

TEXTOS DE EVOLUÇÃO

- Notas de Aula -

(Versão revisada em 2019-2020)

2ª parte: Alguns tópicos de história da física

João Zanetic / IFUSP

(em colaboração com Erika Regina Mozena)

Índice

Capítulo 1: Uma breve discussão sobre o que pode ser história	112
Capítulo 2: A física clássica em busca da solução de uma “catástrofe”	129
Anexo I – Derivação da lei de Kirchhoff	168
Anexo II – O desenvolvimento de Boltzmann	170
Capítulo 3: A radiação do corpo negro e o quantum de ação de Planck	174
Anexo III – Estudo de um oscilador harmônico nas paredes de um corpo negro	204
Anexo IV – Análise Combinatória	213
Capítulo 4: Dando um fecho nessa “história internalista” do surgimento do quantum	215
Capítulo 5: Uma verdadeira catástrofe nos manuais didáticos universitários	230
Capítulo 6: A física como instituição social – uma história externalista	238

Capítulo 1

Uma breve discussão sobre o que pode ser história

“Só se pode entender a essência das coisas quando se conhecem sua origem e seu desenvolvimento.”

Heráclito ¹

1.1 Introdução

História ou histórias? História do Brasil ou histórias do Brasil? Durante as comemorações do quinto centenário da “descoberta” do Brasil, ocorridas há poucos anos, inúmeros livros sobre a história da viagem de Cabral e de seus desdobramentos, foram publicados no Brasil. Por quê? Porque, dependendo da concepção de mundo do historiador ou de sua formação profissional ou de sua posição política, diferentes tratamentos poderiam ser dados ao tema, por maior esforço de neutralidade investigativa que esse indivíduo praticasse. Dependendo ainda do enfoque adotado (o desenvolvimento do mercantilismo, as grandes navegações, o papel da ciência da época, a presença indígena, os temas culturais, o mundo novo e a velha civilização, Portugal e a colonização das terras tropicais, etc.) outros tantos livros poderiam ser escritos sobre o mesmo acontecimento. Essas diferentes leituras podem acabar se complementando dando uma visão mais adequada do tema em estudo.

Ocorrerá o mesmo com a história do desenvolvimento científico? Certamente que sim. Vale lembrar aqui uma advertência do historiador da ciência brasileiro Roberto de Andrade Martins:

“O que fazer, então? Estudar tudo sem idéias pré-concebidas? Isso é impossível. Ninguém pode apagar sua mente e começar a partir do zero. Mas um bom historiador da ciência se

¹ Heráclito (535-470 AC), filósofo grego do período jônico, conhecido como o filósofo da mudança, acreditava no contínuo fluir das coisas por um processo de tensão de forças opostas em constante busca de equilíbrio. Para ele o motor desta contínua transformação, ou o elemento básico do universo, seria o fogo. Alguns autores vêm em suas ideias relativas à interação e transformação dos opostos o nascimento do pensamento dialético.

treina para perceber seus próprios preconceitos e expectativas, de tal modo que essas idéias não o tornem cego.”²

Este texto foi escrito com a finalidade de ser uma breve introdução sobre a história da física para estudantes de física dos cursos de bacharelado e licenciatura do Instituto de Física da USP. Os autores deste texto não são historiadores da ciência, mas pesquisadores em ensino de física que creem que a história e a filosofia da ciência constituem dois referenciais essenciais para esse ensino, tanto na formação de físicos quanto na formação de professores de física.

Um historiador ou historiadora da ciência que trabalhe academicamente com sua área do conhecimento pode ter uma concepção histórica que difira da que elegemos como orientadora deste texto e das reflexões sobre os temas que serão abordados mais adiante. Portanto, o que será tratado nestas aulas e neste texto sobre história da ciência não substitui de forma alguma as disciplinas/textos sobre história da ciência ministradas/escritos por historiadores com ou sem formação específica em física.

Mesmo a utilização da história da ciência no ensino da ciência é algo polêmico. Há cientistas que defendem e outros que atacam a introdução de temas da história da ciência no seu ensino. Como exemplo de um ilustre cientista que sempre defendeu o papel desempenhado pela história da ciência na formação de jovens estudantes de qualquer idade, menciono o depoimento do físico brasileiro Mário Schenberg (1914-1990). A citação seguinte é um exemplo de sua ênfase da importância da história da ciência:

“A História da Ciência é mais fascinante que um romance policial. (...)

O estudo da História da Ciência é muito importante, sobretudo para os jovens. Acho que os jovens deveriam ler História da Ciência porque freqüentemente o ensino universitário é extremamente dogmático, não mostrando como ela nasceu. Por exemplo, um estudante pode facilmente imaginar que o conceito de massa seja simples e intuitivo, o que não corresponde à verdade histórica.”³

² Roberto de Andrade Martins. Como não escrever sobre história da física - um manifesto historiográfico. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 23, n. 1, p. 126, março/2001.

³ Mário Schenberg. **Pensando a física**. São Paulo: Brasiliense, 1984, p. 30.

A história da física teve seu crescimento acentuado no final do século XIX. Como que antecipando as grandes mudanças que ocorreriam no início do século seguinte e que provocariam o surgimento de teorias que elucidavam problemas que se mostravam insolúveis na física clássica, alguns historiadores da física, que viveram esse momento de transição, pareciam desejosos de preservar uma memória mais significativa das intrincadas trilhas que levaram ao enorme desenvolvimento ocorrido na física a partir do século XVII. Para exemplificar tal procedimento, basta aqui lembrar os trabalhos históricos de Pierre Duhem (1861-1916) e o resgate por ele efetuado das contribuições dos físicos medievais para a construção da mecânica.⁴ Não podemos deixar de mencionar também o importante trabalho histórico de Ernst Mach (1838-1916), particularmente sua intrigante análise crítica do conceito de massa e o detalhado exame dos conceitos newtonianos de espaço e tempo absolutos.⁵ Esse estudo crítico da física de Newton foi marcante para muitos cientistas que viveram aquela transição, em particular para os trabalhos iniciais de Albert Einstein (1879-1955) ao elaborar a sua teoria da relatividade.

Mas foi principalmente no decorrer do século XX que esses estudos acabaram dando origem a uma área de conhecimento específica: a história da ciência, com seus diferentes enfoques, metodologias e objetos de estudo. A história da física, em particular, conheceu um grande crescimento nas últimas décadas.⁶

Ana Maria Alfonso-Goldfarb, historiadora da ciência brasileira, é autora de um livro em que expõe suas ideias sobre o que é história da ciência. Nesse livro ela apresenta uma história da história da ciência acompanhando seu desenvolvimento lado a lado com o desenvolvimento

⁴ Pierre Duhem. *Salvar os fenômenos: ensaio sobre a noção de teoria física de Platão a Galileu*. Trad. Roberto A. Martins. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**. Campinas, Supl. 3, p. 1-105, 1984.

⁵ Ernst Mach. **The science of mechanics: a critical and historical account of its development**. Illinois: The Open Court Publ. Co., 1960. Original alemão de 1883.

⁶ Numa "resource letter" (artigo que apresenta um quadro do estado de determinado campo acompanhado de listas de leituras, desde introdutórias até avançadas) sobre a história da física, Stephen G. Brush, apenas para dar um exemplo, informa que o número de trabalhos publicados nos anos recentes, sobre a física de 1800 a 1914, é várias vezes superior ao número de físicos daquele período. Para uma estimativa do público interessado em literatura especializada sobre história da física, nos Estados Unidos, ele oferece dois exemplos: o livro de A. Pais ("**Sutil é o Senhor**": **a Ciência e a Vida de Albert Einstein**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995), publicado em 1982, vendeu 60.000 exemplares nos três primeiros anos de vendas; por outro lado, **A Estrutura das Revoluções Científicas**, de Thomas Kuhn, nos 12 anos seguintes à sua publicação atingiu a marca de 250.000 exemplares vendidos.

Stephen G. Brush. Resource letter HP-1: History of Physics. **Am. J. Phys.**, v. 55, n. 8, p. 683-691, agosto/1987.

da própria ciência. Ela narra a evolução da história da ciência desde seu início como uma *imagem no espelho da própria ciência*, até sua construção crítica transformando-se num *espaço independente de reflexão sobre a ciência*. Portanto, ela concordaria com Georges Canguilhem que afirmara que o objeto da história da ciência não coincide inteiramente com o objeto da ciência. Fechamos esta introdução com a seguinte reflexão de Ana Maria Alfonso-Goldfarb:

“Embora envolva muitos problemas, gostaria que ficasse a imagem de uma História da Ciência complexa mas interessantíssima. Interessante porque recuperou conhecimentos sobre a natureza que pareciam errados pelos critérios científicos; porque recuperou outras formas de ciência que a Ciência Moderna apagara; porque recuperou para a Ciência seu papel de conhecimento produzido pela cultura humana. Um conhecimento especial, sim, mas que, como outros conhecimentos, foi construído e inventado pelo ser humano e, portanto, cheio de idas e voltas. E daí será preciso apagar aquela imagem da Ciência como um processo de grandes descobertas de grandes gênios que pairam acima da capacidade dos pobres mortais.”⁷

1.2 “Internalismo” versus “externalismo”

Foi comum durante algum tempo a divisão desses estudos históricos em duas grandes áreas temáticas correspondentes a análises ditas “internalistas” e “externalistas”. As primeiras abordariam a ciência de um ponto de vista exclusivamente epistemológico, comparando as teorias entre si, explorando sua consistência interna, desvendando a lógica da descoberta, interpretando o papel desempenhado pelos grandes nomes da ciência durante os episódios revolucionários em que estavam envolvidos. Por outro lado, as análises externalistas estudariam o desenvolvimento da ciência tentando desvendar as influências sociais sobre ela, isto é, como as necessidades sociais de diferentes épocas poderiam afetar a temática e, eventualmente, o conteúdo das teorias científicas que dominavam a cena nesses diferentes períodos históricos.

Segundo essa distinção o desenvolvimento estritamente conceitual das leis de Newton, do princípio da conservação de energia, da experiência de Millikan, entre outros, seriam exemplos de aspectos internos. Thomas Kuhn sugeria outros exemplos menos óbvios que estes

⁷ Ana Maria Alfonso-Goldfarb. **O que é história da ciência**. São Paulo: Brasiliense (Coleção primeiros passos; 286), 1994, p. 13-14.

como, por exemplo, a idiosincrasia pessoal na escolha de uma teoria e os erros de avaliação teórica (eventualmente corrigidos por uma geração posterior de cientistas).⁸ Como aspectos externos podemos nomear fatores econômicos, religiosos, educacionais, culturais e outros, devidos ao desenvolvimento tecnológico, necessidades militares etc. É claro que os temas mencionados no início deste parágrafo também podem ser analisados à luz desses aspectos externos.

O filósofo da ciência Imre Lakatos (1922-1974), influenciado pela epistemologia popperiana, utilizava concepções diferentes de história interna e externa, como teremos oportunidade de mencionar e criticar mais adiante, quando abordaremos a questão da reconstrução racional.

Apesar dessa divisão entre essas duas formas de procedimento histórico ser por demais simplificadora e não ter atualmente o mesmo impacto que tinha há cerca de um quarto de século, a maioria dos artigos sobre história da ciência ainda se situa em uma ou outra dessas duas categorias. Um editor da revista *ISIS*⁹ afirmava que a partir da década de oitenta o cenário tem sido dominado por posições mais ecléticas.

“O problema não é o contexto oposto à cognição, mas entender a estrutura de sua integração.”¹⁰

Essa divisão não abrange outras formas de fazer ou de apresentar a história da física, principalmente quando estamos nos referindo a textos didáticos utilizados nas disciplinas dos cursos superiores ou dos destinados ao ensino médio. Nesses textos, quando estão presentes capítulos, apêndices ou notas históricas, temos quase sempre arremedos de história da ciência: são aquelas sequências cronológicas de datas de grandes invenções, de descobertas sensacionais ou de nascimento e morte das principais personagens envolvidas nesses acontecimentos, acompanhadas de ilustrações que representam essas personagens ou seus feitos.

⁸ Thomas S. Kuhn. Notas sobre Lakatos. In: Imre Lakatos. **Historia de la ciencia y sus reconstrucciones racionales**. Madrid: Editorial Tecnos, 1987, p. 86. Original inglês de 1971.

⁹ A revista *ISIS*, criada pelo matemático e historiador da ciência belga George Sarton (1884-1956), em 1912, foi uma das primeiras publicações voltadas para a história da ciência e da tecnologia e é hoje uma das referências desse campo de atividades.

¹⁰ Charles Rosenberg. Woods and trees? Ideas and actors in the history of science. *ISIS*, v. 79, p. 565, 1988.

1.3 Uma visão positivista de história?

Essa espécie de história factual e cronológica dominou até recentemente mesmo a apresentação da história geral, como também a própria pesquisa em história se resumia na mera composição de átomos elementares e impessoais de acontecimentos em sucessão. É o que o historiador inglês Edward Hallet Carr (1892-1992) denominava visão “senso comum” da história que estaria disponível para os historiadores *nos documentos, nas inscrições, e assim por diante, como os peixes na tábua do peixeiro*¹¹, bastando que eles os recolham, registrem, sistematizem dados correlatos e os divulguem. Segundo Carr, essa é a visão de história construída pelos historiadores positivistas, transferindo para a história um método vitorioso na ciência.

“Os positivistas, ansiosos por sustentar sua afirmação da história como uma ciência, contribuíram com o peso de sua influência para este culto dos fatos. Primeiro verifique os fatos, diziam os positivistas, depois tire suas conclusões. (...) A teoria empírica do conhecimento pressupõe uma separação completa entre sujeito e objeto. (...) A convicção num núcleo sólido de fatos históricos que existem objetiva e independentemente da interpretação do historiador é uma falácia absurda, mas que é muito difícil de erradicar.”¹²

Vemos assim como a visão indutivista ou positivista ingênua dominava fortemente a cena histórica assim como dominava a cena científica. Imre Lakatos também critica a história da ciência indutivista pois ela reconheceria apenas *duas classes de descobertas genuínas: as firmes proposições fatuais e as generalizações indutivas*.

Era a crença de que os dados da realidade organizados adequadamente forneceriam a verdade da natureza ou do fenômeno científico, no seu sentido mais amplo. Tudo isso traz à lembrança aqueles passos do método indutivo prescrito por Francis Bacon, como estudamos na 1ª parte destas *Notas de Aula*.

¹¹ Edward H. Carr. **Que é história?** Trad. Lúcia M. de Alverga. São Paulo: Paz e Terra, 1985, p. 13. Original inglês de 1961.

¹² Edward H. Carr, **op. cit.**, nota 11, p. 13 e 15.

Ao contrário dessa concepção, seguindo o pensamento de Carr, só teria sentido falar que a história consiste em ver o passado com os olhos do presente, com seus problemas, com a mentalidade que forja o historiador; é esse historiador que vai avaliar os dados e as informações que lhe são fornecidas não apenas pelos dados brutos como também por outros historiadores através de suas descrições factuais (no sentido que isso seja possível) e através análises “contemporâneas”¹³. Carr sintetiza essa situação com as seguintes palavras:

“A função do historiador não é amar o passado ou emancipar-se do passado, mas dominá-lo e entendê-lo como a chave para a compreensão do presente.”¹⁴

Portanto, a concepção de história defendida por esse historiador inglês está muito distante dessa história cronológica, “fatural”, anedótica, “neutra”, com a qual a maioria de nós se deparou nos bancos escolares. Nada mais natural, então, que a mesma forma de história da ciência domine o cenário quando comparece nos livros didáticos.

1.4 Uma história “subversiva”?

Num interessante artigo intitulado **Should the History of Science be rated X?**, que poderia ser traduzido por “A história da ciência deveria ser proibida para menores de idade?”, o físico e historiador da física Stephen G. Brush discute, baseado em vários exemplares históricos, o papel da moderna história da ciência na educação. Logo no início do artigo ele situa sua preocupação central:

“Meu interesse neste artigo está relacionado com os possíveis perigos de utilização da história da ciência na educação científica. Vou examinar argumentos de que estudantes jovens e impressionáveis no início de suas carreiras científicas deveriam ser protegidos dos escritos de historiadores da ciência contemporâneos (...) tais textos violentam o ideal profissional e a imagem pública dos cientistas, como investigadores de mente aberta e racionais, que trabalham metodicamente guiados seguramente pelo resultado de

¹³ É importante frisar que não se trata de *anacronismo*, mas de um olhar crítico da história.

¹⁴ Edward H. Carr, **op. cit.**, nota 11, p. 25.

experimentos controlados e procurando objetivamente pela verdade, seja lá isso o que for.”¹⁵

Brush afirma que está havendo um crescente interesse pela história da física, mas ao mesmo tempo há certas reservas como as indicadas pela citação acima. Se um professor estiver interessado em preparar estudantes que irão seguir a carreira acadêmica e terão que publicar artigos num breve intervalo de tempo, seria “mais seguro” para ele evitar a história. Ele diz que há aspectos subversivos na história da ciência. Por exemplo, discute a reorientação sofrida pela história da ciência na década de trinta, após a publicação dos **Estudos Galilaicos**, de Alexandre Koyré (1892-1964). Essa obra apresentava uma nova imagem de um Galileu muito pouco experimental, ao contrário da imagem de “pai da física experimental” normalmente associada ao nome do físico italiano. É claro que essa posição de Koyré é bastante polêmica e vários historiadores de renome, como por exemplo Stillman Drake (1910-1993), discordavam categoricamente desta imagem de Galileu pintada pelo historiador franco-russo. Esse debate serve para exemplificar o que dissemos mais acima sobre as diferentes histórias da física que refletem diversos posicionamentos filosóficos dos historiadores envolvidos.¹⁶ Brush alonga-se

¹⁵ Stephen G. Brush. Should the History of Science be Rated X? **Science**, v. 183, p. 1164, march/1974. O “X” do título deste artigo é explicado pelo próprio autor como referindo-se à campanha eleitoral à presidência dos Estados Unidos no ano anterior (1973), quando um editorial do Washington Post sugeriu que as reportagens públicas da campanha eleitoral fossem submetidas à censura para crianças (daí a marca X tradicional nos Estados Unidos na programação de filmes, por exemplo) por “serem danosas aos ideais dos jovens leitores”.

¹⁶ Num artigo em que trata dos trabalhos de Galileu, relativos à lei da queda dos graves e à trajetória parabólica dos projéteis lançados horizontalmente, S. Drake argumentava que, apesar do fato de Galileu não falar sobre suas experiências em suas obras, para ele é claro que Galileu realizou acuradas medidas. Ele criticava Koyré por afirmar que a maioria dos experimentos de Galileu eram fictícios. (Stillman Drake. Galileo's physical measurements. **Am. J. Phys.**, v. 54, n. 4, p. 302-306, abril/1986).

Por outro lado, Koyré afirmara o seguinte sobre Galileu:

“Um plano absolutamente liso, uma esfera absolutamente esférica, ambos absolutamente duros: são coisas que não se encontram na realidade física. Não são conceitos que se tirem da experiência; são conceitos que se lhe supõem. (...)

As ‘experiência’ de que Galileu se vale - ou de que se valerá mais tarde -, mesmo as que ele realmente executa, não são, e nunca serão, mais do que experiências de pensamento.”

Alexandre Koyré. **Estudos Galilaicos**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1986, p. 98-99. Original francês de 1939.

Num trabalho escrito quase duas décadas após a publicação dos **Estudos Galilaicos**, a convicção de Koyré continuava a mesma como demonstra esta citação:

“... a maneira pela qual Galileu concebe um método científico correto implica um predomínio da razão sobre a simples experiência... (...)

... (Galileu) deve sua fama de experimentador aos esforços infatigáveis dos historiadores positivistas...”

neste tema oferecendo vários exemplos da física clássica e da física contemporânea. Após essa discussão, ele chega à seguinte posição, que é relevante à linha de discussão que estamos desenvolvendo neste texto:

“A conclusão que eu tiraria destes exemplos não é que as experiências não sejam importantes na escolha entre teorias, mas que é dada menos relevância ao teste experimental da hipótese que sua conformidade com sua superestrutura teórica geral ou com teorias mais prestigiosas de ramos afins da ciência.”¹⁷

Ou seja, a sua conclusão joga um pouco mais no time dos historiadores que seguem a linha Koyreana. São necessários maiores estudos sobre essa polêmica que é de fundamental importância para a utilização da história. Ainda nessa linha o artigo de Brush aborda a “objetividade”, um ideal indissociável da investigação científica para a maioria dos filósofos e historiadores da ciência. E neste ponto Brush toca na discussão que envolve a “reconstrução”.

Ele afirma que o professor poderá ficar numa encruzilhada, como a que pode ser encontrada na discussão de uma citação de Dirac presente no volume 1, **Mecânica**, do Curso de Berkeley.

Alexandre Koyré. Los orígenes de la ciencia moderna. In: Alexandre Koyré, **Estudios de historia del pensamiento científico**. México: Siglo Veintiuno, 1978, p. 71-72). Existe versão mais recente em português.

Essa é uma polêmica que certamente ainda vai prosseguir por muito tempo e que mostra bem a importância da história epistemológica que não se limita à mera crônica dos acontecimentos científicos. Foi exatamente uma crônica de acontecimentos, escrita logo após a morte de Galileu (1642), que deu início à “lenda” ou verdade sobre os trabalhos de Galileu. Vincenzo Viviani (1622-1703) foi amanuense de Galileu nos seus últimos anos de vida. A pedido de um dos príncipes de Toscana, escreveu um relato da vida e obra de Galileu. O **Racconto storico della vita del Sign. Galileo Galilei**, publicado em 1717, enfatizou o caráter empiricista dos trabalhos de Galileu, sendo o primeiro escrito a relatar que Galileu teria descoberto o princípio do pêndulo pela observação da oscilação de um lustre da Catedral de Pisa, e também o primeiro a afirmar que ele rejeitara a lei de queda de Aristóteles após sua experiência de queda de graves a partir do alto da Torre de Pisa.

S. Drake se alinha entre aqueles historiadores que aceitam o “racconto” de Viviani, enquanto A. Koyré dizia que se tratava apenas de uma lenda.

Michael Segre, numa resenha do livro de Viviani, assim conclui seu artigo:

“Ao invés de perguntar ‘quais das experiências descritas por Viviani, ou pelo próprio Galileu, foram por ele realizadas?’, dever-se-ia perguntar ‘por que Viviani (e Galileu) pensavam que era importante relatar tais experimentos?’. A resposta a esta questão pode mudar a discussão para um nível mais histórico que filosófico.”

Michael Segre. Viviani’s life of Galileo. **ISIS**, v. 80, p. 207-231, 1989.

¹⁷ Stephen G. Brush, **op. cit.**, nota 15, p. 1169.

“Parece que se alguém está trabalhando a partir do ponto de vista de obtenção de beleza em suas equações, e se esse alguém tem realmente um ‘insight’ seguro, ele está com certeza na linha do progresso. Se não há um completo acordo entre seus resultados e a experiência, não deve desesperar pois a discrepância bem pode ser devida a características menores que não foram levadas em consideração de forma adequada e que desaparecerão com ulteriores desenvolvimentos da teoria.”¹⁸

Porém, como afirma Brush, o texto de Berkeley prossegue recomendando que os estudantes não sigam ao pé da letra essa recomendação de Dirac, pois apenas as *melhores cabeças do tempo, como Einstein ou Dirac*, podem trabalhar adequadamente as sutilezas do “*mundo real*”. Isto é, diz o articulista, o estudante é “encorajado” a assumir que *ele não será um Einstein ou um Dirac*. Será que existiriam duas espécies de estudantes e, portanto, duas espécies de cientistas? O cientista médio do futuro seria o estudante médio de hoje que poderia ficar “impressionado” com os rigores dessa história da sua futura profissão, e assim ver perturbada sua crença na objetividade, do papel crucial da experimentação como porto seguro da melhor teoria e do *publish or perish* que é a espada de Damocles permanentemente presente sobre a cabeça dos pesquisadores. Exagero? Nem tanto, como bem sabe quem vivencia o cotidiano dos maiores centros de pesquisa do mundo. Assim, essa reação à história da ciência, dita “subversiva” por Brush, encontra respaldo tanto institucional como também “inconsciente”, constituindo algo semelhante ao que o filósofo Gaston Bachelard (1884-1962) denominava “obstáculo epistemológico”.

Julgamos interessante citar ainda algumas reflexões finais desse artigo de S. G. Brush:

“Eu sugiro que o professor, que deseja doutrinar seus estudantes no papel tradicional do cientista como um investigador neutro, não deveria usar os materiais históricos da espécie que está sendo preparada agora pelos historiadores da ciência: eles não servirão a seus propósitos. (...) Por outro lado, aqueles professores, que desejam neutralizar o dogmatismo dos textos didáticos e transmitir algum entendimento da ciência como uma atividade que

¹⁸ Paul A. M. Dirac. *Sci. Am.*, v. 208, n. 45, may 1963. Está republicada no volume 1, Mecânica, do Curso de Física de Berkeley. Citado por Brush, *op. cit.*, nota 15, p. 1170.

não pode estar divorciada de considerações metafísicas ou estéticas, podem encontrar algum estímulo na nova história da ciência.”¹⁹

Portanto, cabe a cada um de nós, futuros ou atuais pesquisadores e/ou professores de física, decidir que caminho seguir, seja na investigação seja nas salas de aula.

1.5 “Reconstrução racional” ou “recorrência histórica”?

A recomendação da “reconstrução racional” do desenvolvimento científico está presente nos escritos de uma série de filósofos e historiadores da ciência que procuram levar avante o ideal contido na primeira parte da citação acima.

Algo similar a essa reconstrução é destacado por outros autores sob outros nomes. O historiador da ciência Martin J. Klein (1924-2009) utiliza o termo “pseudo-história” que seria um procedimento que levaria à escolha de exemplos, conceitos e situações que têm uma importância para a física dominante da atualidade. Isso nos induziria a escrever a história de trás para frente, garantindo a construção lógica mesmo que ao preço de não respeitar a cronologia dos acontecimentos.²⁰

Por outro lado, fala-se também de “quase-história” que seria uma história que sustentaria os fatos num referencial que os faz ter sentido. M. A. B. Whitaker fornece uma série de exemplos de “quase-história” da física contemporânea presente nos livros didáticos de nível universitário. Este autor menciona também o fato de que este tipo de história elimina a dimensão social do desenvolvimento científico.²¹

Comparando-se esta discussão sobre os vários tipos de reconstrução racional da história com a função do historiador mencionada há pouco, faz-se necessária uma observação importante. Enquanto a reconstrução quer, a meu ver, justificar a visão de mundo fornecida pela física contemporânea olhando para uma linha comprobatória que vai dessa visão e retrocede até

¹⁹ Stephen G. Brush, *op. cit.*, nota 15, p. 1170-1171.

²⁰ Martin J. Klein. History in the teaching of Physics. In: S. G. Brush and A. L. King (Eds.) **Proc. Int. Working Seminar on the Role of History of Physics in Physics Teaching**. Univ. Press of New England, 1972, p. 21.

²¹ M. A. B. Whitaker. History and quasi-history in physics education - part 1. **Phys. Educ.**, v. 14, p. 108-112, 1979. Idem - part. 2. **Phys. Educ.**, v. 14, p. 239-242, 1979.

Voltaremos a tratar desses dois artigos no capítulo 5, após termos abordado os trabalhos de Planck, a radiação do corpo negro e o surgimento da física quântica nos capítulos 2, 3 e 4.

os mais antigos “defensores primitivos e/ou ingênuos” (isto é, a história da ciência só seria importante enquanto confirmação do presente), a função para a história dada por Carr é completamente distinta. O papel da história seria o de permitir uma compreensão mais rica tanto do passado como, e principalmente, do presente. Ou, com as palavras de Carr:

“O passado é inteligível para nós somente à luz do presente; só podemos compreender completamente o presente à luz do passado. Capacitar o homem a entender a sociedade do passado e aumentar o seu domínio sobre a sociedade do presente é a dupla função da história.”²²

Creemos que essa afirmação de Carr aplica-se também para o caso da história da física. É para a moderna história da ciência, para a qual Brush utiliza a qualificação de “subversiva”, que temos de nos referir como um exemplo dessa função da história presente em Carr. E aqui eu me refiro não somente à tendência internalista, que é a visada no artigo de Brush, como também à tendência externalista. Ou seja, o referencial social no qual determinado desenvolvimento científico foi produzido e o referencial epistemológico respectivo, devem favorecer a compreensão e o domínio sobre as teorias aceitas como válidas atualmente, bem como a compreensão das teorias do passado.

