a uma esfera

GE 2.25 rolando num plano com a mesma inclinação.

Q12 Quais das afirmações seguintes podem ser encaradas como razões básicas para duvidar da validade do procedimento de Galileu?

(a) A sua medida de tempo não era suficientemente precisa.

(b) Galileu utilizou ângulos de inclinação demasiado grandes.

(c) Não é claro que os seus resultados sejam aplicáveis quando a esfera rola e desliza, simultaneamente.

(d) Na experiência descrita por Galileu a esfera rolava e, consequentemente, não poderia extrapolar os seus resultados para o caso da queda livre, em que a esfera não rolaria.

(e) d/t^2 não era constante para um objecto que deslizasse.

2.10 Consequências do trabalho de Galileu sobre o movimento

Tudo indica que Galileu se apercebeu de que não é possível obter o valor numérico correcto da aceleração de um corpo em queda livre apenas pela extrapolação dos resultados obtidos para ângulos de inclinação crescentes. Na verdade ele não tentou calcular o valor numérico da aceleração dos corpos em queda livre. Mas, para os seus propósitos, era suficiente provar a hipótese de que a aceleração é *constante* para qualquer corpo, rolando ou caindo. Esta é a primeira consequência do trabalho de Galileu, que foi completamente verificada em todas as experiências que posteriormente foram efectuadas.

Sabemos hoje, por medições experimentais, que a intensidade da aceleração da gravidade à superfície terrestre, a_g, é de cerca de 9,8 m/segundo por segundo. O *Manual* contém a descrição de cinco experiências diferentes destinadas à medição de a_g. (A aproximação 10 m/s/s é suficiente para muitos problemas).

Em segundo lugar, se esferas de diferentes pesos fossem postas a rolar ao longo de um plano inclinado, fixo num determinado ângulo, verificar-se-ia que todas elas tinham a mesma aceleração. Não se conhece toda a evidência experimental que Galileu possuía para extrair esta conclusão, mas ela é consistente com as observações relativas aos corpos em queda livre. E é também consistente com a sua "experiência pensada", pela qual Galileu argumentou que corpos de pesos diferentes cairiam da mesma maneira (à parte os efeitos comparativamente pequenos da resistência do ar). Os seus resultados forneceram uma refutação decisiva da teoria do movimento de Aristóteles.

GE 2.26 Em terceiro lugar, Galileu desenvolveu uma teoria matemática do movimento acelerado, a partir da qual podiam ser obtidas outras previsões sobre o movimento. Mencionar-se-á apenas um exemplo, cuja utilidade será verificada na Unidade 3. Recorde-se que Galileu preferiu definir aceleração como a taxa de variação da velocidade com o tempo. Verificou então experimentalmente que os corpos em queda livre sofrem iguais variações de velocidade em iguais intervalos de tempo e não em iguais intervalos de espaço, como alguns tinham suposto. Note-se que a ideia de alguma coisa que variasse de iguais quantidades em iguais distâncias também teria uma notável simplicidade. Poder-se-á perguntar se não haverá alguma coisa que varie *desta maneira* durante a aceleração uniforme. De facto assim é. Das conclusões já tiradas segue-se, sem necessidade de quaisquer outras hipóteses que durante a aceleração uniforme a partir do repouso, o *quadrado* da velocidade varia de iguais acréscimos em iguais intervalos de espaço. Existe uma equação matemática que exprime este resultado: se $v_{\text{inicial}} = 0$ e a = constante, então:

$$v^2_{\text{final}} = 2ad_{\text{final}}$$

Esta equação pode ser deduzida por si próprio (veja-se GE 2.27).

Por palavras: se um objecto parte do repouso e se move com aceleração uniforme, então o quadrado da sua velocidade em qualquer ponto é igual ao dobro do produto da sua aceleração pela distância percorrida (veremos a importância desta relação na Unidade 3).

GE 2.28, 2.29

Estas consequências do trabalho de Galileu, embora importantes para o desenvolvimento da física, dificilmente provocariam por si só uma revolução na ciência. Nenhum escolástico do século XVII abandonaria a sua fé na cosmologia aristotélica apenas porque algumas das suas previsões tivessem sido refutadas, no caso de corpos a rolarem ou a caírem. Mas o trabalho de Galileu sobre o movimento em queda livre ajudou a preparar o caminho para o desenvolvimento de uma nova física e, na verdade, para uma nova cosmologia, lançando as sementes da dúvida sobre as suposições fundamentais da ciência aristotélica. Por exemplo, quando se reconheceu que todos os corpos caem com igual aceleração se o atrito do ar for desprezável, toda a explicação aristotélica do movimento de queda (secção 2.1) se desmoronou.

O problema científico mais crucial durante a vida de Galileu não dizia respeito à mecânica mas sim à astronomia. A questão central da cosmologia residia na interrogação sobre se seria a Terra ou o Sol que estaria no centro do universo. Galileu sustentava o ponto de vista de que a Terra e outros planetas se moviam em torno do Sol, o que era algo diametralmente oposto ao afirmado pela cosmologia aristotélica. Mas suportar um tal ponto de vista exigia uma teoria física que explicasse como e porquê se movia a própria Terra. O trabalho de Galileu sobre a queda livre e sobre outros movimentos foi exactamente o que era necessário para começar a construir uma tal teoria. O efeito total do seu trabalho, todavia, não se verificou até que fosse combinado com as investigações realizadas pelo cientista inglês Isaac Newton sobre as forças e o movimento. Mas, tal como Newton reconheceu, Galileu foi o pioneiro na abertura dessa senda. (No próximo capitulo examinar-se-á o trabalho de Newton sobre forças e movimento. No capitulo 8, depois de se estudar o movimento nos céus, regressar-se-á às leis de Newton e à revolução que elas iniciaram na ciência).

O trabalho de Galileu sobre o movimento introduziu um método novo e importante para a investigação científica, método tão aplicável hoje como naquele tempo. A base deste procedimento é um ciclo, repetido tantas vezes quantas as necessárias, inteiramente ou em parte, até que uma teoria satisfatória tenha surgido: observação geral → hipótese → análise matemática ou dedução a partir da hipótese → verificação experimental da dedução → modificação da hipótese à luz da experiência, e assim por diante.

Enquanto que os passos matemáticos são muitas vezes determinados principalmente pela "lógica pura", o mesmo não se dá para os outros passos do processo. Em primeiro lugar, a hipótese pode ser atingida por uma série de caminhos. Uma nova hipótese pode surgir de um palpite inspirado baseado no conhecimento geral dos factos experimen-

GE 2.30

tais, ou do desejo de proposições matematicamente simples, ou da modificação da hipótese que falhou anteriormente. Além do mais, não há regras gerais sobre qual o acordo que deverá existir entre os dados experimentais e as previsões teóricas. Em alguns campos da ciência espera-se que as teorias forneçam um acordo melhor do que um milésimo de um por cento; noutros campos, ou no estado preliminar de qualquer novo trabalho, pode-se ficar satisfeito ao encontrar uma teoria capaz de fazer previsões com um erro de "apenas" 50%. Note-se finalmente que, embora tenha um papel importante no processo, a experiência não é o único nem sequer o elemento principal. Pelo contrário, a experiência manifesta a sua utilidade apenas conjuntamente com os outros passos do processo.

O ciclo geral de observação, hipótese, dedução, verificação, modificação, etc., tão habilmente demonstrado por Galileu no século XVII, é hoje um facto trivial no trabalho científico. Embora não exista algo a que se possa chamar *o* método científico, o ciclo referido está quase sempre presente, sob alguma forma, na investigação científica. E não é usado em louvor a Galileu, como figura proeminente da história da ciência, mas devido à sua eficácia na maioria dos casos em que é empregue.

O próprio Galileu estava consciente do valor dos resultados e dos métodos do seu trabalho pioneiro. Assim, concluiu o estudo do movimento acelerado pelas seguintes palavras, proferidas pelas personagens do seu livro:

> *Salviatti:* ...podemos dizer que a porta está agora aberta, pela primeira vez, a um novo método, cheio de numerosos e belos resultados que, nos anos vindouros, atrairá a atenção de outros homens.
>
> *Sagredo:* Acredito realmente que... os princípios apresentados neste pequeno tratado, quando abordados por espíritos especulativos, conduzirão a outro resultado ainda mais notável; e assim é de supor devido à nobreza do assunto, que é superior à de qualquer outro na natureza.
>
> Durante este longo e laborioso dia, apreciei estes teoremas simples mais ainda do que as suas provas, muitas das quais, para completa compreensão, necessitariam de mais do que uma hora cada; se tiveres a gentileza de me confiar o livro, relerei este estudo durante as minhas horas de ócio, depois de termos lido a parte restante, relativa ao movimento dos projécteis; e isto, se estiveres de acordo, fá-lo-emos amanhã.
>
> *Salviatti:* Não faltarei.

Apresentaram-se, ao longo deste capítulo, muitos pormenores não só físicos mas também matemáticos e históricos. Vejam-se as questões 2.31, 2.32 e 2.33 do Guia para uma revisão das ideias mais importantes.

Q13 Das alíneas seguintes quais as que *não* resultaram do trabalho de Galileu sobre o movimento:

(a) O valor numérico correcto da aceleração na queda livre foi obtido pela extrapolação dos resultados para ângulos cada vez maiores.

(b) Se um objecto parte do repouso e se move com aceleração uniforme, *a*, ao longo de uma distância, *d*, então o quadrado da sua velocidade será proporcional a *d*.

(c) Os corpos que rolam ao longo de um plano inclinado são uniformemente acelerados (de acordo com a definição de aceleração dada por Galileu).

2.1 Note-se que no início de cada capítulo se apresenta uma lista dos títulos das secções que constituem esse capítulo. Esta lista é uma espécie de mapa, a que se poderá recorrer de vez em quando, ao longo do estudo do capítulo. Especialmente num capítulo como este, é importante saber como a parte em estudo se relaciona com as antecedentes e, de certa maneira, introduz as seguintes. Pela mesma razão será útil fazer primeiro um estudo de todo o capítulo, sem gastar demasiado tempo nas partes que não se compreendam inteiramente, e só depois empreender um estudo pormenorizado, secção a secção, destrinçando todos os pormenores e procurando satisfazer todas as interrogações. Não se esqueçam as perguntas que se apresentam no fim de cada secção, que poderão servir perfeitamente para testar os progressos alcançados.

2.2 A teoria do movimento de Aristóteles parecia ser largamente comprovada pela experiência dita de senso comum. Por exemplo, a água jorra da terra nas fontes. Ao juntar-se uma quantidade suficiente de fogo à água, aquecendo-a, a mistura de elementos resultante (aquilo a que chamamos vapor) sobe através do ar. Será capaz de dar outros exemplos?

2.3 Deixem-se cair folhas de papel mais ou menos amachucadas. Tente-se amarrotar com força uma folha de papel de modo a que ela caia com a mesma velocidade que uma bola de ténis. Poderá explicar os resultados por meio da teoria de Aristóteles?

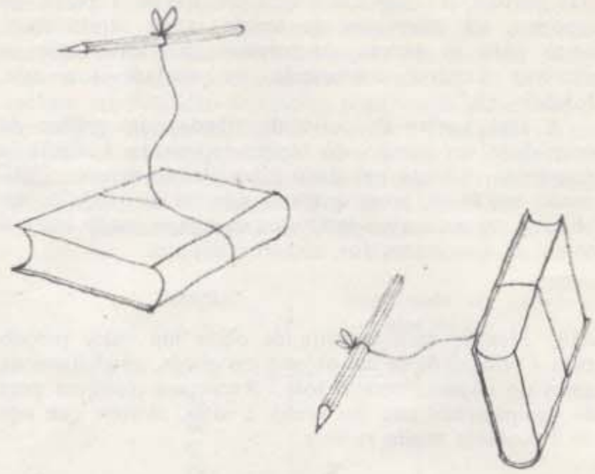
2.4 Comparem-se as hipóteses de Aristóteles (peso dividido pela resistência) e de Philoponus (peso menos resistência) sobre a velocidade de queda, para alguns casos extremos: um corpo muito pesado, caindo sem resistência, e um corpo muito leve caindo com grande resistência. Os resultados previstos pelas duas hipóteses são muito diferentes?

2.5 Considere-se a afirmação de Aristóteles: "Um dado peso move-se [cai] ao longo de uma dada distância num dado tempo; um peso maior percorre a mesma distância em menos tempo, os tempos sendo inversamente proporcionais aos pesos. Por exemplo, um peso que seja o dobro de outro levará metade do tempo que este leva para efectuar um certo movimento" (*De Caelo*).

Indiquem-se as previsões que Simplício e Salviatti fariam para o movimento de queda nos seguintes casos:

(a) Uma pedra, pesando 2 kg, cai de um rochedo e, ao cair, parte-se em dois bocados iguais.
(b) Uma pedra pesando 100 kg é largada ao mesmo tempo que cem outras pequenas pedras do mesmo tipo pesando cada uma 1 kg.
(c) Cem pedras, pesando cada uma 1 kg, caem de uma determinada altura, entram dentro de um saco, que se fecha, solta e cai.

2.6 Liguem-se dois objectos de pesos muito diferentes (por exemplo um livro e um lápis) com um pedaço de cordel. Deixe-se cair o conjunto várias vezes, com várias posições relativas dos dois objectos. Observe-se o cordel. Resumam-se os resultados obtidos em algumas frases.



2.7 Houve muitos trabalhos que antecederam o de Galileu, no que diz respeito ao movimento. No período de 1280 a 1340, matemáticos de Merton College, em Oxford, meditaram cuidadosamente sobre diversas grandezas que variavam com o tempo. Um teorema geral, conhecido por "Teorema de Merton" ou "Regra da Velocidade Média", resume um resultado que mostrou ser de grande importância.

Este teorema, que pode ser aplicado ao movimento com aceleração uniforme, é expresso em termos simples da seguinte maneira: a distância percorrida por um objecto durante um certo tempo, durante o qual a sua velocidade varia uniformemente, é igual à distância que o mesmo objecto percorreria se estivesse animado da velocidade média durante esse tempo.

(a) Mostre que a distância total percorrida a velocidade constante pode ser expressa pela área abaixo da linha desenhada num gráfico da velocidade em função do tempo (A "área" deve ser calculada em undades de velocidade × unidades de tempo).
(b) Suponha que esta área representa a distância total percorrida, mesmo quando a velocidade não é constante. Desenhe um gráfico da velocidade em função do tempo, para uma velocidade que cresça uniformemente, e traceje a área abaixo da linha desenhada.
(c) Prove a "Regra de Merton", mostrando que a área obtida é igual à área abaixo de uma linha de velocidade constante, em que esta seja igual à velocidade média.

2.8 De acordo com Galileu, o movimento diz-se de aceleração uniforme quando ocorrem iguais Δv em iguais Δt. Das afirmações seguintes quais as que exprimem de uma maneira equivalente a mesma ideia?

(a) Δv é proporcional a Δt.
(b) $\Delta v/\Delta t$ = constante.
(c) o gráfico da velocidade em função do tempo é uma linha recta.
(d) v é proporcional a t.

2.9 Em *As Duas Novas Ciências*, afirma Galileu: "...tanto quanto saiba ainda ninguém tinha verificado que as distâncias percorridas por um corpo em queda a partir do repouso, em intervalos de tempo iguais, apresentam, umas para as outras, os mesmos quocientes que os números ímpares começando na unidade (ou seja, 1:3:5:7...)...".

A área abaixo da curva desenhada num gráfico da velocidade em função do tempo representa a distância percorrida durante um dado intervalo de tempo. Utilizando este facto, prove que as distâncias de queda de um objecto, em sucessivos intervalos de tempo, estão entre si como os quocientes dos números ímpares.

2.10 Idealize uma maneira de obter um valor preciso para a velocidade de um objecto em queda, imediatamente antes do impacto com o solo. Recorra a qualquer peça de equipamento que lhe venha à ideia, mesmo que seja de descoberta muito recente.

2.11 Mostre que a expressão

$$v_{\text{méd}} = \frac{v_{\text{inicial}} + v_{\text{final}}}{2}$$

é equivalente à "Regra de Merton", discutida na questão 2.7 do Guia de Estudo.

2.12 Para qualquer quantidade que *varie uniformemente*, o valor médio é igual a metade da soma do seu valor inicial com o seu valor final. Verifique-se esta expressão relativamente a qualquer grandeza — por exemplo: Qual é a idade média de um grupo de pessoas que têm, cada uma, as idades de 15, 16, 17, 18 e 19 anos? Qual é o salário médio de uma pessoa, ao longo de cinco anos, se aquele crescer constantemente desde 50 000$00 por ano, no início, até 90 000$00 por ano, no fim?

2.13 Foram feitas várias hipóteses particulares para se chegar à equação $d = \frac{1}{2}at^2$. Qual é o seu verdadeiro significado?

2.14 Numa experiência realizada no Centro de Desenvolvimento da Base Aérea de Holloman, em Alamogordo, Novo México, em 19 de Março de 1954, o Tenente-Coronel John L. Stapp, instalado a bordo de um trenó munido de um motor a jacto, alcançou a velocidade de 632 milhas/hora (284 m/s). Correndo sobre carris e impulsionado por nove foguetes, o trenó atingiu a sua velocidade máxima em 5 segundos. Stapp resistiu em seguida a uma aceleração máxima de 22 g, ao abrandar o seu movimento até ao repouso num intervalo de tempo de 1,5 segundos (1 g é uma aceleração igual em intensidade à que é devida à gravidade; 22 g significa, portanto, uma aceleração de $22 \times a_g$).

(a) Calcule a aceleração média durante a primeira parte do percurso, isto é, aquela que se estende desde o repouso até ao atingir da velocidade máxima.

(b) Qual a distância percorrida pelo trenó, antes de atingir a sua velocidade máxima?

(c) Determine a aceleração *média* durante a travagem.

2.15 Obtenha a expressão $d/t^2 =$ constante, a partir da expressão $d = \frac{1}{2}at^2$.

2.16 A tabela 2.1 regista os resultados de uma repetição recente da experiência de Galileu, na qual o ângulo de inclinação era de 3,73° (volume 133 da revista *Science*, págs. 19-23, 6 de Junho de 1961). Nessa experiência foi utilizado um relógio de água, com um reservatório mantido a nível constante.

TABELA 2.1

Distância (pés) (1 pé = 30,5 cm)	Tempo (medido em mililitros de água)	d/t^2
15	90	0,00185
13	84	0,00183
10	72	0,00192
7	62	0,00182
5	52	0,00185
3	40	0,00187
1	23,5	0,00182

Será que estes resultados comprovam realmente a conclusão de Galileu, de que d/t^2 é constante? Explique.

2.17 Indique se as afirmações seguintes são verdadeiras ou falsas, relativamente à fotografia estroboscópica apresentada:

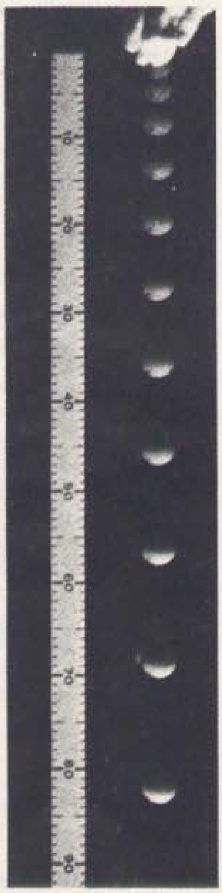
(a) A velocidade da bola é maior na parte de baixo da fotografia que no cimo.

(b) A fotografia poderá dizer dizer respeito ao movimento de queda livre de um objecto. (Faça as medidas necessárias sobre a fotografia).

(c) A fotografia poderá ser a de uma bola lançada verticalmente de baixo para cima.

(d) Se (b) for verdadeiro, a velocidade aumenta com o tempo por causa da aceleração devida à gravidade.

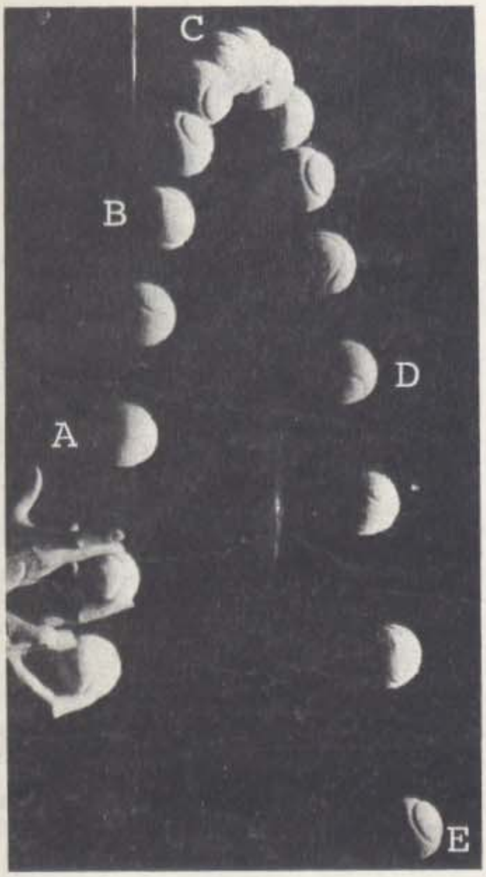
(e) Se (c) for verdadeiro, a velocidade diminui com o tempo por causa do efeito da gravidade; este efeito poderia ainda ser chamado aceleração devida à gravidade.



2.18 (a) Mostre, por meio de equações, que a afirmação de Galileu referida na questão 2.9 do Guia de Estudo é uma consequência da validade de d/t^2 = constante no movimento de queda livre a partir do repouso.

(b) O intervalo de tempo entre disparos sucessivos na fotografia relativa à questão 2.17 foi de 0,35 segundos. Use este dado para obter um gráfico de d em função de t, um outro de v em função de t, e o valor da aceleração da bola.

2.19 A fotografia apresentada (abaixo) mostra o movimento de uma bola lançada de baixo para cima. Se a resistência do ar puder ser desprezada, a aceleração da gravidade irá causar o aumento de velocidade da bola, no seu movimento a partir do ponto mais alto (como para qualquer outro corpo em queda livre). Mas a aceleração da gravidade, cujo valor não varia, actua também durante o movimento ascendente da bola, fazendo com que ela diminua de velocidade à medida que sobe.



Fotografia estroboscópica de uma bola lançada ao ar.

Quando o movimento se efectua em dois sentidos opostos é conveniente adoptar uma convenção de sinal, um conjunto de regras arbitrário mas consistente, em tudo semelhante ao que se usa para indicar a altitude de um lugar em relação ao nível médio do mar. Dão-se valores *positivos* às distâncias medidas *acima* do ponto de partida do movimento; por exemplo, a distância a **B** ou a **D**, medida a partir do ponto de largada, é de cerca de +60 cm e +37 cm, respectivamente. Às distâncias medidas *abaixo* do nível do ponto de largada dão-se valores *negativos*; por exemplo, **E** está a —23 cm. Da mesma maneira dão-se valores positivos à velocidade de um objecto na sua trajectória ascendente (cerca de +3 m/s em **A**) e valores negativos para a sua velocidade *na trajectória descendente*, depois de atingido o ponto mais alto (cerca de —2 m/s em **D** e de —6 m/s em **E**).

(a) Preencha a tabela seguinte com os sinais + e —:

Posição	**Sinal dado ao valor de** d	v
A		
B		
C		
D		
E		

(b) Mostre que da convenção adoptada e da definição de $a = \Delta v/\Delta t$ se segue que o sinal a atribuir para a aceleração devida à gravidade é *negativo*, em relação a qualquer das partes da trajectória.

(c) Qual seria o sinal da aceleração devida à gravidade se tivéssemos escolhido a convenção de sinais exactamente ao contrário, isto é, associando o sinal — à trajectória ascendente e o sinal + à trajectória descendente?

2.20 Desenhe um conjunto de pontos (tal como apareceriam numa fotografia estroboscópica) que mostrem as posições sucessivas de um objecto que, de acordo com a convenção de sinais assente na questão 2.19 do Guia de Estudo, tenha uma aceleração positiva, isto é, dirigida "para cima". Será capaz de imaginar algum processo físico capaz de produzir um tal movimento?

2.21 O decorar equações matemáticas não evita, efectivamente, que se tenha que raciocinar para resolver um problema. Torna-se sempre necessário decidir se é preciso usar equações, quando é necessário usá-las e como se devem elas usar. Ou seja, é sempre necessário analisar o problema, para se ter a certeza de *qual é a informação dada* e de *qual é o pedido feito*. Verifique-se isto com o problema seguinte.

Suponha-se que a aceleração da gravidade é aproximadamente igual a 10 m/s/s.

Problema[x] É largada uma pedra, a partir do repouso, do alto de um rochedo.

(a) Qual a distância percorrida ao fim de 1 segundo?

(b) Qual é a velocidade da pedra, depois de 1 segundo de queda?

(c) Qual a distância percorrida pela pedra no segundo segundo? (Isto é, desde o fim do primeiro segundo até ao fim do segundo segundo).

2.22 Mostre que a expressão $v_{final} = v_{inicial} + at$, para o movimento com aceleração constante, se segue directamente da definição de a. Usando esta relação e a convenção de sinais da questão 2.19 do Guia de Estudo, responda às perguntas seguintes. (Suponha-se $a_g = 10$ m/s/s). Um objecto é lançado verticalmente de baixo para cima, com a velocidade inicial de 20 m/s.

(a) Qual é a sua velocidade, ao fim de 1,0 segundos?

(b) Qual foi a distância percorrida no primeiro segundo?

(c) Quanto tempo levou o objecto a atingir a altura máxima?
(d) Qual é o valor da altura máxima atingida pelo objecto?
(e) Ao descer, qual é o valor da sua velocidade, ao passar pelo ponto em que foi lançado?

Se tiver conseguido resolver satisfatoriamente este problema tente também resolver os problemas 2.23 e 2.24.

2.23 Uma raqueta de ténis atinge uma bola e fá-la viajar verticalmente de baixo para cima. A raqueta faz partir a bola com uma velocidade inicial de 40 m/s. (Suponha-se que $a_g = 10$ m/s/s).

(a) Qual é a velocidade da bola ao fim de 2 segundos?
(b) Qual é a sua velocidade ao fim de 6 segundos?
(c) Quando é que a bola atinge a sua altura máxima?
(d) Qual é o valor da altura máxima atingida pela bola?
(e) Qual é a velocidade da bola ao fim de 10 segundos? (Registe num gráfico os valores já calculados da velocidade).
(f) Qual é a velocidade da bola, ao ser apanhada pelo parceiro do jogador que a atirou?

2.24 Uma bola inicia um movimento para cima ao longo de um plano inclinado, com a velocidade de 4 m/s, e pára ao fim de 2 segundos.

(a) Qual o valor da aceleração que actua sobre a bola?
(b) Qual é a velocidade média da bola, durante esse intervalo de tempo?
(c) Qual é a velocidade do bola ao fim de 1 segundo?
(d) Qual é a distância percorrida pela bola ao longo do plano inclinado?
(e) Qual será a velocidade da bola 3 segundos depois de ela ter iniciado o seu movimento?
(f) Qual é o tempo necessário para que a bola efectue um percurso completo, da base ao topo do plano inclinado e novamente à base?

2.25 Como Director do Departamento de Investigação da sua turma, você recebe os seguintes projectos de investigação, da parte de estudantes de física que desejam melhorar a experiência de Galileu sobre a queda livre. Deverá recomendar apoio técnico e material a alguns deles? Rejeitando qualquer projecto deverá tornar bem claro os motivos da rejeição.

(a) "Os historiadores acreditam que Galileu nunca tentou, na verdade, lançar quaisquer objectos do cimo da Torre Inclinada de Pisa. Mas uma tal experiência é muito mais directa e curiosa que qualquer outra realizada num plano inclinado e, naturalmente, agora que são utilizáveis cronómetros extremamente precisos, ela poderá ser feita de uma maneira muito mais eficaz que no tempo de Galileu. A experiência consiste em deixar cair do cimo da Torre Inclinada, uma a uma, esferas de diferentes tamanhos, feitas de cobre, aço e vidro, e determinar qual o tempo que cada uma delas leva a atingir o solo. Conhecendo d (a altura da torre) e o tempo de queda, t, bastará substituir na equação $d = \frac{1}{2}at^2$ e verificar se a aceleração, a, tem o mesmo valor para todas as esferas".
(b) "Uma esfera de chumbo será largada do telhado de um edifício de 4 andares. Ao cair, ela passará defronte das janelas dos vários andares. Em cada uma destas janelas estará um aluno, que disparará o seu cronómetro ao ouvir o sinal de que a esfera foi largada e que o parará quando a esfera passar na sua janela. Além disso, cada aluno registará a velocidade da esfera, no momento em que ela passa diante de si. A partir dos seus próprios dados, cada aluno calculará o quociente v/t. Espera-se que os quatro alunos obtenham o mesmo valor numérico para o quociente."
(c) "Não há dúvida que os planos inclinados usados por Galileu atenuam o movimento, mas o problema é que não há razão para se supor que uma bola rolando ao longo de um declive se comporta da mesma maneira que uma outra caindo verticalmente de cima para baixo. Uma melhor maneira de se conseguir o que se pretende consiste em utilizar bolas de algodão, leves e fofas. Estas não cairão tão rapidamente como esferas de metal, tornando portanto possível medir o tempo de queda para várias distâncias. O quociente d/t^2 poderá então ser determinado para várias distâncias, verificando-se posteriormente se se mantém constante. Poderão então ser utilizadas bolas de algodão mais ou menos comprimido a fim de verificar se se obtêm valores diferentes para o quociente referido."

2.26 Um estudante do planeta Arret, num sistema solar que não o nosso, deixou cair um objecto com o objectivo de determinar a aceleração devida à gravidade nesse lugar. Foram registados os seguintes resultados (expressos em unidades locais).

TEMPO (em surgs)	DISTÂNCIA (em welfs)	TEMPO (em surgs)	DISTÂNCIA (em welfs)
0,0	0,0	2,2	10,41
0,5	0,54	2,4	12,39
1,0	2,15	2,6	14,54
1,5	4,84	2,8	16,86
2,0	8,60	3,0	19,33

(a) Qual é a aceleração devida à gravidade no planeta Arret, expressa em welfs/surg²?
(b) Um visitante da Terra em Arret verifica que um welf é igual a cerca de 6,33 cm e que um surg é equivalente a 0,167 s. Que lhe diria isto acerca de Arret?

2.27 (a) Obtenha a expressão $v^2 = 2ad$ a partir das equações $d = \frac{1}{2}at^2$ e $v = at$. Quais as condições particulares que se devem verificar para que a expressão seja verdadeira?
(b) Mostre que uma bola lançada verticalmente de baixo para cima, com uma velocidade inicial v, sobe até uma altura máxima de:

$$h = \frac{v^2}{2a_g}$$

2.28 Torna-se por vezes útil conhecer relações muito específicas entre determinadas variáveis. Por exemplo, no movimento com aceleração constante, a, a velocidade final, v_f, está relacionada com a velocidade inicial, v_i, e com a distância percorrida, d, pela seguinte expressão:

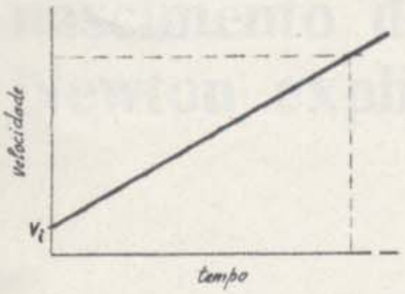
$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

Tente obter esta equação a partir de outras que conheça.

2.29 Obtenha a equação:

$$d = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

utilizando um gráfico como o que está esquematizado em baixo, juntamente com a ideia de que a área abaixo da linha desenhada num gráfico da velocidade em função do tempo dá o valor da distância percorrida.



2.30 Indique os passos seguidos por Galileu ao conceber a sua primeira definição do movimento uniformemente acelerado, até à confirmação final da utilidade de tal definição na descrição do movimento de queda livre dos corpos. Indique se cada um desses passos constituiu uma hipótese, uma dedução, uma observação, um cálculo, etc. Que limitações e simplificações aparecem no raciocínio?

2.31 Nos dois primeiros capítulos do curso preocupámo-nos com o movimento ao longo de uma linha recta. Lidámos com as noções de distância, tempo, velocidade e aceleração e com as relações entre elas.

Surpreendentemente, a maior parte dos resultados a que chegámos podem ser resumidos nas três equações seguintes:

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta d}{\Delta t} \quad a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad d = \frac{1}{2}at^2$$

A última equação só pode ser aplicada àqueles casos em que a aceleração é constante. Vale a pena ter sempre em mente estas três equações (juntamente com as suas condições de validade) pois as suas possibilidades de aplicação são enormes.

(a) "Traduza" cada uma das equações por palavras.

(b) Idealize um problema *simples* que demonstre a utilidade de cada uma das equações. (Por exemplo: quanto tempo levará um avião a jacto para percorrer 3200 km se a sua velocidade média for de 600 km/hora?) Obtenha a solução de cada um dos problemas, para se assegurar de que podem ser resolvidos.

(c) Deduza o conjunto de equações que se aplicam qualquer que seja o valor da velocidade inicial, isto é, seja esta *nula ou não*.

2.32 Mostre até que ponto os passos dados por Galileu na resolução do problema da queda livre (tal como são descritos nas secções 2.5 a 2.8) seguem o ciclo geral do processos científico.

2.33 Qual é o erro das seguintes afirmações comuns? "Os aristotélicos não observaram a natureza. Tiraram os seus conhecimentos de velhos livros que, na maior parte dos casos, estavam errados. Galileu mostrou que era errado confiar na autoridade, no que diz respeito à ciência. Realizou experiências e mostrou directamente a todos que as velhas ideias acerca da queda livre estavam erradas. Deste modo, ele iniciou a ciência e, além disso, deu-nos o método científico."

CAPÍTULO 3

O nascimento da Dinâmica — Newton explica o movimento

3.1 A "explicação" e as leis do movimento

A *cinemática* é o estudo da maneira *como* se movem os objectos, mas não da razão *por que* eles se movem. Galileu estudou muitos aspectos da cinemática com discernimento, engenho e deleite. A parte mais valiosa desse trabalho diz respeito a tipos particulares do movimento, tal como a queda livre. Galileu mostrou, de modo claro e consistente, como se pode descrever o movimento dos objectos com a ajuda de noções matemáticas. GE 3.1

Quando Isaac Newton começou os seus estudos sobre o movimento, na segunda metade do século XVII, uma das primeiras afirmações de Galileu, de que "não parece ser esta a altura mais apropriada para se investigar a causa da aceleração do movimento natural..." já deixara de ser válida. Na realidade, por Galileu ter sido tão eficaz na descrição de movimentos, Newton podia focar a sua atenção sobre a *dinâmica*, sobre o estudo de *porque* se move um objecto de uma determinada maneira — porque se começa ele a mover, porque acelera ele ou se move ao longo de uma trajectória curva e porque pára.

Em que difere a dinâmica da cinemática? Como vimos nos dois primeiros capítulos, a cinemática trata da descrição do movimento. Por exemplo, ao descrever o movimento de uma pedra deixada cair de um rochedo, poderemos escrever uma equação mostrando como varia a distância percorrida pela pedra em relação ao tempo decorrido. Poderemos determinar a aceleração e a velocidade alcançadas ao fim de qualquer intervalo de tempo. Mas ao completar-se a descrição do movimento da pedra verificaremos que não estamos ainda satisfeitos. Poderemos perguntar, por exemplo, por que será que a pedra acelera, em vez de se mover a velocidade constante? Porque será que ela acelera uniformemente, admitindo que a resistência do ar é desprezável? Para responder a estas perguntas teremos que acrescentar ao conjunto de conceitos estudados os de *força* e *massa*; e ao responder-lhes, teremos entrado na *dinâmica*. A dinâmica vai mais longe que a cinemática ao ter em conta as causas do movimento.

Alguns conceitos cinemáticos: posição, tempo, velocidade, aceleração. Alguns conceitos dinâmicos: massa, força, momento (Capítulo 9), energia (Capítulo 10).

No nosso estudo da cinemática, nos capítulos 1 e 2, deparámos com quatro situações: um objecto pode:
(a) permanecer em repouso;
(b) mover-se uniformemente ao longo de uma linha recta;
(c) acelerar durante um movimento em linha recta;
(d) desacelerar durante um movimento em linha recta.

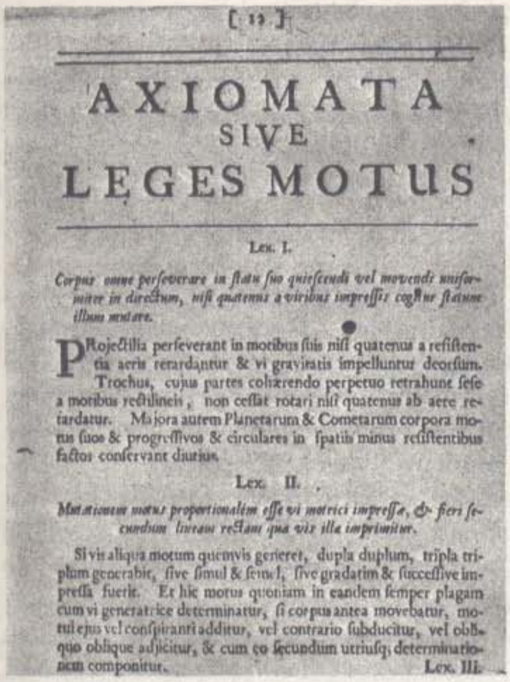
Consideraremos também, no Capítulo 4, o movimento ao longo de trajectórias *curvas*.

Uma vez que as duas últimas situações são exemplos de movimentos acelerados, a lista apontada pode, na verdade, ser reduzida a:
(a) repouso;
(b) movimento uniforme;
(c) movimento acelerado.

Repouso, movimento uniforme e movimento acelerado são, portanto, os fenómenos que tentaremos explicar. Mas o termo "explicar" deve ser usado com cuidado. Para um físico, um determinado acontecimento está "explicado" no momento em que fica demonstrado que o acontecimento é uma consequência lógica de uma lei em que há razão para acreditar. Por outras palavras, um físico que acredita numa lei geral "explica" uma observação mostrando que ela é consistente com essa lei. De certa maneira, o trabalho do físico é mostrar que o universo infinito de ocorrências separadas, aparentemente distintas, que se podem observar é constituído apenas por manifestações ou consequências distintas das mesmas regras gerais, que descrevem a maneira como "funciona" o mundo. A razão da eficiência desta definição de "explicação" é também notável: o número de regras gerais — "leis" — da física é surpreendentemente *pequeno*. Neste capítulo estudaremos três dessas leis. Juntamente com os esquemas matemáticos dos Capítulos 1 e 2, analisados na descrição dos movimentos, serão suficientes para a compreensão de praticamente todos os movimentos que podem ser observados com facilidade. Na Unidade 2 teremos que acrescentar apenas mais uma lei (a da gravitação universal) para explicar os movimentos das estrelas, dos planetas, dos cometas e dos satélites. De facto, ao longo de toda a física se vê, sempre, a maravilhosa simplicidade da natureza.

Para explicar o repouso, o movimento uniforme e o movimento acelerado deveremos ser capazes de responder a perguntas como estas: Por que é que um objecto colocado sobre uma mesa permanece estacionário? Se se der um pequeno impulso a um cubo de gelo em repouso sobre uma superfície lisa e plana, por que é que ele se move com velocidade uniforme ao longo de uma linha recta, em vez de abrandar rapidamente o seu movimento ou de curvar para um dos lados? As respostas a estas perguntas específicas (e a quase todas as outras) sobre o movimento estão contidas directa ou indirectamente nas três "Leis Gerais do Movimento", formuladas por Isaac Newton. Estas leis surgem no seú famoso livro, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (*Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, 1687), usualmente referido simplesmente por "*Principia*". Estão entre as leis físicas mais fundamentais.

Analisaremos as três leis do movimento de Newton uma por uma. Se o leitor dispuser do texto original dos "*Principia*" e de um conhecimento razoável do latim, poderá tentar traduzi-las directamente. Mas,



[12]

AXIOMATA SIVE LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perſeverare in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

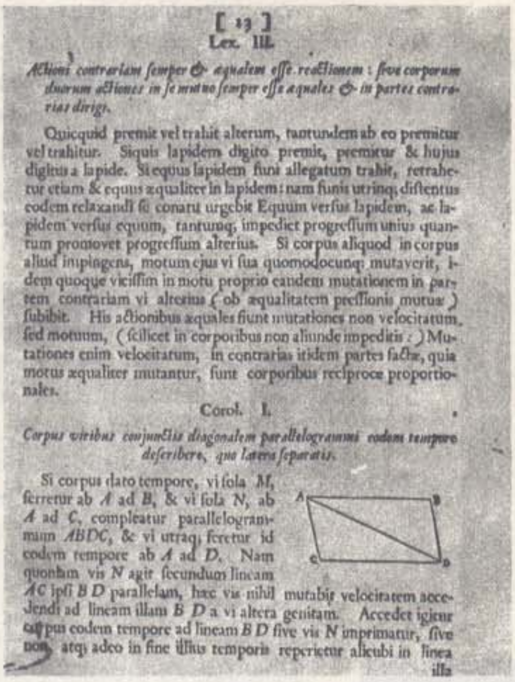
PRojectilia perſeverant in motibus ſuis niſi quatenus a reſiſtentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorſum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt ſeſe a motibus rectilineis, non ceſſat rotari niſi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus ſuos & progreſſivos & circulares in ſpatiis minus reſiſtentibus factos conſervant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem eſſe vi motrici impreſſæ, & fieri ſecundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, ſive ſimul & ſemel, ſive gradatim & ſucceſſive impreſſa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur, ſi corpus antea movebatur, motui ejus vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſq; determinationem componitur.

Lex. III.



[13]

Lex. III.

Actioni contrariam ſemper & æqualem eſſe reactionem: ſive corporum duorum actiones in ſe mutuo ſemper eſſe æquales & in partes contrarias dirigi.

Quicquid premit vel trahit alterum, tantundem ab eo premitur vel trahitur. Siquis lapidem digito premit, premitur & hujus digitus a lapide. Si equus lapidem funi allegatum trahit, retrahetur etiam & equus æqualiter in lapidem: nam funis utrinq; diſtentus eodem relaxandi ſe conatu urgebit Equum verſus lapidem, ac lapidem verſus equum, tantumq; impediet progreſſum unius quantum promovet progreſſum alterius. Si corpus aliquod in corpus aliud impingens, motum ejus vi ſua quomodocunq; mutaverit, idem quoque viciſſim in motu proprio eandem mutationem in partem contrariam vi alterius (ob æqualitatem preſſionis mutuæ) ſubibit. His actionibus æquales fiunt mutationes non velocitatum, ſed motuum, (ſcilicet in corporibus non aliunde impeditis:) Mutationes enim velocitatum, in contrarias itidem partes factæ, quia motus æqualiter mutantur, ſunt corporibus reciproce proportionales.

Corol. I.

Corpus viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore deſcribere, quo latera ſeparatis.

Si corpus dato tempore, vi ſola M, ferretur ab A ad B, & vi ſola N, ab A ad C, compleatur parallelogrammum $ABDC$, & vi utraq; feretur id eodem tempore ab A ad D. Nam quoniam vis N agit ſecundum lineam AC ipſi BD parallelam, hæc vis nihil mutabit velocitatem accedendi ad lineam illam BD a vi altera genitam. Accedet igitur corpus eodem tempore ad lineam BD ſive vis N imprimatur, ſive non, atq; adeo in fine illius temporis reperietur alicubi in linea illa

precavendo-nos para o caso de que tal seja impossível, eis aqui o texto, traduzido, das três leis de Newton, tal como foram por ele enunciadas:

Primeira Lei: Todos os objectos permanecem no seu estado de repouso ou de movimento uniforme ao longo de uma linha recta, a não ser que seja exercida sobre eles a acção de uma força não contrabalançada.

Segunda Lei: A aceleração de um objecto tem a mesma direcção e é directamente proporcional à força não contrabalançada que age sobre ele e é inversamente proporcional à massa do objecto.

Terceira Lei: A qualquer acção opõe-se sempre uma reacção igual; ou as acções mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e de sentidos opostos.

Antes de examinarmos a contribuição de Newton, será instrutivo vermos como outros cientistas do mesmo tempo ou anteriores a Newton poderiam ter respondido às perguntas acerca do movimento. É fácil de apontar uma razão para tal: muitas pessoas que não estudaram física ainda hoje defendem intuitivamente um pouco o ponto de vista pré-newtoniano. Vejamos as noções que teremos de ultrapassar.

Q1 Uma bola é atirada verticalmente para cima. Quais das perguntas estão no âmbito da cinemática e quais estão no da dinâmica?

(a) Qual a altura máxima atingida pela bola antes de se imobilizar e começar a deslocar-se para baixo?

(b) Quanto tempo levará a bola a atingir o ponto mais alto?

(c) Qual seria o efeito de se atirar a bola com duas vezes mais força?

(d) Das duas partes do movimento da bola — para cima e para baixo — qual a que demora mais tempo?

(e) Por que é que a aceleração da bola no seu movimento para cima é a mesma que ela tem no seu movimento para baixo?

3.2 A explicação aristotélica do movimento

O conceito de força tinha importância fundamental na dinâmica de Aristóteles, vinte séculos antes de Newton. Relembre-se (capítulo 2) que na física de Aristóteles eram considerados dois tipos de movimento — movimento "natural" e movimento "violento". Por exemplo, uma pedra em queda era suposta ter um movimento "natural" (em direcção ao seu lugar natural), enquanto que uma pedra a ser levantada era suposta estar em movimento "violento" (para fora do seu lugar natural). Para manter este movimento violento uniforme era necessário aplicar continuamente uma força. Qualquer pessoa o pode sentir, ao esforçar-se por erguer uma pedra.

As ideias aristotélicas eram consistentes com muitas observações vulgares e conclusões ditadas pelo senso comum. Mas surgiam também algumas dificuldades. Tomemos um exemplo concreto — uma seta lançada ao ar. Ela não poderá estar em movimento violento sem algo que faça força sobre ela. A física aristotélica requeria que a seta fosse constantemente impelida por uma força; se tal força fosse eliminada a seta deveria parar imediatamente o seu voo e cair directamente para o chão, em movimento "natural".

Conservando um objecto em movimento com velocidade uniforme.

Mas é evidente que a seta não cai para o chão assim que perde o contacto com o arco. Qual é então a força que impele a seta? Os aristotélicos apresentaram aqui uma sugestão engenhosa: o movimento da flecha no ar seria mantido pelo próprio ar! O movimento inicial da seta provocaria uma perturbação no ar. Ou seja, quando a seta se começasse a mover o ar seria empurrado para os lados; a corrente de ar destinada a preencher o espaço deixado vazio pela seta seria o agente que a manteria no seu voo.

Antes dos meados do século XVII foram desenvolvidas outras ideias mais sofisticadas para explicar o movimento. Mas de qualquer maneira continuou a pensar-se ser necessário a acção constante da força para sustentar o movimento uniforme. A explicação do movimento uniforme dependia da descoberta da força, o que nem sempre era fácil. Existiam também outros problemas. Por exemplo, um objecto em queda não se movia com velocidade constante — antes acelerava. Como explicar a aceleração? Alguns aristotélicos pensaram que a aceleração de um objecto em queda estaria relacionada com a sua aproximação do lugar natural que lhe pertencia, a terra. Por outras palavras, um objecto em queda era comparado a um cavalo cansado que começa a galopar ao aproximar-se do estábulo. Outros, por seu lado, tentaram interpretar o facto dizendo que o peso do ar por cima do objecto em queda aumentava, enquanto que a coluna de ar debaixo dele diminuía, oferecendo assim menor resistência à queda.

Quando um objecto em queda atinge finalmente o solo, tão próximo quanto possível do centro da Terra, pára. E aí permanece, no seu "lugar natural". O repouso, encarado como o estado natural dos objectos na Terra, não requeria mais explicações. Os três fenómenos — repouso, movimento uniforme e movimento acelerado — podiam portanto ser explicados por um aristotélico, de maneira mais ou menos plausível. Examinaremos a seguir a explicação newtoniana dos mesmos fenómenos. A chave desse estudo é uma mais clara compreensão do conceito de força. GE 3.2

Q2 Que é necessário para manter o movimento uniforme, segundo Aristóteles?

Q3 Dê uma explicação aristotélica do movimento uniforme de um cubo de gelo sobre uma mesa plana.

3.3 Forças em equilíbrio

A ideia comum de força está intimamente ligada à nossa própria actividade muscular. Sabemos que é necessário um esforço contínuo para levantar e sustentar uma pedra pesada. Quando empurramos um cortador de relva, remamos um barco, cortamos lenha ou amassamos farinha, os nossos músculos fazem-nos sentir que estamos a aplicar força sobre alguma coisa. Força, movimento e actividade muscular estão naturalmente associados nas nossas mentes. Na verdade, quando pensamos em alterar a forma de um objecto, ou em movê-lo, ou em alterar-lhe o seu movimento, pensamos naturalmente na sensação muscular de aplicar uma força sobre o objecto. Veremos que são úteis na física muitas — *mas não todas* — das ideias comuns do dia-a-dia sobre forças.

Sabemos intuitivamente que as forças podem fazer mover os objectos, mas a verdade é que elas podem também manter as coisas em repouso. Os cabos que suportam a Ponte sobre o Tejo estão sob a acção de forças tremendas, permanecendo todavia em repouso. Aparentemente torna-se necessário algo mais que a simples acção de forças para se iniciar o movimento.

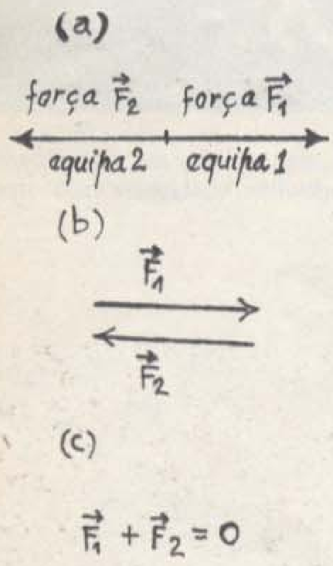
É claro que esse facto nada tem de surpreendente. Todos já tivemos ocasião de observar querelas de crianças a respeito de algum brinquedo. Se cada uma delas puxar o brinquedo para si com determinação, pode muito bem acontecer que este não se mova; mas, por outro lado, a sorte da "batalha" poderá ser alterada se uma das crianças aplicar subitamente um esforço mais intenso, ou se duas delas cooperarem entre si e se opuserem à terceira.

Qualquer coisa de semelhante acontece na chamada luta de tracção ou jogo da corda, em que duas equipas exercem força sobre uma corda, procurando cada uma delas arrastar a outra; grandes forças poderão

estar aplicadas à corda, mas haverá muitas alturas em que ela estará em repouso: pode-se dizer que as forças aplicadas estão equilibradas, ou que estão "canceladas". Um físico diria que a corda está *em equilíbrio* quando a força total aplicada num dos lados for igual à força total aplicada no outro, estando estas forças a actuar em sentidos opostos. Ele poderia dizer, igualmente bem, que a *força total resultante* é nula. Consequentemente, um corpo em equilíbrio não começará a mover-se, até que uma nova força, não "contrabalançada", entre em acção, destruindo o equilíbrio.

Em todos estes exemplos são igualmente importantes a intensidade das forças e as suas direcções. O efeito de uma força depende da direcção em que é aplicada. Poderemos representar a natureza direccional das forças num desenho, utilizando setas: a direcção e o sentido da seta representam a direcção e o sentido de actuação da força; o comprimento da seta representa a intensidade da força (por exemplo, uma força de 10 kg será representada por uma seta duas vezes mais comprida que a seta representando uma força de 5 kg).

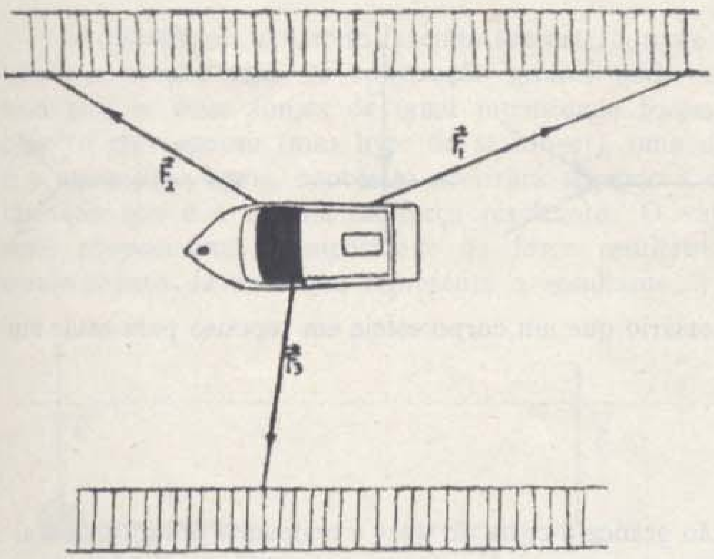
Descobrimos agora um resultado surpreendente. Se conhecermos separadamente cada uma das forças aplicadas a um corpo em repouso, poderemos prever se este conservará o seu estado de repouso. E esta previsão é muito simples: o corpo actuado pelas forças estará em equilíbrio sob a sua acção e permanecerá em repouso apenas se as setas que representam as forças "somarem todas zero".

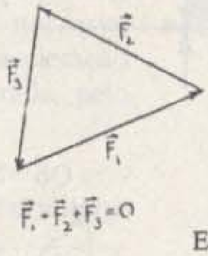


Há várias maneiras de exprimir a noção de força não contrabalançada: força final, força resultante, força total, vector soma das forças. Todas estas expressões significam a mesma coisa.

Como se somarão setas? Com um simples truque gráfico. Considere-se o jogo de tracção como exemplo. Chamemos $\vec{F}_1$ à força exercida pela equipa que puxa para a direita (a pequena seta sobre F_1 indica que estamos a tratar de grandezas para as quais a direcção é importante). E chamemos $\vec{F}_2$ à força exercida pela outra equipa. A figura (a) mostra as duas setas correspondentes às duas forças, ambas aplicadas ao ponto médio da corda, mas em sentidos opostos. Partamos do princípio de que estas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ foram medidas separadamente e com precisão, por exemplo, fazendo com que cada equipa exercesse separadamente a sua acção sobre um dinamómetro. As setas correspondentes a $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ estão cuidadosamente desenhadas numa escala escolhida, como por exemplo: 1 cm = 250 kg (de modo que uma força de 125 kg em qualquer dos sentidos seria representada por uma seta com 0,5 cm). Na figura (b) estão novamente desenhadas as setas $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, na mesma escala, mas desta vez em sobreposição; desenhada primeiro $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ é depois desenhada de modo que a sua "cauda" se inicie na "cabeça" de $\vec{F}_1$ (na figura (b) as duas setas estão ligeiramente separadas para que se possam distinguir, já que com uma sobreposição perfeita a figura não ficaria clara). O "truque" é este: se a "cabeça" da segunda seta ficar exactamente sobre a "cauda" da primeira, então saberemos que os efeitos das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ se contrabalançam: as duas forças, actuando em sentidos opostos e com iguais intensidades, somam zero. Se assim não acontecesse, o excesso de uma das forças sobre a outra seria a *resultante* e a corda entraria em movimento acelerado em vez de permanecer em repouso.

É evidente que o caso analisado era extremamente simples, mas o recurso a técnicas gráficas também é frutífero para casos mais complicados. Por exemplo, aplique-se o mesmo procedimento ao problema do brinquedo e das crianças, ou a um barco preso por três cordas amarradas em pontos distintos. Considere-se um caso em que $\vec{F}_1$ seja uma força de 24 kg, $\vec{F}_2$ seja de 22 kg e $\vec{F}_3$ de 19 kg, nas direcções apontadas na figura (a escala escolhida para representar as intensidades das forças foi de 0,1 cm = 1 kg). Estará o barco em equilíbrio sob



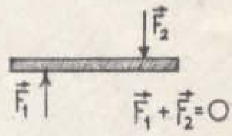


a acção destas forças? Sim, se as forças somarem zero. Vejamos. Por meio de uma régua e de um transferidor desenhemos as setas à escala e exactamente nas direcções correctas. Adicionando então $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, "cabeça" contra "cauda", vemos que a "cabeça" da terceira seta cai sobre a "cauda" da primeira. Não há dúvida que as forças se cancelam; somam zero; a força resultante é nula. Consequentemente, o barco está em equilíbrio. Este método diz-nos quando um corpo está em equilíbrio, independentemente do número de forças diferentes que exercem acção sobre o corpo.

Poderemos agora resumir o que sabemos do estado de repouso tal como se segue: para que um corpo permaneça em repouso é necessário que a soma de todas as forças actuantes seja nula. Encaramos portanto o repouso como um exemplo da condição de equilíbrio, o estado no qual todas as forças actuantes sobre o objecto estão equilibradas.

Um caso interessante de equilíbrio, muito diferente quer do brinquedo e das crianças quer do jogo de tracção, é o que ocorre em determinada altura da "queda livre" de um pára-quedista. Na verdade, a queda só é "livre" no seu início. A resistência do ar aumenta com a velocidade, de modo que, em determinada altura da queda, a força oposta pela resistência do ar, dirigida para cima, é suficiente para equilibrar a força da gravidade, dirigida para baixo. Assim, o pára-quedista cai a velocidade constante, de modo semelhante ao que ocorre com uma "bola" de "badminton" ou com uma folha de árvore. A sensação não é de queda, mas antes de repouso sobre uma cama fofa, à parte o vento! Durante parte do voo um pára-quedista está em equilíbrio, tal como se estivesse deitado no seu leito! Em ambos os casos a força resultante actuante sobre ele é nula.

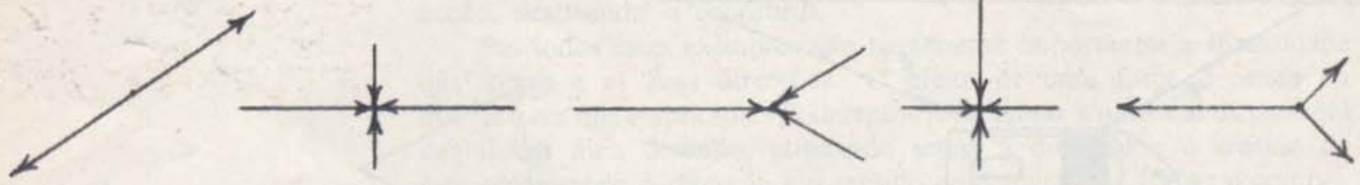
Estamos a definir "equilíbrio" sem termos em conta se o objecto poderá eventualmente rodar. Por exemplo: no diagrama apresentado abaixo, a soma das forças aplicadas sobre a tábua é nula, mas é óbvio que esta irá rodar.



GE 3.3

Q4 Considere-se um corpo em repouso sobre uma mesa. Que forças actuam sobre ele? Mostre como actua cada uma dessas forças sobre o corpo, por meio de setas (desenhadas à escala). Mostre que a soma das forças é nula.

Q5 Em quais dos casos apresentados a seguir estão as forças equilibradas?



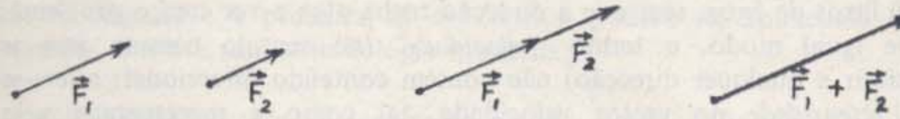
Q6 Será necessário que um corpo esteja em repouso para estar em equilíbrio?

3.4 Vectores

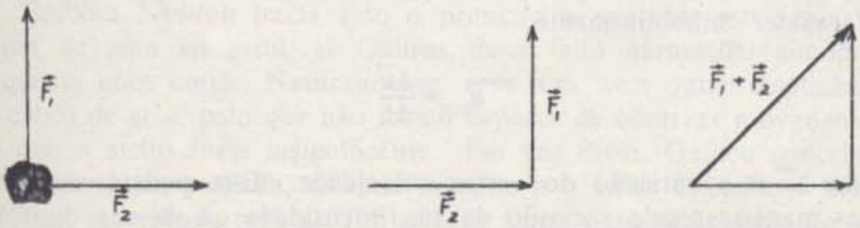
A representação gráfica à custa de setas é realmente útil e funcional. À sua custa poder-se-á prever se as forças se equilibram, deixando o objecto em equilíbrio, ou se existe alguma força resultante não nula, provocando a aceleração do objecto. Por que poderá uma representação gráfica ser utilizada desta maneira? A razão de tal facto envolve definições matemáticas precisas para o deslocamento e para a força, mas poder-se-á demonstrar facilmente que é razoável a regra de adição à custa de uma série de experiências. Por exemplo, poder-se-ão prender três dinamómetros a um anel e fazer com que algumas pessoas puxem pelos extremos livres dos dinamómetros, de tal maneira que as forças se equilibrem e deixem o anel em repouso. Registando o valor absoluto das forças e marcando as respectivas direcções poder-se-á construir uma representação gráfica à custa de setas e verificar que a sua soma é nula. Várias experiências deste tipo permitirão mostrar que a resultante é sempre nula.

Não é óbvio que as forças se devam comportar como setas. Mas acontece que o desenho de setas é útil para o cálculo da adição de forças (Se assim não acontecesse procuraríamos simplesmente outros símbolos que pudessem ser úteis). As forças pertencem a um tipo de grandezas chamadas *vectoriais*, ou, abreviadamente, apenas *vectores*. Algumas das características dos vectores podem ser convenientemente representadas por setas. Em particular, as grandezas vectoriais possuem uma *intensidade* (ou *módulo* ou *valor absoluto*) que pode ser representada pelo comprimento da seta, desenhada à escala. E têm também *direcção*, evidenciada pela direcção da seta. E podemos ainda verificar, experimentalmente, que as forças podem ser *somadas*, de tal modo que o efeito total de duas ou mais, ou seja o *vector resultante*, pode ser obtido pela adição de setas pela regra da "cabeça-contra-a-cauda".

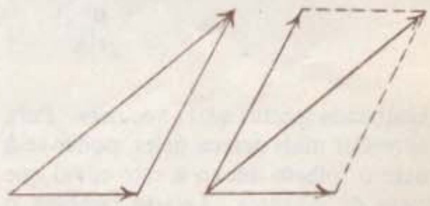
No exemplo do jogo da tracção falámos do efeito de forças iguais e opostas. Se duas forças actuarem na *mesma* direcção, a força resultante pode ser obtida essencialmente da mesma maneira, como se mostra na figura.