Neste ponto cabe falar do conceito de “*história recorrente*” presente em Gaston Bachelard, que guarda estreita similaridade com o “*uso recorrente da história da ciência*”, afirmado por Paul Feyerabend (1924-1994). A argumentação em favor da história da ciência desses dois epistemólogos guarda certa analogia também com a interpretação que Thomas Kuhn (1922-1997) oferece para não aceitar que a mecânica Newtoniana seja um caso particular da relatividade de Einstein, como já mencionamos na primeira parte destes textos. Para exemplificar esse posicionamento, eis uma breve citação de Bachelard sobre o assunto:

“Vê-se, então, a necessidade educativa de formular uma história recorrente, uma história que esclareça pela finalidade do presente, uma história que parta das certezas do presente e descubra, no passado, as formações progressivas da verdade. Assim, o pensamento científico se afirma no relato de seu progresso. Essa história recorrente aparece nos livros

²² Edward. H. Carr, **op. cit.**, nota 11, p. 49.

de ciência atuais sob a forma de preâmbulo histórico. Mas não raro ela é abreviada. Ela esquece muitos intermediários. Ela não prepara suficientemente a formação pedagógica dos diferentes limiares de cultura.”²³

É a partir desse tipo de análise que Bachelard atribui grande importância à história da ciência. E sua concepção de história da ciência envolve o conceito de *recorrência histórica*. A história da ciência seria recorrente na medida em que se esclarece pela finalidade do presente, isto é, percorrendo o passado da ciência tendo já percorrido o seu presente. Construindo um encadeamento entre as sucessivas ideias científicas, numa interação dialética, que vai compor uma estrutura ordenada e racional, plena de objetividade. Numa afirmação muito próxima à de Carr, já mencionada, vamos ver Bachelard dizendo que o

“(…) historiador da ciência só pode julgar o passado se conhece o presente. (...)

É o presente que ilumina o passado e lhe dá sentido, permitindo-lhe reviver.”²⁴

Assim como E. H. Carr critica a concepção de história geral reconstruída para acomodar fatos do passado com fatos do presente, assim também o uso da história da ciência preconizada por Bachelard, Kuhn e Feyerabend não se acomoda a uma concepção que envolva a “reconstrução racional”. Bachelard entendia que a visão de mundo fornecida pelas teorias contemporâneas da física oferecia um novo referencial a partir do qual as teorias clássicas ou ainda as ideias mais antigas poderiam ser avaliadas no momento de sua criação, porém levando em consideração as peculiaridades epistemológicas então vigentes. Da mesma forma pode-se afirmar que, segundo a visão de Bachelard, as teorias físicas do presente de modo algum podem ficar limitadas a receber seu sentido e explicação a partir das teorias do passado. É, de novo, um processo dinâmico de duas mãos: uma que vem do passado ao presente, outra que vai do presente ao passado.

²³ Gaston Bachelard. **Epistemologia**. Trechos escolhidos por Dominique Lecourt. Trad. de Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar, 1977, p. 184. Original francês de 1971.

²⁴ Gaston Bachelard. Citado em: Elyana Barbosa. **O segredo do mundo (uma leitura de Gaston Bachelard)**. Tese de doutoramento, FFLCH/USP, 1985, p. 112.

A releitura dos trabalhos de Newton realizada no século XIX não é igual à sua leitura no início do século XVIII. O contexto é outro, é outra a epistemologia. Isto é coerente com a seguinte conclusão de Mário Schenberg:

“A História da Ciência mostra assim que idéias aparentemente incorretas são posteriormente válidas e que haviam correspondido a intuições profundas.

Vemos então que a evolução dos conceitos da Física é algo paradoxal e extremamente interessante porque não é processo retilíneo, mas um verdadeiro ziguezague. Contudo, a ciência vai progredindo, cada vez descobrindo novas verdades. Mesmo quando se volta para uma idéia que já existia antes, não se volta do mesmo modo com que ela havia sido formulada anteriormente.”²⁵

Fica assim estabelecida uma crítica aos que entendem a história da ciência como uma sucessão progressiva em desenvolvimento, um mero acúmulo linear de fatos, descobertas, invenções, dando a impressão de uma sequência de herdeiros fiéis aos seus ancestrais. Elyana Barbosa sintetiza a concepção de história da ciência de Bachelard com as seguintes palavras:

“A concepção de Bachelard de recorrência histórica mostra que se a história da ciência pode apontar, muitas vezes, uma certa continuidade nos problemas investigados é porque os continuistas da cultura fazem um relato contínuo dos acontecimentos, acreditando reviver os acontecimentos na continuidade do tempo e desta maneira toda história parece ter a unidade e a continuidade de um livro.”²⁶

Queremos deixar claro que, se por um lado a recorrência histórica de Bachelard não pode ser confundida com a reconstrução racional²⁷, por outro lado, ela não pode ser traduzida como

²⁵ Mário Schenberg, **op. cit.**, nota 3, p. 52.

²⁶ Elyana Barbosa, **op. cit.**, nota 24, p. 115.

²⁷ A ênfase dada à experiência de Michelson-Morley (chamada de “experimento crucial” por Popper) na construção da relatividade de Einstein, ou a apresentação da fórmula de radiação de Planck são dois exemplos dessa “reconstrução”. O próprio Lakatos, na sua defesa da reconstrução racional, assim comenta o “programa de Bohr”: “Bohr, em 1913, não podia ter pensado ainda na possibilidade do spin do elétron. Tinha mais que suficiente com que ocupar-se sem contar o spin. Entretanto, o historiador, ao descrever posteriormente o programa bohriano, incluirá dito spin do elétron, pois este encaixa-se de modo natural na descrição original do programa. Bohr poderia ter-se referido a ele em 1913. Porque não o fez, é um interessante problema que merece ser indicado numa nota de rodapé.” (In: Imre Lakatos, **op. cit.**, nota 8, p. 40).

sendo a busca dos precursores, tão normal de acontecer na historiografia tradicional. É inevitável que, vitoriosa uma determinada explicação do mundo, procuremos no passado seus antecessores e os interpretemos à luz dessa explicação. Porém, é necessário enquadrá-los no seu contexto histórico e epistemológico. Bachelard entendia sua recorrência histórica não como uma reconstrução, mas como um *rever*, isto é, estudar o passado tendo o presente já estudado, procurando respeitar as respectivas visões epistemológicas. Sobre este tema e, ao mesmo tempo, exemplificando um aspecto cultural muito mais amplo, vale a pena reproduzir o pensamento de Jorge Luis Borges:

“O escritor argentino Jorge Luis Borges, num de seus escritos, afirma que em cada período histórico um autor inventa os seus predecessores. Pode-se dizer que com a publicação dos “Principia” de Isaac Newton, há exatamente trezentos anos, ou melhor ainda, com a aceitação da mecânica newtoniana, a partir do século XVIII, inicia-se uma espécie de “arqueologia” do pensamento pré-newtoniano buscando descobrir raízes, as fontes de inspiração, os personagens, os acontecimentos históricos, enfim, todo o clima que permitiu o nascimento da mecânica moderna.”²⁸

No final do século XIX, equivocaram-se também aqueles que afirmavam que a física estaria acabando, pois para completar o edifício da física clássica aparentemente bastava esclarecer alguns pequenos problemas como, o efeito fotoelétrico, a medida da velocidade da Terra com relação ao éter, a radiação do corpo negro, entre outros. Cabe aqui uma breve citação de David Bohm (1917-1994) sobre esse assunto:

“(…) Lord Kelvin, um dos físicos de renome da época, expressou a opinião de que o esboço geral básico das teorias físicas estava muito bem estabelecido e que restavam somente “duas pequenas nuvens” no horizonte, a saber, os resultados negativos da experiência de Michelson-Morley e a falha da lei de Rayleigh-Jeans em predizer a distribuição da energia radiante num corpo negro. Deve-se admitir que Lord Kelvin soube escolher bem suas

Ou seja, isto teria assim ocorrido caso Bohr tivesse pensado racionalmente em 1913. Porém, eis o que diz Kuhn (que estudou amplamente a gênese do átomo de Bohr):

“... Bohr era completamente cético com respeito à idéia de spin mesmo em 1925.”

(In: Imre Lakatos, **op. cit.**, nota 8, p. 89).

²⁸ João Zanetic. Dos “princípios” da mecânica aos “Principia” de Newton. **Cad. Cat. Ens. Fís.**, Florianópolis, v. 5 Número Especial, p. 23, 1988.

“nuvens”, uma vez que esses foram precisamente os dois problemas que eventualmente produziram as mudanças revolucionárias na estrutura conceitual da física que ocorreram no século vinte em conexão com a teoria da relatividade e a teoria quântica.”²⁹

Alguns autores mencionam que Michelson teria dito algo análogo a Lord Kelvin quanto ao futuro da física e que o professor de Planck da escola média o teria desencorajado a estudar física por motivos semelhantes.

Alexandre Medeiros em artigo recente coloca em dúvida essas afirmações atribuídas a Lord Kelvin e outros³⁰. Como vemos, há muito a aprender sobre história da física.

²⁹ David Bohm. **Causality and chance in modern physics**. London: Routledge & Kegan Paul, 1967, p. 68.

³⁰ Alexandre Medeiros. Entrevista com Einstein. **Física na Escola**, v. 6, n. 1, p. 88-94, 2005.

“Quanta”, música de Gilberto Gil de 1997:

Quanta do latim
Plural de quantum
Quando quase não há
Quantidade que se medir
Qualidade que se expressar
 Fragmento infinitésimo
 Quase que apenas mental
 Quantum granulado no mel
 Quantum ondulado no sal
 Mel de urânio, sal de rádio
 Qualquer coisa quase ideal
Cântico dos cânticos
Quântico dos quânticos
 Canto de louvor
 De amor ao vento
 Vento arte do ar
 Balançando o corpo da flor
 Levando o veleiro pro mar
 Vento de calor
 De pensamento em chamas
 Inspiração
 Arte de criar o saber
 Arte, descoberta, invenção
 Teoria em grego quer dizer
 O ser em contemplação
Cântico dos cânticos
Quântico dos quânticos
 Sei que a arte é irmã da ciência
 Ambas filhas de um Deus fugaz
 Que faz num momento e no mesmo momento desfaz
 Esse vago Deus por trás do mundo
 Por detrás do detrás
Cântico dos cânticos
Quântico dos quânticos

Capítulo 2

A física clássica em busca da solução de uma “catástrofe”

“O universo não é apenas mais estranho do que imaginamos, é mais estranho do que podemos imaginar”

Werner Heisenberg

2.1 Introdução

Podemos iniciar este assunto tratando de algo um tanto quanto folclórico, polemizando sobre a possível data do nascimento da física quântica. Jean-Marc Lévy-Leblond, coautor de um livro didático interessante sobre mecânica quântica³¹, participou em 1974 de um colóquio festivo intitulado “Meio Século de Mecânica Quântica”, realizado em Strasbourg, França, comemorativo do cinquentenário da publicação do trabalho original de Louis de Broglie.³² Lévy-Leblond abriu sua intervenção com as seguintes palavras:

“Apesar do caráter festivo deste nosso encontro, celebrando meio século de mecânica quântica, deixem-me correr o risco de formular umas poucas questões indecorosas. A referência cronológica deste Colóquio, para começar, mereceria alguns considerandos. Não poderíamos imaginar que Colóquios análogos, com títulos similares, poderiam ter sido realizados em Berlin em 1950, Zürich em 1955, Manchester em 1963, Göttingen em 1975, Cambridge em 1975 também, Viena em 1976, etc., celebrando vários possíveis nascimentos da mecânica quântica³³, comparáveis em importância ao comemorado hoje?”³⁴

³¹ Jean-Marc Lévy-Leblond e Françoise Balibar. **Quantics – Rudiments of Quantum Physics**. Amsterdam: North-Holland, 1990 (Original francês de 1984).

³² Louis de Broglie. **Recherches sur la Théorie des Quanta**. Tese de doutorado, Paris, 1924. Traduzido para o inglês em: G. Ludwig (ed). **Selected Readings in Physics-Wave Mechanics**, Oxford: Pergamon Press, 1968.

³³ Lévy-Leblond referia-se aqui aos trabalhos originais de Max Planck (1900), Albert Einstein (1905), Niels Bohr (1913), Werner Heisenberg (1925), Max Born e Paul Jordan (1925), Paul A. M. Dirac (1925) e Erwin Schrödinger (1926).

³⁴ Jean-Marc Lévy-Leblond. Towards a proper quantum theory. **Dialectica**, v. 30, n. 2/3, p. 162, 1976. Nesse artigo, Lévy-Leblond discute problemas epistemológicos relacionados com a tentativa de “separar a teoria quântica de suas persistentes conexões clássicas”. Disponível em: <[http://ucispace.lib.uci.edu/bitstream/handle/10575/1146/levy-leblond%20-%20towards%20a%20proper%20quantum%20theory%20\(1976\).pdf?sequence=1](http://ucispace.lib.uci.edu/bitstream/handle/10575/1146/levy-leblond%20-%20towards%20a%20proper%20quantum%20theory%20(1976).pdf?sequence=1)>. Acesso em: abril de 2020.

Apesar da dificuldade de situar precisamente quando ocorreu seu nascimento, o que é característico sobre a origem de qualquer outro grande tema da física, não estaremos equivocados se afirmarmos que a física quântica teve sua origem relacionada com a inabilidade da física clássica em conseguir resolver alguns problemas que se afiguravam, para os físicos que haviam lidado com eles nas últimas décadas do século XIX, de breve e fácil solução.

Um desses problemas, que alguns textos didáticos chegam a batizar com a designação apocalíptica de **catástrofe do ultravioleta**³⁵, nada mais era que a busca de explicação para a distribuição de energia do espectro de **radiação do corpo negro**, extensamente observada experimentalmente entre o final do século XIX e o início do século XX. Era uma encruzilhada que havia chegado à física da radiação térmica e que colocaria em xeque todo o edifício da física clássica.

O que era aparentemente paradoxal nesse acontecimento científico é que estava ligado a um fenômeno bem simples: o aquecimento de materiais e a emissão de diferentes colorações luminosas correspondentes às diversas temperaturas de aquecimento: quando qualquer objeto é aquecido, ele emite um amplo espectro de radiação, principalmente na região do infravermelho que corresponde àquela situação em que o corpo aquecido tem a aparência de um corpo frio. Quando a radiação emitida é gerada em condições de equilíbrio por uma espécie de cavidade aquecida, como é o caso de um alto forno de siderúrgica, o espectro depende apenas da temperatura. Isto quer dizer que, qualquer que seja a forma ou o material - metal, vidro, ou outra substância qualquer - do alto forno, sua abertura emitirá luz que não permite o reconhecimento dos materiais nele aquecidos. Conforme observado por Werner Heisenberg (1901-1976) “*trata-se de um fenômeno simples que deveria ter uma explicação, igualmente simples, com base nas leis clássicas conhecidas da radiação e do calor*”.³⁶ Seria simplesmente mais um exemplo de

³⁵ Esta expressão foi utilizada pela primeira vez em 1911, por Paul Ehrenfest (1880-1933), numa parte de um artigo em que ele comentava a limitação da expressão de Rayleigh-Jeans para a radiação do corpo negro. Paul Ehrenfest. Welche Züge der Lichtquantenhypothese spielen in der Theorie der Wärmestrahlung eine wesentlich Rolle? In: **Annalen der Physik**. Band 34, n. 11, 1911. Em português: “Quais características da hipótese quântica da luz desempenham um papel essencial na teoria da radiação térmica?”. Artigo original em alemão disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.19113411106>>. Acesso em: abril de 2020.

³⁶ Werner Heisenberg. **Física e filosofia**. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 2. ed., 1987, p. 29. Heisenberg ganhou o prêmio Nobel de Física de 1932. Foi uma das grandes figuras da criação da teoria quântica tendo contribuído com a formulação da mecânica quântica através da **mecânica de matrizes**. É muito conhecido nos livros didáticos de física moderna como o autor do **princípio da incerteza**, básico para a compreensão da discussão sobre medidas microscópicas.

aplicação paradigmática, como diria Thomas Kuhn ao propor a metáfora da resolução de mais um quebra-cabeça na prática da ciência normal.

A história da física está repleta de acontecimentos e fenômenos aparentemente simples que levaram a construções teóricas sofisticadas. É interessante lembrar alguns: o movimento retrógrado dos planetas, a queda acelerada dos graves, o movimento browniano, o espalhamento de partículas alfa por anteparos metálicos finos, o efeito fotoelétrico, a ausência de movimento da Terra com relação ao éter, entre outros. Daí surgiram, respectivamente, o heliocentrismo, a mecânica clássica, a mecânica estatística, a física quântica e a relatividade.

Como teremos oportunidade de estudar mais adiante, a citação de Heisenberg retrata bem a expectativa que os físicos do final do século XIX tinham com relação à possibilidade de explicação desse fenômeno nos limites propostos pela física clássica de então. O mesmo ocorreu com a tentativa de explicar outros fenômenos intrigantes como o efeito fotoelétrico, o movimento browniano, os raios X e vários outros originários da nascente pesquisa atômica do final do século XIX e começo do século XX.

A impossibilidade de resolver tais problemas através da física clássica, então dominante, provocou, intencionalmente ou não, a ruptura com essa física e o nascimento da física quântica que alguns historiadores da ciência e alguns físicos, como o Lévy-Leblond, situam no dia 14 de dezembro de 1900, dia em que Max Planck (1858-1947) apresentou, em Berlin, seu artigo **Sobre a teoria da lei de distribuição de energia do espectro normal**³⁷ (ou, como veremos mais adiante, seria mais bem situada no dia 19 de outubro do mesmo ano quando ele apresentou o artigo **Sobre um aperfeiçoamento da equação de Wien do espectro**³⁸?). Poucos anos depois, em 1905, Albert Einstein, que também desempenhou um importante papel na consolidação do nascimento dessa teoria, faria nascer mais uma teoria revolucionária do início do século passado, a teoria da relatividade.

Sugestão de leitura complementar sobre as contribuições de W. Heisenberg para a construção dos fundamentos da Teoria Quântica: Werner Heisenberg. **A parte e o todo: encontros e conversas sobre física, filosofia, religião e política**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. 286p. ISBN 8585910135.

³⁷ Original em alemão: **Über des Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum**. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/andp.19013090310>>. Acesso: abril de 2020. Tradução para o português de Ildeu de Castro Moreira. **Sobre a Lei de Distribuição de Energia no Espectro Normal**. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_538.pdf>. Acesso em: abril de 2020.

³⁸ Original em alemão: **Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung**. Tradução para o português de Nelson Studart. **Sobre um aperfeiçoamento da Equação de Wien para o Espectro**. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_536.pdf>. Acesso em: abril de 2020.

George Gamow (1904-1968), ao fazer comentários sobre essas duas teorias “*importantíssimas e revolucionárias*” que “*modificaram a face da física durante as primeiras décadas do século XX*”, destacou uma sutil diferença entre o surgimento delas; enquanto a **teoria da relatividade**, nascida em duas etapas, em 1905, com a teoria especial ou restrita e, em 1916, com a teoria generalizada, foi a criação de uma única pessoa (Albert Einstein), a outra, a **teoria quântica**, foi o resultado de um trabalho de pesquisa que envolveu a colaboração de uma série de grandes pesquisadores. Esse comentário de Gamow é bastante polêmico pois sabemos que Einstein, que foi sem dúvida o principal personagem da criação epistemológica da teoria da relatividade especial e geral, vivia um momento particularmente rico que favoreceu o seu trabalho. O historiador da ciência Roberto Martins, ao contrário de Gamow, faz o seguinte balanço:

“Popularmente, atribui-se a Albert Einstein todo o mérito pela criação da teoria da relatividade. A maior parte das pessoas parece acreditar que foi necessário e suficiente o nascimento desse indivíduo para que brotassem de seu cérebro diversos trabalhos revolucionários. O presente trabalho mostrará que a contribuição de Einstein foi um passo dentro de uma fase de complexa evolução da física, que dependeu dos trabalhos de muitos pesquisadores e que tinha atingido um amadurecimento, em 1905, que permitiu o surgimento do trabalho de Einstein.”³⁹

Embora, como foi mencionado anteriormente, seja difícil situar precisamente quando ocorreu o nascimento da física quântica, podemos dizer que foi Max Planck o primeiro a introduzir na física, nos artigos mencionados anteriormente, a noção de **quantum de ação** e a famosa relação $E = h\nu$ ao procurar construir uma formulação mais elegante e completa para a equação de Wilhelm Wien (1864-1928) da radiação do corpo negro.⁴⁰ Como destaca Roger Penrose, essas proposições originais de Planck não faziam sentido no interior da física praticada

³⁹ Roberto de Andrade Martins. Física e História. **Ciência e Cultura**, São Paulo, v. 57, n. 3, p. 25, 2005. Disponível em: <http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0009-67252005000300015>. Acesso em: abril de 2020.

⁴⁰ George Gamow. **Treinta años que conmovieron la física**. Buenos Aires: Ed. Universitária, 1974, p. 13 (Original de 1966).

nos primeiros anos do século XX e “*apenas Einstein parecia ter entendido (decorrido algum tempo) que essas proposições tentativas tinham um significado fundamental.*”⁴¹

Pretendemos neste capítulo e nos dois próximos ilustrar com algum detalhe uma história “internalista” da radiação do corpo negro que permita, ao mesmo tempo, a divulgação e a discussão dos dois artigos históricos clássicos de 1900 de Planck, a comparação desta construção com o tratamento desse tema em alguns livros didáticos de física, normalmente utilizados em nossos cursos universitários de física e um exercício de aplicação das diversas teorias epistemológicas introduzidas na primeira parte destes textos. Além disso, dado o fato, destacado acima, do reconhecimento e compreensão desses artigos por parte de Einstein e do uso que ele fez de sua interpretação do resultado desse trabalho de Planck na solução do efeito fotoelétrico⁴², estenderemos este apanhado histórico incluindo alguns elementos desses primeiros trabalhos de Einstein que comentam aspectos da radiação do corpo negro.

Apresentamos também breves elementos “externalistas” visando construir algo da atmosfera cultural, social e política em que essas ideias se originaram, aproveitando para tanto o trabalho de alguns historiadores e filósofos da ciência que se debruçaram sobre esse tema.

2.2 Antecedentes históricos

O relato que estamos construindo, se bem que historicamente deva ser redimensionado quanto às perguntas e possibilidades de respostas adequadas em virtude da distância temporal, faz-nos lembrar a questão proposta pelo grego Tales de Mileto (624-546 AC) quanto aos modos utilizados pela natureza na construção dos diferentes componentes que constituiriam o mundo. Nas diferentes tentativas de responder a essa questão surgiram os elementos gregos – terra, água, ar e fogo – que seriam responsáveis pela existência de todos os corpos conhecidos, das montanhas à ínfima partícula de poeira.

⁴¹ Roger Penrose, no prefácio do livro **Einstein’s Miraculous Year. Five papers that changed the face of Physics**, de John Stachel (edição e introdução), Princeton University Press, 1998, p. X. John Stachel (org.). **O ano miraculoso de Einstein: cinco artigos que mudaram a face da física**. Trad. de Alexandre C. Tort. 2. ed. Rio de Janeiro: Ed. da UFRJ, 2005. 222p. ISBN 9788571082410.

⁴² Trata-se do artigo original em alemão: Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.19053220607>>. Acesso em: abril de 2020, publicado no **Annalen der Physik**, v. 17, p. 132-148, 1905 e reproduzido no livro de John Stachel, **op. cit.**, nota 41, p. 177-198.

Enquanto Tales apontava a água como o componente primordial para a construção do universo, Heráclito (535-470 AC) elegia o fogo como esse componente primordial. Na citação a seguir é destacada essa opção de Heráclito, juntamente com um exemplar de sua predileção pelo discurso metodológico da dialética.

“O fogo é uma substância primordial, porque ele possui as propriedades da matéria, pelo menos da matéria corporal, mas ele é mais sutil. Heráclito afirmava que os seres mortais são imortais, os imortais são mortais, um vive da morte do outro e morre da vida do outro. Os fótons, nós sabemos atualmente, podem nascer de uma aniquilação de pares elétron-pósitron, os pares partícula-anti-partícula nascem da morte de um fóton.”⁴³

A tentativa de estudar a possibilidade de existência de um limite para a divisão da matéria e a evidência da existência de um mundo invisível, representada pelo movimento do ar, cheiro, som, calor, ... levaram Leucipo (cerca de 440 AC), Demócrito (cerca de 420 AC) e outros filósofos gregos a imaginar um limite para a divisão da matéria. Eles foram os fundadores da doutrina atomista. Essa doutrina dos dois filósofos gregos foi retomada por Epicuro (342-271 AC) e Lucrécio (c. 98-55 AC) que, no seu trabalho **De rerum natura**, escreveu:

“Os corpos são constituídos, de uma parte do princípio simples das coisas, os átomos, e de outra parte, dos compostos formados por esses elementos primitivos. Quanto a estes, nenhuma força é capaz de os destruir; a toda tentativa nessa direção, eles resistem com solidez. Contudo, se não admitirmos na natureza um termo último de pequenez, os corpos ainda menores serão formados de uma infinidade de partes, pois que cada metade possuirá sempre uma metade, e assim por diante até o infinito. Que diferença haverá entre o próprio Universo e os corpos muito pequenos? Nenhuma diferença poderá ser estabelecida: tão pequeno ou tão grande que se suponha o universo, os corpos muito pequenos serão, eles próprios, compostos de uma infinidade de partes. A razão se revolta contra essa conseqüência e não admite que o espírito a aceite; por isso, é necessário que tu te confesses vencido e que tu reconheças que existem partículas irredutíveis a toda divisão e que

⁴³ José Leite Lopes e Bruno Escoubès. **Sources et évolution de la physique quantique – Textes fondateurs**. Paris: Masson, 1994, p. 3. Este livro traz uma seleção rigorosa de textos teóricos sobre a origem e desenvolvimento da física quântica.

atingiram o degrau último de pequenez; e como elas existem, é preciso que reconheças também que elas são sólidas e eternas.”⁴⁴

Nascia, assim, a ideia do elemento primário indivisível constitutivo da matéria, **o átomo**. Era também o nascimento de um materialismo que iria se opor às concepções idealistas plantadas por Platão que concebia unicamente a geometria como base de explicação dos fenômenos do universo, constituindo o seu mundo das ideias, base do idealismo.

David Bohm costumava afirmar que esse debate entre o idealismo e o materialismo sempre esteve presente na física, inclusive na física contemporânea.

A concepção atômica derrotada pelo paradigma aristotélico, ficou esquecida, ao lado da concepção heliocêntrica de universo, por quase dois mil anos. Apenas no século XVII, Pièrre Gassendí (1592-1655), um padre e físico da Provença, e Isaac Newton (1642-1727), a colocaram de novo na berlinda. Nascia assim a teoria corpuscular da matéria e da luz que iria marcar profundamente a história da física.

A luz passou a ser um objeto privilegiado de atenção científica. Tradicionalmente se coloca de um lado Newton que, com suas experiências de decomposição da luz branca através de sua passagem por prismas, pôs em movimento um ramo da física que se mostraria importantíssimo nos séculos seguintes, a espectroscopia. Provavelmente influenciado por seu bem sucedido estudo do movimento de partículas, Newton chegou a conceber a luz como um fluxo de pequenas partículas ou corpúsculos.⁴⁵ De outro lado, tradicionalmente se coloca um contemporâneo de Newton, Christian Huygens (1629-1695), que chegava à concepção da luz como um fenômeno exclusivamente ondulatório. A comparação entre essas ideias de Newton e de Huygens, publicadas respectivamente na **Óptica**, de 1704, e no **Tratado sobre a luz**, de

⁴⁴ Lucrécio. **De la Nature**. Paris: Garnier-Flammarion, 1964. Citado por José Leite Lopes e Bruno Escoubès, **op. cit.**, nota 43, p. 4.

Livros em português na USP (biblioteca da FFLCH):

Lucrécio. **Da natureza das coisas**. São Paulo: Cultura, 1941.

Lucrécio. **Da natureza**. Rio de Janeiro: Globo, 1962.