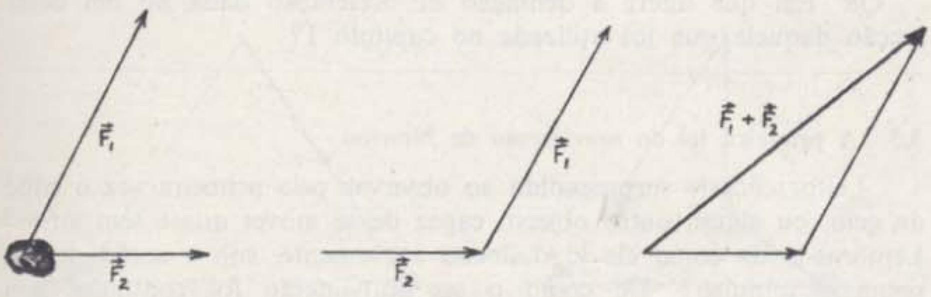
Se duas forças actuarem fazendo um determinado ângulo entre elas, ainda o mesmo tipo de construção gráfica pode ser utilizado. Por exemplo, se duas forças de igual intensidade forem aplicadas a um objecto em repouso (mas livre de se mover), uma dirigida para leste e a outra para norte, o objecto acelerará segundo a direcção nordeste, direcção que é a mesma da força resultante. O valor da aceleração será proporcional à intensidade da força resultante, mostrada pelo comprimento da seta que representa a resultante.



O mesmo processo pode ser usado para forças de qualquer amplitude e actuando segundo quaisquer ângulos. Por exemplo, se uma força actuar na direcção leste e uma outra, maior, actuar na direcção nordeste, o vector resultante poderá ser determinado como se mostra na figura.

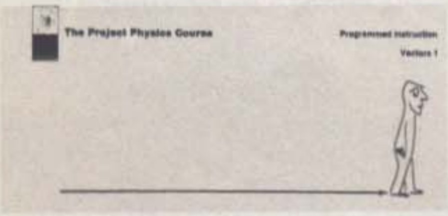


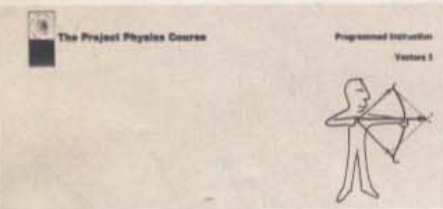
Poder-se-á igualmente usar uma construção gráfica denominada «regra do paralelogramo», que parece diferente do método da «cabeça-contra-cauda» mas que é exactamente a mesma coisa. Por este método, os vectores a adicionar juntam-se cauda-contra-cauda (em vez de cabeça-contra-cauda); a resultante é simplesmente a diagonal do paralelogramo assim obtido (veja-se GE 3.4).



Resumindo, poderemos agora definir uma grandeza vectorial. Esta é uma grandeza caracterizada simultaneamente pela sua direcção e pelo seu valor absoluto, que pode ser adicionada a outras grandezas do mesmo tipo por meio de uma construção gráfica do género "cabeça-contra-cauda" ou por meio do método equivalente do paralelogramo (Estas grandezas têm ainda outras propriedades, que poderão ser estudadas em cursos de física mais avançados). Podemos ver, por esta definição, que muitos conceitos físicos importantes são vectores — por exemplo, deslocamento, velocidade e aceleração. Outros conceitos físicos como sejam volume, distância e "velocidade" (considerada de uma maneira comum e não numa determinada direcção) não exigem uma especificação da direcção, não sendo por isso quantidades vecto-

Qualquer quantidade vectorial é representada por uma letra com uma seta por cima; por exemplo, $\vec{F}$, $\vec{a}$, $\vec{v}$.





Usaremos muitas vezes vectores. Para aprender mais acerca deles, poder-se-á usar o folheto anexo a este curso que trata de vectores. Leia-se também o artigo "Introduction to Vectors", da *Colectânea de Textos*.

riais; estas são as chamadas *grandezas escalares* Quando se somam 10 litros de água a outros 10 litros de água, o resultado é sempre 20 litros de água, sem que a direcção tenha algo a ver com o problema. De igual modo, o termo "*velocidade*" (no sentido comum sem se referir a qualquer direcção) não contém conteúdo direccional; refere-se à *intensidade* do vector velocidade, tal como é representada pelo comprimento da seta, sem ter em conta a sua direcção. Pelo contrário, quando se somam duas forças de 10 kg cada, a força resultante pode ser qualquer uma entre zero e 20 kg, *consoante as direcções* das forças individuais.

Corrigiremos mais adiante a noção simplista que apresentámos na secção 1.8, ao definir aceleração como a taxa de variação da velocidade, sem ter em conta a direcção desta. Na realidade, esta definição é apenas parcialmente correcta, por ser incompleta. Teremos que considerar também a variação na *direcção* do movimento. A definição mais útil da aceleração é a que a define como a taxa de variação do *vector velocidade*. Simbolicamente:

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

onde $\Delta \vec{v}$ é a variação do vector velocidade. Este poderá variar de duas maneiras: pela variação da sua intensidade ou da sua direcção. Por outras palavras, um objecto estará a acelerar quando o módulo da sua velocidade estiver a aumentar ou a diminuir, ou quando a sua direcção estiver a variar. Exploraremos esta definição de uma maneira mais exaustiva em secções posteriores.

Q7 Enumere três propriedades das grandezas vectoriais.

Q8 Em que difere a definição de aceleração dada no fim desta secção daquela que foi utilizada no capítulo 1?

3.5 A primeira lei do movimento de Newton

Leitor: ficaste surpreendido ao observar pela primeira vez o cubo de gelo, ou algum outro objecto capaz de se mover quase sem atrito? Lembras-te de como ele se deslocou suavemente, sob a acção de um pequeno impulso? De como o seu movimento foi contínuo, sem mostrar quaisquer sinais de abrandamento ou aceleração? Embora a nossa intuição e a experiência comum do dia-a-dia nos diga que é necessário aplicar constantemente uma força para conservar um objecto em movimento, o cubo de gelo, na experiência que efectuámos, contradiz claramente a nossa expectativa aristotélica. É sempre surpreendente observar tal facto pela primeira vez.

No entanto, o comportamento do cubo de gelo foi perfeitamente natural. Se não existissem forças de fricção, um impulso momentâneo e suave seria suficiente para colocar qualquer mesa ou cadeira a deslizar ao longo do soalho, tal como sucedeu com o cubo de gelo. A primeira lei de Newton desafia frontalmente a noção aristotélica do que é "natural", ao considerar o estado de repouso e o de movimento uniforme (não acelerado) ao longo de uma linha recta como igualmente naturais. Na verdade, apenas a existência de uma força (atrito, por exemplo) impede que um objecto permaneça *perpetuamente* em movimento! A primeira lei de Newton poderá ser enunciada da seguinte maneira, em terminologia moderna:

> Qualquer objecto permanece no seu estado de repouso ou de movimento uniforme ao longo de uma linha recta até que seja actuado por alguma força não contrabalançada. Inversamente, se um objecto está em repouso ou em movimento uniforme ao longo de uma linha recta, é porque a força não contrabalançada actuante sobre ele é nula.

Para compreender o movimento de um objecto, deveremos ter em atenção todas as forças que actuam sobre ele. Se *todas* as forças (incluindo o atrito) estiverem equilibradas, o corpo mover-se-á com uma velocidade constante, $\vec{v}$.

Embora Newton tenha sido o primeiro a exprimir esta ideia na forma de uma lei geral, já Galileu tinha feito afirmações similares cinquenta anos antes. Naturalmente, nem um nem outro dispunham de cubos de gelo, pelo que não foram capazes de observar movimentos em que o atrito fosse insignificante. Em vez disso, Galileu concebeu uma experiência pensada, na qual imaginava o atrito reduzido a zero.

Esta experiência pensada foi baseada numa observação real. Se um pêndulo, preso na extremidade de um fio, for desviado da sua posição de equilíbrio e libertado depois, ele descreverá um arco, a partir da sua posição inicial de repouso, subindo muito aproximadamente até à mesma altura de que tinha partido. Na verdade, tal como Galileu mostrou, o pêndulo subirá sensivelmente até à altura inicial, mesmo se se utilizar uma espera para alterar a trajectória normal.

A primeira lei de Newton pode ser escrita de uma maneira mais concisa, se atendermos a que quando se afirma que a velocidade é constante (no sentido geral), se pretende dizer que é constante não só a intensidade da velocidade mas também a sua direcção:

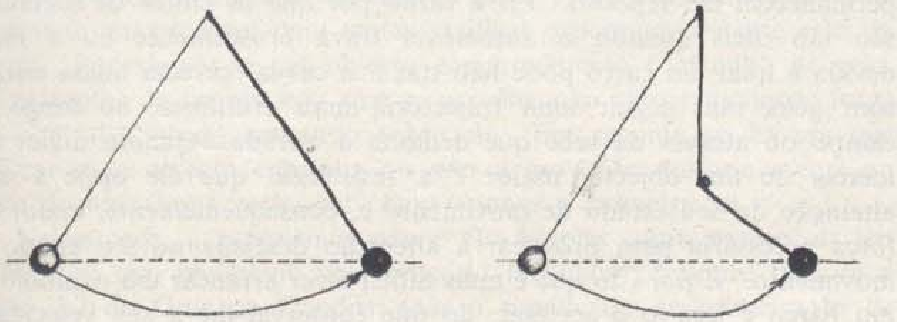
$$\vec{v} = \text{constante}$$

se e só se:

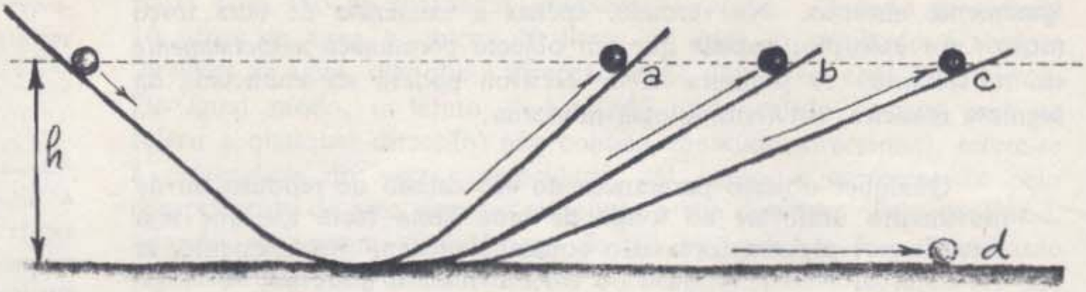
$$\vec{F}_{res} = 0$$

Esta afirmação inclui também a condição de repouso, já que esta não é mais que um caso particular de velocidade inalterável — o caso em que $\vec{v} = 0$.

GE 3.5



Foi a partir desta observação que Galileu idealizou a sua experiência pensada. Ele previu que uma bola, largada de uma determinada altura ao longo de uma rampa sem atrito, rolaria exactamente até à mesma altura numa rampa semelhante colocada em frente da anterior, independentemente do comprimento real da trajectória. Por exemplo, no diagrama apresentado, ao mudar a segunda rampa da posição (a) para a posição (b) e depois para a (c), a bola rolaria distâncias cada vez maiores. de modo a atingir a altura a que estava no início do movimento. O abrandamento do seu movimento é cada vez mais lento, à medida que o ângulo da rampa com o solo diminui. Se a segunda rampa for *exactamente horizontal*, como se mostra em (d),



Não há diferença detectável, dentro do laboratório, entre uma linha recta (horizontal) e uma altura constante em relação ao solo. Mas a uma escala mais vasta, o eterno movimento de rolar de Galileu tornar-se-ia no movimento ao longo de uma circunferência em torno da Terra. Newton tornou claro o que é realmente importante: que, na ausência da força gravitacional da Terra ou de quaisquer outras forças externas, a trajectória não perturbada da bola prolongar-se-ia em linha recta através do espaço.

a bola nunca atingirá a altura de que partiu. Consequentemente, raciocinou Galileu, a bola rolaria, ao longo desta superfície sem atrito, segundo uma linha recta e com uma velocidade inalterada, indefinidamente. Esta afirmação pode ser encarada como idêntica à da primeira lei de Newton, e é por isto que alguns historiadores da ciência consideram ter sido Galileu que enunciou a primeira lei. Outros historiadores, todavia, consideram que Galileu interpretaria a frase "rolando para sempre" como equivalente a "permanecendo a uma altura constante em relação à Terra", e não "movendo-se ao longo de uma linha recta através do espaço".

Esta tendência de os objectos manterem o seu estado de repouso ou de movimento uniforme é por vezes chamada de "princípio da inércia". A primeira lei de Newton é, por isso, por vezes referida como a "lei da inércia". A inércia é uma propriedade inerente a todos os objectos. Os corpos materiais são, por assim dizer, tremendamente teimosos em tudo o que diga respeito ao seu estado de movimento. Uma vez em movimento, continuam a mover-se com velocidade inalterável (em módulo e em direcção), até que a actuação de alguma força externa os obrigue a proceder em contrário. Se estão em repouso, permanecem em repouso. Eis a razão por que os cintos de segurança são tão úteis quando o automóvel trava bruscamente ou a razão devida à qual um carro pode não traçar a curva correcta numa estrada com gelo, mas seguir uma trajectória mais rectilínea, ao longo do campo ou através da sebe que delimita a estrada. Quanto maior é a inércia de um objecto, maior é a resistência que ele opõe a uma alteração do seu estado de movimento e, consequentemente, maior é a força necessária para provocar a alteração desejada no seu estado de movimento. É por isto que é mais difícil fazer arrancar um comboio ou um barco e levá-lo a acelerar, do que conservar-lhe a sua velocidade, uma vez em movimento. (Na ausência de atrito, o comboio ou o barco conservar-se-iam em movimento sem que fosse necessário aplicar qualquer força). Mas pela mesma razão é difícil fazê-lo parar; e pela mesma razão os passageiros e a carga se deslocam para a frente quando o veículo é subitamente travado.

A primeira lei de Newton diz-nos que se virmos um objecto a mover-se com velocidade constante ao longo de uma linha recta sabemos imediatamente que as forças actuantes sobre ele devem estar equilibradas, isto é, que ele está em equilíbrio. Vimos na secção 3.4 que um corpo em *repouso* está em equilíbrio. Significará isto que na física newtoniana o estado de repouso e o estado de movimento uniforme são equivalentes? Assim é. Em relação a um corpo em equilíbrio, sabemos apenas que $\vec{v}$ = constante. O facto de o valor desta constante ser nulo ou não, depende, na verdade, do corpo escolhido como referência para a medição do módulo de $\vec{v}$. Só faz sentido fazer que ele está em repouso ou em movimento com $\vec{v}$ constante diferente de zero, relativamente a algum outro corpo.

Tome-se como exemplo o jogo de tracção. Suponha-se que as duas equipas se exercitam sobre o convés de uma barca que esteja a deslizar com velocidade uniforme ao longo de um rio de curso bastante lento. Dois observadores — um colocado na barca e o outro na margem do rio — relatarão o acontecimento tal como o vêem relativamente às suas próprias referências. O observador que estiver na barca dirá que as forças aplicadas na corda estavam equilibradas e que esta estava em repouso. O observador que estiver na margem dirá, por seu turno, que as forças aplicadas na corda estavam equilibradas e que esta se deslocava em movimento uniforme. Qual deles terá razão? Ambos têm razão; a primeira lei do movimento de Newton aplica-se a qualquer das observações. O facto de um corpo estar em repouso ou em movimento depende do sistema de referência utilizado para observar o acontecimento. Em qualquer dos casos as forças aplicadas ao objecto estão equilibradas.

Q9 Qual é a força resultante aplicada sobre o corpo, em cada um dos quatro casos esboçados na página seguinte?

Q10 Que diferença poderia existir entre os conceitos de inércia de Newton e de Galileu?

3.6 O significado da primeira lei

A experiência pensada de Galileu pode parecer convincente. Mas imagine-se um processo para tentar verificar experimentalmente a lei da inércia. Poderá pôr-se um objecto em movimento (um cubo de gelo, por exemplo) de tal maneira que se acredite não existir qualquer força não contrabalançada actuando sobre ele. Em seguida só haverá que verificar se o objecto continua ou não a mover-se uniformemente ao longo de uma linha recta, tal como aponta a primeira lei.

Na verdade, a experiência não é tão simples como parece; as leis de Newton têm realmente um conteúdo filosófico profundo (veja-se a secção 3.7 do Guia de Estudo); mas o significado da primeira lei de Newton pode ser apercebido mesmo sem atender a essas subtilezas. Eis uma lista das noções fundamentais contidas na primeira lei.

1. Apresenta o conceito de inércia como sendo uma propriedade básica de todos os objectos materiais. Inércia é a tendência de qualquer objecto manter o seu estado de repouso ou de movimento uniforme.
2. Aponta a equivalência entre o estado de repouso de um objecto e o estado de movimento uniforme ao longo de uma linha recta. Ambos estes estados requerem uma força resultante nula.
3. Levanta a questão do sistema de referência. Um objecto estacionário para um observador poderá estar em movimento para um outro; consequentemente, se as ideias de repouso e de

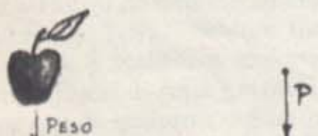
Naturalmente, o conceito de inércia não *explica por que é que* os corpos resistem a variações do seu estudo de movimento. Trata-se simplesmente de um termo que nos ajuda a falar deste facto natural fundamental e experimentalmente observado (veja-se GE 3.6 e 3.7).

O sistema de referência correcto a usar será, portanto, aquele que está em repouso ou em movimento rectilíneo uniforme em relação às estrelas. Estritamente falando, consequentemente, a Terra em rotação não é susceptível de ser usada como sistema de referência newtoniano; mas, para muitos efeitos, a Terra roda tão pouco durante a realização de uma experiência que o seu movimento de rotação pode ser ignorado (veja-se GE 3.8).

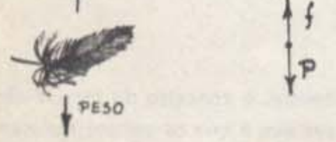
movimento uniforme têm algum sentido, deverá ser especificado um sistema de referência a partir do qual se efectuem as observações dos acontecimentos.

4. Propõe-se ser uma lei universal. Afirma peremptoriamente que o mesmo esquema teórico pode explicar movimentos em qualquer parte do universo. Pela primeira fez não é feita qualquer distinção entre o domínio terrestre e celeste. A mesma lei aplica-se igualmente a objectos na Terra como a objectos na Lua, ou nos planetas ou nas estrelas. E aplica-se a bolas, cubos de gelo, magnetes, núcleos atómicos, electrões — seja o que for!
5. A primeira lei descreve o comportamento de objectos quando
GE 3.9 não há forças não contrabalançadas actuando sobre eles. Portanto, abre o pano para a seguinte pergunta: o que acontecerá
GE 3.10 exactamente quando uma força não contrabalançada *estiver a actuar* sobre o objecto?

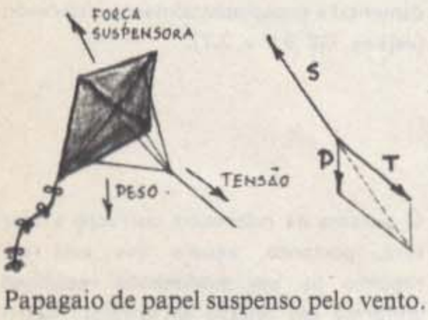
3.7 A segunda lei do movimento de Newton



Queda de uma maçã — atrito desprezável.



Uma pena caindo a velocidade aproximadamente constante.



Papagaio de papel suspenso pelo vento.

Homem correndo contra o vento.

Foi afirmado na secção 3.1 que uma teoria dinâmica deveria estudar tanto o repouso como o movimento uniforme e a aceleração. Até agora foram alcançados dois destes três objectivos: a explicação do repouso e do movimento uniforme. Nos termos da primeira lei, os estados de repouso e de movimento uniforme são equivalentes; constituem unicamente duas maneiras diferentes de descrever o estado de equilíbrio — aquele em que não há forças não contrabalançadas actuando sobre o objecto.

A última secção concluiu com uma lista das noções contidas na primeira lei. Foi certamente óbvia a ausência de relações quantitativas entre força e inércia. A segunda lei do movimento permite-nos atingir o terceiro objectivo citado — a explicação da aceleração — ao mesmo tempo que nos fornece uma expressão quantitativa, uma equação para a relação entre força e inércia. Estudaremos separadamente a maneira como força e inércia entram na segunda lei. Mais adiante veremos como são medidas a força e a inércia. Mas começaremos por nos assegurar da clareza da afirmação de Newton. Vamos considerar primeiro a situação em que diversas forças actuam no mesmo objecto, e depois aquela em que a mesma força actua em diversos objectos.

Força e aceleração. Realçando a noção de força, a segunda lei de Newton pode ser enunciada da seguinte maneira:

A força resultante, não contrabalançada, actuando sobre um objecto é directamente proporcional à aceleração deste e tem a mesma direcção que esta.

Resumidamente, a afirmação é a seguinte: "a aceleração é proporcional à força resultante". Se representarmos a força resultante por $\vec{F}_{res}$ e a aceleração por $\vec{a}$ poderemos escrever precisamente a relação enunciada na forma:

$$\vec{a} \propto \vec{F}_{res}$$

Tanto $\vec{a}$ como $\vec{F}_{res}$ são vectores; a afirmação de proporcionalidade pressupõe que os dois vectores têm a mesma direcção.

Dizer que uma grandeza é proporcional a outra constitui uma afirmação matemática precisa. Neste caso a afirmação significa que se uma dada força resultante ($\vec{F}_{res}$) faz com que um objecto se mova com uma determinada aceleração ($\vec{a}$), então uma força duas vezes maior que a anterior fará com que o mesmo objecto se mova com uma aceleração duas vezes maior que antes (ou $2\vec{a}$); uma força três vezes maior provocará uma aceleração três vezes maior; e assim por diante. Simbolicamente, este princípio pode ser expresso da seguinte maneira:

Se uma força $\vec{F}_{res}$ provoca $\vec{a}$, então uma força igual a

$2\vec{F}_{res}$ provocará $2\vec{a}$

$3\vec{F}_{res}$ provocará $3\vec{a}$

$\frac{1}{2}\vec{F}_{res}$ provocará $\frac{1}{2}\vec{a}$

$5{,}2\vec{F}_{res}$ provocará $5{,}2\vec{a}$

e assim por diante.

Poder-se-á imaginar facilmente uma experiência grosseira (não muito precisa) para verificar a validade da lei — mais facilmente como experiência pensada que como experiência real. Coloque-se um cubo de gelo sobre uma mesa plana, ligue-se aquele a um pequeno dinamómetro e aplique-se uma força constante, de modo a acelerá-lo continuamente. O dinamómetro registará a força resultante, já que é a única força actuante não contrabalançada. Meçam-se as forças e as correspondentes acelerações em várias experiências e comparem-se os valores de $\vec{F}_{res}$ e de $\vec{a}$. Consideraremos este método em pormenor na próxima secção.

Massa e aceleração. Poderemos agora considerar a noção de inércia envolvida na segunda lei, pelo efeito da mesma força, actuando sobre diferentes objectos. Ao discutir a primeira lei dissemos que inércia era a resistência exibida por um objecto a qualquer alteração da sua velocidade. Sabemos da experiência e da observação vulgar que alguns objectos apresentam maior inércia que outros. Por exemplo, ao atirar, com toda a força possível, uma bola de ténis ou uma pedra bem pesada, a bola acelerará mais, atingindo portanto uma maior velocidade que a pedra. Consequentemente, a aceleração ganha por um corpo depende tanto do próprio corpo como da força aplicada sobre ele. O conceito de quantidade de inércia de um corpo é expresso pelo termo *massa*.

Massa é um termo familiar, mas a sua utilidade em física surge apenas depois de desembaraçado de alguns aspectos do seu significado comum. Por exemplo, "massa" é muitas vezes utilizado como sinónimo de "peso". Mas embora massa e peso estejam intimamente relacionados, não são a mesma coisa. O peso é uma força, a força com que a gravidade actua sobre um objecto; massa, por outro lado, é uma medida da resistência que o objecto oferece à aceleração. É verdade que, sobre a superfície terrestre ou na sua vizinhança imediata, objectos difíceis de acelerar são também pesados; regressaremos a esta relação na secção 3.8. GE 3.11

Ao aplicar a mesma força a vários objectos diferentes, as suas acelerações não serão as mesmas. Newton afirmou que a aceleração adquirida por cada objecto é inversamente proporcional à sua massa. Usando o símbolo m para a massa (uma grandeza escalar) e o símbolo a para a intensidade do vector aceleração $\vec{a}$, poderemos escrever que "a é inversamente proporcional a m", ou que — o que, matematicamente, é o mesmo — "a é proporcional a $1/m$", ou

O que significa dizer que a massa é uma grandeza escalar?

$$a \propto 1/m$$

Isto significa que, se uma determinada força faz com que um dado objecto adquira uma dada aceleração, então a mesma força fará com que um objecto com o dobro da massa adquira metade da aceleração, um objecto com o triplo da massa adquira um terço da aceleração, um objecto com um quinto da massa adquira o quíntuplo da aceleração, e assim por diante. É por isto que um camião completamente cheio leva muito mais tempo a atingir a sua velocidade de cruzeiro que o mesmo camião, quando vazio. Simbolicamente, poderemos escrever:

> Se uma dada força $\vec{F}_{res}$ é aplicada sobre um objecto
> de massa m, que ganhará a aceleração $\vec{a}$, então um objecto
> de massa $2m$ ganhará a aceleração $\frac{1}{2}\vec{a}$, um outro
> de massa $3m$ ganhará a aceleração $\frac{1}{3}\vec{a}$, um outro
> de massa $1/5m$ ganhará a aceleração $5\vec{a}$, um outro
> de massa $2{,}5m$ ganhará a aceleração $0{,}4\vec{a}$,
> e assim por diante.

O que ficou dito pode ser demonstrado experimentalmente. Poderá o Leitor sugerir como?

Os papéis desempenhados pela força e pela massa na segunda lei de Newton podem ser apresentados conjuntamente numa única proposição:

> A aceleração de um objecto é directamente proporcional à força não contrabalançada actuante sobre ele e tem a mesma direcção que esta, e é inversamente proporcional à massa do objecto.

As ideias expressas nesta proposição podem ser resumidas na equação:

GE 3.12, 3.13

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{res}}{m}$$

Esta equação pode ser encarada como uma maneira de exprimir a segunda lei do movimento de Newton. A mesma relação pode, naturalmente, ser escrita na forma:

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a}$$

De qualquer forma, esta é, provavelmente, a equação fundamental de toda a mecânica newtoniana. Tal como a primeira lei, a segunda tem também um incrível campo de aplicação: não interessa se a força é de carácter mecânico, eléctrico ou magnético, se a massa é a de uma estrela ou de uma partícula nuclear, se a aceleração é grande ou pequena. A lei pode ser usada tanto nos problemas mais simples como nos mais sofisticados. Medindo a aceleração que uma força desconhecida imprime a um corpo de *massa conhecida* é possível calcular o valor numérico da força, a partir da equação $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$. Ou, medindo a aceleração que uma *força conhecida* imprime a um corpo de massa desconhecida pode-se calcular o valor numérico da massa a partir da equação $m = F_{res}/a$. É evidente que é necessário *medir* duas das três grandezas em jogo para se poder calcular a outra.

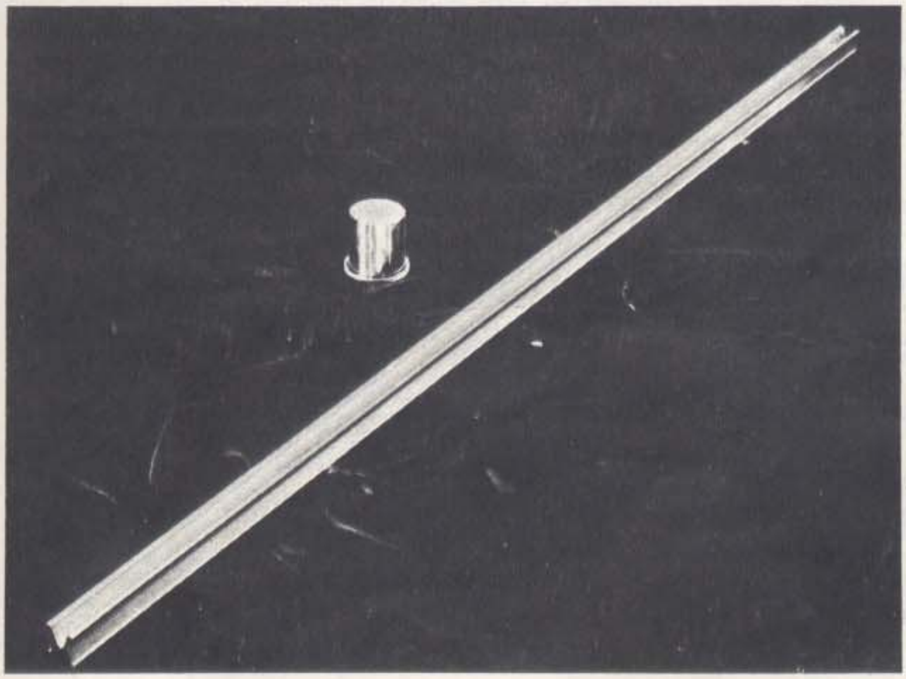
Unidades de massa e de força. Antes mesmo de fazer tais medidas, todavia, torna-se necessário definir unidades de massa e de força, consistentes com as unidades de medida da aceleração (que foram já definidas em termos de padrões de comprimento e de tempo — por exemplo, metros por segundo por segundo).

Uma maneira de resolver este problema consiste em escolher um objecto conveniente, talvez uma peça de metal à prova de corrosão, tal como o padrão universal de massa, assim como o metro é um padrão universal de comprimento. Poder-se-á *atribuir*, arbitrariamente, a massa de uma unidade a este objecto. Escolhida esta unidade pode-se passar ao problema da medição da força.

Embora não haja restrições na escolha de qualquer objecto como padrão de massa, este deverá ser, idealmente, extremamente estável, facilmente reprodutível e de dimensão conveniente. Efectivamente, existe um acordo na comunidade científica internacional sobre tal objecto padrão. Por acordo internacional, o padrão primário de massa é um cilindro de uma liga de platina e irídio, conservado no Arquivo Internacional de Pesos e Medidas, próximo de Paris. A massa deste cilindro é *definida* como sendo exactamente *1 quilograma* (ou, abreviadamente, 1 kg). Reproduções cuidadosamente efectuadas deste padrão primário internacional de massa são conservadas nos vários laboratórios de padrões do mundo. Outras reproduções foram efectuadas a partir destas e distribuídas a fábricas e a laboratórios de investigação.

1 kg corresponde à massa de cerca de um litro de água; corresponde ainda a cerca de 2,2 libras (mais exactamente 2,205 libras). A milésima parte de 1 kg é 1 grama (1 g).

GE 3.14



O quilograma padrão e o metro padrão.

Poderemos agora responder à pergunta de qual o "empurrão" ou "puxão" que deve ser encarado como a unidade de força. *Definiremos* 1 unidade de força como a força que, actuando sozinha, faz com que um objecto com a massa de 1 quilograma acelere à taxa de exactamente 1 metro por segundo por segundo.

GE 3.15, 3.16

Imagine-se uma experiência na qual o objecto com a massa padrão de 1 quilograma é impulsionado na direcção horizontal sobre uma superfície plana e sem atrito, regulando-se a força por meio de um dinamómetro de modo que o objecto acelere exactamente a 1 m/s². A força necessária terá, por definição, a intensidade de uma unidade:

GE 3.17, 3.18

Nesta equação consideram-se basicamente as intensidades — a direcção não interessa para a definição da unidade de força.

$$F_{res} = 1\ \text{kg} \times 1\ \text{m/s}^2 = 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Portanto, 1 kg·m/s² de força é a quantidade de força que imprime a aceleração de 1 m/s² à massa de 1 kg.

As unidades de aceleração, «metros/segundo por segundo», podem ser escritas quer na forma «m/s/s» quer na forma «m/s²». «s²» significa que a divisão pelo tempo ocorre duas vezes e não qualquer coisa como o «quadrado do tempo».

À unidade kg·m/s² foi dado o nome abreviado de *newton* (cuja abreviatura é N). O newton é portanto uma unidade derivada, definida em termos de uma relação particular entre o metro (*m*), o quilograma (*kg*) e o segundo (*s*). Consequentemente, o newton faz parte do sistema de unidades denominado "*mks*", usado quase universalmente no trabalho científico moderno.

As entrelinhas da segunda lei de Newton tanto envolvem definições como factos experimentais. Há várias maneiras de as analisar: preferindo-se definir algumas coisas, outras terão que ser provadas experimentalmente — ou vice-versa. Entre os muitos livros publicados não há acordo sobre a melhor maneira de apresentar a relação entre a definição e a experiência na segunda lei de Newton, e até mesmo o próprio Newton deve ter chegado a alguma conclusão sobre o assunto. Todavia, com um conjunto de ideias, qualquer que seja a maneira por que estas sejam analisadas, foi extremamente proficua e conduziu a numerosas descobertas na física.

Newton não *descobriu* os conceitos de força e massa. Mas verificou que estes conceitos eram básicos para a compreensão do movimento. Clarificou estes conceitos e descobriu uma maneira de os apresentar de um modo quantitativo, tornando assim possível a ciência da dinâmica.

GE 3.19-3.23

Q11 Quais as três unidades fundamentais, de distância, massa e tempo, usadas para definir a unidade de força?

Q12 Uma força resultante de 10 N imprime a um objecto uma aceleração constante de 4 m/s². Qual a massa deste objecto?

Q13 A segunda lei de Newton é apenas válida na ausência de forças de atrito. Esta afirmação é verdadeira ou falsa?

Q14 Um objecto com 2 kg de massa, lançado no chão com uma velocidade de 10 m/s, desliza durante 5 s antes de se imobilizar. Qual a intensidade da força que produz esta aceleração?

Q15 Complete a tabela apresentada ao lado sabendo que ela regista acelerações resultantes da aplicação de forças iguais a corpos de diferentes massas.

MASSA	ACELERAÇÃO
m	30 m/s²
$2m$	15 m/s²
$3m$	
$1/5m$	
$0,5m$	
$45m$	
	3 m/s²
	75 m/s²

3.8 Massa, peso e queda livre

Do ponto de vista físico, a ideia de força foi generalizada em relação ao senso comum, de modo a incluir muito mais do que meras acções musculares. Sempre que se observa uma aceleração, infere-se que há uma força a actuar. As forças não têm necessariamente de ser mecânicas, nem de se exercerem por contacto; podem ser devidas a acções gravitacionais, eléctricas, magnéticas, etc. As leis de Newton são válidas para todas elas.

A força da gravidade actua sem contacto directo entre objectos, que tanto podem estar separados por alguns metros de ar, como é o caso da Terra e da pedra que cai, como por uma vastidão imensa de espaço, vazio, como é o caso da Terra e de um satélite artificial em órbita.

Utilizaremos o símbolo $\vec{F}_g$ para designar a força gravitacional. A intensidade da atracção gravitacional $\vec{F}_g$ para um determinado objecto é, aproximadamente, a mesma em qualquer ponto da superfície da Terra. Quando quisermos ser mais precisos, no entanto, teremos que ter em conta não só o facto de a Terra não ser exactamente esférica como também as irregularidades existentes na composição da sua crusta. Estes factores provocam pequenas diferenças — até 0,5% — na força gravitacional que se exerce sobre um mesmo objecto em diferentes pontos. Por exemplo, um objecto com a massa constante de 1 kg sentirá uma força gravitacional de 9,812 newtons em Londres, mas apenas 9,796 newtons em Denver, no Colorado. É interessante notar que os geólogos utilizam estas variações para pesquisar a existência de petróleo ou de outros jazigos minerais.

O termo peso é muitas vezes usado na conversação comum como equivalente de massa. Em física, todavia, define-se peso de um objecto como sendo a força gravitacional que se exerce sobre o corpo. O peso é uma grandeza vectorial, como todas as forças. O peso de uma pessoa é a força que a Terra exerce sobre essa pessoa, dirigida de cima para baixo, quer ela esteja de pé ou sentada, a voar ou a cair, em órbita em torno da Terra num veículo espacial ou em cima de uma balança a medir o seu "peso".

Pense-se um momento no que faz uma balança. A mola nela existente é comprimida até que exerça uma força vertical de baixo para cima suficiente para suster o corpo que se está a pesar. Assim, o que as balanças indicam realmente é a força que a mola exerce para equilibrar o corpo. Quando o corpo a pesar e a balança estão equilibradas, sem que estejam em movimento acelerado, a balança (ou melhor, a sua mola) estará a exercer uma força vertical de baixo para cima exactamente igual ao peso do corpo. É por isso que se verifica um equilíbrio — a soma das forças actuantes sobre o corpo que se está a pesar é nula.

Imagine-se agora, por um momento, uma experiência pensada ridícula mas instrutiva: durante a pesagem de um objecto, o chão (que, curvando-se levemente, equilibra no entanto a balança e o objecto) abre-se subitamente, dando passagem à balança e ao corpo, que caem em queda livre. A velocidade de queda do objecto e da balança serão, em qualquer instante, iguais, uma vez que os dois começam simultaneamente a cair e sofrem a mesma aceleração. O corpo aflorará apenas, muito ao de leve, o prato da balança e, se se olhar então para o registador desta, verificar-se-á que ele indica um peso nulo. Isto não significa que o objecto tenha perdido o seu peso — o que só poderia suceder se a Terra desaparecesse subitamente ou se o objecto fosse removido para um ponto remoto no espaço interestelar. A força $\vec{F}_g$ actua ainda sobre o corpo, como antes, acelerando-o de cima para baixo, mas, uma vez que a balança também está a ser acelerada *juntamente* com ele, não há qualquer acção do corpo sobre a balança ou da balança sobre o corpo.

Pode-se compreender a diferença entre as propriedades do peso e da massa ao segurar-se um livro pesado: colocando-se simplesmente o livro sobre uma das mãos sentir-se-á a acção vertical de cima para baixo exercida pelo peso; segurando-se fortemente o livro e agitando-o bruscamente para um lado e para o outro continuará a sentir-se a acção do peso mas, simultaneamente, sentir-se-á como é difícil acelerá-lo no seu movimento de um lado para o outro — ou seja, sentir-se-á a sua massa. Poder-se-á fazer desaparecer a sensação de peso do livro, suspendendo-o de uma mola ou de um cordel, mas a sensação de inércia sentida ao fazer oscilar o livro permanecerá. É evidente que esta é uma demonstração grosseira e que não é óbvio que a inércia sentida durante a oscilação do livro não dependa da atracção terrestre. Experiências mais complicadas mostrariam, todavia, que o peso pode alterar-se sem que haja variação da massa do corpo. Assim, quando um astronauta sobre a superfície lunar está a utilizar uma pesada câmara de filmar, por exemplo, ele verifica imediatamente que está é muito mais fácil de levantar — o seu *peso* é apenas $^1/_6$ do seu peso na Terra. Mas a sua *massa* ou inércia é a mesma, e é tão difícil movimentá-la de um lado para o outro na Lua como na Terra.

Veja-se novamente GE 3.14.

Poderemos agora compreender os resultados da experiência de Galileu sobre os objectos em queda de uma maneira mais profunda. A argumentação de Galileu mostrou que um dado objecto (num dado sítio) cai com aceleração uniforme, $\vec{a}_g$. O que provoca esta aceleração uniforme? Uma força resultante constante — neste caso da queda livre, exactamente $\vec{F}_g$. Ora a segunda lei de Newton exprime a relação existente entre esta força e a aceleração resultante. Aplicando a equação $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$ a este caso, em que $\vec{F}_{res} = \vec{F}_g$ e $\vec{a} = \vec{a}_g$, poderemos escrever:

$$\vec{F}_g = m\vec{a}_g$$

Esta equação pode, naturalmente, ser escrita na forma:

$$\vec{a}_g = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

Concluímos da segunda lei de Newton que a razão por que a aceleração de um corpo em queda livre é constante é que, para um objecto de uma dada massa m, a força gravitacional $\vec{F}_g$ é aproximadamente constante, para distâncias de queda não muito grandes.

Galileu, todavia, fez mais do que afirmar simplesmente que qualquer objecto cai com aceleração constante: ele descobriu que *todos* os objectos caem com a *mesma* aceleração uniforme, cujo valor sabemos agora ser de 9,8 m/s², à superfície da Terra. Independentemente da sua massa m ou do seu peso $\vec{F}_g$, todos os corpos em queda livre (num mesmo sítio) têm a mesma aceleração $\vec{a}_g$. Será isto consistente com a relação $\vec{a}_g = \vec{F}_g/m$? Assim é se, para cada objecto, $\vec{F}_g$ for directamente proporcional à massa m: isto é, se m duplica, $\vec{F}_g$ deverá duplicar; se m triplica, $\vec{F}_g$ deverá triplicar. Este é um resultado realmente significativo. Peso e massa são conceitos completamente distintos. *Peso* é a *força* gravitacional exercida sobre um objecto (consequentemene o peso é um vector). *Massa* é uma medida da resistência que um objecto opõe à mudança do seu movimento, uma medida da *inércia* (portanto, a massa é um escalar). Contudo, o facto de diferentes objectos caírem com a mesma aceleração significa que as intensidades destas duas grandezas tão diferentes são proporcionais, numa dada localidade qualquer.

GE 3.25-3.28

Q16 Um astronauta está em órbita em torno da Terra num veículo espacial. A aceleração devida à gravidade, àquela distância, tem metade do valor à superfície da Terra. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras?

(a) O seu peso é nulo.
(b) A sua massa é nula.
(c) O seu peso é metade do valor original, sobre a Terra.
(d) A sua massa é metade do seu valor original.
(e) O seu peso é o mesmo.
(f) A sua massa é a mesma.

Q17 Um rapaz salta de cima de uma mesa. Quais das afirmações de Q16 são verdadeiras, no instante em que ele está exactamente a meia altura entre a mesa e o solo?

3.9 A terceira lei do movimento de Newton

Na sua primeira lei, Newton descreveu o comportamento dos objectos quando estão no estado de equilíbrio; isto é, quando a força resultante actuante sobre eles é nula. A sua segunda lei explicou como varia o seu movimento quando a força resultante não é nula. A sua terceira lei vem proporcionar uma nova e surpreendente revelação sobre o que são forças.

Considere-se este problema: numa corrida de 100 metros, um atleta vai do repouso até quase à sua velocidade máxima em menos de um segundo. Podemos medir a sua massa antes da corrida e podemos usar uma série de fotografias tiradas com intervalos de tempo muito curtos para medir a sua aceleração inicial. Conhecidas a massa e a aceleração, poderemos usar a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ para obter a força actuante sobre ele durante a aceleração inicial. Mas de onde vem esta força? Deve estar certamente relacionada com o próprio corredor. Será possível que este exerça uma força sobre si próprio? Poderá ele erguer-se e deslocar-se à custa de si mesmo?

É evidente que ele está a exercer força de encontro ao solo — mas isso é uma força aplicada *ao solo*.

A terceira lei de Newton ajuda-nos a compreender estas situações embaraçosas. Nas próprias palavras de Newton, eis a proposição que constitui a terceira lei:

> A qualquer acção opõe-se sempre uma reacção igual; ou, acções mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e de sentidos contrários.

Esta afirmação constitui uma tradução literal dos "*Principia*". Concorda-se, no entanto, em substituir a expressão *força sobre um objecto* na proposição de Newton pela palavra *acção*, e a expressão *igual força sobre um outro objecto* pelas palavras *reacção igual*. Releia-se a lei apresentada acima com estas alterações.

A ideia mais espantosa que ressalta desta proposição é que as forças existem sempre em pares geminados e aplicadas sobre dois objectos diferentes. Na verdade, a ideia de uma força única não acompanhada de uma outra aplicada em algum outro sítio não tem qualquer sentido. Sobre este assunto escreveu Newton: "O que puxe ou empurre seja o que for é tão puxado ou empurrado como este. Ao premir uma pedra com um dedo, o dedo é também premido pela pedra". Esta afirmação sugere que as forças resultam sempre de interacções entre os objectos: o objecto A puxa ou empurra o objecto B, enquanto que, ao mesmo tempo, o objecto B puxa ou empurra A exactamente com a mesma intensidade. Estas acções aos pares são sempre iguais em amplitude, opostas em sentido *e aplicadas em dois objectos diferentes*.

GE 3.29 Aplicando esta ideia ao atleta, podemos agora compreender que o facto de este empurrar a terra com os pés (a que poderemos chamar a acção) é acompanhado por uma força exercida pela terra nos seus pés (a que poderemos chamar a reacção) — e é esta que o impele para a frente. Neste caso como em qualquer outro é indiferente escolher uma das forças para a acção e a outra para a reacção, porque ambas actuam exactamente ao mesmo tempo. A acção não "provoca" a reacção — se a terra não "reagir" de encontro aos seus pés, o atleta não poderá "agir" por sua vez, mas limitar-se-á a deslizar, como acontece sobre gelo escorregadio. A acção e a reacção coexistem. É impossível existir uma sem a outra. E, o que é o mais importante, as duas forças não agem sobre o mesmo corpo. De certa maneira são como o débito e o crédito numa folha de balanço: uma é impossível sem a outra; têm iguais intensidades mas sinais opostos; e ocorrem em dois objectos diferentes.

Qualquer corpo A que afecte o corpo B deve, por sua vez, ser afectado por este — de igual maneira e em sentido oposto. Poderemos usar uma eficiente notação algébrica para exprimir as ideias que apresentámos:

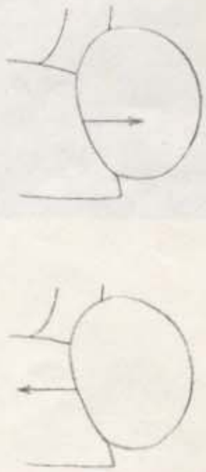
$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

que é equivalente à proposição de Newton: quando dois corpos interactuam, as forças que exercem um sobre o outro têm intensidades iguais e sentidos opostos.

Muitas observações vulgares poderão ilustrar a terceira lei de Newton: um barco avança na água porque esta impele o remo para a frente ao mesmo tempo que o remo impele a água para trás. Um automóvel é posto em andamento pela força que o solo exerce sobre os pneus, ao mesmo tempo que estes exercem força sobre o solo; quando o atrito não é suficiente, os pneus não conseguem fazer avançar o automóvel. Ao disparar uma bala, uma espingarda sofre um recuo, vulgarmente chamado o "coice" da arma. Um balão salta para a frente enquanto o ar escorre na direcção oposta. Muitos destes efeitos não são fáceis de observar; por exemplo, quando uma maçã cai, impelida pelo seu peso, a Terra é também acelerada para cima, puxada pela atracção exercida pela maçã.

Tenha-se agora em atenção o que a terceira lei *não* diz — o que também é importante. A terceira lei fala de *forças*, não dos efeitos destas forças. Assim, no último exemplo, a Terra acelera para cima enquanto a maçã cai; as forças que se exercem nos dois corpos têm iguais intensidades, mas as acelerações produzidas por elas são muito diferentes; a aceleração que a Terra sofre, dirigida de baixo para cima, é extremamente pequena, devido à sua enorme massa. A terceira lei também não descreve a maneira como é aplicada a acção da força, isto é, se esta se efectiva por contacto, se por acção magnética, se por acção eléctrica. E a lei também não faz distinção entre forças de atracção ou de repulsão. A terceira lei não depende, efectivamente, do tipo particular de força a considerar. Aplica-se igualmente a objectos em repouso e a objectos em movimento, seja este acelerado ou uniforme. É válida independentemente da existência ou não de forças de atrito. Na realidade, a universalidade da terceira lei torna-a extremamente útil ao longo de toda a física.

Na colisão entre uma bola e um taco de golfe, a força exercida pela bola sobre o taco é igual e oposta à força exercida pelo taco sobre a bola. Tanto o taco como a bola são deformados pelas forças que neles se exercem.



Força do taco sobre a bola

é igual e oposta à

força da bola sobre o taco

A força aplicada na Lua pela Terra é igual e oposta à força aplicada na Terra pela Lua.

Q18 Quais são as quatro características gerais das forças, de acordo com a terceira lei de Newton?

Q19 Identifique as forças actuantes, de acordo com a terceira lei de Newton, durante a corrida acelerada de um cavalo. Faça o mesmo para o movimento de um nadador, ao nadar a velocidade constante.

Q20 Uma linha de pesca tem uma espessura tal que se parte se a força exercida sobre ela for maior do que 500 N. Partir-se-á a linha se duas pessoas a puxarem pelos extremos, cada uma delas com a força de 300 N?

Q21 Exponha as três leis do movimento de Newton tão claramente quanto possível, por suas próprias palavras.

GE 3.30-3.32

3.10 Utilização das leis do movimento de Newton

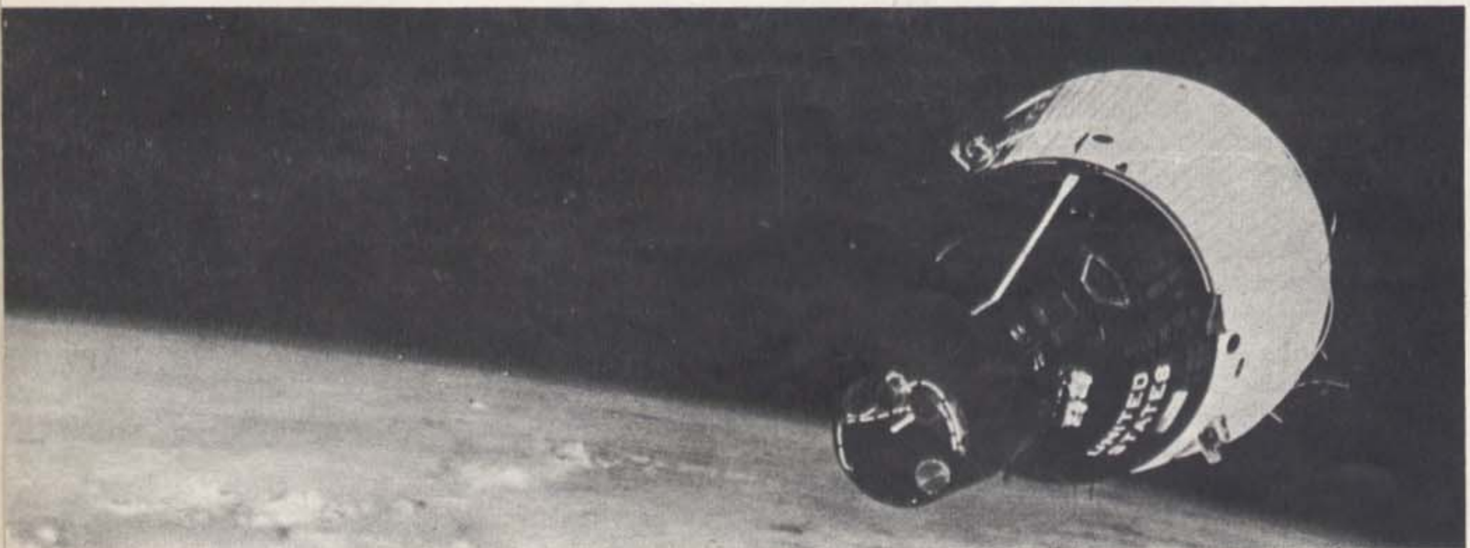
Já discutimos em pormenor cada uma das três leis do movimento de Newton. A primeira lei realça o ponto de vista moderno do estudo do movimento: o que requer explicação não é o movimento em si mesmo mas sim a *alteração* do movimento. A primeira lei insiste em que se deve ter em conta a razão por que um objecto acelera ou abranda ou muda de direcção. A segunda lei refere que a taxa de variação da velocidade de um objecto está relacionada tanto com a massa deste como com a força resultante aplicada sobre ele. De facto, a segunda lei mostra que força e massa estão intimamente relacionadas uma com a outra. A terceira lei, finalmente, é uma proposição referente a uma relação de forças existentes para objectos interactuantes.

A despeito da sua importância individual, as três leis de Newton mostram-se muito mais poderosas quando usadas em conjunto. A mecânica baseada nas leis de Newton foi tão bem sucedida que até aos fins do século XIX imperou a sensação de que toda a criação deveria ser entendida em termos de "matéria em movimento". Vamos examinar um exemplo específico ilustrativo da utilização das três leis.

Exemplo 1

A 12 de Setembro de 1966 foi realizada uma experiência excitante relativa à segunda lei de Newton. Nesta experiência foi determinada a massa da carcaça de um foguetão Agena, acelerando-a com um impulso a partir de uma nave Gemini. Depois de a nave Gemini ter obtido contacto com o foguetão Agena, os retropropulsores da Gemini, calibrados para uma força propulsora média de 890 N, foram disparados durante 7,0 s. Foi medida a variação de velocidade do conjunto e o valor obtido foi de 0,93 m/s. Sabendo-se que a massa da nave Gemini era de cerca de 3400 kg, pergunta-se: qual a massa do foguetão Agena?

(Na realidade, a massa do Agena já tinha sido medida independentemente. A experiência destinava-se a desenvolver uma técnica que



permitisse a determinação da massa de um satélite desconhecido em órbita).

Neste caso, uma força conhecida de 890 N exerceu a sua acção sobre dois objectos em contacto, com uma massa total de m_{total}, sendo:

$$m_{total} = m_{Gemini} + m_{Agena}$$
$$= 3400 \text{ kg} + m_{Agena}$$

A intensidade da aceleração média produzida pelo impulso pode ser obtida por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$= \frac{0{,}93 \text{ m/s}}{7{,}0 \text{ s}}$$
$$= 0{,}13 \text{ m/s}^2$$

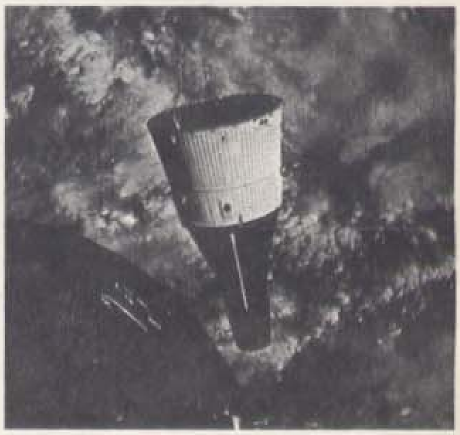
Aplicando a segunda lei de Newton:

$$F = m_{total} \,.\, a$$
$$= (m_{Agena} + 3400 \text{ kg}) \,.\, a$$

e resolvendo em relação a m_{Agena}, obtém-se:

$$m_{Agena} = \frac{F}{a} - 3400 \text{ kg} = \frac{890 \text{ N}}{0{,}13 \text{ m/s}} - 3400 \text{ kg}$$
$$= 6900 \text{ kg} - 3400 \text{ kg}$$
$$= 3500 \text{ kg}$$

A verdadeira massa do Agena, tal como foi previamente determinada, era de 3660 kg. Portanto, a técnica descrita de determinação da massa de um objecto em órbita deu um resultado com um erro da ordem de 5% — sensivelmente o que era esperado numa medida deste tipo.

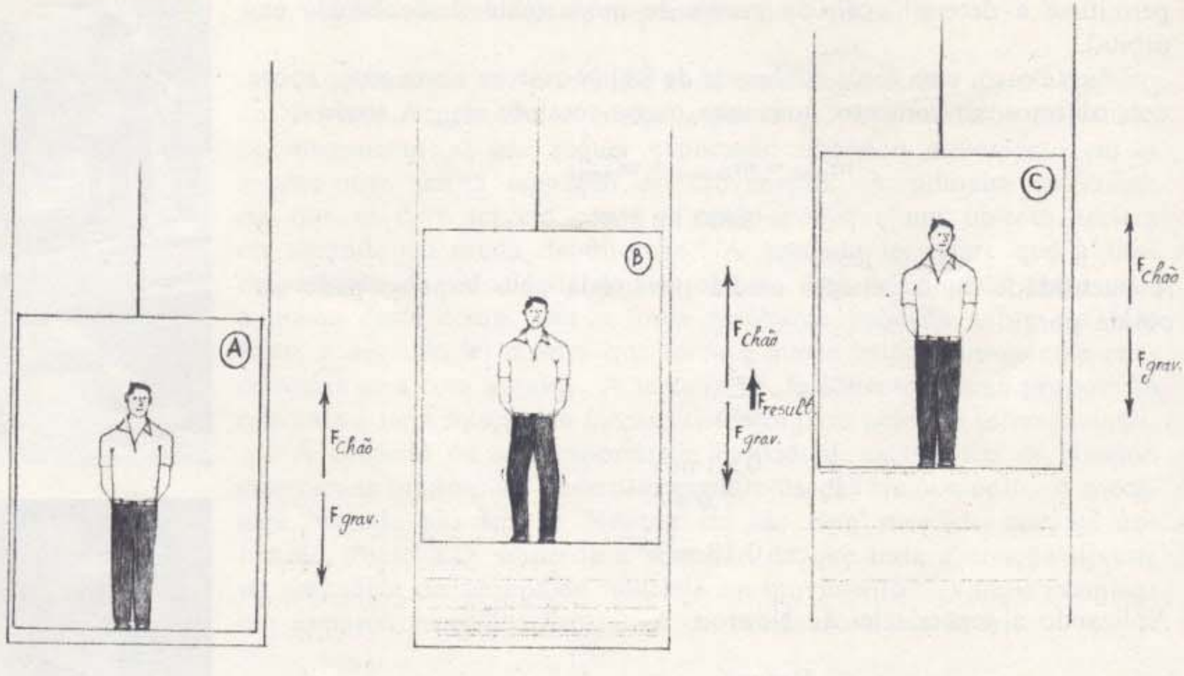


Exemplo 2

Imagine-se a subida de um ascensor, tal como é esquematizada na figura apresentada: (A) inicialmente, o elevador está em repouso, no rés-do-chão; (B) o elevador sobe com a aceleração uniforme de 2 m/s/s, durante alguns segundos; e (C) o elevador continua a subir, a uma velocidade constante de 5 m/s.

Se estiver no elevador um homem com 100 kg (cujo peso será portanto de cerca de 1000 newtons), qual a força que o soalho do ascensor exerce sobre ele em (A), (B) e (C)?

As situações (A) e (C) são, dinamicamente, as mesmas: uma vez que não há aceleração, a força resultante deverá ser nula. Consequentemente, a força exercida pelo soalho nos pés do homem deverá ser exactamente igual à força da gravidade, em valor absoluto, sendo esta dirigida de cima para baixo e aquela de baixo para cima. A força



gravitacional, ou seja o peso do homem, é de 1000 N; portanto, o soalho exerce sobre o homem uma força vertical de baixo para cima igual a 1000 N.

Na situação (B) o homem, bem como o ascensor, estão em aceleração, de baixo para cima, pelo que deverá existir uma força resultante aplicada; a força não contrabalançada será:

$$\begin{aligned} F_{\text{res}} &= m \cdot a_{\text{(para cima)}} \\ &= 100 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s/s} \\ &= 200 \text{ N} \end{aligned}$$

GE 3.33 trata de um exemplo semelhante. Para um outro mais difícil (ou mais trabalhoso) veja-se GE 3.34.

Portanto, o elevador exerce sobre o homem uma força vertical de baixo para cima 200 N maior do que a necessária para equilibrar o seu peso; consequentemente, a força total exercida verticalmente de baixo para cima será de 1200 N.

3.11 As forças básicas da Natureza

O estudo das leis do movimento de Newton aumentou a nossa capacidade de compreensão dos estados de repouso, movimento uniforme e movimento acelerado. Todavia, os resultados obtidos foram muito mais vastos. A primeira lei de Newton alertou-nos para a importância dos sistemas de referência. Uma análise crítica das relações entre as observações de um mesmo acontecimento, tal como este é visto de diversos sistemas de referência foi, na verdade, o primeiro passo, indispensável, em direcção à teoria da relatividade.

A segunda lei de Newton mostrou-nos a importância fundamental do conceito de força. De facto ela apresenta-nos algo de imperativo: ao observar uma aceleração, procure-se a força! Foi por isso que nos dirigimos para a força gravitacional como uma explicação da cinemática de Galileu: num dado lugar, $\vec{a}_g$ é constante para todos os objectos; uma vez que a segunda lei de Newton nos diz que $\vec{a}_g = \vec{F}_g/m$, devemos concluir que a amplitude de $\vec{F}_g$ é sempre proporcional a m.

Mas ainda não temos senão meia solução do problema. Pretendemos agora saber por que é que F_g é proporcional a m para todos os corpos num dado lugar e como varia F_g para um dado corpo, à medida que este é deslocado para lugares mais e mais distantes da Terra. Existirá uma lei, relacionando F_g, m e a distância — uma "lei para a força"? Assim é, como veremos na Unidade 2. Depois de conhecermos a lei da força então poderemos reclamar que compreendemos todas as interacções gravitacionais entre objectos.

A atracção gravitacional não é a única força básica pela qual interactuam os corpos. Todavia, é animador saber que parecem existir muito poucas destas forças básicas. De facto, os físicos acreditam hoje que tudo o que se observa na natureza é consequência de apenas quatro interacções fundamentais. De acordo com os conhecimentos actuais, todos os acontecimentos da natureza — subnucleares e nucleares, atómicos e moleculares, terrestres e solares, galácticos e extragalácticos— são manifestações de uma ou mais destas forças.

Para uma breve discussão das quatro forças leia-se *The World of Elementary Particles*, de K. Ford.

Não há, naturalmente, nada de sagrado em relação ao número quatro. Este número poderá vir a ser alterado por novas descobertas experimentais ou teóricas. Por exemplo, duas (ou mais) das interacções básicas poderão um dia ser compreendidas como consequência de um fenómeno ainda mais básico.

A primeira destas interacções é a força gravitacional, que só se torna importante quando a escala envolvida é relativamente grande, isto é, quando estão em questão números tremendamente grandes de átomos de matéria. Apesar de a força gravitacional ser extremamente fraca entre átomos individuais, a ponto de ser insignificante, é ela que, na verdade, mantém junto e coeso todo o universo. A segunda interacção envolve processos eléctricos e magnéticos e torna-se importante à escala molecular e atómica. Trata-se da força electromagnética, que mantém juntos objectos de dimensões variáveis entre as do átomo e as da Terra.

Einstein gastou a maior parte da segunda metade da sua vida a procurar uma teoria que reunisse, de uma maneira unificada, os efeitos gravitacional e electromagnético. Ainda hoje se tenta descobrir uma «teoria do campo unificado» que seja satisfatória.

São conhecidas as leis de força que regem as interacções gravitacional e electromagnética; pode-se portanto dizer que se "compreendem" razoavelmente estas interacções. A situação é completamente diferente relativamente às outras duas interacções, que estão actualmente a ser sujeitas a um exaustivo trabalho de investigação. A terceira interacção (a chamada interacção "forte") é a que mantém juntas as partículas que compõem o núcleo. A quarta interacção (a chamada interacção "fraca") rege certas reacções entre partículas subnucleares.

Naturalmente, existem outros "nomes" para outras forças, mas cada uma destas pertence a algum dos quatro tipos básicos referidos. Uma das mais comuns é a força de "atrito" ou "fricção"; supõe-se que seja uma interacção de tipo eléctrico — isto é, pensa-se que os átomos das camadas superficiais dos objectos que deslizam uns sobre os outros interactuam entre si electricamente.