⁴⁵ Mesmo essa interpretação da concepção newtoniana precisa ser problematizada. Para tanto, é interessante citar aqui algumas palavras de Newton onde ele diminui a ênfase a respeito da visão corpuscular da luz:

“É verdade que de minha teoria eu argumento a corporeidade da luz, mas faço isto sem qualquer certeza absoluta, como as palavras talvez intinem, e faço principalmente como uma consequência muito plausível da doutrina, e não como uma suposição fundamental, nem como qualquer parte dela”.

(**The correspondence of Isaac Newton**. Vol. I (1661-1675). Cássio Costa Laranjeiras. **Redimensionando o ensino de física numa perspectiva histórica**. Dissertação de mestrado, IFUSP/FEUSP, 1994, p. 163).

1679, é polêmica. O historiador da ciência David Knight chega a afirmar que o livro de Huygens não desempenhou um papel importante na história da óptica, ao contrário da crença comum propalada por muitos autores.⁴⁶ Muito tempo depois, a partir dessas concepções, numa reconstrução racional da história da física, iria nascer uma oposição entre a teoria corpuscular da luz e a teoria ondulatória da luz. Talvez possamos afirmar que nascia assim um parente distante da dualidade partícula-onda da luz, fruto dos tempos contemporâneos.

Mas essa oposição clássica se daria apenas no início do século XIX quando foram desenvolvidos vários novos instrumentos ópticos. Com eles foram realizadas as mais variadas experiências que culminaram com os trabalhos de Thomas Young (1773-1829), que estudou o fenômeno de interferência da luz e de Augustin Fresnel (1788-1827) e Joseph von Fraunhofer (1787-1826) que estenderam esse tipo de experiências introduzindo a difração e a polarização da luz. Esses trabalhos levaram à proposição de uma teoria ondulatória para a luz em oposição à teoria corpuscular de Newton. Com esse desenvolvimento, ocorrido no início do século XIX, a teoria ondulatória da luz aparentemente ganhava a parada.

Cabe destacar ainda outro ingrediente que ocorreria em 1800 com um início de relacionamento entre radiação térmica e luz, quando William Herschell (1738-1822) observou um efeito térmico à medida que a luz decomposta se deslocava do violeta para o vermelho⁴⁷. Ele chegou a propor nessa época a hipótese da existência dos raios infravermelhos.⁴⁸

É neste cenário que deve ser situado um trabalho lido na Academia de Ciências de Berlin, em dezembro de 1859, que marcou um possível início da **teoria clássica da radiação térmica**. Tratava-se da leitura do trabalho, hoje clássico, de Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887), que

⁴⁶ David Knight. **Sources for the history of science – 1660-1914**. London: The Sources of History Ltd., 1975, p. 151.

⁴⁷ Ao buscar melhores arranjos experimentais para observar o Sol com ajuda de telescópios, W. Herschell utilizou várias combinações de vidros escurecidos. Ele observou também que alguns vidros produziam sensação de calor mesmo com baixa incidência de luz e outros iluminavam melhor (transmitiam mais luz), produzindo pouca sensação de calor. Buscou, assim, compreender a relação entre o comportamento dos “raios prismáticos” e seu poder de aquecer e iluminar. Mais informações em: Rilavia Almeida de Oliveira e Ana Paula Bispo da Silva. William Herschel, os raios invisíveis e as primeiras ideias sobre radiação infravermelha. **Rev. Bras. Ens. Fís.**, v. 36, n. 4, p. 1-11, dez/2014. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172014000400022](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172014000400022&lng=en&nrm=iso)&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: abril de 2020 [<https://doi.org/10.1590/S1806-11172014000400022>].

⁴⁸ Armando Gibert. **Origens históricas da física moderna**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1982, p. 266.

tinha por título **Sobre a relação entre a emissão e absorção de luz e calor**⁴⁹. Um pequeno trecho desse artigo diz o seguinte:

“Há poucas semanas tive a honra de me dirigir à Academia com um histórico de algumas observações que me pareceram muito interessantes pois permitiam tirar conclusões sobre a constituição química da atmosfera solar. Partindo dessas observações agora derivei, com base em considerações térmicas relativamente simples, um teorema geral que, em vista de sua grande importância, permito-me apresentá-lo à Academia. Ele lida com uma propriedade de todos os corpos e refere-se à emissão e absorção de calor e luz.”⁵⁰

No ano seguinte, o mesmo Kirchhoff introduzia a noção de **corpo perfeitamente negro**, ou, simplesmente **corpo negro**, que dizia respeito a um corpo que absorve toda a radiação nele incidente, isto é, tem uma taxa de absorção igual à unidade.⁵¹

Desse modo, estava nascendo uma linha de pesquisa que, quarenta anos mais tarde, seria responsável por um violento abalo na confiança depositada na física clássica até então.

Vamos seguir alguns passos dessa história do estudo do **Problema da Radiação do Corpo Negro (PRCN)**, que marca também o nascimento da mecânica quântica, procurando ressaltar diferentes procedimentos metodológicos, mudanças conceituais, novas interpretações de velhos resultados, crenças e dúvidas, consequências filosóficas e sociais e os principais personagens envolvidos.

⁴⁹ Original em alemão: **Ueber das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme e Licht**. Publicado em *Annalen der Physik und Chemie*, v. 109, n. 2, p. 275-301, 1960; e disponível também em: <<https://archive.org/details/abhandlungenber00kircgoog/page/n28/mode/2up>>. Acesso em: abril de 2020.

⁵⁰ Citado por Max Jammer. **The conceptual development of quantum mechanics**. McGraw-Hill, 1966, p. 2. Boa parte do desenvolvimento histórico da radiação do corpo negro, presente nestes capítulos, baseia-se no capítulo 1 desse livro. Max Jammer é um dedicado estudioso da evolução conceitual de uma série de campos das físicas clássica e contemporânea. Recomendo fortemente a leitura desse livro a todos que queiram se aprofundar na história da mecânica quântica. A biblioteca do IFUSP dispõe de cópias tanto desse livro como de outros desse autor que abordam vários temas interessantes da física.

⁵¹ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 4.

2.3 Um breve parêntesis sociológico

Por que havia todo esse interesse em torno do estudo da radiação do corpo negro na segunda metade do século XIX?

Vimos acima a referência ao estudo da radiação emitida por corpos aquecidos e seu relacionamento com um forno a altas temperaturas. Exatamente daí nasceu a ideia de um novo método para se medir temperaturas. Com base nesse desenvolvimento, Jun'ichi Osada sugeria a seguinte resposta à pergunta acima formulada:

“Em meados do século passado [século XIX], na Alemanha, que havia anexado ao seu território os centros de produção de carvão localizados na fronteira com a França, a indústria siderúrgica desenvolveu-se rapidamente. Foram construídas muitas instalações modernas, e enormes esforços foram feitos para produzir aço da melhor qualidade. O fator mais importante na produção de aço de primeira qualidade é o controle delicado da temperatura dos altos fornos. Evidentemente, não se pode usar termômetros comuns para a medição de temperaturas tão altas. A fim de contornar esse problema, pesquisas foram feitas no sentido de determinar as temperaturas usando as cores das radiações térmicas, isto é, mais concretamente, foram recolhidas as luzes provenientes dos fornos às diversas temperaturas. Assim, analisando essas luzes pelos prismas e medindo as intensidades de cada parte espectral, foram obtidas as curvas (...).”⁵²

Sabemos que um forno ou qualquer objeto aquecido emite um amplo espectro contínuo de radiação eletromagnética (luzes de diversas cores, inclusive não visíveis) e a esse fenômeno damos o nome de **radiação térmica**. Conforme a temperatura desse corpo aumenta, a emissão mais intensa ocorre para comprimentos de onda diferentes, daí a mudança da cor que vemos.

“Quando o objeto tiver atingido a temperatura do corpo humano, o pico de radiação estará no infravermelho longo [*não visível*]. O corpo humano irradia também ondas de rádio, mas

⁵² Jun'ichi Osada. **Evolução das idéias da física**. São Paulo: E. Blücher e EDUSP, 1972, p. 48-49.

Sugestão de leitura complementar sobre o contexto sociocultural da Alemanha onde os estudos sobre a radiação de corpo negro se desenvolvem de forma significativa a partir da segunda metade do século XIX: Anton Zeilinger. **A face oculta da natureza: o novo mundo da física quântica**. Trad. de Luiz Sérgio Repa. São Paulo: Globo, 2005 (capítulo 1).

os comprimentos de onda mais curtos e mais energéticos são sempre mais fáceis de serem detectados e, portanto, tornam-se os mais acentuados.

Assim que o objeto atingir a temperatura de aproximadamente 600°C, o pico de radiação se deslocará para o infravermelho curto. Nesse ponto, entretanto, a pequena quantidade de radiação do lado mais energético do pico torna-se particularmente significativa, pois ela atinge a região da luz vermelha visível. A cor do objeto torna-se, então, vermelho-escuro. Este vermelho constitui apenas uma pequena porcentagem da radiação total emitida, mas como somos capazes de vê-lo, damos-lhe toda a atenção e dizemos que o corpo está “aquecido ao rubro”.

À medida que a temperatura subir ainda mais, o pico de radiação continua a deslocar-se para comprimentos de onda mais curtos e cada vez mais luz visível de comprimentos de onda mais e mais curtos é emitida. Embora a luz vermelha seja a mais irradiada, luzes de coloração alaranjada e amarela são acrescentadas em quantidades menores, mas significativas. À temperatura de 1.000°C, a mistura de cores se nos apresenta de cor alaranjada, e lá pelos 2.000°C, de cor amarela. Isso não significa que apenas a luz alaranjada seja irradiada a 1.000°C e apenas amarela a 2.000°C. Se esse fosse o caso, seria realmente de esperar que a seguir o objeto se apresentasse como “aquecido ao verde”. Mas não podemos esquecer que o que vemos são misturas de luzes.

No momento em que 6.000°C forem atingidos (a temperatura da superfície do Sol), o pico de radiação estará no amarelo visível e estaremos recebendo grande quantidade de luz visível, desde o violeta até o vermelho. Toda a gama de luz visível do espectro se nos apresenta com cor branca, de sorte que o Sol está “aquecido ao branco”.

Para objetos ainda mais quentes do que o Sol, todos os comprimentos de onda de luz visível continuam a ser irradiados e em quantidades ainda mais apreciáveis. O pico de radiação desloca-se, porém, para o azul, de modo que a mistura não é perfeitamente balanceada a nossos olhos e o branco tem um matiz azulado.

Tudo isso acontece para os objetos que quando aquecidos emitem o “espectro contínuo”, irradiando luz numa ampla faixa de comprimentos de onda. Certas substâncias, em condições apropriadas, irradiarão luz de apenas determinados comprimentos de onda. O nitrato de bário irradia luz verde quando aquecido e é por isso usado em fogos de artifício. Podemos então dizer que está “aquecido ao verde”.⁵³

⁵³ Isaac Asimov. **Asimov explica**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1990, p. 83-84.

Não necessariamente a cor que vemos é aquela com emissão mais intensa, pois esta última pode ocorrer para um comprimento de onda que não enxergamos, já que nossos olhos são adaptados para ver apenas uma pequena faixa do espectro.⁵⁴

Esse fenômeno não ocorre apenas em altos fornos de siderúrgicas. Todos os corpos emitem radiação térmica (radiação emitida devido a sua temperatura). Para os corpos “frios” (à temperatura ambiente, por exemplo) a maior parte da sua radiação térmica está na região do infravermelho, cuja percepção não é possível aos nossos olhos. Por essa razão não vemos esses corpos no escuro. Só podemos vê-los devido à luz visível (proveniente do sol ou lâmpadas, por exemplo) que é refletida por eles; embora seja importante salientar que existem alguns materiais que absorvem luz de comprimentos de onda fora da região do visível, emitindo em seguida luz visível, como o pó que reveste as paredes das lâmpadas fluorescentes.

Chamamos a vasta gama de comprimentos de onda que um corpo emite de espectro. Podemos representar graficamente, para determinada temperatura, a intensidade da emissão de um corpo em função do seu espectro. Isso é o que chamaremos de *curvas de distribuição de emissão*, como a reproduzida na **Figura 1**.

Os fenômenos descritos, além de envolverem o eletromagnetismo devido à emissão de radiação eletromagnética, também são objeto de estudo da termodinâmica. Todo corpo absorve e emite radiação do meio e para o meio que o cerca. Absorvendo a radiação que sobre ele incide, o corpo está absorvendo energia. Para que a energia interna do corpo não aumente progressivamente até o infinito, o corpo necessita doar energia, o que é feito na forma de energia eletromagnética *também*. Quando um corpo está mais frio que o meio que o cerca, ele irá se aquecer, pois a taxa de absorção de radiação do corpo é maior que a taxa de emissão (ou seja, o corpo absorve mais energia por unidade de tempo do que emite). No *equilíbrio térmico* (ambiente e corpo na mesma temperatura) as taxas de absorção e emissão são as mesmas para o corpo.

⁵⁴ Podemos situar os limites do espectro visível entre 430 e 690nm. Contudo, é possível enxergar comprimentos de onda ligeiramente fora desses limites, caso a luz seja suficientemente intensa.

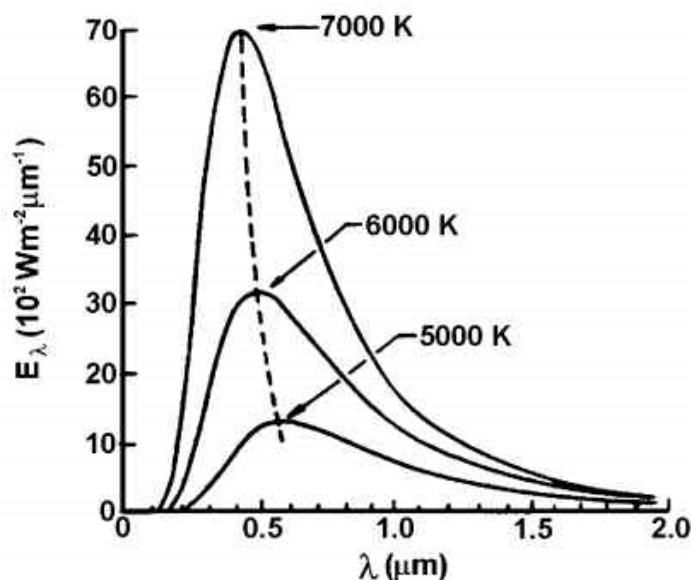


Figura 1 – Curvas de energia luminosa irradiada em função do comprimento de onda e da temperatura para um corpo negro.

Fonte: <<https://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap2/cap2-5.html>>

“O equilíbrio de temperaturas entre os corpos se dá pela condução e também pela radiação de calor. A condução de calor é determinada pelo gradiente de temperatura em cada ponto enquanto a radiação de calor num ponto é caracterizada por vários fatores: pela direção, intensidade, frequência e polarização de todos os raios que passam pelo ponto, sendo que estes raios são independentes entre si.”⁵⁵

Uma necessidade tecnológica vinculada ao desenvolvimento do capitalismo alemão do século XIX, portanto, levou à construção de curvas empíricas que provocaram um grande interesse por parte de muitos físicos experimentais, entre eles, Heinrich Rubens (1865-1922), Ernst Pringsheim (1859-1917) e Otto Lummer (1860-1925) que trabalhavam no Physikalisch Technische Reichsanstalt de Berlin, na virada do século XIX para o XX, ao lado de outros físicos

⁵⁵ Max Planck. **Theory of Heat**, citado por Ivone Freire da Mota Albuquerque. **Entropia e a quantização da energia: cálculo termodinâmico de Planck**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências (Modalidade Física), Instituto de Física e Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1988. Original em alemão: **Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung** (1913). Uma tradução para o inglês está disponível em: <<http://mirrors.aggreate.org/gutenberg/4/0/0/3/40030/40030-pdf.pdf>>. Acesso em: abril de 2020.

teóricos, por exemplo, Wilhelm Wien, Lorde Rayleigh (1842-1919), James Hopwood Jeans (1877-1946) e Max Planck, como veremos ainda neste capítulo.⁵⁶

2.4 Estudos iniciais sobre a radiação térmica

Historicamente o estudo da radiação térmica desenvolveu-se mais profundamente com a análise da luz solar e o surgimento da espectroscopia. Podemos afirmar que essa última nasceu no momento em que Newton decodificou a decomposição da luz branca através do prisma.

Durante o século XIX a espectroscopia ganhou força especialmente depois que Joseph von Fraunhofer inventou o espectroscópio, que produzia espectros por um acoplamento entre luneta ocular e prismas. Esse dispositivo experimental foi melhorado por Gustav Robert Kirchhoff e Robert Bunsen (1811-1899), na segunda metade do século XIX. Em 1859, os dois chegaram a uma importante lei empírica: todo elemento químico é caracterizado por um espectro que lhe é próprio. A partir daí ampliou-se o estudo da radiação emitida pelo sol: o espectro solar e sua composição⁵⁷.

No mesmo ano, Kirchhoff procurou estudar a relação entre a radiação térmica e a temperatura, através do estudo das linhas de Fraunhofer do espectro solar⁵⁸. Ele verificou ser

⁵⁶ Emílio Segrè. **Dos raios X aos quarks. Físicos modernos e suas descobertas**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1987, p. 68.

⁵⁷ Uma descrição interessante (reproduzida a seguir) sobre o episódio que envolve o trabalho de Kirchhoff e Bunsen a respeito dos espectros de elementos químicos é encontrada em: Timothy Ferrys. **O despertar na Via Láctea**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1990, p. 121.

“Nos anos de 1855 até 1863 os físicos Gustav Kirchhoff e Robert Bunsen (o inventor do queimador de gás Bunsen) verificaram que seqüências distintas das raias de Fraunhofer eram produzidas pelos vários elementos químicos. Certa noite viram, pela janela de seu laboratório em Heidelberg, um incêndio na cidade portuária de Mannheim, a 15km para o oeste. Usando seu espectroscópio, detectaram raias reveladoras de bário e emôncio nas chamas. Isso levou Bunsen a indagar se poderia detectar elementos químicos também no espectro do Sol. [...]

Kirchhoff era bastante louco para tentar, e em 1861 tinha identificado sódio, cálcio, magnésio, ferro, crômio, níquel, bário, cobre e zinco no Sol. Tinha sido estabelecida uma ligação entre a física da Terra e a das estrelas, e aberto o caminho para as novas ciências da espectroscopia e da astrofísica.

Em Londres, um rico astrônomo amador chamado William Huggins ficou sabendo das descobertas de Kirchhoff e Bunsen, segundo as quais as linhas de Fraunhofer eram geradas por elementos químicos conhecidos no Sol, e percebeu imediatamente que seus métodos podiam ser aplicados às estrelas e nebulosas. [...] Estudando cuidadosamente cada espectro até compreender as muitas linhas sobrepostas, [Huggins] conseguiu identificar ferro, sódio, cálcio, magnésio e bismuto no espectro das estrelas brilhantes Aldebaran e Betelgeuse. Foi a primeira prova conclusiva de que outras estrelas eram feitas das mesmas substâncias que encontramos em nosso sistema solar.”

⁵⁸ Partindo de contribuições de Fraunhofer (1914) sobre as linhas observadas no espectro do Sol, Kirchhoff passa a estudar a relação entre radiação térmica e temperatura e, juntamente com Bunsen, conclui que o sódio é um dos constituintes básicos da atmosfera solar. Entre 1859 e 1860 Kirchhoff publica quatro artigos sobre a radiação

também o sódio um dos constituintes básicos da atmosfera solar.⁵⁹ Chegou a esse resultado através da comparação do espectro solar com o produzido pelo sódio incandescente. Esse estudo o levou a produzir outro trabalho que foi lido na Academia de Ciências de Berlim em dezembro de 1859, no qual ele tratava o problema da emissão e absorção de radiação pela matéria. Entre outras observações, ele mostrava que

“(…) para raios de mesmo comprimento de onda, à mesma temperatura, a razão do poder de emissão para a capacidade de absorção é a mesma para todos os corpos.”⁶⁰

Essa proposição ficou conhecida como a Lei de Kirchhoff. À primeira vista pode parecer uma proposição sem muita importância, mas ela é fundamental e provavelmente instigou as pesquisas sobre o assunto, pois surgia aí um absoluto na natureza.

Simplificando, poderíamos dizer que este enunciado revela que a relação entre a emissão e absorção de radiação por um corpo para uma dada temperatura é sempre a mesma, independentemente da natureza e constituição do corpo⁶¹.

Para chegar a essa conclusão enunciada acima, Kirchhoff calculou as condições de equilíbrio para a troca de radiação entre duas placas paralelas infinitas, revestidas por superfícies refletoras ideais do lado de fora. Kirchhoff assumiu que a primeira placa (1) absorveria e emitiria

emitida e absorvida por corpos aquecidos que contribuiriam significativamente para a construção das bases da física quântica. São eles:

- i) Über die Fraunhoferschen Linien. **Monatsbericht der Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin**, 27, p. 662-665, Oktober 1859.
- ii) Chemische Analyse durch Spectralbeobachtungen. **Annalen der Physik**, v. 110, n. 6, p. 161-189, 1860 (em colaboração com R. Bunsen).
- iii) Über den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme. **Monatsbericht der Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin**, 15, p. 783-787, December 1859.
- iv) Über das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht **Annalen der Physik**, v. 109, n. 2, p. 275-301, 1860.

Com exceção do artigo (ii), os demais artigos estão disponíveis na versão original em alemão em: <<https://archive.org/details/abhandlungenber00kircgoog/page/n28/mode/2up>>. Acesso em: abril de 2020.

⁵⁹ Em 1868 foi descoberto no espectro solar um elemento ainda desconhecido na Terra: nascia o hélio. Apenas em 1895 o químico escocês William Ramsay (1852-1916) descobriu o hélio terrestre em um mineral de urânio. Para saber mais sobre o tema, ver também: Morris William Travers. Ramsay and Helium. **Nature**, v. 135, n. 619, 1935.

⁶⁰ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 102.

⁶¹ Henrique Fleming acredita que a aplicação da lei de Kirchhoff que mais teria interessado a ele mesmo seria o fato de comprovar um resultado anterior seu: um corpo não emite uma frequência que não absorva. **Max Planck e a idéia do quantum**. Mahir S. Hussein e Silvio R. Salinas (Orgs.). **100 anos de física quântica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2001, p. 1-12.

radiação somente de comprimento de onda λ , restrição não imposta à segunda (2). Com esse artifício o problema se restringia apenas à troca de radiação com comprimento de onda λ entre as duas placas, já que outros comprimentos de onda seriam reabsorvidos pela segunda placa depois de repetidas reflexões.

Como no equilíbrio a energia absorvida é igual à energia emitida, o que pressupõe uma temperatura constante e igual para ambas as placas, Kirchhoff chegou ao seguinte resultado, que exprime matematicamente sua lei⁶²:

$$\frac{P_{1\lambda}}{a_{1\lambda}} = \frac{P_{2\lambda}}{a_{2\lambda}} \quad (1)$$

Em que $P_{1\lambda}$ é o *poder emissivo* (a energia irradiada no comprimento de onda λ por unidade de tempo⁶³) para a primeira placa, e $a_{1\lambda}$ é o *poder absorvente*⁶⁴ (a fração da energia absorvida da radiação incidente com comprimento de onda λ). Os símbolos $P_{2\lambda}$ e $a_{2\lambda}$ correspondem às mesmas grandezas para a segunda placa.

Essa lei expressa a característica dos corpos de que quanto maior a fração de energia que ele absorve, mais ele emite, já que a razão (1) tem um valor constante.⁶⁵

Simultaneamente às publicações de Kirchhoff, Balfour Stewart (1828-1887) estabeleceu independentemente a validade dessa lei baseado em medidas experimentais⁶⁶.

Fleming⁶⁷ ressalta que é importante, ao se efetuar a história do estudo da radiação térmica, estar atento ao fato de que Kirchhoff descreveu a radiação sempre sob a forma de raios, o que não fazemos atualmente. Há também o aspecto de que o problema do equilíbrio entre a radiação e a matéria envolve calor radiante e luz, na época coisas distintas. Os trabalhos de

⁶² O desenvolvimento completo dessa lei está no **Anexo I**, incluído no final deste capítulo. Uma interpretação interessante sobre a dedução da lei de Kirchhoff é encontrada em: Floyd Karker Richtmyer. **Introduction to modern physics**. New York, London: McGraw-Hill, 1934, p. 200-203.

⁶³ Note que o poder emissivo é uma medida de potência (energia por tempo).

⁶⁴ A nomenclatura em português para as grandezas físicas descritas foi extraída de Gibert (1982), **op. cit.**, nota 48. Em Segrè (1987), **op. cit.**, nota 56, a grandeza nomeada em nosso texto como *poder absorvente* é descrita como *poder de absorção*.

⁶⁵ Para o estudo do corpo negro isso é importante, pois com uma absorção total ($a_{\lambda}=1$), sua emissão é máxima. Portanto o corpo negro seria um emissor ideal.

⁶⁶ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 4.

⁶⁷ Henrique Fleming, **op. cit.**, nota 61, p. 4-5.

James Clerk Maxwell (1831-1906), que propuseram a luz como radiação eletromagnética dentro de um certo intervalo de frequências, apareceram gradualmente entre os anos de 1860 e 1865, enquanto que o grande trabalho de Kirchhoff foi publicado em 1860.

Também é importante ter em mente que o processo e a resolução do problema da radiação do corpo negro foram desenvolvidos sob a crença (ou dúvida) da existência do éter, o qual era parte integrante dos desenvolvimentos teóricos, principalmente porque a radiação se propagava pelo éter e no interior da cavidade também existia esse “fluido etéreo”. No entanto, em nenhum dos desenvolvimentos históricos que estamos citando os autores discutiram essa questão. A ausência da noção de éter, por exemplo, na solução de Planck do problema da radiação do corpo negro foi motivo de críticas na época.

2.5 A noção de corpo negro e sua equivalência com a radiação de cavidade

Em 1860, Kirchhoff, com base em seus estudos fundamentais, introduziu a noção idealizada de **corpo perfeitamente negro**, ou **corpo negro**.

Para facilitar a compreensão desta ideia, vamos recapitular alguns conceitos básicos da física. Podemos dizer (numa análise macroscópica) que quando a luz incide sobre qualquer superfície três fenômenos podem ocorrer (mesmo simultaneamente): parte da luz é refletida pelo objeto, outra parte é absorvida e ainda há a possibilidade de outra parte ser transmitida pela superfície. Quando vemos um objeto que não é uma fonte primária de luz, nossos olhos captam a luz visível que foi refletida por este. Assim, quanto mais luz o objeto absorver ou transmitir, menos ele irá refletir e menos luz chegará aos nossos olhos oriunda do objeto. Dessa maneira, veremos o objeto cada vez mais escuro. Se toda luz visível que incidisse num corpo fosse absorvida pelo mesmo e nada fosse refletido, esse objeto seria perfeitamente preto.

A noção de corpo negro, no entanto, é um pouco mais sofisticada, pois um corpo negro é aquele que absorve **toda** a radiação que sobre ele incide, visível ou não, sem reflexão ou transmissão; ou seja, a taxa de absorção de radiação é igual a 1 (100%), por isso a analogia com um objeto preto que absorve toda a luz visível, sendo o preto a ausência de cor. A diferença está

no fato de que o corpo perfeitamente negro não absorve apenas a radiação na região do visível, mas todo o espectro⁶⁸.

É importante notar que essa noção é uma idealização, pois corpos perfeitamente negros não existem⁶⁹. Como afirma Trigg: “*este tipo de idealização é bastante comum na ciência, e é especialmente válida quando a situação ideal pode ser aproximada da realidade, como parece ser verdadeiro no presente caso*”.⁷⁰

A idealização do corpo negro provavelmente⁷¹ foi baseada no fato de que, independentemente da sua constituição, a sua emissão (ou seja, o seu espectro) seria sempre a mesma. Também há o aspecto de que como o corpo negro absorve toda a radiação que sobre ele incide (poder de absorção $a_{\lambda}=1$), pela lei de Kirchhoff a sua emissão é máxima, sendo assim um emissor ideal.

Portanto, a noção de corpo negro se mostrava como um absoluto na física, fato que levou muitos cientistas a estudar o assunto com afinco, principalmente Planck⁷².

Com relação à *aproximação com a realidade* na pesquisa da radiação de corpo negro, encontrá-la-emos no Sol. Podemos aproximá-lo para um corpo negro pois a radiação que sobre ele incide passa por reflexões sucessivas sendo quase que completamente absorvida. No entanto, com relação à emissão, o Sol não possui um espectro contínuo como o de um corpo negro, pois apresenta algumas linhas escuras, conhecidas como linhas de Fraunhofer, que representam os comprimentos de onda absorvidos pelos átomos presentes nas camadas mais exteriores do Sol.