Estas ideias serão focadas mais vezes ao longo do curso. A força gravitacional será estudada na Unidade 2, as forças eléctricas e magnéticas nas Unidades 4 e 5 e as forças que actuam entre partículas nucleares na Unidade 6. Em todos os casos, no entanto, os objectos submetidos à acção destas forças comportar-se-ão perfeitamente de acordo com as leis do movimento de Newton.

O conhecimento de que existem tão poucas interacções básicas é simultaneamente surpreendente e encorajante. É surpreendente pela variedade e complexidade dos fenómenos que ocorrem à nossa volta; e é encorajante porque o nosso fim último — a compreensão dos acontecimentos naturais — parece assim mais facilmente atingível.

"A Noite Estrelada", de Vincent Van Gogh. A sensação intuitiva de que todos os fenómenos naturais estão interligados, a uma escala cósmica, é partilhada tanto por cientistas como por artistas.

3.1 A explicação aristotélica do movimento não deve ser desprezada de ânimo leve. Grandes inteligências do período renascentista — como Leonardo da Vinci, por exemplo, que, entre muitas outras coisas, chegou mesmo a projectar aparelhos destinados ao lançamento de projécteis — não desafiaram tais explicações. Uma das razões da longevidade daquelas ideias foi certamente o facto de elas estarem estreitamente relacionadas com as percepções vulgares quotidianas.

De que maneiras concordam as nossas noções comuns sobre o movimento com as ideias aristotélicas?

3.2 Três formigas disputam uma migalha de pão. Uma das formigas puxa em direcção a leste, com a força de 8 unidades. Outra puxa em direcção ao norte com uma força de 6 unidades, e a terceira puxa numa direcção 30° a sul de oeste, com uma força de 12 unidades.

(a) Usando a construção gráfica do tipo "cabeça-contra-cauda", verifique se as forças se equilibram, ou se existe uma força resultante (não contrabalançada) actuando sobre a migalha.
(b) Existindo uma força resultante, a sua direcção e amplitude podem ser determinadas medindo o segmento de recta que une a cauda da primeira seta com a ponta da última. Qual é a sua intensidade e direcção?

3.3 Mostre por que é que o método de adição de setas que segue a regra do paralelogramo é geometricamente equivalente ao método da "cabeça-contra-cauda".

3.4 Há muitas situações mais ou menos familiares nas quais a força resultante sobre um corpo é nula, movendo-se este com velocidade constante. Um exemplo de tal "equilíbrio dinâmico" é o de um automóvel viajando a velocidade constante ao longo de uma estrada rectilínea: a força exercida pelo pavimento sobre os pneus é exactamente equilibrada pela resistência do ar. Se carregarmos mais no acelerador do automóvel, os pneus exercerão uma força superior sobre a estrada e esta exercerá uma força superior sobre os pneus; por isso, o carro acelerará — até que a resistência do ar atinja um novo valor, maior, que equilibre novamente a situação.

Dê outro exemplo de um corpo que se mova com velocidade uniforme, sob a acção de forças equilibradas. Especifique a fonte de cada uma das forças actuantes e, tal como foi feito no caso do automóvel, explique como se alterariam essas forças para que se modificasse o estado de movimento do corpo.

3.5 (a) É exercida uma força sobre uma caixa, mas ela não se move. Como se poderá explicar este facto? Como o explicaria um aristotélico?
(b) Suponha-se agora que se exerce uma força maior e que a caixa se move. Explique este facto, tanto do ponto de vista newtoniano como do ponto de vista aristotélico.
(c) É interrompida a acção da força sobre a caixa e esta detém-se rapidamente. Explique ainda este facto, dos dois pontos de vista.

3.6 Surgem pelo menos dois problemas numa verificação experimental da lei da inércia de Newton.

(a) Como ter a certeza de que não há qualquer força não contrabalançada actuante sobre o objecto, mesmo vendo-se que ele se move ao longo de uma linha recta? Poder-se-á dizer que se está seguro de tal porque o objecto continua a mover-se uniformemente em linha recta. Mas esta resposta não é mais do que uma reformulação da primeira lei, que se gostaria de verificar experimentalmente. É evidente que não se poderá usar a primeira lei para verificar a mesma primeira lei! Mas isto não constitui realmente um círculo vicioso. Na prática, poder-se-á esperar encontrar forças actuantes sobre um objecto quando existem outros objectos em contacto com aquele, ou de alguma maneira na sua vizinhança. As influências poderão ser dos mais variados e estranhos tipos, pelo que se poderá ter que generalizar a noção de "vizinhança"; mas sempre que detectamos uma força vamos procurar a sua fonte de influência. Se todas as influências conhecidas sobre um objecto forem equilibradas e se mesmo assim ele continuar a mover-se não uniformemente, deverá suspeitar-se da presença de alguma influência desconhecida e tentar-se descobri-la — até o conseguir. É esta, pelo menos, a maneira como se tem procedido até agora. Como exemplo prático, considere-se a demonstração relativa aos cubos de gelo com pouco atrito movendo-se sobre uma superfície plana. Como se poderá ter a certeza de que a superfície é plana, sem recorrer à primeira lei de Newton?
(b) O que se entende por uma linha recta?

3.7 (a) Suponha-se que o chão do laboratório é perfeitamente horizontal e absolutamente liso. É colocado um cubo de gelo sobre o chão, e é-lhe dado um pequeno impulso. De que maneira se moverá o cubo de gelo? De que maneira será diferente o seu movimento, se todo o laboratório estiver em movimento uniforme durante a experiência? De que maneira será diferente o seu movimento, se todo o laboratório estiver em movimento acelerado ao longo de uma linha recta? Suponha-se que o cubo de gelo se movia sobre o chão ao longo de uma trajectória curva; como se poderia explicar este facto?
(b) Um homem põe suavemente um cubo de gelo em movimento, estando ambos sobre uma plataforma animada de movimento de rotação. Que tipo de movimento observará o homem, enquanto a plataforma estiver em rotação? Como explicará ele o que vê, se acreditar que pode usar a primeira lei de Newton para entender as observações efectuadas num referencial em rotação? Terá razão ou não?

3.8 Explique, de harmonia com a primeira lei de Newton:

(a) Por que razão as pessoas que viajam num automóvel são atiradas para a frente quando se faz uma travagem.
(b) O que acontece aos passageiros de um automóvel que efectua uma viragem brusca e apertada.
(c) Será que uma moeda colocada no prato de um gira-discos que se põe em funcionamento é projectada quando este atinge uma determinada velocidade? Por que não é ela projectada mais cedo?

3.9 Um objecto do tipo de um balão paira diante de si, imóvel, suspenso em pleno ar. Que poderá dizer sobre as forças que o actuam? Subitamente ele afasta-se seguindo uma trajectória curvilínea. Explique este facto de duas maneiras diferentes. Como poderá verificar qual delas será certa?

3.10 Uma experiência real, em que se pretende aplicar a mesma força sobre massas diferentes, como se poderá ter a certeza de que se trata realmente da "mesma força"?

3.11 Uma mesma equação só poderá combinar várias proporcionalidades se for tomado o cuidado conveniente relativamente às unidades em que são expressos os vários factores. Quando escrevemos $\Delta d = v \times \Delta t$, no Capítulo 1, escolhemos *metros* como unidades para d, e *segundos* como unidades para t; e assegurámo-nos de que a equação estava correcta utilizando metros/segundo como unidade para v. Por outras palavras, deixámos que a própria equação *definisse* as unidades de v. Se tivéssemos escolhido quaisquer *outras* unidades para v, por exemplo km por hora, teríamos sido obrigados a escrever qualquer coisa do estilo:

$$\Delta d = k \times v\Delta t$$

onde k é um factor constante destinado apenas a acertar as unidades de d, t e v.

Que valor deverá ter k, se d for medido em *km*, t em segundos e v em *km por hora*?

Escrever $\vec{a} = \vec{F}_{res}/m$ antes de definir as unidades de F e de m não é o processo matematicamente mais elegante. Para que a expressão da lei de Newton fosse perfeitamente correcta, deveríamos ter escrito:

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}_{res}}{m}$$

onde k é um factor constante destinado a acertar as unidades escolhidas para a, F e m, quaisquer que elas sejam. Na verdade, escolheremos a maneira mais simples, deixando que a própria equação defina as unidades para F, como consequência das unidades que tivermos escolhido para a e m, de modo a que ela fique certa mesmo sem usar o factor k. (Por outras palavras, se o preferirem, escolheremos as unidades de tal modo que venha $k = 1$).

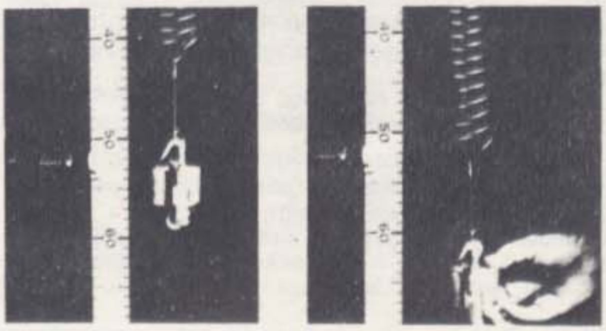
3.12 Um corpo está a ser acelerado por uma força não contrabalançada. Se a intensidade da força for duplicada e a massa do corpo reduzida para um terço do valor original, qual será o quociente da segunda aceleração pela primeira?

3.13 Que mede uma balança laboratorial — massa ou peso? E uma balança de molas (ou dinamómetro)? (Sugestão: pense-se nas alterações que sofreriam as medidas se fossem efectuadas na Lua em vez de na Terra.) Se tiver dificuldades em responder a esta questão, releia a Secção 3.8 do texto.

3.14 Descreva, tal como se fosse uma experiência pensada, como poderia calibrar um dinamómetro em unidades de força. Quais as dificuldades práticas que serão de esperar se se tentar levar a cabo realmente as experiências idealizadas?

3.15 A "Lei de Hooke" afirma que a força exercida por uma mola comprimida ou distendida é directamente proporcional à "quantidade" de compressão ou extensão. Segundo as próprias palavras de Robert Hooke:

> ...a potência de qualquer mola está em proporção directa com a tensão nela existente: isto é, se uma dada força a comprime ou distende um dado comprimento, o dobro da força comprimi-la-á ou distendê-la-á o dobro do comprimento, o triplo da força comprimi-la-á ou distendê-la-á o triplo do comprimento, e assim por diante. E embora a teoria seja escassa, a sua verificação experimental é todavia muito simples.



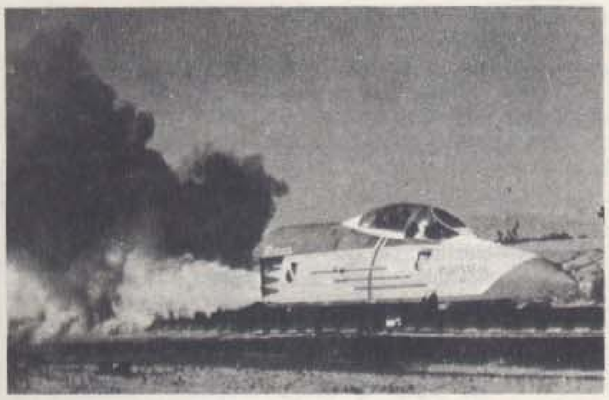
Se Hooke diz que é fácil, assim deve ser. Poder-se-á conceber rapidamente uma maneira de verificar experimentalmente esta lei, utilizando molas e pesos. (a) Conceba uma tal experiência; depois de a discutir com o seu professor, efectue-a. Quais as limitações que encontra na lei de Hooke? (b) Como se poderia usar a lei de Hooke para simplificar a calibração pedida na questão 3.15 do Guia de Estudo?

3.16 Releia-se a discussão levada a cabo na questão 3.12 do Guia de Estudo. Mostre que $k = 1$, quando se define o newton tal como foi feito no fim da secção 3.7 do texto.

3.17 Ao escolher unidades para os diferentes termos de uma relação de uma maneira completamente arbitrária, o valor numérico da constante que as relaciona deve ser determinado experimentalmente. (Numa fase mais avançada deste curso ver-se-á como foi importante a determinação do valor de k em certas relações, para o desenvolvimento da física). Suponha-se, por exemplo, que se decidiu medir a força em "tugs", definindo-se um "tug" como a força necessária para esticar de um centímetro um elástico padrão. Como se poderia determinar k?

3.18 Complete a seguinte tabela:

	FORÇA RESULTANTE	MASSA	ACELERAÇÃO RESULTANTE
(a)	1,0 N	1,0 kg	1,0 m/s²
(b)	24,0	2,0	12,0
(c)		3,0	8,0
(d)		74,0	0,2
(e)		0,0066	130,0
(f)	72,0		8,0
(g)	3,6		12,0
(h)	1,3		6,4
(i)	30,0	10,0	
(j)	0,5	0,20	
(k)	120,0	48,0	



3.19 Um trenó movido a jacto tem uma massa de 4440 kg e é provido de um motor de foguete a combustível sólido que fornece um impulso de 890 000 N, durante 3,9 segundos.

(a) Quais são a aceleração média e a velocidade máxima do trenó?

(b) A aceleração máxima do trenó é de 30 g ($30 = a_g$). Como pode explicar este facto, face aos dados fornecidos acima?

(c) Se o trenó percorrer uma distância de 1 530 m antes de atingir a sua velocidade máxima de 860 m/s (como poderá ele atingir uma velocidade *tão* alta?), qual será a sua aceleração média?

3.20 Descreve-se a seguir uma maneira de verificar experimentalmente a proporcionalidade inversa existente entre a massa e a aceleração; para tal são necessários apenas, essencialmente, alguns pequenos carrinhos de laboratório.

(a) Carreguem-se dois dos carrinhos com alguns blocos de qualquer material, de maneira que fiquem exactamente com a mesma massa, o que pode ser verificado colocando-os nos dois pratos de uma balança. Carregue-se um terceiro carrinho de modo a equilibrar um qualquer dos primeiros, quando colocados na balança. Cada um dos carrinhos terá agora exactamente a mesma massa, *m*. (Indique duas hipóteses básicas envolvidas nesta fase da experiência).

(b) Acelere-se um dos carrinhos sobre uma superfície plana, usando para tal um elástico, isto é, puxe-se o carrinho com a ajuda do elástico conservando este sempre esticado da mesma maneira, de modo a aplicar-se uma força constante. Em vez deste, poderá utilizar-se qualquer outro método que garanta que se esteja a aplicar a mesma força em cada ensaio. Registe-se a posição do carrinho a intervalos de tempo iguais, por meio de uma fotografia estroboscópica.

(c) Repita-se o último passo descrito, usando-se desta vez não um mas dois carrinhos, ligados entre si. Repita-se novamente o ensaio, desta vez com os três carrinhos ligados. É extremamente importante que seja aplicada a mesma força, em cada um destes três ensaios.

(d) Determine o valor da aceleração para as massas *m* (1 carrinho), 2 *m* (2 carrinhos) e 3 *m* (3 carrinhos).

(e) Desenhem-se gráficos de *a* em função de *m*, de *a* em função de $1/m$ e de $1/a$ em função de *m*. Comentem-se os resultados.

3.21 Descreva em pormenor todos os passos de uma experiência ideal que permita determinar a massa desconhecida, *m*, de um determinado objecto (em quilogramas), recorrendo apenas a um plano horizontal sem atrito, a um *kg* padrão, a um dinamómetro não calibrado, a uma régua graduada com um metro de comprimento e a um cronómetro.

3.22 Um corpo é arrastado a *velocidade constante* sobre uma mesa horizontal *rugosa*, por meio de um dinamómetro que lhe está ligado horizontalmente. O dinamómetro indica 0,40 N, a esta e a qualquer outra velocidade constante. Isto significa que a força de atrito exercida entre o corpo e a mesa é de 0,40 N, independentemente da velocidade.

O corpo é agora puxado mais violentamente, de modo a ganhar uma aceleração constante de 0,85 m/s²; o dinamómetro indica 2,1 N. Calcule a massa do corpo.

3.23 Afirmámos que qualquer corpo em queda livre "não tem peso", porque qualquer aparelho capaz de medir o peso que caia com ele indicará um valor nulo. Esta explicação não é inteiramente satisfatória, porque na verdade uma pessoa em queda livre tem uma sensação bem definida, que é exactamente a mesma que teria se realmente não tivesse peso — por exemplo, se estivesse em algum ponto remoto do espaço, longe de qualquer estrela ou planeta. (A sensação que se tem ao saltar de um telhado ou de uma prancha de saltos de uma piscina, ou quando alguém retira de surpresa a cadeira em que nos vamos sentar). Será capaz de explicar por que razão os órgãos internos de uma pessoa reagem da mesma maneira à ausência de peso e à queda livre?

3.24 Explique por que é que a massa de um objecto é a mesma em qualquer ponto, enquanto que o seu peso varia de lugar para lugar.

3.25 (a) Foi construída em Paris uma réplica exacta do quilograma padrão, que veio depois para Lisboa. Partindo do princípio que este padrão secundário não sofreu qualquer dano durante a viagem, qual é:

(i) a sua massa em Lisboa?

(ii) o seu peso em Paris e em Lisboa? (Em Paris, $a_g = 9{,}81$ m/s²; em Lisboa, $a_g = 9{,}80$ m/s²).

(b) Qual a variação sofrida pelo seu próprio peso, ao viajar de Paris para Lisboa?

3.26 (a) Determine a sua massa em kg e o seu peso em newtons.

(b) Qual é a força necessária para acelerar o seu corpo de 1 m/s²? Quantos quilos é capaz de levantar, se praticar halterofilismo? Quantos newtons de força tem que exercer para o fazer?

3.27 Por que é que se diz que os astronautas não têm peso, quando estão em órbita?

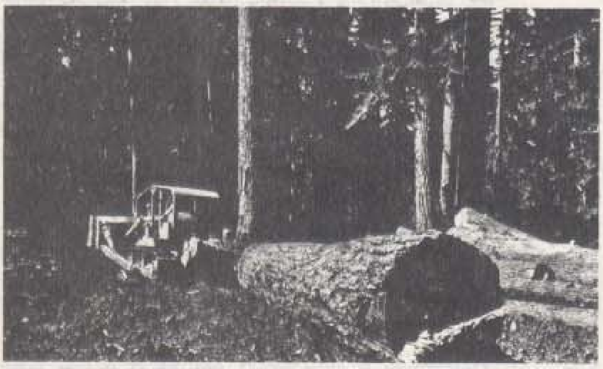
3.28 Quando um atleta em corrida faz força sobre a terra com a sola do seu sapato, a terra actua sobre esta com uma força de igual intensidade e de sentido oposto. Esta última força faz com que o atleta acelere a sua corrida; mas qual o efeito da força que se exerce sobre a terra? Aplicando a segunda lei de Newton, conclui-se que uma tal força não contrabalançada deverá acelerar a Terra. Todavia, a massa da Terra é muito grande, pelo que a aceleração provocada pelo atleta é extremamente pequena. É razoável admitir-se que a aceleração média de um atleta, no arranque da sua corrida, é de 5 m/s/s, e que a sua massa é de 60 kg. A massa da Terra é, aproximadamente, de 60×10^{23} kg.

(a) Qual a aceleração provocada pelo atleta sobre a Terra?
(b) Que velocidade atingirá o atleta, se a aceleração se prolongar por 2 segundos?
(c) Que velocidade atingirá a Terra?

3.29 Comente as afirmações seguintes, relativamente à terceira lei de Newton:

(a) Um corpo está perfeitamente imóvel sobre o solo; portanto, o corpo e o solo exercem, um sobre o outro, forças iguais e opostas.
(b) Um avião a hélices não pode voar acima da atmosfera porque não há aí ar que possa ser empurrado para um lado quando o avião se desloque para o outro.
(c) O objecto A está em repouso sobre o objecto B. Embora a massa do objecto A seja 100 vezes maior do que a do objecto B, a força que A exerce sobre B não é maior que a que B exerce sobre A.

3.30 Pense-se num tractor puxando um tronco pesado ao longo de uma linha recta. À luz da terceira lei de Newton, poder-se-á dizer que o tronco puxa o tractor exactamente com a mesma força com que este puxa o tronco. Mas então por que se move o tractor? (Faça um desenho bem grande do tractor, do tronco, da corda e do solo, e represente nele as forças que estão em jogo).



3.31 Considere-se um sistema constituido por uma bola de 1 kg e pela Terra. A bola é largada a uma pequena altura do solo e cai livremente. Supondo que a massa da Terra é aproximadamente $6{,}0 \times 10^{24}$ kg:

(a) faça um diagrama de vectores que ilustre as forças mais importantes que actuam nos dois elementos do sistema;
(b) calcule a aceleração sofrida pela Terra devido a esta interacção;
(c) determine o quociente entre as amplitudes da aceleração da bola e da Terra (a_a/a_T);
(d) faça um diagrama de vectores, tal como em (a), mostrando a situação final, quando a bola já está em repouso sobre o solo.

3.32 (a) Um homem de 75 kg está de pé, dentro de um elevador. Qual a força exercida pelo chão do elevador sobre ele, quando o elevador:
(i) começa a subir com uma aceleração de 1,5 m/s²?
(ii) sobe a uma velocidade constante de 2,0 m/s?
(iii) começa a descer com uma aceleração de 1,5 m/s²?

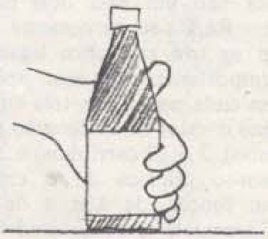
(b) Se o homem estiver sobre uma balança (de molas) durante a sua viagem no ascensor, quais os valores medidos pela balança, em cada uma das três alíneas, (i), (ii) e (iii)?
(c) Diz-se por vezes que o "peso aparente" varia quando o elevador acelera. Qual o significado desta afirmação? Varia o peso, realmente?

3.33 Algumas sugestões úteis para a resolução de problemas sobre o movimento de objectos e sobre as forças que sobre eles actuam:

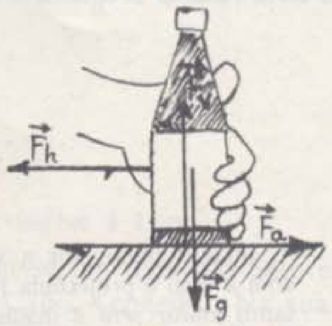
(a) Fazer um leve esboço da situação física em estudo.
(b) Em traços mais pesados, indicar os contornos do objecto em que se está interessado, e desenhar todas as forças actuantes sobre ele. (Para cada força actuante exercer-se-á uma outra força oposta, em algum outro ponto — mas não valerá a pena considerar estas).
(c) Determinar o vector soma de todas as forças actuantes sobre o objecto, por exemplo, por construção gráfica.
(d) Utilizar a segunda lei de Newton, isto é, fazer $\vec{F}_{res}$ igual a $m\vec{a}$.
(e) Resolver a equação relativamente à grandeza desconhecida.
(f) Utilizar os valores numéricos conhecidos e determinar a resposta ao problema.

Exemplo:
Uma garrafa de molho de tomate, com uma massa de 1,0 kg, está em repouso sobre uma mesa. Admitindo que a força de atrito entre a mesa e a garrafa é constante e igual a 3 newtons, qual a força horizontal necessária para acelerar a garrafa desde o repouso até uma velocidade de 6 m/s, em 2 segundos?

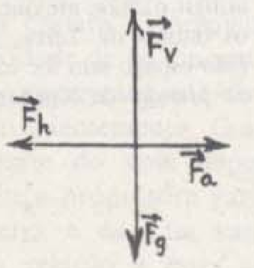
Esboce-se em primeiro lugar a situação a analisar:



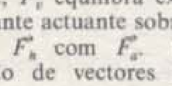
Desenhem-se em seguida, sob a forma de setas, todas as forças actuantes sobre o objecto de interesse. Estas serão: a força horizontal, $\vec{F}_h$, a força de atrito, $\vec{F}_a$, a força gravitacional, $\vec{F}_g$ (o peso da garrafa), e a força vertical, $\vec{F}_v$, exercida pela mesa. (Existirá, evidentemente, também uma força vertical dirigida para baixo e actuando sobre a mesa, mas não será necessário considerá-la — estamos interessados unicamente nas forças que actuam *sobre a garrafa*).



Desenhem-se depois apenas as setas que representam as forças. Neste esboço pode supor-se que todas as forças actuam sobre o centro de massa do objecto.



Uma vez que a garrafa não está em movimento acelerado vertical, isto é, para cima ou para baixo, sabemos que não há qualquer força resultante vertical — consequentemente, $\vec{F}_v$ equilibra exactamente $\vec{F}_g$. Portanto, a força resultante actuante sobre a garrafa é apenas o vector soma de $\vec{F}_h$ com $\vec{F}_a$. Usando a regra já conhecida de adição de vectores por "cabeça-contra-cauda":



Como mostra o último diagrama de setas, a força horizontal a exercer deverá exceder a força exigida pela aceleração de uma quantidade exactamente igual à força de atrito. Já conhecemos $\vec{F}_a$. Poderemos determinar $\vec{F}_{res}$ a partir da segunda lei de Newton, conhecendo a massa e a aceleração da garrafa, uma vez que é $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$. No enunciado do problema diz-se que a massa m é de 1,0 kg. A aceleração da garrafa, ao passar do repouso para uma velocidade de 6,0 m/s em 2 segundos é:

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$= \frac{6{,}0 \text{ m/s}}{2 \text{ s}}$$

$$= 3{,}0 \text{ m/s/s}$$

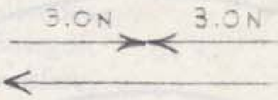
Portanto, a força resultante necessária é:

$$\begin{aligned} F_{res} &= 1{,}0 \text{ kg} \times 3{,}0 \text{ m/s/s} \\ &= 3{,}0 \text{ kg m/s/s} \\ &= 3{,}0 \text{ newtons} \end{aligned}$$

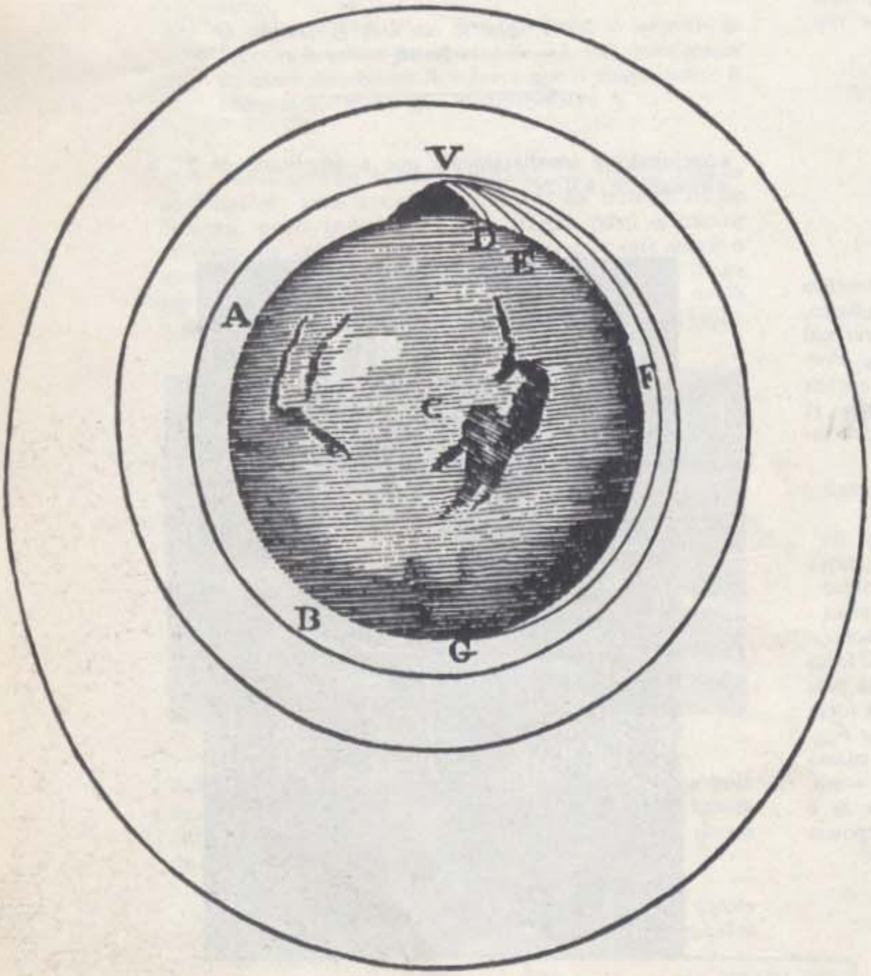
Se admitirmos que a direcção positiva é da direita para a esquerda, F_{res} será igual a 3,0 newtons, e F_a, que é dirigida para a direita, será igual a —3,0 newtons.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{res} &= \vec{F}_h + \vec{F}_a \\ 3{,}0 \text{ N} &= \vec{F}_h + (-3{,}0 \text{ N}) \\ \vec{F}_h &= 3{,}0 \text{ N} + 3{,}0 \text{ N} \\ \vec{F}_h &= 6{,}0 \text{ N} \end{aligned}$$

Se se preferir não utilizar os sinais algébricos + e —, poder-se-á trabalhar directamente sobre o diagrama de setas final, onde então se deverão marcar as amplitudes das forças:



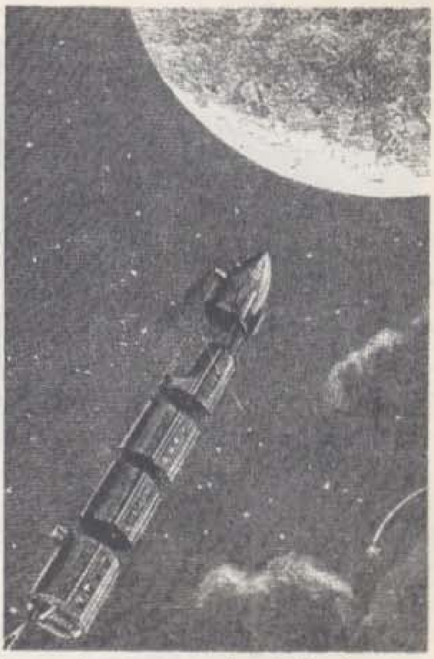
concluindo-se imediatamente que a amplitude de F_h é, obviamente, 6,0 N.



"...quanto maior for a velocidade... com a qual é projectada [uma pedra], tanto maior será a distância por ela percorrida antes de cair no solo. Podemos portanto supor que a velocidade é sucessivamente aumentada, de tal modo que ela descreva um arco de 1, 2, 5, 10, 100, 1000 milhas antes de atingir o chão, até que, por fim, exceda os limites da Terra, ficando a viajar pelo espaço sem lhe tocar". — *Sistema do Mundo* de Newton.

CAPÍTULO 4

A Compreensão do Movimento



Numa das suas novelas de ficção científica, há mais de cem anos, o autor francês Júlio Verne (1828-1905) enviou três homens à Lua, servindo-se de um gigantesco canhão escavado na crosta terrestre.

GE 4.1

4.1 Uma viagem à Lua

Imagine-se um foguetão Saturno partindo da sua rampa de lançamento no Cabo Kennedy. Na sua subida passa através da atmosfera e mesmo para além desta. São ejectados sucessivamente vários andares do foguetão, ficando finalmente apenas a sua cápsula, deslocando-se rapidamente através do quase-vácuo do espaço em direcção ao seu destino, a 360 000 quilómetros de distância. Cerca de 65 horas depois da largada a cápsula gira em torno da Lua e desce sobre o alvo — o centro da cratera Copernicus.

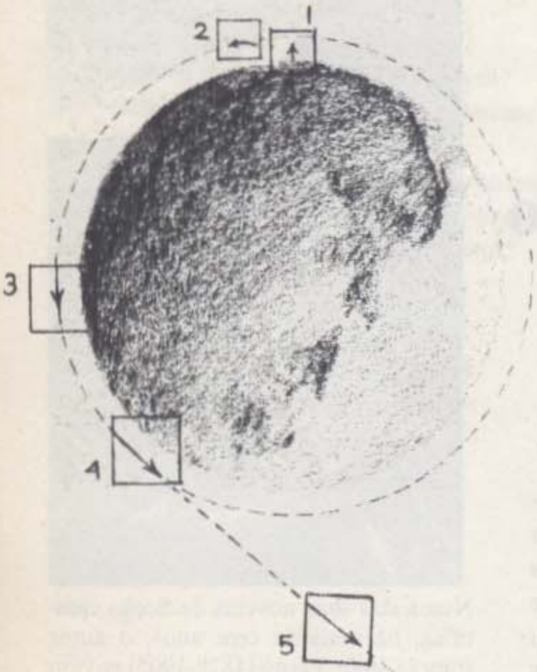
A complexidade de tal viagem é gigantesca. Devem ser considerados factores muito numerosos e extremamente variados para se conseguir guiar o voo convenientemente. O arrastamento provocado pela atmosfera, na primeira parte do voo, depende da velocidade e da altitude do foguetão. A força propulsora varia no tempo. As acções gravitacionais do Sol, da Terra e da Lua variam, à medida que a cápsula muda de posição em relação a estes astros. A própria massa do engenho varia. E, para mais, o lançamento foi efectuado a partir de uma Terra que gira em torno de si mesma, que além disso gira em torno do Sol; e o alvo — a Lua — move-se também em torno da Terra, com uma velocidade de cerca de 3 500 quilómetros por hora.

E, no entanto, como para quase todos os movimentos complicados, o voo pode ser desdobrado em pequenos troços, cada um dos quais é relativamente simples de descrever. Aquilo que aprendemos nos capítulos precedentes ser-nos-á útil para realizarmos esta tarefa.

De forma simplificada, o voo Terra-Lua pode ser dividido em oito partes:

Parte 1. O foguete acelera verticalmente, de baixo para cima, a partir da superfície da Terra. A força actuante não é, realmente, constante, e a massa do foguetão diminui à medida que o propulsante é consumido. O valor da aceleração em qualquer instante pode ser calculado pela aplicação da segunda lei de Newton; será dado pelo quociente da força resultante (impulsão menos peso) pela massa, em cada instante.

Parte 2. O foguete segue uma trajectória curva, ainda em aceleração, à medida que é "injectado" numa órbita em torno da Terra.



Parte 3. Em órbita, 185 quilómetros acima da superfície da Terra, a cápsula move-se num arco sensivelmente circular, à uma velocidade constante de 27 800 quilómetros/hora.

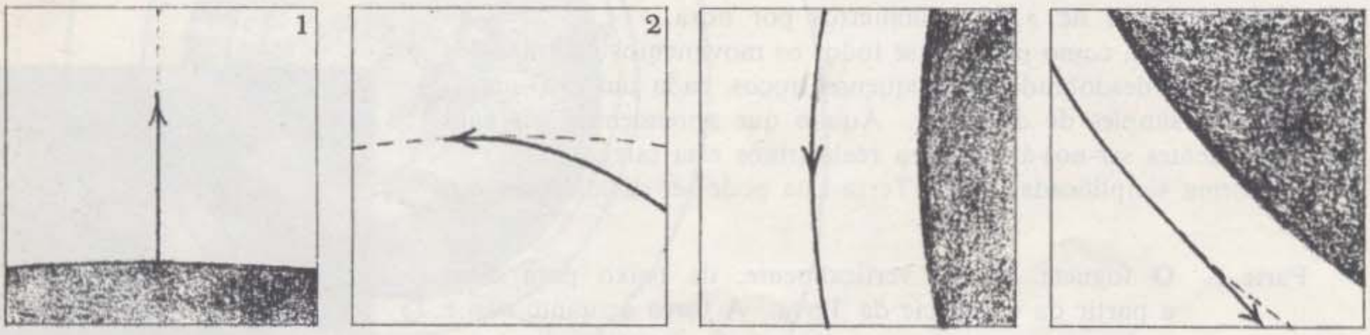
Parte 4. Os motores são novamente postos em funcionamento, aumentando a velocidade da cápsula e fazendo-a seguir uma trajectória muito menos curva, em direcção ao espaço (a velocidade mínima necessária para que se escape completamente da Terra é de 39 500 km/h).

Parte 5. Propriamente o voo entre a Terra e a Lua; só episodicamente são ligados os motores, durante intervalos de tempo relativamente curtos, para efectuar pequenas correcções na direcção do voo. Entre cada dois destes impulsos correctivos a cápsula move-se sob a influência das forças gravitacionais da Terra, da Lua e do Sol; sabemos que, se não existissem estas forças, a cápsula se moveria com velocidade constante.

Parte 6. Na aproximação da Lua, os motores são mais uma vez postos em funcionamento, para dar à cápsula a velocidade correcta que a "injecte" numa órbita circular em torno da Lua.

Parte 7. A cápsula move-se ao longo de uma trajectória aproximadamente circular, 80 km acima da superfície da Lua, com uma velocidade constante de cerca de 1,6 km/s.

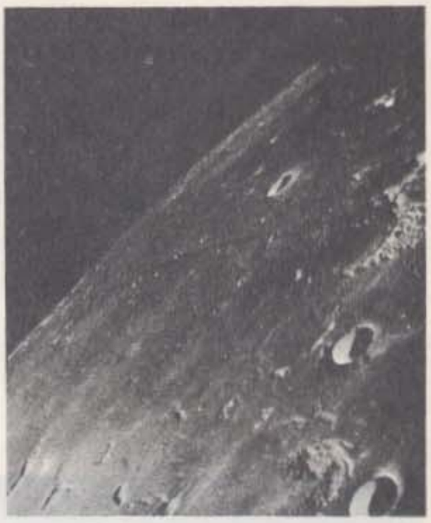
Parte 8. Os motores são agora disparados na direcção do movimento, para reduzir a velocidade; a cápsula acelera em direcção à superfície lunar, à medida que se aproxima desta. Segue uma trajectória em forma de arco, até "aterrar" na cratera Copernicus. (Os motores são postos em funcionamento uma última vez, logo antes do impacto, para diminuir a velocidade de queda e impedir um choque demasiadamente brusco).



GE 4.2

O movimento ao longo de uma linha recta (como é o caso que se verifica nas Partes 1 e 5) é muito simples de descrever. Analisemos antes em maior pormenor outras partes do voo: o movimento ao longo de um arco circular, como nas Partes 3 e 7, e o movimento de projéctil, como na Parte 8, são dois casos importantes.

Como efectuar esta análise? Seguindo o exemplo de Galileu e de Newton, poderemos tentar saber o comportamento de objectos em movimento fora do nosso alcance, na Lua como em outras partes mais longínquas do universo, estudando o movimento de objectos que estejam mais à mão. Se acreditarmos que a física é a mesma em qualquer parte do universo, então a trajectória de uma cápsula lunar movendo-se como na Parte 8 poderá ser compreendida pelo estudo do movimento de um berlinde lançado de cima de uma mesa, ou de uma bala disparada de uma espingarda colocada na posição horizontal.



4.2 Movimento de um projéctil

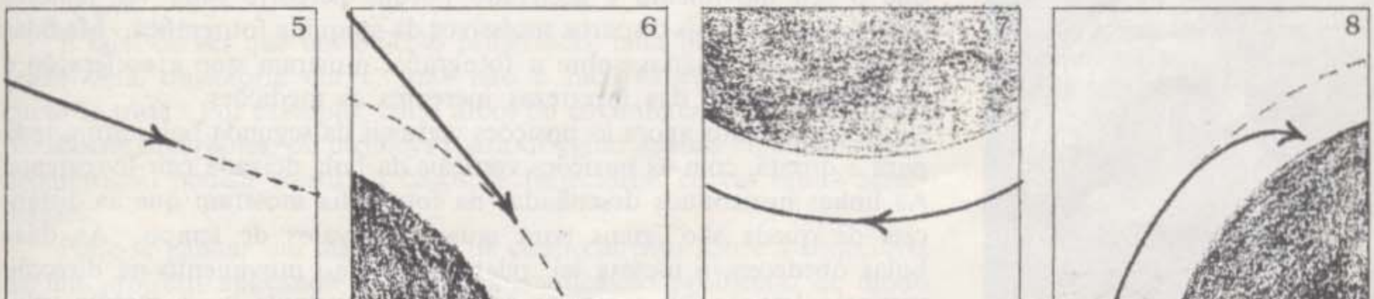
Considere-se a seguinte experiência: uma espingarda está montada em cima de uma torre, com o seu cano paralelo ao chão; o chão, acima do qual voará a bala, é plano até uma distância suficientemente grande. No mesmo instante em que é disparada a arma, uma outra bala, igual à que foi disparada, é deixada cair exactamente da altura a que está o cano da espingarda. Esta segunda bala não tem qualquer movimento horizontal relativamente ao chão; cai directamente para baixo. Qual das balas atinge primeiro o chão?

Não precisamos de saber seja o que for sobre a velocidade da bala ou sobre a altura da torre para responder a esta pergunta. Consideremos primeiro o movimento da segunda bala, a que é simplesmente deixada cair. Sendo um objecto em queda livre, acelera em direcção à Terra, com aceleração constante. À medida que cai, o tempo decorrido, t, e o correspondente deslocamento vertical, y, estão relacionados pela equação:

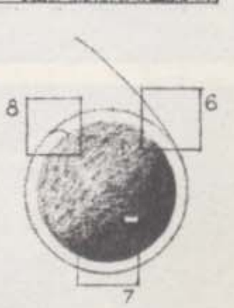
$$y = \tfrac{1}{2}a_g t^2$$

em que a_g é a aceleração devida à gravidade, no local da experiência.

Consideremos agora a bala que é disparada horizontalmente pela espingarda. Ao disparar a arma, a bala é impulsionada pela força dos gases em expansão e acelera muito rapidamente até atingir a boca do



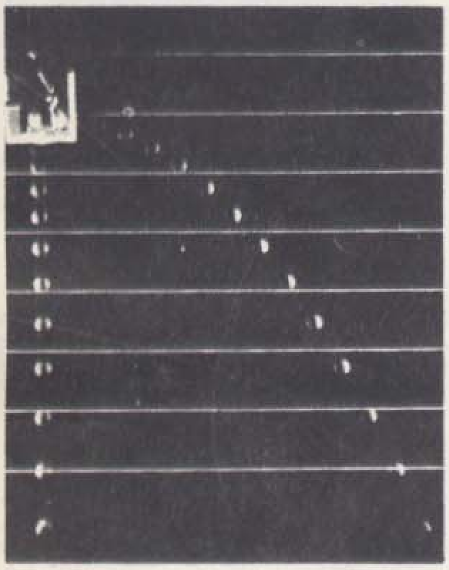
cano. Aí, estes gases escapam-se, deixando de impulsionar a bala. Naquele instante, no entanto, a bala tem uma velocidade horizontal muito grande, v_x. O ar fará diminuir ligeiramente a velocidade da bala, mas iremos ignorar este facto e imaginar um caso ideal em que não haja atrito provocado pelo ar. Na medida em que se desprezar a resistência do ar não existirá qualquer força actuando no projéctil, na direcção horizontal. Portanto, será de esperar que a velocidade



horizontal permaneça constante: a partir do instante em que a bala abandona a boca do cano, o seu movimento horizontal será descrito pela equação:

$$x = v_x t$$

E é tudo o que diz respeito ao movimento da bala para a frente. Há, todavia, uma outra parte do movimento a considerar, que se vai tornando mais e mais importante, à medida que t cresce. Desde o instante em que a bala sai do cano ela começa a cair em direcção ao solo, ao mesmo tempo que se desloca para a frente, como qualquer outro corpo não sustentado. Para descrever a queda desta bala poderemos usar a equação que descreve a queda da segunda bala, aquela que foi simplesmente deixada cair? E em que medida será o movimento horizontal da bala afectado pela sua queda? Estas perguntas levantam uma questão mais fundamental, que transcende a do comportamento das balas: será o movimento vertical de um objecto afectado pelo seu movimento horizontal? Ou vice-versa?



As duas bolas que se vêem nesta fotografia estroboscópica foram largadas simultaneamente. A da esquerda foi simplesmente deixada cair a partir do repouso; à da direita foi imprimida uma velocidade inicial, na direcção horizontal.

Para responder a estas perguntas poderemos realizar uma experiência real semelhante à nossa experiência pensada. Poderemos usar um dispositivo experimental especial concebido para lançar uma bola na direcção horizontal, ao mesmo tempo que uma segunda bola é deixada cair verticalmente da mesma altura. Colocamos o nosso aparelho de modo que ambas as bolas estejam à mesma altura acima do solo, que é, por sua vez, plano. Libertadas as bolas e embora os seus movimentos sejam demasiado rápidos para serem seguidos à vista desarmada, ouvi-las-emos atingir o chão simultaneamente. Este resultado sugere que o movimento vertical de uma bola projectada não é afectado pela sua velocidade horizontal.

À margem desta página pode ver-se uma fotografia estroboscópica desta experiência, na qual foram desenhadas linhas horizontais igualmente espaçadas para facilitar a observação. Repare-se na bola da esquerda, que foi largada sem qualquer velocidade horizontal. Nota-se que o seu movimento é acelerado porque percorre cada vez maiores distâncias entre dois disparos sucessivos da máquina fotográfica. Medidas cuidadosas, efectuadas sobre a fotografia, mostram que a aceleração é constante, dentro das incertezas inerentes às medições.

Comparemos agora as posições verticais da segunda bola, projectada para a direita, com as posições verticais da bola deixada cair livremente, As linhas horizontais desenhadas na fotografia mostram que as distâncias de queda são iguais para iguais intervalos de tempo. As duas bolas obedecem à mesma lei, relativamente ao movimento na direcção vertical. Isto é, têm a mesma aceleração constante a_g, a mesma velocidade de queda e o mesmo espaço percorrido na vertical em cada instante. A experiência confirma portanto a ideia de que o movimento vertical é o mesmo, tenha a bola ou não também um movimento horizontal. O movimento horizontal não afecta o movimento vertical.

Poderemos também utilizar a fotografia estroboscópica para verificar se o movimento vertical do projéctil afecta a sua velocidade horizontal, medindo as distâncias *horizontais* entre cada duas imagens sucessivas. Verificaremos que as distâncias horizontais são praticamente iguais. Uma vez que os intervalos de tempo entre cada duas imagens são iguais, concluímos que a velocidade horizontal, v_x, é constante. Podemos portanto concluir que o movimento vertical não afecta o movimento horizontal.

A experiência mostra que as componentes vertical e horizontal do movimento são independentes uma da outra. Esta experiência poderá ser repetida para diferentes alturas de queda e para diferentes velocidades horizontais, mas os resultados conduzirão sempre à mesma conclusão.

A independência dos movimentos em direcções perpendiculares um ao outro tem consequências importantes. Por exemplo, será fácil de prever o deslocamento e a velocidade de um projéctil em qualquer momento do seu voo. Precisaremos apenas de considerar *separadamente* os aspectos horizontal e vertical do movimento e de somar os resultados — vectorialmente. Poderemos prever os valores das componentes do deslocamento (x e y) e das componentes da velocidade (v_x e v_y) em qualquer instante, pela aplicação das equações apropriadas. Para a componente horizontal do movimento, as equações são:

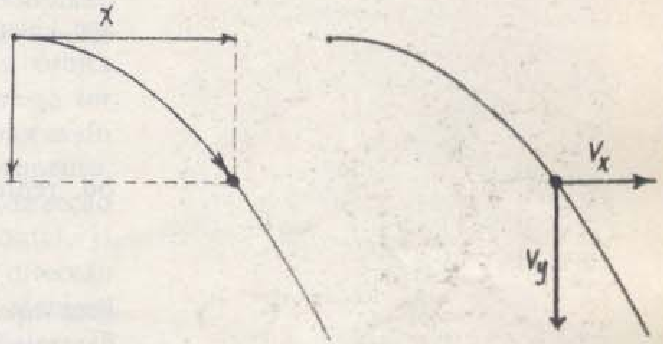
GE 4.4

GE 4.3

$$v_x = \text{constante}$$

e:

$$x = v_x t$$



e para a componente vertical do movimento:

$$v_y = a_g t$$

e:

$$y = \tfrac{1}{2} a_g t^2$$

Q1 Se um corpo cai a partir do repouso com uma aceleração a_g, com que aceleração cairá se tiver uma velocidade horizontal inicial v_x?

4.3 Qual a trajectória de um projéctil?

É fácil de ver que um objecto projectado, uma pedra por exemplo, segue uma trajectória curva, mas não é fácil saber de que tipo de curva se trata. Por exemplo, tanto arcos de circunferência, como elipses, parábolas, hipérboles, ou ciclóides (para designar apenas algumas figuras geométricas) podem constituir casos de trajectórias curvas muito semelhantes.

Pode-se ganhar um maior grau de conhecimento sobre a trajectória de um projéctil aplicando alguma matemática ao problema, de modo a obter a equação que exprime a forma da trajectória. Não são muitos os passos necessários. Em primeio lugar, rememoremos as equações já conhecidas que se aplicam a um projéctil lançado horizontalmente:

$$x = v_x t$$

$$y = \tfrac{1}{2} a_g t^2$$

A forma da trajectória será dada por uma equação que nos dê o valor de y para cada valor de x. Poderemos obter a distância de queda, y, para qualquer distância horizontal, x, combinando estas duas equações de modo a eliminar a variável tempo, t. Resolvendo a equação $x = v_x t$ em ordem a t obtemos:

$$t = \frac{x}{v_x}$$

Uma vez que t tem o mesmo significado em ambas as equações, podemos substituir t por x/v_x na outra equação:

Equações particulares, como esta, não têm necessariamente de ser memorizadas.

$$y = \tfrac{1}{2} a_g t^2$$

obtendo:

$$y = \tfrac{1}{2} a_g \left(\frac{x}{v_x}\right)^2$$

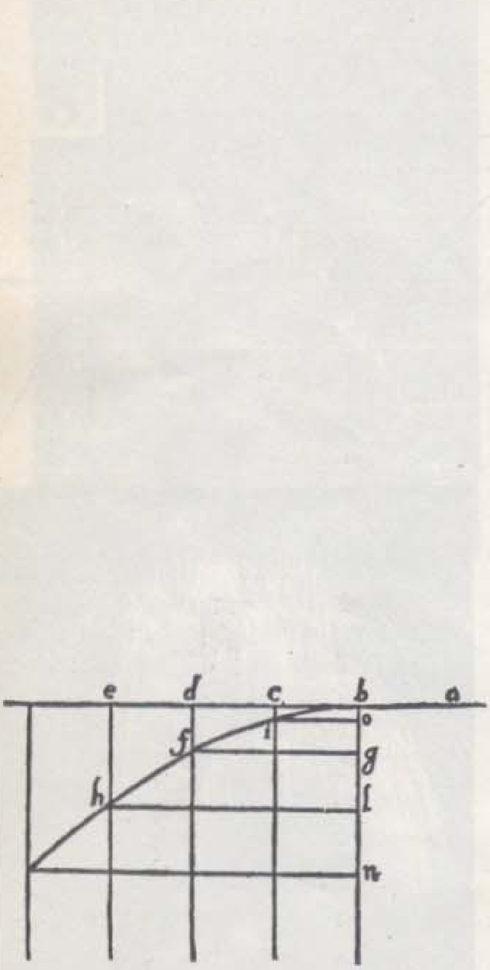
Nesta última equação há duas variáveis de interesse, x e y, e três quantidades constantes: o número $\frac{1}{2}$, a aceleração uniforme da queda livre, a_g, e a velocidade horizontal, v_x, que suporemos constante para qualquer voo, desde o lançamento ao impacto com o solo. Reunindo estas constantes, a equação pode ser escrita na forma:

$$y = \left(\frac{a_g}{2 v_x}\right) x^2$$

ou, representando a constante $(a_g/2v_x^2)$ por k:

$$y = k x^2$$

Esta equação mostra que a relação entre x e y que descreve a forma da trajectória é bastante simples. Podemos traduzi-la por palavras da seguinte maneira: a distância que um projéctil viaja na vertical é proporcional ao quadrado da distância que ele viaja na horizontal. Por exemplo, quando o projéctil se deslocar uma distância duas vezes maior na horizontal, deslocar-se-á uma distância quatro vezes maior na vertical.



Desenho de uma trajectória parabólica, tirado de *As Duas Novas Ciências* de Galileu.

GE 4.5-4.7

A curva correspondente a esta relação entre x e y tem na matemática o nome de *parábola*. Galileu deduziu a forma parabólica das trajectórias por um raciocínio semelhante ao que usámos. (Mesmo os projécteis não lançados horizontalmente — como os das fotografias das páginas 107 e 129 têm trajectórias parabólicas). Com esta descoberta, o estudo do movimento dos projécteis tornou-se muito mais simples, já que as propriedades geométricas da parábola tinham sido estudadas muitos séculos antes, pelos matemáticos gregos.

Deparamos aqui com a chave de uma das mais importantes estratégias da ciência moderna. Ao estudar os aspectos quantitativos de um fenómeno e ao reunir as relações entre eles na forma de equações, podemos usar as regras matemáticas para manipular as equações, abrindo assim o caminho para a obtenção de resultados inicialmente inesperados.

Galileu insistia em que "*a matemática é a linguagem própria da natureza*" e em que a compreensão dos fenómenos naturais poderia ser fortemente ajudada pela tradução de experiências qualitativas em termos quantitativos. Ao descobrirmos, por exemplo, que as trajectórias têm uma forma parabólica, podemos aplicar tudo o que sabemos sobre a matemática das parábolas para descrever — e prever — essas mesmas trajectórias. Os físicos serviram-se muitas vezes de noções puramente matemáticas desenvolvidas anteriormente para exprimir (ou generalizar) os seus conceitos sobre os fenómenos naturais. Por vezes, como foi o caso de Newton, tiveram mesmo de desenvolver certas partes da matemática. O cientista físico tenta muitas vezes aplicar métodos característicos de outros ramos da ciência, juntamente com a matemática, para encontrar a solução do seu problema particular. Por exemplo, tal como Galileu usou a já conhecida matemática das parábolas para abordar o problema do movimento dos projécteis, assim também os modernos engenheiros de som resolvem problemas de acústica recorrendo a ideias e técnicas matemáticas desenvolvidas independentemente por engenheiros electrotécnicos. Quaisquer que sejam os métodos científicos, as ideias e os conceitos podem muitas vezes ser generalizados de uma especialidade para outra, com resultados extremamente gratificantes.

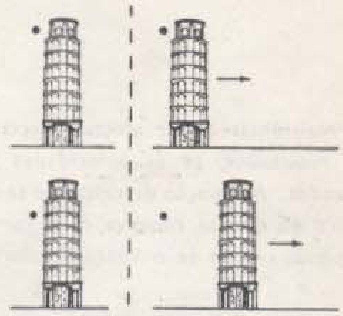
«Existe toda uma filosofia neste livro magnífico, o universo, aberto continuamente perante a nossa admiração. Mas não se pode compreender este livro sem se aprender primeiro a sua linguagem, as letras em que está composto. Ele está escrito na linguagem da matemática, e os seus caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem as quais é humanamente impossível compreender uma só palavra». (Galileu, citado em *Discoveries and Opinions of Galileo*, traduzido para o inglês por Stillman Drake; Anchor Books, páginas 237-238.)

Poderemos agora aplicar a nossa teoria do movimento dos projécteis ao caso mencionado acima, o do movimento livre de uma cápsula em direcção à superfície lunar. Vamos partir do princípio que a órbita inicial é baixa, de modo que a aceleração devida à gravidade possa ser considerada constante desde a órbita até à superfície. Se os motores do foguete forem disparados para a frente, na direcção do movimento, a velocidade da cápsula reduzir-se-á e ela começará a cair em direcção à superfície lunar. Depois da travagem, a velocidade horizontal, já reduzida, permanece constante, de modo que a cápsula cai em direcção à superfície segundo uma trajectória parabólica. Na verdade, os técnicos dos voos espaciais aplicam ideias semelhantes a estas para "aterrar" uma cápsula num determinado local da Lua. (Veja-se o Guia de Estudo, Secção 4.23).

Q2 Das condições indicadas abaixo, quais as que têm que ser válidas para que a relação $y = kx^2$ descreva a trajectória de um projéctil?

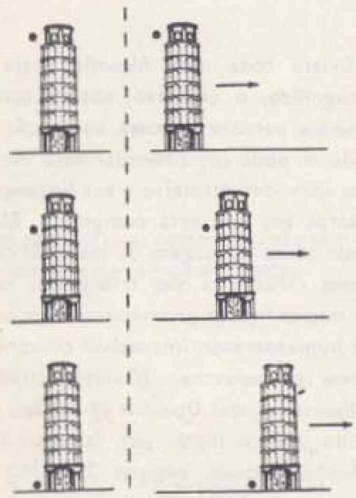
(a) a_g é constante.
(b) a_g depende de t.
(c) a_g é dirigida verticalmente de cima para cima.
(d) v_x depende de t.
(e) a resistência do ar é desprezável.

4.4 Sistemas de referência em movimento



Os críticos de Galileu afirmavam que se a Terra se movesse, uma pedra que fosse largada do cimo de uma torre seria deixada para trás, vindo a cair muito longe da sua base.

O trabalho de Galileu sobre os projécteis conduz naturalmente a uma meditação acerca de sistemas de referência. Como se verá na Unidade 2, Galileu sustentou veementemente a ideia de que o sistema de referência preferencial para o estudo dos movimentos do nosso sistema planetário deveria estar fixo em relação ao Sol e não à Terra. Daquele ponto de vista a Terra tem simultaneamente movimentos de rotação em torno do Sol e em torno do seu próprio eixo. Esta ideia



Galileu argumentou que a pedra em queda acompanharia o movimento da Terra, de tal modo que um observador com os pés assentes no solo (ou na torre) seria incapaz de afirmar se a Terra se movia ou não, pela simples observação da pedra.

A resistência do ar afectará seriamente os resultados, se as velocidades forem grandes. A situação descrita não se distinguirá da que se observa num carro em repouso — mas se o vento for forte!

era inaceitável para muitos cientistas do tempo de Galileu, que pensavam poder provar a sua tese. Se a Terra rodasse, diziam eles, uma pedra que fosse deixada cair do cimo de uma torre não tocaria o solo junto da sua base. Porque, se a Terra efectuasse uma rotação por dia, a torre mover-se-ia centenas de metros em cada segundo que passasse; consequentemene, a pedra seria deixada para trás e não cairia junto da base da torre. Ora *não* era isto o que acontecia. Tanto quanto se podia dizer, a pedra tocava o solo exactamente abaixo do ponto em que era largada. Era por isto que muitos dos críticos de Galileu não acreditavam que a Terra pudesse estar em movimento.

Para responder a estes argumentos, Galileu mostrou que a mesma observação poderia suportar o seu próprio ponto de vista, de que, durante a queda, a torre e o solo em que estava implantada se moveriam juntos com a mesma velocidade uniforme. Enquanto a pedra estivesse segura no topo da torre, teria a mesma velocidade horizontal que esta. Libertada a pedra, esta ganharia uma velocidade vertical mas, pelo princípio da independência entre v_x e v_y, discutido na secção 4.3, qualquer velocidade horizontal que existisse no início do movimento livre não seria alterada. Por outras palavras, a pedra em queda comportar-se-ia como qualquer outro projéctil: as componentes horizontal e vertical do seu movimento seriam independentes uma da outra. Uma vez que a pedra e a torre continuariam a ter o mesmo v_x, aquela não seria deixada para trás durante a queda. Consequentemente, qualquer que fosse a velocidade da terra, a pedra tocaria o solo mesmo junto à base da torre. Este facto não constituiria portanto uma prova de que a Terra estivesse em repouso.

Da mesma maneira, disse Galileu, um objecto deixado cair do cesto da gávea do mastro principal de um navio tocará o convés junto à base do mastro, quer o navio esteja ancorado, quer esteja a viajar a velocidade constante através de um mar sereno. Esta experiência foi realmente realizada em 1642 (e constitui o tema de três filmes deste curso de física). Sabemos que assim é, da experiência do dia-a-dia: ao largar-se um livro pela janela de um autocarro ou de um comboio que se mova a velocidade constante, ver-se-á que ele se desloca como se o veículo estivesse parado. Ou ainda, numa experiência mais espectacular, se se lançar um objecto verticalmente *de baixo para cima* de dentro de um carro aberto que se mova a velocidade constante, ele cairá novamente dentro do carro. Uma pessoa que esteja dentro do carro verá que o processo se desenrola exactamente da mesma maneira, quer o carro esteja parado quer ele se mova com velocidade constante.

Pode ser obtida uma generalização muito útil a partir destas e de outras observações: se existir um laboratório no qual sejam válidas as leis de Newton, então estas serão válidas também em qualquer outro laboratório (ou "sistema de referência") que se mova a velocidade constante em relação ao primeiro. Esta generalização constitui o chamado "*princípio da relatividade de Galileu*". É válido para todos os fenómenos mecânicos "clássicos" — isto é, fenómenos envolvendo uma gama tremenda de velocidades relativas, desde o repouso até milhões de quilómetros por hora.

Confirmando-se que as leis da mecânica são as mesmas para todos os sistemas de referência que se movam a velocidade constante em relação uns aos outros, não haverá processo de determinar o *valor da velocidade* de um determinado sistema de referência a partir de experiências mecânicas realizadas *no próprio* sistema de referência, nem será possível escolher um sistema de referência como sendo o "autêntico" — isto é, o que esteja em repouso absoluto. Assim, não haverá nada a que se possa chamar a velocidade "absoluta" de um corpo — todas as velocidades medidas serão apenas *relativas*.

E o que se poderá dizer acerca de observações de fenómenos que ocorram fora do nossos sistema de referência? É claro que alguns fenómenos externos poderão manifestar-se diferentemente a observadores localizados em sistemas de referência diferentes — por exemplo, a velocidade de um avião terá um valor diferente quando observado de terra ou de um barco em movimento. Mas outras grandezas mensuráveis, como massa, aceleração e intervalo de tempo terão os *mesmos* valores, independentemente de o fenómeno ser observado de diversos sistemas de referência que se movam a velocidades constantes em relação uns aos outros. Mais, certas *relações* entre estas medidas serão as mesmas, em qualquer daqueles sistemas de referência. As leis do movimento de Newton são exemplos de tais relações "invariantes", bem como todas as leis da mecânica delas derivadas.

Começam a aparecer desvios em relação a este princípio simples de relatividade quando às velocidades relativas são fracções apreciáveis da velocidade da luz (cerca de um bilião de quilómetros por hora). Consideraremos alguns destes desvios na Unidade 5.

Note-se que o princípio da relatividade, mesmo nesta forma restrita, não afirma que "tudo é relativo". Pelo contrário, sugere que se procurem relações que *não* variem quando se mudam os sistemas de referência.

GE 4.8-4.10

Q3 Que se pode afirmar acerca do movimento relativo de dois sistemas de referência, nos quais se verifica que as leis da mecânica são as mesmas?

4.5 Movimento circular

Um projéctil lançado horizontalmente do alto de uma torre elevada choca com o solo num ponto determinado pela velocidade do projéctil, pela altura da torre e pela aceleração devida à força da gravidade. À medida que se aumentar a velocidade de lançamento do projéctil, este irá atingindo o solo em pontos cada vez mais distantes da base da torre e, a partir de certa altura, não teremos outro remédio senão considerar o facto de a Terra ser redonda e não plana. Aumentando ainda mais a velocidade de lançamento, o projéctil percorrerá uma distância ainda maior antes de atingir o solo, até que, finalmente, ele circundará a Terra numa órbita aproximadamente circular. A esta velocidade orbital, a queda do projéctil em relação ao movimento horizontal em linha recta é equilibrada pela curvatura da superfície terrestre, permanecendo portanto o projéctil a uma distância constante em relação a esta.

Qual a velocidade horizontal de lançamento necessária para colocar um objecto numa órbita circular em torno da Terra ou da Lua? Poderemos responder facilmente a esta pergunta depois de aprender alguma coisa acerca do movimento circular.

O movimento circular mais simples é o movimento circular *uniforme*, isto é, o movimento ao longo de uma circunferência a velocidade

Ao discutir o movimento circular é útil ter clara a distinção entre *revolução* e *rotação*. Definimos estes dois termos de uma maneira diferente: revolução é o acto de viajar ao longo de uma trajectória circular ou elíptica; rotação é o acto de rodar em torno de si próprio (não de viajar). Um dado ponto no prato de um gira-discos viaja uma certa distância; ele está em *revolução* em torno do eixo do prato. Mas o prato, como um todo, não se desloca de um lado para outro; simplesmente *roda*. Em certas situações, ambos os processos ocorrem simultaneamente; por exemplo, a Terra roda em torno do seu eixo, ao mesmo tempo que efectua um movimento de revolução em torno do Sol (numa trajectória aproximadamente circular).

constante. Por exemplo, o movimento de um automóvel ou de um comboio ao longo de um caminho perfeitamente circular, de tal maneira que o seu velocímetro marque constantemente sessenta quilómetros por hora, é um caso de movimento circular uniforme. Mas já não o será se o caminho não for exactamente circular ou se a velocidade se alterar em algum ponto.

Como se poderá saber se um objecto em movimento circular se move a velocidade constante? Aplicando o mesmo processo que utilizámos para saber se um objecto viajando em linha recta o faz ou não com velocidade constante: medindo velocidades instantâneas em muitas alturas diferentes e verificando se os valores obtidos são iguais. Se a velocidade for constante, poderemos descrever o movimento circular de um objecto em termos de dois números: o raio R da trajectória e a velocidade, v, ao longo desta. Para o caso de um movimento circular regularmente repetido poderemos usar uma grandeza mais facilmente mensurável que a velocidade: ou o tempo necessário para que o objecto efectue uma revolução completa, ou o número de revoluções efectuadas na unidade de tempo. O tempo necessário para que o objecto efectue uma revolução completa ao longo de uma trajectória circular chama-se o *período* do movimento, grandeza que se representa normalmente pela letra maiúscula T. O número de revoluções efectuadas na unidade de tempo designa-se por *frequência* do movimento, que se representa normalmente pela letra minúscula f.

Como exemplo, vamos usar estes termos para descrever o movimento de um automóvel ao longo de um caminho circular, animado de velocidade uniforme. Suponhamos que o carro leva 20 segundos a dar uma volta ao caminho; então, $T = 20$ s. Alternativamente, poderemos dizer que o carro dá 3 voltas por minuto; então $f = 3$ revoluções por minuto, ou $f = 1/20$ revoluções por segundo. A relação entre frequência e período (*quando é usada a mesma unidade de tempo*) é $f = 1/T$. Se o período do movimento do carro é de 20 s/revolução, então a frequência é de:

GE 4.11

$$\frac{1}{20\,\frac{\text{s}}{\text{rev}}} = \frac{1}{20}\,\frac{\text{rev}}{\text{s}}$$

A escolha das unidades é apenas uma questão de conveniência. O raio pode ser expresso em centímetros, quilómetros, milhas, ou qualquer outra unidade de distância. O período pode ser expresso em segundos, minutos, anos, ou qualquer outra unidade de tempo. Correspondentemente, a frequência pode ser expressa em termos de "por

Não são atribuídas quaisquer unidades ao termo «revoluções» ou «ciclos»; trata-se de um número puro, de uma contagem. Não há necessidade de se estabelecer um padrão, como para a distância, para a massa ou para o tempo. Por isso, ao referir-se a unidade de frequência, omite-se normalmente a designação ciclo. Este facto pode parecer estranho, mas depressa nos habituamos a ele — e, além disso, nem sequer é muito importante, já que constitui uma simples questão de terminologia e não de física.

Tabela 4.1 Comparação das frequências e dos períodos de vários movimentos circulares. Notem-se as diferenças entre as unidades em que vão expressas

FENÓMENO	PERÍODO	FREQUÊNCIA
Electrão num acelerador circular	10^{-6} segundos	10^{6} por segundo
Ultra-centrifugadora	0,00033 s	3000 por segundo
Turbina "Hoover Dam"	0,33 s	3 por segundo
Rotação da Terra	24 horas	0,0007 por minuto
Lua em volta da Terra	27 dias	0,0015 por hora
Terra em volta do Sol	365 dias	0,0027 por dia

segundo", "por minuto", "por ano", etc. No trabalho científico, as unidades mais vulgarmente utilizadas para o raio, o período e a frequência são, respectivamente, metro, segundo e por segundo.

Para um objecto em movimento circular uniforme, conhecida a frequência de revolução, f, e o raio da trajectória, R, podemos calcular a velocidade do objecto, v, com relativa facilidade. A distância percorrida durante uma revolução é, simplesmente, o perímetro da trajectória circular, ou seja $2\pi R$. O tempo necessário para uma revolução é, por definição, o período T. Uma vez que, para o movimento uniforme, a relação:

$$\text{velocidade} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto}}$$

é sempre válida, podemos obter, por substituição:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Querendo exprimir esta equação do movimento circular em termos da frequência f, poderemos reescrevê-la na forma:

$$v = 2\pi R \times \frac{1}{T}$$

o que, dada a definição:

$$f = \frac{1}{T}$$

conduz a:

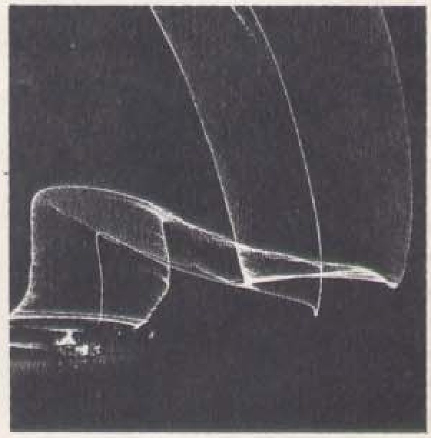
$$v = 2\pi R \times f$$

Se o corpo estiver em movimento circular *uniforme*, a velocidade calculada com a ajuda desta equação será simultaneamente a sua velocidade instantânea e a sua velocidade média. Se o movimento não for uniforme, a expressão dará apenas a velocidade *média*; a velocidade *instantânea* em qualquer ponto poderá ser determinada se conhecermos $\Delta d/\Delta t$, correspondente a medidas efectuadas em segmentos muito pequenos da trajectória.

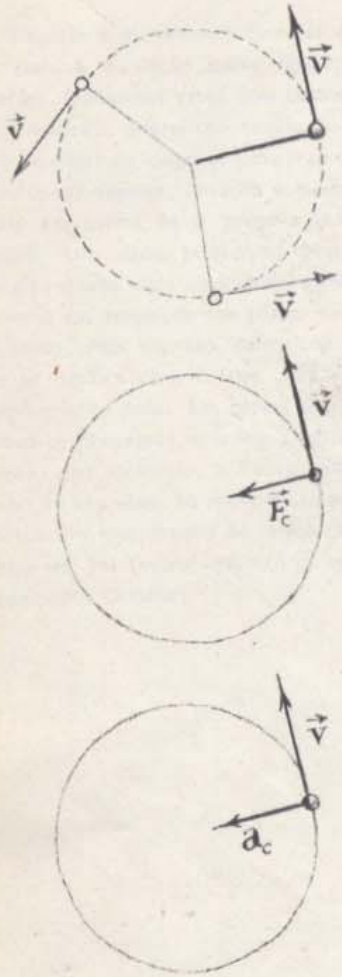
Vejamos agora como poderá ser usada a última equação obtida. Poderemos, por exemplo, calcular a velocidade da ponta da hélice de um helicóptero, no seu movimento em torno do eixo central. Num determinado modelo, a hélice principal tem um comprimento de 7,50 m e uma frequência de 480 revoluções/minuto, em condições normais. Portanto, $f = 480$ por minuto $= 8{,}00$ por segundo e $R = 3{,}75$ m, e:

$$\begin{aligned} v &= 2\pi R f \\ &= 2(3{,}14)(3{,}75)(8{,}00)\ \text{m/s} \\ &\doteq 188\ \text{m/s} \end{aligned}$$

ou seja, cerca de 680 km/hora.



GE 4.12, (a) a (f)



$\vec{a}_c$ e $\vec{F}_c$ são paralelas, mas $\vec{v}$ é perpendicular a $\vec{a}_c$ e $\vec{F}_c$. Note-se que *não* se devem desenhar diferentes tipos de grandezas vectoriais no mesmo desenho, normalmente.

O adjectivo centrípeto significa, literalmente, «movendo-se em direcção ao centro» ou «dirigido para o centro».

No movimento circular uniforme, a velocidade instantânea e a força centrípeta são perpendiculares em cada instante, já que a primeira se dirige segundo a tangente à trajectória e a segunda se dirige segundo o raio. Consequentemente, também a velocidade instantânea e a aceleração são perpendiculares em cada instante.

Q4 Se o prato de um gira-discos roda a 45 rotações por minuto:
(a) Qual é o seu período (em minutos)?
(b) Qual é o seu período (em segundos)?
(c) Qual é a sua frequência, em ciclos por segundo?

Q5 Qual é o período do ponteiro dos minutos de um relógio vulgar? Qual é a velocidade linear da ponta do ponteiro dos minutos, se este tiver 3,0 cm de comprimento?

Q6 Os termos frequência e período podem também ser usados para qualquer outro fenómeno periódico, repetitivo. Por exemplo, se o coração de uma pessoa bater ao ritmo de 80 vezes por minuto, qual será a frequência e o período do "pulso" dessa pessoa?

4.6 Aceleração centrípeta e força centrípeta

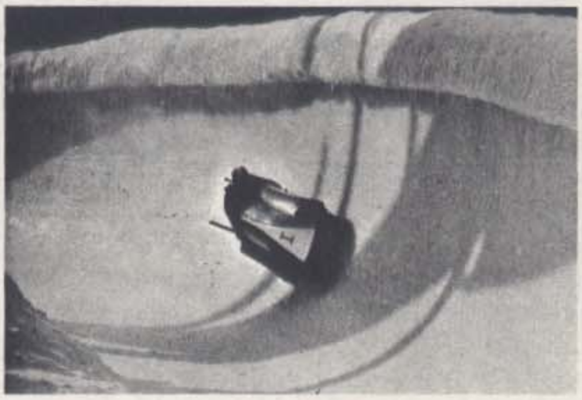
Pensemos numa pedra amarrada na ponta de um cordel, posta a girar por cima da cabeça num plano horizontal, de maneira que a pedra se desloque num movimento circular uniforme. A velocidade da pedra é constante. O vector velocidade, no entanto, varia constantemente. A velocidade, propriamente dita, é uma grandeza vectorial, havendo portanto que considerar, em relação a ela, não só o seu valor absoluto mas também a sua direcção. Até agora só lidámos com acelerações nas quais apenas o valor absoluto da velocidade variava. No movimento circular uniforme, o valor absoluto da velocidade do objecto em revolução permanece constante, mas a direcção do movimento varia continuamente. Das três figuras ao lado, a de cima mostra a pedra em três instantes diferentes do seu movimento de revolução. Em qualquer instante que se considere, a direcção do vector velocidade é tangente à trajectória curvilínea. Note-se que a amplitude da sua velocidade, representada pelo comprimento da seta que reproduz o vector velocidade, não varia; mas a sua direcção varia de instante para instante. Uma vez que a aceleração é definida como sendo a variação da velocidade, temos que reconhecer que a pedra está, de facto, animada de um movimento acelerado.

Mas é necessária uma força resultante para produzir uma aceleração. No caso da pedra a girar, a força é exercida sobre esta pelo cordel e, se desprezarmos o peso da pedra e a resistência do ar, essa será a força resultante. Se o cordel for subitamente cortado, a pedra voará livremente com a velocidade — vector velocidade — que tinha no instante em que se efectuou o corte — ou seja, segundo uma tangente à trajectória circular. Enquanto o cordel existir e permanecer inteiro, no entanto, a pedra será forçada a percorrer uma trajectória circular.

A força actuante sobre a pedra tem sempre a direcção do cordel. Consequentemente, o vector está sempre dirigido para o centro de rotação. Este tipo de força — sempre dirigido para o centro de rotação — recebe a designação de força *centrípeta*.

Pela segunda lei de Newton sabemos que força e aceleração têm sempre a mesma direcção e sentido, pelo que o vector aceleração do movimento que estamos a estudar deverá também estar dirigido para o centro de rotação. Esta aceleração é denominada *centrípeta* e representa-se pelo símbolo $\vec{a}_c$. Qualquer objecto que se mova ao longo de uma trajectória circular tem uma aceleração centrípeta.

Conhecemos agora a direcção da aceleração centrípeta. Mas qual será a sua intensidade? Pode ser obtida uma expressão para a_c a

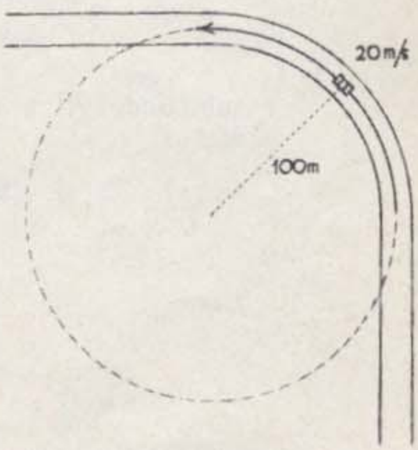


partir da definição de aceleração $\vec{a}_c = \Delta\vec{v}/\Delta t$. Os pormenores deste cálculo são dados na página seguinte.

O resultado mostra que $\vec{a}_c$ depende de $\vec{v}$ e de R, sendo a amplitude de $\vec{a}_c$ dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Verifiquemos esta relação a partir de um exemplo numérico. Se, conforme está esboçado no diagrama, um automóvel descrever uma curva circular de raio $R = 100$ m a uma velocidade uniforme de $v = 20$ m/s, qual será a aceleração centrípeta a_c, dirigida para o centro de curvatura? Aplicando a equação obtida na página seguinte:



$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$= \frac{(20\ \text{m/s})^2}{100\ \text{m}}$$

$$= \frac{400}{100}\ \frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}}$$

$$= 4{,}0\ \text{m/s}^2$$

Este valor constitui cerca de 4/10 de a_g e pode também ser designado «0,4 g».

Terá sentido este resultado? Poderemos verificá-lo regressando à definição básica do vector aceleração: $\vec{a}_{\text{méd}} = \Delta\vec{v}/\Delta t$. Façamos um desenho à escala, em que se represente o vector velocidade do carro em dois instantes separados de um pequeno intervalo de tempo Δt; meçamos a variação de velocidade $\Delta\vec{v}$ entre esses dois instantes e dividamos a amplitude de $\Delta\vec{v}$ por Δt, de modo a obter $\vec{a}_{\text{méd}}$ nesse intervalo de tempo.

Obtenção da equação $a_c = \frac{v^2}{R}$

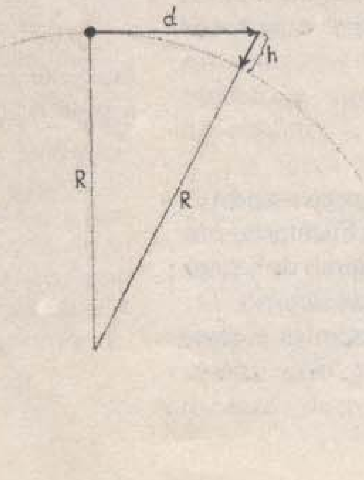
Suponha-se que a pedra se move uniformemente ao longo de uma circunferência de raio R. Poderemos determinar a relação entre a_c, v e R supondo que uma muito pequena parte da trajectória circular é uma combinação de um movimento tangencial com uma aceleração dirigida para o centro. Para seguir uma trajectória circular, a pedra deverá acelerar em direcção ao centro ao longo de uma distância h, *ao mesmo tempo* que percorre uma distância tangencial d. A pedra, cuja velocidade é v, viajará uma distância tangencial d dada por $d = v\Delta t$. No mesmo intervalo de tempo Δt a pedra, cuja aceleração é a_c, viajará em direcção ao centro uma distância h, dada por $h = \frac{1}{2}a_c\Delta t^2$. (Podemos usar esta última equação porque no instante $t = 0$ a velocidade da pedra em direcção ao centro é nula).

Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo da figura:

$$R^2 + d^2 = (R + h)^2$$
$$= R^2 + 2hR + h^2$$

e subtraindo R^2 a ambos os membros da equação:

$$d^2 = 2hR + h^2$$



Poderemos simplificar esta expressão fazendo uma aproximação: uma vez que h é sempre muito pequeno, comparado com R, também h^2 será muito pequeno, comparado com hR. Escolhendo Δt muitíssimo pequeno (infinitamente pequeno) — tal como fizemos para a definição de velocidade instantânea — h^2 tornar-se-á infinitamente pequeno, comparado com hR; assim, desprezaremos h^2, obtendo:

$$d^2 = 2hR$$

Mas conhecemos os valores de $d = v\Delta t$ e de $h = \frac{1}{2}a_c\Delta t^2$. Substituindo estes valores na expressão que obtivemos:

$$(v\Delta t)^2 = 2R \cdot \tfrac{1}{2}a_c(\Delta t)^2$$
$$v^2(\Delta t)^2 = Ra_c(\Delta t)^2$$
$$v^2 = Ra_c$$

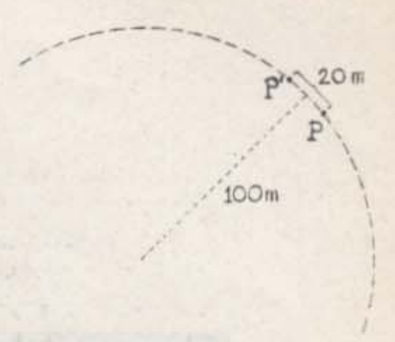
ou, finalmente:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

A aproximação que fizémos será tanto melhor quanto mais pequeno for Δt. Por outras palavras, v^2/R é a amplitude da aceleração centrípeta *instantânea* de um corpo que se desloque ao longo de uma circunferência de raio R. Para o movimento circular uniforme, v^2/R é a amplitude da aceleração centrípeta em qualquer ponto da trajectória. (É evidente que isto não é válido apenas para uma pedra amarrada na ponta de um cordel. Poderá considerar-se um ponto material no perímetro de uma roda a girar, ou uma casa na Terra a girar, ou uma moeda sobre o prato de um gira-discos a funcionar, ou um automóvel a traçar uma curva).

Consideremos um intervalo de tempo de $\Delta t = 1$ segundo. Uma vez que o carro se move a 20 m/s, a sua posição variará 20 m durante o intervalo Δt. No diagrama A estão marcadas duas posições, **P** e **P'**, separadas por 20 m.

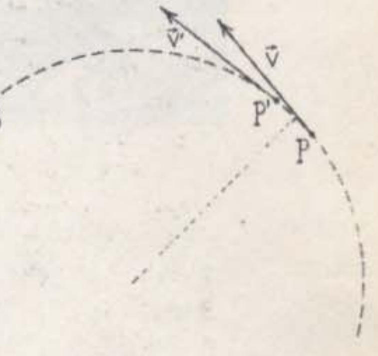
A



Desenhemos agora setas, representando os vectores velocidade. Se escolhermos a escala de 1 cm = 10 m/s, o vector velocidade do automóvel será representado por uma seta de 2 cm de comprimento. São as setas desenhadas em **P** e **P'**, no diagrama B.

Desenhando juntas essas duas setas, cauda contra cauda, como está no diagrama **C**, é fácil de ver qual a variação de velocidade — do vector velocidade — durante o intervalo de tempo Δt. Note-se que se $\Delta\vec{v}$ for desenhado a meio caminho, entre **P** e **P'**, apontará directamente para o centro da curva; portanto, a aceleração média entre **P** e **P'** está, na verdade, dirigida para o centro da trajectória. A medição da seta que representa $\Delta\vec{v}$ no diagrama mostra que ela tem um comprimento de 0,40 cm; portanto, representa uma variação de velocidade de 4,0 m/s. Esta variação ocorreu no intervalo de tempo de $\Delta t = 1$ s, pelo que a taxa de variação foi de 4,0 m/s/s — exactamente o valor obtido por intermédio da relação $a_c = v^2/R$!

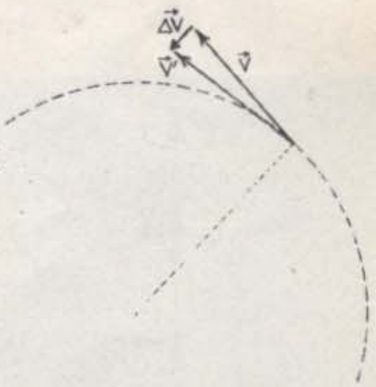
B



A melhor maneira de mostrar que $a_c = v^2/R$ é inteiramente consistente com a mecânica desenvolvida na Unidade 1 é efectuar algumas experiências que permitam medir a força centrípeta necessária para conservar um objecto em movimento ao longo de uma trajectória circular. Se, por exemplo, a massa do carro for de 1 000 kg, a força centrípeta actuante sobre ele será:

$$
\begin{aligned}
F_c &= ma_c \\
&= 1\,000 \text{ kg} \,.\, 4{,}0 \text{ m/s}^2 \\
&= 4000 \text{ kg·m/s}^2 = 4000 \text{ N}
\end{aligned}
$$

C

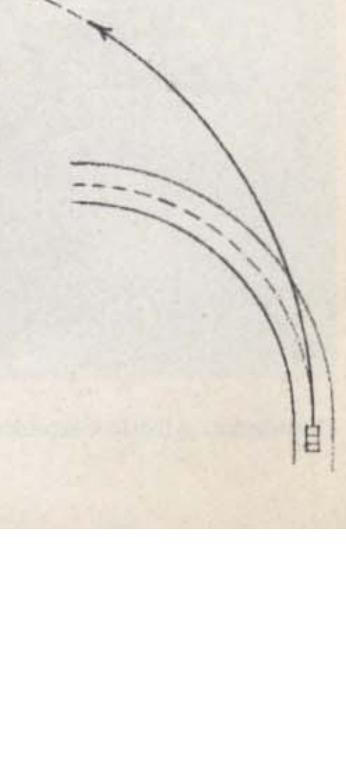


Esta força estará sempre dirigida para o centro de curvatura da estrada — isto é, será sempre perpendicular à direcção de movimento do automóvel — e é exercida pela estrada sobre os pneus. Se o piso estiver molhado ou tiver gelo, e não puder ser exercida uma força de 4000 N perpendicularmente aos pneus, a aceleração centrípeta será menor do que 4,0 m/s — e o automóvel seguirá uma trajectória menos curva, tal como está desenhado no diagrama D. Em situações como esta, em que a trajectória do carro tem uma curvatura inferior à da estrada, dizemos que o carro "deixou a estrada" — embora fosse igualmente apropriado dizer que a estrada deixou o carro.

D

GE 4.13

GE 4.14



A força perpendicular exercida pela estrada sobre os pneus não é fácil de medir. Mas estão sugeridas, no *Manual* deste curso de física, algumas maneiras de verificar experimentalmente as equações $F_c = ma_c$ e $F_c = mv^2/R$.

No movimento circular uniforme, repetitivo, é muitas vezes mais fácil medir a frequência f ou o período T do que medir directamente v. Considerando as relações $v = 2\pi Rf$ e $v = 2\pi R/T$ e a equação que dá o valor de a_c, podemos obter outras maneiras, equivalentes, de calcular esta grandeza:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi Rf)^2}{R} = \frac{4\pi^2R^2f^2}{R} = 4\pi^2Rf^2$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{\frac{4\pi^2R^2}{T^2}}{R} = \frac{4\pi^2R}{T^2}$$

GE 4.12, (g), (h)
GE 4.15-4.18

Q7 Em quais dos seguintes casos poderá um corpo sofrer a acção de uma aceleração?
(a) movimento com o valor absoluto da velocidade constante.
(b) movimento numa trajectória circular de raio constante.
(c) movimento com o vector velocidade constante.

Q8 Em que direcção voará um pedaço de uma hélice em movimento de rotação muito rápido, se se despedaçar subitamente?

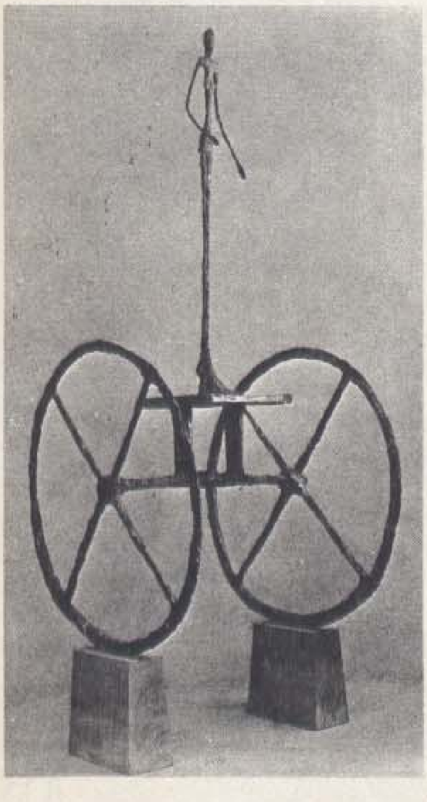
Q9 Se um automóvel de massa m, viajando com a velocidade v, entrar numa curva de raio R, qual a força necessária para fazer com que ele efectue a curva dentro da estrada?

Q10 Considere-se uma pedra de massa m, presa à ponta de um cordel de comprimento R, que se gira sobre a cabeça à velocidade de 1 revolução/segundo; qual a força exercida pelo cordel?

4.7 O movimento dos satélites terrestres

Tanto na natureza como na técnica encontramos muitos exemplos de movimentos circulares uniformes. A roda, por exemplo, tem sido uma característica básica da nossa civilização, primeiro em grosseiras carroças, mais tarde elemento primordial das mais complexas e sofisticadas máquinas. A importância histórica do movimento rotativo no desenvolvimento da tecnologia moderna foi descrita pelo historiador V. Gordon Childe:

> As máquinas rotativas, concebidas para a realização de operações repetitivas, movimentadas pela água, pela força do vapor, ou pela energia eléctrica, foram os factores mais decisivos da revolução industrial e, do primeiro barco a vapor até ao avião a jacto, foi a aplicação do movimento rotativo aos transportes que revolucionou as comunicações. O uso de máquinas rotativas, tal como o de todas as outras ferramentas humanas, foi cumulativo e progressivo. Os inventores dos séculos XVIII e XIX limitaram-se a ampliar o campo de aplicação do movimento rotativo, divisado muitas gerações atrás, durante milhares de anos desde o passado pré-histórico... (*A História da Tecnologia*).



Carruagem. Alberto Giacometti, 1950.

Como se verá na Unidade 2, um outro movimento rotativo ocupou também lugar central nas preocupações do Homem, ao longo da História: o movimento orbital dos planetas em torno do Sol e o da Lua em torno da Terra.

Dada a generalidade da cinemática e da dinâmica dos movimentos circulares uniformes, podemos aplicar o que já aprendemos ao caso do movimento dos satélites artificiais da Terra em órbitas circulares ou quase circulares. Como ilustração escolheremos o satélite Alouette I, o primeiro satélite canadiano, lançado numa órbita quase circular a 29 de Setembro de 1962.

GE 4.19

A posição de qualquer satélite no céu é registada por estações de rastreio situadas em inúmeros lugares da Terra. A distância do satélite em relação à Terra em qualquer instante e o seu período de revolução são obtidos a partir dos registos posicionais. É por meio de um rastreio deste tipo que se sabe que o Alouette I se move a uma altura de cerca de 1 000 km em relação ao nível do mar e que leva 105,4 minutos a completar uma revolução.

Calculemos rapidamente a velocidade orbital e a aceleração centrípeta do Alouette I. A relação $v = 2\pi R/T$ permite-nos determinar a velocidade de qualquer objecto que se mova uniformemente ao longo de uma trajectória circular, desde que se conheça o seu período T e a distância R ao centro da sua trajectória (neste caso o centro da Terra). Adicionando 1000 km ao raio terrestre de 6 350 km, obtemos $R = 7350$ km, e portanto:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 7350 \text{ km}}{105{,}4 \text{ min}}$$

$$= \frac{46\,200 \text{ km}}{105{,}4 \text{ min}}$$

$$= 438 \text{ km/min}$$

ou seja, aproximadamente 26 300 km/hora.

Para calcular a aceleração centrípeta do Alouette I poderemos usar este valor de v na relação $a_c = v^2/R$. Assim:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$= \frac{(438 \text{ km/min})^2}{7350 \text{ km}}$$

$$= 26{,}1 \text{ km/min}^2$$

GE 4.20
GE 4.21

o que é equivalente a 7,3 m/s². (O mesmo resultado poderia ter sido obtido usando os valores de R e T directamente na relação $a_c = 4\pi^2 R/T^2$.)

Qual a origem da força que imprime esta aceleração? Embora não venhamos a conhecê-la devidamente senão no capítulo 8, facilmente se aceitará que é devida à atracção terrestre. É evidente que a aceleração centrípeta a_c do satélite é apenas a aceleração gravitacional a_g àquela altitude, que tem afinal um valor 25% menor que à superfície terrestre.

Anteriormente já tínhamos perguntado: "que velocidade é necessária para que um objecto permaneça numa órbita circular em torno da Terra?". Poder-se-á responder agora a esta pergunta para uma órbita particular, 1 000 km acima da superfície terrestre. Para uma resposta mais geral, no entanto, será preciso saber-se como varia a aceleração devida à gravidade com a distância. Retomaremos o estudo deste problema no capítulo 8.

Pode-se aplicar o mesmo tipo de análise para uma órbita em torno da Lua. Por exemplo, na primeira missão tripulada que orbitou em torno da Lua (Apollo 8, 1968), o grupo de comando da missão pretendeu colocar a cápsula numa órbita circular a 112 km da superfície lunar. Supondo que a aceleração devida à gravidade lunar, àquela altitude, é de $a_g = 1{,}43\ \text{m/s}^2$, qual a direcção e a velocidade a imprimir à cápsula, para a "injectar" numa órbita lunar?

A questão da direcção é relativamente simples — para ficar a uma altura constante da superfície, a cápsula deverá estar a mover-se horizontalmente no instante em que se efectue a correcção da trajectória. Deste modo, a injecção deverá ocorrer exactamente quando a cápsula estiver a deslocar-se tangencialmente à trajectória pretendida, como se mostra no esboço ao lado. Qual a velocidade (relativamente à Lua, naturalmente) que deverá ser imprimida à cápsula? A órbita circular pretendida tem um raio 112 km maior do que o raio da Lua, cujo valor é de 1730 km; portanto $R = 1\,730\ \text{km} + 112\ \text{km} = 1\,842\ \text{km}$, ou, aproximadamente, $1{,}85 \times 10^6$ m. A aceleração centrípeta é apenas a aceleração devida à gravidade, que é suposta ser de $1{,}43\ \text{m/s}^2$, pelo que:

$$a_c = a_g$$

$$\frac{v^2}{R} = a_g$$

$$v^2 = Ra_g$$

$$v = \sqrt{Ra_g}$$

$$= \sqrt{(1{,}85 \times 10^6\ \text{m}) \cdot 1{,}43\ \text{m/s}^2}$$

$$= \sqrt{2{,}65 \times 10^6\ \text{m}^2/\text{s}^2}$$

$$= 1{,}63 \times 10^3\ \text{m/s}$$

GE 4.22-4.24 A velocidade necessária para uma órbita 112 km acima da superfície lunar é, portanto, de 1630 m/s (cerca de 5850 km/hora). Conhecendo a velocidade original da cápsula, o grupo de controle, na Terra, pôde calcular as necessárias alterações de velocidade para atingir os 1 630 m/s.

Conhecendo-se ainda a força propulsora dos motores e a massa da cápsula, pôde finalmente ser calculado o tempo necessário de funcionamento dos motores para efectuar a desejada correcção de velocidade.

Q11 Qual a informação necessária para calcular a velocidade de um corpo em órbita, 112 km acima da superfície lunar?

Tabela 4.2 Dados sobre alguns satélites artificiais terrestres

Nome	Data de lançamento	Peso (lb)	Período (min.)	Altitude (milhas) Perigeu-Apogeu	Notas (incluindo a finalidade) (1 libra = 453,6 g) (1 milha = 1 600 m)
Sputnik 1 1957 (URSS)	4/10/57	184	96,2	142-588	Primeiro satélite terrestre. Pressão e temperatura interiores.
Explorer 7 1958 (USA)	31/1/58	30,8	114,8	224-1 573	Raios cósmicos, micrometeoritos, temperatura interna e superficial, descoberta da primeira cintura de Van Allen.
Lunik 3 1959 (URSS)	4/10/59	959	22 300	30 000-291 000	Obtenção de fotografias da face oculta da Lua.
Vostok 1 1961 (URSS)	12/4/61	10 416	89,34	109-188	Primeiro homem em voo orbital (Major Yuri Gagarin; uma órbita).
Midas 3 1961 (USA)	12/7/61	3 500	161,5	2 129-2 153	Órbita quase circular.
Telestar 1 1962 (USA)	10/7/62	170	157,8	593-3 503	Telecomunicações através do Atlântico, bem sucedidas: telefonia, fototelegrafia e televisão.
Alouette 1 1962 (USA-Canadá)	29/9/62	319	105,4	620-640	Projecto conjunto entre a NASA e o Canadian Defense Research Board; medidas na ionosfera.
Luna 4 1963-08 (URSS)	2/4/63	3 135	42 000	56 000-435 000	Órbita muito larga, ultrapassando a Lua por 5 300 milhas.
Vostok 6 1963-23 (URSS)	16/6/63	cerca de 5 toneladas	88,34	106-134	Primeiro voo orbital feito por uma mulher (Valentina Tereshkova; 48 órbitas).
Syncom 2 1963-31 (USA)	26/7/63	86	1 460,4	22 187-22 192	Colocado com sucesso numa órbita quase síncrona (permanece sobre o mesmo ponto da Terra).

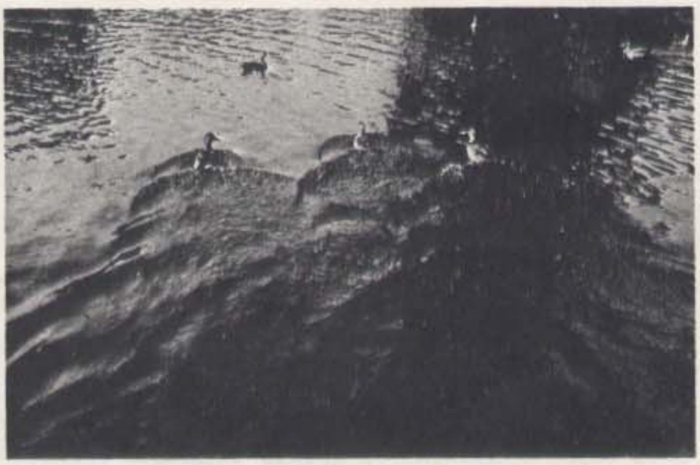
4.8 E a respeito de outros movimentos?

Até agora já descrevemos o movimento em linha recta, o movimento dos projécteis e o movimento circular uniforme. Em todos estes casos considerámos apenas exemplos em que a aceleração era

constante — pelo menos em amplitude, se não em direcção — ou muito aproximadamente constante. Existe um outro tipo fundamental de movimento, igualmente comum e importante em física, aquele em que a aceleração varia constantemente. Um exemplo vulgar deste tipo de movimento é o das cordas de uma guitarra em vibração. Um tal movimento para trás e para diante em torno da posição central, ou movimento *oscilatório*, ocorre quando existe uma força que se dirija sempre para a posição central. Quando uma corda de guitarra é premida, por exemplo, surge uma força que tende a devolvê-la à posição de equilíbrio, qualquer que seja o lado para que se puxe a corda.

Um tipo muito comum de movimentos deste género é aquele em que a força de restituição (isto é, a força que tende a levar o objecto à sua posição de equilíbrio) é proporcional, ou quase proporcional à distância que separa o objecto da sua posição de equilíbrio. Esta condição é válida para o caso de uma corda de guitarra, se os deslocamentos desta não forem demasiado grandes; o puxar a corda 2 mm para o lado originará uma força de restituição duas vezes maior do que o puxar a mesma corda apenas 1 mm. O movimento oscilatório em que a força de restituição é proporcional ao deslocamento chama-se *movimento harmónico simples*. A matemática necessária para descrever este tipo de movimento é relativamente simples e, na verdade, muitos fenómenos — desde o movimento do pêndulo à vibração dos átomos — têm aspectos muito semelhantes aos do movimento harmónico simples. Consequentemente, a análise deste tipo de movimentos é muitas vezes usada em física. O *Manual* deste curso de física descreve uma série de experiências que se podem fazer para se obter uma maior familiarização com os movimentos oscilatórios e a sua descrição.

De uma maneira directa ou em combinações múltiplas, a dinâmica discutida neste capítulo cobre a maior parte dos movimentos que nos interessam e constitui um óptimo começo para a compreensão de movimentos aparentemente muito complicados, sejam eles os das ondas num lago, o de uma pessoa a correr, o ondular de um alto edifício ou de uma ponte sob a acção do vento, o ziguezaguear de uma pequena partícula no ar, o movimento de uma amiba visto ao microscópio,



ou o movimento extremamente rápido de uma partícula nuclear sob a acção de um campo magnético. Os métodos desenvolvidos neste capítulo e nos seguintes fornecer-nos-ão os meios para tratar de qualquer tipo de movimento, desenrole-se ele na Terra ou em qualquer outro ponto do universo. GE 4.25

Ao considerarmos as forças necessárias para produzir os movimentos, foram as leis de Newton que nos forneceram as respostas. Mais tarde, quando discutirmos outros tipos de movimento, desde o movimento elíptico dos planetas ao movimento hiperbólico de uma partícula alfa que passa na vizinhança do núcleo, continuaremos a encontrar nas leis de Newton a ferramenta que nos permitirá calcular a intensidade e a direcção das forças actuantes em cada caso. GE 4.26

Inversamente, se conhecermos a intensidade e a direcção das forças actuantes no objecto, poderemos determinar a alteração sofrida no seu movimento. Se, além disso, conhecermos também, num determinado instante, a sua posição, a sua massa e a sua velocidade, poderemos saber como se moveu o objecto no passado e como se moverá no futuro, sob a acção dessas forças. As leis de Newton fornecem-nos portanto uma visão global das forças e do movimento. Não é surpreendente que a mecânica newtoniana se tenha tornado um modelo para muitas outras ciências, pois que parece constituir um método para a compreensão de todos os movimentos, não importa quão misteriosos eles tenham sido considerados no passado.

EPÍLOGO A finalidade deste volume foi a de estudar os conceitos fundamentais do movimento. Decidimos começar por alguns tipos de movimento extremamente simples, na expectativa de que estes constituíssem efectivamente o ABC da física. As ideias aqui alinhavadas permitir-nos-iam voltar a atenção para aspectos mais complicados da natureza. Até que medida terá sido satisfeita a nossa expectativa?

Verificámos, na realidade, que bastaram alguns, poucos, conceitos básicos para adquirir uma considerável capacidade de compreensão acerca do movimento. Verificámos, primeiro, que podiam ser dadas descrições muito úteis do movimento a partir dos conceitos de distância, deslocamento, tempo, velocidade — em módulo e em direcção — e aceleração. Acrescentando a estas noções as de força e de massa, e ainda as relações expressas pelas três leis do movimento de Newton, tornou-se possível explicar o movimento observado, de uma maneira eficaz. O que aconteceu de surpreendente foi verificar que estes conceitos de movimento, desenvolvidos em circunstâncias extraordinariamente restritas, podiam ter uma aplicação extremamente vasta. Por exemplo, no nosso trabalho laboratorial limitámo-nos a fazer deslizar cubos de gelo sobre uma mesa e a fazer rolar bolas de aço ao longo de planos inclinados. Ora estes objectos não são os que se encontram normalmente em movimento, no nosso mundo "natural" quotidiano. Apesar disso, verificámos que as ideias obtidas a partir daquelas experiências tão particulares nos conduziram a uma compreensão da queda dos corpos na vizinhança da superfície terrestre, do movimento dos projécteis e do movimento de objectos ao longo de trajectórias circulares. Começámos pela análise do movimento de um cubo de gelo deslizando sobre uma superfície plana... e acabámos na análise do movimento de uma cápsula espacial em volta da Lua, descendo em direcção à superfície desta.

Podemos, portanto, ver o progresso substancial que realizámos, no estudo de movimentos complexos. Por outro lado, não nos podemos satisfazer completamente, por não dispormos ainda de todas as ferramentas intelectuais necessárias para a compreensão de todos os fenómenos que nos interessam. Ao nosso armazém de conceitos fundamentais serão adicionados mais alguns na Unidade 3, em particular os de momento, trabalho e energia. Estes conceitos ajudar-nos-ão a focar a nossa atenção sobre interacções que envolvam um número incontável de partículas submicroscópicas — moléculas e átomos — em vez de nos limitarmos a interacções que envolvam apenas um pequeno número de objectos de dimensão facilmente visível.

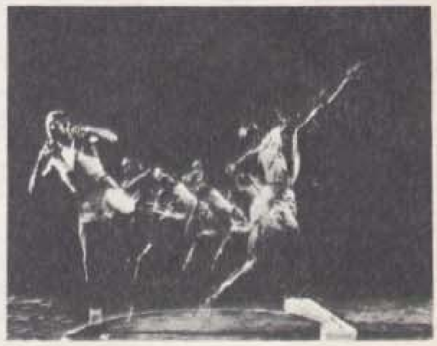
Neste volume tratámos essencialmente de conceitos que se devem em grande parte a Galileu, Newton e aos seus seguidores. Se o espaço o tivesse permitido, teríamos também incluído as contribuições de René Descartes e de Christian Huyghens. O matemático e filósofo A. N. Whitehead resumiu o papel destes quatro homens e o significado dos conceitos que estudámos nas seguintes palavras:

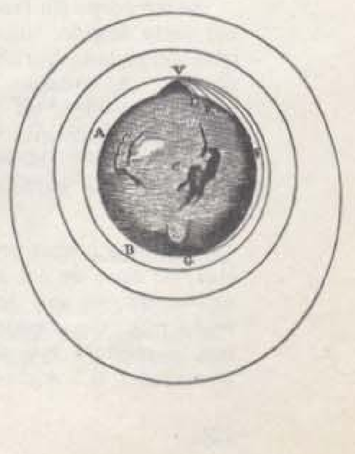
> Este assunto, o da elaboração das três leis do movimento e da lei da gravitação [que estudaremos na Unidade 2], merece uma atenção muito especial. O desenvolvimento completo do raciocínio levou exactamente duas gerações. Começou com Galileu e terminou com os "*Principia*" de Newton; e Newton nasceu no ano em que morreu Galileu. Também as vidas de Descartes e de

Huyghens cabem no período ocupado por estas duas grandes figuras. O resultado do trabalho combinado destes quatro homens tem direito a ser considerado como o maior sucesso intelectual individual da humanidade (*A Ciência e o Mundo Moderno*).

As leis do movimento de que fala Whitehead, o tema deste volume, foram importantes principalmente porque lançaram subitamente uma nova luz para a compreensão dos movimentos celestiais. Pelo menos durante vinte séculos tinha o homem tentado reduzir a um sistema ordenado o complicado movimento das estrelas, do Sol, da Lua e dos planetas. O génio de Galileu e de Newton consistiu em estudarem a natureza do movimento dos objectos tal como este ocorre na Terra, aplicando depois as mesmas leis aos objectos celestes, movendo-se fora do alcance do homem.

A Unidade 2 mostrar-nos-á o tremendo sucesso desta ideia. Traçaremos toda a linha de raciocínio, começando pela formulação do problema do movimento planetário efectuada pelos antigos gregos, passando pelo trabalho de Copérnico, Tycho Brahe, Kepler e Galileu, no sentido de obter um modelo planetário e as leis do movimento planetário, até atingir a magnífica síntese da física terrestre e celeste, obtida por Newton na sua Lei da Gravitação Universal.





4.1 O impulso desenvolvido por um foguetão Saturno Apollo é de 737 000 newtons e a sua massa é de 540 000 kg. Qual é a aceleração do veículo relativamente à superfície terrestre, no lançamento? Quanto tempo levará o veículo a subir 50 metros?

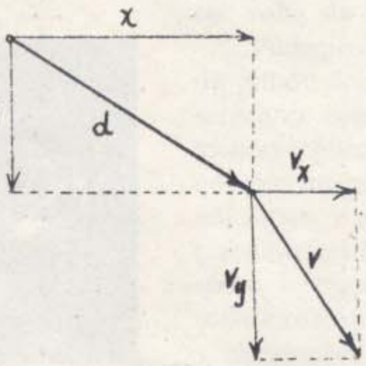
A aceleração do foguete cresce rapidamente com o tempo (ela é de 47 m/s^2 quando acaba a combustão no primeiro andar), embora a força propulsora não varie apreciavalmente. Explique por que razão aumenta a aceleração.

4.2 Um caçador aponta a mira da sua espingarda exactamente em direcção a um macaco, que está sobre uma palmeira distante. Seguirá a bala a linha de vista definida pela mira? Se o animal, espantado pelo clarão, saltar a árvore exactamente no momento do disparo, será atingido pela bala? Explique.

4.3 O deslocamento $\vec{d}$ de um objecto é um vector que dá a distância em linha recta entre o início e o fim de de uma trajectória real; pode-se supor que $\vec{d}$ resulta de uma componente horizontal (x) e de uma componente vertical (y) do deslocamento; isto é, $\vec{d} = \vec{x} + \vec{y}$ (somados vectorialmente).

Numa dada trajectória, x, y e o deslocamento total, d, podem ser representados pelas amplitudes dos lados de um triângulo rectângulo. O mesmo acontece com v_x, v_y e a amplitude da velocidade, v.

(a) Determine uma expressão para d, em função de x e de y.
(b) Determine uma expressão para v, em função de v_x e de v_y.
(c) Reescreva a expressão para d e v, em função de v_x, a_g e t.



4.4 Se gosta de álgebra tente resolver o seguinte problema:

Se um corpo for lançado com uma velocidade v segundo um certo ângulo, diferente de 0°, terá inicialmente quer uma velocidade horizontal v_x, quer uma velocidade vertical v_y. A equação que dá o seu deslocamento horizontal é $x = v_x t$, tal como antes. Mas a equação para o seu deslocamento vertical tem um termo adicional: $y = v_y t + \frac{1}{2} a_g t^2$. Mostre que a trajectória tem ainda a forma de uma parábola.

4.5 É deixada cair acidentalmente uma lancheira de uma viga, no cimo de um arranha-céus em construção. Suponha-se que a sua velocidade horizontal inicial, v_x, é de 1,0 m/s. Onde estará a lancheira (deslocamento) e qual será o módulo e a direcção da sua velocidade (vector velocidade), 0,5 segundos depois do início da queda?

4.6 No desenho de Galileu, apresentado na página 108, as distâncias *bc*, *cd*, *de*, etc. são iguais. Qual é a relação entre as distâncias *bo*, *og*, *gl* e *ln*?

4.7 Suponha que está dentro de um camião que viaja a velocidade constante, e que deixa cair uma bola.

(a) Qual será a trajectória da bola relativamente ao camião?
(b) Esboce a sua trajectória relativamente a uma pessoa que ultrapasse o camião, a uma velocidade uniforme mais elevada.
(c) Esboce a sua trajectória relativamente a uma pessoa que esteja parada no passeio.

Suponha agora que viaja dentro de um camião que se desloca em movimento uniformemente acelerado ao longo de uma linha recta. No instante em que o camião se desloca a 10 km/hora (embora continue a acelerar), você deixa cair uma bola, dentro do camião, da altura do seu tejadilho.

(d) Qual será a trajectória da bola relativamente ao camião?
(e) Esboce a sua trajectória relativamente a uma pessoa que ultrapasse o camião, a uma velocidade uniforme mais elevada.
(f) Esboce a sua trajectória relativamente a uma pessoa que esteja parada no passeio.

4.8 O movimento de um mesmo objecto é simultaneamente observado por duas pessoas. Uma delas afirma que o objecto acelera verticalmente de cima para baixo, enquanto que a outra diz que o objecto cai segundo uma trajectória curva. Suponha que as duas descrições estão correctas; descreva condições em que deverão estar os dois observadores para que assim seja.

4.9 Um avião tem um canhão que dispara segundo a direcção do movimento; numa experiência efectuada no solo, com o avião parado, verificou-se que as balas eram disparadas com uma velocidade de 900 km/hora. O avião levanta voo e viaja em direcção a leste, com a velocidade de 900 km/hora. Das afirmações seguintes, quais são as que descrevem correctamente o que é observado pelo piloto? Ao justificar as suas respostas recorra ao princípio da relatividade de Galileu.

(a) Quando disparadas directamente para a frente, as balas movem-se para leste à velocidade de 1800 km/hora.
(b) Quando disparadas no sentido oposto, as balas caem verticalmente para baixo.
(c) Se disparadas verticalmente para baixo, as balas deslocam-se para leste com a velocidade de 900 km/hora ao mesmo tempo que caem.

Indique os sistemas de referência relativamente aos quais (a), (b) e (c) constituem observações correctas.

4.10 Muitos gira-discos comerciais são projectados para girar com as frequências de $16\frac{2}{3}$ rpm (chamada velocidade de transcrição), $33\frac{1}{3}$ rpm (longa duração), 45 rpm (canções ligeiras) e 78 rpm (discos antigos). Quais são os periodos correspondentes a estas frequências?

4.11 Duas pequenas lâmpadas estão em repouso sobre o prato de um gira-discos e são fotografadas da maneira que se indica na figura. A lâmpada que está mais do lado de fora tem uma frequência de 9,4 disparos/segundo e está localizada a 15,0 centímetros do centro; a que está mais do lado de dentro acende à frequência de 9,1 disparos/ /segundo e está a 10,6 centímetros do centro.

(a) Qual é o período do prato do gira-discos?
(b) Qual é a frequência de rotação do prato? Esta frequência será vulgarmente encontrada nos gira--discos comerciais?
(c) Qual é a velocidade do prato do gira-discos, na posição em que está a lâmpada mais exterior?
(d) E qual é a sua velocidade na posição em que está a lâmpada mais interior?
(e) Qual é a velocidade do prato, no seu centro?
(f) Qual é a *velocidade angular* de cada uma das lâmpadas — isto é a taxa de rotação medida em graus/segundo? O seu valor será o mesmo para as duas lâmpadas?
(g) Qual é a aceleração centrípeta sofrida pela lâmpada interior?
(h) E a aceleração centrípeta sofrida pela lâmpada exterior?
(i) Supondo que o gira-discos aumentava gradualmente e cada vez mais a sua velocidade, qual das duas lâmpadas seria projectada em primeiro lugar do prato? Porquê?

4.12 Os passageiros que estão do lado direito de um automóvel que descreve uma curva para a esquerda têm a sensação de serem "projectados de encontro à porta". Explique o que acontece realmente aos passageiros, em termos de forças e acelerações.

4.13 Os pneus do automóvel que é apresentado no exemplo da página 117 são puxados para o lado, pela estrada, com uma força total de 4000 N. Evidentemente que os pneus exercem também uma força total de 4000 N sobre a estrada.

(a) Que acontecerá se a estrada estiver coberta com areia solta ou cascalho?
(b) Como poderá o problema ser minorado à custa de uma menor pressão nos pneus?
(c) Como se poderá melhorar a situação, inclinando a estrada em direcção ao centro da curva (isto é, criando aquilo a que se chama o "relevé")? (Sugestão: considere-se o caso extremo de inclinação que se apresenta na fotografia do trenó, na página 115.)

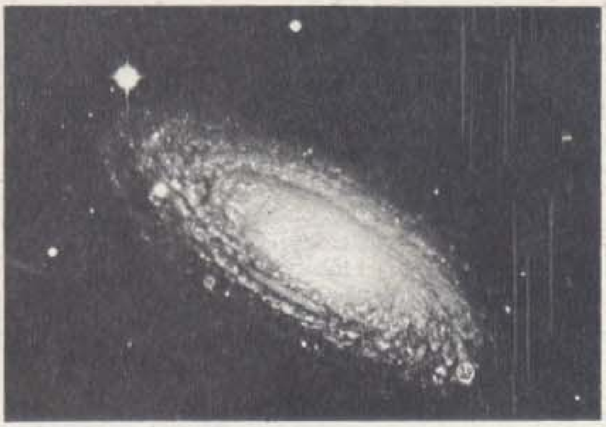
4.14 Copie e complete numa folha de papel a tabela que se apresenta a seguir.

Nome do conceito	Símbolo	Definição	Exemplo
		Comprimento da trajectória entre dois pontos quaisquer, medido ao longo da trajectória	
			Distância em linha recta e direcção, entre Lisboa e Porto.
	v		
Velocidade instantânea			
			Um avião voando para oeste a 400 km/ /hora e a altitude constante.
		Taxa de variação da velocidade com o tempo	
	a_θ		
Aceleração centrípeta			
			A barra de transmissão de alguns automóveis gira a 600 rpm *, a baixa velocidade.
		O tempo necessário para uma revolução completa.	

* rpm — rotações por minuto.

4.15 O Sol está situado num ponto a cerca de 3000 anos-luz (1 ano-luz = $9{,}46 \times 10^{12}$ km) do centro da nossa galáxia. Pensa-se que o Sol tem um movimento de rotação em torno do centro da galáxia, com uma velocidade linear de aproximadamente 250 km/s.

(a) Qual é aceleração centrípeta do Sol, relativamente ao centro da galáxia?
(b) Suponha-se que a massa do Sol é de $1{,}98 \times 10^{30}$ kg; qual a força centrípeta necessária para o conservar numa órbita circular em torno do centro da galáxia?



(c) Compare a força centrípeta calculada em (b) com a que é necessária para conservar a Terra em órbita em torno do Sol. (A massa da Terra é de $5{,}98 \times 10^{24}$ kg e a sua distância média do Sol é de $1{,}495 \times 10^{8}$ km).

4.16 O lançador de martelo mostrado na fotografia tem que exercer uma força centrípeta muito grande para manter o martelo num movimento circular rápido, e aplica essa força ao martelo por meio de um cabo de ligação. A massa do martelo chamado "de 16 libras" é de 7,27 kg. (a) Obtenha uma estimativa do raio do círculo e do período do movimento, e calcule aproximadamente a força necessária para o manter em movimento circular. (b) Quais as outras componentes da força total exercida pelo lançador sobre o martelo?

4.17 Mostre as diferenças entre o movimento rectilíneo, o movimento de projéctil e o movimento circular uniforme:

(a) definindo cada um deles;
(b) dando exemplos;
(c) descrevendo a relação entre a velocidade e a aceleração em cada caso.

4.18 As perguntas seguintes dizem respeito à tabela 4.2, que se apresenta na página 121.

(a) Qual o satélite que apresenta a órbita mais aproximadamente circular?
(b) Qual o satélite que tem a órbita mais excêntrica? Justifique a sua resposta.
(c) Qual deles tem o período mais longo?
(d) Como varia a posição do Syncom 2 relativamente a um dado ponto na superfície terrestre, ao longo de um dia?

4.19 Se a Terra não tivesse atmosfera qual seria o período de um satélite que viajasse a rasar a superfície terrestre? Qual seria a sua velocidade?

4.20 Explique por que razão é impossível a existência de um satélite terrestre com um período de 80 minutos. Significará isto que é impossível para qualquer objecto dar uma volta à Terra em menos de 80 minutos?

4.21 Qual era o período da órbita lunar de 112 km da Apollo 8?

4.22 Conhecendo a_g na vizinhança da superfície lunar e a velocidade orbital numa órbita próxima da superfície lunar, poderemos agora estudar um exemplo da Parte 8 do voo Terra-Lua, descrito na Secção 4.1. A cápsula Apollo 8 orbitava cerca de 100 km acima da superfície. O valor de a_g, na vizinhança da superfície lunar é de cerca de 1,5 m/s^2.

Disparando os motores da cápsula na direcção do movimento, esta abrandará o seu movimento. Considere-se a situação em que os motores são mantidos em funcionamento o tempo suficiente para reduzir a velocidade horizontal da cápsula para 100 m/s.

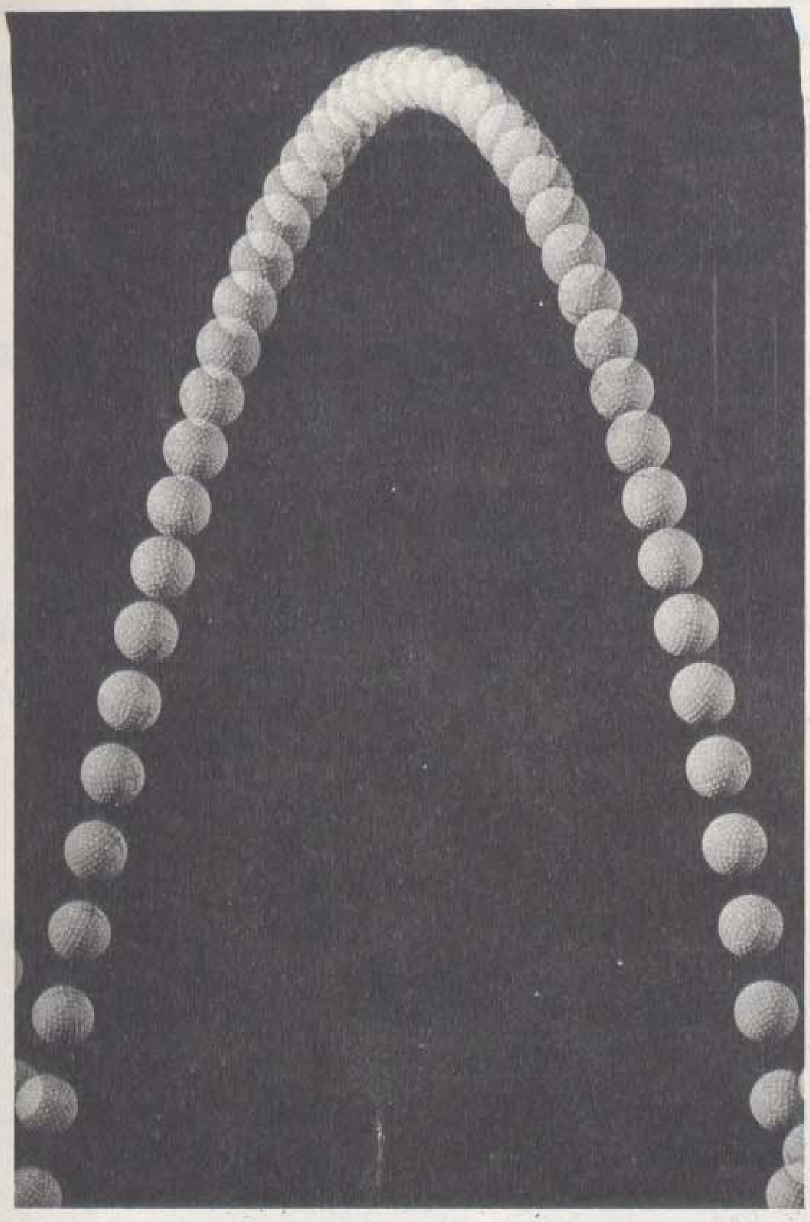
(a) Quanto tempo durará, aproximadamente, a queda até à superfície lunar?
(b) Qual a distância horizontal aproximadamente percorrida durante a queda?
(c) Qual a antecedência com que a manobra de travagem deve ser efectuada, relativamente ao local de aterragem pretendido?

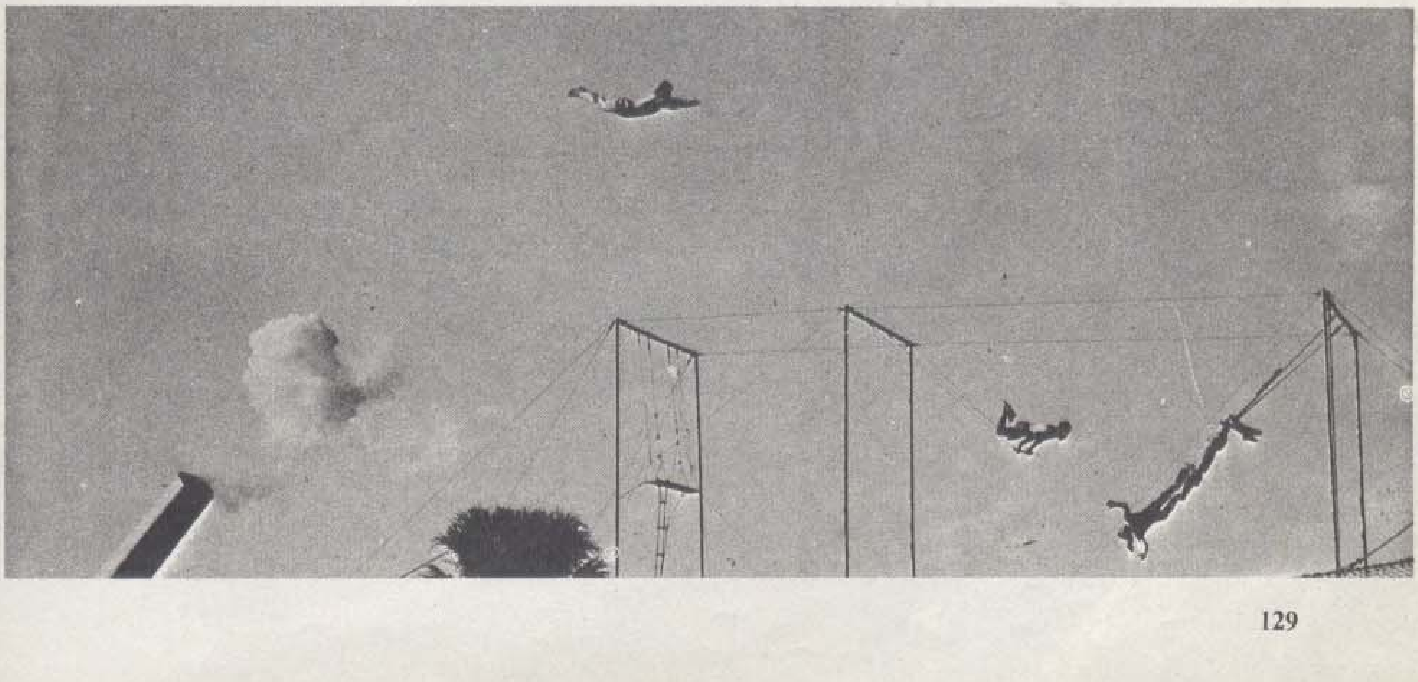
4.23 Suponha-se que a cápsula se aproxima da Lua segundo a trajectória correcta, isto é, que ela se move tangencialmente à órbita desejada. Suponham-se conhecidas: a velocidade v_0 necessária para a órbita; a velocidade v da cápsula; a força propulsora F dos motores da cápsula; e a massa da cápsula, m. Quanto tempo deverão estar em funcionamento os motores, para que a cápsula adquira a velocidade correcta?