⁶⁸ Newton já havia falado em corpo negro em seu livro *Óptica*: “*os corpos negros conservariam o calor da luz mais facilmente que aqueles de outras cores*”. Citado em Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 4, nota de rodapé 10.

⁶⁹ Por definição poderíamos considerar um buraco negro como um corpo negro. No entanto, uma discussão mais aprofundada sobre o assunto deveria analisar se a emissão de um buraco negro fornece um espectro de corpo negro, discussão que foge ao escopo deste trabalho.

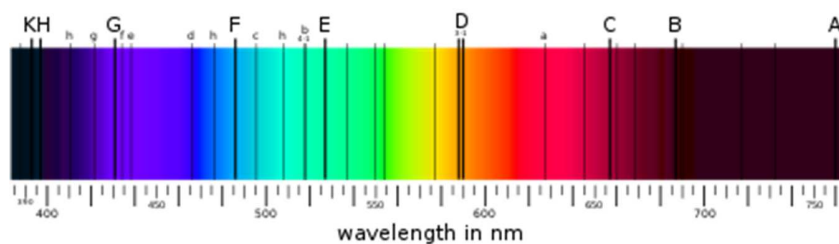
⁷⁰ G. L. Trigg. **The origin of the quantum concept**. Crucial experiments in modern physics. New York: Van Nostrand Reinhold, 1971, p. 5.

⁷¹ Dizemos “provavelmente”, pois essa afirmação não se encontra explicitamente em nenhuma literatura que consultamos. Essa é uma inferência que fizemos a partir do estudo que realizamos.

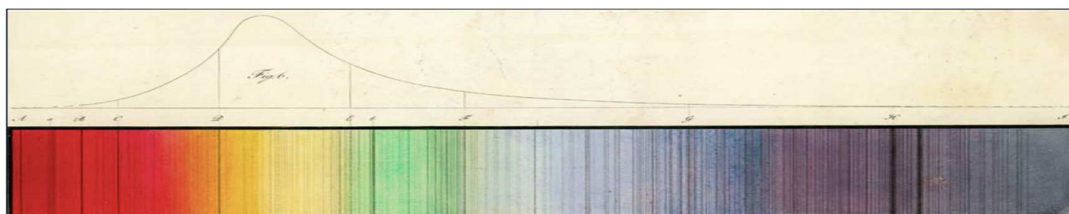
⁷² Conforme o próprio Planck narra, em sua autobiografia, sobre a radiação do corpo negro: “(...) a radiação, em todas suas propriedades incluindo sua distribuição espectral de energia, não depende da natureza dos corpos, mas somente e exclusivamente da temperatura. Portanto, esta assim chamada distribuição normal de energia espectral representa algo absoluto, e uma vez que eu sempre considerei a procura por absoluto como o principal objetivo de toda a atividade científica, eu ansiosamente me pus a trabalhar”.

Max Planck. **Scientific autobiography and other papers**. London: Williams and Norgate, 1950, p. 34-35. Edição em português: Max Planck. **Autobiografia Científica e outros Ensaios**. Trad. de Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2012.

O primeiro a observar tais linhas foi William Hyde Wollaston (1766-1828), em 1802. Em 1814, Fraunhofer contou cerca de 574 dessas linhas no espectro solar e identificou várias delas por letras, como pode ser visto na **Figura 2**, a seguir.



Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Espectro_de_Fraunhofer>

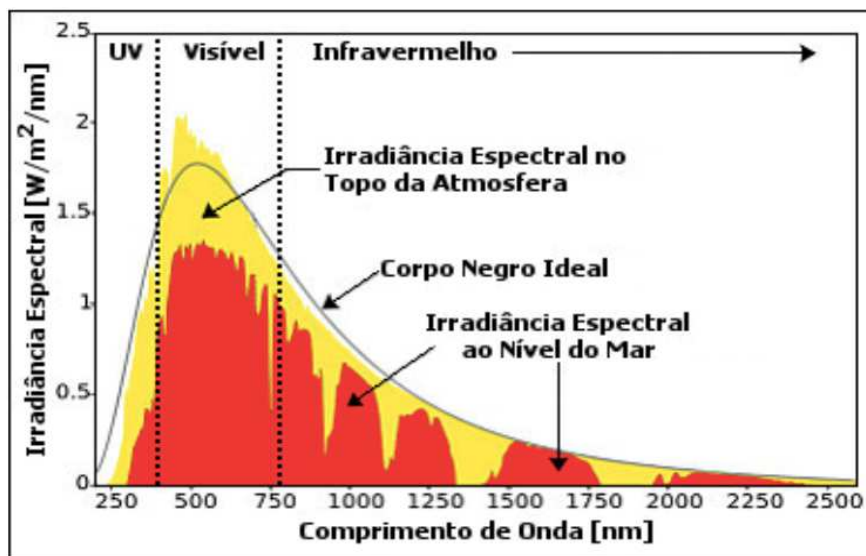


Mapa do espectro solar de Fraunhofer (colorido à mão, ca. 1814)

Fonte: Deutsches Museum, Munich, map collection, StO 1107, cab. 39, shelf 03.

[Copyright Deutsches Museum, Munich]

Figuras 2a – Faixa do visível das linhas de absorção dos elementos no interior do sol, com as linhas de Fraunhofer.



Fonte: <http://recursosolar.geodesign.com.br/Pages/Sol_Rad_Basic_RS.html>

Figura 2b – Espectro do Sol observado na Terra, com a região do visível em destaque (as falhas nas curvas decorrem de absorção da luz por gases da atmosfera).

Planck sugeria que um corpo negro deveria satisfazer três condições independentes, reforçando o caráter sofisticado dessa noção:

“Primeira, o corpo deve ter uma superfície negra a fim de permitir que os raios incidentes entrem sem reflexão. Desde que, em geral, as propriedades de uma superfície dependem dos dois corpos que estão em contato, esta condição mostra que a propriedade de negrume aplicada a um corpo depende não somente da natureza do corpo, mas também daquela do meio contíguo. Um corpo que é negro relativamente ao ar pode não sê-lo relativamente ao vidro, e vice versa. Segunda, o corpo negro deve ter uma certa espessura mínima dependente do seu poder absorvente, a fim de assegurar que os raios após passarem para o corpo não serão capazes de deixá-lo de novo num diferente ponto da superfície. Quanto mais absorvente um corpo é, menor o valor dessa espessura mínima, enquanto que no caso de corpos com poder absorvente excessivamente pequeno somente uma camada de espessura infinita pode ser considerada negra. Terceira, um corpo negro deve ter um coeficiente de

espalhamento excessivamente pequeno. Caso contrário os raios recebidos por ele seriam parcialmente espalhados no interior e podem deixá-lo de novo através da superfície.”⁷³

Como um corpo negro tem superfície negra, caso ele existisse e estivesse “frio” (pico de emissão no infravermelho) não o veríamos, já que nenhuma radiação seria refletida por ele. No entanto, quando aquecido, seu pico de emissão poderia chegar próximo à faixa do visível, de maneira que o veríamos como uma fonte de luz.

Kirchhoff também mostrou que a emissão de radiação de um corpo negro é da mesma “qualidade e intensidade”⁷⁴ que a radiação dentro de uma cavidade de paredes adiabáticas⁷⁵ e temperatura T . Ou seja, ele mostrou que o estudo de um corpo negro poderia se restringir ao da emissão de tal cavidade⁷⁶. Dessa maneira o estudo da radiação de corpo negro aproximava-se ainda mais da realidade.

A radiação no interior dessa cavidade tem origem nas paredes da mesma, e segundo Trigg, Kirchhoff mostrou que esta radiação é isotrópica (a mesma em qualquer direção) e homogênea (a mesma em todos os pontos da cavidade).⁷⁷ Se a radiação fosse mais intensa em alguns pontos que em outros, absorvedores idênticos em pontos distintos teriam temperaturas diferentes e poderiam ser utilizados um como fonte e outro como depósito de uma máquina térmica que produziria trabalho indefinidamente.

Para entendermos melhor a equivalência entre a emissão de corpo negro e a radiação no interior da cavidade, vamos supor que um *corpo não negro* à temperatura T seja colocado no interior de uma cavidade em equilíbrio térmico à mesma temperatura. A energia emitida pelas paredes da cavidade em forma de radiação com comprimento de onda entre λ e $\lambda+d\lambda$, por unidade de tempo e área à temperatura T , é R_λ (radiância espectral). Como essa radiação é homogênea, a energia por unidade de tempo e área que incide sobre o corpo também é R_λ .

⁷³ Max Planck. **The theory of heat radiation**. New York: Dover Publications, 1959, p. 10 (Original de 1914).

⁷⁴ Citado em Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 5.

⁷⁵ Adiabática é uma superfície que não permite a passagem de radiação térmica.

⁷⁶ Acreditamos que o objetivo da equivalência proposta por Kirchhoff entre corpo negro e a radiação de cavidade tenha sido feita com o intuito de facilitar o tratamento matemático do estudo do corpo negro, assim como também talvez facilitar a experimentação ou mesmo fazer a analogia com os fornos. Essa equivalência é importante. Ela facilita o cálculo, pois no interior da cavidade é possível obter os modos estacionários da radiação eletromagnética, de maneira que é possível quantificar a densidade de energia em suas paredes e consequentemente a sua emissão.

⁷⁷ G. L. Trigg., **op. cit.**, nota 70, p. 7.

Essa radiação é parcialmente absorvida pelo corpo. A fração de energia absorvida com comprimento de onda λ pelo corpo ($a_\lambda =$ poder absorvente) depende da temperatura, assim como da composição do material da superfície do corpo não negro. No equilíbrio, as taxas de energia emitida e absorvida pelo corpo devem ser iguais. Assim, sendo $R_{\lambda C}$ a radiância espectral do corpo, temos:

Taxa de emissão (t, λ, A) = Taxa de absorção (t, λ, A),

$$R_{\lambda C} = a_\lambda R_\lambda \quad (2)$$

Agora, suponha que na mesma cavidade é colocado um corpo negro. Nesse caso, a radiação emitida pela cavidade será totalmente absorvida pelo corpo negro (pois, por sua definição, $a_{\lambda CN} = 1$). Assim o balanço de energia, como foi feito no caso anterior, fica:

$$R_{\lambda CN} = R_\lambda \quad (3)$$

Esse resultado mostra que a emissão de radiação no interior da cavidade é equivalente à emissão de um corpo negro.

Utilizando os resultados das equações (2) e (3), temos que ⁷⁸:

$$R_{\lambda CN} = F(T, \lambda) = R_{\lambda C} / a_\lambda \quad \text{ou} \quad R_{\nu CN} = \varphi(T, \nu) \quad (4)$$

⁷⁸ Note que a essência desse resultado pode também ser extraído diretamente da lei de Kirchhoff [equação (1)] fazendo-se $a_{\lambda CN} = 1$. Essa formulação evidencia outra característica importante dos corpos negros, a de que a sua emissão independe da sua composição, já que o poder absorvente do corpo negro (grandeza que “carrega” a informação do material) tem valor fixo igual a 1.

Uma interpretação do trabalho de Kirchhoff “Über das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht” sobre a definição do corpo negro e a equivalência da radiação de corpo negro e radiação de cavidade, bem com a reprodução do texto original, é apresentada por Hans-George Schöpf. **Von Kirchhoff bis Planck**. Theorie der Wärmestrahlung in historisch-kritischer Darstellung. Braunschweig: Vieweg, 1978, p. 11-28 e p. 131-151.

2.6 Primeiros resultados: a lei de Stefan-Boltzmann e as leis de Wien

Em 1865, John Tyndall (1820-1893) apresentou um trabalho no qual utilizava um fio de platina aquecido a duas temperaturas diferentes. Ele concluiu que a emissão total de radiação do fio a 1200°C era cerca de 11,7 vezes maior que a emissão a 525°C.

Já em 1879, Josef Stefan (1835-1893), extraiu desses resultados de Tyndall⁷⁹ que a emissão era proporcional a T^4 (medida em Kelvin). Essa derivação foi acidental, pois além de puramente empírica, foi baseada em apenas dois dados, e o fio aquecido não correspondia a um corpo negro. Segundo Jammer⁸⁰, uma repetição moderna do experimento de Tyndall forneceu como resultado uma razão de 18,22 ao invés de 11,7.

Posteriormente, em 1884, C. Christiansen (1843-1893) sugeriu que pequenos buracos produzidos em cavidades isotérmicas funcionariam como radiadores de corpo negro, isto é, agiriam como pequenos pontos completamente negros.

Nesse mesmo ano, Ludwig Boltzmann (1844-1906), usando considerações termodinâmicas e eletromagnéticas para o estudo da cavidade, mostrou que a densidade de energia desta deveria ser proporcional a T^4 , formalizando assim o resultado empírico obtido anos antes por Stefan.

Para chegar a esse resultado Boltzmann partiu da noção de que a pressão da radiação (P) seria proporcional à densidade de energia⁸¹. De acordo com a teoria de Maxwell e a estatística de Krönig (1822-1879), Boltzmann chegou à conclusão de que $P = 1/3 \mu$ (sendo μ a densidade de energia radiante) e de que ao se variar o volume da cavidade, haveria variação da temperatura

⁷⁹ Sérgio Arruda, que consultou o original de Stefan, descreve que esse resultado foi obtido “*analisando as observações sobre a taxa de esfriamento de um grande termômetro de mercúrio colhidas por Dulong e Petit*”.

Sérgio Arruda. **Dificuldades no ensino do problema da radiação do corpo negro**. In: 44ª Reunião Anual da SBPC, Resumos, 1992, p. 563.

Sugestão de leitura complementar sobre as contribuições de Stefan, Tyndall e Boltzmann para a consolidação da lei que ficou conhecida como a "lei Stefan-Boltzmann" para a radiação de corpo negro: Simonyi, K. **A Cultural History of Physics**. Boca Raton, FL, EUA: CRC Press, 2012 (cap. 5).

⁸⁰ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 6.

⁸¹ Boltzmann usou para a dedução teórica da lei de Stefan o resultado de A. Bartoli, físico italiano, que chegou à conclusão de que a radiação exerce pressão. Em uma experiência de pensamento, Bartoli imaginou que num processo cíclico, com a ajuda de espelhos, podia-se transferir o calor na forma de radiação de um corpo frio para um corpo quente. Uma vez que a transferência de calor exige a produção de trabalho (2ª lei da termodinâmica), ele concluiu que a radiação deveria, necessariamente, exercer uma certa pressão (Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 7).

e realização de trabalho. Associando esse “gás de radiação”⁸² à temperatura T e pressão P , ele chegou⁸³ (já utilizando uma notação mais moderna) a

$$\mu = \kappa T^4 \quad (5)$$

sendo κ uma constante de proporcionalidade.

Conforme mostrado no **Anexo II**:

$$\mu = \frac{4\phi}{c} \quad (6)$$

em que ϕ representa o fluxo (energia por área e por tempo) de radiação que atinge as paredes da cavidade. A partir deste resultado Boltzmann chegou à seguinte formulação:

$$\phi = \sigma T^4 \quad (7)$$

Com a consideração de que as paredes do corpo negro estão em equilíbrio, o fluxo de radiação deve ser igual à radiância total⁸⁴ R da superfície. Portanto:

$$R = \sigma T^4 \quad (8)$$

conhecida hoje como **a lei de Stefan-Boltzmann**⁸⁵.

Utilizando uma linguagem e desenvolvimentos mais modernos vamos tomar o brilho $B_\nu = B(\nu, T)$ como a energia emitida por unidade de frequência no intervalo de ν a $\nu + d\nu$, por unidade de área, por unidade de ângulo sólido e por unidade de tempo na direção normal à superfície no interior de um corpo negro à temperatura T . A intensidade de radiação $K_\lambda = K(\lambda, T)$ ⁸⁶ é análoga ao brilho, no entanto a análise é para intervalo de comprimentos de onda. Note que, pela definição, $R_{\lambda CN}$ é proporcional a K_λ que correspondentemente é proporcional a B_ν . Dessa maneira restringiremos a busca pela equação do corpo negro à busca por B_ν (ou K_λ).

⁸² Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 7.

⁸³ Uma interpretação do desenvolvimento de Boltzmann está apresentado no **Anexo II**, ao final deste capítulo.

⁸⁴ A radiância total é a integral da radiância espectral em todas as frequências, ou seja $R = \int R_\nu d\nu$.

⁸⁵ É importante observar, como aponta Fleming (**op. cit.**, nota 61, p. 7), que a “*existência da pressão de radiação, e a veracidade das fórmulas de Maxwell, só viriam a ser comprovadas experimentalmente em 1905, por Lebedev*”.

⁸⁶ Como algumas bibliografias utilizam B_ν e outras utilizam K_λ , procuraremos ao longo do texto utilizar as duas notações, utilizando como principal B_ν . Note que $B_\nu = B(\nu, T)$ é proporcional a $K_\lambda = K(\lambda, T)$, já que $\lambda\nu = c$. Como

$$B_\nu d\nu = -K_\lambda d\lambda, \text{ com } d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda, \text{ assim } B_\nu = \frac{\lambda^2}{c} K_\lambda.$$

Para uma leitura complementar sobre a relação entre as grandezas “brilho” (B_ν) e “intensidade” (K_λ) da radiação, ver também: Floyd Karker Richtmyer, **op. cit.**, nota 62, cap. VII.

O primeiro físico a fornecer uma tentativa coerente de análise teórica, obtendo uma função de distribuição espectral para a radiação de corpo negro, foi Wilhelm Wien (1864-1928), em 1894. Ele inicialmente apenas esboçou a forma desta função, baseando-se nas considerações termodinâmicas e eletromagnéticas de Boltzmann, chegando à expressão:

$$B_\nu = \nu^3 \varphi\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad \text{ou} \quad K_\lambda = \lambda^{-5} f(\lambda T) \quad (9)$$

Ou seja, a partir do conhecimento da emissão (espectro) de um corpo negro $f(\lambda T)$ ⁸⁷, e do conhecimento do poder absorvente⁸⁸ a_λ de um dado corpo, sua emissão espectral $R_{\lambda C}$ podia então ser conhecida⁸⁹. A partir desse resultado passou então a ser muito importante a determinação tanto teórica como experimental da radiação de corpo negro, ou seja, $f(\lambda T)$. Era, portanto, um bom exercício de aplicação do paradigma dominante, podendo ampliar ainda mais seu espaço de explicação do mundo físico.

⁸⁷ Função universal que dependia apenas da temperatura e do comprimento de onda.

⁸⁸ Ainda que este dependa do comprimento de onda e da temperatura.

⁸⁹ Experimentalmente falando é mais simples o processo reverso, ou seja, aquele que busca conhecer a poder absorvente dos materiais (a_λ) através do conhecimento da função de distribuição do corpo negro e da determinação de $R_{\lambda C}$.

Cabe aqui uma reflexão conceitual e epistemológica. Embora aparentemente a determinação dessa função se mostrava fácil, e teoricamente exigiria apenas a perícia de um cientista habilidoso, não foi isso o que aconteceu e várias tentativas não lograram êxito durante o final do século XIX.

No entanto esse problema não era considerado de muita gravidade na época, ao contrário do que muitos autores apontam. Atualmente, denominamos a tentativa de solução deste como o Problema da Radiação do Corpo Negro (PRCN). Sua importância está no fato de que esse problema se mostrou como uma anomalia cuja solução não se encaixava no escopo da física clássica. Após longa revolução científica uma nova visão de mundo (paradigma) foi estabelecida: a física quântica. Ou, poderíamos dizer que isso possibilitaria a refutação da teoria clássica levando à proposição de hipóteses teóricas que permitiriam a dedução afirmativa e previsões possíveis de serem submetidas aos rigores dos testes de refutabilidade.

Voltemos a Wien. Ele notou que se fosse reduzido o volume da cavidade, como num pistão em movimento, a densidade de energia na cavidade aumentaria, já que a radiação exerceria pressão sobre o pistão, havendo assim realização de trabalho durante a compressão. Também o movimento das paredes da cavidade ocasionaria uma mudança no comprimento de onda da radiação refletida por efeito Doppler, já que neste caso há uma fonte luminosa (as paredes da cavidade) em movimento.

Portanto, Wien concluiu que a mudança de temperatura também altera a distribuição dos comprimentos de onda, de forma que a temperatura sempre está associada com o comprimento de onda.

Conforme descreve Trigg⁹⁰:

⁹⁰ Toda essa discussão sobre a lei de Wien está exposta em Trigg, **op. cit.**, nota 70, p. 8-9. Uma interpretação do trabalho de Wien “Eine neue Beziehung der Strahlung schwarzer Körper zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie”, bem com a reprodução do texto original, é apresentada por Hans-George Schöpf, **op. cit.**, nota 78, p. 36-44 e p. 156-165.

“As conseqüências quantitativas disto eram duplas. Primeiro, se são feitas comparações de coisas dependentes do comprimento de onda em duas temperaturas diferentes, não é exato comparar valores no mesmo comprimento de onda. Em lugar disso, ao se trabalhar na temperatura T' , deve-se usar para comparação com o comprimento de onda λ na temperatura T um comprimento de onda λ' dado por:

$$\lambda' T' = \lambda T.$$

Em segundo lugar, as emitâncias espectrais [equivalente no nosso texto a K_λ] para comprimentos de onda correspondentes nesta maneira variam com a temperatura de acordo com a relação:

$$K_\lambda / K_{\lambda'} = T^5 / T'^5 \quad (10)$$

Particularmente, se K_λ (para uma temperatura fixa T) tem um valor máximo $K_{\lambda_{max}}$ no comprimento de onda λ_{max} , então os valores de $K_{\lambda_{max}}$ para várias temperaturas satisfazem a relação cujo resultado é conhecido como **lei do deslocamento de Wien**:

$$\lambda_{max} T = constante \quad \text{ou} \quad \frac{\nu_{max}}{T} = constante \quad (11)$$

Essa lei, portanto, expressa o fato de que para a distribuição espectral de corpo negro, com o aumento da temperatura, a emissão será máxima para uma frequência maior e vice-versa, e com isso as curvas se “deslocam” no gráfico. A ilustração abaixo (**Figura 3**) nos permite visualizar o resultado desta lei.

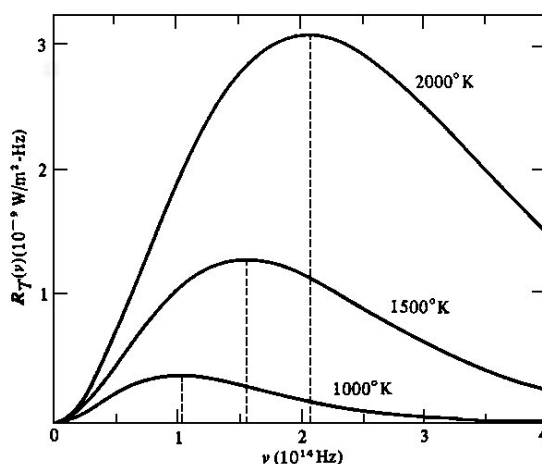


Figura 3 – Visualização da lei do deslocamento de Wien.

Fonte: Robert Eisberg e Robert Resnick. **Física quântica**. Rio de Janeiro: Campus, 1994, p. 21

Apesar de Wien não ter notado, segundo Trigg (1971), essa lei implica na expressão (9). Isso pode ser observado através do cálculo do máximo dessa função. Faça isso para verificar o resultado!

Esse desenvolvimento de Wien facilitou a procura pela resolução do problema da radiação de corpo negro para a função $\phi\left(\frac{v}{T}\right)$ [ou $f(\lambda T)$]. Contudo, essa procura começou a se mostrar difícil.

Albert Abraham Michelson (1852-1931), em 1887, tentou resolver o problema por considerações estatísticas. Ele assumiu que a fórmula de Maxwell para a distribuição de velocidades de moléculas de um gás também valeria para as moléculas do sólido que emitia a radiação do corpo negro, dada a semelhança entre as curvas de emissão da radiação e as curvas de distribuição de velocidade em um gás. Isso pode ser facilmente verificado comparando-se as curvas da **Figura 3** com as da **Figura 4**.

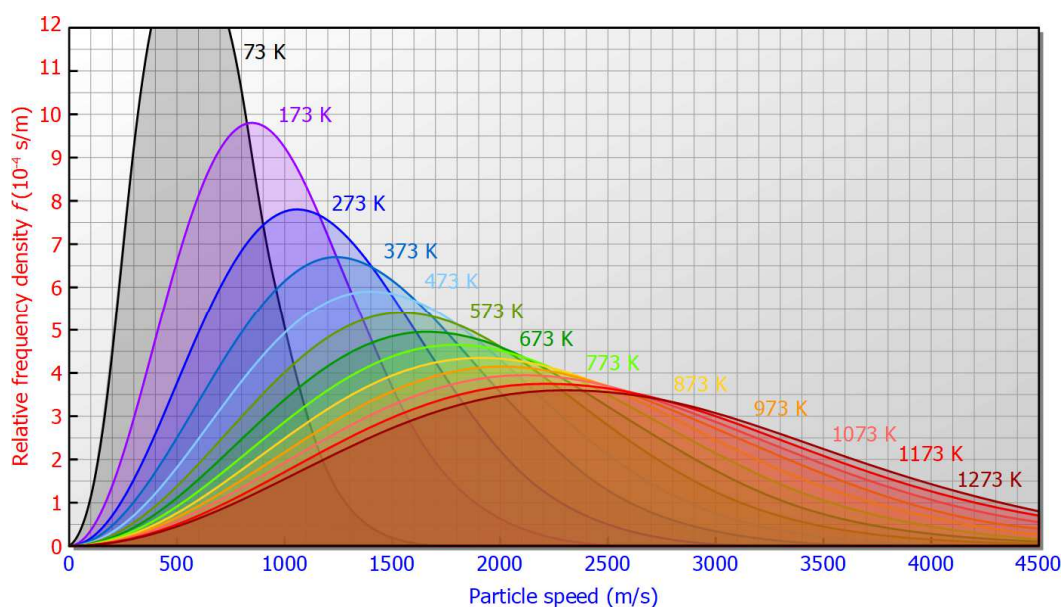


Figura 4 – Distribuição de Maxwell para as velocidades das moléculas de um gás.

Fonte: <<https://www.tec-science.com/wp-content/uploads/2019/02/en-temperature-maxwell-boltzmann-distribution-temperatures.png>>

Posteriormente, em 1896, Wien, influenciado pelo trabalho de Michelson, assumiu que a frequência da radiação emitida por qualquer molécula do corpo negro era uma função da sua

velocidade e aplicando a distribuição de Maxwell-Boltzmann (e, portanto, a mecânica estatística), chegou a uma expressão que, embora baseada em argumentos duvidosos, foi verificada experimentalmente em 1897 e 1899, exceto na região do visível (grandes comprimentos de onda) e temperaturas de até 4000° C. Esse resultado ficou conhecido como a **lei de Wien** e teve boa acolhida experimental para a época:

$$K_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} e^{\left(\frac{-c_2}{\lambda T}\right)} \quad \text{ou} \quad B_{\nu} = \eta \nu^3 e^{\left(\frac{-\beta \nu}{T}\right)}$$

$$\Rightarrow \mu_{\nu} = \alpha \nu^3 e^{\left(\frac{-\beta \nu}{T}\right)} \quad (12)$$

Com α , η , β , c_1 e c_2 constantes.

Em uma série de papers, entre 1897 e 1899, Planck derivou essa lei através de um desenvolvimento termodinâmico, o qual será discutido no próximo capítulo. Essa nova formulação acabaria ganhando a denominação de lei de Wien-Planck.

Em 1900, Planck solucionou o problema da radiação do corpo negro construindo uma equação que se ajustava perfeitamente com os dados experimentais conhecidos, particularmente aqueles produzidos no decorrer desse ano. No entanto, ao contrário de sua expectativa, a derivação da equação não se encaixava na física clássica, como veremos no próximo capítulo.

Do ponto de vista de uma análise epistemológica, com base nos autores que estudamos na primeira parte, poderíamos formular algumas perguntas equivalentes. Teríamos nessa passagem uma refutação da teoria clássica? A presença de um obstáculo epistemológico? Ou seria uma anomalia que provoca uma crise científica? Ou, então, um convite à proliferação de teorias incomensuráveis?