4.24 A intenção dos quatro primeiros capítulos foi a de descrever movimentos "simples", progredindo para a descrição de movimentos cada vez mais "complicados". Classifique cada um dos exemplos fornecidos a seguir como "movimento simples", "mais complicado" ou "muito complicado". Baseie a sua classificação em justificações adequadas.

(a) O helicóptero mostrado na página 113.
(b) A "bala humana" em voo.
(c) Um automóvel, travando da velocidade de 40 km/hora até ao repouso.
(d) O crescimento de uma árvore.
(e) Uma criança a guiar uma bicicleta.
(f) Uma pedra caindo de uma altura de 3 km.
(g) Uma pessoa de pé num elevador em movimento.
(h) Um alpinista trepando o Monte Everest.
(i) Uma pessoa a passear.
(j) Uma folha a cair de uma árvore.

4.25 Faça um pequeno trabalho escrito sobre a física envolvida nos movimentos apresentados numa qualquer das figuras da página seguinte, usando para tal as noções estudadas nesta Unidade 1.

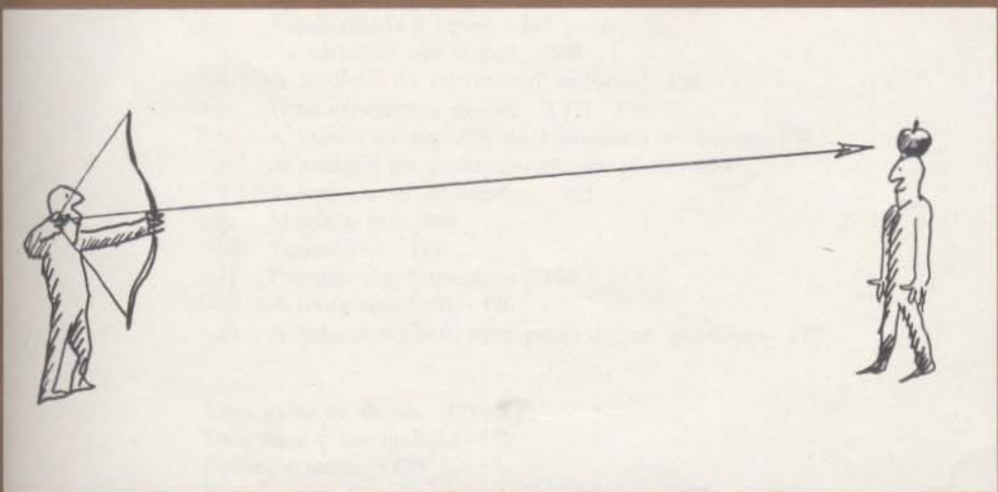


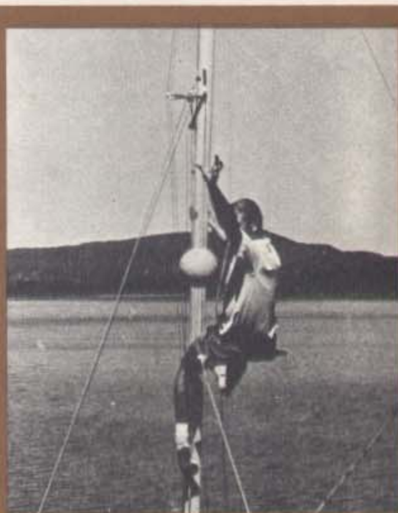


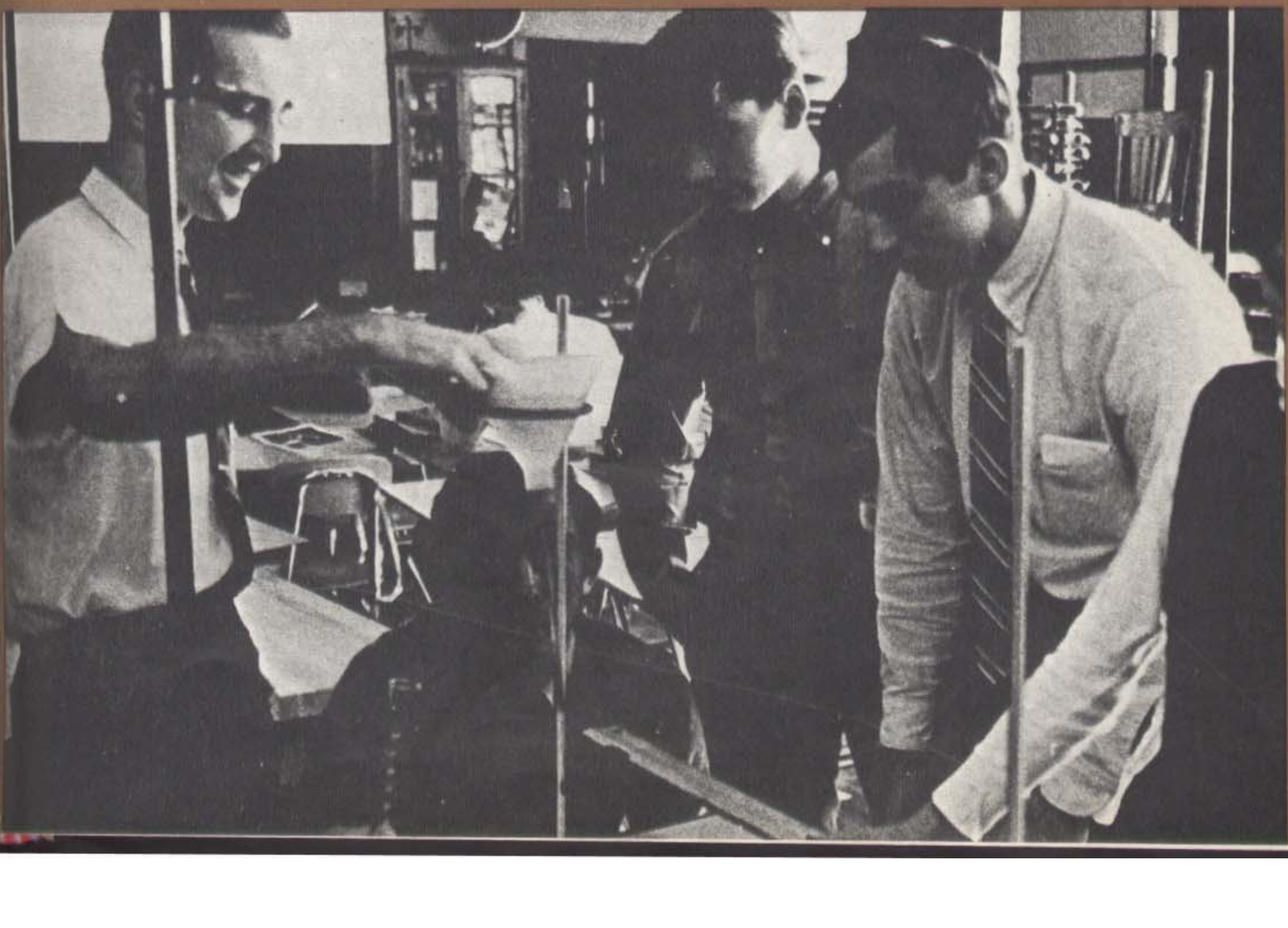
PROJECTO FÍSICA

UNIDADE 1

MANUAL DE EXPERIÊNCIAS E ACTIVIDADES

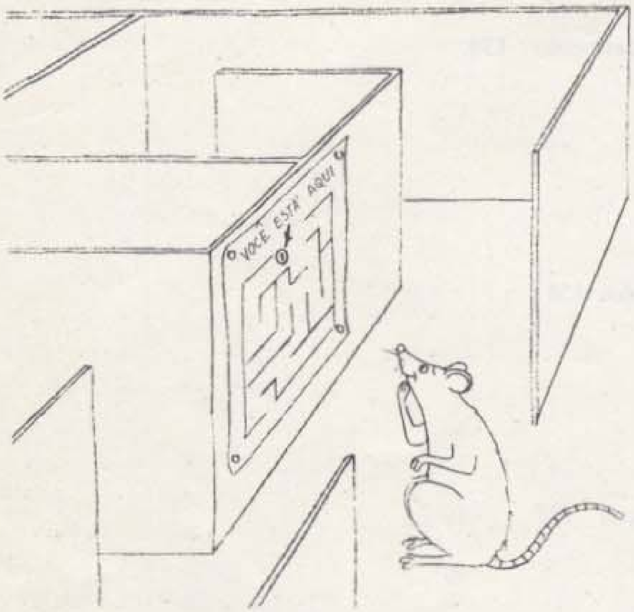






ÍNDICE DO MANUAL

Este *Manual* é o guia que lhe permitirá estender e aprofundar as suas observações, experiências, actividades e explorações nos domínios da física.



Prepare-se para um trabalho crítico e curioso, e também para algumas surpresas. Uma das melhores maneiras de aprender física é *fazer* física, seja no laboratório ou fora dele. Não se deixe ficar pela simples leitura.

Este *Manual* é diferente dos manuais laboratoriais que possa alguma vez ter usado. São aqui descritos muito mais projectos do que aqueles que poderá fazer sozinho, pelo que será necessário proceder a uma selecção.

Embora só lhe devam ser entregues algumas das experiências e actividades que são tratadas neste *Manual*, faça todas as outras que despertem o seu interesse. Além disso, se se lembrar de alguma outra actividade, que aqui não esteja descrita, discuta com o professor a possibilidade da sua realização. Alguns dos momentos mais interessantes deste curso ocorrerão no decurso de actividades realizadas para lá das tarefas laboratoriais vulgares.

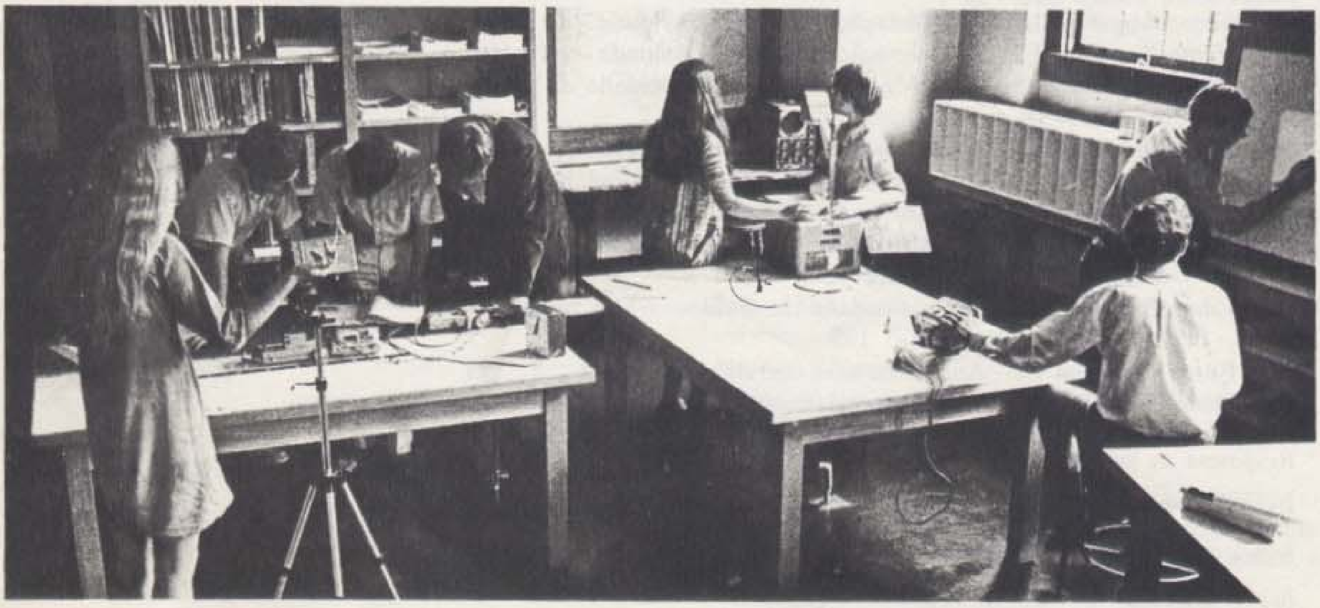
Este *Manual* contém imensas coisas para fazer, divididas nas seguintes secções:

As *Experiências* contêm instruções completas para as investigações que poderá fazer no laboratório, sozinho ou com alguns colegas.

As *Actividades* contêm imensas sugestões para a construção de projectos, demonstrações e outras tarefas que poderá levar a cabo por si próprio, no laboratório ou em casa.

As *Notas Relativas aos Filmes Sem-Fim* dão instruções para o uso dos vários filmes sem-fim que foram especialmente preparados para este curso.

Dos assuntos aqui tratados, trabalhe em todos os que puder. Em cada um deles terá uma oportunidade de desenvolver o seu conhecimento dos princípios físicos envolvidos.



A Realização de Registos

Os registos das observações efectuadas no laboratório ou em casa podem ser feitos de muitas maneiras. Mas, independentemente do processo seguido, a pergunta-chave para se decidir sobre o tipo de registo que mais lhe convém é esta: "Será este um registo suficientemente claro e completo, de tal modo que, daqui a alguns meses, eu possa pegar no meu caderno de notas e explicar, a mim próprio ou a um colega, aquilo que fiz?"

Eis algumas regras gerais a seguir em qualquer prática laboratorial. Os seus registos deverão estar claramente escritos, mas sem espalhafato. Deverá agrupar os valores numéricos em tabelas, se possível, tal como se mostra no exemplo transcrito nas páginas 136 e 137. As unidades (centímetros, quilogramas, segundos, etc.) correspondentes a cada conjunto de dados deverão estar sempre identificadas. Além disso, deverá identificar-se o equipamento utilizado, de modo a poder reagrupá-lo mais tarde, se for necessário repetir a experiência.

De uma maneira geral, é preferível registar informações a mais que a menos. Mesmo pormenores que pouco pareçam ter a ver com a experiência que se esteja a fazer — tal como a temperatura e o facto de ela ter ou não variado durante as observações, e os instantes em que as medidas foram feitas — poderão constituir informação relevante mais tarde, durante a análise dos resultados.

Se tiver alguma razão para suspeitar que um determinado dado não seja de inteira confiança — porque a leitura foi efectuada à pressa, ou porque um pormenor de uma fotografia não é muito claro — registe esse facto. Mas nunca apague uma medida. Quando pensar que um determinado valor anotado está errado risque-o uma única vez — não o apague nem o risque de modo a tornar-se ilegível. Poderá acontecer que, ao fim e ao cabo, ele seja significativo.

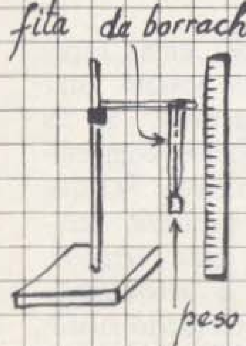
Não há resultados "errados" numa experiência, embora alguns valores possam estar afectados de um erro considerável. Se as observações e medidas forem feitas com cuidado, então o resultado será correcto. O que quer que seja que aconteça na natureza, inclusive no laboratório, não pode estar "errado". Poderá nada ter a ver com a investigação em curso. Ou poderá estar de tal modo misturado com outros fenómenos, inesperados, que o seu registo seja inútil. É por isso que a interpretação dos resultados deverá ser cuidadosamente meditada.

Finalmente a regra de ouro do trabalho laboratorial: preferir sempre "sujar as mãos", isto é, trabalhar activamente, em vez de as "guardar nos bolsos da bata". É precisamente o que escreveu o cientista grego Arquitas em 380 AC.

Em assuntos que se desconhecem há que obter ensinamentos, seja aprendendo com alguém seja descobrindo por si mesmo. O que se aprende, portanto vem de algum outro e é uma ajuda externa; o que se descobre resulta dos próprios esforços. Descobrir sem procurar é difícil e raro, mas quando se procura torna-se frequente e simples; se, todavia, não se sabe como procurar, a decoberta é impossível.

EXPERIÊNCIA A — SET 1969

Esta experiência destina-se a ver como é que uma fita de borracha se estica sob a acção de forças



UM ESBOÇO DESENHADO PELO PRÓPRIO FACILITARÁ O RECORDAR DOS FACTOS

Pus diferentes massas na ponta da fita de borracha e registei a posição da parte de cima do gancho que segurava o peso.

Temperatura da sala 26 °C

Posição da parte de cima da fita de borracha **36,3 cm**

INCLUA TODOS OS DADOS QUE LHE PAREÇAM IMPORTANTES

	massa (g)	força (N)	Posição da parte de baixo (cm)	Extensão (cm)
(pesos do estojo sem erro)	0	0	44,0 ± 0,1	0
	10	0,098	45,1 "	1,1 ± 0,2
	20	0,196	45,8	1,8
	30	0,294	46,8	2,8
	50	0,490	49,6	5,6
	60	0,588	51,5	7,5
	70	0,686	53,7	9,7
	80	0,784	56,1	12,1
	100	0,980	60,6	16,6
	80	0,784	56,2	12,2

MOSTRE SEMPRE AS UNIDADES DAS GRANDEZAS TABELADAS

ESTIME OS ERROS DE TODAS AS GRANDEZAS MEDIDAS

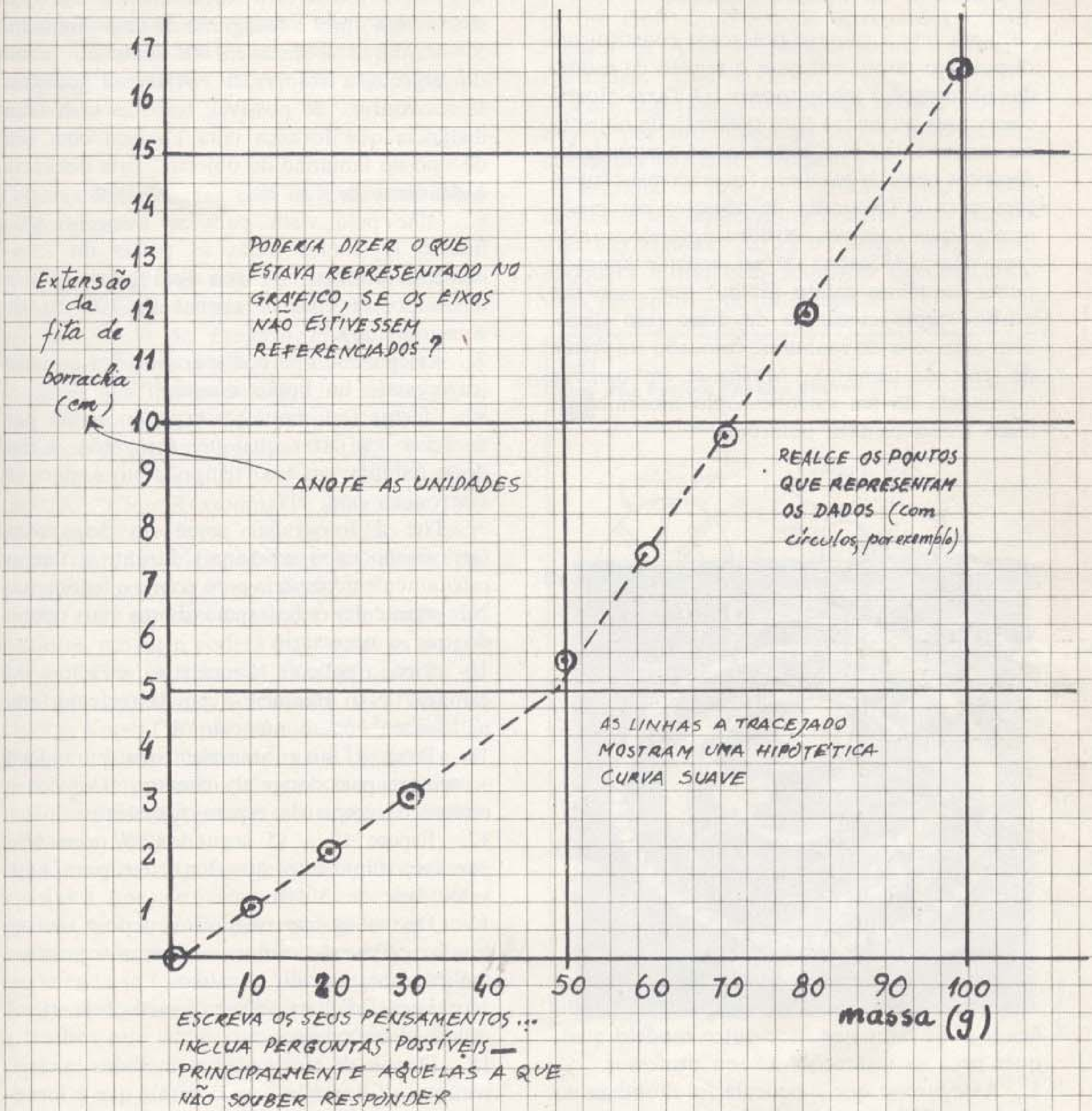
falta o segundo peso de 20 gr. no conjunto

INCLUA COMENTÁRIOS

verificação

REGISTE OS DADOS CLARAMENTE

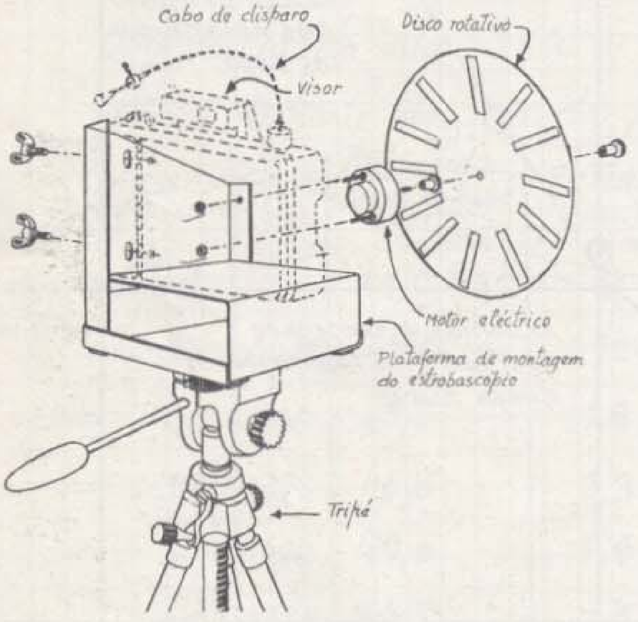
Mostra-se nestas duas páginas um exemplo de um relatório de um livro de notas laboratoriais de um aluno. Usa-se uma tabela para registar quer as grandezas observadas (massa, posição na escala) quer as grandezas calculadas (força, extensão da fita de borracha). O gráfico mostra, logo à primeira vista, como é que a extensão da fita de borracha varia quando é aumentada a força que nela actua. As notas escritas em letras maiúsculas constituem comentários ao relatório.



Há obviamente duas rectas diferentes. Seria interessante ver o que acontecia com os 40 gramas, porque é exactamente aí que as duas linhas se cruzam.
As inclinações das duas linhas são as constantes da força $F = -kx$. Para a primeira linha é $k = 0{,}105$ N/cm e para a segunda é $k = 0{,}0438$ N/cm

A Utilização da Câmara Polaróide

Verá que a câmara polaróide constitui um dispositivo muito útil para o registo de muitas das observações laboratoriais. O *Texto* mostra como usar a câmara para o estudo de objectos em movimento. Nas experiências e actividades descritas neste *Manual* são feitas imensas sugestões para a fotografia de objectos em movimento, quer com um estroboscópio electrónico (uma lâmpada capaz de ser acesa e apagada numa sequência muito rápida) quer com um estroboscópio mecânico de disco (um disco, com uma série de ranhuras, colocado em frente da lente da câmara). Mostra-se em baixo a montagem de um estroboscópio mecânico de disco numa câmara polaróide.



Segue-se uma lista de operações que ajudam a usar a câmara polaróide modelo 210 (modificado). Se tiver que usar outro modelo qualquer peça as instruções ao seu professor.

1. Assegure-se que a película foi montada na câmara. Olhe através da janela que tem o número "4": se não observar a película branca será necessário montar novo rolo.
2. Fixe a câmara ao tripé ou à base do estroboscópio de disco. Se estiver a usar a técnica do estroboscópio de disco fixe, o disco com uma fenda em frente da lente.
3. Verifique o selector de sensibilidade do filme. Coloque-o na posição sugerida (75 para um estroboscópio de disco; 3000 para um estroboscópio electrónico).
4. Cubra a abertura do fotómetro eléctrico se estiver a obter a fotografia de uma lâmpada.
5. Verifique a distância da lente ao plano do objecto a fotografar. Ajuste a focagem se necessário. Se possível, trabalhe com uma distância que forneça uma imagem com um décimo do tamanho do objecto. Esta distância é de cerca de 120 cm.
6. Olhe pelo visor para se assegurar que ficarão registadas todas as partes do fenómeno de interesse. (A uma distância de 120 cm o campo de visão é apenas de 100 cm de comprimento).
7. Assegure-se que o disparador fica armado (carregando no botão número "3").
8. Efectue (ou simule) a experiência um par de vezes sem tirar qualquer fotografia, a fim de se habituar ao seu "tempo", isto é, para se sincronizar com ela.
9. Tire a fotografia: actue no disparador (através do cabo adicional) durante o tempo estritamente necessário para cobrir o fenómeno. Não mantenha o diafragma aberto mais tempo do que o necessário.
10. Puxe a película branca toda para fora da câmara. Não bloqueie a janela (referenciada na câmara com o número "4").
11. Puxe a faixa amarela toda para fora — sempre para longe da câmara. Comece a contar o tempo de espera necessário.
12. Espere 10 a 15 segundos (o necessário para um filme a preto-e-branco e para uma velocidade de 3000).
13. Dez a quinze segundos depois de ter tirado o filme da câmara arranque o positivo (película branca) do negativo.
14. Faça imediatamente as medições. (Será útil usar uma lente).
15. Depois de efectuadas as medidas iniciais, recubra a fotografia com o verniz que é fornecido com cada rolo de filme. Deixe-a secar completamente, identifique-a no verso e cole-a no seu relatório (ou no de um colega).
16. Também o negativo poderá ser usado. Lave-o cuidadosamente com uma esponja húmida e cubra-o com o verniz.
17. Rearme o disparador, de modo a deixá-lo novamente pronto para outra utilização.
18. Seja sempre cuidadoso ao mover-se em volta da câmara, de modo a não esbarrar no tripé.

19. Mantenha sempre o fotómetro eléctrico tapado enquanto a câmara não está a ser usada. Caso contrário as pilhas, que estão montadas no interior da câmara, esgotar-se-ão rapidamente.

Leituras Relacionadas com os Conceitos sobre o Movimento

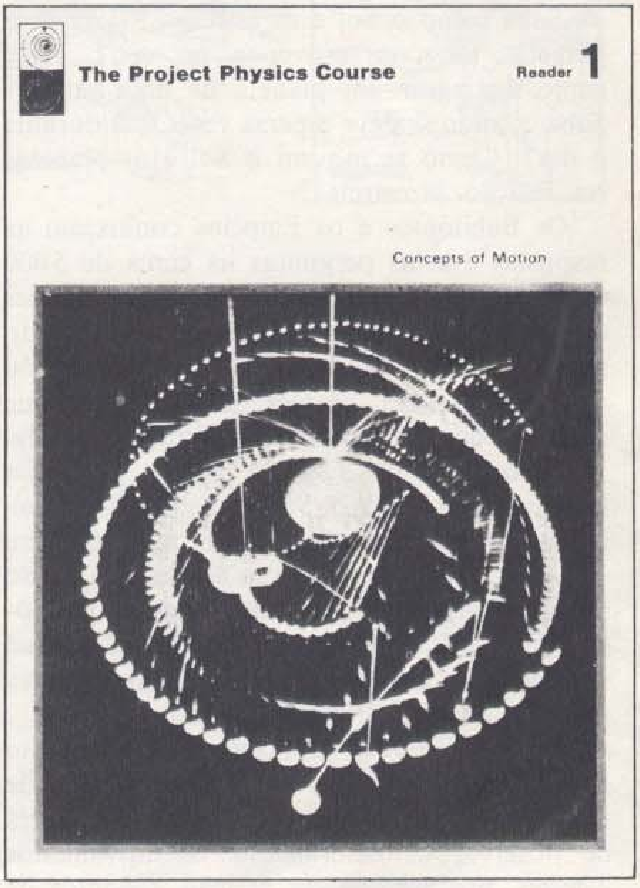
É provável que não lhe sejam frequentemente atribuídas leituras de artigos da *Colectânea de Textos* do *Projecto Física*, mas será bom que folheie a *Colectânea*, em busca de assuntos que lhe interessem. A maior parte dos alunos gostará do capítulo extraído do romance de ficção científica *The Black Cloud* ("A Nuvem Negra"), de Fred Hoyle. Este capítulo, "Close Reasoning", é imaginário, mas não obstante reflecte com exactidão a excitação real dos cientistas que trabalham em problemas novos e importantes.

Já que pessoas diferentes têm interesses distintos, ninguém poderá dizer quais os artigos que mais lhe interessarão. Os que gostem de arte apreciarão provavelmente o artigo de Gyorgy Kepes, "Representation of Movement". Os que estejam interessados na História e no papel desempenhado pela ciência na sua evolução serão levados a ler os artigos de Butterfield e de Willey.

A *Colectânea* apresenta vários estudos de mecânica, que complementam ou mesmo ultrapassam o *Texto*. Para os que procuram uma compreensão mais aprofundada da mecânica recomenda-se fortemente o artigo extraído das *Feynman Lectures on Physics*. Relativamente a trechos que lidem com aplicações da física, poder-se-ão citar o de Strong, "The Dynamics of the Golf Club", o de Kirkpatrick, "Bad Physics in Athletic Measurements" e o de DuBridge, "Fun in Space".

Para sugestões sobre outros artigos e livros que o possam interessar veja a bibliografia, na página 201 deste *Manual.*

Pratique a arte da leitura rápida! Não decida do seu interesse unicamente pelos títulos, mas leia algumas partes do artigo, aqui e ali, e poderá muito bem acontecer que descubra algo de novo e de interessante.



EXPERIÊNCIAS

EXPERIÊNCIA 1-1 ASTRONOMIA A OLHO NU

O propósito desta primeira experiência é o de se familiarizar com a aparência do céu, em alteração contínua. Pela observação cuidada dos corpos celestes, dia e noite, durante um certo tempo, começará a perceber o que se passa lá em cima e ganhará a experiência necessária para trabalhar na Unidade 2.

Sabe como o Sol e as estrelas, a Lua e os planetas parecem mover-se no céu? Sabe como distinguir um planeta de uma estrela? Sabe quando se deve esperar ver a Lua durante o dia? Como se movem o Sol e os planetas em relação às estrelas?

Os Babilónios e os Egípcios conheciam as respostas a estas perguntas há cerca de 5 000 anos atrás. Descobriram-nas pela simples observação das alterações que iam ocorrendo no céu. Como se vê, a astronomia começou com observações simples, do tipo das que qualquer pessoa pode fazer à vista desarmada.

É sabido que a Terra parece estar em repouso, enquanto o Sol, as estrelas, a Lua e os planetas são vistos a moverem-se em variadas trajectórias através do céu. O nosso problema, tal como acontecia com os Babilónios, é o de descrever essas trajectórias e a sua variação de dia para dia, de semana para semana, de estação para estação do ano.

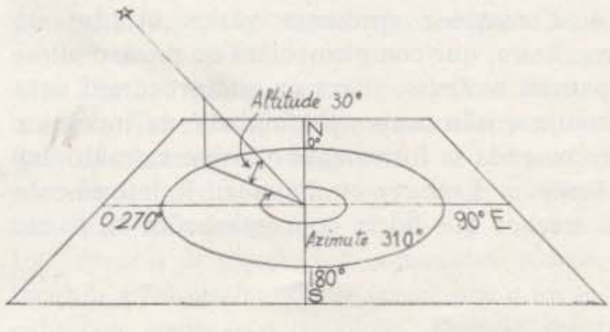
Algumas destas variações ocorrem muito lentamente. De facto, é essa a razão por que talvez se não tenha apercebido delas. Terá de observar cuidadosamente os movimentos celestes, medindo-os em relação a pontos de referência escolhidos. Terá de fazer um registo das suas observações durante pelo menos 4 a 6 semanas.

A Escolha dos Pontos de Referência

Para localizar objectos no céu, de uma maneira precisa, tornam-se necessários, em primeiro lugar, algumas linhas ou planos fixos, em relação aos quais possam ser referenciadas as medidas, tal como um cartógrafo usa as linhas de latitude e de longitude para localizar pontos à superfície da Terra.

Poder-se-á, por exemplo, considerar uma linha norte-sul, sobre o chão, como primeira referência. Com a ajuda de um transferidor colocado horizontalmente poder-se-á então medir a posição de um objecto celeste, a toda a volta do horizonte, em relação a esta linha norte-sul. O ângulo de um objecto, em torno do horizonte, relativamente a uma linha norte-sul, é designado o *azimute* do objecto. Os azimutes são medidos a partir do ponto norte (0°), para o leste (90°), para o sul (180°) e para o oeste (270°), terminando novamente no norte (360° ou 0°).

Para se medir a altitude de um objecto no céu poderá considerar-se o ângulo entre o objecto e o horizonte. Se este estiver tapado por árvores ou construções poderá medir-se, em vez disso, o ângulo entre o objecto e o zénite, ponto exactamente na vertical do lugar, para cima (altitude 90°); a altitude do objecto será então 90° menos a distância ao zénite. Esta será a segunda coordenada do objecto celeste. O ângulo entre o plano horizontal e a linha que une o local de observação ao objecto no céu é denominada a *altitude* do objecto celeste.

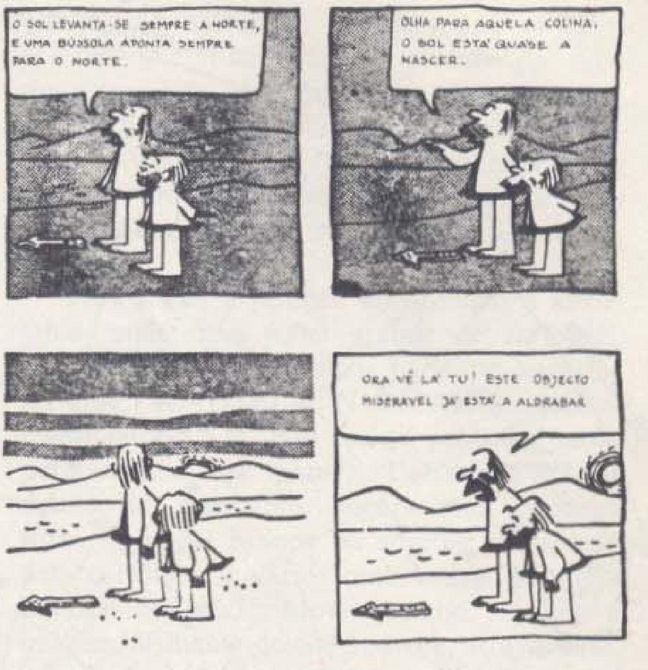


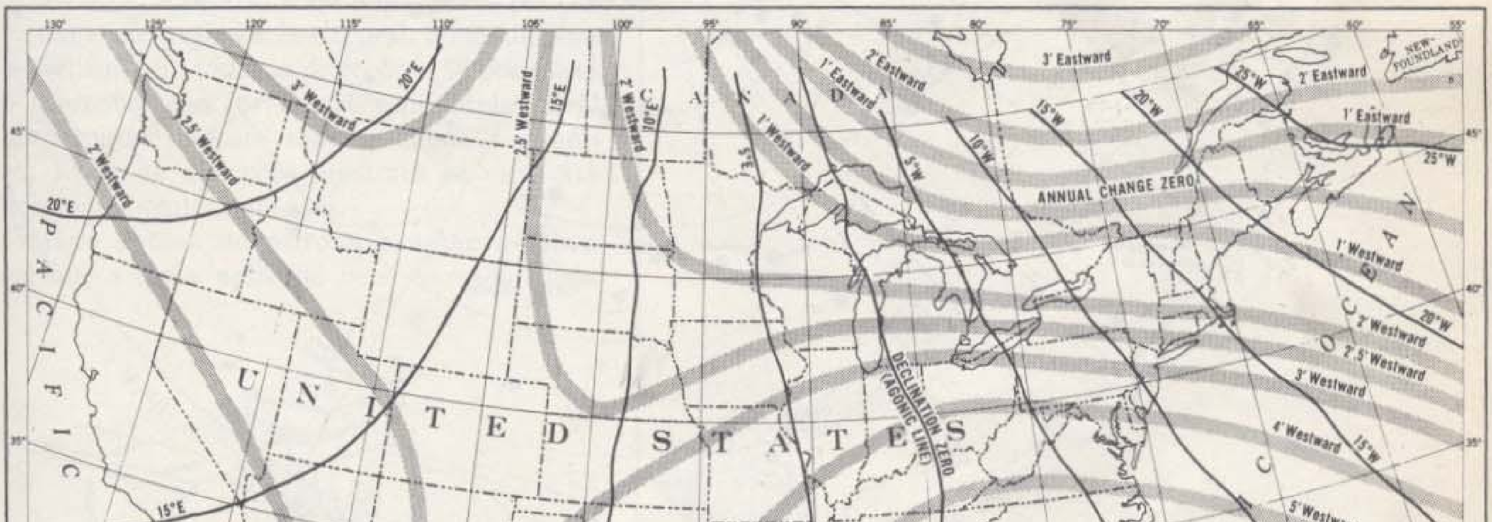
Durante a noite poderá usar-se a Estrela Polar para definir a linha norte-sul. A Estrela Polar é, das estrelas razoavelmente brilhantes do céu, aquela que menos se desloca de hora para hora ou com as estações. Ela indica praticamente o norte a qualquer observador colocado em qualquer ponto do Hemisfério Norte.

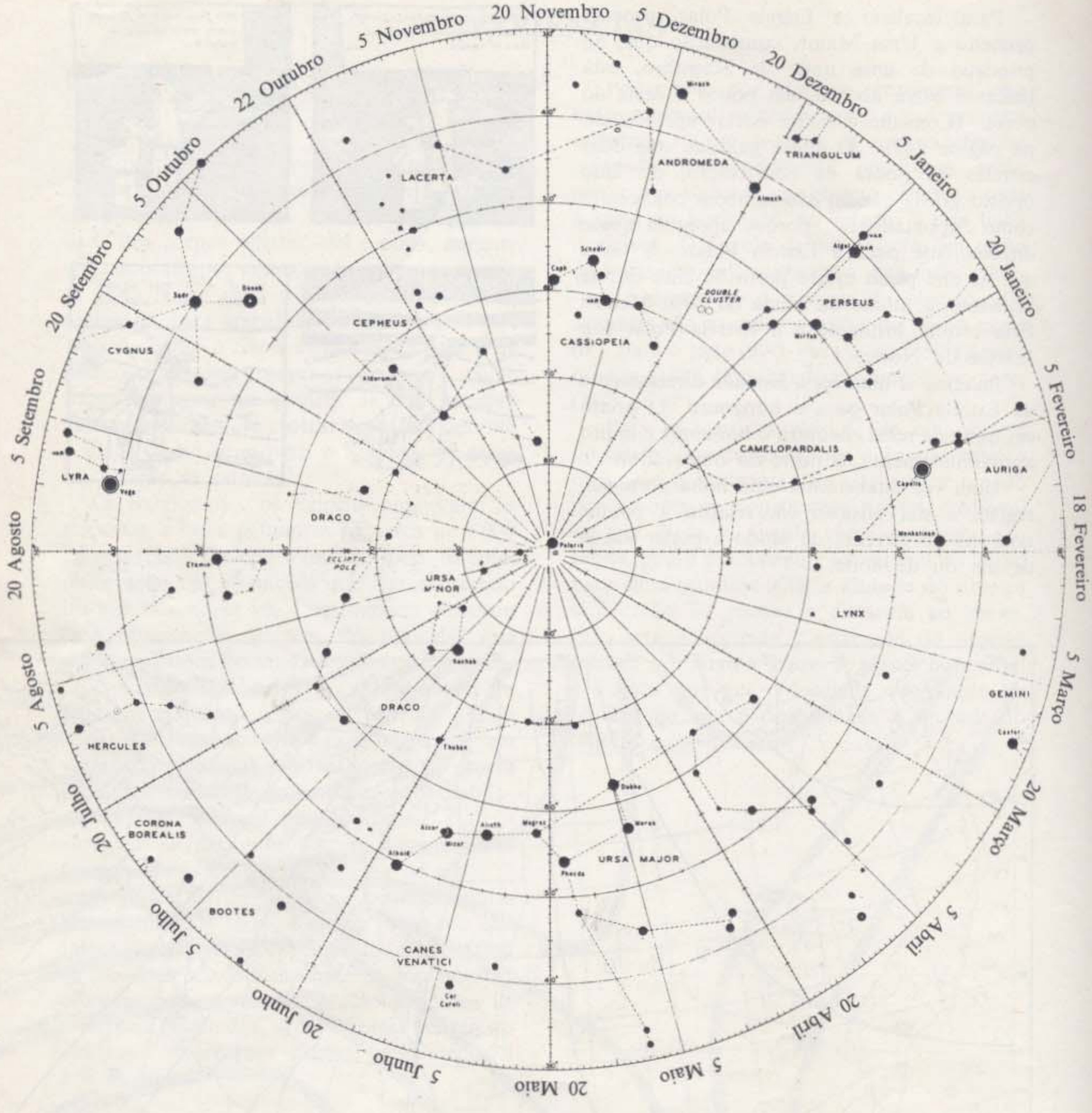
Para localizar a Estrela Polar, procure primeiro a Ursa Maior, constelação que, ao princípio de uma noite de Setembro, está bastante baixa no céu, um pouco a oeste do norte. (Consulte o mapa estelar apresentado na página 142). As suas "guardas" (as duas estrelas da ponta da constelação, do lado oposto ao da cauda) são também conhecidas como "apontadoras", porque apontam quase directamente para a Estrela Polar. A linha que as une passa muito perto de uma estrela brilhante, a última da cauda da Ursa Menor. Esta estrela brilhante é a Estrela Polar (ou Estrela do Norte).

Imagine-se uma recta baixada directamente da Estrela Polar para o horizonte. O ponto em que esta recta encontra o horizonte é, muito aproximadamente, o norte do observador.

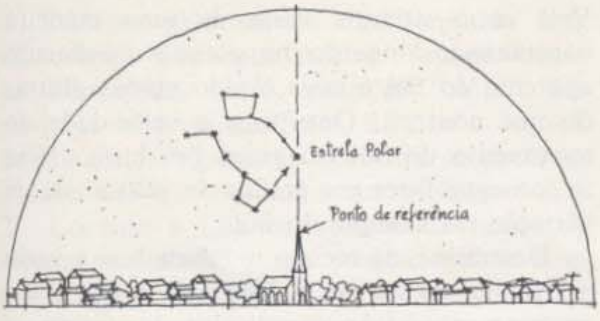
Uma vez estabelecida uma linha norte-sul, registe a sua posição em relação a pontos notáveis no terreno, de modo a poder usá-la de dia ou de noite.







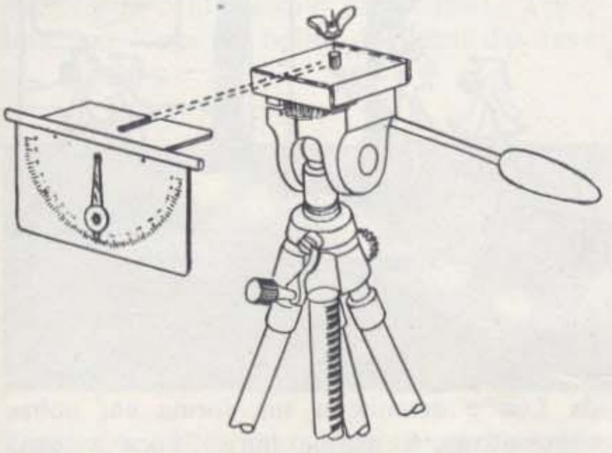
Esta carta estelar ajudará a localizar algumas das estrelas e constelações mais brilhantes do céu. Para a usar, vire-se para o norte e gire a carta até que a data correcta apareça ao cimo. Ponha então o mapa um pouco acima da sua cabeça. As estrelas estarão nas posições indicadas às 8 horas da noite. Por cada hora antes das 8 horas da noite rode a carta de 15° (um sector) no sentido dos ponteiros do relógio. Por cada hora depois das 8 horas da noite rode a carta de um sector no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Para poder ver melhor o mapa, se estiver às escuras, no exterior, cubra o vidro de uma lanterna eléctrica com uma folha de papel encarnado razoavelmente transparente. Conseguirá assim evitar que os seus olhos percam a adaptação à escuridão, ao olhar para o mapa.



Poderá estabelecer agora a segunda referência, o plano do horizonte, e medir a altitude dos objectos celestes em relação ao horizonte, com um astrolábio, um instrumento muito simples que poderá obter — ou mesmo construir — facilmente, muito semelhante aos usados pelos antigos observadores do céu. Use o astrolábio seguro nas mãos ou sobre uma tábua plana montada num tripé ou numa base permanente. Neste mesmo *Manual*, na experiência que diz respeito à dimensão da Terra, se descreve um astrolábio manual simples, capaz de ser construído por si.

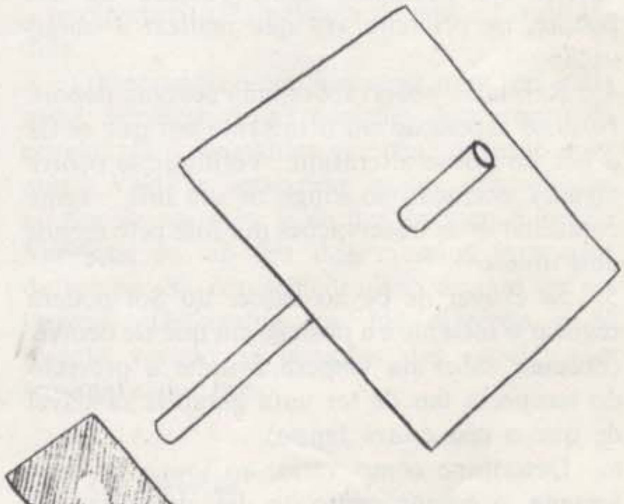
Observe a superfície da tábua plana para se certificar de que está horizontal, alinhada com o horizonte em todas as direcções. Se por acaso o horizonte não for visível, um simples nível de carpinteiro posto sobre a tábua e girado em todas as direcções mostrará se esta está horizontalmente colocada.

Gire a base do astrolábio sobre a tábua até que a linha norte-sul nela marcada esteja



coincidente com a linha norte-sul determinada anteriormente. Poderá também fixar a linha norte-sul pela observação da Estrela Polar através do astrolábio. Observe os objectos celestes que quer localizar através do tubo do astrolábio, obtendo a sua altitude acima do horizonte, em graus, pelo transferidor instalado no instrumento. Com certos astrolábios poderá também determinar o azimute dos objectos, a partir de uma escala existente na sua base.

Para seguir a posição do Sol com o astrolábio, enfie uma folha grande de cartolina, com um buraco ao meio, na parte superior do tubo. (CAUTELA: NUNCA olhe directamente para o Sol. Isso poderá provocar lesões permanentes nos olhos!) Colocando-se por detrás do astrolábio, segure uma pequena folha de papel branco na sombra projectada pela cartolina, a vários centímetros da ponta inferior do tubo. Mova o tubo até que a imagem brilhante do Sol apareça, através dele, sobre o papel. Leia então a altitude do Sol no astrolábio, e o seu azimute, se o instrumento o permitir. Registe também a data e o instante em que foi feita a observação.



As Observações

Agora que já sabe estabelecer as suas referências para a localização de objectos no céu, aqui estão sugestões para observações que poderá fazer em relação ao Sol, à Lua, às estrelas e aos planetas. Escolha pelo menos um destes corpos para o seu estudo. Registe a data e o instante de todas as suas observações. Compare depois as suas notas com as de colegas que se tenham concentrado noutros objectos.

A. O Sol

CAUTELA: NUNCA olhe directamente para o Sol; isso poderá rpvocar lesões permanentes nos olhos. Não se fie em óculos de sol ou em película fotográfica semiopaca para protecção. É muito mais seguro efectuar as observações do Sol através de imagens projectadas.

1. Observe a direcção em que o Sol se põe. Faça as suas observações sempre da mesma posição. No caso de não poder dispor de uma visão clara do horizonte, note onde desaparece o Sol à tarde, por detrás de árvores ou edifícios.
2. Anote o instante em que o Sol se põe ou em que ele desaparece abaixo do seu horizonte.
3. Tente fazer estas observações mais ou menos uma vez por semana. Faça um esboço simples do horizonte e da posição do Sol poente, na primeira vez que realizar a observação.
4. Repita as observações uma semana depois. Note se a posição ou o instante em que se dá o pôr do Sol se alteraram. Verifique se ocorre alguma alteração ao longo de um mês. Tente continuar estas observações durante pelo menos dois meses.
5. Se estiver de pé ao nascer do Sol poderá registar o instante e a posição em que ele ocorre. (Procure saber na véspera à noite a previsão do tempo, a fim de ter uma garantia razoável de que o céu estará limpo).
6. Determine como varia, ao longo de uma semana, o comprimento do dia, do nascer ao pôr do Sol; ao longo de um mês; ou durante um ano inteiro. Se quiser, compare as suas próprias observações dos instantes do nascer e do pôr do Sol com as correspondentes informações publicadas frequentemente nos jornais diários. Além disso, se o estado de tempo não lhe permitir observar o Sol, sirva-se dos dados colhidos nos jornais para completar os seus registos.
7. Observe o azimute do Sol em vários momentos do mesmo dia. Guarde um registo do azimute e dos instantes de observação. Veja se o azimute varia de uma maneira constante ao longo do dia, ou se o movimento aparente do Sol é mais rápido numas alturas do que noutras. Determine a velocidade do movimento do Sol em graus por hora. Veja se consegue fazer um gráfico da velocidade de variação do azimute do Sol.

Determine, da mesma maneira, como varia a altitude angular do Sol durante o dia, e em que momento é máxima essa altitude. Compare o gráfico da velocidade de variação da altitude solar com o gráfico da velocidade de variação do seu azimute.

8. Observe a altitude do Sol ao meio-dia — ou noutro momento qualquer mais adequado — durante um periodo de vários meses, ou mesmo durante um ano inteiro. (Não se preocupe se não puder realizar algumas das observações). Determine a data na qual a altitude ao meio-dia é mínima. Em que data seria máxima a altitude solar?

B.C. **By John Hart**

By permission of John Hart and Field Enterprises, Inc.

B. A Lua

1. Observe e registe a altitude e o azimute da Lua e desenhe a sua forma em noites consecutivas, à mesma hora. Faça as suas observações durante pelo menos um ciclo de fases, ou formas, da Lua, registando também as datas das noites em que não as puder fazer.

Durante pelo menos uma semana, faça um esboço diário que mostre o aparecimento da Lua e um outro, visto de "cima", das posições relativas da Terra, da Lua e do Sol. Se este estiver abaixo do horizonte ao observar a Lua, terá que estimar a sua posição.

2. Localize a Lua em relação ao fundo de estrelas e desenhe a sua posição e fase num mapa estelar fornecido pelo seu professor.

3. Determine a altitude máxima da Lua cheia. Compare-a com a altitude máxima do Sol no mesmo dia. Veja como varia a altitude máxima lunar de mês para mês.

4. Pode ser que se dê um eclipse total da Lua este ano. Consulte a Tabela 1, na página 146, ou um bom almanaque, para ver as datas dos eclipses lunares. Observe um eclipse, se puder.

C. **As estrelas**

1. Na primeira noite de observação das estrelas, localize algumas que sejam brilhantes e fáceis de encontrar nas noites seguintes. Identificará mais tarde alguns destes grupos com constelações cujos nomes poderá encontrar no mapa estelar que está na página 142, que mostra as constelações em torno da Estrela Polar, ou noutro mapa estelar fornecido pelo seu professor. Registe a variação das posições das estrelas ao fim de uma hora, em relação ao horizonte; e ao fim de duas horas.

2. Tire uma fotografia do céu nocturno, com um tempo de exposição de vários minutos, que mostre o movimento das estrelas. Tente trabalhar longe do brilho das luzes das ruas e numa noite sem luar. Inclua na fotografia parte do horizonte, para servir de referência. Fixe a câmara de modo a que não se mova durante os tempos de exposição de uma hora ou mais. Use uma *pequena* abertura para a lente (grande valor para *f*) de modo a reduzir o enevoamento da película devido à luz difundida.

3. Observando o céu à mesma hora, em cada noite, verifique se as posições dos grupos de estrelas são constantes no céu, de mês para mês. Veja se aparecem novas constelações ao fim de um mês; e ao fim de 3 ou 6 meses. Verifique se, ao fim dos mesmos intervalos de tempo, há constelações que deixam de ser visíveis. Determine em que direcção e de quanto variam as posições das estrelas por semana e por mês.

Um fotografia de longa exposição da Ursa Maior, obtida com uma câmara polaróide numa noite de outono.

Esta imagem da Lua, de exposição múltipla, foi tirada com uma câmara polaróide. Os intervalos de tempo entre imagens sucessivas foram de 15 min., 30 min., 30 min. e 30 min. Cada exposição foi de 30 segundos, tendo-se usado um filme de sensibilidade 3000. De que maneira se movia a Lua no céu?

D. **Os planetas**

Os planetas localizam-se dentro de uma estreita faixa do céu (chamada o zodíaco) dentro da qual se movem também o Sol e a Lua. Para pormenores sobre a localização dos planetas consulte a Tabela 1, na página 146, ou um bom almanaque, ou a revista *Sky and Telescope*. Identifique um planeta e registe a sua posição no céu em relação às estrelas, a intervalos de duas semanas, durante vários meses.

São descritas no *Manual* da Unidade 2 algumas outras observações que poderá fazer.

TABELA 1
UM GUIA PARA AS OBSERVAÇÕES DOS PLANETAS E DOS ECLIPSES
Verifique num jornal local a que horas ocorre e a extensão do eclipse no local em que vive

Mercúrio Visível durante cerca de uma semana em torno da data assinalada	**Vénus** Visível durante vários meses, por volta da data assinalada	**Marte** Muito brilhante durante um mês para cada lado da data assinalada. Observável durante 16 meses, em torno da data assinalada	**Júpiter** Especialmente brilhante durante dois meses para cada lado da data assinalada.	**Saturno** Especialmente brilhante durante dois meses para cada lado da data assinadala. Visível durante 13 meses	**Eclipses Lunares**	**Eclipses Solares**
Mercúrio e Vênus estão nas suas melhores condições de observação na hora anterior ao amanhecer, onde se indica M, e na hora a seguir ao pôr do Sol, onde se indica N						
1975						
fim Jan. N	Mar.-Jul. N	Todo o ano M	Jan. N	Jan.-Maio N	25 Maio	Nenhum
Mar. M	Set.-Dez. M		Maio M	Oposição	Sul da Ásia;	
fim Maio N			Oposição	meio Jan.	18 Nov.	
princ. Jul. M			Out., depois	Ago.-Dez. M	Europa	
Set. N			até Dez.			
1976						
Fev. M	Jan.-Mar. M	Jan. a Out. N	Jan.-Mar. N	Jan.-Maio N	Nenhum	23 Out.
Jun. M	Ago.-Dez. N		Maio-Dez. M	Set.-Dez. M		Oc. Índico
Ago. N						
1977						
fim Jan.						
Fev. M	Jan.-Mar. N	Fev.-Dez. M	Jan.-Maio N	Jan.-Jul. N	Nenhum	12 Out.
fim Maio M	Maio-Nov. M		Jul.-Dez. M	Set.-Dez. M		Pacífico centr.
Jul.-Ago. N						
Nov. N						
1978						
Jan. M	Abr. a	Oposição	Jan.-Maio N	Jan.-Jul. N	24 Mar.	Nenhum
Maio M	Out. N	Jan.	Ago.-Dez. M	Out.-Dez. M	Américas;	
Jul.	Dez. M	Jan.-Set. N			16 Set.	
princ. Ago. N					Américas	
princ. Set. M						
Nov. N						
1979						
princ. Mar. N	Jan. a Maio M	Abr. a	Oposição	Jan.-Ago. N	6 Set.	26 Fev.
Abr.-Maio M	Out. a Dez. N	Dez. M	Jan.	Nov.-Dez. M	Ásia	Canadá
fim Jun. e			Jan.-Jun. N			
Jul. N			Set.-Dez. M			
fim Ago. M						
fim Out. e						
Nov. N						
princ. Dez. M						
1980						
fim Mar.						
Abr. M	Jan.-Maio N	Todo o ano *N	Jan.-Jul. N	Jan.-Ago. N	Nenhum	16 Fev.
Jun. N	Ago.-Dez. M		Out.-Dez. M	Nov.-Dez. M		África
princ. Ago. M						
fim Set.						
Out. N						

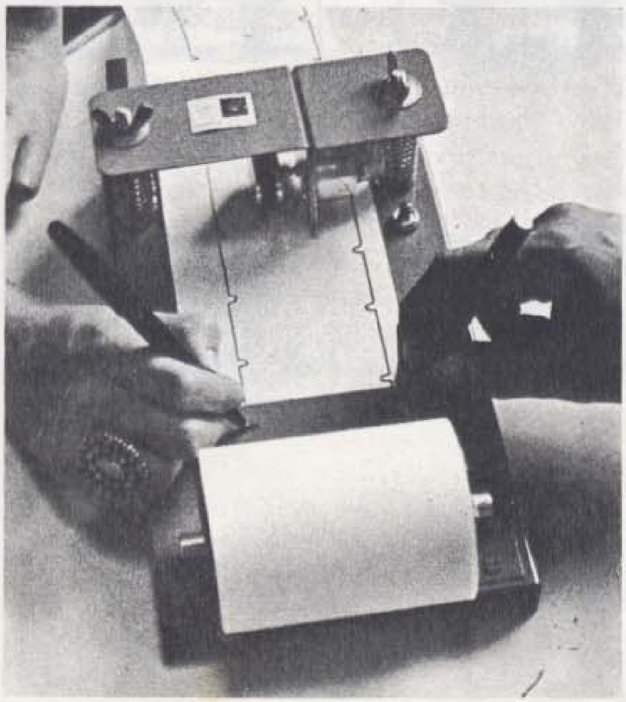
* Durante a Primavera de 1980 Marte e Jupiter estarão próximos um do outro.

EXPERIÊNCIA 1-2 REGULARIDADE E TEMPO

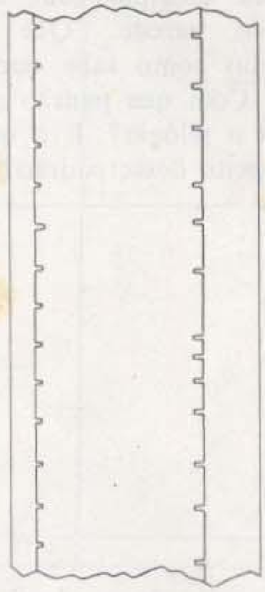
Encontrará muitas vezes uma certa regularidade no seu estudo da ciência. Muitos dos fenómenos naturais ocorrem regularmente — isto é, uma vez e outra e outra, a intervalos de tempo iguais. Mas se não se dispuser de um relógio, como verificar a regularidade de ocorrência de um fenómeno? Na verdade, como decidir da regularidade do próprio relógio?

Com a ajuda de um colega, descubra vários fenómenos repetitivos que possa estudar no laboratório. Poderá usar uma torneira a pingar, o pulso humano, ou o batimento de uma música gravada. (Mas não use um relógio, de parede ou de pulso). Seleccione pares destes fenómenos, a fim de os comparar.

Um de vocês marca cada "tic" do fenómeno **A** de um lado da fita de registo em movimento, enquanto o outro marca, do outro



lado da fita, cada "tic" do fenómeno **B**. Após fazer este registo durante um tempo suficientemente longo, observem a fita para comparar as regularidades. Cubram cerca de 300 "tics" do fenómeno **A**. Por cada 50 "tics" de cada fenómeno, vejam na fita o número de "tics" do outro fenómeno, estimando o resultado



até 1/10 de "tic". Registem os resultados numa tabela mais ou menos como a seguinte:

Fenómeno **A**	Fenómeno **B**
Primeiros 50 "tics"	.... "tics"
Segundos 50 "tics"	.... "tics"
Terceiros 50 "tics"	.... "tics"
Quartos 50 "tics"	.... "tics"

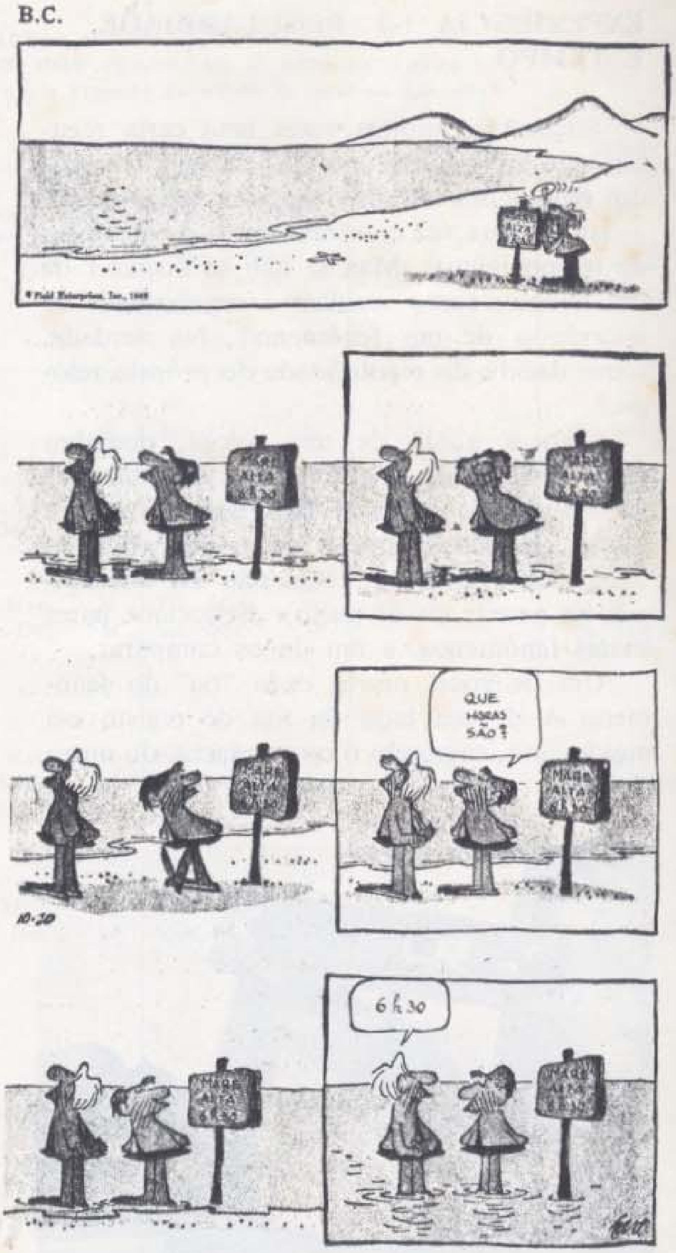
Repitam agora o mesmo processo, comparando o fenómeno **A** com pelo menos um outro fenómeno periódico, **C**, e preparando uma tabela semelhante.