2.7 Alguns desenvolvimentos experimentais envolvendo os primeiros resultados do estudo da radiação do corpo negro

Em 1880, Samuel Pierpoint Langley (1834-1906), quando desenvolvia o estudo da absorção atmosférica da radiação solar, construiu o bolômetro⁹¹, que era um instrumento apropriado para medir a energia radiante. Esse aparelho mede a radiação incidente que é absorvida por dois fios escurecidos de platina colocados em lados opostos de uma ponte de Wheatstone; com o aumento da temperatura do fio, este tem o valor de sua resistência alterado. Logo empregado na espectroscopia, o bolômetro só teve importância fundamental para o estudo da radiação de corpo negro após o desenvolvimento de fontes de radiação adequadas.

O estudo experimental da radiação do corpo negro foi realmente efetivado com o uso do bolômetro combinado à primeira cavidade isotérmica desenvolvida por Otto Lummer e Wilhem Wien em 1895.⁹²

Com esses melhoramentos, as investigações sobre a radiação do corpo negro espalharam-se por diversos centros de pesquisa, particularmente no *Physikalische-Technische Reichsanstalt* de Berlin, fundado em 1884, onde Lummer, E. Pringsheim, L. Holborn e Heinrich Rubens, entre outros, dedicaram-se aos estudos experimentais desse problema que, como todos esperavam, a física clássica teria condições de resolver satisfatoriamente.

A confirmação da lei de Stefan-Boltzmann foi obtida em 1897 por vários pesquisadores: F. Paschen, O. Lummer, E. Pringheim, C. E. Mendenhall e F. A. Saunders.

Lummer e Ernst Pringsheim (1859-1925), em Charlottenburg, Alemanha, utilizaram e ampliaram a noção de equivalência entre a radiação de cavidade e a radiação de corpo negro, utilizando uma cavidade com um furo pequeno comparado com as dimensões das paredes. Qualquer radiação que penetra por esse buraco, tem uma probabilidade muito pequena de sair, sofrendo assim múltiplas reflexões nas paredes dessa cavidade, com alguma taxa de absorção. Dessa forma é possível dizer que toda radiação incidente é absorvida pelo corpo, e esse se mostra

⁹¹ Cujá denominação é derivada da expressão grega “βολή = feixe de luz” (Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 5, nota 15).

⁹² Segundo Max Jammer (**op. cit.**, nota 50, p. 6), ambos se basearam no teorema da cavidade de Kirchhoff para a construção desse “corpo negro experimental”.

uma boa aproximação de um corpo negro. Portanto, pode-se usar a radiação oriunda do interior da cavidade e que passa pelo furo como uma amostra de radiação de corpo negro⁹³.

“Foram usadas duas cavidades, uma de cobre, para temperaturas acima de 877 K, e uma de ferro, para temperaturas entre 799 e 1561 K. A cavidade de cobre foi imersa em uma mistura fundida de nitrato de sódio e nitrato de potássio; a temperatura do banho podia ser mantida constante dentro no intervalo de um ou dois graus, durante meia hora, pelo controle de uma fonte de gás incandescente. A cavidade de ferro era aquecida por meio de um forno especial de paredes duplas (...). Temperaturas de até 755 K eram medidas por meio de termômetros de mercúrio; temperaturas superiores, eram medidas por um termopar.”⁹⁴

Lummer e Pringsheim então passaram a especular sobre a dependência da emissão espectral do corpo negro em função do comprimento de onda em uma dada temperatura, ou seja, procuraram obter as curvas de distribuição espectral. Os resultados foram publicados em uma série de artigos entre 1899 e 1900. Os procedimentos de medida eram os mesmos, mas agora eles utilizavam um prisma antes de medir a energia, espalhando a luz e fazendo uma varredura das frequências.

“(…) Várias cavidades foram usadas com temperaturas entre 85 e 1800 K. As temperaturas mais baixas foram conseguidas pela imersão em ar líquido (85 K), água fervente (373 K) e nitrato de potássio fundido (por volta de 600 K, dependendo da composição exata). Altas temperaturas, acima de 1800K, foram obtidas por aquecimento elétrico.”⁹⁵

Os comprimentos de onda estudados variavam de 1 a 18 microns, região espectral na qual o vapor de água e o dióxido de carbono, presentes na atmosfera, absorvem fortemente certos comprimentos de ondas, especialmente em 1.8, 2.7 e 4.5 microns. Isso dificultava as medidas. Para resolver o problema

⁹³ G. L. Trigg., **op. cit.**, nota 70, p. 11.

⁹⁴ G. L. Trigg., **op. cit.**, nota 70, p. 12-13.

⁹⁵ G. L. Trigg., **op. cit.**, nota 70, p. 13.

“eles fecharam o espectrômetro e o bolômetro em um container no qual o ar foi secado e quimicamente purificado de dióxido de carbono, de forma que a necessária correção foi grandemente reduzida.”⁹⁶

Uma outra complicação adicional vem do fato de que experimentalmente é sempre necessária a certificação de que apenas a radiação de interesse estava atingindo o bolômetro.

No primeiro artigo sobre essas medidas, Lummer e Pringsheim procuraram medir apenas o $K_{\lambda \max}$ e o λ_{\max} com o intuito de verificar a lei de deslocamento de Wien.

Posteriormente eles compararam seus resultados experimentais com a lei de Wien. Inicialmente construíram as curvas da energia em função do comprimento de onda para várias temperaturas. Embora a concordância com a curva teórica de Wien parecesse satisfatória à primeira vista, eles testaram os dados experimentais de outra forma. Com a formulação de Wien (equação (12)),

$$K_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} e^{\left(\frac{-c_2}{\lambda T}\right)}$$

Tomando o logaritmo⁹⁷ de ambos os lados temos:

$$\log K_{\lambda} = \log (c_1 \lambda^{-5}) - (c_2/\lambda T) \log e$$

Ou seja:

$$\log K_{\lambda} = \log (c_1 \lambda^{-5}) - [(c_2/\lambda) \log e] (1/T)$$

Ou, reescrevendo da seguinte forma:

$$F(x) = C_a + C_b x$$

com $F(x) = \log K_{\lambda}$

$$C_a = \log (c_1 \lambda^{-5})$$

$$C_b = - [(c_2/\lambda) \log e]$$

$$x = 1/T$$

obtém-se a equação de uma reta.

⁹⁶ G. L. Trigg., **op. cit.**, nota 70, p. 14.

⁹⁷ É necessário tomar cuidado com bibliografias estrangeiras, pois em geral é tomado log como sinônimo de ln. Aqui log é o logaritmo na base 10.

Assim, Lummer e Pringsheim construíram a curva de $\log K_\lambda$ (para um λ fixo) em função de $1/T$, a fim de procurar obter retas.

“(…) A natureza dos argumentos usados para deduzir a fórmula de Wien era tal que a quantidade c_2 deveria ser uma constante da natureza, enquanto c_1 poderia variar de uma série de observações para outra, mas deveria ser constante através de qualquer série [isto é, c_1 “carrega” informação do material].”⁹⁸

Em outro trabalho, Lummer e Pringsheim apresentaram curvas isocromáticas que pareciam linhas retas, mas os valores de c_1 e c_2 variavam com o comprimento de onda. Ambos se puseram em dúvida sobre a validade da equação de Wien. Apenas num terceiro trabalho a evidência ficou óbvia. Eles concluíram firmemente que a lei de Wien-Planck era inválida.

2.8 O teorema da equipartição da energia

Em 1845, J. J. Waterston (1811-1883) escreveu um artigo que, anos mais tarde, seria considerado como uma “*pedra fundamental de um novo ramo do conhecimento científico*”. Tratava-se do artigo **Sobre a física dos meios que são compostos de moléculas livres e perfeitamente elásticas num estado de movimento** em que concluía que “*num meio misto a velocidade quadrática média é inversamente proporcional ao peso específico das moléculas*”⁹⁹.

Max Jammer acrescenta que esse artigo não havia sido aceito para publicação pela Royal Society, recebendo um parecer que, entre outras avaliações, afirmava que o mesmo “*era uma tolice imprópria até para leitura perante a Sociedade*”. O artigo só foi publicado em 1892, quarenta e sete anos após sua apresentação, devido à insistência de Lord Rayleigh que escreveu as seguintes palavras na introdução ao mesmo:

⁹⁸ G. L. Trigg., **op. cit.**, nota 70, p. 17.

⁹⁹ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 12.

“A omissão em publicá-lo à época foi uma infelicidade que provavelmente atrasou o desenvolvimento da matéria por dez ou quinze anos.”¹⁰⁰

Entretanto, como estava seguro da importância do seu trabalho, Waterston passou a circulá-lo pessoalmente entre os cientistas.

Cinco anos depois, uma curta passagem de seu texto foi lida no 21º encontro da Associação Britânica, em que dizia que o “*equilíbrio de pressão e calor entre dois gases ocorre quando o número de átomos em unidade de volume é igual, e a vis viva de cada átomo é igual*”.¹⁰¹ Desta forma, um tanto quanto disfarçada, o **teorema da equipartição de energia**¹⁰² começava a ser enunciado na pesquisa em física.

Em 1860, Maxwell (provavelmente ciente do trabalho de Waterston) havia dado sua primeira formulação do teorema da equi-partição da energia: “*dois diferentes conjuntos de partículas distribuirão suas velocidades, assim que suas vires vivae forem iguais*”.¹⁰³

Inicialmente o resultado de Maxwell só incluía partículas perfeitamente esféricas e posteriormente ele estendeu seu enunciado para o caso de uma mistura de partículas de qualquer forma, além de incluir a rotação.

Em 1868, Boltzmann generalizou o teorema para partículas que não necessariamente fossem rígidas, mas tinham um número interno de graus de liberdade, como, por exemplo, a vibração.

Também Maxwell removeu certas restrições na interação entre as partículas e mostrou, usando coordenadas Lagrangianas para sistemas com um número arbitrário de graus de liberdade, que a equipartição de energia acontece se

“(...) os pontos materiais podem atuar em todas as distâncias e de acordo com qualquer lei consistente com a conservação de energia. A única suposição que é necessária para a prova

¹⁰⁰ Citado por Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 13.

¹⁰¹ Ibidem. A palavra *vis viva*, ou força viva, carrega de certa maneira o sentido de energia cinética, energia de um corpo em movimento. Esse termo era usado em oposição a *vis morta*, associada a um corpo parado no ponto mais alto (energia potencial).

¹⁰² O **teorema da equipartição de energia** diz que num conjunto composto por um grande número de partículas individuais, que se movimentam ao acaso trocando energia entre si através de colisões, a energia total nele contida é igualmente partilhada, em média, por todos as partículas. Ou seja, se a energia total é E e se há a presença de N partículas, a energia média de cada partícula será E/N.

¹⁰³ Ibidem, p. 13.

direta é que o sistema, se deixado neste estado em movimento, irá, mais cedo ou mais tarde, passar através de cada fase que é consistente com a equação de energia.”¹⁰⁴

Dessa maneira, no final do século XIX, o teorema da equipartição de energia “estava no ar” e muitos artigos se ocupavam com esse assunto. Mas havia ainda sérios problemas para efetivar sua compreensão e aceitação desse teorema, principalmente por que não se encaixava nos dados experimentais de calor específico para um gás.¹⁰⁵ E talvez justamente por não estar consolidado e por não fazer parte do programa de pesquisa de Planck, é que este não o utilizou em sua solução para o PRCN, embora muitos textos didáticos teimem em afirmar o contrário (ou simplesmente induzam o leitor a assim interpretar).

2.9 O desenvolvimento de Rayleigh e a correção de Jeans

Em junho de 1900, Lord Rayleigh tentou resolver o PRCN utilizando o teorema da equipartição de energia. Ele partiu do pressuposto de que na cavidade estariam dispersas ondas estacionárias somente com frequências fixas, determinadas pela geometria da caixa, ou seja, a radiação poderia vibrar somente em frequências fixas determinadas pelo seu comprimento.

Dessa maneira a radiação na cavidade deveria ser composta pela superposição de ondas estacionárias possíveis dentro desta. Seria assim necessário efetuar o cálculo do número de diferentes modos de vibração de ondas estacionárias com comprimento de onda entre λ e $\lambda+d\lambda$ por unidade de volume que poderia existir na cavidade. De acordo com a lei de equipartição de energia, cada um desses modos de vibração deve ter a mesma energia média.

Essas considerações levaram Rayleigh à construção de sua equação (com k_1 e k_2 constantes):

$$K_\lambda = k_1 T \lambda^{-4} \quad \text{ou} \quad B_\nu = k_2 \nu^2 T \quad (13)$$

¹⁰⁴ Ibidem, p. 14.

¹⁰⁵ Esse problema só seria solucionado com o advento da física quântica.

Seu resultado não era coerente com os resultados experimentais para pequenos comprimentos de onda, pois a curva diverge ao infinito para altas energias, ou seja, há uma tendência ilimitada para as altas frequências. Por outro lado, Rayleigh também observara que sua expressão, quando aplicada ao limite de longos comprimentos de onda, aproximava-se dos resultados previstos pela expressão de Planck, que ainda estudaremos no próximo capítulo. Na verdade, os resultados de aplicação da expressão de Rayleigh eram, nesse intervalo de comprimento de onda, cerca de oito vezes maiores que os previstos pela expressão de Planck.

Procurando melhorar essa situação, J. H. Jeans, em 1905, apontou algumas incorreções no trabalho de Rayleigh como, por exemplo, o fato deste ter introduzido nos seus cálculos vetores de onda com componentes positivas e negativas que foram responsáveis por essa resposta oito vezes maior, detectada por Jeans. Ele corrigiu o modelo proposto por Rayleigh, chegando à expressão:

$$K_\lambda = (8\pi/\lambda^4)kT \quad \text{ou} \quad \beta_\nu = (8\pi\nu^2/c^3)kT, \quad (14)$$

que ficou conhecida como **equação ou fórmula de Rayleigh-Jeans** para a radiação do corpo negro.

Nessa dedução, tanto Rayleigh quanto Jeans utilizaram exclusivamente o princípio da equipartição de energia associado à condição de equilíbrio da radiação representada por ondas estacionárias dentro de uma cavidade. Ou seja, eles calcularam o número e modos de oscilações eletromagnética livres por unidade de volume da cavidade e por unidade de comprimento de onda, para um determinado λ , dando $8\pi/\lambda^4$. Considerando, de acordo com o princípio da equipartição, que a energia média correspondente a cada modo de vibração é a igual a kT , este valor multiplicado por aquele número dá a densidade de energia em termos do comprimento de onda, que é exatamente a expressão da equação (14).¹⁰⁶

Fica claro dessa descrição do procedimento de Rayleigh e de Jeans que em momento algum eles levaram em consideração a interação da radiação com a matéria, ao contrário do método adotado tanto por Wien quanto por Planck.

¹⁰⁶ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 16-17.

A **Figura 5** apresenta a curva teórica correspondente à expressão de Rayleigh-Jeans. Duas observações podem ser feitas aqui: em primeiro lugar, nota-se que a curva diverge para o infinito para pequenos comprimentos de onda, isto é, pela predição teórica desse modelo haveria uma espécie de corrida para as altas frequências, ou seja, em direção ao ultravioleta, daí esta previsão, não verificada experimentalmente, passar a ser conhecida como **catástrofe do ultravioleta**¹⁰⁷; em segundo lugar, a integral sob a curva, isto é, a radiância total, também é infinita, o que mais uma vez evidencia a limitação do modelo clássico. Deve-se acrescentar que, naquela época, 1905, o modelo de Planck também ganharia o adjetivo “clássico”.

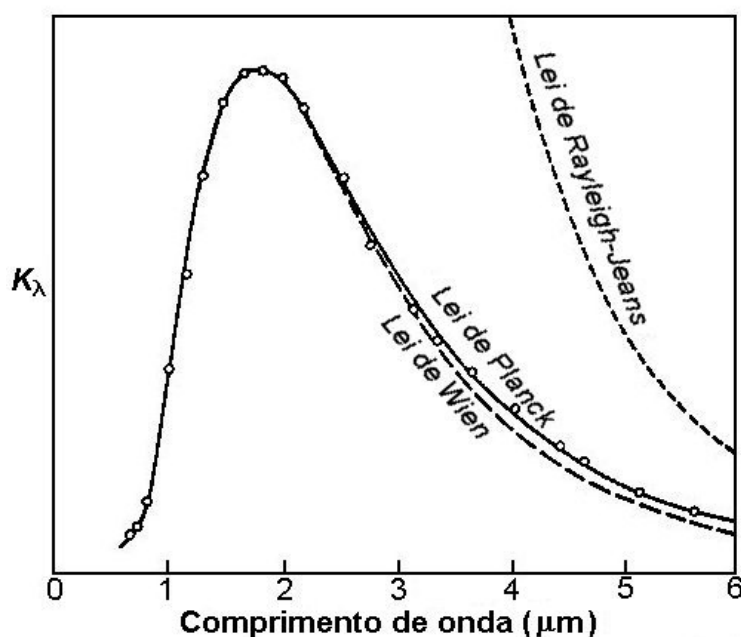


Figura 5 – Pontos experimentais e leis de radiação.

Fonte: F. K. Richtmyer et al. **Introduction to modern physics**. New York: McGraw-Hill, 1955

Vale a pena repetir a observação que George Gamow fez sobre essa suposta tendência prevista pela fórmula de Rayleigh:

¹⁰⁷ No livro **Treinta años que conmovieron la física**, Gamow (*op. cit.*, nota 40) sugeriu uma analogia da radiação do corpo negro, analisada segundo o modelo do cubo de Jeans, em que uma luz vermelha se converteria até na radiação gama, como a batida de uma única nota em um piano de cauda de teclado infinito que permitisse a tênue propagação sonora até a região ultrassônica.

“(...) a energia de uma luz vermelha introduzida no cubo de Jeans se converteria em raios azuis, violetas, ultravioletas, X, gama, etc, sem limitação alguma de comprimento de onda. Em verdade, permanecer sentado diante de um forno aceso se converteria então em exibicionismo estúpido, pois o agradável resplandecer avermelhado proveniente das lenhas que tão acolhedoramente ardem se transformaria rapidamente em uma perigosa radiação de altíssima frequência como a emitida pelos produtos da fissão do urânio.”¹⁰⁸

Vamos finalizar esta seção com alguns breves comentários sobre os trabalhos de Rayleigh e Jeans sobre o PRCN.

Segundo Whitaker, Rayleigh não calculou, em sua formulação, a constante de proporcionalidade, pois para ele era evidente que sua expressão não era satisfatória. Ele apenas sugeriu que poderia “*incluir um fator exponencial de corte para levar a resultados sensatos.*”¹⁰⁹

Como foi destacado anteriormente a designação da tendência para o infinito para valores grandes de frequência como catástrofe do ultravioleta veio apenas em 1911. Contudo, na época da publicação, o artigo de Rayleigh não chamou muito a atenção e não existia sentido trágico algum com relação aos resultados discrepantes. Num artigo que faz uma avaliação crítica da equação de Rayleigh-Jeans, Kragh endossa essa conclusão crítica ao afirmar que:

“(...) Apesar do seu proeminente papel nos livros-textos de física, a fórmula [de Rayleigh-Jeans] não atuou em nenhuma parte de toda a fase originária da teoria quântica. Planck não aceitou o teorema da equipartição como fundamental, e portanto ignorou-o. Provavelmente nem Rayleigh nem Jeans consideravam o teorema universalmente válido. A “catástrofe do ultravioleta” (...) apenas transformou-se num assunto de discussão numa fase posterior da teoria quântica.”¹¹⁰

Segundo Klein¹¹¹ (1966), para Jeans não deveria haver um equilíbrio termodinâmico da radiação, o que explicaria a inabilidade de se resolver o problema da radiação do corpo negro com o teorema da equipartição de energia.

¹⁰⁸ George Gamow, **op. cit.**, nota 40, p. 33.

¹⁰⁹ M. A. B. Whitaker, **op. cit.**, nota 21, p. 109.

¹¹⁰ Helge Kragh. Max Planck: the reluctant revolutionary. **Physics World**, v. 13, n. 12, p. 33, 2000.

¹¹¹ Martin J. Klein. Thermodynamics and quanta in Planck's work. **Physics Today**, v. 19, n. 11, p. 23, 1966.

O próprio James Jeans, em sua curta descrição a respeito da teoria dos quanta, não mencionava a contribuição de Lord Rayleigh e nem mesmo a correção que ele próprio realizou.¹¹²

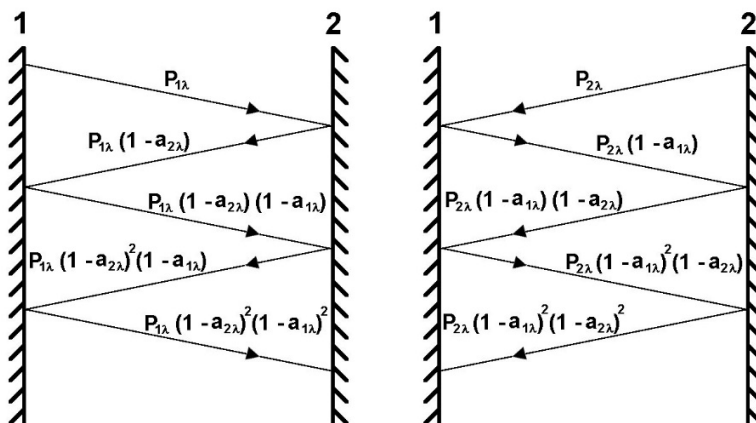
Pela brevíssima retrospectiva de diversas tentativas de resolver o problema da radiação do corpo negro classicamente, que atinge o ano de 1905, acima apresentada, percebemos que eram utilizados três campos teóricos clássicos dominantes: a termodinâmica, o eletromagnetismo e a mecânica estatística.

Neste ponto, finalmente, podemos introduzir o principal personagem desta breve discussão dessa construção que nos leva ao surgimento da física quântica: Max Planck. Ele, que já era um físico veterano quando se propôs a estudar o problema da radiação do corpo negro, dedicou boa parte da sua carreira de físico estudando esses três campos clássicos da física, acima mencionados. Dentre esses campos, Planck escolheu dedicar-se detalhadamente ao estudo da termodinâmica e essa deliberação, como estudaremos no próximo capítulo, foi fundamental para o nascimento da física quântica.

¹¹² James Jeans. **Historia de la física**. México: Fondo de Cultura Económica, 1953.

Anexo I – Derivação da lei de Kirchoff

Neste apêndice mostramos como Kirchoff, através do exemplo de troca de radiação entre duas placas discutido na seção 2.4, chegou à sua lei. Utilizamos o desenho abaixo para ilustrar o exemplo.



Na figura da esquerda mostramos uma onda que é emitida pela placa 1 com poder emissivo $P_{1\lambda}$. Após ela interagir com a placa 2, uma fração $a_{2\lambda}$ será absorvida, de modo que a onda refletida terá poder emissivo $P_{1\lambda}(1-a_{2\lambda})$. Assim, a placa 1 absorverá um total de $P_{1\lambda}(1-a_{2\lambda})a_{1\lambda}$, enquanto $P_{1\lambda}(1-a_{2\lambda})(1-a_{1\lambda})$ será refletido, reiniciando o processo. O total de energia absorvida por unidade de tempo pela placa 1 após infinitas reflexões é:

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_{1\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{2\lambda})^n (1-a_{1\lambda})^{n-1}$$

A figura do lado direito mostra uma sequência semelhante de raios, mas com a onda inicial sendo emitida pela placa 2. Usando o mesmo raciocínio anterior, a potência total absorvida pela placa 1 é:

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_{2\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{1\lambda})^{n-1} (1-a_{2\lambda})^{n-1}$$

No equilíbrio, a potência emitida deve ser igual à potência absorvida pela placa. Assim:

$$P_{1\lambda} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{1\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{2\lambda})^n (1-a_{1\lambda})^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} P_{2\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{1\lambda})^{n-1} (1-a_{2\lambda})^{n-1} \quad (1.1)$$

Reescrevendo o lado direito da equação:

$$P_{1\lambda} = (1-a_{2\lambda}) \sum_{n=1}^{\infty} P_{1\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{2\lambda})^{n-1} (1-a_{1\lambda})^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} P_{2\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{1\lambda})^{n-1} (1-a_{2\lambda})^{n-1}$$

$$P_{1\lambda} = [P_{1\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{2\lambda}) + P_{2\lambda} a_{1\lambda}] \sum_{n=1}^{\infty} (1-a_{2\lambda})^{n-1} (1-a_{1\lambda})^{n-1} \quad (1.2)$$

A somatória da equação anterior representa a soma dos infinitos termos de uma progressão geométrica de razão $(1-a_{2\lambda})(1-a_{1\lambda})$ e primeiro termo igual a 1. A matemática básica nos fornece o valor S_n da soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica cuja razão é q :

$$S_n = \frac{\text{termo}[n] q - \text{termo}[1]}{q-1} \quad (1.3)$$

Na expressão acima, $\text{termo}[n]$ representa o n ésimo termo da progressão.

A nossa somatória tem infinitos termos. Como $\text{termo}[\infty] = [(1-a_{2\lambda})(1-a_{1\lambda})]^\infty = 0$, o valor da soma será:

$$S_\infty = \frac{-1}{(1-a_{2\lambda})(1-a_{1\lambda})-1} = \frac{-1}{a_{1\lambda}a_{2\lambda} - a_{1\lambda} - a_{2\lambda}} = \frac{1}{a_{1\lambda}(1-a_{2\lambda}) + a_{2\lambda}} \quad (1.4)$$

Voltando a equação (1.2):

$$P_{1\lambda} = \frac{[P_{1\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{2\lambda}) + P_{2\lambda} a_{1\lambda}]}{a_{1\lambda}(1-a_{2\lambda}) + a_{2\lambda}} \quad (1.5)$$

Tal que:

$$P_{1\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{2\lambda}) + P_{1\lambda} a_{2\lambda} = P_{1\lambda} a_{1\lambda} (1-a_{2\lambda}) + P_{2\lambda} a_{1\lambda}$$

$$P_{1\lambda} a_{2\lambda} = P_{2\lambda} a_{1\lambda}$$

Chegando assim à lei de Kirchhoff:

$$\frac{P_{1\lambda}}{a_{1\lambda}} = \frac{P_{2\lambda}}{a_{2\lambda}} \quad (1.6)$$

Anexo II – O desenvolvimento de Boltzmann

Pelo eletromagnetismo a luz exerce pressão p sobre uma superfície opaca segundo a relação:

$$p = \frac{\mu}{3} \quad (2.1)$$

sendo μ a densidade de energia da radiação.

Tomando como corpo negro uma cavidade opaca, a radiação no seu interior exerce pressão nas suas paredes. Escrevendo a Primeira Lei da Termodinâmica em sua forma diferencial:

$$dQ = dU + p dV \Rightarrow T dS = dU + p dV \quad (2.2)$$

com U representando a energia total do sistema ($U = V\mu$), V o seu volume, T sua temperatura, S sua entropia e Q o calor resultante.

Podemos escrever a diferencial exata dU como:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \quad (2.3)$$

com o subscrito indicando que tal grandeza é mantida constante na derivada.

Assim:

$$dS = \frac{1}{T} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \right) + \frac{p}{T} dV = \frac{1}{T} \left(V \frac{d\mu}{dT} dT + \mu dV \right) + \frac{p}{T} dV$$

Na última equação utilizamos uma derivada total (e não parcial) de μ em relação a T , pois a densidade de energia não depende do volume V . Pela equação (2.1) temos:

$$dS = \frac{V}{T} \frac{d\mu}{dT} dT + \frac{4}{3} \frac{\mu}{T} dV \quad (2.4)$$

Como:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV \quad (2.5)$$

Então, por comparação:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{V}{T} \frac{d\mu}{dT} \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{4}{3} \frac{\mu}{T} \quad (2.6)$$

Como a quantidade S é função do macroestado do sistema (de modo que dS é uma diferencial exata), as segundas derivadas de S não devem depender da ordem da diferenciação¹¹³. Isto é:

$$\left(\frac{\partial}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \Leftrightarrow \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} \quad (2.7)$$

Desse modo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} &= \frac{1}{T} \frac{d\mu}{dT} \quad e \quad \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = -\frac{4}{3} \frac{\mu}{T^2} + \frac{4}{3} \frac{1}{T} \frac{d\mu}{dT} \\ \Rightarrow \frac{1}{T} \frac{d\mu}{dT} &= -\frac{4}{3} \frac{\mu}{T^2} + \frac{4}{3} \frac{1}{T} \frac{d\mu}{dT} \\ \Rightarrow \frac{d\mu}{dT} &= 4 \frac{\mu}{T} \quad (2.8) \end{aligned}$$

Integrando essa equação diferencial:

$$\begin{aligned} \int \frac{d\mu}{\mu} &= \int 4 \frac{dT}{T} \\ \ln \mu &= 4 \ln T + cte \\ \ln \mu &= \ln T^4 + cte \\ e^{\ln \mu} &= e^{\ln T^4 + cte} \\ \mu &= T^4 \cdot e^{cte} \end{aligned}$$

E sendo κ uma constante de proporcionalidade:

$$\mu = \kappa T^4 \quad (2.9)$$

É interessante ainda encontrar como que a densidade de energia μ se relaciona com a energia emitida pela superfície da cavidade. Para isso, utilizamos o procedimento de Ritchmyer.¹¹⁴

Se tivermos várias ondas de radiação (com densidade de energia μ) dirigindo-se todas na mesma direção, o fluxo ϕ (energia por unidade de tempo por unidade de área) que atravessa uma superfície perpendicular a essa direção é:

¹¹³ Frederick Reif. **Fundamentals of statistical and thermal physics**. Singapore: McGraw-Hill, 1985, p.154.

¹¹⁴ F. K. Richtmyer et al. **Introduction to modern physics**. New York: McGraw-Hill, 1955, p. 108-110.

$$\phi = c \mu$$

sendo c a velocidade das ondas (no caso, a velocidade da luz).

Já se o feixe atinge a superfície formando um ângulo θ com sua normal, o fluxo será menor, já que as ondas atingirão uma área maior da superfície. Neste caso, o fluxo será:

$$\phi = c \mu \cos \theta \quad (2.10)$$

Tomamos agora uma cavidade de corpo negro (ou seja, a radiação no seu interior é homogênea). Consideraremos as ondas que atingem o ponto O da superfície da cavidade indicada na Figura II.1. Construindo uma superfície hemisférica (de raio unitário) ao redor deste ponto, as ondas podem atingir O vindo de várias direções, ou seja, vindo de vários pontos do hemisfério.

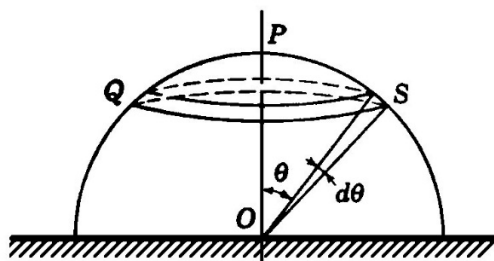


Figura II.1: Construção geométrica para cálculo do fluxo de radiação incidente na superfície.¹¹⁵

Pelo raciocínio anterior, quanto menor o ângulo θ da figura, maior será o fluxo de energia que atravessa O na superfície. Por outro lado, menor será a área do anel ao redor do hemisfério cuja radiação incide em O com ângulo entre θ e $\theta + d\theta$. Pela figura vemos que essa área¹¹⁶ é igual a $2\pi \sin\theta d\theta$. Ou seja, o fluxo que atinge O através da superfície, vindo de um anel definido pelos ângulos θ e $\theta + d\theta$, é proporcional a $\cos\theta \sin\theta$.

Como a radiação é homogênea dentro da câmara, enquanto há um feixe dirigindo-se ao ponto O existe outro na direção oposta. Assim, apenas metade das ondas que atravessam a superfície hemisférica atingem ao ponto O . Isto equivale a dizer que a densidade de energia das

¹¹⁵ F. K. Richtmyer et al., *op. cit.*, nota 114, p. 109.

¹¹⁶ A área do anel é encontrada multiplicando-se a sua espessura $d\theta$ pelo seu perímetro dado por $2\pi r$, em que r é o raio do anel, que conforme a ilustração é $\sin\theta$. Portanto a área do anel é dada por $2\pi \sin\theta d\theta$.

ondas que se propagam em direção ao ponto O é na verdade $\frac{\mu}{2}$. Portanto, para encontrar o fluxo total vindo do hemisfério que atinge O , devemos calcular a seguinte integral:

$$\phi = \int_0^{\pi/2} c \frac{\mu}{2} \cos \theta \sin \theta d\theta$$

De onde encontramos:

$$\phi = \frac{c}{4} \mu \quad (2.11)$$

Como as paredes do corpo estão em equilíbrio, o fluxo de radiação que atinge as paredes deve ser igual à radiância R da superfície. Assim, pelas equações (2.9) e (2.11):

$$R = \sigma T^4 \quad (2.12)$$

Capítulo 3

A radiação do corpo negro e o quantum de ação de Planck

“Mas, ainda que a fórmula da radiação estivesse perfeita e irrefutavelmente correta, teria sido, afinal de contas, apenas uma fórmula de interpolação descoberta por um feliz acaso de raciocínio e isso nos teria deixado relativamente insatisfeitos. Em conseqüência, a partir do dia da descoberta, dispus-me a dar-lhe uma interpretação física, o que me levou a examinar as relações entre entropia e probabilidade segundo os conceitos de Boltzmann. Após algumas semanas do mais intenso trabalho que já realizei na vida, as coisas começaram a clarear e visões inesperadas revelaram-se a distância”.

Max Planck

3.1 Max Planck e seus trabalhos preliminares

Max Planck, assim como aconteceu com Richard Feynman algumas décadas mais tarde ao lembrar suas caminhadas com seu pai, ficou impressionado e inclinado pela investigação científica da natureza desde o início de sua adolescência, como é ilustrado pelo seguinte episódio de sua vida escolar:

“Max Planck começou a gostar da física quando era muito jovem. Na escola, no Gymnasium, como a denominam na Alemanha, conheceu uma lei da física e nunca esqueceu aquele dia. – Imaginem – disse o professor – um pedreiro levantando um pesado bloco de pedra e fatigando-se sob seu peso até levá-lo ao teto de uma casa. A energia deste trabalho não desaparece. Afinal, um dia, anos depois, a pedra se desprende e cai na cabeça de alguém que está passando abaixo.

Este exemplo da lei de conservação de energia impressionou tanto ao pequeno Planck quanto se a pedra tivesse caído sobre sua própria cabeça.”¹¹⁷

Max Planck realizou uma série de investigações em física clássica antes de se dedicar ao estudo intensivo da radiação do corpo negro e enveredar na busca de uma função de distribuição

¹¹⁷ Barbara Lovett Cline. **Los creadores de la física**. México: Fondo de Cultura Económica, 1992, p. 51.

do espectro. O principal campo teórico a que Planck se dedicou foi a termodinâmica, particularmente tudo o que dissesse respeito ao conceito de entropia e sua variação. Provavelmente devido à sua formação e estudo nessa área é que Planck não tentou resolver o PRCN por meio do teorema da equipartição de energia e se o fizesse certamente chegaria apenas à formulação de Rayleigh. Planck também não tinha familiaridade com a estatística de Boltzmann e Gibbs e era avesso à teoria molecular.¹¹⁸

Vamos reproduzir alguns poucos trechos significativos de um livro em que Thomas Kuhn procurava situar a importância da termodinâmica nos trabalhos iniciais de Planck:

“A termodinâmica, como uma teoria quantitativa abstrata do papel do calor em processos físicos macroscópicos, era uma relativa novidade quando Planck a encontrou pela primeira vez na década de [18]70. (...)

[*O livro sobre*] a termodinâmica, de Rudolph Clausius, foi publicado em 1876, e Planck estava entre os primeiros a utilizá-lo. Foi enorme a influência formativa em sua carreira. No início de 1879 ele submeteu à Universidade de Munich sua tese de doutoramento baseada nos trabalhos de Clausius mas recomendando uma reformulação fundamental no seu procedimento. Como era de se esperar, a subsequente pesquisa do próprio Planck foi a primeira a ser afetada por aquela recomendação.”¹¹⁹

Cabem aqui algumas observações sobre como caminhava o estudo da termodinâmica nesse período. Na verdade, a termodinâmica estava sendo estruturada como uma teoria independente exatamente à época em que Planck iniciava seus estudos escolares. Basta mencionar que a primeira monografia sobre a termodinâmica, ou seja, a primeira edição do livro **A teoria mecânica do calor**, de Rudolph Julius Emmanuel Clausius (1822-1888), foi publicada em 1864, quando Planck tinha 8 anos e frequentava ainda a escola primária em Kiel.

Thomas Kuhn destaca que no início do século XIX inúmeras experiências envolvendo transformações mútuas de energia – por exemplo, a energia química em energia elétrica, presente nos trabalhos de Alessandro Volta (1745-1827) quando produziu suas pilhas (1800), a energia térmica aplicada numa junção bimetálica em energia elétrica, presente nos trabalhos de

¹¹⁸ Max Jammer, *op. cit.*, nota 50, p. 14.

¹¹⁹ Thomas S. Kuhn. **Black-body theory and the quantum discontinuity 1894-1912**. New York: Oxford University Press, 1978, p. 12-13.

Thomas Johann Seebeck (1770-1831) e que levaram à invenção do par termoelétrico (1822), entre outros – levaram à enunciação da hipótese da lei de conservação de energia por Joule, entre 1842 e 1847¹²⁰ que, por sua vez, transformou-se na primeira lei da termodinâmica.

A segunda lei da termodinâmica, numa formulação mais sofisticada, foi enunciada, por volta de 1850/51, simultaneamente por Clausius e Lord Kelvin (1824-1907) quando buscavam uma nova derivação do teorema de Carnot referente às máquinas térmicas e que considerava o calor uma espécie de fluido calórico que podia realizar trabalho ao passar de um reservatório de determinada temperatura para um de temperatura menor. A forma que Clausius encontrou para essa lei foi a seguinte:

“O calor não pode por si mesmo passar de um corpo frio para um corpo quente, permanecendo imutável o resto do universo.”¹²¹

Kuhn informava que, em 1854, Clausius apresentou a segunda lei da termodinâmica na forma

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0, \quad (15)$$

onde a igualdade aparece apenas quando o ciclo é reversível, dQ é a quantidade de calor absorvida pelo sistema do seu meio ambiente e T é a temperatura absoluta na qual o calor é absorvido. Em 1865, Clausius introduziu o símbolo S e o nome **entropia** para o valor daquela integral:

$$S_1 = S_0 + \int_0^1 \frac{dQ}{T}, \quad (16)$$

onde o caminho da configuração 0 para a configuração 1 deve ser reversível.¹²²

Kuhn argumentava que Planck, com base nas expressões (15) e (16), no final da década de 1870, apresentou sua versão da segunda lei da termodinâmica na forma:

¹²⁰ Thomas S. Kuhn. Energy conservation as an example of simultaneous discovery. In: Marshall Clagett (ed.). **Critical problems in the history of science** (Proceedings of the Institute for the History of Science at the University of Wisconsin, September 1-11, 1957). Madison: The University of Wisconsin Press, 1959, p. 321-356. Em português: Thomas S. Kuhn. A Conservação da Energia como Exemplo da Descoberta Simultânea. In: Thomas S. Kuhn (ed.). **A Tensão Essencial** (R. Pacheco, trad.). Lisboa: Edições 70, 1989, p. 101-141.

¹²¹ Thomas S. Kuhn, **op. cit.**, nota 119, p. 13.

¹²² Thomas S. Kuhn, **op. cit.**, nota 119, p. 15.

$$S' - S \geq 0. \quad ^{123} \quad (17)$$

Eis um comentário feito por Thomas Kuhn sobre esta formulação de Planck:

“Assim como a primeira lei governava o comportamento da energia no tempo, a segunda lei governava o comportamento equivalente da entropia. Mais importante, incorporando o paralelo entre as duas leis absolutas das quais a termodinâmica derivava, a nova formulação realçava sua decisiva diferença. A energia total de um sistema isolado deve permanecer constante no tempo; sua entropia pode somente aumentar ou, no caso limite ideal, permanecer constante. A equação [16] proibia não apenas a passagem espontânea de calor de uma certa temperatura para uma temperatura maior, mas qualquer processo que diminuísse a entropia de um sistema isolado. Vista deste modo, a segunda lei rapidamente tornou-se para Planck “O Princípio do Aumento de Entropia”.¹²⁴ Sua função, enfatizada por Planck no parágrafo de abertura de sua tese de doutoramento, era determinar a direção na qual os processos naturais se desenvolvem “de tal forma que o retorno do mundo para um estado previamente ocupado é impossível”.¹²⁵”

Kuhn destacava que a formulação de Planck para a segunda lei era especialmente útil para o estudo de sistemas em equilíbrio e a radiação do corpo negro, que seria estudada por Planck, é um bom exemplo de um equilíbrio térmico. E Kuhn acrescentava:

“Se uma distribuição inicial arbitrária de energia é injetada numa cavidade isolada, então a distribuição tenderá ao equilíbrio enquanto a energia é absorvida e reemitida por quaisquer

¹²³ Em que S e S' correspondem respectivamente às entropias iniciais e finais de um processo termodinâmico.

¹²⁴ Esse título (em alemão: Über das Prinzip der Vermehrung der Entropie) foi utilizado por Planck em 4 artigos (*) publicados entre 1887 e 1891, nos quais ele discute processos termodinâmicos em diferentes sistemas físico-químicos em equilíbrio.

(*) [1] Max Planck. Über das Prinzip der Vermehrung der Entropie. 1. Abhandlung. In: **Wiedemanns Annalen der Physik und Chemie**, v. 30, p. 562–582, 1887. [2] Max Planck. Über das Prinzip der Vermehrung der Entropie. 2. Abhandlung. In: **Wiedemanns Annalen der Physik und Chemie**, v. 31, p. 189–203, 1887. [3] Max Planck. Über das Prinzip der Vermehrung der Entropie. 3. Abhandlung. In: **Wiedemanns Annalen der Physik und Chemie**, v. 32, p. 462–503, 1887. [4] Max Planck. Über das Prinzip der Vermehrung der Entropie. 4. Abhandlung. In: **Wiedemanns Annalen der Physik und Chemie**, v. 44, p. 385–428, 1891. Comentários sobre os artigos podem ser encontrados em: Dieter Hoffmann (org.). **Max Planck und die moderne Physik**. Berlin: Springer-Verlag, 2010, p. 62-64.

¹²⁵ Thomas S. Kuhn, **op. cit.**, nota 119, p. 16.

pedaços de material negro contido na cavidade. A aproximação ao equilíbrio térmico é irreversível, e a entropia portanto deve aumentar até que o equilíbrio é alcançado. Se temos a fórmula para a entropia da radiação como uma função das variáveis de campo, então a função de distribuição do corpo negro seria uma que maximizasse a entropia total da radiação na cavidade.”¹²⁶

Foi nesse contexto que Max Planck, a partir de 1878, começou a produzir inúmeros trabalhos sobre processos irreversíveis, procurando esclarecer e estender a aplicação dos fundamentos da termodinâmica. Em 1889 isso foi facilitado em função de sua nomeação como sucessor de Kirchhoff na Universidade de Berlin.

Posteriormente, estimulado pela teoria de Maxwell, na forma especialmente apresentada por Heinrich Hertz (1857-1894), passou a trabalhar, a partir de 1891, na aplicação da termodinâmica em processos eletromagnéticos.¹²⁷ De 1897 a 1899, Planck escreveu uma série de artigos em que procurava estabelecer uma derivação mais rigorosa da função de distribuição de Wien. Embora ele tenha sido aluno de Kirchhoff, sua principal inspiração, como vimos acima, foram os escritos de Clausius sobre a termodinâmica, como também as medidas realizadas por Lummer e Pringsheim sobre a radiação do corpo negro. A atração sobre este último tema é confirmada em sua autobiografia publicada em 1947, ano de sua morte, onde ele afirmava que este problema exercera uma verdadeira “*fascinação*” sobre ele em vista de seu caráter universal e também por representar “*algo absoluto*” e que ele

“(…) tinha sempre encarado a busca do absoluto como o mais sublime objetivo de toda atividade científica.”¹²⁸

A segunda lei da termodinâmica evidencia que a tendência natural de um sistema isolado é mudar de tal forma que sua entropia aumente. No estado de equilíbrio essa entropia tem um valor máximo. Planck vislumbrou uma possibilidade de estudar a radiação de corpo negro por

¹²⁶ Thomas S. Kuhn, **op. cit.**, nota 119, p. 16-17.

¹²⁷ Hans Kangro (ed.). **Planck's original papers in quantum physics**. London: Taylor & Francis, 1972, p. 33. Disponível em edição bilíngue (alemão-inglês) em: <<https://archive.org/details/PlancksOriginalPapersInQuantumPhysics>>. Acesso em: junho de 2020.

¹²⁸ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 10.

meio do cálculo da entropia de uma cavidade adiabática mantida a temperatura constante, uma vez que este sistema configura uma situação de equilíbrio. Assim ele procurou estudar a situação de equilíbrio utilizando o eletromagnetismo de Maxwell (emissão de dipolo, modelando a emissão e absorção de radiação por ressoadores) e a termodinâmica.

Para tal intento, Planck rejeitou a interpretação estatística da termodinâmica de Boltzmann, esperando que esta pudesse ser evitada e que

“o princípio do aumento da entropia pudesse ser preservado intacto como um teorema rigoroso em alguma teoria mais compreensível e fundamental.”¹²⁹

Provavelmente, procurando por subsídios para fundamentar o estudo da radiação do corpo negro por meio do cálculo da entropia, em março de 1895, Planck apresentou um trabalho, na Academia de Ciências de Berlim, cuja linha de pesquisa divergia de suas anteriores, e no qual discutia

“o problema do espalhamento ressonante de ondas eletromagnéticas planas por um dipolo oscilante de dimensões pequenas comparadas ao comprimento de onda.”¹³⁰

Em fevereiro de 1896, Planck

“(…) estendeu seus estudos do amortecimento de radiação de seus osciladores carregados, e ele ficou impressionado pela diferença entre amortecimento de radiação e amortecimento por meio da ordinária resistência do oscilador. Amortecimento de radiação era um mecanismo completamente conservativo que não requeria um mecanismo para invocar a transformação de energia em calor, ou para fornecer outra característica constante do oscilador de forma a descrever esse amortecimento. Planck pensou que isto poderia ter grandes implicações para esta questão fundamental da irreversibilidade e da segunda lei. Como ele afirmou, ‘o estudo do amortecimento conservativo parece para mim ser de grande importância, uma vez que abre a perspectiva de uma possível explicação geral de processos

¹²⁹ Martin J. Klein, *op. cit.*, nota 111, p. 25.

¹³⁰ *Idem.*

irreversíveis por meio de forças conservativas - um problema que exige a pesquisa em física teórica mais urgentemente a cada dia’.”¹³¹

No ano seguinte (fevereiro de 1897), Planck deu início a um estudo que se estendeu por mais de dois anos sobre a irreversibilidade da radiação, procurando assim deduzir a lei de Wien.

“(…) Ele começou asseverando que ninguém tinha explicado com sucesso como um sistema governado por interações conservativas podia evoluir irreversivelmente para um estado final de equilíbrio termodinâmico. (...) Planck então anunciou seu próprio programa para derivar a segunda lei da termodinâmica para um sistema constituído de radiação e osciladores carregados numa cavidade com paredes refletoras. Ele introduziria nenhum amortecimento além do amortecimento da radiação, mas tomaria o mecanismo básico para irreversibilidade como sendo a alteração da forma da onda eletromagnética pelo processo de espalhamento – sua aparentemente irreversível conversão da onda plana incidente para onda esférica emergente. O último objetivo deste programa seria a explicação da irreversibilidade para sistemas conservativos e, como um valioso subproduto, a determinação da distribuição espectral da radiação de corpo negro.

Planck tinha grandes esperanças: seu objetivo era precisamente correto para um discípulo de Clausius. Teria sido uma esplêndida conclusão para seu trabalho em termodinâmica, e teria colocado um fim, de uma vez por todas, às afirmações de que a segunda lei era meramente uma matéria de probabilidade.”¹³²

Num artigo de maio de 1899, Planck apresenta a e b , duas constantes universais, segundo ele. Utilizando dados experimentais para a radiação do corpo negro ele calcula esses valores.¹³³

¹³¹ Ibidem.

¹³² Idem.

¹³³ Em seu artigo “Sobre processos irreversíveis da radiação” (*) Planck retoma o tema apresentado em uma série de publicações anteriores com o mesmo título (**) e em resultados experimentais obtidos por Kurlbaum (1898) para definir as duas constantes “ a ” e “ b ”. (*) Max Planck. Über irreversible Strahlungsvorgänge. In: **Annalen der Physik**, v. 1, p. 69-122, 1900. (**) [1] Max Planck. Über irreversible Strahlungsvorgänge. 1. Mitteilung. In: **Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin**, p. 57-68, 1897. [2] Max Planck. Über irreversible Strahlungsvorgänge. 2. Mitteilung. In: **Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin**, p. 715-717, 1897. [3] Max Planck. Über irreversible Strahlungsvorgänge. 3. Mitteilung. In: **Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin**, p. 1122-1145, 1897. [4] Max Planck. Über irreversible Strahlungsvorgänge. 4. Mitteilung. In: **Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin**, p. 449-476, 1898. [5] Max Planck. Über irreversible Strahlungsvorgänge. 5. Mitteilung. In: **Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin**, p. 440-480, 1899.

Planck percebe que essas constantes, juntamente com a velocidade da luz c e a constante gravitacional G , poderiam servir para definir novas unidades de massa, comprimento, tempo e temperatura, que ele nomeou como “unidades naturais”. Segundo ele, essas novas unidades deveriam ser verdadeiras

“(…) independentemente dos corpos particulares ou substâncias, deveriam necessariamente reter seu significado por todos os tempos e para todas as culturas, incluindo extraterrestres e não humanas.”¹³⁴

Essas constantes seriam importantes, pois se encaixariam em sua visão da busca do absoluto.

A constante b foi logo renomeada (h) e reinterpretada no artigo de dezembro de 1900, como veremos mais adiante.

Os valores obtidos por Planck foram:

$a = 0,4818 \cdot 10^{-10}$ [sec x Celsiusgrad] e $b = 6,885 \cdot 10^{-27}$ [cm² g / sec]. (ver também Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 46).

A partir das constantes “a” e “b” e, também, de $c = 3,00 \cdot 10^{10}$ [cm / sec] (velocidade da luz no vácuo) e $f = 6,885 \cdot 10^{-8}$ [cm³ / g sec²] (constante gravitacional) Planck avança no mesmo artigo e, então, redefine as unidades de comprimento = $(bf/c^3)^{1/2}$, massa = $(bc/f)^{1/2}$, tempo = $(bf/c^5)^{1/2}$ e temperatura = $a(c^5/bf)^{1/2}$.

Planck termina seu artigo afirmando que: “Essas grandezas mantêm seu significado natural enquanto as leis da gravitação, da propagação da luz no vácuo e os dois principais teoremas da teoria do calor permanecerem válidos; portanto medidas pelas mais variadas inteligências e usando os mais diferentes métodos elas devem permanecer as mesmas”. Schöpf, Hans-Georg. Von Kirchhoff bis Planck: **Theorie der Wärmestrahlung** in histor.-krit. Darst. – 1. Aufl. Braunschweig: Vieweg, 1978, p. 171 (tradução livre).

Notação e valores modernos (The Review of Particle Physics. **The Europ. Phys. Journal C15**, n. 1-4, p. 73-74, 2000):

$$h/k (= a) = 0,4799237 \times 10^{-10} \text{ s} \cdot \text{K}$$

$$k (= b/a) = 1,3806503(24) \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$h (= b) = 6,62606876(52) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$G (= f) = 6,673(10) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

¹³⁴ A citação é extraída do último parágrafo do artigo de Planck, **op. cit.**, nota 133. No original em alemão: “Diese Grösse behalten ihre natürliche Bedeutung solange bei, als die Gesetze der Gravitation, der Lichtfortpflanzung im Vakuum und die beiden Hauptsätze der Wärmetheorie in Gültigkeit bleiben, sie müssen also, von den verschiedensten Intelligenzen nach den verschiedensten Methoden gemessen, sich immer wieder als die namlichen ergeben”.

3.2 A derivação da lei de Wien

Conforme já comentamos, Max Planck fez também várias tentativas e escreveu vários artigos procurando desenvolver uma derivação mais rigorosa da função de distribuição de Wilhelm Wien, aplicando a termodinâmica em processos eletromagnéticos. Assim, Planck tentou mostrar que as equações de Maxwell-Hertz, quando aplicadas a ressoadores¹³⁵ com condições iniciais arbitrárias, levariam a processos irreversíveis convergindo para um estado estacionário cuja distribuição de energia era a da radiação de cavidade e que, portanto, determinaria o espectro de energia da radiação do corpo negro. Também, conforme discutimos, em seu estudo de absorção e emissão, Planck pensou que tinha encontrado um processo irreversível na interação entre ressoadores absorventes e emissores.

Foi Boltzmann quem apontou a principal falha nos propósitos de Planck, pois

“(...) as equações da eletrodinâmica não podiam produzir uma abordagem monotônica para o equilíbrio assim como as equações da mecânica; ambas precisavam ser complementadas por suposições estatísticas. Nada nas equações da eletrodinâmica proibiria, por exemplo, a inversão do processo de espalhamento de Planck.”¹³⁶

Finalmente, em julho de 1898, Planck se convenceu de que os processos estatísticos eram necessários e introduziu a hipótese de “radiação natural”¹³⁷, usando o teorema H e de

¹³⁵ A palavra ressoador atualmente pode ser entendida sem prejuízo conceitual como oscilador. Mantivemos o termo ressoador para permanecermos fiéis aos textos originais e históricos sobre o assunto.

¹³⁶ Martin J. Klein, **op. cit.**, nota 111, p. 25.

¹³⁷ “Planck chamou a radiação natural desde que - como ele argumentava - o fenômeno de absorção e emissão de raios térmicos indica que as ondas excitadas do campo de radiação na natureza não estão sem conexão com a energia U dos ressoadores. Matematicamente esta conexão não será garantida desde que são desconhecidos certos coeficientes das vibrações parciais na decomposição de Fourier da energia do ressoador como uma função da intensidade de campo. Então, as vibrações parciais - tantas quantas possíveis - (de pequena amplitude) devem ser reduzidas na média a zero. A radiação de campo, portanto, não deveria ser considerada sincronizada com o ressoador, mas sim desordenada. A natureza, um conceito predileto de Planck, demonstra a existência de processos irreversíveis. A natureza, ele dizia, decide que conexão existe entre as propriedades (comprimento de onda, amplitude, fase) da onda excitada e do condutor secundário (= ressoador hertziano).” (Nota de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 54).

Em **Max Planck und die moderne Physik** lemos, em tradução livre (*) que: “de início Planck acreditava que o comportamento do ressonador, ao atingir o equilíbrio com o campo eletromagnético no qual estava imerso, poderia ser descrito como um processo irreversível. A aplicação das equações de Maxwell forneceria, assim, uma explicação para o aumento da entropia eletromagnética. Após receber críticas de Boltzmann, apontando que as equações de Maxwell, bem como as leis de Newton, são invariantes no tempo e, portanto, não podem descrever o

acordo com a qual as vibrações parciais harmônicas compondo uma onda de radiação térmica são completamente incoerentes.

Comparando a emissão e a absorção dos ressoadores, Planck obteve, em condições de equilíbrio, somente usando princípios de eletrodinâmica clássica, a equação¹³⁸:

$$\mu_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 U \quad (18)$$

Com $U = \bar{U} = U(\nu, T)$ ¹³⁹ a energia média vibracional de um ressoador linear à temperatura T e $\mu_\nu = \mu(\nu, T)$ a densidade da radiação dentro de uma cavidade à temperatura T por unidade de frequência no intervalo entre ν e $\nu + d\nu$.