1. Que conclui a respeito da regularidade do fenómeno **B**? Se pensa que a diferença entre **A** e **B** é maior do que aquilo que espera ser o erro de medida, então qual dos dois fenómenos não é regular? Explique.

2. Qual dos dois fenómenos, **B** e **C**, é mais regular? Ao responder a esta per-

gunta que hipótese está a fazer em relação ao fenómeno **A**?

3. Compare agora a regularidade de um dos fenómenos com a de algum instrumento especificamente concebido para ser regular, por exemplo com um relógio eléctrico de parede. Que resultados obteve? Mas como sabe que o relógio é regular? Com que padrão poderia ser comparado o relógio? E o que poderia dizer a respeito desse padrão?



EXPERIÊNCIA 1-3 AS VARIAÇÕES NOS DADOS

Ao contar o número de cadeiras ou de pessoas presentes numa sala de dimensões vulgares, obter-se-á provavelmente a resposta exacta. Mas ao medir com uma régua o comprimento desta página, a resposta estará afectada de uma certa margem de incerteza. Isto é, *os valores obtidos com instrumentos de medida não constituem medições exactas*, no sentido de *um* ou *dois* serem exactos na contagem de objectos. Cada medida é, até certo ponto, incerta.

Além disso, se um colega medir também o comprimento desta página, obterá provavelmente um resultado diferente do seu. Quererá isto dizer que variou o comprimento da página? Certamente que não! Será então possível medir o comprimento desta página sem ter de considerar uma certa incerteza na medição? Este exercício laboratorial pretende mostrar que a resposta a esta pergunta é "não".

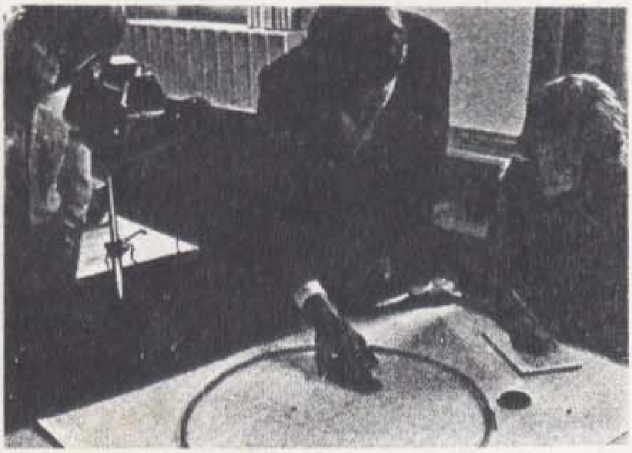
Instalem-se várias estações em torno da sala, em cada uma das quais haverá que fazer uma determinada medida. Registe cada uma das medidas numa tabela, como aquela que se mostra ao lado. Ao completar a série, escreva as suas medidas no quadro, juntamente com as dos seus colegas. Se as medições efectuadas não tiverem sido afectadas por algum factor estranho, notar-se-ão algumas coisas interessantes nos conjuntos de valores. Para isso, não diga em voz alta os resultados que obteve, nem como os obteve, até que todos tenham terminado.

Estação	Medida a fazer	Resultado obtido

1. Como explica as variações nas medidas obtidas pelos vários alunos?
2. Existirá algum processo de descobrir qual dos valores é o "exacto"?
3. Será o valor médio necessariamente mais correcto que qualquer dos valores que foram realmente obtidos? Se não, por que razão é ele tão vulgarmente usado nos cálculos?
4. Como se poderia escrever o resultado de uma série de medidas mais ou menos espalhadas, de modo a indicar alguma coisa acerca dos valores?

EXPERIÊNCIA 1-4 A MEDIÇÃO DO MOVIMENTO UNIFORME

Ao fazer rolar uma bola sobre o chão plano ou sobre uma mesa, ela acaba mais cedo ou mais tarde por parar. Não estaria ela a abrandar o seu movimento, desde o instante em que foi empurrada? Será capaz de imaginar alguns objectos que tenham movimento uniforme, objectos cuja velocidade permaneça inalteravelmente constante? Será que o cubo de gelo, ou o disco de gelo seco fotografado na Secção 1.3 do *Texto*, estará realmente em movimento uniforme, mesmo que o objecto seja dito "capaz de se mover sem atrito"? Ficará o disco perpetuamente em movimento? Não acabará ele por parar?



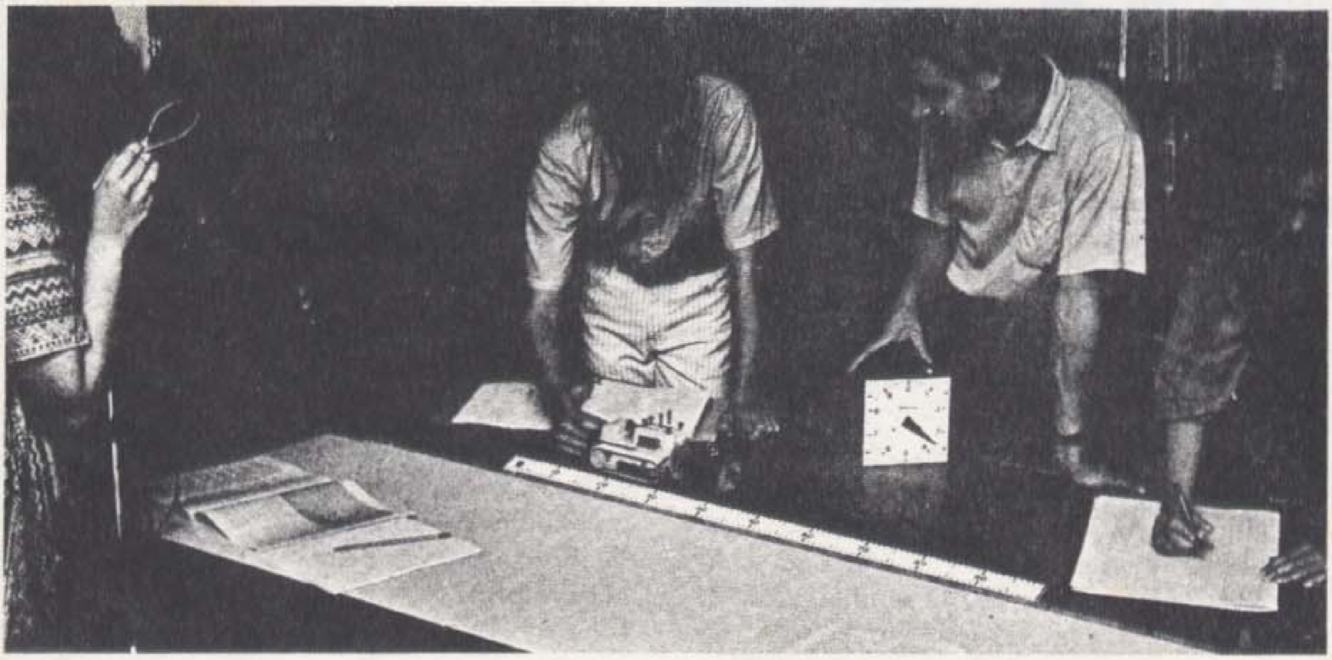
As respostas a estas perguntas serão dadas por si próprio, ao fazer esta experiência. Nela se vão observar movimentos muito simples, de que se vão fazer registos fotográficos; ou, alternativamente, poder-se-á trabalhar sobre outras fotografias do mesmo género. Mede-se a velocidade de um objecto em movimento, tão precisamente quanto possível, registam-se os valores em tabelas e desenham-se gráficos a partir destes dados. Finalmente, decide-se destes gráficos se o movimento era ou não uniforme.

A decisão a tomar poderá ser mais difícil do que se esperaria, já que os valores experimentais nunca poderão ser exactos. É muito natural que apareçam "altos" e "baixos" nos resultados finais. O problema consistirá em decidir se os "altos" e "baixos" são parcialmente devidos a variações reais na velocidade ou inteiramente devidos às incertezas dos valores medidos.

Se se concluir que a velocidade do objecto estudado era constante, poderá afirmar-se que se produziu um exemplo de movimento uniforme? Pensa que isso é possível?

A Realização da Experiência

Poderão fazer-se várias montagens para a experiência. São precisas duas pessoas para fotografar um disco a deslizar sobre uma



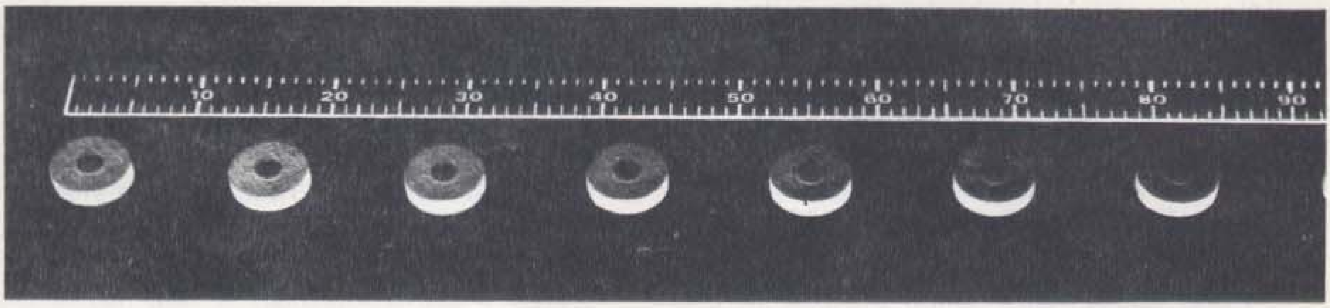


Fig 1 Fotografia estroboscópica de um disco de gelo seco em movimento.

superfície suave coberta com pequenas esferas de plástico, ou um deslizador em movimento ao longo de um carril com uma almofada de ar, ou uma lâmpada a acender-se e a apagar-se periodicamente, montada numa pequena caixa empurrada (ou puxada) por um tractor de brinquedo. O seu professor explicar-lhe-á como trabalhar com a montagem escolhida. Poderão ser obtidas excelentes fotografias com qualquer delas.

Se não se dispuser de uma máquina fotográfica, ou se se trabalhar sozinho, poder-se-ão obter medidas sobre um acetato ou sobre um filme projectado no quadro, na parede, ou numa folha grande de papel. Ou poder-se-á trabalhar simplesmente sobre uma fotografia previamente preparada, como a Fig. 1. Dispondo-se de tempo suficiente poderão tentar-se vários destes métodos.

Uma das montagens usa como objecto em movimento um disco feito de metal ou de plástico. Algumas pequenas esferas de plástico espalhadas sobre o tampo de uma mesa, suave e limpo (ou sobre uma chapa de vidro), fornecem o meio necessário para que o disco deslize quase sem atrito. Assegure-se de que a mesa é plana, de maneira que o disco não comece a mover-se mesmo quando deixado em repouso.

Monte a câmara polaróide e o equipamento estroboscópico, de acordo com as instruções do seu professor. Veja a Introdução para obter instruções acerca da operação da câmara polaróide modelo 210 e para ver um diagrama da montagem desta câmara com um estroboscópio de disco rotativo. Não é necessário incluir uma régua na fotografia, como se mostra na figura acima. Em vez disso poderá usar-se uma lente provida de uma escala, o que torna as medidas mais precisas que com a simples utilização de uma régua.

O seu professor poderá dar-lhe alguns esclarecimentos sobre este ponto, mas algumas tentativas serão suficientes para se ter uma ideia a respeito da colocação da câmara e da velocidade a que se deverá lançar o disco, de modo que as suas imagens se mostrem claras e suficientemente espaçadas na fotografia. Um dos alunos lança o disco, enquanto o seu companheiro trabalha com a câmara. Uma ou duas tentativas "a seco", isto é, sem tirar a fotografia, serão provavelmente necessárias, antes de se obter uma boa fotografia. Poder-se-á dizer que uma boa fotografia será aquela em que estejam pelo menos cinco imagens bem nítidas do disco, suficientemente afastadas umas das outras para que se torne fácil efectuar medidas sobre ela.

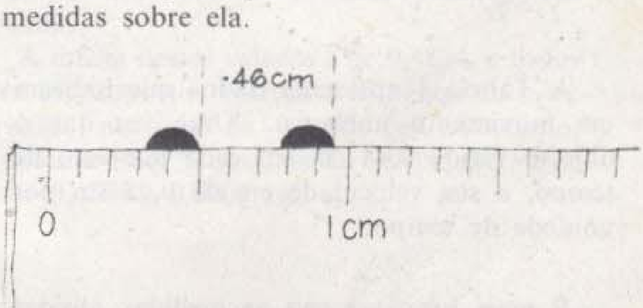


Fig. 2 Estimativa a um décimo de divisão de uma escala.

A Efectuação de Medições

Seja qual for o método usado, o passo seguinte será medir os espaços entre as imagens sucessivas do objecto em movimento. Para tal use uma régua graduada até ao milímetro e estime as distâncias até ao décimo de milímetro, como se mostra na Fig. 2. Se se utilizar uma lente munida de uma escala, em vez da régua, será possível obter essas estimativas com grande precisão. Anote as medidas obtidas num quadro semelhante à Tabela 1.

Já que são iguais os intervalos de tempo entre uma imagem e a seguinte, poder-se-á usar esse intervalo como a unidade de tempo para a análise do fenómeno. Se a velocidade for constante, as distâncias percorridas entre cada duas imagens serão todas iguais, e o movimento será uniforme.

Como se poderá verificar que um certo movimento não é uniforme?

Por que não será preciso conhecer o intervalo de tempo em segundos?

TABELA 1

INTERVALO DE TEMPO	DISTÂNCIA PERCORRIDA EM CADA INTERVALO DE TEMPO
1.°	0,48 cm
2.°	0,48
3.°	0,48
4.°	0,48
5.°	0,48
6.°	0,48

A Tabela 1 apresenta dados que indicam um movimento uniforme. Uma vez que o objecto viajou 0,48 cm em cada intervalo de tempo, a sua velocidade era de 0,48 cm por unidade de tempo.

É mais provável que as medidas obtidas se mostrem irregulares, como se exemplifica na Tabela 2, particularmente se tiverem sido feitas com uma régua.

É a velocidade constante neste caso? Já que as distâncias percorridas *não* são todas iguais, é provável que a sua resposta seja: "Não, não é". Mas também é possível que vá verificar novamente os valores extremos, como os de 0,46 e 0,50 cm na Tabela 2, e que conclua que esses valores são duvidosos. Poderá então dizer: "Os altos e baixos aconteceram porque é difícil medir uma distância de 0,01 cm com a régua. De facto, a velocidade *é* constante, tanto quanto posso dizer". Qual das afirmações será correcta?

TABELA 2

INTERVALO DE TEMPO	DISTÂNCIA PERCORRIDA EM CADA INTERVALO DE TEMPO
1.°	0,48 cm
2.°	0,46
3.°	0,49
4.°	0,50
5.°	0,47
6.°	0,48

Observe cuidadosamente a graduação da régua. Será possível medir um comprimento, com precisão, até 0,01 cm? A maior parte das pessoas lê a marca de 0,1 cm mais próxima (o milímetro inteiro mais próximo) e *estima* o dígito seguinte, com um arredondamento para o décimo de milímetro (0,01 cm) mais próximo, como se mostra na Fig. 2.

Da mesma maneira, ao ler a escala de qualquer instrumento de medida, deverá ler-se com precisão a divisão ou marca mais próxima e depois estimar-se o dígito seguinte do resultado. Sendo assim, muito provavelmente, a medição efectuada, incluindo a estimativa de um dígito entre divisões, não estará afectada de um erro superior a meia divisão. Na Fig. 2, por exemplo, não é provável que a leitura efectuada se afaste mais de meio milímetro da posição real que o bordo do disco ocupa. Neste caso, em que as divisões mais pequenas da régua são milímetros, cometer-se-á um erro quanto muito não superior a 0,5 mm (0,05 cm).

Suponha que se presume que o movimento é realmente uniforme e que as pequenas diferenças entre as distâncias medidas são devidas unicamente à incerteza na leitura da régua. Qual é então a melhor estimativa da distância constante percorrida pelo objecto entre dois disparos sucessivos da lâmpada?

O "melhor" valor para esta distância costuma obter-se pela média dos vários valores medidos. No caso da Tabela 2, a média é de 0,48 cm, mas o algarismo 8 não é certo.

Se o movimento registado na Tabela 2 for realmente uniforme, a medida da distância percorrida em cada intervalo de tempo será de 0,48 cm, mais ou menos 0,05 cm, o que se escreve do seguinte modo: $0{,}48 \pm 0{,}05$ cm. Os $\pm 0{,}05$ são chamados a incerteza da medida efectuada. Para uma única medida, toma-se normalmente para a incerteza o valor correspondente a meia divisão da escala. No caso de se dispor de muitos valores medidos, esta incerteza poderá ser inferior, mas poderá continuar a usar-se a "meia divisão da escala", por precaução.

Podemos agora voltar à pergunta-chave: Será ou não constante a velocidade? Uma vez que os números acusam subidas e descidas, poder-se-á supor que a velocidade esteja constantemente a *variar*. Note-se, no entanto, que as variações que se podem apreciar na Tabela 2, para cima e para baixo do valor médio de 0,48 cm, são sempre inferiores à incerteza de 0,05 cm. Consequentemente, os altos e baixos *podem* ser todos devidos ao facto de ser difícil efectuar leituras na régua com erros inferiores a 0,05 cm — e a velocidade poderá, de facto, ser constante.

A conclusão a tirar dos dados aqui apresentados é de que a *velocidade é constante dentro da incerteza das medidas, que é de 0,05 cm por unidade de tempo.* Se a velocidade varia ou não, dentro dessa faixa de imprecisão, é algo que não podemos detectar com um certo grau de confiança com a régua utilizada.

Analise de modo semelhante os seus próprios dados.

Conduzem eles à mesma conclusão? Se os seus dados variam como os da Tabela 2, será possível responsabilizar alguma parte da sua montagem por uma efectiva variação da velocidade? A conclusão final é a mesma, usando uma lente munida de uma escala, em vez da régua?

Medições Mais Precisas

Um instrumento de medida mais preciso do que uma lente graduada poderia mostrar que a velocidade do objecto *não* era realmente constante. Usando, por exemplo, um microscópio de medida, cujas divisões são separadas de 0,001 cm, para observar a mesma fotografia, agora de maneira muito mais precisa, poderemos chegar aos valores que se apresentam na Tabela 3. Um tal processo de medida reduz imenso a incerteza, de $\pm 0{,}05$ cm para $\pm 0{,}0005$ cm.

TABELA 3

INTERVALO DE TEMPO	DISTÂNCIA PERCORRIDA EM CADA INTERVALO DE TEMPO
1.°	0,4826 cm
2.°	0,4593
3.°	0,4911
4.°	0,5032
5.°	0,4684
6.°	0,4779

Será a velocidade constante, agora que fizemos as medidas com uma precisão tão grande?

A média destes valores é de 0,4804, e todos eles são supostos correctos a menos de meia divisão, ou seja de 0,0005 cm. Portanto, a nossa melhor estimativa do verdadeiro valor é de $0{,}4804 \pm 0{,}0005$ cm.

O Desenho de um Gráfico

Se já leu a secção 1.5 do *Texto*, já viu como podem ser representados num gráfico os dados relativos à velocidade. Os dados de que agora dispõe são um exemplo simples a usar no desenho de um gráfico.

Tal como no exemplo do *Texto*, Secção 1.5, marque intervalos de tempo iguais ao longo do eixo horizontal do gráfico. As unidades usadas não serão, provavelmente, segundos: serão "disparos", se tiver utilizado um estroboscópio, ou apenas "unidades arbitrárias de tempo", que significam simplesmente os intervalos de tempo iguais entre posições sucessivas do objecto em movimento.

Registe então as distâncias percorridas *totais* ao longo do eixo vertical. O início de cada uma das escalas deve ser o canto inferior esquerdo do gráfico.

Escolha o comprimento correspondente a cada divisão da escala de modo a que os dados se distribuam, se possível, pela maior parte do papel usado para o gráfico.

1. O seu gráfico mostra um movimento uniforme? Explique.
2. Se o movimento observado durante a experiência não for uniforme reveja a secção 1.5 do *Texto*. Obtenha então, a partir do seu gráfico, a velocidade média do objecto durante todo o percurso. A velocidade média para todo o percurso é igual à média das velocidades entre posições sucessivas?
3. Poderia servir-se dos métodos que usou nesta experiência para medir a velocidade de uma bicicleta? Ou de um automóvel? Ou de uma pessoa a correr? (Suponha que qualquer deles de desloca em movimento uniforme.)
4. As menores divisões da escala do velocímetro da maior parte dos automóveis correspondem a 5 km/hora, mas pode estimar-se a leitura até ao km/hora mais próximo. (a) Qual é a incerteza na medida da velocidade com um velocímetro como o que foi descrito? (b) Poder-se-ão medir, com confiança, variações de velocidade tão pequenas como 2 km/hora? 1 km/hora? 0,5 km/hora? 0,3 km/hora?

EXPERIÊNCIA 1-5 UMA EXPERIÊNCIA DO SÉCULO XVII

Esta experiência é semelhante à que é discutida por Galileu em *As Duas Novas Ciências*. Fornecer-lhe-á um contacto directo com dispositivos semelhantes aos usados por um cientista do século XVII. Far-se-ão medidas quantitativas do movimento de uma bola ao longo de um plano inclinado, tal como é descrito por Galileu.

A partir destas medições ser-lhe-á possível decidir, por si mesmo, se a definição dada à aceleração por Galileu foi ou não apropriada. Estará então em condições de dizer se era Aristóteles ou Galileu que tinha razão nas suas conclusões a respeito da aceleração de objectos de diferentes dimensões.

Raciocinando para lá da Experiência

Já se viu na secção 2.6 do *Texto* como exprimiu Galileu a sua convicção de que a velocidade dos objectos em queda livre aumenta proporcionalmente ao tempo de queda — por outras palavras, que eles aceleram uniformemente. Mas, uma vez que a queda livre era demasiado rápida para ser medida, Galileu supôs que a velocidade de uma bola rolando num plano inclinado aumentava do mesmo modo, se bem que mais lentamente, que a de um objecto em queda livre.

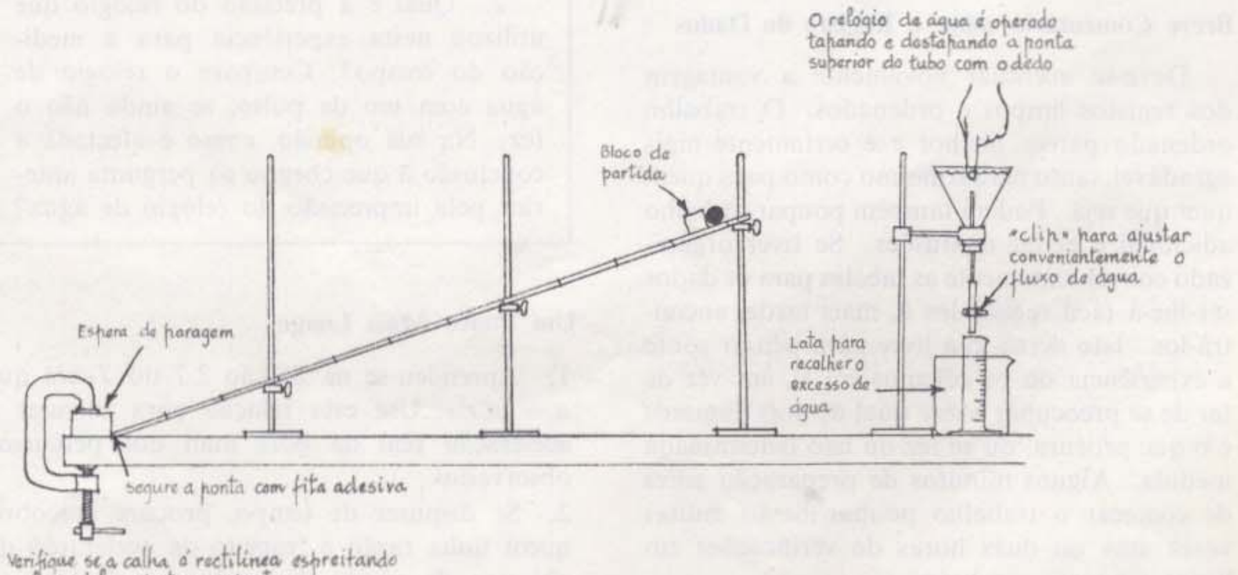
Mas até uma bola rolando por un plano inclinado, mesmo de pequena inclinação, se movia demasiado depressa para que se pudesse medir com precisão a velocidade em diferentes pontos da descida. Por isso, Galileu deduziu a relação $d \propto t^2$ (ou $d/t^2 =$ constante), uma expressão na qual as diferenças de velocidade foram substituídas pelo *tempo total t* e pela *distância total d* percorridas pela bola. Qualquer destas grandezas pode ser medida.

Não se esqueça de estudar a Secção 2.7 do *Texto*, na qual se descreve a dedução desta relação. Se as hipóteses originais de Galileu estiverem correctas, esta relação será válida tanto para os objectos em queda livre como para as bolas em movimento num plano inclinado. Uma vez que a distância e o tempo totais não são difíceis de medir, os cientistas do século XVII dispunham agora de uma hipótese secundária que podiam verificar experimentalmente. E o mesmo acontece convosco. Encontrarão grande parte desta discussão na Secção 2.8 do *Texto*.

O Aparelho

A aparelhagem a usar está esquematizada na Fig. 1. É semelhante à descrita por Galileu.

O objectivo é o de deixar que uma bola role várias distâncias ao longo de uma calha inclinada com um comprimento total de cerca



de 2 metros, medindo os tempos gastos com um relógio de água.

A escolha do relógio de água para medir os tempos nesta experiência reside no facto de ser este o melhor dispositivo de medida do tempo disponível na época de Galileu. O seu funcionamento é muito simples. Uma vez que o volume de água é proporcional ao tempo durante o qual ela corre, o tempo poderá ser medido em mililitros de água. O fluir da água é iniciado ou interrompido com os dedos, na extremidade superior do tubo instalado no interior do funil. Ao encher o depósito do dispositivo deixe-se correr um pouco de água, para eliminar as bolhas eventualmente formadas.

Compare o relógio de água com um de pulso, quando o depósito estiver cheio e quando ele estiver quase vazio, para ajuizar da sua precisão. O funcionamento do relógio de água é diferente nos dois casos? Se assim é, de quanto difere? Registe esta informação no seu livro de notas.

É quase impossível soltar a bola com os dedos sem a empurrar ou prender ligeiramente. Por isso, é preferível segurar a bola com uma régua ou um lápis, soltando-a na altura apropriada pelo deslocamento rápido da régua ou lápis ao longo do plano inclinado, para baixo. Para melhor marcar o fim do percurso instale uma espera no plano inclinado, no sítio escolhido.

Breve Comentário sobre o Registo de Dados

Deve-se acentuar novamente a vantagem dos registos limpos e ordenados. O trabalho ordenado parece melhor e é certamente mais agradável, tanto para si mesmo como para quem quer que seja. Poderá também poupar trabalho adicional e evitar confusões. Se tiver organizado convenientemente as tabelas para os dados ser-lhe-á fácil registá-los e, mais tarde, encontrá-los. Isto deixá-lo-á livre para pensar sobre a experiência ou os cálculos em si, em vez de ter de se preocupar sobre qual de dois números é o que procura, ou se fez ou não determinada medida. Alguns minutos de preparação antes de começar o trabalho poupar-lhe-ão muitas vezes uma ou duas horas de verificações em livros ou com os colegas.

Sugestões Práticas

Deverá medir tempos de descida para várias distâncias diferentes, mantendo constante a inclinação do plano e usando a mesma bola. Repita cada descida umas quatro vezes e tome a média dos resultados obtidos. Os melhores resultados são obtidos para pequenos ângulos de inclinação (em que o topo superior da calha está levantado menos de 30 cm). Para maiores inclinações a bola tende a deslizar e a rolar, simultaneamente.

Dos Dados aos Cálculos

A definição de aceleração uniforme, dada por Galileu (*Texto*, Secção 2.8), era a de "iguais aumentos de velocidade em intervalos de tempo iguais". Galileu mostrou que, se um objecto se movesse realmente dessa maneira, a distância total percorrida seria directamente proporcional ao quadrado do tempo total de queda, ou seja $d \propto t^2$.

Se duas grandezas são proporcionais, o gráfico de uma delas em função da outra é uma linha recta. Portanto, o traçado de um gráfico é uma boa maneira de verificar se duas grandezas são proporcionais. Faça um gráfico de d em função de t^2 no seu livro de notas, usando os dados que obteve.

1. A hipótese feita é confirmada pelo gráfico que obteve? Explique.
2. Qual é a precisão do relógio que utilizou nesta experiência para a medição do tempo? Compare o relógio de água com um de pulso, se ainda não o fez. Na sua opinião, como é afectada a conclusão a que chegou na pergunta anterior pela imprecisão do relógio de água?

Um Pouco Mais Longe

1. Aprendeu-se na Secção 2.7 do *Texto* que $a = 2d/t^2$. Use esta relação para calcular a aceleração real da bola num dos percursos observados.
2. Se dispuser de tempo, procure descobrir quem tinha razão a respeito da aceleração de objectos de várias dimensões, se Galileu se

Aristóteles. Meça d/t^2 para várias bolas, de diferentes dimensões, todas elas rolando a mesma distância num plano de igual inclinação. Depende a aceleração da dimensão da bola? De que modo a sua resposta contraria ou apoia as ideias de Aristóteles sobre os corpos em queda?

3. Galileu afirmou que os seus resultados tinham uma precisão de 1/10 de batimento do pulso. Crê que os seus resultados eram assim tão precisos? Correu tudo assim tão bem? Como poderia melhorar o funcionamento do relógio de água, de modo a aumentar a sua precisão?

EXPERIÊNCIA 1-6 A VERSÃO DO SÉCULO XX DA EXPERIÊNCIA DE GALILEU

Como se viu na Secção 2.9 do *Texto*, a experiência realizada por Galileu no século XVII tinha as suas limitações. A medição do tempo com um relógio de água era imprecisa e a extrapolação por ele feita, da aceleração observada para um pequeno ângulo de inclinação para a da queda vertical (90°), era muito grande.

Poder-se-ão verificar as conclusões de Galileu usando equipamento mais moderno; poder-se-á, além disso, determinar um valor real para a aceleração da queda livre (na vizinhança da superfície da Terra). Mas convirá não esquecer que a ideia subjacente ao equipamento moderno é ainda a de Galileu. Medidas mais precisas nem sempre conduzem a conclusões mais significativas.

Determine a_g tão cuidadosamente quanto puder. A medição desta grandeza é um dos pontos fundamentais da ciência moderna. É utilizada de variadíssimas maneiras — da determinação da forma da Terra e da localização de jazigos petrolíferos em pontos profundos da crusta ao cálculo das órbitas dos satélites terrestres e das naves espaciais nos hoje importantes programas de pesquisa espacial.

Aparelhagem e Procedimento

Use o carril com almofada de ar como plano inclinado. Para a medição dos intervalos de tempo use um cronómetro em vez do relógio de água. Fora estes dois pontos, o processo é o mesmo que o que foi usado na Experiência 1-5. Ao fazer os ensaios para grandes ângulos de inclinação será preferível parar o deslizador à mão, a fim de que não seja danificado ao chocar com a espera.

Poder-se-á ainda usar a câmara polaróide, em vez do cronómetro, para obter uma fotografia estroboscópica da descida do deslizador. Um pedaço de fita adesiva branca colada ao deslizador torná-lo-á bem visível na fotografia. Como alternativa, poder-se-á também instalar uma pequena lâmpada no deslizador. Poder-se-á utilizar uma lente munida de uma escala para a medição do movimento registado na fotografia. Neste caso, os valores de d serão milímetros medidos sobre a fotografia e os de t serão medidos em unidades arbitrárias (o "disparo" do estroboscópio electrónico, por exemplo).

1. Desenhe os seus dados, como anteriormente, num gráfico de d em função de t^2. Compare as figuras agora obtidas com as encontradas na experiência precedente, realizada com as grosseiras técnicas "à século XVII", se puder dispor delas. Existem diferenças? Explique.

2. A grandeza d/t^2 é constante, no caso do deslizador no carril com almofada de ar? Qual o significado da sua resposta?

3. Como outra tarefa, se o tempo o permitir, tente prever o valor de a_g que seria atingido colocando o carril na posição vertical. Que valor obtém? O valor que normalmente se toma para a_g é de 9,8 m/s², na vizinhança da superfície terrestre.

4. Qual o erro percentual do valor que calculou? Isto é, "quantos por cento" do valor aceite é a diferença entre o valor que calculou e o valor normalmente aceite?

$$\text{Erro percentual} = \frac{\text{valor aceite} - \text{valor calculado}}{\text{valor aceite}} \times 100$$

de tal modo que, se o valor por si encontrado foi de 9,2 m/s², o seu erro percentual será de:

$$\frac{9{,}8\ \text{m/s}^2 - 9{,}2\ \text{m/s}^2}{9{,}8\ \text{m/s}^2} \times 100 = \frac{0{,}6}{9{,}8} \times 100 = 6\%$$

Note que *não pode* transformar estes 6% em 6,12%, já que não conhece outros dígitos para além do 6 no numerador da fracção que resulta da definição. Por isso, só poderá conhecer um dígito na resposta, 6%. De um valor calculado como este diz-se que tem um único algarismo significativo. Não se poderá conhecer o segundo dígito na resposta sem conhecer o dígito que se siga ao 6. Para ser significativo, este dígito exigiria o conhecimento de um terceiro dígito nos valores 9,8 e 9,2.

5. Indique algumas das possíveis fontes responsáveis pelo erro que calculou.

EXPERIÊNCIA 1-7 A MEDIÇÃO DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE a_g

Parece-nos hoje estranha a ideia de Aristóteles, de que os corpos em queda sobre a Terra procuram os seus lugares naturais. É que, no fim de contas, conhecemos a resposta: é a força da gravidade que faz cair os objectos.

Mas o que é exactamente a gravidade? Newton procurou dar um sentido prático à ideia de gravidade, procurando as leis de acordo com as quais ela actua. Junto da Terra, os corpos caem em direcção a ela com uma certa aceleração devido à "atracção" gravitacional da Terra. Mas como poderá a Terra fazer com que um corpo colocado a uma certa distância caia em direcção a ela? Como se transmitirá a força gravitacional? Terá a aceleração devida à gravidade sido sempre igual? Ainda hoje não foram respondidas satisfatoriamente estas como muitas outras questões a respeito da gravidade.

Quer faça uma ou várias partes desta experiência, os efeitos da gravidade tornar-se-ão para si mais familiares — descubra por si só a aceleração dos corpos em queda livre — e, de qualquer modo, virá a aprender mais a respeito da gravidade nos próximos capítulos.

Método A: a_g a partir da queda livre

Mede-se nesta experiência a aceleração de um objecto em queda. Uma vez que a distância e portanto a velocidade da queda são demasiado pequenas para que se torne importante a resistência do ar, e uma vez que as outras formas de atrito são muito pequenas, a aceleração de um corpo em queda é, muito aproximadamente, a_g.

A Realização da Experiência

O objecto em queda é um peso vulgar de laboratório, munido de um gancho, com uma massa de pelo menos 200 gramas. (O arrasto da fita de papel que lhe será associada tem um efeito demasiado grande na queda de pesos mais leves). O peso é suspenso de uma fita de papel com cerca de 1 metro de comprimento. Reforce a fita, recobrindo-a com duas voltas de papel numa das extremidades, e fazendo neste reforço um pequeno orifício a cerca de

um centímetro da ponta, de onde se pendurará o peso. Manuseando-o cuidadosamente, este dispositivo poderá aguentar pelo menos um quilograma de peso.

Ao deixar cair o peso suspenso, um diapasão em vibração com um dos braços encostado à fita de papel marcará nesta intervalos de tempo iguais.

O diapasão deverá ter uma frequência entre cerca de 100 vibrações/segundo e cerca de 400 vibrações/segundo. Para obter o registo sobre a fita de papel, o diapasão deverá ter um pequeno cone de feltro (cortado da ponta de um marcador, por exemplo) colado num dos seus braços, próximo da extremidade. Uma massa tão pequena como esta afecta a frequência do diapasão de muito menos do que 1 vibração/segundo. Sature a ponta de feltro com uma ou duas gotas de tinta, ponha o diapasão em vibração e segure a ponta, suavemente, de encontro à fita de papel. Durante a queda, a fita de papel será convenientemente guiada entre duas tachas pregadas na borda de uma mesa. A maneira mais fácil de proceder consiste em ter um assistente a segurar na fita, com o peso na ponta, bem na vertical, até encostar a ponta em vibração do diapasão de encontro a ela e dizer "Agora". Depois de praticar com alguns ensaios, obter-se-á habilidade suficiente para marcar várias dezenas de centímetros de fita com uma linha ondulante, à medida que a fita acelerada pela queda do peso passa pelo diapasão estacionário em vibração.

Em vez de usar o cone de feltro embebido em tinta, poder-se-á premir um canto do diapasão em vibração de encontro a um quadrado de 2 ou 3 centímetros de lado de papel químico que as tachas segurem, com a face impregnada virada para o lado da fita em queda. Com alguma prática, este método pode levar a obter uma série de pontos sobre a fita, sem retardar seriamente a sua queda.

A Análise das Fitas de Papel

Marque com um **A** a crista de uma das primeiras alternâncias (ou pontos) da fita, desenhada evidentemente no início do movimento. Conte 10 intervalos entre cristas (ou pontos) e marque o fim do décimo intervalo com um **B**. Continue a marcar cada décima crista com uma letra, até ao fim do registo, que deverá ter pelo menos 40 alternâncias.

No ponto **A**, a fita tinha já uma velocidade v_0. Deste ponto até **B**, a fita percorreu uma distância a que chamaremos d_1, no tempo t. Esta distância é descrita pela equação da queda livre:

$$d_1 = v_0 t + \frac{a_g t^2}{2}$$

Ao cobrir à distância de **A** a **C**, a fita gastou um tempo exactamente duplo do anterior, $2t$, e caiu uma distância d_2 descrita (substituindo t por $2t$ e simplificando) pela equação:

$$d_2 = 2v_0 t + \frac{4a_g t^2}{2}$$

Do mesmo modo, as distâncias **AD**, **AE**, etc., são descritas pelas equações:

$$d_3 = 3v_0 t + \frac{9a_g t^2}{2}$$

$$d_4 = 4v_0 t + \frac{16a_g t^2}{2}$$

e assim por diante.

Todas estas distâncias são medidas a partir de **A**, escolhido arbitrariamente como ponto de partida. Para determinar as distâncias percorridas em cada intervalo de tempo correspondente a 10 cristas (ou pontos), há que subtrair cada equação da imediatamente anterior, o que dá:

$$\mathbf{AB} = v_0 t + \frac{a_g t^2}{2}$$

$$\mathbf{BC} = v_0 t + \frac{3a_g t^2}{2}$$

$$\mathbf{CD} = v_0 t + \frac{5a_g t^2}{2}$$

$$\mathbf{DE} = v_0 t + \frac{7a_g t^2}{2}$$

Destas equações se pode ver que o peso cai uma maior altura em cada intervalo de tempo subsequente. Além disso, ao subtrair cada uma destas distâncias, **AB**, **BC**, **CD**, ... da distância imediatamente seguinte, vê-se que o *aumento* da distância de queda é constante. Isto é, cada diferença **BC** — **AB** = **CD** — **BC** = = **DE** — **CD** = $a_g t^2$. Esta quantidade é o aumento da distância de queda em cada intervalo de 10 cristas e é, portanto, uma aceleração. A nossa fórmula mostra que um corpo cai com uma aceleração constante.

Das medidas de **AB**, **AC**, **AD**, etc., construa uma coluna de **AB**, **BC**, **CD**, **DE**, etc., registando na coluna seguinte os valores de $a_g t^2$. Os valores de $a_g t^2$ deverão ser todos iguais (dentro da precisão das medidas). Porquê? Faça as suas medidas tão precisamente quanto possível com o equipamento de que disponha.

Obtenha a média de todos os valores de $a_g t^2$, a aceleração em centímetros/(intervalo de 10 cristas)^2. Pretende-se determinar a aceleração em cm/s^2. Chamando-se n à frequência do diapasão (vibrações/segundo), a extensão do intervalo de tempo t será de $10/n$ segundos. Substituindo o t, correspondente a 10 cristas, por $10/n$ segundos obter-se-á a aceleração a_g em cm/s^2.

1. Que valor obteve para a_g? Qual o erro percentual do valor obtido? (O valor ideal para a_g é de cerca de 9,8 m/s²).

Método B: a_g a partir de um pêndulo

Pode-se medir facilmente a aceleração devida à gravidade a partir da oscilação de um pêndulo. É claro que o pêndulo não cai directamente para baixo, mas o tempo que ele leva a fazer uma oscilação depende de a_g. O tempo T necessário para uma oscilação completa é de

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a_g}}$$

Nesta fórmula l é o comprimento do pêndulo. Medindo l com uma régua e T com um relógio, poder-se-á obter o valor de a_g.

Aprenderá a dedução desta fórmula num curso de física mais desenvolvido. Os cientistas usam frequentemente fórmulas não deduzidas por eles próprios, desde que confiem na sua validade.

A Efectuação das Medidas

A fórmula diz respeito a um pêndulo no qual toda a massa está concentrada no corpo dele pendurado. Portanto, o melhor pêndulo a usar será aquele que tiver um corpo constituído por uma esfera de metal, suspenso por um fio fino. Poder-se-á então estar seguro de que quase toda a massa está concentrada no corpo. O comprimento do pêndulo, l, é a distância entre o ponto de suspensão e o *centro* do corpo pendurado.

O fio de sustentação poderá ter qualquer comprimento conveniente. Meça l tão precisamente quanto possível.

Ponha o pêndulo em movimento, mas com uma *pequena* amplitude de oscilação. A fórmula não é muito correcta quando se trata de grandes oscilações, como poderá verificar por si próprio, mais tarde.

Meça a duração de pelo menos 20 oscilações completas, ou mesmo mais se possível. A vantagem de medir muitas oscilações, em vez de uma só, consiste no facto de reduzir os erros cometidos no arranque e paragem do cronómetro a uma pequena fracção do tempo total medido. (Ao dividir por 20, para obter o tempo correspondente a uma única oscilação completa, o erro do valor calculado para esta será apenas de 1/20 do que se teria se se medisse uma única oscilação completa).

Divida o tempo total pelo número de oscilações, para determinar o tempo T de uma oscilação.

Repita a medida pelo menos uma vez, para verificação.

Substitua finalmente as quantidades medidas na fórmula e resolva-a em relação a a_g.

O valor aceite normalmente para a_g é de 9,80 m/s².

1. Que valor obteve para a_g?
2. Qual é o erro percentual? *O erro percentual* é obtido dividindo o erro obtido pelo valor aceite e multiplicando por 100:

$$\frac{\text{valor aceite} - \text{valor calculado}}{\text{valor aceite}} \times 100$$
$$= \frac{\text{erro obtido}}{\text{valor aceite}} \times 100$$

Com algum cuidado, o valor que obteve para a_g deverá concordar com o valor aceite a menos de 1%.

3. Qual das medidas que teve que fazer acha que foi a menos precisa?

Se acha que a medida menos precisa foi a do comprimento do pêndulo, e se pensa que o erro que cometeu não foi superior a 0,5 cm, mude o valor de l de 0,5 cm e calcule novamente o valor de a_g. Variou o valor de a_g o suficiente para cobrir o erro anteriormente calculado? (Se a_g aumentou e se o valor anterior de a_g era já demasiado alto, isto quer dizer que deveria ter alterado o valor de l no sentido contrário. Tente novamente!)

Se o erro que estimou para a medida do comprimento do pêndulo não for suficiente para explicar a diferença entre o valor calculado para a_g e o valor aceite, tente alterar o tempo *total* medido de alguns décimos de segundo — considerando assim um possível erro na medida deste tempo. Haverá então que recalcular T e depois a_g.

Se nenhuma destas tentativas resultar (nem uma conjugação de ambas, tomadas no sentido conveniente), é quase certo que terá cometido um erro nos cálculos ou na leitura dos aparelhos de medida. É altamente improvável que o valor de a_g na sua escola difira do valor aceite por mais do que uma unidade no terceiro digito.

Método C: a_g a partir de um filme em câmara lenta (Filme Sem-fim)

Poder-se-á filmar um objecto em queda livre, junto de uma régua graduada, com uma câmara de filmar de alta velocidade. Poder-se-á então determinar a_g na projecção do filme à velocidade normal, medindo o tempo necessário para que o objecto caia determinadas distâncias.

Um método semelhante é utilizado nos *Filmes Sem-Fim* 1-5 e 1-6. São dadas instruções pormenorizadas para o seu uso nas *Notas sobre os Filmes Sem-Fim*, nas páginas 193 e 194.

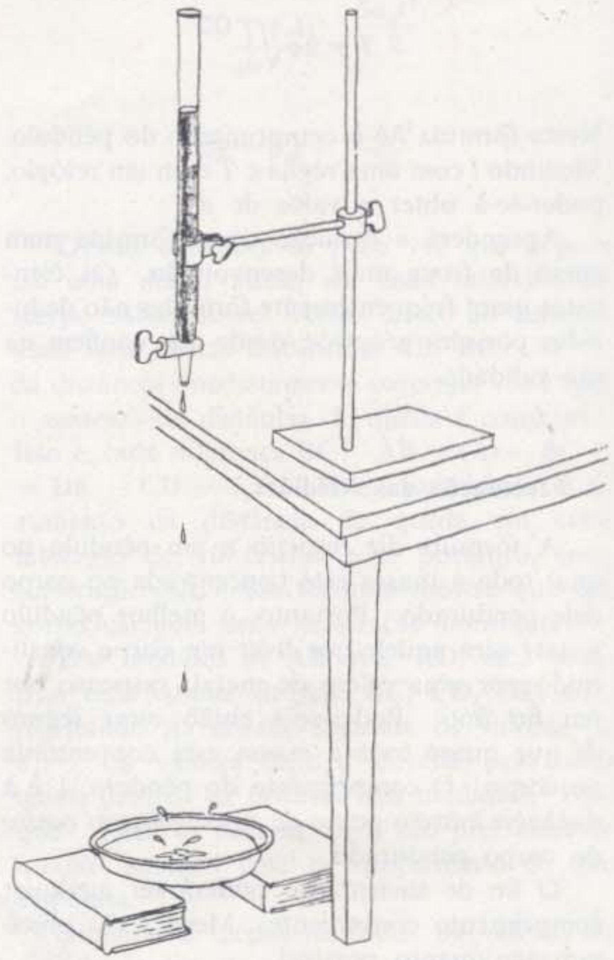
Método D: a_g a partir da queda de gotas de água

Poder-se-á medir a aceleração da gravidade, a_g, servindo-se simplesmente de gotas de água a cair sobre uma travessa.

Ponha uma travessa ou um prato de metal ou um tabuleiro de metal no chão e monte um tubo de vidro com uma válvula ou uma torneira na ponta inferior, de tal modo que as gotas de água que saem da torneira caiam pelo menos um metro até atingir a travessa. Assente a travessa em três ou quatro pedaços de madeira, de modo que as gotas de água façam bastante ruído ao chocar nela, como se fosse num tambor.

Ajuste cuidadosamente a torneira, de modo que uma gota atinja a travessa no mesmo instante em que a seguinte comece a cair da torneira. Será fácil de conseguir isto *olhando* para as gotas que saem da torneira enquanto se *ouve* o ruído que elas provocam na travessa. Ao acabar de ajustar a torneira, o tempo que cada gota leva a cair até à travessa será igual ao intervalo de tempo entre a saída de uma gota e a da seguinte.

Ajustada a taxa de saída das gotas, determine o intervalo de tempo t entre duas gotas. Para obter uma maior precisão, conte o número de gotas que caem em meio minuto ou num minuto, ou meça o tempo necessário para que caiam 50 ou 100 gotas.



É natural que os resultados sejam mais precisos se se fizerem vários ensaios, ajustando de cada vez a taxa de formação das gotas e tomando finalmente a média dos números de gotas ou dos tempos medidos. Esta média de vários ensaios deverá ter um valor mais próximo da taxa real de queda das gotas, do número de gotas ou do intervalo de tempo do que aconteceria se se fizesse só um ensaio.

Dispõe agora de todos os dados que necessita. Conhece o tempo t que uma gota gasta para cair, a partir do repouso, de uma distância d. A partir destes valores poderá calcular a_g, já que sabe que $d = \frac{1}{2}a_g t^2$, para os objectos que caem a partir do repouso.

1. Qual o valor que obteve para a_g?
2. Qual é o erro percentual? Compare-o com o de outros métodos que tenha usado.
3. O que acha que provocou esse erro? Poderá ter sido um deficiente funcionamento da torneira, permitindo por vezes a saída de mais água que o desejado? Como pode este facto afectar a sua resposta?

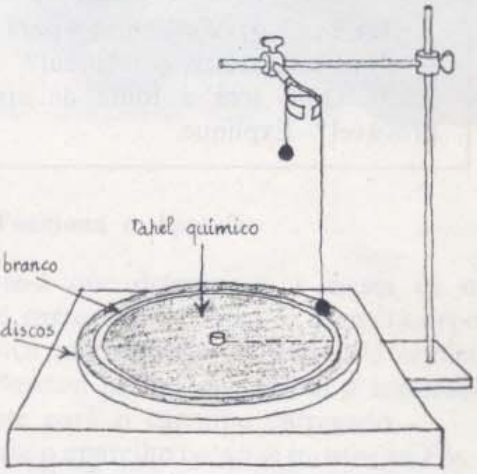
   Suponha que a distância de queda diminui pela formação de uma poça na travessa. Como seria o resultado alterado por este facto?

   Suponha que a pressão da água diminui depois de um certo período de gotejar: este facto aumentaria ou diminuiria a taxa de formação de gotas? Obtém o mesmo número de contagens ao reencher o tubo depois de cada ensaio?

   Poderia o início e a paragem da sua contagem de gotas, perante o tempo marcado no relógio, afectar a sua resposta? Que outros factos poderão ser responsáveis pelo seu erro?
4. Será capaz de adaptar este método de medida da aceleração da gravidade, de modo a usá-lo em casa? Resultará ele no lava-loiças da cozinha? Ou se a água cair de uma altura maior, como por exemplo da ponta de uma caleira?

Método E: a_g a partir da queda de uma bola e um gira-discos

Poder-se-á também medir a_g com a ajuda de um gira-discos, de um suporte com um gancho, de uma folha de papel químico e outra de papel branco, de duas pequenas bolas perfuradas e de um pedaço de fio fino.



Liguem-se as duas bolas com o fio, colocado de modo a abraçar o gancho do suporte. Alinhem-se as bolas segundo o raio do gira-discos e coloque-se a bola mais abaixo imediatamente acima do papel químico, como se mostra na figura.

Com o gira-discos em movimento, queime-se o fio: cada uma das bolas cairá no papel químico, deixando uma marca no papel branco colocado por baixo dele.

Meça-se a distância vertical entre as bolas e a distância angular entre as marcas. Com estes valores e conhecendo a velocidade do gira-discos determine-se o tempo que durou a queda livre.

1. Qual o valor obtido para a_g?
2. Qual o erro percentual?
3. Qual será a fonte de erro mais provável? Explique.

Método F: a_g a partir de uma fotografia estroboscópica

A fotografia de uma pequena lâmpada em queda, com uma câmara polaróide, fornece um registo que pode ser representado num gráfico e analisado de modo a dar um valor médio de a_g.

1. Qual o valor obtido para a_g?
2. Qual o erro percentual?
3. Qual será a fonte de erro mais provável? Explique.

EXPERIÊNCIA 1-8 A SEGUNDA LEI DE NEWTON

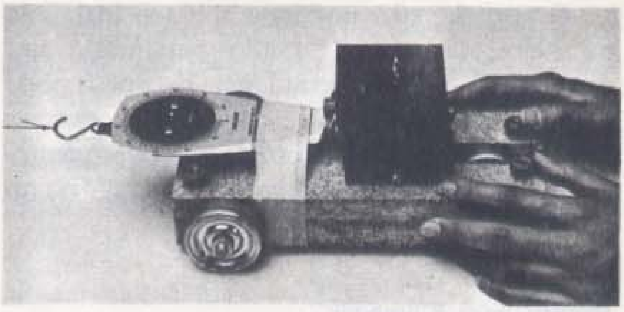
A segunda lei de Newton é uma das leis mais importantes e mais úteis da física. Reveja a Secção 3.7 do *Texto*, sobre a segunda lei de Newton, para se certificar de que compreendeu convenientemente as noções envolvidas.

A segunda lei de Newton é parte de um muito maior corpo de teoria, que poderá ser estudado com um conjunto simples de experiências laboratoriais. A experiência escolhida para ilustrar a segunda lei tem dois propósitos.

Em primeiro lugar, e porque a lei é realmente muito importante, é útil uma familiarização com o comportamento de objectos em termos de força (F), massa (m) e aceleração (a). É o que se fará na primeira parte da experiência.

Em segundo lugar, a experiência permite o estudo das incertezas das medidas efectuadas. É o propósito da parte final da experiência.

Aplicar-se-ão diferentes forças sobre carrinhos de diferentes massas, medindo-se as correspondentes acelerações.



Como Funciona o Aparelho

Ter-se-á que determinar a massa de um carrinho carregado, no qual se exercerá depois uma força mensurável. A partir da segunda lei de Newton haverá que prever a aceleração resultante para o carrinho carregado.

Monte o aparelho como se mostra na Fig. 1. Fixe firmemente um pequeno dinamómetro de mola ao carrinho. Este, transportando um pisca-pisca luminoso, é puxado por um cordel ligado ao gancho do dinamómetro. A escala deste, portanto, medirá a força exercida no carrinho.

O cordel passa por uma roldana instalada na beira da mesa, estando pendurado um peso na sua outra extremidade. Este peso pode ser trocado por outros, de modo a exercer diferentes forças no cordel e, consequentemente, a produzir diferentes acelerações no carrinho.

Pronto para Começar

Meça a massa total do carrinho, com o pisca-pisca, o dinamómetro e quaisquer outros corpos que se tenham nele colocado para variar a sua massa.

Solte o carrinho, deixando-o acelerar. Repita várias vezes o ensaio, observando a escala do dinamómetro. Notará que o ponteiro irá marcando vários valores, dentro de uma certa gama. O ponto médio desta zona será uma medida razoavelmente boa da força média, $F_{\text{méd}}$, originadora da aceleração. Anote o valor de $F_{\text{méd}}$ em newtons.

A nossa fé na lei de Newton é tal que vamos partir do princípio de que a aceleração é igual e constante sempre que esta força $F_{\text{méd}}$, em particular, actuar na massa m.

Use a lei de Newton para prever o valor da aceleração média, $a_{\text{méd}}$, durante o ensaio.

Determine depois directamente a aceleração, para ver a precisão da previsão efectuada.

Para medir a aceleração média, $a_{\text{méd}}$, tire uma fotografia do pisca-pisca montado no carrinho, com uma câmara polaróide. Poderá, em vez disso, usar um acelerómetro de superfície de líquido, tal como o que se descreve na página 180, ou uma simples lâmpada permanentemente acesa em vez do pisca-pisca; neste último caso será preciso montar um estroboscópio de disco rotativo na câmara polaróide. Analise os resultados obtidos, de modo a determinar $a_{\text{méd}}$, de maneira semelhante à utilizada nas experiências 1-5 e 1-6, sobre os movimentos uniforme e acelerado.

Desta vez, porém, será preciso conhecer a distância percorrida em metros e o intervalo de tempo em segundos (e não apenas em "piscadelas", "disparos" ou outras unidades arbitrárias).

Os efeitos indicados a seguir poderão ser eventualmente observados sem fazer medidas numéricas.

Mantendo constante a massa do carrinho, observe os efeitos de várias forças, na aceleração.

Mantendo constante a força aplicada, veja como é afectada a aceleração pela variação da massa do carrinho.

> 1. Será $F_{\text{méd}}$ (valor medido) igual a $m \cdot a_{\text{méd}}$ (calculado a partir dos valores medidos)?
> 2. A segunda lei de Newton é comprovada pelas outras observações efectuadas? Explique.

Os Erros Experimentais

Não é natural que os valores obtidos para $F_{\text{méd}}$ e $m \cdot a_{\text{méd}}$ sejam iguais.

Quererá isto dizer que os dados não foram convenientemente obtidos? Não necessariamente. Pensando um pouco, verá que há pelo menos duas outras razões possíveis para esta desigualdade. Uma delas poderá ser o facto de não se ter medido tudo o que era necessário para obter um valor preciso para as três grandezas.

Em particular a força utilizada no cálculo tem que ser a força resultante actuante no carrinho — e não apenas a força de reboque que foi medida. Ora há também uma força de atrito a actuar no carrinho, opondo-se ao movimento, isto é, à força de reboque. Poder-se-á medi-la lendo o dinamómetro enquanto se faz deslocar o carrinho, à mão, a *velocidade constante*. Repita o procedimento várias vezes, tomando finalmente o valor médio, F_a. Uma vez que F_a actua no sentido oposto ao da força de reboque, F_R.

$$F_{\text{res}} = F_R - F_a$$

Se F_a for demasiado pequena para poder ser medida, então $F_{\text{res}} = F_R$, que é simplesmente a força de reboque tomada anteriormente como sendo $F_{\text{méd}}$, no início da experiência.

Uma outra razão para a diferença entre $F_{\text{méd}}$ e $m \cdot a_{\text{méd}}$ poderá ser o facto de qualquer dos valores se basear em *medidas*, medidas que são sempre afectadas de uma determinada incerteza.

Será portanto necessário estimar a incerteza de cada uma das medidas efectuadas.

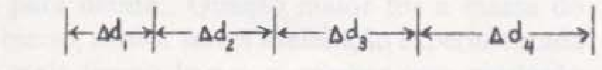
Incerteza na força média F$_{méd}$ A incerteza na medida de $F_{méd}$ é a variação observada na leitura do dinamómetro, para cima e para baixo da força média $F_{méd}$. Assim, se as leituras oscilarem entre 1,0 e 1,4 N, o valor médio será de 1,2 N e a amplitude da incerteza de 0,2 N. O valor de $F_{méd}$ deverá ser então registado como 1,2 ± 0,2 N. Registe o valor por si medido para $F_{méd}$ e a respectiva incerteza.

Incerteza na massa m A incerteza na massa *m* será, aproximadamente, de metade da menor divisão da escala da balança utilizada. A massa a medir era a do conjunto do carrinho, do pisca-pisca e do dinamómetro (e, eventualmente, de outras massas adicionais). Se a menor divisão da escala for de 0,1 kg, o registo das várias parcelas poderá ser qualquer coisa do género:

$$m_{\text{carrinho}} = 0{,}90 \pm 0{,}05 \text{ kg}$$
$$m_{\text{pisca-pisca}} = 0{,}30 \pm 0{,}05 \text{ kg}$$
$$m_{\text{dinamómetro}} = 0{,}10 \pm 0{,}05 \text{ kg}$$

A massa total a ser acelerada é a soma de todas estas. A respectiva incerteza será a soma das três incertezas. No exemplo apresentado, portanto, será: $m = 1{,}30 \pm 0{,}15$ kg. Registe o valor por si medido para *m* e a respectiva incerteza.

Incerteza na aceleração média a$_{méd}$ Consideremos finalmente $a_{méd}$. Este valor foi obtido pela medição de $\Delta d/\Delta t$ para cada um dos intervalos entre "piscadelas", registadas na fotografia.



Suponha que os pontos representados na Fig. 3 são as imagens obtidas na fotografia do pisca-pisca — que piscava com um ritmo de 5 vezes por segundo. Pretende-se calcular $\Delta d/\Delta t$ para os vários intervalos.

Supondo que os intervalos de tempo entre "piscadelas" foram medidos com grande precisão, a incerteza de cada valor de $\Delta d/\Delta t$ é devida, primeiramente, ao facto de as imagens estarem ligeiramente difusas na fotografia. Suponha que o erro resultante da dificuldade de localização dos centros dos pontos é de 0,1 cm, como se mostra na primeira coluna da tabela seguinte.

Velocidades médias	Acelerações médias
$\Delta d_1/\Delta t = 2{,}5 \pm 0{,}1$ cm/s	$\Delta v_1/\Delta t = 0{,}9 \pm 0{,}2$ cm/s^2
$\Delta d_2/\Delta t = 3{,}4 \pm 0{,}1$ cm/s	$\Delta v_2/\Delta t = 0{,}6 \pm 0{,}2$ cm/s^2
$\Delta d_3/\Delta t = 4{,}0 \pm 0{,}1$ cm/s	$\Delta v_3/\Delta t = 0{,}8 \pm 0{,}2$ cm/s^2
$\Delta d_4/\Delta t = 4{,}8 \pm 0{,}1$ cm/s	valor médio $= 0{,}8 \pm 0{,}2$ cm/s^2

Ao tomar as diferenças entre valores sucessivos da velocidade, $\Delta d/\Delta t$, obtêm-se as acelerações, $\Delta v/\Delta t$, que estão registadas na segunda coluna. Quando se trata da diferença de dois valores medidos, a respectiva incerteza (neste caso a de $\Delta v/\Delta t$) é obtida pela *soma* das incertezas dos valores medidos. Portanto, a incerteza na aceleração é de $(\pm 0{,}1)+(\pm 0{,}1) = \pm 0{,}2$ cm/s^2, como consta na tabela. Determine e registe o valor por si medido para $a_{méd}$ e a respectiva incerteza.

A Comparação dos Resultados

Dispõe agora dos valores de $F_{méd}$, m e a_{med} e das correspondentes incertezas. Trata-se em seguida de determinar a incerteza de $m \cdot a_{méd}$. Quando se tiver um valor para a incerteza deste *produto* de duas grandezas, poder-se-ão comparar os valores de $m \cdot a_{méd}$ e de $F_{méd}$, obtendo as conclusões finais.

Por simplicidade, não escrevemos o índice "méd" nos símbolos das equações, durante a discussão que se segue. Quando se multiplicam duas grandezas, a incerteza *percentual* do produto não excede nunca a soma das incertezas percentuais de cada um dos factores. No nosso exemplo, $m \times a = 1{,}30 \times 0{,}8$ cm/s$^2 = 1{,}04$ newton. A incerteza de a (0,8 ± 0,2 cm/s^2) é de 25% (já que 0,2 é 25% de 0,8). A incerteza de m é de 11%. A incerteza de $m \cdot a$ é, portanto, de 25% + 11% = 36%, pelo que poderemos escrever o nosso produto como $m \cdot a = 1{,}04 \text{ N} \pm 36\%$, o que, limitando-nos a dois algarismos significativos, vem a ser:

$$m \cdot a = 1{,}04 \pm 0{,}36 \text{ N}$$

(O erro é tão grande, neste caso, que nem sequer é muito apropriado utilizar as duas casas decimais; arredondando os valores, poderemos escrever: 1,0 ± 0,4 N). No nosso exemplo, a medição directa levou a $F_{\text{méd}} = 1,2 \pm 0,2$ N. Serão as duas grandezas iguais?

Embora 1,0 não seja igual a 1,2, a zona definida por 1,0 ± 0,4 sobrepõe-se à definida por 1,2 ± 0,2, pelo que poderemos dizer que "os dois valores concordam dentro das incertezas experimentais".

Um exemplo de desacordo poderia ser 1,0 ± 0,2 e 1,4 ± 0,1. Muito provavelmente, estes dois valores não são iguais, já que as respectivas incertezas não se sobrepõem.

Use um processo semelhante relativamente aos valores por si determinados para $F_{\text{méd}}$ e $m \cdot a_{\text{méd}}$.

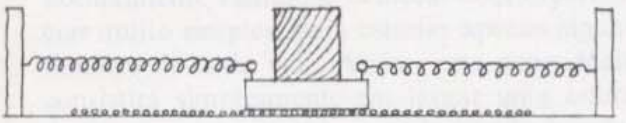
> 3. Concordam os seus valores, dentro dos limites de incerteza das medidas que efectuou?
>
> 4. A relação $F_{\text{res}} = m \cdot a_{\text{méd}}$ é consistente com as observações que efectuou?

EXPERIÊNCIA 1-9 MASSA E PESO

Sabe com certeza, por experiência própria, que não é fácil acelerar um objecto que é fortemente atraído para a Terra (por exemplo um automóvel). Por outras palavras, os objectos de grande peso têm também uma grande inércia. Mas existirá alguma relação simples e exacta entre as massas dos objectos e as forças gravitacionais que sobre eles actuam? Por exemplo, um objecto com uma massa duas vezes maior que a de outro terá um peso duas vezes superior?

A Medição da Massa

As massas de dois objectos podem ser comparadas pela observação das acelerações que experimentam quando actuados pela mesma força. Nem sempre é fácil acelerar um objecto no laboratório, na mesma direcção e com uma força constante, durante um tempo suficiente para se tirarem as necessárias medidas. Existe, felizmente, uma maneira mais simples de proceder. Ligando-se um pequeno cubo a dois suportes rígidos por meio de duas molas, como se mostra no esquema, poder-se-á prender um determinado objecto ao cubo e



fazer com que as molas o acelerem para trás e para diante. Quanto maior for a massa do objecto, menor será a aceleração experimentada e mais tempo levará a ocorrer uma oscilação completa.

A fim de "calibrar" o oscilador assim construído, meça primeiro a duração das oscilações. Será conveniente fazê-lo medindo o tempo necessário para se fazerem 5 oscilações completas. Vá em seguida fixando vários cubos ao primeiro e determinando o período de cada nova massa. (Não são aqui importantes as unidades de massa, já que só estamos interessados no quociente das massas). Desenhe então um gráfico da massa em função do período de oscilação, traçando finalmente uma curva suave pelos pontos experimentais. Não deixe os cubos presos uns aos outros.

Tente, a partir dos seus resultados, obter a relação entre a massa e o período. Escreva uma expressão algébrica para estas relações, se possível.

O Peso

A comparação das forças gravitacionais actuantes em dois objectos pode ser feita por recurso a um dinamómetro. Não são aqui importantes as unidades de medida das forças, já que só estamos interessados no quociente dos pesos.

A Comparação Entre a Massa e o Peso

Use o conjunto cubo-oscilador e o gráfico de calibração para determinar as massas de dois objectos. Determine as atracções gravitacionais nestes dois objectos, dependurando-os de um dinamómetro.

1. Compare o *quociente* das forças gravitacionais com o *quociente* das massas. Que conclui?
2. Como poderia efectuar uma experiência semelhante para comparar as massas de dois objectos de ferro com as forças magnéticas neles exercidas por um iman grande?

Comentário

É natural que não tenha ficado surpreendido ao verificar que, dentro da incerteza experimental, o quociente das forças gravitacionais é igual ao quociente das massas. Valerá a pena fazer uma experiência para verificar este facto, ou seria a resposta óbvia desde o princípio? Newton não pensava que a resposta fosse óbvia. Realizou uma série de experiências muito precisas, usando muitas substâncias diferentes, para verificar se a força gravitacional era sempre proporcional à massa de inércia. Dentro dos limites da sua precisão, descobriu que a proporcionalidade se mantinha exactamente. (Os resultados de Newton foram depois confirmados dentro de uma precisão de $\pm 0{,}000\,000\,001\%$, e generalizados para a atracção gravitacional de outros corpos além da Terra).

Newton não pôde dar qualquer explicação para o facto de a atracção da Terra sobre um corpo crescer na exacta proporção da inércia do objecto. Nenhuma outra força apresenta uma tão simples relação com a inércia. Este facto permaneceu um completo mistério durante dois séculos, até que Einstein relacionou teoricamente a inércia e a gravitação. (Leia-se "Outside and Inside the Elevator", na *Colectânea de Textos*). Já antes de Einstein, no entanto, tinha Ernst Mach feito a engenhosa sugestão de que a inércia não seria uma propriedade de um objecto, por si só, mas antes o resultado de forças gravitacionais exercidas no objecto por tudo o mais que existe no universo.

EXPERIÊNCIA 1-10 TRAJECTÓRIAS

Imagine um saltador de esqui. Ele inclina-se para a frente, no topo da pista e, servindo-se de ambas as mãos, lança-se pelo plano inclinado. Ao chegar ao extremo da pista de lançamento, dá um forte impulso com as pernas, lançando-se para a frente e para cima, voando por sobre os campos cobertos de neve. Gradualmente, vai descendo em direcção à encosta suave, até cair sobre ela, agachando-se para absorver o impacto.

Como muitos outros fenómenos interessantes, este que foi descrito envolve um conjunto de forças e movimentos muito mais complexo do que o que se poderia estudar com simplicidade no laboratório. Concentremo-nos por isso exclusivamente num aspecto: o voo através do ar. Que tipo de curva, ou trajectória, seguirá o saltador de esqui?

No instante em que se projecta no ar, o esquiador tem uma certa velocidade, segundo uma certa direcção e sentido; durante o voo, ele sofrerá a acção, dirigida para baixo, da aceleração da gravidade. Circunstâncias como estas podem ser duplicadas no laboratório. É claro que a trajectória real do esquiador será, muito provavelmente, afectada por outros factores, como por exemplo a velocidade do vento e o atrito no ar; mas já sabemos que é normalmente vantajoso começar com experiências muito simples, para estudar apenas alguns factores de cada vez. Assim, esta experiência consistirá simplesmente em largar uma esfera de aço numa pequena rampa, lançando-a assim no ar e tentando determinar a trajectória por ela seguida.

Como Usar o Equipamento

Se for a primeira vez que realiza esta experiência, siga cuidadosamente as instruções do fabricante do equipamento.

O aparelho consiste essencialmente de duas rampas, ao longo das quais se pode fazer rolar uma esfera de aço. Ajuste uma delas de modo que a esfera, ao sair dela, o faça horizontalmente (talvez seja bom servir-se de um nível).

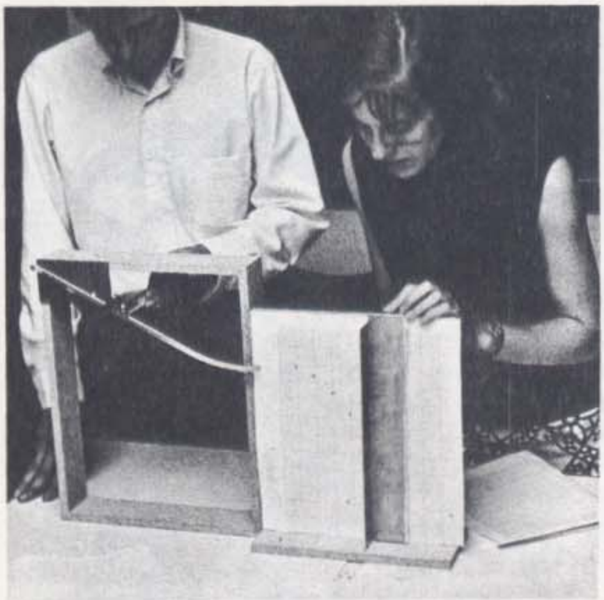
Cole uma folha de papel quadriculado ao painel, de tal modo que o seu bordo esquerdo esteja atrás do fim da rampa de lançamento.

Para obter uma trajectória que fique bem dentro da folha de papel quadriculado, solte a esfera em vários pontos da rampa, até encontrar aquele que proporcionar uma trajectória tal que a bola caia próximo do canto inferior direito do painel. Marque o ponto em que soltou a esfera na rampa e use sempre esse ponto para o lançamento.

Prenda uma folha de papel químico no painel de impacto, com a face com tinta virada para a rampa. Cole uma folha de papel vegetal sobre o papel químico.

Assim, ao interpor o painel de impacto na sua trajectória, a esfera, ao atingi-lo, deixa uma marca que se pode ver através do papel vegetal, registando automaticamente o ponto de impacto da esfera no painel. (Certifique-se de que o painel de impacto não se desloca quando é atingido pela esfera; fixe o painel com as mãos, se necessário). Transfira o ponto para o painel de desenho, fazendo nele uma marca mesmo junto ao painel de impacto.

Não segure a esfera com os dedos, ao largá-la — é impossível largá-la duas vezes da mesma maneira. Em vez disso, bloqueie-a com uma régua, por exemplo, no ponto da rampa determinado previamente, e deixe-a iniciar a queda deslocando a régua rapidamente para baixo, ao longo da rampa.



Repita o ensaio várias vezes (sempre a partir do mesmo ponto) para cada posição do painel de impacto. Os vários pontos de impacto são coincidentes?

Repita este procedimento para várias posições do painel de impacto, de modo a registar uma série de pontos da trajectória da esfera. Desloque o painel de iguais distâncias de cada vez, soltando sempre a esfera do mesmo ponto da rampa. Continue até que a esfera já não embata no painel de impacto.

Retire então o painel de impacto, solte novamente a esfera e observe cuidadosamente a sua trajectória, para ver se ela passa pelos pontos anteriormente assinalados no painel de desenho.

A curva que une os pontos marcados representa a trajectória da esfera. Observando-a completar-se-á a primeira fase da experiência.

Se ainda tiver tempo será útil prosseguir no seu estudo, explorando algumas das propriedades da trajectória obtida.

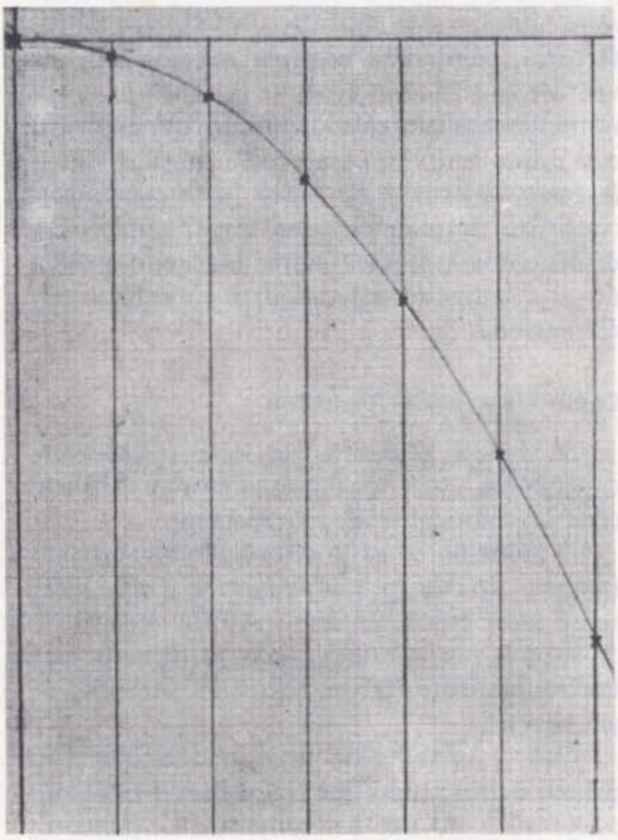
A Análise dos Dados

Para ajudar à análise da trajectória, desenhe uma linha horizontal no papel, ao nível do bordo final da rampa de lançamento. Remova então o papel do painel de desenho e desenhe uma curva suave e contínua unindo todos os pontos, como está na figura ao lado.

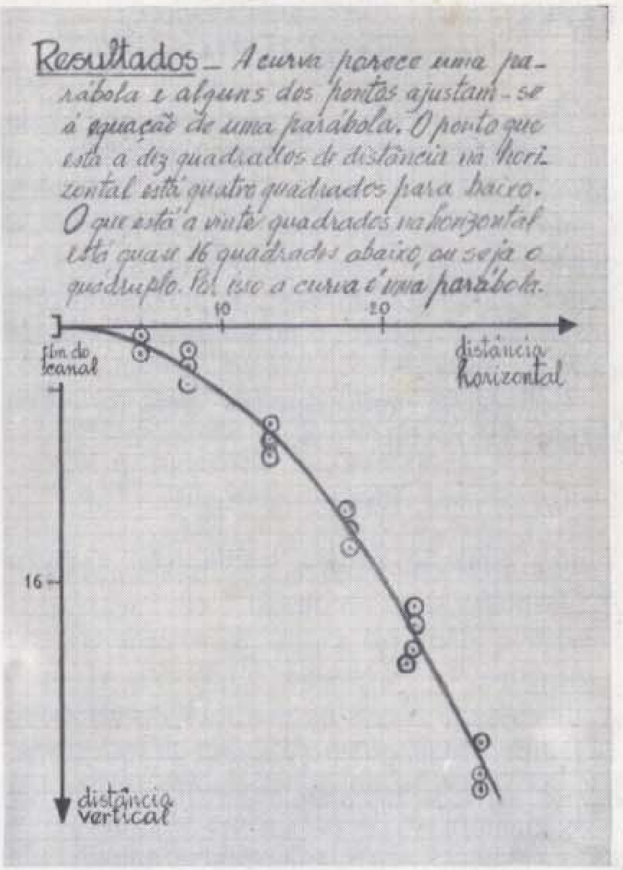
Já se sabe que um objecto em movimento, sobre o qual não se exerça qualquer força resultante, se move a velocidade constante. Já que não se exerce qualquer força horizontal apreciável sobre a esfera, durante a sua queda, poderemos partir da *suposição* de que o movimento horizontal é efectuado a velocidade constante. Nestas condições, as linhas igualmente espaçadas indicam iguais intervalos de tempo.

Desenhe no seu gráfico linhas verticais que passem pelos pontos nele marcados. Desenhe uma outra linha vertical pelo ponto onde terminava a rampa de lançamento. *Atendendo à maneira como procedeu na experiência*, estas linhas deverão estar igualmente espaçadas. Se a velocidade horizontal da esfera tiver sido constante, estas linhas verticais estarão desenhadas sobre posições da esfera separadas de iguais intervalos de tempo.

Considere agora as distâncias de queda verticais, percorridas em cada intervalo de tempo. Meça essas distâncias ao longo de cada linha vertical, a partir da linha horizontal e até cada um dos pontos. Registe estas medidas numa



coluna. Ao lado registe as correspondentes distâncias horizontais, medidas a partir da vertical mais à esquerda.



> 1. Qual seria o aspecto de um gráfico no qual se representasse a distância percorrida em função do tempo?
> 2. Aprendeu-se antes, ao lidar com o movimento acelerado, a reconhecer o movimento uniformemente acelerado (veja as secções 2.5-2.8 do *Texto* e a experiência 1-4). Use os dados agora recolhidos para verificar se o movimento vertical da esfera era uniformemente acelerado. Que conclui?
> 3. Há alguma influência do movimento vertical sobre o horizontal, ou vice-versa?
> 4. Qual é a equação que descreve o movimento horizontal, em termos da velocidade horizontal, v, da distância percorrida horizontalmente, Δx, e do tempo gasto, Δt?
> 5. Qual é a equação que descreve o movimento vertical, em termos da distância de queda vertical, Δy, da aceleração vertical, a_g e do tempo gasto, Δt?

Algumas Questões Para Você Tentar

Muitas outras coisas se poderão fazer com este aparelho. As questões apresentadas a seguir sugerem algumas delas.

Que acha que aconteceria se repetisse a experiência substituindo a esfera de aço por um berlinde de vidro com as mesmas dimensões?

Que sucederia se repetisse a experiência deixando cair a esfera de um outro ponto de partida na rampa?

Que acha que aconteceria ao usar uma esfera maior, ou menor, deixada cair sempre do mesmo ponto da rampa?

Desenhe a trajectória resultante ao usar uma rampa que lance a esfera com um certo ângulo com a horizontal. Em que se assemelha esta curva à da primeira trajectória obtida?

EXPERIÊNCIA 1-11 PREVISÃO DAS TRAJECTÓRIAS

É possivel prever o ponto de aterragem de uma esfera lançada horizontalmente do cimo de uma mesa a uma velocidade qualquer. Conhecendo a velocidade, v, da esfera ao deixar a mesa, a altura da mesa ao chão e a_g, poder-se-á usar a equação do movimento dos projécteis para prever o ponto do chão em que cairá a esfera.

Conhece-se uma equação para o movimento horizontal:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t$$

e uma equação para a queda livre a partir do repouso:

$$\Delta y = \tfrac{1}{2} a_g (\Delta t)^2$$

A dificuldade reside na medição do intervalo de tempo. Mas, quanto à *forma* da trajectória, tudo o que é realmente necessário saber é a relação entre Δy e Δx. Uma vez que estas duas equações são ainda válidas quando um objecto se move horizontalmente, caindo ao mesmo tempo, como se viu na experiência anterior, podemos combiná-las de modo a relacionar Δy e Δx, sem que apareça Δt. A equação para o movimento horizontal pode ser escrita na forma:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

o que, substituindo na equação para a queda livre, conduz a:

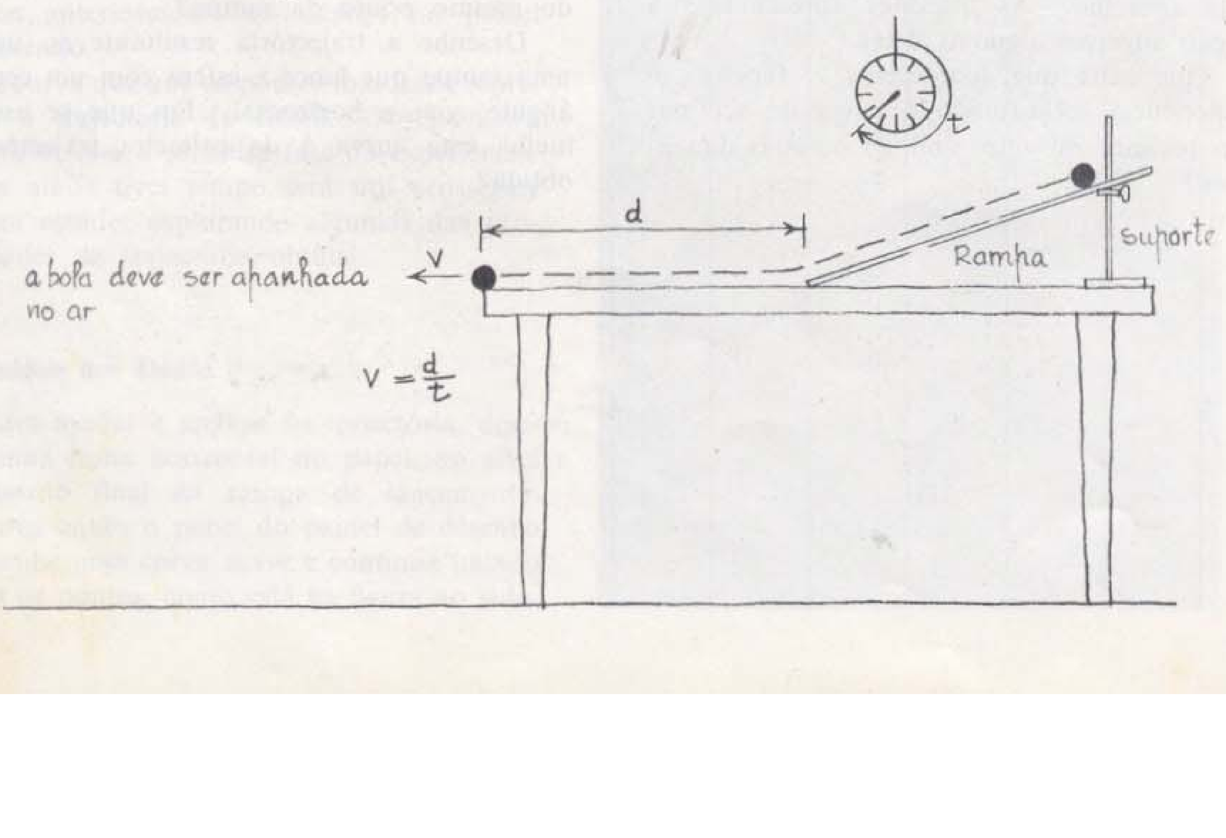
$$\Delta y = \tfrac{1}{2} a_g \frac{(\Delta x)^2}{v^2}$$

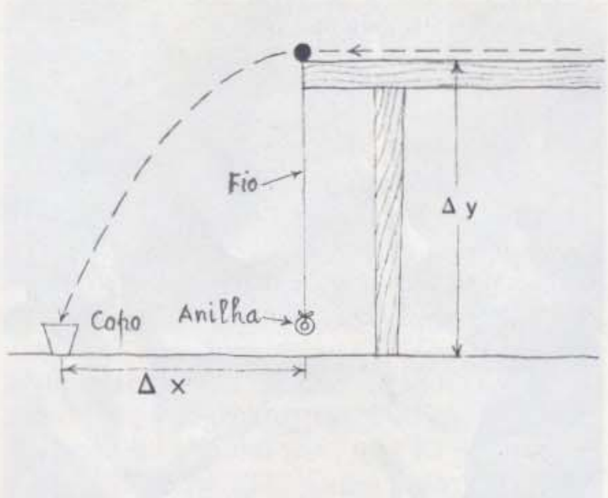
Portanto, a equação assim obtida deverá descrever como varia Δy em função de Δx, isto é, deverá dar-nos a forma da trajectória. Se pretendermos saber a que distância da berma da mesa aterrará a bola (Δx), poderemos calculá-la a partir da altura da mesa (Δy), de a_g e da velocidade, v, da bola ao deixar a mesa.

A Realização da Experiência

Determine v medindo com um cronómetro o tempo t que a esfera leva a percorrer a distância d ao longo da mesa. (Veja a figura 1). Apanhe sempre a esfera antes de ela cair no chão. Repita a medição várias vezes deixando cair a esfera sempre a partir do mesmo ponto da rampa; tome o valor médio de v.

Meça Δy e use a equação antes deduzida para calcular Δx. Coloque um alvo, um copo de papel por exemplo, no ponto previsto para a aterragem, como se mostra na figura 2. Até que ponto confia na sua previsão? Uma vez que ela se baseia em *medidas*, é de esperar uma certa incerteza. Desenhe uma área em torno do alvo escolhido, para indicar a sua incerteza.

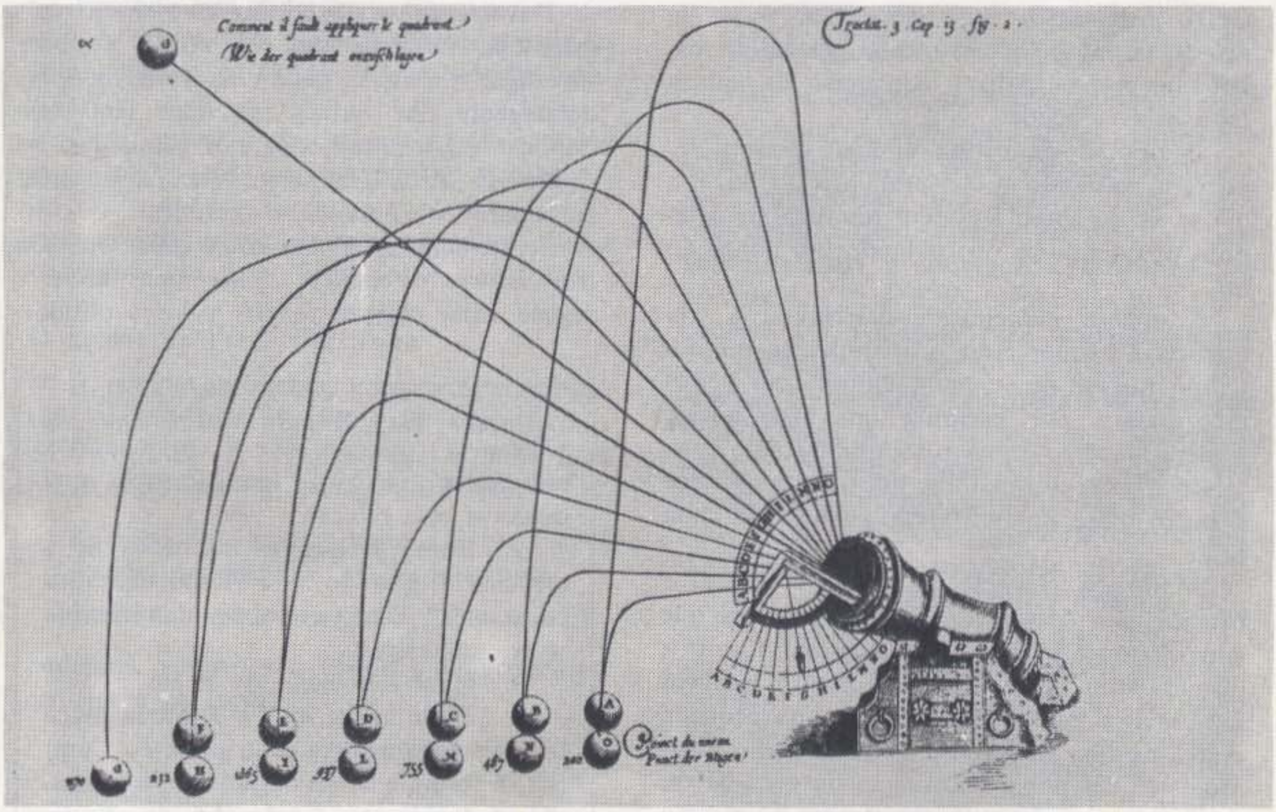




Solte novamente a esfera. Desta vez deixe-a rolar sobre a mesa e voar até cair — esperemos! — no alvo colocado no chão, como se mostra na figura.

Se a esfera cair realmente dentro da zona de valores de x previamente estimada, a experiência terá confirmado a hipótese básica do cálculo que efectuou, de que os movimentos horizontal e vertical não são afectados um pelo outro.

1. Como poderia determinar o alcance de uma esfera lançada horizontalmente com uma fisga?
2. Suponha que é capaz de atirar uma bola de ténis a 40 metros de distância, à superfície da Terra. Qual a distância a que poderia atirar a mesma bola à superfície da Lua, sabendo que a aceleração da gravidade desta é de um sexto da existente à superfície da Terra?
3. As hipóteses feitas na consideração das equações $\Delta x = v\Delta t$ e $\Delta y = \frac{1}{2}a_g(\Delta t)^2$ serão válidas para uma bola de pingue-pongue? Se o tampo da mesa estivesse a 1 000 metros de altura do chão poderia ainda usar estas equações? Porquê ou porque não?



A trajectória de uma bala de canhão, de acordo com um desenho de Ufano (1621). O desenho mostra que uma mesma distância horizontal pode ser alcançada por meio de dois ângulos de tiro diferentes. Este facto já tinha sido experimentalmente constatado pelos artilheiros. Quais os ângulos que permitem atingir a distância máxima? O que é que está errado nas curvas desenhadas por Ufano para as trajectórias?

EXPERIÊNCIA 1-12 A FORÇA CENTRÍPETA

São as mesmas leis de movimento que descrevem o movimento de um satélite terrestre e o de um peso preso na ponta de um cordel e feito girar por sobre a cabeça. Ambos os corpos são acelerados em direcção ao centro das respectivas órbitas, devido à acção de uma força não contrabalançada.

Na experiência seguinte descobrirá por si próprio como depende esta força centrípeta da massa do satélite e da sua velocidade e distância ao centro da trajectória.

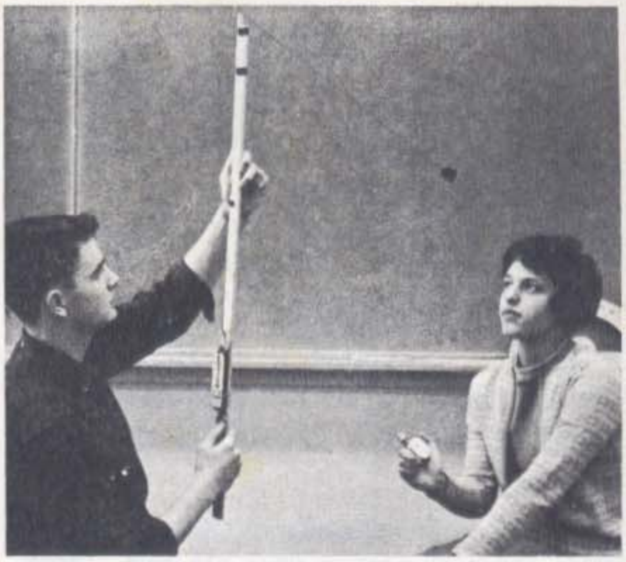
Como Funciona o Aparelho

O "satélite" a usar será constituído por um ou mais bujões de borracha. Ao segurar o aparelho com ambas as mãos, fazendo girar o bujão por sobre a cabeça, poder-se-á medir a força centrípeta actuante com um dinamómetro instalado na base do varão. A escala do dinamómetro deverá estar graduada em newtons, ou permitir a conversão da leitura para estas unidades.

O raio R da órbita circular poderá ser alterado variando o comprimento do fio, e a massa m do satélite poderá também ser alterada prendendo-se vários bujões na ponta do fio.

A melhor maneira de determinar a frequência f é fazer girar o aparelho ao mesmo tempo que se ouve um qualquer som periódico, como por exemplo um metrónomo. Poderá manter-se uma rotação constante ajustando o girar do aparelho até que se veja que o bujão passa por um mesmo ponto em cada tique.

Mantenha o varão na posição vertical e procure não deixar rodar o seu topo, já que isso alteraria o raio da trajectória. Como a distensão da mola do dinamómetro também faz variar o raio, é útil colocar uma pequena marca no fio. Poder-se-á então mover o dinamómetro um pouco para cima ou para baixo, de modo a manter a marca sempre no mesmo sítio.



A Realização da Experiência

O objectivo da experiência é o de determinar como varia a força F lida no dinamómetro com m, com f e com R.

Dever-se-á variar *apenas uma* destas três grandezas de cada vez, de modo a poder investigar o efeito de cada uma delas, independentemente das outras. O mais fácil será duplicar ou triplicar m, f e R (ou reduzi-las a metade ou a um terço, etc., se se tiver começado com grandezas grandes).

Serão suficientes, em cada caso, dois ou três valores diferentes. Faça uma tabela e registe nela, claramente, os valores obtidos.

1. Como é que as variações de m afectam F, quando R e f são mantidas constantes? Escreva uma fórmula que descreva essa relação.
2. Como é que as variações de f afectam F, quando m e R são mantidas constantes? Escreva também uma fórmula para esta relação.
3. Qual é o efeito de R em F?
4. Junte agora m, f e R numa única fórmula para a força centrípeta, F. Compare a fórmula assim obtida com a expressão deduzida na secção 4.6 do *Texto*. Que conclui?

EXPERIÊNCIA 1-13 A FORÇA CENTRÍPETA NO PRATO DE UM GIRA-DISCOS

É possível que já tenha andado numa Plataforma Rotativa de um parque de diversões. As pessoas sentam-se num ponto qualquer de uma grande plataforma plana, de madeira polida, com uns dez metros de diâmetro. A plataforma começa a rodar, cada vez mais depressa, até que todos (excepto a pessoa que estiver sentado no seu centro) tenham sido atirados para fora dela. Os primeiros a ser "despejados" são os que se tiverem sentado na borda da plataforma. Por que é que as pessoas são atiradas para fora da plataforma?

Infelizmente não existirá uma Plataforma Rotativa na sua sala de aulas, mas em compensação será possível usar um disco de material plástico assente num gira-discos. O objectivo da experiência será prever o raio máximo a que pode ser colocado um objecto sobre a plataforma rotativa assim construída sem que ele seja atirado para fora dela.

Fazendo esta experiência em várias condições diferentes será possível ver por si próprio como actuam as forças num movimento circular.

Certifique-se, antes de começar, de que está a par das noções apresentadas na Secção 4.6 do *Texto*, onde se aprendeu que a força centrípeta necessária para manter um corpo numa trajectória circular é dada por $F = mv^2/R$.

O Estudo da Força Centrípeta

É mais conveniente, para estas experiências, escrever a fórmula $F = mv^2/R$ em termos da frequência f. Isto porque é mais fácil medir f do que v. Atendendo a que:

$$v = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{numa revolução}} \times \frac{\text{número de revoluções}}{\text{por segundo}}$$
$$= 2\pi R f$$

podemos reescrever a fórmula da aceleração centrípeta na forma:

$$F = \frac{m \times (2\pi R f)^2}{R}$$
$$= \frac{4\pi^2 m R^2 f^2}{R}$$
$$= 4\pi^2 m R f^2$$

Todas as grandezas intervenientes nesta equação podem ser medidas experimentalmente.

O Atrito num Disco em Rotação

Para os objectos colocados sobre um disco em rotação, a força centrípeta manifesta-se através do atrito. Num disco perfeitamente liso, sem atrito, não poderia existir força centrípeta. Como se pode ver pela expressão deduzida atrás, a aceleração centrípeta é proporcional a R e a f^2. Uma vez que a frequência f é a mesma para qualquer objecto em movimento sobre o prato de um gira-discos, a aceleração centrípeta é directamente proporcional a R, ou seja, à distância ao centro. Portanto, quanto mais longe estiver um objecto do centro do prato do gira-discos, maior será a força centrípeta necessária para o conservar numa trajectória circular.

Poder-se-á medir a força máxima, $F_{máx}$, que o atrito pode exercer no objecto e a massa do objecto, e depois calcular a distância máxima ao centro, $R_{máx}$, a que se poderá colocar o objecto sem que este seja lançado para fora do prato. Resolvendo a equação da força centrípeta em relação a R, vem:

$$R_{máx} = \frac{F_{máx}}{4\pi^2 m f^2}$$

Use um dinamómetro para medir a força necessária para fazer com que um objecto (de massa m entre 0,2 e 1,0 kg) comece a deslizar sobre o disco parado. Esta será, afinal, uma medida da força de atrito máxima que o disco pode exercer no objecto.

Faça depois uma marca a giz sobre o disco e meça o tempo necessário para que ela perfaça um certo número de rotações (ou conte o número de rotações efectuadas em, por exemplo, 100 segundos) e calcule a frequência em revoluções por segundo (rev/s). Claro que em vez de medir a frequência do disco poderá aceitar o valor marcado (em rotações por minuto, r. p. m.) no próprio aparelho.

Faça as suas previsões para $R_{\text{máx}}$ para as frequências de 33 rpm, 45 rpm e 78 rpm.

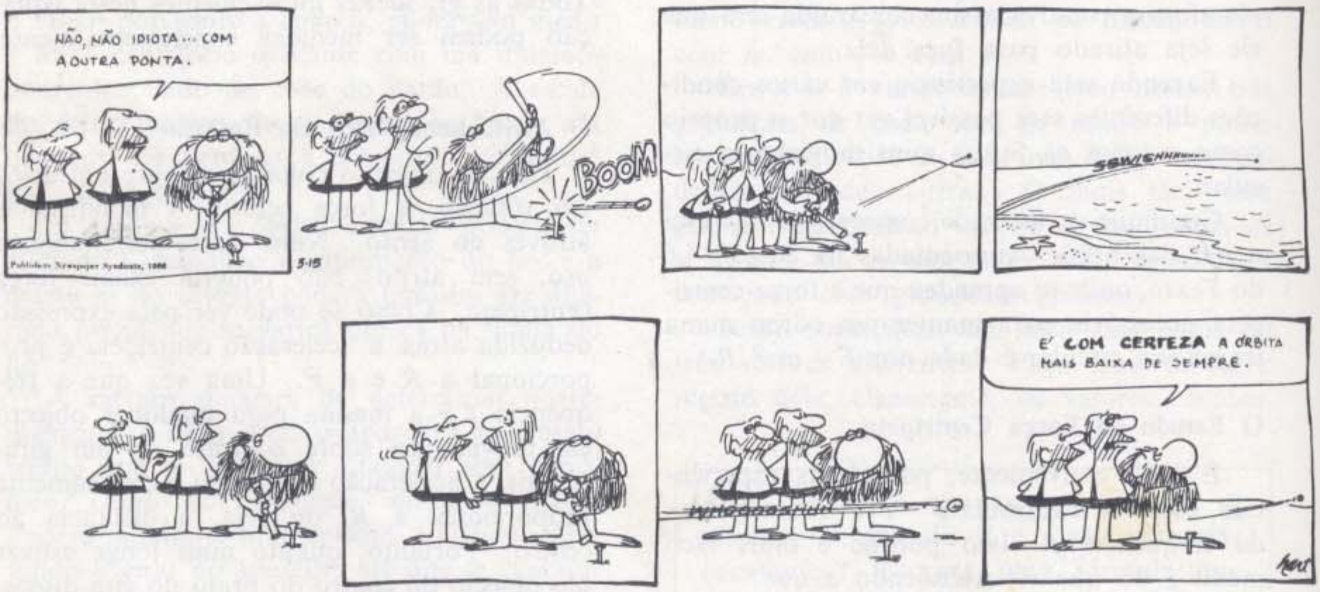
Verifique se foram correctas!

1. Qual é a diferença percentual entre os valores previsto e experimental para cada uma das frequências do disco? O acordo é razoável?

2. Qual o efeito que resultaria para $R_{\text{máx}}$ se se diminuísse a massa do objecto? Cuidado! A diminuição da massa também afecta $F_{\text{máx}}$. Verifique a sua resposta fazendo uma nova experiência.

3. Qual é o valor mais pequeno do raio segundo o qual pode fazer virar um automóvel que se desloque a 100 quilómetros por hora se a força de atrito entre a estrada e os pneus for de um terço do peso do automóvel? (Lembre-se de que o peso é igual a $a_g \cdot m$).

B.C.



ACTIVIDADES

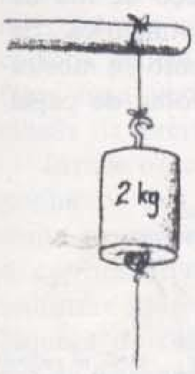
UMA PILHA DE DAMAS

Empilhe várias peças de um jogo de damas. Coloque outra peça na mesa, à frente da pilha, e atire-a com os dedos (como se estivesse a jogar ao berlinde) de encontro à base da pilha. Será capaz de explicar o que se passa, à luz da primeira lei de Newton?

UMA TAÇA E UM MARTELO

Coloque uma taça de vidro meia cheia de água no topo de uma pilha de 3 blocos de madeira. Três pancadas secas (QUATRO NÃO!) com um martelo e eis que a taça repousa tranquilamente sobre a mesa.

PUXÕES E SACÕES



Pendure um peso (um bloco de madeira, por exemplo) por um fio tão frágil que mal seja capaz de o suportar; suspenda da sua face inferior um outro fio idêntico. Um puxão suave e constante no fio inferior faz com que se parta o fio *acima* do peso. Um sacão brusco faz partir o fio *abaixo* do peso. Porquê?

EXPERIMENTANDO A SEGUNDA LEI DE NEWTON

Uma maneira de se compenetrar da segunda lei de Newton consiste, na verdade, em puxar um objecto com uma força constante. Carregue um carrinho com uma massa de vários quilogramas. Ligue uma extremidade de uma fita comprida de borracha ao carro e, puxando pela outra extremidade, faça-o mover-se com uma velocidade tal que a fita de borracha conserve um comprimento constante — digamos 70 cm. Será fácil manter este comprimento constante segurando uma fita métrica sobre a fita de borracha, com a marca dos 0 cm na sua mão, por exemplo.

Notará facilmente a aceleração. Varie a massa instalada no carrinho e o número de fitas de borracha (montadas em paralelo) para estudar a relação entre F, m e a.

CONSTRUA UM ACELERÓMETRO

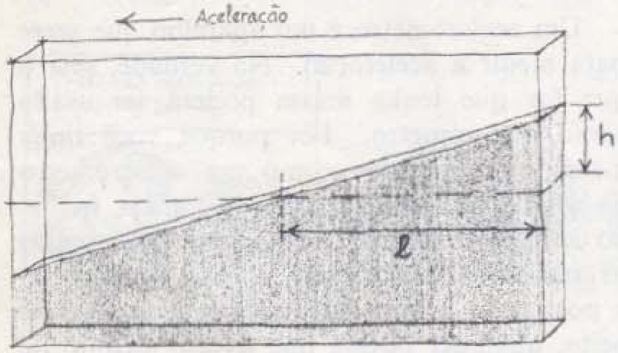
Um acelerómetro é um aparelho que serve para medir a aceleração. Na verdade, seja o que for que tenha massa poderá ser usado como acelerómetro. Foi porque você tinha massa que procedeu como um acelerómetro da última vez que foi puxado para a frente, no assento do automóvel, ao serem actuados os travões. Conhecendo as leis de Newton e possuindo informação suficiente a seu respeito, qualquer pessoa que tivesse medido de quanto você se inclinou para a frente e quão tensos estavam os seus músculos poderia ter uma ideia bastante aproximada da amplitude e da direcção da aceleração que você sofreu. Mas com certeza que seria complicado.

Descrevem-se aqui quatro acelerómetros muito simples. Com uma certa prática poderá ser capaz de neles ler directamente as acelerações, sem necessidade de quaisquer cálculos complicados.

By permission of John Hart and Field Enterprises, Inc.

A. O acelerómetro de superfície de líquido

Este aparelho consiste simplesmente num recipiente paralelepipédico, oco, de plástico transparente, parcialmente cheio de um líquido colorido. Quando o aparelho não está submetido a qualquer aceleração, a superfície do líquido permanece horizontal, como se mostra pela linha a traço interrompido na figura. Mas ao ser acelerado para a esquerda (como se mostra) com uma aceleração uniforme a, a superfície inclina-se, com o nível do líquido atingindo uma altura h acima da sua posição normal de um dos lados do acelerómetro e baixando igual quantidade do outro lado. Quanto maior for a aceleração, mais inclinada ficará a superfície do líquido. Isto significa que a inclinação da superfície é, afinal, uma medida da amplitude da aceleração a.



O comprimento do acelerómetro é de $2l$, como se mostra na figura. Por isso, a inclinação da superfície poderá ser calculada por:

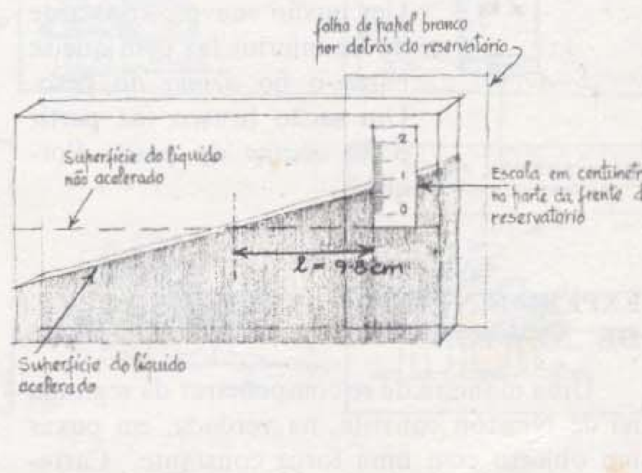
$$\text{inclinação} = \frac{\text{distância vertical}}{\text{distância horizontal}} = \frac{2h}{2l} = \frac{h}{l}$$

A teoria fornece uma relação muito simples entre esta inclinação e a aceleração a:

$$\text{inclinação} = \frac{h}{l} = \frac{a}{a_g}$$

Note bem o que é que esta equação significa. O que ela diz é que, se o instrumento tiver uma aceleração, na direcção indicada, exactamente igual a a_g (ou seja, o que habitualmente se designa por uma "aceleração de um *G*"), sendo a_g a aceleração da gravidade, então a inclinação da superfície será exactamente igual a l; isto é, $h = l$ e a superfície fará um ângulo de 45° com a sua direcção normal, horizontal. Se a aceleração for de $\frac{1}{2}a_g$, a inclinação será de $\frac{1}{2}$; isto é, $h = \frac{1}{2}l$. Da mesma maneira, se $h = \frac{1}{4}l$, então $a = \frac{1}{4}a_g$, e assim por diante, para qualquer aceleração que se pretenda medir.

Para medir h, cole um pedaço de fita de papel, com uma graduação centimétrica, na face frontal do acelerómetro, como se mostra na figura. Cole também uma folha de papel



By permission of John Hart and Field Enterprises, Inc.

branco na face traseira do instrumento, para facilitar a leitura do nível do líquido. Resolvendo a equação indicada acima em relação a a, obtém-se:

$$a = a_g \cdot \frac{h}{l}$$

Uma vez que a_g é muito aproximadamente igual a 9,8 m/s², à superfície da Terra, se se colar a escala centimétrica a 9,8 cm de distância do centro da superfície do líquido, um centímetro na escala será equivalente a uma aceleração de um m/s².

Calibração do acelerómetro

Não há necessidade de se acreditar cegamente na teoria apresentada atrás. É possível proceder-se a uma verificação. Será que o acelerómetro mede realmente as acelerações, directamente em m/s²? Os métodos estroboscópicos podem fornecer uma possibilidade de fazer uma verificação independente da veracidade da previsão.

Instale o acelerómetro num carrinho e disponha os fios, as roldanas e as massas tal como na experiência 1-8, de modo a deslocar o carrinho num movimento com aceleração uniforme sobre o tampo de uma mesa. Não se esqueça de colocar um bloco de madeira no fim da trajectória que o carrinho irá percorrer, para o parar. Assegure-se de que o acelerómetro está firmemente preso, para que não seja projectado para fora do carrinho quando este parar bruscamente. Procure utilizar toda a extensão da mesa, pelo que deverá usar um fio bem comprido.

Pendure diversos pesos no fio, de modo a imprimir ao carrinho uma vasta gama de acelerações. Use um estroboscópio para registar cada um dos movimentos. Para medir as acelerações, a partir dos registos assim obtidos, represente graficamente t^2 em função de d, tal como fez na experiência 1-5. (Que relação descobriu Galileu entre d/t^2 e a aceleração?) Ou, se preferir, use o método de análise apresentado na experiência 1-8.

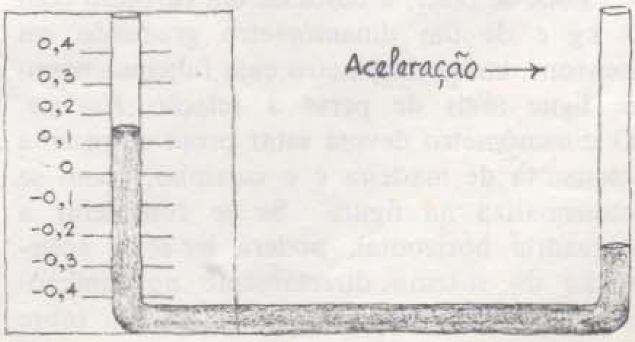
Compare as medidas estroboscópicas com as leituras que tenha efectuado no acelerómetro, durante cada um dos movimentos. Torna-se necessário certa habilidade para se conseguir ler o acelerómetro com precisão, particularmente no fim de um troço percorrido com uma aceleração elevada. Um processo expedito será o de colocar vários alunos ao longo da mesa, que façam leituras do instrumento quando o carrinho lhes passar pela frente; use a média dos vários valores assim obtidos. Se estiver a usar um estroboscópio de xénon será possível, naturalmente, efectuar as leituras directamente na fotografia; este será, provavelmente, o método mais preciso.

Represente graficamente as leituras obtidas no acelerómetro em função das acelerações medidas estroboscopicamente. Um gráfico como este é denominado "curva de calibração". Se os dois métodos estiverem em acordo perfeito, o gráfico será o de uma linha recta passando pela origem e inclinada a 45° em relação a qualquer dos eixos. Se acontecer que o gráfico obtido tenha outra forma qualquer, poder-se-á usá-lo para converter as "leituras no acelerómetro" em "acelerações" — se estiver disposto a admitir que as medidas estroboscópicas são mais precisas do que o acelerómetro. (Que fazer, se não estiver disposto a tal?)

B. **Acelerómetro de automóvel — I**

Com um acelerómetro de superfície de líquido montado segundo a longitudinal de um automóvel poder-se-á medir a amplitude da aceleração ao longo da sua trajectória. Descreve-se aqui uma modificação do acelerómetro de superfície de líquido que poderá construir facilmente sozinho. Dobre um pequeno tubo de vidro (com cerca de 30 cm de comprimento) de modo a dar-lhe a forma de um U, como se mostra na figura.

A calibração tornar-se-á muito simples se se fizer com que a parte horizontal — o troço

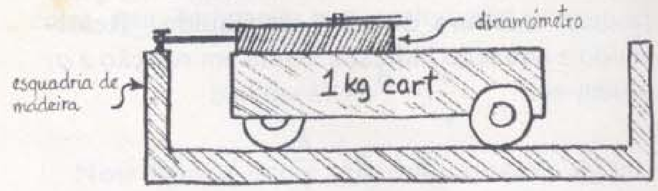


mais longo — do tubo tenha exactamente 10 cm de comprimento; nestas condições, cada 5 mm do braço vertical corresponderão a uma aceleração de $\frac{1}{10}\,g = 1\ \text{m/s}^2$ (aproximadamente), o que se pode verificar por um raciocínio semelhante ao que foi descrito atrás. Os dois braços verticais deverão ter pelo menos três quartos do comprimento do braço horizontal (para evitar que a água saia no caso de se fazer uma travagem brusca). Fixe uma escala a um dos braços verticais, como se mostra. Segurando-se o aparelho de modo a manter o braço mais longo numa posição horizontal, deite-se água colorida no tubo, até que o seu nível no braço graduado chegue à marca de zero. Como poderá ter a certeza de que o braço mais longo está realmente horizontal?

Para montar o seu acelerómetro num automóvel, fixe (com cuidado) o tubo numa placa de contraplacado ou de cartão grosso, com a ajuda de algumas braçadeiras; a placa que serve de base deverá ser um pouco maior do que o tubo em U. Para reduzir os riscos de ferimentos, no caso de o tubo se partir, cubra todo o aparelho excepto a escala (e o braço em que estiver montada)) com um pano, mas deixe livres ambas as extremidades. Para que as suas leituras sejam precisas é indispensável que o acelerómetro esteja horizontal. Ao medir a aceleração de um veículo, assegure-se de que a estrada é plana. De contrário estará a medir não só a aceleração do automóvel, mas também a inclinação da estrada. Quando um veículo acelera — em qualquer direcção — a sua suspensão age de maneira a incliná-lo, o que introduz erros nas leituras do acelerómetro. É capaz de imaginar um processo de evitar este tipo de erro?

C. Acelerómetro de automóvel — II

Pode-se fazer, à custa de um carrinho com 1 kg e de um dinamómetro graduado em newtons, um acelerómetro cujo funcionamento se ligue mais de perto à relação $F = ma$. O dinamómetro deverá estar preso entre uma esquadria de madeira e o carrinho, como se esquematiza na figura. Se se considerar a esquadria horizontal, poderá ler-se a aceleração do sistema directamente no dinamómetro, já que uma força de 1 newton sobre



uma massa de 1 kg lhe imprime uma aceleração de 1 m/s^2. (Em vez do carrinho poderá usar-se um objecto qualquer de 1 kg de massa, assente sobre uma camada de esferas plásticas de baixo atrito).

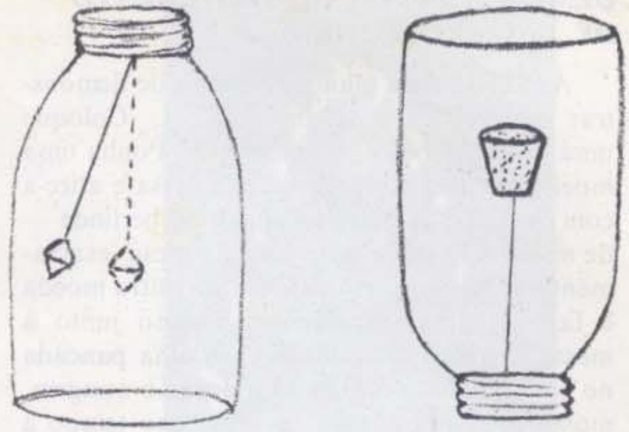
D. Acelerómetro de pêndulo amortecido

Uma das vantagens do acelerómetro de superfície de líquido é a facilidade de instalação de uma escala para leitura e a possibilidade de efectuar directamente as leituras de acelerações. Tais acelerómetros têm, em contrapartida, um inconveniente; fornecem unicamente a componente da aceleração que é paralela à sua face horizontal. Acelerando-se um aparelho destes perpendicularmente ao seu eixo, ele não registará qualquer aceleração. E se não se conhecer previamente a direcção da aceleração ter-se-á que proceder por tentativas para a determinar.

Um acelerómetro de pêndulo amortecido, pelo contrário, indica a direcção de qualquer aceleração horizontal; dá também a sua amplitude, embora de uma maneira menos directa que nos instrumentos anteriormente descritos. Pendure um pequeno pêndulo de metal de um fio curto, seguro ao meio da tampa de um frasco de boca larga com uma capacidade de um quarto de litro, como se mostra no esquema da esquerda da página seguinte. Encha o frasco com água e enrosque firmemente a tampa. Para uma posição qualquer do pêndulo, o ângulo que ele faz com a vertical dependerá da posição do observador. Que vê, por exemplo, se o frasco for acelerado directamente na sua direcção? E se ele se estiver a afastar? E se ele estiver a ser acelerado sobre uma mesa, estando a ser observado de lado? (Cuidado: esta última questão pode ser enganadora)

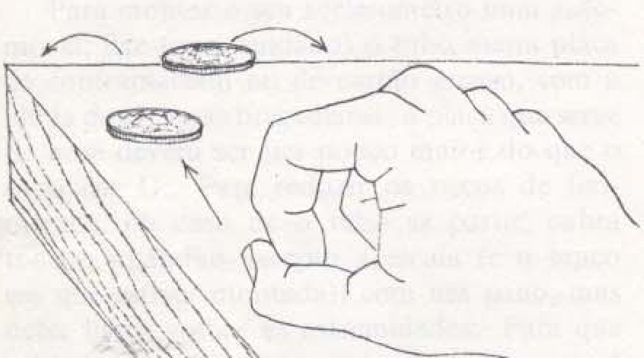
É fácil construir uma variante mais espectacular do acelerómetro de pêndulo amortecido. Basta substituir o peso do pêndulo por uma rolha e virar o frasco ao contrário, como se mostra no esboço da direita, ao lado. Se tiver havido necessidade de furar a tampa do frasco, para fixar o fio, poder-se-á evitar que a água caia com um pouco de cera, de parafina, ou de fita adesiva.

Um acelerómetro como este actuará exactamente ao contrário do que se possa esperar. A explicação do seu comportamento singular ultrapassa o âmbito deste curso; está, no entanto, largamente explicado na revista *The Physics Teacher*, vol. 2, n.° 4 (Abril 1964), página 176.



DEMONSTRAÇÃO DO MOVIMENTO DE UM PROJÉCTIL

Aqui está uma maneira simples de demonstrar o movimento de um projéctil. Coloque uma moeda à beira de uma mesa. Ponha uma moeda idêntica também sobre a mesa e atire-a com os dedos — como se jogasse ao berlinde — de modo a lançá-la para fora da mesa, exactamente de modo a apenas tocar na outra moeda e fazê-la cair verticalmente, mesmo junto à mesa. O facto de ouvir apenas uma pancada no chão, quando ambas as moedas o atingem, mostra que ambas levaram o mesmo tempo a cair da mesa ao chão. A propósito, será *preciso* que as moedas sejam idênticas? Experimente com duas moedas diferentes.



A VELOCIDADE DE UM JACTO DE ÁGUA

Podem-se usar os princípios do movimento de um projéctil para calcular a velocidade de um jacto de água lançado de uma mangueira horizontal. Meça a distância vertical Δy da boca da mangueira até ao chão e a distância horizontal Δx da boca da mangueira até ao ponto em que o jacto atinge o chão.

Use a equação que relaciona Δx e Δy e que foi deduzida na experiência 1-11, resolvendo-a em ordem a v:

$$\Delta y = \tfrac{1}{2} a_g \frac{(\Delta x)^2}{v^2}$$

ou seja:

$$v^2 = \tfrac{1}{2} a_g \frac{(\Delta x)^2}{\Delta y}$$

e:

$$v = \Delta x \sqrt{\frac{a_g}{2\Delta y}}$$

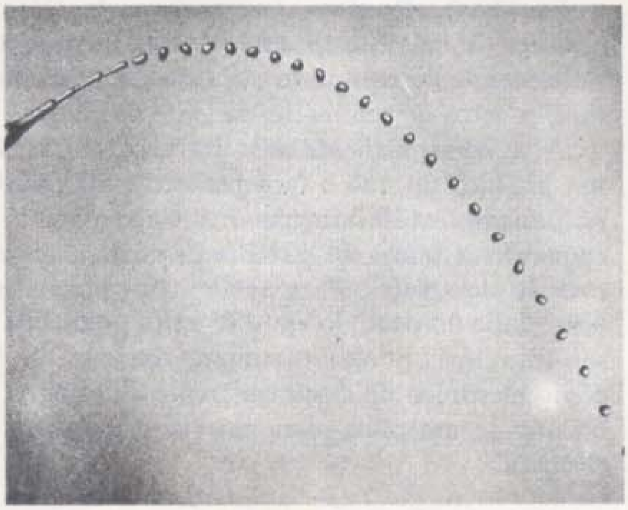
Todas as grandezas à direita do sinal de igual podem ser medidas experimentalmente, calculando-se depois v.

A FOTOGRAFIA DA PARÁBOLA DESCRITA POR UMA GOTA DE ÁGUA

Poderá fotografar a parábola descrita na queda de uma gota de água usando uma lâmpada estroboscópica electrónica, um dispositivo igual aos que actuam as campainhas de porta para marcar os intervalos de tempo e água de uma torneira. A fotografia mostrará claramente o princípio da independência dos movimentos horizontal e vertical.

Retire a tampa da campainha. Ajuste uma ponta de borracha estreita numa das extremidades de uma mangueira e fixe a outra ponta a uma torneira. Faça com que a mangueira passe por baixo da palheta vibradora da campainha de modo que, quando esta esteja a funcionar, dê uma série de pancadas secas na mangueira. O efeito será o de partir o fio de água em gotas separadas e igualmente espaçadas (veja a fotografia da página seguinte).

Para conseguir pancadas mais vigorosas, alimente o vibrador com um transformador regulável (Variac), ligado aos 220 V da rede, aumentando gradualmente a tensão aplicada pelo Variac, desde o zero até ao valor em que a palheta bata na mangueira. Ajuste o caudal de água. Observando as gotas iluminadas pelo estroboscópio, actuado com a mesma frequência que o vibrador, pode ver-se uma parábola de gotas aparentemente imóveis. Poderá usar-se uma fonte de luz constante e um estroboscópio de disco mecânico, mas será



mais difícil ajustar as frequências do vibrador e do estroboscópio. As melhores fotografias serão obtidas iluminando a parábola de lado (isto é, colocando a fonte de luz no plano da parábola). A primeira fotografia foi obtida desta maneira. Com uma iluminação frontal será possível projectar a sombra da parábola sobre papel milimétrico, de modo a permitir medidas mais precisas.

A experiência não deverá ser muito longa, porque poderá provocar um sobreaquecimento na bobina de campainha utilizada como vibrador.

PROJÉCTEIS DE CARRINHOS BALÍSTICOS

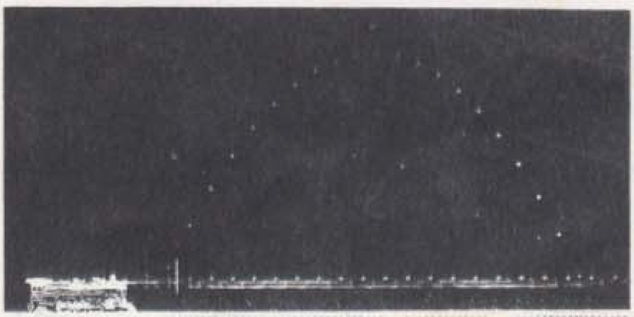
Dispare um projéctil, verticalmente para cima, de um carrinho ou de uma locomotiva de brinquedo que esteja a deslocar-se sensivelmente com velocidade constante, como se mostra na fotografia. Poder-se-á utilizar um aparelho comercial, intitulado carrinho balístico, ou construí-lo. Um pistão actuado por uma mola, por exemplo, pode disparar uma pequena esfera de aço ao puxar-se um fio ligado a um gatilho. Use o estroboscópio electrónico para fotografar a trajectória da esfera.

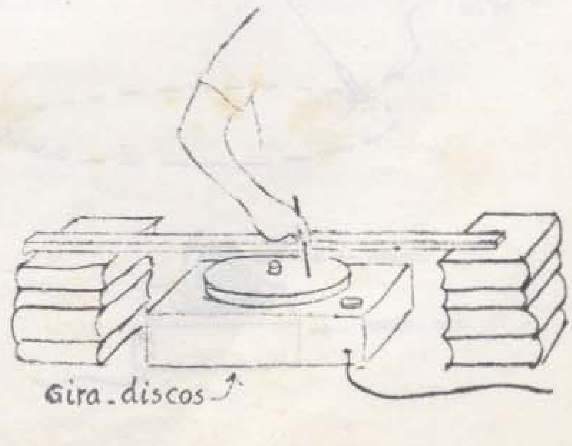
É claro que poderá fotografar-se a trajectória de qualquer objecto lançado ao ar, usando o estroboscópio electrónico e uma câmara polaróide. Poder-se-á mesmo fotografar o acontecimento de um referencial em movimento, fixando a câmara (com firmeza!) a um par de carrinhos.