A partir desse resultado e da própria lei de Wien¹⁴⁰ ($\mu_\nu = \alpha \nu^3 e^{-\frac{\beta\nu}{T}}$), por simples substituição Planck chegou ao resultado:

$$U = C \nu e^{-\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)} \quad (19)$$

Tomando o logaritmo neperiano (base e) de ambos os lados da equação, e lembrando que $\ln e = 1$,

$$\ln U = \ln C + \ln \nu - \frac{\beta\nu}{T} \ln e$$

De maneira que

comportamento dos ressonadores como processos irreversíveis, Planck introduz a noção de “radiação natural”. Esse conceito – cunhado a partir de uma analogia com o conceito de “desordem molecular”, proposto por Boltzmann no início 1890 para explicar seu teorema H – pode ser pensado como semelhante à noção de luz coerente. De acordo com a ideia de “radiação natural”, o amortecimento dos ressonadores de Planck não ocorreria para uma única frequência, mas sim numa faixa estreita de frequências descritas como componentes de Fourier. Com isso Planck mostra que as componentes de Fourier, chamadas por ele de “ondas parciais”, são independentes e variam aleatoriamente; e é essa propriedade que vai impor restrições ao cálculo da energia média do ressonador”. Os resultados dessa investigação foram apresentados em um artigo (*) que sintetiza uma série de 5 trabalhos anteriores de Planck, intitulados “Sobre processos irreversíveis da radiação”, **op. cit.**, nota 133. (*) Max Planck. Über irreversible Strahlungsvorgänge. In: **Annalen der Physik**, v. 1, p. 69–122, 1900. Clayton A. Gearhart. Max Planck und die Wärmestrahlungstheorie In: Dieter Hoffmann (org.). **Max Planck und die moderne Physik**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010, p. 98-100. Duas décadas mais tarde, Planck vai retomar a ideia de “radiação natural” em outros artigos nos quais transparece seu ceticismo em relação aos “quanta de Einstein”; mesmo após a descoberta do Efeito Compton e quando essa ideia já tinha sido aceita por muitos físicos da época. Michael Eckert. **Plancks Spätwerk zur Quantentheorie**, **idem**, p. 117.

¹³⁸ No **Anexo III**, ao final deste capítulo, apresentamos um desenvolvimento detalhado desse problema da interação entre a radiação da cavidade e os ressoadores, no qual chegamos a essa expressão.

¹³⁹ Atualmente obtemos o valor de U com o teorema da equipartição de energia (Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 12).

¹⁴⁰ Note que Planck usou a própria equação de Wien para derivá-la!

$$\frac{1}{T} = -\frac{\ln U}{\beta v} + \frac{1}{\beta v}(\ln C + \ln v)$$

Com os resultados da termodinâmica Planck sabia que

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T} \text{ ou seja } S = \int \frac{1}{T} dU \quad (20)$$

Com S igual à entropia de um ressoador. Assim:

$$S = \int -\frac{\ln U}{\beta v} dU + \int \frac{(\ln C + \ln v)}{\beta v} dU$$

A menos de uma constante aditiva:

$$S = -\frac{1}{\beta v}(U \ln U - U - (\ln C + \ln v)U)$$

$$S = -\frac{U}{\beta v}(\ln U - 1 - \ln C - \ln v)$$

Como $\ln e = 1$,

$$S = -\frac{U}{\beta v} \ln\left(\frac{U}{eCv}\right) \quad (21)$$

Segundo Klein, Planck convenceu-se de que esta definição era a única possível no sentido de que “*se, e somente se, a entropia tivesse essa forma ele poderia provar que a entropia total do sistema aumentava monotonicamente para um valor de equilíbrio*”. Dessa maneira, em um certo sentido, Planck completou seu programa, pois “*ele realmente usou a segunda lei para fixar a função de entropia e portanto a distribuição espectral da radiação do corpo negro.*”¹⁴¹

Utilizando, então, esses princípios, Planck chegou inicialmente à sua lei de Wien, que foi publicada em maio de 1899:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = -\frac{1}{\beta v} \left[\ln\left(\frac{U}{eCv}\right) + U \cdot \frac{1}{U} \right]$$

$$\frac{\partial S}{\partial U} = -\frac{1}{\beta v} \left[\ln\left(\frac{U}{eCv}\right) + 1 \right] = -\frac{1}{\beta v} \ln\left(\frac{U}{Cv}\right)$$

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{\beta v} \cdot \frac{1}{U}$$

¹⁴¹ Martin J. Klein, **op. cit.**, nota 111, p. 26.

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{const}{U} \quad (22)$$

Segundo Kangro (1972), $d^2 S/dU^2$ era interpretada por Planck como a variação do aumento da entropia. Apenas para esta última Planck atribuiu um sentido físico (março 1900): “*a medida numérica da irreversibilidade do processo ou para a não compensada transformação de trabalho em calor*’ (Planck 1900, p. 731). *A entropia em si mesma – ele argumentou – não tem sentido físico*”¹⁴².

É importante salientar a circularidade no trabalho de Planck pois ele utilizou a própria lei de Wien para derivá-la pela via da entropia.

“(…) Consistente com sua suposição com relação à irreversibilidade associada com a “radiação natural”, ele então mostrou que a “entropia elétrica total” $S_t = \sum S + \int s dV$, em que a soma se estende sobre todos os osciladores e a integração sobre todos os elementos de volume dV do campo de radiação com densidade de entropia s , é uma função de estado que aumenta com o tempo e alcança um máximo no equilíbrio. Planck agora assumiu que uma pequena porção de energia passa de um oscilador de frequência ν , entropia S e energia U , para outro de frequência ν' , entropia S' e energia U' . Os princípios da entropia e da energia requerem que $\delta S_t = \delta S + \delta S' = 0$ e $\delta U + \delta U' = 0$.”¹⁴³

Assim, esse resultado com a equação (21) nos fornece:

$$\begin{aligned} \delta S + \delta S' &= -\frac{\delta U}{\beta\nu} \ln\left(\frac{U}{eC\nu}\right) - \frac{U}{\beta\nu} \frac{eC\nu}{U} \delta U - \frac{\delta U'}{\beta\nu'} \ln\left(\frac{U'}{eC\nu'}\right) - \frac{U'}{\beta\nu'} \frac{eC\nu'}{U'} \delta U' = 0 \\ -\frac{\delta U}{\beta\nu} \ln\left(\frac{U}{eC\nu}\right) + \frac{\delta U}{\beta\nu'} \ln\left(\frac{U'}{eC\nu'}\right) - \frac{eC}{\beta} (\delta U + \delta U') &= 0 \\ \delta U \left[-\frac{1}{\beta\nu} \ln\left(\frac{U}{eC\nu}\right) + \frac{1}{\beta\nu'} \ln\left(\frac{U'}{eC\nu'}\right) \right] &= 0 \end{aligned}$$

¹⁴² Nota de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 50.

¹⁴³ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 15.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\beta v} \ln\left(\frac{U}{eCv}\right) &= \frac{1}{\beta v'} \ln\left(\frac{U'}{eCv'}\right) \\ \frac{1}{\beta v} \ln\left(\frac{U}{Cv}\right) &= \frac{1}{\beta v'} \ln\left(\frac{U'}{Cv'}\right).\end{aligned}\quad (23)$$

A expressão do lado esquerdo é uma constante para todos os osciladores considerados.

$$\frac{1}{\beta v} \ln\left(\frac{U}{Cv}\right) = cte = \rho$$

Tomando o exponencial de ambos os lados, temos:

$$U = Cv \exp(\rho\beta v)$$

Da comparação com a equação (23) temos que $\rho = -1/T$, de maneira que:

$$U = Cv \exp\left(-\frac{\beta v}{T}\right)$$

Que, em combinação com a equação (14), produz a lei de radiação de Wien, conforme a equação (12).

$$\mu_v = \alpha v^3 \exp\left(-\frac{\beta v}{T}\right)$$

É também muito importante notar bem a afirmação de Max Jammer de que

“(...) afortunadamente para o futuro desenvolvimento da física, Planck não utilizou o teorema (...) tivesse ele utilizado o teorema da equipartição de energia neste estágio de seu trabalho, ele teria chegado necessariamente à lei da radiação de Rayleigh-Jeans [*da qual falaremos mais adiante*], que é incompatível com a experiência e teria provavelmente abandonado as pesquisas neste problema.”¹⁴⁴

Essa opinião de Jammer é compartilhada por uma série de estudos como, por exemplo,

“(...) é impossível falar de Planck sem mencionar a entropia. Mesmo que seja verdade que não faz nenhuma falta entender a entropia para apreciar o que significa a teoria quântica, é

¹⁴⁴Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 14-15.

essencial para compreender como Planck chegou a tal teoria e que tipo de cientista ele era.”¹⁴⁵

3.3. Os artigos de 1900

Logo no início de 1900, medidas de Lummer e Pringsheim mostraram que a lei de Wien não se ajustava bem para o intervalo de pequenas frequências. Nesse ano, muitos cientistas passaram a tentar encontrar novas formulações para a função de distribuição.

Em março de 1900, M. Thiesen chegou a algo parecido com o que Rayleigh fez, em junho de 1900. Em outubro do mesmo ano, Lummer e E. Jahnke chegaram a uma equação que, de acordo com a escolha dos parâmetros envolvidos, se reduzia ora à expressão de Wien, ora à de Thiesen, ora à de Rayleigh. Assim parecia que, dependendo da faixa de comprimento de onda em que se trabalhasse, o fenômeno era regido por equações diferentes.

Ainda em outubro de 1900, Heinrich Rubens e Ferdinand Kurlbaum (1857-1927) estabeleceram uma nova série de medidas mostrando que a lei de Wien realmente não era válida para pequenas frequências. Ambos comunicaram o fato a Planck que passou a procurar por uma nova formulação para a função de distribuição. Ele resolveu o problema conseguindo uma expressão satisfatória e apresentou-a, em 19 de outubro, na Sociedade Alemã de Física. Essa comunicação transformou-se no artigo “**Sobre um aperfeiçoamento da equação de Wien para o espectro**”. Contudo, Planck não apresentou um desenvolvimento teórico satisfatório nesse artigo.

3.3.1 O artigo de 19 de outubro de 1900¹⁴⁶: “Sobre um aperfeiçoamento da equação de Wien para o espectro”

¹⁴⁵ Barbara Lovett Cline, **op. cit.**, nota 117, p. 60-61.

¹⁴⁶ O artigo publicado em edição bilíngue (alemão-inglês) está disponível também em: Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 3-5 (alemão) / p. 35-37 (inglês). Existe também uma tradução desse artigo para o português: Sobre um aperfeiçoamento da Equação de Wien para o Espectro. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 22, n. 4, p. 536-537, 2000. Tradução: Nelson Studart. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_536.pdf>. Acesso em: julho de 2020.

Esse foi o artigo apresentado por Planck à Sociedade Alemã de Física em 19 de outubro de 1900, considerado por muitos pesquisadores como sendo o marco de “nascimento” da teoria quântica.

Nesse artigo, Planck imaginou que talvez a equação (22) não era completamente válida e passou a construir, segundo suas próprias palavras,

“(...) expressões completamente arbitrárias para a entropia que, embora sejam mais complicadas que a expressão de Wien, ainda parecem satisfazer tão completamente todos os requisitos da termodinâmica e da teoria eletromagnética.”¹⁴⁷

Dessa maneira, ele foi atraído

“(...) para uma das expressões assim construídas que é aproximadamente tão simples como a expressão de Wien e que mereceria ser investigada já que a expressão de Wien não é suficiente para cobrir todas as observações.”¹⁴⁸

Essa expressão era:

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{a}{U(b+U)} \quad (24)$$

Integrando essa expressão:

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} = a \int \frac{1}{U(b+U)} dU$$

$$\frac{1}{T} = a' \ln \left[\frac{U+b}{U} \right]$$

Com $a' = -\frac{a}{b}$

$$\exp\left(\frac{1}{Ta'}\right) = \frac{U+b}{U} = 1 + \frac{b}{U}$$

$$\frac{b}{U} = \exp\left(\frac{1}{Ta'}\right) - 1$$

¹⁴⁷ Max Planck, **op. cit.**, nota 146, H. Kangro, p. 4 (No original: “[...] bin ich schliesslich dahin gekommen, ganz willkürlich Ausdrücke für die Entropie zu construiren, welche, obwohl complicirter als Wien’sche Ausdruck, doch allen Anforderungen der thermodynamischen und elektromagnetischen Theorie ebenso vollkommenen Genüge zu leisten scheinen wie dieser”).

¹⁴⁸ *Ibidem*, p. 537.

$$U = \frac{b}{\exp\left(\frac{1}{Ta'}\right) - 1} \quad (25)$$

Max Jammer afirma que a partir dessa construção Planck então chegou à sua lei de radiação que se ajustava muito bem aos dados experimentais conhecidos.¹⁴⁹

De outra maneira, igualando as equações (12) e (18):

$$\frac{8\pi}{c^3} \nu^2 U = \alpha \nu^3 e^{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)}$$

$$U = C \nu e^{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)} = \frac{C \nu}{\exp\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)} \quad (26)$$

e comparando as equações (25) e (26), levando-se em conta que a' e b são funções de ν , Planck obteve, segundo Jammer:

$$U = \nu \phi\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (27)$$

Em que $\phi\left(\frac{\nu}{T}\right)$ é uma função de $\frac{\nu}{T}$. Assim ele concluiu que:

$$U = \frac{cte \nu}{\exp\left[\frac{c'\nu}{T}\right] - 1} \quad (28)$$

Juntando-se esse resultado para U com a equação (18), chega-se finalmente a

$$\mu_\nu = \frac{A\nu^3}{\exp(\beta\nu/T) - 1} \quad (29)$$

Com c' , C , A e β constantes. Essa equação é conhecida como a **lei de Planck para a radiação de corpo negro**.

Max Jammer afirma ainda que embora a interpolação realizada por Planck nesse artigo, com o intuito de chegar a uma expressão da variação do aumento de entropia, tenha sido matematicamente trivial, como é reconhecido pelo próprio Planck na epígrafe que abre este capítulo, ela foi

¹⁴⁹ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 18.

“(…) uma das mais significativas e momentosas contribuições feitas na história da física. Não apenas ela levou Planck, na sua busca de uma corroboração lógica, à proposição de seu quantum elementar de ação e, portanto, iniciar o desenvolvimento da teoria quântica, mas, ela também continha certas implicações que, uma vez reconhecidas por Einstein, afetaram decisivamente os próprios fundamentos da física como também suas pressuposições epistemológicas. Nunca na história da física uma simples interpolação matemática provocou tamanhas conseqüências físicas e filosóficas.”¹⁵⁰

Na mesma noite da apresentação desse histórico artigo, Rubens comparou-o favoravelmente com seus dados há pouco obtidos. Pouco depois, o mesmo foi feito com relação aos dados de Lummer e Pringsheim.

Nos dois meses seguintes, Planck empenhou-se numa tarefa muito importante: transformar o status de sua bem sucedida interpolação matemática de um mero “chute bem sucedido” em uma fundamentação física de real significado. No dia 14 de dezembro de 1900, numa outra sessão da Sociedade Alemã de Física, Planck leu seu novo artigo, do qual apresentamos apenas alguns trechos, com alguns comentários de H. Kangro e de M. Jammer.

3.3.2 O artigo de 14 de dezembro 1900¹⁵¹: “Sobre a teoria da lei de distribuição de energia do espectro normal”

Se o artigo anterior consistia basicamente de algumas hipóteses fortemente ancoradas nos dados experimentais e na incompatibilidade das expressões com a curva de emissão até então existente, o novo artigo de Planck tinha um cunho muito mais teórico, como o próprio

¹⁵⁰ M. Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 18.

¹⁵¹ Esse artigo (*) foi apresentado por Planck na reunião da Sociedade Alemã de Física em Berlim, em 14 de dezembro de 1900. Muitos pesquisadores consideram esse artigo (e não o de 19 de outubro do mesmo ano) como sendo o marco de nascimento da física quântica. (*) Max Planck. Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum. In: **Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft**, v. 2, p. 237–245, 1900. Uma edição bilíngue desse artigo é encontrada em: Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 6-29 (alemão) / p. 38-60 (inglês).

Com um título semelhante é publicada também uma versão posterior do artigo de 1900: Max Planck. Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. In: **Annalen der Physik**, v. 4, p. 503–563, 1901. Essa versão foi traduzida para o português por Ildeu de Castro Moreira. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_538.pdf>. Acesso em: julho de 2020.

título de seu novo artigo sugeria: **Sobre a teoria da lei de distribuição de energia do espectro normal**, onde espectro normal pode ser interpretado como espectro do corpo negro.

Planck iniciava seu artigo com estas palavras:

“Cavalheiros: quando, há algumas semanas, tive a honra de chamar sua atenção para uma nova fórmula que me parecia ser apropriada para expressar a lei de distribuição de energia da radiação sobre o alcance inteiro do espectro normal (...), mencionei então que em minha opinião a utilidade dessa equação era baseada não apenas na concordância aparentemente perfeita dos poucos números, que eu pude então comunicar-lhes, com os dados experimentais disponíveis (...), mas principalmente devido à estrutura simples da fórmula e especialmente ao fato de que ela dava uma expressão logarítmica muito simples [*Fórmula (21) da p. 184*] para a dependência da entropia de um ressonador monocromático irradiado com sua energia vibracional.”

Hans Kangro chama a atenção, neste trecho do artigo, sobre o **princípio da simplicidade** que guia os passos de Planck e que teve uma presença constante através da história da física, desde os trabalhos de Galileu. Einstein, em particular, fez extenso uso deste princípio ao longo de seus principais trabalhos.

E Planck prosseguia:

“(...) Desde que a entropia de um ressonador é, portanto, determinada pelo modo através do qual a energia é distribuída num determinado instante entre muitos ressonadores, suspeitei que deveria avaliar esta quantidade introduzindo considerações probabilísticas na teoria eletromagnética da radiação, a importância da qual foi originalmente descoberta por Ludwig Boltzmann para a segunda lei da termodinâmica.”

Percebemos ao longo desse histórico artigo de Planck a importância por ele atribuída às inovações probabilísticas introduzidas por Boltzmann na sua interpretação da segunda lei da termodinâmica que, como vimos, ele custou a introduzir na sua construção.

Planck, assim, abandonou de certa maneira seu desenvolvimento termodinâmico e optou por usar o conceito probabilístico de entropia. Para tal ele usou a *Memória* de Boltzmann de 1877 sobre a mecânica estatística probabilística. Utilizando para a entropia de um sistema de N

osciladores de frequência ν o resultado ¹⁵² $S = k \ln W$, com k a constante de Boltzmann e W o número de distribuições compatíveis com a energia do sistema.

Na sequência para calcular a “probabilidade termodinâmica” do estado no qual uma certa energia estava dividida entre muitos osciladores (ressoadores) de mesma frequência, quer dizer, o número de modos nos quais essa divisão poderia ser feita, foi essencial que Planck imaginasse a energia (U) desses osciladores composta por um número finito de idênticas unidades. Este por si só não deveria ter sido um passo inovador: Boltzmann fazia-o frequentemente como uma ferramenta computacional, como fez particularmente na *Memória* de 1899 que Planck usou como guia. ¹⁵³

Muitos autores atribuem a autoria da quantização de energia a Max Planck no artigo de dezembro de 1900, mais especificamente nesta longa passagem:

“(…) Vamos considerar um grande número de ressoadores lineares vibrando monocromaticamente – sendo N de frequência ¹⁵⁴ ν (por segundo), N' de frequência ν' , N'' de frequência ν'' , ..., com grandes números N – que estão apropriadamente separados e encerrados num meio diatérmico ¹⁵⁵ com velocidade da luz c e limitados por paredes refletoras. Deixemos o sistema conter uma certa quantidade de energia, a energia total E_t (erg), que está presente parcialmente no meio como radiação em trânsito e parcialmente nos ressoadores como energia vibracional. A questão é como num estado estacionário esta

¹⁵² Na verdade, Boltzmann utilizava essa expressão na forma $S = R/N \log W$, com R a constante de Clapeyron e N o número de Avogadro. Foi Planck que em 1900 substituiu R/N por k .

A fórmula “ $S = k \ln W$ ” está gravada na lápide de Boltzmann, erguida na década de 1930, após o reconhecimento de seu imenso significado para o desenvolvimento conhecimento científico. No entanto, essa fórmula não foi escrita dessa forma por Boltzmann em nenhum de seus trabalhos. Certamente ela não é apresentada em seu artigo de 1872 (L. Boltzmann. *Weitere Studien über das Wärme Gleichgewicht unter Gasmolekülen. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften Wien (II)*, v. 66, p. 275–370, 1872). Contudo, no artigo de 1877 (L. Boltzmann. *Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung respektive den Sätzen über das Wärme Gleichgewicht. Sitzungsberichte der Wiener Akademie*, Band 76, n. 11, Oktober 1877) fica evidente que essa relação – entre a entropia (S) e a distribuição dos estados de um sistema (W) – já era bem estabelecida para Boltzmann. Ingo Müller. *A history of thermodynamics*. Berlin Heidelberg: Springer, 2007, p. 102.

A relação “ $S = k \ln W$ ” – escrita dessa forma, com a constante k (que, posteriormente, passou a ser conhecida como a “constante de Boltzmann”) – foi apresentada por Planck pela primeira vez no seu artigo de 1901 (Max Planck. *Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. Annalen der Physik*, p. 553-563, 1901.

¹⁵³ Martin J. Klein, *op. cit.*, nota 111, p. 27.

¹⁵⁴ Planck utilizava preferencialmente a frequência ao invés do comprimento de onda que era de uso comum entre os físicos experimentais dessa época.

¹⁵⁵ Diatérmico é um meio penetrável pelo calor.

energia é distribuída entre as vibrações dos ressoadores e as várias cores da radiação presente no meio, e qual será a temperatura do sistema total.

Para responder a esta questão antes de tudo consideramos as vibrações dos ressoadores e procuramos associar a eles certas energias arbitrárias, por exemplo, uma energia E para os N ressoadores ν , E' para os N' ressoadores ν' , A soma

$$E + E' + E'' + \dots = E_0$$

deve, naturalmente, ser menor que E_t . O resto, $E_t - E_0$, pertence então à radiação presente no meio. Devemos agora dar a distribuição de energia sobre os diferentes ressoadores de cada grupo, antes de tudo a distribuição da energia E sobre os N ressoadores de frequência ν . Se se considera E uma quantidade continuamente divisível, esta distribuição poderia ser realizada num número infinito de modos. Consideramos, contudo – e este é o ponto essencial de todo o cálculo – E composto de um número bem definido de partes iguais e empregamos para este propósito a constante da natureza $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ erg seg¹⁵⁶. Esta constante multiplicada pela frequência ν dos ressoadores dá o elemento de energia¹⁵⁷ ϵ em

¹⁵⁶ “Valor moderno: $h = 6,626 \times 10^{-27}$ erg seg.

Cálculo de Planck: a diferença entre os dois valores medidos S_{t_1} , S_{t_2} da energia radiada por segundo no ar pelo mesmo centímetro cúbico de um corpo negro a duas temperaturas diferentes, digamos $t_2 = 100^\circ\text{C}$ e $t_1 = 0^\circ\text{C}$, é comparado com a densidade de energia total no espaço,

$$\int_0^\infty u_e d\nu = \int_0^\infty \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

que dá:

$$\frac{4(S_{100} - S_0)}{c(T_2^4 - T_1^4)} = \frac{48\pi k^4}{e^3 h^3} \sum_1^\infty \frac{1}{\nu^4} \quad (1)$$

(c = velocidade da luz).

Da equação transcendental obtida calculando a energia u para o comprimento de onda onde ela é um máximo, ele encontrou

$$\lambda_m = \frac{ch}{Tk\beta} \quad (2)$$

onde $\beta = 4,9651\dots$. De (1) e (2) e de um valor medido de λT segue:

$$h = 6,55 \times 10^{-27} \text{ erg seg}$$

$$k = 1,346 \times 10^{-16} \text{ erg/grau}$$

(segundo cálculos de Planck de 1901). O valor moderno de k é $1,3805 \times 10^{-16}$ erg/grau.”

(Nota de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 54-55).

O valor atual da constante de Planck é: $h = 6,62607015 \times 10^{-27}$ erg . s

No Sistema Internacional: $h = 6,62607015 \times 10^{-34}$ J . s

Disponível em <<https://www.bipm.org/fr/CGPM/db/26/1/>>. Acesso em: julho de 2020.

¹⁵⁷ “Isso estabelece, em palavras, a equação $\epsilon = h \nu$.

A expressão “quantum de energia” para ϵ foi inventada por Einstein (1905). Planck primeiro falou de um quantum de ação h em 1906, todavia não havia ainda menção à ‘hipótese quântica’ mesmo nesta época, para não dizer de

erg, e dividindo E por ε obtemos o número P de elementos de energia que são distribuídos entre os N ressoadores. Se a razão assim calculada não é um inteiro, tomamos para P um inteiro na vizinhança.”¹⁵⁸

Planck adotou esse procedimento, pois, se considerasse a energia contínua, seria impossível calcular a probabilidade de o ressoador adquirir certa energia, visto que haveria infinitos modos de distribuí-la entre os ressoadores. Assim, Planck usou a energia quantizada como um truque matemático no qual ele imaginava que se tomando o limite de ε tendendo a zero, a distribuição de energia poderia ser tomada como contínua. Ou seja, para ele o fato de que a energia estivesse quantizada deveria ser apenas um truque matemático não trazendo intrinsecamente nada de novo: “... em nenhum lugar deste artigo, nem em nenhum dos seus outros escritos, Planck colocou em proeminência o fato fundamental de que U é um múltiplo inteiro de $h\nu$ ”.¹⁵⁹

Assim, assumindo que a energia total do sistema $U_N = NU$ consistiria de P elementos ε , ou seja $U_N = P\varepsilon$, a distribuição da energia se daria de múltiplas formas entre os N osciladores.

Interpretando W (“complexions”), como representando o número possível de distribuir os P elementos de energia entre os N osciladores, Planck obteve¹⁶⁰ para $N \gg 1$:

$$W = \frac{(N + P - 1)!}{(N - 1)! P!} \quad (30)$$

Usando assim a aproximação de Stirling $N! = N^N$

uma ‘teoria quântica’. Nos anos seguintes, Planck, referindo-se ao espaço de fase de J. W. Gibbs, enfatizou a quantidade de ação, enquanto Einstein preferia falar de energia.” (Nota de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 55.)

¹⁵⁸ “Este postulado nunca foi utilizado de novo. L. Boltzmann tinha sugerido uma aproximação similar em 1877 a fim de aproximar um continuum pela estatística de um conjunto discreto de valores de energia. Ele usava valores discretos de energia desde pelo menos 1872 e destacava explicitamente o fato de que o método de aproximar quantidades contínuas por quantidades discretas é baseado numa tradição bem estabelecida (Lagrange, Stefan e Riemann). [...] A idéia é ainda mais antiga; ela é encontrada, por exemplo, na derivação geométrica da lei da gravidade por Isaac Beeckman.”

(Nota de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 55-56.)

¹⁵⁹ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 22.

¹⁶⁰ O desenvolvimento está no **Anexo IV**, ao final deste capítulo.

$$W = \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P} \quad (31)$$

Na sequência de seu artigo, sem mostrar os detalhes dos cálculos, Planck afirma que utilizando as equações (18) e (20) e a relação $S = k \ln W$, obtém-se o espectro de corpo negro dado pela equação (29).

Nesse artigo ainda Planck obteve um valor muito acurado para o número de Avogadro e também para a carga elétrica do elétron. Vale reproduzir o trecho, também bastante longo, em que ele introduz esses valores.

“Para concluir posso destacar uma consequência importante desta teoria que, ao mesmo tempo, torna possível um teste suplementar de sua admissibilidade. Boltzmann¹⁶¹ mostrou que a entropia de um gás monoatômico em equilíbrio é igual a $wR \ln P_0$, onde P_0 é o número de possíveis complexions¹⁶² (a “permutabilidade”) correspondendo à mais provável distribuição de velocidade, R é a bem conhecida constante dos gases ($8,31 \times 10^7$ para o $O = 16$), w é a razão da massa de uma molécula real pela massa de um mol, que é a mesma para todas as substâncias. Se existem alguns ressoadores radiantes presentes no gás, a entropia

¹⁶¹ “L. Boltzmann, specially S. B. Kais. **Akad. Wiss. Wien II**, v. 76, n. 428, 1877 [=1878].” (N. do A.)
L. Boltzmann. Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatz der Mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung, respective den Sätzen über das Wärmegleichgewicht. **Wiener Berichte**, v. 76, p. 373-435, 1877. Reprint in: **Wiss. Abhandlungen**, v. 2. Leipzig: Barth, #42, F. Hasenöhr, p. 164-223, 1909.