MOVIMENTO NUM SISTEMA DE REFERÊNCIA EM ROTAÇÃO

Descrevem-se aqui três maneiras de evidenciar como é que um objecto em movimento aparece aos olhos de um observador colocado num sistema de referência em rotação.

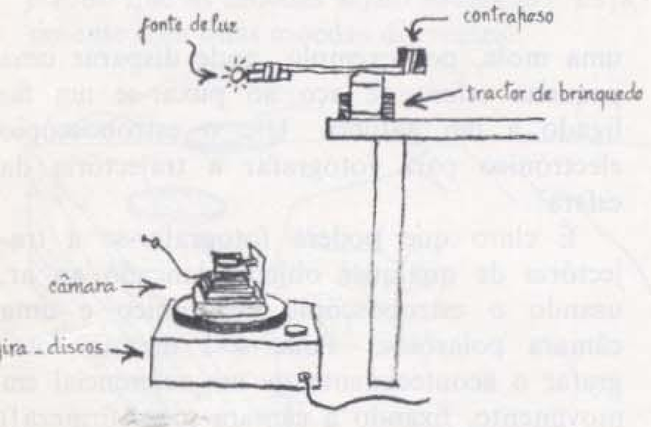
Método I Instale uma folha de papel num gira-discos. Desenhe uma linha recta no papel,



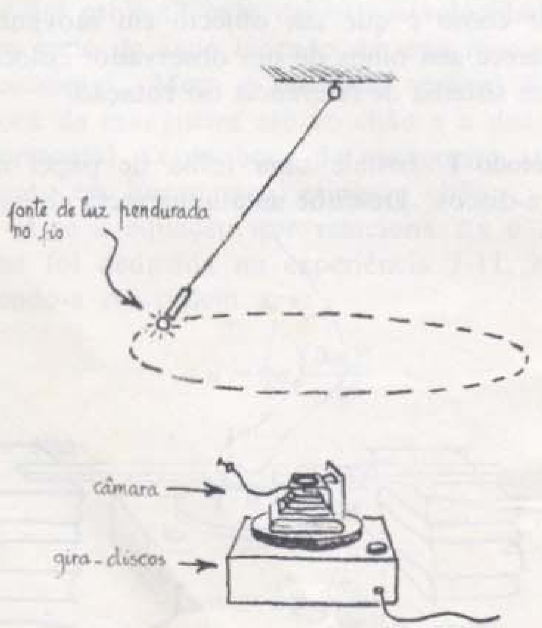


com o gira-discos em movimento (veja o diagrama), servindo-se de uma régua assente em duas pilhas de livros, uma de cada lado do gira-discos. A recta deverá ser traçada a velocidade constante.

Método II Coloque uma câmara polaróide sobre o gira-discos, no chão, e ponha um carrinho em movimento ao longo da beira de uma mesa, ao qual esteja fixo um lápis com uma pequena lâmpada presa na ponta, de modo a ficar do lado de fora da mesa (veja o diagrama apresentado).



Método III Qual será o aspecto de uma trajectória elíptica, observada de um sistema de referência em rotação? Poderá ver-se isto colocando uma câmara polaróide sobre um gira-discos, no chão, apontada para cima. (Veja

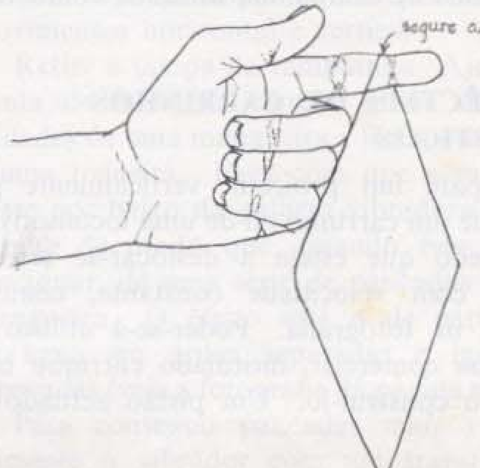


o diagrama). Pendure uma pequena lanterna eléctrica à laia de pêndulo. Use num fio suficientemente comprido para que a lâmpada fique a cerca de um metro da lente da câmara.

Apague as luzes da sala e dê ao pêndulo um impulso tal que o faça percorrer uma trajectória elíptica. Mantenha o diafragma aberto enquanto o prato do gira-discos efectua uma rotação completa. Para se ter uma ideia da velocidade do pêndulo em diferentes pontos da sua trajectória poderá montar-se um estroboscópio mecânico de disco em frente da câmara, ou usar-se um pisca-pisca em vez da lanterna eléctrica.

UMA MOEDA E UM CABIDE

Dobre um cabide na forma que se mostra na figura seguinte. Dobre ligeiramente a ponta do gancho com um alicate, de modo que ele passe a apontar para o sítio em que o dedo irá segurar o cabide. Lime a ponta do gancho até ficar plano. Equilibre nele uma moeda pequena. Mova o dedo para trás e para diante,



de modo que o cabide (e a moeda nele equilibrada) comece a oscilar como um pêndulo. Com uma certa prática conseguirá fazer girar o cabide num círculo vertical, ou mesmo à volta da cabeça, sem deixar cair a moeda. Esta é mantida segura no cabide pela acção da força centrípeta. Algumas pessoas conseguiram efectuar esta demonstração, com sucesso, com uma pilha de cinco moedas.

A MEDIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DESCONHECIDAS

Use um estroboscópio electrónico calibrado ou um estroboscópio manual e um cronómetro para medir as frequências de vários movimentos. Procure exemplos variados, como a lâmpada indicadora de um aquecedor eléctrico, o vibrador de uma campainha e uma corda de viola.

Encontrará tabelas de frequências de objectos em rotação na página 112 do *Texto*. Repare na enorme gama de frequências apresentada, desde a do electrão no átomo de hidrogénio à da rotação da Via Láctea.

NOTAS SOBRE OS FILMES SEM-FIM

FILME SEM-FIM L1 A ACELERAÇÃO DEVIDA À GRAVIDADE — I

Filmou-se uma bola de boliche em queda livre, em tempo real e da maneira apropriada para ser exibido em câmara lenta. Poder-se-á medir a aceleração da bola devida à gravidade, usando a sequência em câmara lenta. Este filme foi exposto a 3900 imagens/segundo, sendo projectado a cerca de 18 imagens/ /segundo; o factor de retardamento é portanto de 3900/18, isto é, de cerca de 217. Contudo, é possível que o projector utilizado não funcione exactamente a 18 imagens/ /segundo. Para calibrar o projector, meça o tempo necessário para projectar o filme inteiro, que contém 3331 imagens. (Use o círculo amarelo como referência para a imagem zero.)

Para determinar a aceleração do corpo em queda, usando a definição

$$\text{aceleração} = \frac{\text{variação da velocidade}}{\text{intervalo de tempo}}$$

é preciso conhecer a velocidade instantânea em dois instantes diferentes. Não é possível medir a velocidade instantânea directamente do filme, mas poder-se-á determinar a velocidade média em intervalos de tempo curtos. Suponha que a velocidade aumenta regularmente, como acontece para os corpos em queda livre. Durante a primeira metade de qualquer intervalo de tempo, a velocidade instantânea é inferior à velocidade média; durante a segunda metade a velocidade é superior ao valor médio. Portanto, no movimento uniformemente acelerado, a velocidade média $v_{\text{méd}}$ num intervalo de tempo é igual à velocidade instantânea no meio desse intervalo.

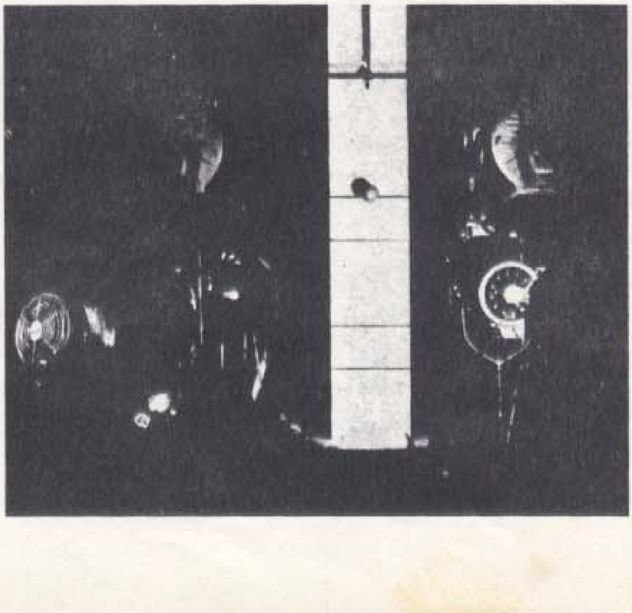
Tendo-se determinado a velocidade instantânea no meio de cada um de dois intervalos de tempo, poder-se-á calcular a aceleração a a partir de:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

em que v_1 e v_2 são as velocidades médias durante os dois intervalos de tempo e em que t_1 e t_2 são os respectivos centros.

Mostram-se no filme dois deslocamentos de 0,5 metros. A bola cai 1 metro antes de atingir o primeiro deslocamento assinalado, pelo que vem animada de uma certa velocidade inicial ao cruzar a primeira linha. Cronometre o movimento da bola, usando um relógio com ponteiro de segundos, e registe os instantes em que a bola cruza cada uma das quatro linhas. As medidas poderão ser feitas quer a partir do bordo inferior quer do bordo superior da bola. Com estes dados poderá determinar o tempo que separa (em segundos aparentes) os centros dos dois intervalos, e o tempo gasto pela bola para se deslocar ao longo de cada um dos intervalos de meio metro. Repita estas medidas pelo menos uma vez e determine os valores médios. Use o factor de retardamento que determinou antes para converter estes tempos em segundos reais; calcule a seguir os dois valores de $v_{\text{méd}}$. Calcule, finalmente, a aceleração a.

Este filme foi feito em Montreal, no Canadá, onde a aceleração da gravidade, arredondada a $\pm 1\%$, é de 9,8 m/s^2. Tente, a partir da autoconsistência dos seus dados (obtenção de resultados muito semelhantes — ou não — nas repetições das medições dos tempos) determinar qual a precisão com que deve escrever o resultado final obtido.



FILME SEM-FIM L2 A ACELERAÇÃO DEVIDA À GRAVIDADE — II

Filmou-se uma bola de boliche em queda livre, de maneira a ser exibida em câmara lenta. O filme foi exposto a 3415 imagens/ /segundo e é projectado a cerca de 18 imagens/ /segundo. Poder-se-á calibrar o projector utilizado medindo o tempo necessário para a projecção do filme inteiro, que contém 3753 imagens. (Use o círculo amarelo como referência).

Se a bola partir do repouso e adquirir, gradualmente, uma velocidade v depois de cair uma distância d, a variação na velocidade, Δv, é de $v - 0$, ou seja v, e a velocidade média é $v_{\text{méd}} = \dfrac{0+v}{2} = \tfrac{1}{2}v$. O tempo necessário para cair esta distância é dado por

$$t = \frac{d}{v_{\text{méd}}} = \frac{d}{\frac{1}{2}v} = \frac{2d}{v}$$

A aceleração a é dada por

$$a = \frac{\text{variação da velocidade}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{2d/v} = \frac{v^2}{2d}$$

Assim, conhecendo a velocidade instantânea v do corpo em queda a uma distância d abaixo do ponto de partida, poderá determinar-se a aceleração. É evidente que não se poderá medir directamente a velocidade instantânea, mas apenas a velocidade média no intervalo de tempo. Num intervalo pequeno, no entanto, poderá fazer-se a aproximação de considerar que a velocidade média é a velocidade instantânea no ponto central do intervalo. (A velocidade média é a velocidade instantânea no centro do intervalo de *tempo*, e não ao meio da *distância* percorrida; mas o erro será pequeno se se usar um intervalo suficientemente curto).

No filme mostram-se pequenos intervalos de 20 cm, centrados nas posições 1 m, 2 m, 3 m e 4 m abaixo do ponto de partida. Determine quatro velocidades médias, cronometrando o movimento da bola nos intervalos de 20 cm. Repita as medidas várias vezes e tome as médias. Converta os tempos medidos em tempos reais, usando o factor de retardamento. Calcule as velocidades, em m/s, e calcule depois o valor de $v^2/2d$ para cada valor de d.

Faça uma tabela dos valores calculados para a, por ordem crescente dos valores de d. Há alguma evidência de uma variação sistemática nos valores? Esperaria que houvesse? Complemente os resultados, determinando um valor médio para a aceleração e uma estimativa do erro possível. Esta estimativa de erro deve resultar de um juízo feito sobre a consistência dos quatro valores determinados para a aceleração.

FILME SEM-FIM L3 SOMA DE VECTORES — A VELOCIDADE DE UM BARCO

Neste filme foi fotografado um barco a motor, visto de uma ponte. O barco sobe primeiro a corrente, desce-a depois, atravessa-a perpendicularmente e, finalmente, desloca-se obliquamente em relação à corrente. O condutor do barco tentou conservar constante a potência do motor, de maneira a manter constantemente a mesma velocidade em relação à água. A tarefa que lhe é proposta é a de verificar se ele foi bem sucedido.

Esta fotografia foi tirada de uma das margens do rio. Ela mostra o barco a motor a cruzar a corrente e a câmara com que se obteve este filme fixa no corrimão da ponte.

Projecte primeiro o filme sobre papel milimétrico e marque as linhas ao longo das quais se move a imagem do barco. Meça depois as velocidades, cronometrando o movimento através de um número predeterminado de quadrados. Repita cada medida várias vezes, e use os tempos médios para calcular as velocidades. Exprima todas as velocidades nas mesmas unidades, como, por exemplo, "quadrados por segundo" (ou "quadrados por cm", em que o "cm" se refere às separações medidas entre marcas efectuadas no papel de um registador de fita). Por que é que não há necessidade de converter as velocidades para metros por segundo? Por que é que será boa ideia usar uma grande distância entre as marcas de referência no papel milimétrico?

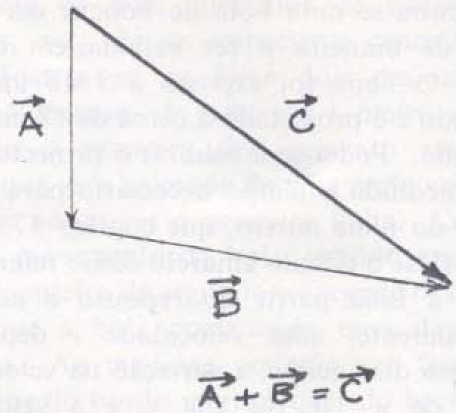


Fig. 1
O método de adição de vectores denominado de "cabeça-cintra-a-cauda". Para uma revisão sobre adição de vectores, veja-se o Folheto de Instrução Programada do Projecto Física denominado *Vectores II*.

O método de adição de vectores denominado de "cabeça-contra-a-cauda" é ilustrado em cima, na Fig. 1. Já que a velocidade é um vector, para o qual há necessidade de considerar tanto a amplitude como a direcção, poder-se-á estudar o problema da adição de vectores usando vectores-velocidade. A utilização de índices constitui uma boa maneira de registar os vectores velocidade,

$\vec{v}_{BT}$ velocidade do barco em relação à terra
$\vec{v}_{BA}$ velocidade do barco em relação à água
$\vec{v}_{AT}$ velocidade da água em relação à terra

Portanto

$$\vec{v}_{BT} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{AT}$$

Pode ser desenhado um diagrama vectorial para cada direcção do barco, representando as velocidades à escala. Sugere-se que se registem os dados (direcção e amplitude da velocidade) para cada uma das cinco cenas do filme, desenhando-se em seguida os diagramas vectoriais.

Cena 1 Deixam-se cair dois blocos de madeira para fora do barco. Cronometre o seu movimento. Determine a velocidade do rio, ou seja a amplitude de $\vec{v}_{AT}$.

Cena 2 O barco sobe a corrente. Meça $\vec{v}_{BT}$, e determine depois $\vec{v}_{BA}$ usando um diagrama vectorial semelhante ao da Fig. 2.

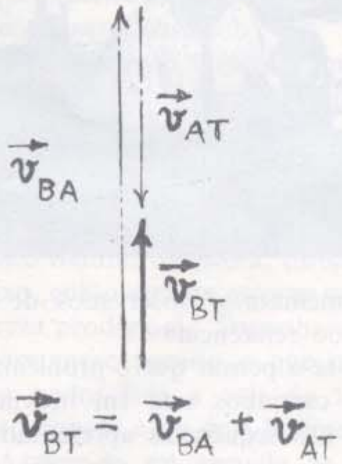


Fig. 2

Cena 3 O barco desce a corrente. Meça $\vec{v}_{BT}$, e determine depois $\vec{v}_{BA}$ usando um diagrama vectorial.

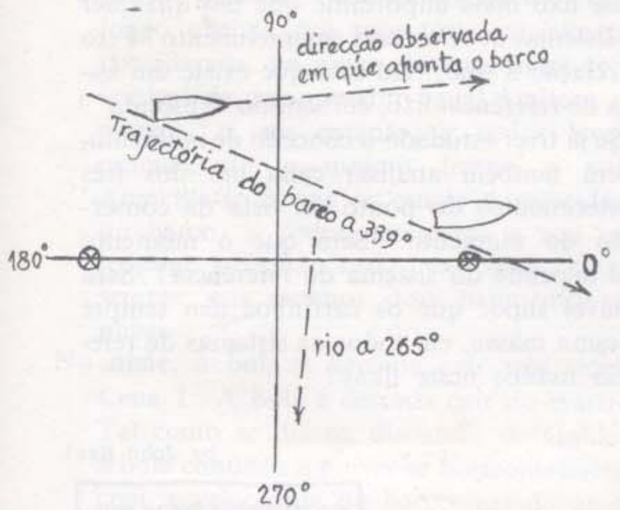


Fig. 3

Cena 4 O barco está dirigido perpendicularmente à corrente, deslizando ao longo dela. Meça a velocidade do barco e a direcção da sua trajectória, para determinar $\vec{v}_{BT}$. Meça também a *direcção* de $\vec{v}_{BA}$, ou seja a direcção segundo a qual o barco está apontado. Uma maneira de registar os dados consiste em utilizar um sistema de referência com o eixo de 0°—180° definido pelas bóias ancoradas no rio. O registo e a análise das medidas será facilitado usando um diagrama como o da Fig. 3. (Note que os valores registados no diagrama estão, deliberadamente, errados). O seu diagrama vectorial será semelhante ao da Fig. 4.

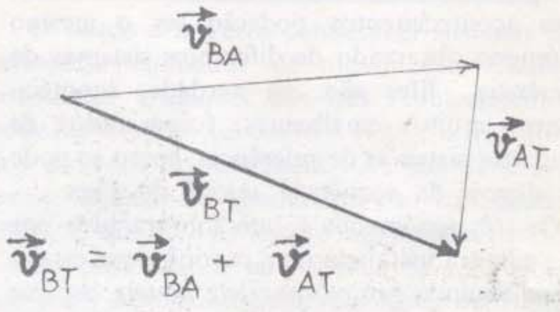


Fig. 4

Cena 5 O barco sobe obliquamente a corrente, mas movendo-se perpendicularmente a esta. Determine mais uma vez um valor para $\vec{v}_{BA}$.

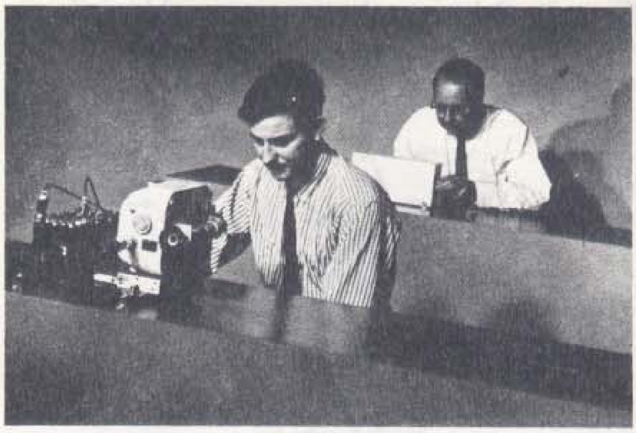
Verificação do trabalho (a) Que tal é o acordo entre os quatro valores obtidos para a amplitude de $\vec{v}_{BA}$? É capaz de sugerir razões para algumas discrepâncias que tenham surgido? (b) A partir da Cena 4 poder-se-á *calcular* a direcção do movimento do barco. Qual é o acordo entre esta medida angular e a direcção *observada* do movimento do barco? (c) Na Cena 5 determinou-se uma direcção para $\vec{v}_{BA}$. Concorda este ângulo com a direcção observada para o movimento do barco?

FILME SEM-FIM L4 UMA QUESTÃO DE MOVIMENTO RELATIVO

Neste filme provoca-se a colisão de dois carrinhos de massas iguais. Mostram-se três sequências, denominadas Acontecimento A, Acontecimento B e Acontecimento C. Pare o projector depois de cada um dos acontecimentos e descreva-os por palavras, tal como eles lhe aparecem. Observe o filme agora, antes de continuar a ler.

Embora os Acontecimentos A, B e C sejam visivelmente diferentes para o observador, a verdade é que os carrinhos interactuam de maneira semelhante em todos eles. Em todos os casos se aplicam as leis de movimento. Portanto, estes acontecimentos poderão ser o mesmo fenómeno observado de diferentes sistemas de referência. Eles são, na verdade, acontecimentos muito semelhantes, fotografados de diferentes sistemas de referência, como se pode ver depois da sequência inicial do filme.

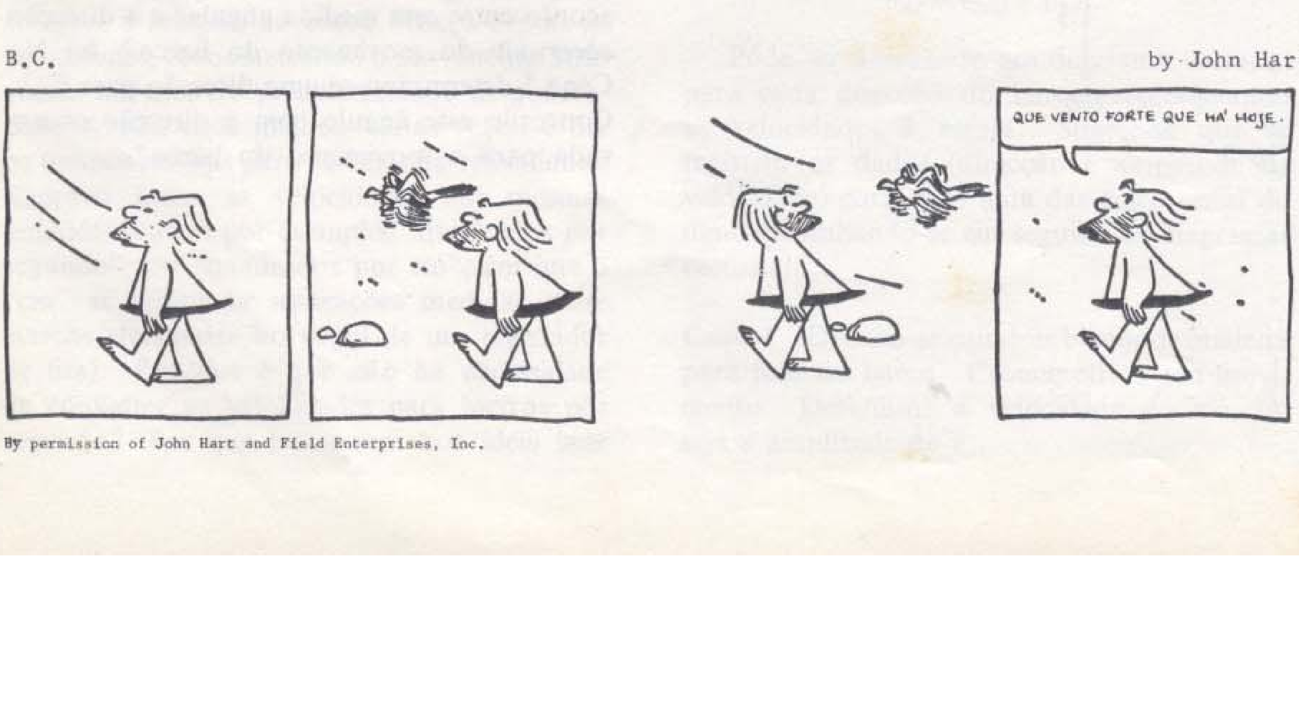
Os três fenómenos foram fotografados por uma câmara instalada num carrinho que estava numa segunda rampa, paralela àquela em que se deslocavam os carrinhos que colidiram um de encontro ao outro. A câmara constitui o sistema de referência do observador, o seu sistema de coordenadas. Este sistema de referência pode estar ou não em movimento em relação à rampa. Os três acontecimentos parecem ser muito diferentes devido à maneira como foram fotografados. Será que conceitos como a posição e a velocidade têm significado independentemente do sistema de referência, ou será que eles só têm um significado preciso quando se especifica um dado sistema de referência? Serão estes três acontecimentos realmente semelhantes, observados de diferentes sistemas de referência?



Poder-se-á pensar que o problema de saber qual dos carrinhos está em movimento fica resolvido nas sequências apresentadas no fim do filme, nas quais um experimentador, Franklin Miller, do Kenyon College, se coloca ao lado da rampa, providenciando assim um objecto de referência. Este género de informação pode também ter sido extraído de outros pormenores do filme. Os acontecimentos poderão parecer diferentes na presença deste objecto de referência. Mas será este sistema de referência fixo mais importante que um qualquer dos sistemas de referência em movimento? Fixo em relação a quê? Ou será que existe um sistema de referência fixo, em sentido "absoluto"?

Se já tiver estudado o conceito de momento, poderá também analisar cada um dos três acontecimentos do ponto de vista da conservação do momento. Será que o momento total depende do sistema de referência? Será razoável supor que os carrinhos têm sempre a mesma massa, em todos os sistemas de referência usados neste filme?

B.C. by John Hart



FILME SEM-FIM L5 A RELATIVIDADE DE GALILEU — UMA BOLA DEIXADA CAIR DO MASTRO DE UM BARCO

Este filme é, parcialmente, uma actualização de uma experiência descrita por Sagredo em *As Duas Novas Ciências:*

> Se for verdade que o ímpeto com o qual o barco se move impressiona indelevelmente a pedra depois de ela ser deixada cair do mastro; e se, além disso, for verdade que este movimento não provoca qualquer impedimento ou retardamento no movimento natural da pedra, directamente para baixo, então será de esperar um efeito de natureza prodigiosa. Suponha-se que o barco permanece parado e que o tempo que uma pedra leva a cair do topo do mastro ao convés é de dois batimentos de pulso. Armem-se em seguida as velas e deixe-se cair a mesma pedra do mesmo ponto. De acordo com o que se admitiu, a sua queda levará dois batimentos de pulso, durante os quais o barco se terá deslocado, digamos, de vinte jardas. O movimento real da pedra será oblíquo (i. é, ao longo de uma linha curva assente no plano vertical), consideravelmente mais longo que na sua trajectória inicialmente considerada, ao longo de uma linha recta vertical de comprimento igual à altura do mastro; e, no entanto, a pedra levará exactamente o mesmo tempo a cair. Aumente-se o que se quiser a velocidade do barco: a pedra descreverá a sua trajectória oblíqua, cada vez mais longa, sempre nos mesmos dois batimentos de pulso.

No filme, a bola é deixada cair três vezes:

Cena 1 A bola é deixada cair do mastro. Tal como se diz na discussão de Galileu, a bola continua a mover-se horizontalmente com a velocidade do barco, caindo ainda verticalmente em relação ao mastro.

Cena 2 À passagem do barco, a bola é deixada cair de um suporte estacionário. Não possuindo qualquer velocidade horizontal, ela cai verticalmente em relação à superfície da água.

Cena 3 A bola é apanhada e segura durante alguns instantes, antes de ser largada.

O barco e a Terra constituem sistemas de referência animados de movimento relativo constante. Qualquer dos três acontecimentos pode ser descrito tal como é visto em qualquer dos sistemas de referência. As leis de movimento aplicam-se igualmente nas três descrições. O facto de as leis de movimento funcionarem para ambos os sistemas de referência, um deles deslocando-se a velocidade constante em relação ao outro, é o que é denominado de "relatividade de Galileu". (As velocidades e as posições definem-se em relação ao sistema de referência, mas as leis de movimento são independentes destes. Um princípio da "relatividade" define também aquilo que não é relativo).

A Cena 1 pode ser descrita com se segue, quando é observada no referencial ligado ao barco: "É largada uma bola, inicialmente em repouso. Ela acelera directamente para baixo, a 9,8 m/s^2, caindo num ponto exactamente por baixo do ponto de partida". Quando observada do referencial ligado à Terra, a Cena 1 é descrita diferentemente: "É atirada uma bola, horizontalmente para a esquerda; a sua trajectória é uma parábola, e a bola cai num ponto abaixo e à esquerda do ponto de partida".

Para verificar se compreendeu claramente a relatividade de Galileu, descreva os seguintes fenómenos: a Cena 2, observada do referencial do barco; a Cena 2, observada do referencial da Terra; a Cena 3, observada do referencial do barco; a Cena 3, observada do referencial da Terra.

FILME SEM-FIM L6 A RELATIVIDADE DE GALILEU — UM OBJECTO DEIXADO CAIR DE UM AVIÃO

Um avião Cessna 150, de 7 metros de comprimento, move-se à velocidade de 30 m/s à altitude de cerca de 60 metros. É deixada cair do avião uma fonte luminosa, sendo a acção filmada a partir do solo. A Cena 1 mostra parte do movimento do objecto largado do avião; a Cena 2, filmada de maior distância, mostra vários objectos deixados cair num lago; a Cena 3 mostra o movimento vertical, filmado de frente. Algumas das imagens do filme são "congeladas", de modo a permitir a efectivação de medidas. O intervalo de tempo entre imagens "congeladas" é sempre o mesmo.

Visto a partir do referencial da Terra, o movimento é o de um projéctil cuja velocidade original é a velocidade do avião. Se a gravidade for a única força actuante sobre o objecto, o seu movimento será ao longo de uma parábola. (Poderá verificar este facto?) Relativamente ao avião, o movimento é o de um corpo em queda livre a partir do repouso. No sistema de referência do avião, o movimento efectua-se verticalmente para baixo.

O avião voa sensivelmente a velocidade constante ao longo de uma linha recta, mas a sua trajectória não é necessariamente uma linha horizontal. Inicialmente, o objecto deixado cair tem a velocidade do avião, tanto em amplitude como em direcção. Uma vez que ele também cai livremente sob a acção da gravidade, é de esperar que o deslocamento verticalmente para baixo seja de $d = \frac{1}{2}at^2$. O problema surge porque não é possível ter a certeza de que a primeira imagem "congelada" ocorre exactamente no instante em que o objecto é deixado cair. Há, todavia, uma maneira de contornar esta dificuldade. Suponha-se que decorreu o tempo B entre o largar do objecto e a ocorrência da primeira imagem "congelada". Este tempo deverá ser acrescentado aos instantes em que ocorreram todas as imagens "congeladas" (convenientemente medidos a partir da primeira imagem "congelada"), obtendo-se então:

$$d = \frac{1}{2}a(t + B)^2$$

Para verificar se o objecto lançado do avião segue uma equação como esta, tome-se a raiz quadrada de ambos os seus membros:

$$\sqrt{d} = (\text{constante})(+ B)$$

Portanto, se desenharmos $\sqrt{d}$ em função de t, deveremos encontrar uma linha recta. Além disso, se for $B = 0$, esta linha recta passará pela origem (ponto de abcissa e ordenada nulas) do gráfico.

Medições Sugeridas

(a) **Movimento vertical**. Projecte-se a Cena 1, sobre uma folha de papel. Em cada uma das imagens "congeladas", quando o movimento visível no écran se detém por alguns instantes, marque as posições do objecto em queda e da carlinga do avião. Meça a distância d entre o avião e o objecto em queda, por baixo daquele. Use as unidades que forem mais convenientes. Os tempos podem ser tomados como números inteiros, $t = 0, 1, 2, \ldots$, designando as sucessivas imagens "congeladas". Desenhe $\sqrt{d}$ em função de t. Obteve uma linha recta? Qual seria o efeito da resistência do ar, e como se poderia ela evidenciar no gráfico? É capaz de detectar algum sinal do seu efeito? A linha desenhada passa pela origem (ponto de abcissa e ordenada nulas) do gráfico?

(b) **Analise a Cena 2 da mesma maneira.**

(c) **Movimento horizontal**. Use uma outra folha de papel milimétrico, com o tempo (em intervalos) marcado segundo o eixo horizontal, e a distância (em quadrados) marcada segundo o eixo vertical. Utilizando as medidas por si registadas para a trajectória do objecto, desenhe um gráfico dos dois movimentos observados na Cena 2. Quais os efeitos da resistência do ar no movimento horizontal? E no movimento vertical? Explique o que descobriu acerca do efeito da resistência do ar nos movimentos horizontal e vertical.

(d) **Aceleração da gravidade.** A "constante" da equação escrita atrás, $\sqrt{d}=(\text{constante})(t+B)$, é $\sqrt{\frac{1}{2}a}$: é esta a inclinação da linha recta desenhada na parte (a). O quadrado da inclinação dá $\frac{1}{2}a$, pelo que a aceleração é o dobro do quadrado da inclinação. Poder-se-á assim obter a aceleração em quadrados/(intervalo)^2. Para conve*v*ter o valor da aceleração para m/s^2, poder-se-á estimar a dimensão de um "quadrado" a partir do facto de o comprimento do avião ser de 7 metros. O intervalo de tempo, em segundos, entre imagens "congeladas" poderá ser determinado a partir do factor de retardamento.

FILME SEM-FIM L7 A RELATIVIDADE DE GALILEU — UM PROJÉCTIL DISPARADO VERTICALMENTE

Montou-se uma rampa de lançamento de foguetes sobre uma chumaceira tal que o tubo da rampa pode ser virado para qualquer direcção. Instalada a rampa sobre um trenó e lançado este sobre a superfície coberta de neve de um lago gelado, a chumaceira faz com que o tubo permaneça apontado verticalmente, mau grado as irregularidades do piso. Lâmpadas igualmente espaçadas ao longo da trajectória permitem verificar se o trenó se desloca a velocidade constante ou em movimento acelerado. Uma sequência preliminar do filme mostra toda a cena. Esta desenrola-se num local da província do Quebec, no Canadá, ao anoitecer.

Foram fotografadas quatro cenas. Em cada uma delas se disparou um foguete, verticalmente e para cima. Com algum cuidado poder-se-á obter um registo de cada uma das trajectórias.

Cena 1 O trenó está parado em relação à Terra. Como se desloca o foguete?

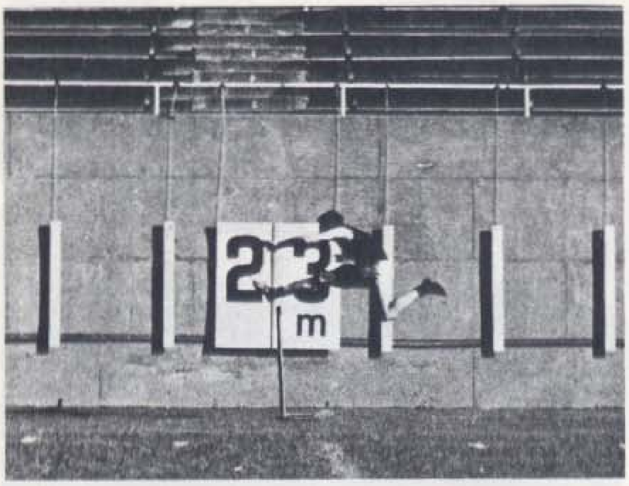
Cena 2 O trenó move-se com velocidade uniforme em relação à Terra. Descreva o movimento do foguete em relação à Terra; descreva o movimento do foguete em relação ao trenó.

Cenas 3 e 4 A velocidade do trenó varia depois de disparado o foguete. Descreva em cada caso o movimento do trenó, e descreva o movimento do foguete em relação à Terra e ao trenó. Em que casos é que estes movimentos têm a forma de uma parábola?

Como é que os acontecimentos descritos neste filme ilustram o princípio da relatividade de Galileu? Em que sistemas de referência é que o foguete se comporta da maneira esperada, nas quatro cenas, sabendo que a força é constante e admitindo as leis de movimento de Newton? Em que sistemas é que as leis de Newton não prevêem o movimento correcto em algumas das cenas?

FILME SEM-FIM L8 ANÁLISE DE UMA CORRIDA DE BARREIRAS — I

As cenas iniciais deste filme mostram uma corrida de barreiras regulamentar, com barreiras de 1 metro de altura, espaçadas de 9 metros de distância. (A julgar pelo número de barreiras derrubadas, os corredores não deviam ser exactamente de categoria olímpica!) Em seguida, um dos corredores, Frank White, um estudante de 75 kg de peso da Universidade de McGill, é mostrado em câmara lenta (factor de retardamento igual a 3) durante 50 metros



da sua corrida. O seu tempo foi de 8,1 segundos. Finalmente, é exibido o início da corrida, em câmara muito lenta (factor de retardamento igual a 80). A "análise de uma corrida de barreiras — II" apresenta duas cenas retardadas mais extensas.

Para estudar o movimento do corredor, meça a sua velocidade média em cada um dos intervalos de 1 metro, na cena em câmara lenta. Será extremamente útil usar um registador de fita de papel para o registo dos dados; poder-se-á assim obter este registo com uma única exibição do filme. Qualquer que seja o método usado para a medição do tempo, as pequenas mas significativas variações na velocidade perder-se-ão nas incertezas experimentais, a não ser que o trabalho seja feito com extremo cuidado. Repita várias vezes cada uma das medidas.

A sequência muito retardada mostra o corredor entre os 0 e os 6 metros. A parte de trás dos calções do corredor poderá servir como marca de referência. (Que outros pontos do corredor poderão ser usados como referência? Será igual a utilidade de todos estes pontos de referência?) Meça os tempos gastos para cobrir os seguintes intervalos: 0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5 e 5-6 metros. Repita várias vezes as medidas efectuadas, veja o filme outra vez e tome as médias dos resultados para cada intervalo. Poderá melhorar a precisão dos valores tomando uma média total que combine os seus valores médios com os dos seus colegas de turma. (Deveria utilizar *todas* as medidas efectuadas pela turma?) Calcule a velocidade média para cada um dos intervalos, e desenhe um gráfico da velocidade em função da distância percorrida. Desenhe uma curva suave que una todos os pontos. Discuta todos os aspectos que possam ser interessantes, relacionados com este gráfico.

Poderá supor que o corredor é impulsionado pelas suas pernas, entre o instante em que um pé é colocado exactamente por baixo da anca e aquele em que o pé deixa o solo. Existirá alguma relação entre o seu gráfico da velocidade e a maneira como os pés do corredor actuam no solo?

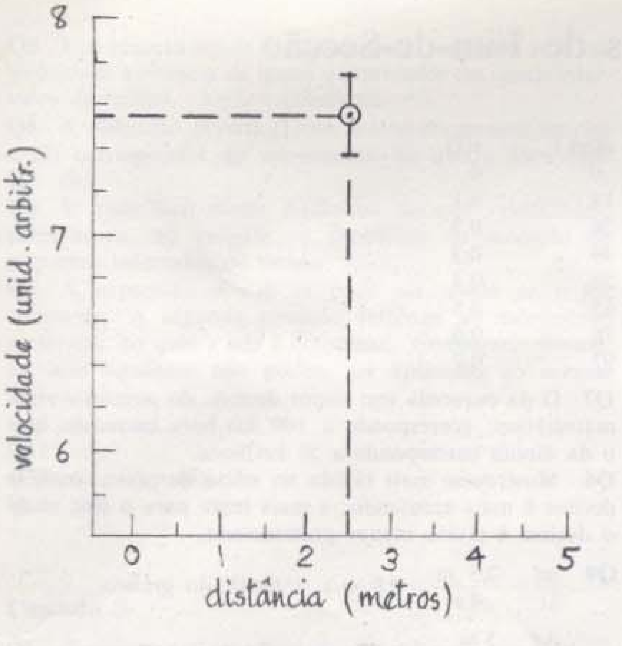
A aceleração inicial do corredor poderá ser estimada a partir do tempo gasto para se deslocar entre o ponto de partida e a marca de 1 metro. Poderá usar-se para isto um relógio com um ponteiro de segundos. Calcule a aceleração média, em m/s^2, durante este intervalo inicial. Compare esta aceleração, num movimento horizontal para a frente, com a amplitude da aceleração de um corpo em queda. Que conclui? Qual é a força necessária para dar esta aceleração ao corredor? Qual será a origem desta força?

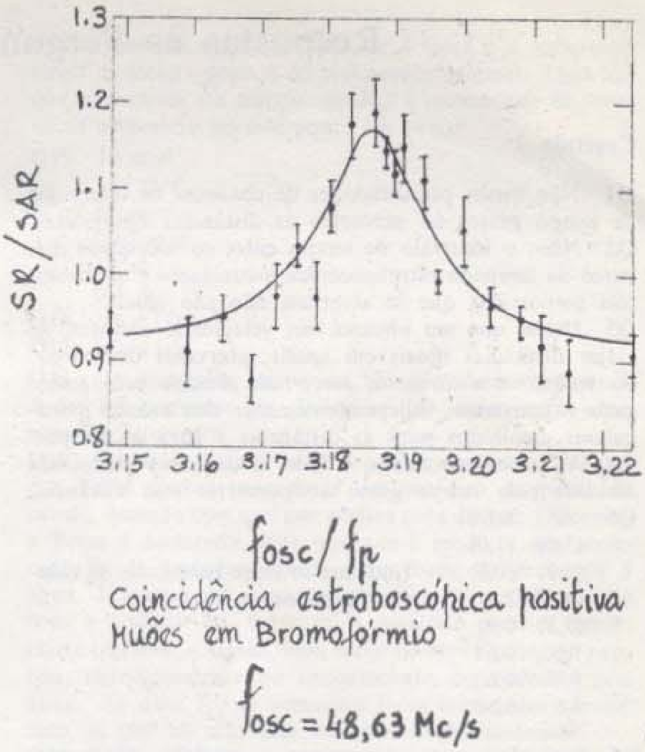
FILME SEM-FIM L9 ANÁLISE DE UMA CORRIDA DE BARREIRAS — II

Este filme sem-fim, que é a continuação de "Análise de uma corrida de barreiras — I", mostra duas cenas de uma corrida de barreiras, fotografadas com um factor de retardamento de 80.

Na Cena 1 o corredor desloca-se dos 20 aos 26 metros, transpondo uma barreira aos 23 metros. Na Cena 2 o corredor desloca-se dos 40 aos 50 metros, transpondo uma barreira aos 41 metros e acelerando para a linha de chegada, colocada nos 50 metros. Desenhe gráficos destes movimentos e discuta os seus aspectos interessantes. A parte detrás dos calções do corredor fornece um ponto de referência razoável para efectuar as medidas. (Veja as notas a respeito de "Análise de uma corrida de barreiras — I" para mais pormenores).

Nenhuma medida é inteiramente exacta; existe sempre um certo erro de medida, que





não pode ser ignorado. Por isso, será difícil dizer se as pequenas variações na velocidade do corredor são significativas, ou se constituem apenas o resultado das incertezas das medidas. Ao prestar atenção especial ao problema dos erros estão-se a respeitar as melhores tradições da ciência experimental.

É muitas vezes útil desenhar também os erros experimentais, juntamente com os valores medidos ou calculados.

Suponha-se, por exemplo, que se fizeram três medidas diferentes para o tempo gasto para percorrer o primeiro metro da corrida: 13,7 unidades, 12,9 unidades e 13,5 unidades, o que dá uma média de 13,36 unidades. Os valores extremos estão a cerca de 0,4 unidades do valor médio, pelo que poderemos registar aquele tempo como sendo $13{,}3 \pm 0{,}4$ unidades. A incerteza de 0,4 é cerca de 3% de 13,3, pelo que a incerteza percentual no tempo é de 3%. Supondo que a distância era exactamente de um metro, isto é, supondo que só existe incerteza na medição do tempo, a incerteza percentual na velocidade será a mesma que no tempo, ou seja, de 3%. A velocidade na exibição em câmara lenta é de 100 cm/13,3 unidades de tempo, ou seja de 7,53 cm/unidade.

Uma vez que 3% de 7,53 são 0,23, a velocidade poderá ser registada como sendo de $7{,}53 \pm 0{,}23$ cm/unidade. Ao representar graficamente este valor da velocidade, deverá marcar-se um ponto no valor 7,53 e desenhar uma "barra de erro" que se estenda 0,23 unidades para cima e para baixo do ponto, como se mostra na figura. Obtenha agora a estimativa do limite de erro num ponto típico do gráfico que desenhou acrescentando-lhe barras de erro que mostrem a incerteza de cada ponto representado no gráfico.

O gráfico que obteve para esta experiência poderá ser semelhante a qualquer outro vulgarmente apresentado em trabalho científicos. Por exemplo, a figura ao lado apresenta os dados experimentais de uma equipa de investigação; mau grado a considerável dispersão dos pontos desenhados, alguns dos quais com erros de 5%, estes resultados foram publicados.

Como se poderiam representar as incertezas na medição das *distâncias*, se também aqui ocorressem erros significativos?

Respostas às Perguntas de Fim-de-Secção

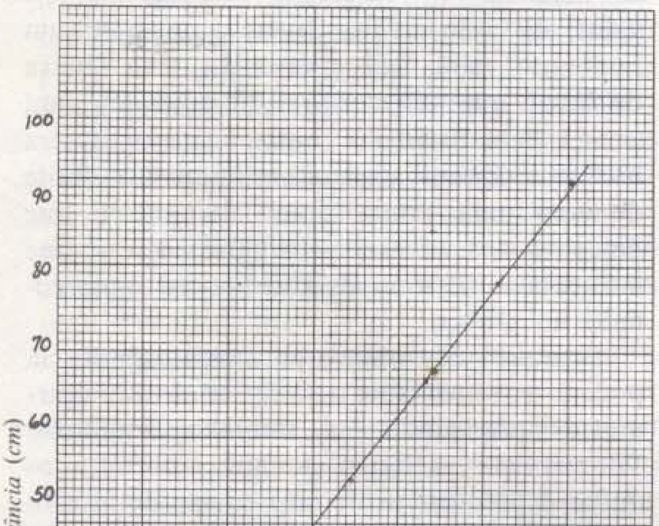
Capítulo 1

Q1 Não temos possibilidades de conhecer os intervalos de tempo gastos ao percorrer as distâncias observadas.
Q2 Não; o intervalo de tempo entre os sucessivos disparos da lâmpada estroboscópica é constante e as distâncias percorridas que se mostram não são iguais.
Q3 Diz-se que um objecto tem velocidade uniforme se viajar distâncias iguais em iguais intervalos de tempo; ou então, se a *distância percorrida dividida pelo tempo gasto* = constante, independentemente dos valores particulares escolhidos para as distâncias e para os tempos.
Q4 A velocidade média é igual à distância percorrida dividida pelo tempo gasto ao percorrer essa distância.
Q5

Δt	$\Delta d/\Delta t$
(5,0)	(1,0)
(6,0)	(0,8)
(4,5)	1,1
(5,5)	0,9
7,5	0,67
8,0	0,62
8,6	0,58

(indicam-se entre parêntesis os valores já dados no texto)

Q6 Sugestão: para determinar a posição do bordo esquerdo do disco, relativamente à escala da régua graduada, alinhe o bordo de uma régua com o bordo do disco e com *as duas* marcas da régua graduada correspondentes a uma dada leitura.



d(cm)	t(s)
0	0
13	0,1
26	0,2
39	0,3
52	0,4
65	0,5
78	0,6
92	0,7

Q7 O da esquerda tem maior declive, do ponto de vista matemático; corresponde a 100 km/hora enquanto que o da direita corresponde a 50 km/hora.
Q6 Mostrou-se mais rápida no início da prova, onde o declive é mais acentuado; e mais lenta para o fim, onde o declive é muito menos pronunciado.

Q9 $\dfrac{\Delta d}{\Delta t} = \dfrac{2,5 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 0,6$ m/s, a partir do gráfico

$\dfrac{\Delta d}{\Delta t} = \dfrac{5 \text{ m}}{8,6 \text{ s}} = 0,6$ m/s, a partir da tabela.

Q10 Interpolar significar estimar valores *entre* os pontos conhecidos; extrapolar significa estimar valores *para lá* dos valores conhecidos.
Q11 A sua velocidade no final de uma piscina adicional (extrapolação).
Q12 Velocidade instantânea é o limite para que tende a velocidade média à medida que o intervalo de tempo envolvido se torna cada vez mais pequeno.

v = valor limite de $\dfrac{\Delta d}{\Delta t}$ quando Δt se aproxima de zero.

Q13 A velocidade instantânea é apenas um caso particular de velocidade média, no qual o quociente $\Delta d/\Delta t$ não varia à medida que Δt se torna cada vez mais pequeno. No entanto, a expressão $\Delta d/\Delta t$ dá sempre uma velocidade média, independentemente de Δt ser grande ou pequeno.
Q14

$$a_{\text{méd}} = \frac{\text{velocidade final} - \text{velocidade inicial}}{\text{tempo gasto}} = \frac{60 - 0 \text{ km/h}}{5 \text{ s}}$$

$$= 12 \text{ km/hora/s}$$

Q15 $$\frac{2 \text{ km/hora} - 4 \text{ km/hora}}{1/4 \text{ hora}} = -8 \text{ km/hora/hora}$$
$$= -0,13 \text{ km/hora/minuto}$$

Não, enquanto se pretender a aceleração *média*.

Capítulo 2

Q1 Composição: os objectos terrestres são compostos de combinações de Terra, Água, Ar e Fogo; os objectos celestes são compostos exclusivamente de um único quinto elemento. Movimento: os objectos terrestres procuram as suas posições naturais de repouso, consoante os seus conteúdos relativos de Terra (o mais pesado), Água, Ar e Fogo (o mais leve); os objectos celestes movem-se em círculos intermináveis.
Q2 (a), (b) e (c).
Q3 Aristóteles: o prego é mais pesado que o palito; por isso cai mais depressa. Galileu: a resistência do ar afecta mais o movimento do palito que o do prego.
Q4 Veja-se Q3 do Capítulo 1.

Q5 Um objecto diz-se uniformemente acelerado se a sua velocidade aumentar de iguais quantidades em iguais intervalos de tempo. $\Delta v/\Delta t =$ constante.
Q6 A definição deveria (1) ser matematicamente simples e (2) corresponder ao movimento de queda livre real.
Q7 (b).
Q8 É mais fácil medir distâncias do que velocidades; permaneceu, no entanto, o problema da medição de pequenos intervalos de tempo.
Q9 A expressão $d = vt$ só pode ser usada se v for constante. A segunda equação refere-se ao movimento acelerado, no qual v *não* é constante. Consequentemente, as duas equações não podem ser aplicadas ao mesmo fenómeno.
Q10 (c) e (e).
Q11 (d).
Q12 (a), (c) e (d).
Q13 (a).

Capítulo 3

Q1 Cinemática — (a), (b), (d). Dinâmica — (c), (e).
Q2 Uma força continuamente aplicada.
Q3 O ar empurrado para os lados pelo cubo de gelo move-se à sua volta e preenche o espaço aberto atrás do cubo à medida que ele se move para diante, proporcionando assim a necessária força propulsora.
Q4 A força da gravidade, dirigida de cima para baixo, e uma força de igual intensidade, dirigida de baixo para cima, exercida pela mesa. A soma das forças deve ser nula, uma vez que o corpo não está em movimento acelerado.
Q5 Nos três primeiros.
Q6 Não. Um corpo que se mova a velocidade constante (portanto sem aceleração) está em equilíbrio.
Q7 As grandezas vectoriais: (1) têm intensidade e direcção; (2) podem ser representadas graficamente por setas; (3) podem ser combinadas de modo a formar um único vector resultante, quer utilizando o método da "cabeça-contra-cauda" quer o do paralelogramo. (Nota: só podem ser combinados desta maneira vectores que sejam do mesmo tipo; isto é, adicionam-se vectores-força a vectores-força, *não* vectores-força a vectores-velocidade, por exemplo).
Q8 A direcção é agora tida em conta. (Devemos agora considerar a variação de direcção como um caso tão legítimo de aceleração como o facto de a velocidade aumentar ou diminuir).
Q9 P dirigida de cima para baixo; 0; 0; 0.
Q10 A diferença residia no que eles entendiam por "movimento perpétuo em linha recta". Para Galileu poderia ter significado movimento a uma altura constante em relação à Terra; para Newton significava movimento em linha recta através do vazio do espaço.
Q11 Metro, quilograma e segundo.

Q12 $m = \dfrac{F}{a} = \dfrac{10\ \text{N}}{4\ \text{m/s}^2} = 2{,}5\ \text{kg}$

Q13 Falsa (as forças de atrito devem ser tidas em conta na determinação da força resultante realmente exercida).

Q14 *Aceleração* $= \dfrac{0 - 10\ \text{m/s}}{5\ \text{s}} = -2\ \text{m/s}^2$

Força $= ma = 2\ \text{kg} \times (-2\ \text{m/s}^2) = -4$ newtons

(o sinal menos nasce do facto de a força e a aceleração terem direcção oposta à do movimento original. Uma vez que a pergunta diz respeito apenas à intensidade da força não é necessário ter este ponto em conta).

Q15 $10\ \text{m/s}^2$
$150\ \text{m/s}^2$
$60\ \text{m/s}^2$
$0{,}67\ \text{m/s}^2$
$10\ m$
$0{,}4\ m$
Q16 (c) e (f).
Q17 (e) e (f).
Q18 (1) aparecem em pares; (2) são iguais em intensidade; (3) opostas em direcção; (4) agem sobre dois objectos diferentes.
Q19 O cavalo exerce uma força de encontro à Terra e a Terra exerce uma força de encontro às patas do cavalo, fazendo com que este acelere para diante. (Também a Terra é acelerada, mas poder-se-á medir a sua aceleração?) O nadador exerce uma força de encontro à água, dirigida para a sua retaguarda; a água, de acordo com a terceira lei, empurra o nadador para a frente; existe também, todavia, uma força de atrito, dirigida para trás, correspondente ao arrastamento do nadador pela água. As duas forças actuantes *sobre* o nadador somam zero, já que ele não está em movimento acelerado.
Q20 Não; a força "exercida sobre ela" é ainda de apenas 300 N; os 500 N teriam de ser exercidos em ambos os extremos para que a linha se partisse.
Q21 Veja-se a Secção 3.1 do texto.

Capítulo 4

Q1 Com a mesma aceleração a_g; a sua velocidade horizontal inicial não tem qualquer efeito sobre o seu movimento acelerado vertical.
Q2 (a), (c) e (e).
Q3 Que eles se movem com velocidade uniforme em relação um ao outro.
Q4 (a) $T = 1/f = 1/45 = 2{,}2 \times 10^{-2}$ minutos.
(b) $2{,}2 \times 10^{-2}$ minutos $\times$ 60 segundos/minuto $= 1{,}32$ segundos.
(c) $f = 45$ rpm $\times$ 1/60 minutos/segundo $= 0{,}75$ rps
Q5 $T = 1$ hora $= 60$ minutos

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \times 3{,}14 \times 3}{60} = 0{,}31\ \text{cm/minuto}$$

Q6 $f = 80$ vibrações/minuto $= 1{,}3$ vib/s
$T = 1/f = 1/1{,}3 = 0{,}75$ s
Q7 (a) e (b)
Q8 Segundo a tangente à circunferência descrita, no ponto correspondente ao instante em que a hélice se partir.

Q9 $\dfrac{mv^2}{R}$

Q10 $4\pi^2 mR$.
Q11 O valor da aceleração gravitacional e o raio da Lua (ao qual devem ser adicionados 112 km para se obter R).

Breves Respostas às Perguntas do Guia de Estudo

Capítulo 1

1.1 Informação.
1.2 (a) Discussão. (b) 58,3 km/hora. (c) Discussão. (d) Discussão. (e) Discussão.
1.3 (a) 6 cm/s. (b) 20 km. (c) 0,25 minutos. (d) 3 cm/s; 24 cm. (e) 60 km/hora. (f) 40 km/hora? 180 km? (g) 5,5 s. (h) 8,8 m.
1.4 3585 km.
1.5 (a) $9{,}5 \times 10^{15}$ m. (b) $2{,}7 \times 10^{8}$ s ou 8,5 anos.
1.6 1,998 km/hora (ou 2 km/hora).
1.7 (a) 1,7 m/s. (b) 3,0 m/s.
1.8 Discussão.
1.9 Discussão.
1.10 Discussão.
1.11 (a) 0,5; 1,0; 1,5; 2,0. (b) Gráfico.
1.12 Resposta.
1.13 25,6 metros; 4:00 para homens e 4:30 para senhoras.
1.14 Discussão.
1.15 Gráfico.
1.16 Gráficos.
d em função de t: $d = 0;9;22;39{,}5;60{,}5;$ 86 cm (aproximadamente) a intervalos de 0,2 segundos.
v em função de t: $v = 45;65;87{,}5;105;$ 127 cm/s (aproximadamente) a intervalos de 0,2 segundos.
1.17 (a) Entre 1 e 4,5 segundos; 1,3 m/s. (b) 0,13 m/s. (c) 0,75 m/s. (d) 1,0 m/s. (e) 0,4 m (aproximadamente).
1.18 (a) 14,1 m/s. (b) 6,3 m/s^2.
1.19 7812,5 m/s.
1.20 Discussão.
1.21 Discussão.

Capítulo 2

2.1 Informação.
2.2 Discussão.
2.3 Discussão.
2.4 Discussão.
2.5 Discussão.
2.6 Discussão.
2.7 Dedução.
2.8 (a), (b), (c).
2.9 Discussão.
2.10 Discussão.
2.11 Dedução.
2.12 17 anos; 70 000$ por ano.
2.13 Discussão.
2.14 (a) 57 m/s^2. (b) 710 m. (c) —190 m/s^2.
2.15 Dedução.
2.16 Discussão.
2.17 (a) Verdadeira. (b) Verdadeira (com base em medidas efectuadas nas 6 posições mais baixas). (c) Verdadeira. (d) Verdadeira. (e) Verdadeira.
2.18 Dedução.
2.19 (a) posição

	d	v
A	+	+
B	+	+
C	+	−
D	+	0
E	−	−

(b) Dedução. (c) Discussão.
2.20 Discussão.
2.21 (a) 5,0 m. (b) 10 m/s. (c) 15 m.
2.22 (a) 10 m/s. (b) 15 m. (c) 2 s. (d) 20 m. (e) —20 m/s.
2.23 (a) 20 m/s. (b) — 20 m/s. (c) 4 s. (d) 80 m. (e) 0 m/s. (f) —40 m/s.
2.24 (a) —2 m/s^2. (b) 2 m/s. (c) 2 m/s. (d) 4 m. (e) —2 m/s. (f) 4 s.
2.25 Discussão.
2.26 (a) 4,3 welfs/surg^2. (b) 9,8 m/s^2.
2.27 Dedução.
2.28 Dedução.
2.29 Dedução.
2.30 Discussão.
2.31 Discussão.
2.32 Discussão.
2.33 Discussão.

Capítulo 3

3.1 Informação.
3.2 Discussão.
3.3 (a) Construção. (b) 2,4 unidades; Oeste.
3.4 Prova.
3.5 Discussão.
3.6 Discussão.
3.7 Discussão.
3.8 Discussão.
3.9 Discussão.
3.10 Discussão.
3.11 Discussão.
3.12 $2{,}8 \times 10^{-4}$ horas/s.
3.13 6/1.
3.14 Discussão.
3.15 Discussão.
3.16 Discussão.
3.17 Dedução.
3.18 Discussão.
3.19 (c) 24 N. (d) 14,8 N. (e) 0,86 N. (f) 9,0 kg. (g) 0,30 kg. (h) 0,20 kg. (i) 3 m/s^2. (j) 2,5 m/s^2. (k) 2,50 m/s^2.
3.20 (a) $2{,}0 \times 10^2$ m/s^2; $7{,}8 \times 10^2$ m/s. (b) Discussão. (c) $2{,}4 \times 10^2$ m/s^2.
3.21 Discussão.
3.22 Discussão.
3.23 2,0 kg.
3.24 Discussão.
3.25 Discussão.
3.26 (a) 1 kg; 9,81 N em Paris; 9,80 N em Lisboa. (b) Cálculo individual.
3.27 Cálculo individual.
3.28 Discussão.
3.29 (a) 5×10^{-23} m/s^2. (b) 10 m/s. (c) 1×10^{-22} m/s.
3.30 Discussão.
3.31 Discussão.
3.32 (a) Diagrama. (b) $1{,}7 \times 10^{-24}$ m/s^2. (c) $\frac{6 \times 10^{24}}{1}$. (d) Diagrama.
3.33 (a) 862 N; 750 N; 638 N. (b) Os mesmos que em (a), se a escala estiver graduada em newtons. (c) Discussão.
3.34 Sugestões para a resolução de problemas sobre o movimento.

Capítulo 4

4.1 Informação.
4.2 13,6 m/s^2; 2,71 s; a massa diminui.
4.3 Discussão.
4.4 Dedução.
4.5 Dedução.
4.6 1,3 m, a um ângulo de 67° abaixo da horizontal; 5,1 m/s, dirigida a 78° para baixo da horizontal.
4.7 Discussão.
4.8 Discussão.
4.9 Discussão.
4.10 Discussão.
4.11 $6{,}0 \times 10^{-2}$ minutos; $3{,}0 \times 10^{-2}$ minutos; $2{,}2 \times 10^{-2}$ minutos; $1{,}3 \times 10^{-2}$ minutos.
4.12 (a) 1,9 s. (b) 32 rpm. (c) 50 cm/s. (d) 35 cm/s. (e) 0. (f) 190°/s; sim. (g) 120 cm/s^2. (h) 160 cm/s^2. (i) Discussão.
4.13 Discussão.
4.14 Discussão.
4.15 Completar a tabela.
4.16 (a) $2{,}2 \times 10^{-10}$ m/s^2. (b) 4×10^{20} N. (c) aproximadamente 1/100.
4.17 Aproximadamente 10^3 N.
4.18 Discussão.
4.19 (a) Syncom 2. (b) Lunik 3. (c) Luna 4. (d) Não varia.
4.20 $5{,}1 \times 10^3$ segundos ou 85 minutos; $7{,}9 \times 10^3$ m/s.
4.21 Discussão.
4.22 $7{,}1 \times 10^3$ segundos ou 120 minutos.
4.23 (a) $3{,}6 \times 10^2$ s. (b) 36 km. (c) Discussão.
4.24 $t = (m/F)(v_0 - v)$.
4.25 Discussão.
4.26 Trabalho escrito.

ÍNDICE ALFABÉTICO DO TEXTO

ÍNDICE ALFABÉTICO DO MANUAL