¹⁶² O conceito de “Complexions”, que Planck “emprestou” de Boltzmann, é comentada por Kangro: “Complexion, de acordo com Boltzmann, é um método de distribuir múltiplos inteiros p de energia que pertencem a uma dada energia total $E = \lambda \mathcal{E}$ entre n moléculas. Boltzmann considerou a distribuição dos elementos de energia \mathcal{E} , $2\mathcal{E}$, ..., $p\mathcal{E}$ de tal modo que w_0, \dots, w_p moléculas tenham energia $0, \dots, p\mathcal{E}$. Uma particular distribuição k tem

$$P_k = \frac{n!}{(W_0)!(W_1)! \dots}$$

permutações. Para esta distribuição de estados a probabilidade é definida por Boltzmann como P_k/J , onde J é a soma $\sum_k P_k$ de todas as possíveis distribuições:

$$J = \frac{(\lambda+n-1)!}{(n-1)!\lambda!} \quad (\text{Boltzmann})$$

Em contraste a Boltzmann, Planck deixou de lado o primeiro passo e definiu de uma vez o número de complexions de todas as distribuições de estado como o “número de todos os possíveis complexions”:

$$\frac{(N+p-1)!}{(N-1)!p!}$$

esta expressão correspondendo ao J de Boltzmann (cf. Martin J. Klein. Max Planck and the beginnings of the quantum theory. **Archive for History of Exact Sciences**, 1, 473, 1962).” (Nota 33 de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 117, p. 54-55).

do sistema total deve, de acordo com a teoria aqui desenvolvida, ser proporcional ao logaritmo do número de todos os possíveis complexions, incluindo as velocidades e a radiação. Desde que, contudo, de acordo com a teoria eletromagnética da radiação, as velocidades dos átomos são completamente independentes da distribuição de energia de radiação, os números totais de complexions são simplesmente iguais ao produto dos números referentes às velocidades e o número relativo à radiação. Para a entropia total nós temos, portanto

$$\text{fln}(P_0R_0) = \text{fln}P_0 + \text{fln}R_0,$$

onde f é um fator de proporcionalidade. A primeira parte da soma é a entropia cinética, a segunda parte é a entropia de radiação. Comparando esta com a expressão anterior encontramos

$$f = wR = k,$$

$$\text{ou } w = k/R = 1,62 \times 10^{-24},$$

isto é, uma molécula real é $1,62 \times 10^{-24}$ de um mol, ou, um átomo de hidrogênio pesa $1,64 \times 10^{-24} \text{g}$ ¹⁶³, desde que $H = 1,01$, ou, num mol de qualquer substância há $1/w = 6,175 \times 10^{23}$ ¹⁶⁴ moléculas reais. O. E. Meyer¹⁶⁵ dá para este número 640×10^{21} que está bem próximo deste.

O número de Loschmidt L , isto é, o número de moléculas do gás em 1 cm^3 a 0°C e 1 atm é¹⁶⁶

$$L = \frac{1013200}{R273w} = 2,76 \cdot 10^{19}$$

Drude¹⁶⁷ encontrou $L = 2,1 \times 10^{19}$.

¹⁶³ Valor moderno (1971): $m = 1,67 \times 10^{-24} \text{g}$. Nota 44 de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 59.

¹⁶⁴ Valor moderno (1971): $6,022 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$. Nota 45 de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 59.

¹⁶⁵ Oskar E. Meyer. Die kinetische Theorie der Gase. In: **Elementare Darstellung mit mathematischen Zusätzen**. 2nd ed. Vol 2. Breslau: Maruschke & Berendt, 1899 (N. do A.).

¹⁶⁶ “ $L = \frac{p}{RT} \frac{1}{w} = \frac{p}{RT} \frac{M}{m} = \frac{n}{V}$

$$p = l_{Hg} \cdot \rho_{Hg} = 76 \cdot 13,595 \cdot 981 \text{gcm}^{-1} \text{s}^{-2} = 1013500 \text{gcm}^{-1} \text{s}^{-2}$$

onde $w = m/M$ (veja acima), $pV = RT$, V = volume molar, n = número de moléculas num mol, $p=1$ atmosfera de pressão a 0°C , l_{Hg} = comprimento da coluna de mercúrio correspondente, ρ_{Hg} = gravidade específica ($=d_{Hg} \cdot g$), g = aceleração da gravidade na superfície terrestre.”

Nota de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 59.

¹⁶⁷ Paul Drude. Zur Elektronentheorie der Metalle. In: **Annalen der Physik**, Band 306, n. 3, p. 566–613, 1900. Disponível em: <<https://archive.org/stream/annalenderphysi71unkngoog#page/n597/mode/2up>>. Acesso em: julho de 2020 (N. do A.).

A constante de Boltzmann-Drude α , isto é, a energia cinética média de um átomo à temperatura absoluta 1 é

$$\alpha = 3/2wR = 3/2k = 2,02 \times 10^{-16}$$

Drude encontrou $\alpha = 2,65 \times 10^{-16}$.

O quantum elementar de eletricidade e , isto é, a carga elétrica de um íon monovalente positivo ou de um elétron é, se ξ é a carga conhecida de um mol monovalente

$$e = \xi w = 4,69 \times 10^{-10} \text{ e.s.u.}$$

F. Richarz encontrou $1,29 \times 10^{-10}$ e J. J. Thomson, recentemente, $6,5 \times 10^{-10}$ ¹⁶⁸

Se a teoria é de todo correta, todas estas relações não deveriam ser aproximadamente, mas absolutamente, válidas. ¹⁶⁹ A precisão dos números calculados é portanto essencialmente como daquela relativamente pior conhecida, a constante de radiação k , e é portanto muito melhor que todas as determinações daquelas quantidades feitas até agora. Testá-las por métodos mais diretos seria uma tarefa importante e necessária para posteriores pesquisas.”¹⁷⁰

Sem dúvida a grande precisão desses valores determinados por Planck foram muito significativos para ele valorizar ainda mais as consequências de seu artigo, que ele próprio destacava muito mais que a própria concepção de quantização presente nesse histórico artigo. M. J. Klein, por outro lado, escreveu os seguintes comentários sobre esses resultados obtidos por Planck:

“Eu estou convencido que, com a particular sensibilidade de Planck para a importância das constantes naturais, foram estes resultados que garantiram a ele que os quanta eram mais que uma hipótese ad hoc, apenas útil para chegar à lei da radiação.” ¹⁷¹

¹⁶⁸ “ ξ (constante de Faraday) = $1,29 \times 10^{10}$ c.g.s. (Richarz and Thomson) [= 96 100 coulombs mol⁻¹].

Valor moderno (1971): 96 487 coulombs mol⁻¹.

O valor moderno (1971) para e é $4,803 \times 10^{10}$ c.g.s.; portanto, o valor de Planck era de longe o mais preciso que se conhecia até 1900.” (Nota de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 59).

¹⁶⁹ “Planck referiu-se à massa do átomo de hidrogênio m e ao quantum elementar de eletricidade e pelos nomes coletivos ‘quanta elementares de matéria e eletricidade’ (1901).” (Nota 48 de Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 59).

¹⁷⁰ Max Planck. On the theory of the Energy Distribution Law on the Normal Spectrum. In: Hans Kangro, **op. cit.**, nota 127, p. 44-45.

¹⁷¹ M. J. Klein, **op. cit.**, nota 111, p. 27.

Infelizmente contemporâneos de Planck não apreciaram esses resultados; os handbooks apresentavam determinações rústicas do número de Avogadro, ignorando o valor de Planck.¹⁷²

3.4 O artigo de 1901¹⁷³

No artigo de dezembro de 1900, Planck apresentou poucos desenvolvimentos matemáticos, afirmando que iria apresentar cálculos mais detalhados em artigo posterior, o que ele fez em 1901.

No entanto, gostaríamos de ressaltar que este último artigo apresentava, além de cálculos detalhados, uma grande diferença no que diz respeito à quantização de energia.

No artigo de 1900 Planck iniciou seu desenvolvimento baseado na hipótese de que $\varepsilon = h\nu$, sem nenhuma justificativa para essa igualdade. Também está evidente que a idéia de quantização, mesmo sendo um truque matemático, não estava clara para Planck, pois este afirmou que P , o número de elementos de energia que são distribuídos entre os N ressoadores, poderia não ser um número inteiro.¹⁷⁴

Já no artigo de 1901, Planck refina sua quantização tomando *explicitamente* P como um número inteiro. Além disso, ele não impõe inicialmente a condição de que $\varepsilon = h\nu$, mas a estabelece através do desenvolvimento abaixo.

No artigo de dezembro de 1900, Planck calculou o valor de W . Se o substituirmos na expressão para a entropia dos N osciladores $S_N = k \ln W$.

$$S_N = k[(N + P)\ln(N + P) - N \ln N - P \ln P]$$

$$\text{Como } U_N = NU = P\varepsilon \Rightarrow P = \frac{NU}{\varepsilon}$$

¹⁷² M. J. Klein, *op. cit.*, nota 111, p. 28.

¹⁷³ Original: Max Planck. Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. In: **Annalen der Physik**, v. 4, p. 503-563, 1901. Português: Sobre a lei de distribuição de energia no espectro normal. Tradução: Ildeu de Castro Moreira. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 22, n. 4, p. 538-542, 2000. Max Planck, *op. cit.*, nota 151.

¹⁷⁴ Observação feita pelo professor Roberto Martins no Simpósio Comemorativo do Centenário da Constante de Planck, realizado na UNICAMP em 2000 (Roberto de Andrade Martins. **A natureza da quantização: o trabalho de Planck e suas interpretações até 1912**. Conferência – Simpósio Comemorativo do Centenário da Constante de Planck, Instituto de Física, Unicamp, 19 de outubro de 2000).

$$\begin{aligned}
S_N &= k \left[\left(N + \frac{NU}{\varepsilon} \right) \ln \left(N + \frac{NU}{\varepsilon} \right) - N \ln N - \frac{NU}{\varepsilon} \ln \frac{NU}{\varepsilon} \right] \\
S_N &= kN \left[\left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln N \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \ln N - \frac{U}{\varepsilon} \ln N \cdot \frac{U}{\varepsilon} \right] \\
S_N &= kN \left[\left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln N + \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \ln N - \frac{U}{\varepsilon} \ln N - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right] \\
S_N &= kN \left[\left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right] \quad (32)
\end{aligned}$$

Como a entropia é uma grandeza extensiva, isto é, $S_N = N S$, podemos encontrar a entropia de um único oscilador:

$$S = k \left[\left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right] \quad (33)$$

A seguir, Planck mostrou que a lei de deslocamento de Wien pode ser enunciada pela simples relação $S = f\left(\frac{U}{\nu}\right)$. Comparando esse resultado com a expressão obtida acima para S , necessariamente o elemento de energia deveria ser proporcional à frequência. Assim Planck demonstrou a igualdade $\varepsilon = h\nu$.

Ainda, usando $\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$ ele obteve a energia média U dos osciladores de frequência ν :

$$\frac{\partial S}{\partial U} = k \left[\frac{1}{h\nu} \cdot \ln \left(1 + \frac{U}{h\nu} \right) + 1 - \frac{1}{h\nu} \cdot \ln \left(\frac{U}{h\nu} \right) - 1 \right] = \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{k}{h\nu} \cdot \ln \left(\frac{1 + \frac{U}{h\nu}}{\frac{U}{h\nu}} \right) = \frac{k}{h\nu} \ln \left(1 + \frac{h\nu}{U} \right)$$

$$\frac{h\nu}{kT} = \ln \left(1 + \frac{h\nu}{U} \right)$$

$$\exp \left(\frac{h\nu}{kT} \right) = 1 + \frac{h\nu}{U}$$

Assim:

$$U = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (34)$$

Utilizando, portanto, a equação (18) Planck obteve a sua lei de distribuição de energia:

$$\mu_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad \text{ou}$$

$$K_\lambda d\lambda = \frac{8\pi ch}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{k\lambda T}\right] - 1} d\lambda \quad (35)$$

Integrando sobre todas as frequências, Planck obteve a lei de Stefan-Boltzmann e estabeleceu a relação entre k^4/h^3 e σ . Dos valores de σ e h/k ele calculou a constante de Planck com o valor $h = 6,55 \times 10^{-27}$ erg.s.

Para Planck a constante h teria uma significação mais profunda¹⁷⁵, ligada à *ação*, daí o nome *quantum de ação*. Essa constante foi assim chamada, pois tem a dimensão de *ação*, que é energia multiplicada pelo tempo e cuja dedução é oriunda do *princípio de mínima ação*. Sabemos hoje que a constante h não tem essa significação proposta por Planck, além do que, como argumentado por Louis de Broglie (1892-1987), isso levaria a muitas complicações, pois não existe uma mecânica de conservação da *ação* e seria difícil representar uma grandeza que não se conserva como pertencente a uma estrutura atômica.

Numa carta, a R. W. Wood, datada de 7 de outubro de 1931, Planck tentava se lembrar das razões psicológicas que o teriam motivado a postular os quanta de energia. Num trecho dessa carta, Planck afirmava que:

“Em poucas palavras, eu posso caracterizar todo o procedimento como um ato de desespero, desde que, por natureza, eu sou sossegado e contrário a aventuras duvidosas. Contudo, eu já tinha lutado por seis anos (desde 1894) com o problema do equilíbrio entre

¹⁷⁵ Segundo Roberto de Andrade Martins, a escolha da letra h para a constante de Planck provavelmente tenha sido pelo fato de que esta caracteriza a radiação de corpo negro numa cavidade, que em alemão é *hohlraum* = objeto oco. Idem.

O físico francês François Vannucci afirma, contudo, em uma passagem de seu livro “O verdadeiro romance das partículas elementares” (*) reproduzida em tradução livre a seguir, que: “Já em 1900, Max Planck havia introduzido uma nova constante da natureza, h (para *Hilfe*, cujo significado em alemão é *ajuda*), porque se tratava de resolver um problema desesperado, o da interpretação da distribuição da energia emitida por um corpo negro.” (*) François Vanucci. **Le vrai roman des particules élémentaires**, Dunod, 2011, chapitre 4, p. 27.

*radiação e matéria sem ter alcançado nenhum resultado positivo. Eu estava ciente que este problema era de importância fundamental para a física, e eu conhecia a fórmula que descrevia a distribuição de energia no espectro normal [isto é, o espectro de um corpo negro]; portanto, uma interpretação teórica **tinha** de ser fornecida a todo custo, qualquer que fosse o preço, por mais alto que ele fosse.”*¹⁷⁶

Ele chegou a admitir em sua autobiografia, publicada em 1947, que procurara “encaixar”, a qualquer custo, a constante h na física clássica. Isto significa que, quando propôs sua explicação para a radiação do corpo negro, que produziu as equações (35), Planck não esperava que sua teoria fosse contradizer qualquer parte da física clássica. Como dizem Mehra e Rechenberg:

“Ele acreditava que todos os passos que tinha tomado permaneceriam perfeitamente dentro do escopo da termodinâmica, da eletrodinâmica de Maxwell e da mecânica estatística de Maxwell e Boltzmann. Em sua opinião, ele tinha apenas contribuído um pouco para a mecânica estatística de Maxwell e Boltzmann oferecendo uma interpretação estatística adequada da entropia de radiação.”¹⁷⁷

Como já observamos, tanto Einstein quanto Rayleigh, e mesmo Jeans, em 1905, perceberam novidades na formulação de Planck. Einstein inclusive iria utilizar o resultado da quantização na sua explicação do efeito fotoelétrico, introduzindo a descontinuidade na própria radiação emitida. Já Planck, ao contrário, nos anos seguintes, embora reconhecendo a importância de seu trabalho e a novidade que trazia para a física, procurou acomodar a sua idéia quântica original com a eletrodinâmica clássica. Planck acreditava, inicialmente, que a descontinuidade associada à sua equação aplicava-se ao emissor não ao que era emitido!

Em 1905, em carta a Ehrenfest, Planck afirmou ser possível que a constante h tivesse algum significado direto na eletrodinâmica, pois tinha as mesmas dimensões e também a mesma ordem de magnitude de e^2/c .¹⁷⁸

¹⁷⁶ Citado por Jagdish Mehra e Helmut Rechenberg. **The historical development of quantum theory**. New York: Springer-Verlag, 1982, p. 49-50.

¹⁷⁷ Jagdish Mehra e Helmut Rechenberg, **op. cit.**, nota 176, p. 83.

¹⁷⁸ M. J. Klein, **op. cit.**, nota 111, p. 28.

É importante salientar aqui a diferença entre a quantização de energia como entendemos hoje e aquela que de certa maneira Planck estava propondo. O conceito de elementos de energia pensados por Planck era aplicável somente ao mecanismo de interação entre a matéria e a radiação.

Planck também utilizava as fórmulas do eletromagnetismo de Maxwell, que supõem a emissão e a absorção de energia contínua. Dessa forma a energia de cada ressoador e a energia total de um conjunto de ressoadores de determinada frequência não podiam ser descontínuos. Era apenas o oscilador de frequência ν que podia emitir e absorver energia em múltiplos de $h\nu$.¹⁷⁹

Planck não estendeu seu conceito de quantização para o resto da natureza, ou seja, ele entendeu que apenas no caso particular do corpo negro era possível se tratar o oscilador como tendo energia quantizada. Hoje em dia, segundo a mecânica quântica, sabemos que qualquer sistema que possua estados ligados (ou ainda, que esteja “preso” por um potencial sendo limitado a uma região do espaço, como o caso do oscilador harmônico) irá possuir estados quantizados, ou seja valores discretos de energia.¹⁸⁰

Procuramos mostrar neste breve histórico que todo o trabalho de Planck é muito rico conceitualmente e matematicamente, como também que ele envolve todos os grandes ramos da física clássica: a eletrodinâmica (usada para estudar a emissão dos ressoadores), a termodinâmica, acompanhada pelos recentes desenvolvimentos na mecânica estatística e em menor escala a própria mecânica.

Dessa maneira, estudar a solução do PRCN é compreender melhor a própria estrutura da física clássica que antecedeu à teoria quântica, e conseqüentemente também aprofundar a compreensão desta última, através do contato com as dificuldades teóricas da época e as soluções encontradas. E, no que respeita particularmente o início do desenvolvimento da mecânica estatística, esse estudo ressalta a discretização da energia praticada por Boltzmann cerca de 30 anos antes de sua aplicação no PRCN. Vale mencionar estas palavras de Cássio Costa Laranjeiras:

¹⁷⁹ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 28.

¹⁸⁰ E essa quantização não é necessariamente igual a múltiplos de $h\nu$.

“Este método de trabalho, que vimos chamando de “método de discretização de energia” (...) marca um importante aspecto da heurística Boltzmanniana que qualquer quantidade contínua é considerada como um limite de uma quantidade discreta. Este tratamento se constituiu em uma fonte de inspiração para Planck, quando do tratamento de questões relacionadas a radiação de corpo negro no final do século XIX e início do XX.”¹⁸¹

No entanto, toda essa riqueza não é bem aproveitada na formação de cientistas e professores e basicamente encontramos apenas a quantização de energia destacada na maior parte da literatura básica sobre a resolução do PRCN por Planck.

Ao contrário da opinião vigente nesses textos, julgamos que não tenha sido a quantização a grande contribuição de Planck, já que nos parece que ele mesmo não tenha se convencido muito a seu respeito. Além da inserção da constante h na física, que ele mesmo percebeu como importante e fundamental, o ponto central de todo o seu desenvolvimento estava na entropia do corpo negro em equilíbrio. Entretanto, como discutiremos mais adiante neste texto, o cálculo termodinâmico de Planck não é nem mesmo citado em muitos livros históricos, de divulgação científica, ou mesmo manuais didáticos.

¹⁸¹ Cássio Costa Laranjeiras. **O programa de pesquisa de Ludwig Boltzmann para a mecânica estatística**. Tese de doutoramento, FFLCH, USP, São Paulo, 2002, p. 169-170.

Anexo III – Estudo de um oscilador harmônico nas paredes de um corpo negro

Neste apêndice pretendemos encontrar a relação entre a energia média dos osciladores e a densidade de energia no interior da cavidade de um corpo negro. Vamos iniciar o estudo do problema com um modelo simplificado – o oscilador harmônico simples – que depois será aprimorado nas seções seguintes. O desenvolvimento que adotamos foi baseado no texto de Jammer¹⁸².

Oscilador Harmônico Simples

Seja um oscilador de carga q e massa m oscilando numa direção qualquer com constante de mola k . Tomando esta direção como o eixo x , com a origem no ponto de energia potencial nula, escrevemos o momento de dipolo f como:

$$f = q x \quad (3.1)$$

A energia U do oscilador numa dada posição é dada por:

$$U = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

sendo o primeiro termo da direita a energia cinética e o segundo a energia potencial do oscilador.

Escrevendo $K = k / q^2$ e $L = m / q^2$:

$$U = \frac{1}{2} L \left(\frac{df}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} K f^2 \quad (3.2)$$

A equação de força pode ser obtida diferenciando a equação acima:

$$\frac{d}{dt} U = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \left(\frac{df}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} K f^2 \right) \Rightarrow L \frac{d^2 f}{dt^2} + K f = 0 \quad (3.3)$$

Esta equação tem como solução uma função oscilatória. Escolhendo $f = A \cos \omega t$:

$$-\omega^2 L A \cos \omega t + K A \cos \omega t = 0$$

¹⁸² Max Jammer, **op. cit.**, nota 50.

Assim encontramos a frequência natural de oscilação:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{L}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{L}} \quad (3.4)$$

A constante A representa a amplitude de oscilação do oscilador. Quando $x = A$, a energia cinética é nula, portanto:

$$U = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{2U}{K} \quad (3.5)$$

em que U é a energia do oscilador.

Contudo, essa solução não é exata, visto que tal oscilador irá perder energia por radiação. Da teoria do eletromagnetismo uma carga oscilando (sendo assim acelerada) emite radiação com potência P dada pela equação¹⁸³:

$$P = \frac{2}{3} \frac{(d^2 f / dt^2)^2}{c^3} \quad (3.6)$$

Se considerarmos que a perda de energia não é muito grande, de modo que o movimento continua sendo descrito pela solução anterior para f :

$$P = \frac{2}{3c^3} A^2 \omega^4 \cos^2 \omega t$$

Assim, a energia perdida em um período de oscilação $T (=1/\nu)$ é:

$$\begin{aligned} \Delta U &= - \int_0^T P dt = - \int_0^T \frac{2}{3c^3} A^2 \omega^4 \cos^2 \omega t dt = - \frac{2}{3c^3} A^2 \omega^3 \int_0^{\omega T} \cos^2 \omega t d(\omega t) \\ \Delta U &= - \frac{2}{3c^3} A^2 \omega^3 \left(\frac{\omega T + \cos \omega T \operatorname{sen} \omega T}{2} \right) = - \frac{1}{3c^3} A^2 \omega^4 T \end{aligned}$$

visto que $\omega T = 2\pi \Rightarrow \operatorname{sen} \omega T = 0$.

Substituindo os valores para A , ω e T :

$$\Delta U = - \frac{1}{3c^3} \frac{2U}{K} (2\pi\nu)^4 \frac{1}{\nu} \Rightarrow \Delta U = - \frac{32\pi^4 \nu^3 U}{3c^3 K} \quad (3.7)$$

¹⁸³ Mark A Heald e Jerry B. Marion. **Classical electromagnetic radiation**. New York: Saunders College, 1995, p. 276.

Dessa forma, para obtermos uma descrição mais precisa do problema, iremos substituir o oscilador harmônico simples, por um amortecido, de maneira que a sua perda de energia seja dada pela expressão anterior.

Oscilador Harmônico Amortecido

Como estudamos nos livros de Mecânica Geral, por exemplo Symon¹⁸⁴, podemos relacionar a perda de energia de um oscilador com um amortecimento, que pode ser considerado adicionando um termo proporcional à derivada primeira na equação de força. Uma forma conveniente de escrevê-la é:

$$L \frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{KL} \frac{df}{dt} + K f = 0 \quad (3.8)$$

Ou ainda em termos da frequência de oscilação do oscilador não amortecido:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{K}{L}} \frac{df}{dt} + \frac{K}{L} f = 0 \Rightarrow \frac{d^2 f}{dt^2} + 2\nu\sigma \frac{df}{dt} + 4\pi^2 \nu^2 f = 0$$

No texto de Symon¹⁸⁵, vemos que para um oscilador deste tipo a perda de energia é expressa por:

$$\frac{1}{U} \frac{dU}{dt} = -2\nu\sigma \quad (3.9)$$

Assim, substituímos na expressão anterior a perda de energia durante um período de oscilação ($\Delta t = 1/\nu$) calculado na equação (3.7):

$$\begin{aligned} \frac{1}{U} \frac{\Delta U}{\Delta t} = -2\nu\sigma &\Rightarrow -\frac{1}{U} \frac{32\pi^4 \nu^3 U}{3c^3 K} \nu = -2\nu\sigma \\ \sigma &= \frac{16\pi^4 \nu^3}{3c^3 K} \end{aligned} \quad (3.10)$$

O valor de σ deve ser pequeno para que o oscilador não perca energia considerável durante um período de oscilação, visto que a expressão para ΔU foi obtida no caso do oscilador harmônico simples (no qual não há perda de energia).

¹⁸⁴ Keith R. Symon. **Mecânica**. Rio de Janeiro: Campus, 1986, p. 67.

¹⁸⁵ Keith R. Symon, **op. cit.**, nota 184, p. 69.

Contudo, o oscilador que desejamos estudar não é ainda exatamente este. Como existe radiação no interior da cavidade que interage com a carga q , o sistema será um oscilador forçado, descrito na próxima seção.

Oscilador Harmônico Forçado

Adicionando na equação (3.8) mais um termo de força, representado pelo campo Z ¹⁸⁶ obteremos:

$$L \frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{KL} \frac{df}{dt} + K f = Z$$

Ou em termos de ν , utilizando o valor de L a partir de (3.4) e (3.10):

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + 2\nu \sigma \frac{df}{dt} + 4\pi^2 \nu^2 f = \frac{3c^3 \sigma}{4\pi^2 \nu} Z$$

No texto de Arfken¹⁸⁷, vemos que qualquer função pode ser representada por uma série de Fourier, isto é, por uma série de senos e cossenos, com frequências ν' , $2\nu'$, $3\nu'$ etc. Podemos ainda representar qualquer função por uma série usando apenas cossenos, com a adição de uma fase apropriada θ_n em cada termo. Usamos tal série para descrever Z (com os termos C_n constantes):

$$Z = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T'} t + \theta_n\right) \quad (3.11)$$

Para escrever f , é mais conveniente manter os senos e cossenos da série (com A_n e B_n constantes para cada termo da somatória):

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T'} t + \theta_n\right) + B_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T'} t + \theta_n\right) \quad (3.12)$$

Em cada uma destas expressões, n varia de 1 a infinito, com $T' = 1/\nu'$.

¹⁸⁶ O campo Z será uma componente do campo elétrico (E_x). O campo magnético não entra nessa equação pois este não realiza trabalho, visto que a força magnética é perpendicular ao deslocamento.

¹⁸⁷ George B. Arfken e Hans J. Weber. **Mathematical methods for physicists**. San Diego: Academic Press, 1995, p. 808.

Para facilitar a notação, denominamos ϕ_n o argumento das funções *sen* e *cos* das expansões anteriores. Além disso, escrevemos $\omega = 2\pi/T$. Substituindo f e Z na equação de força:

$$-\omega^2 n^2 (A_n \cos \phi_n + B_n \sin \phi_n) + 2\sigma v n \omega (-A_n \sin \phi_n + B_n \cos \phi_n) + 4\pi^2 v^2 (A_n \cos \phi_n + B_n \sin \phi_n) = \frac{3c^3 \sigma}{4\pi^2 v} C_n \cos \phi_n$$

Para essa equação ter solução para qualquer tempo t , ou seja, para qualquer valor de ϕ_n , os termos em *sen* e *cos* devem ser iguais dos dois lados da igualdade. Assim:

$$A_n (-n^2 \omega^2 + 4\pi^2 v^2) + B_n 2\sigma v n \omega = \frac{3c^3 \sigma}{4\pi^2 v} C_n$$

e

$$B_n (-n^2 \omega^2 + 4\pi^2 v^2) - A_n 2\sigma v n \omega = 0$$

Escrevendo:

$$\frac{4\pi^2 v^2 - n^2 \omega^2}{2\sigma v n \omega} = \frac{\pi(v^2 - n^2/T^2)}{\sigma v n/T} = \cot \gamma_n \quad (3.13)$$

Temos da segunda relação:

$$\frac{A_n}{B_n} = \cot \gamma_n \quad (3.14)$$

Da primeira relação:

$$A_n (-n^2 \omega^2 + 4\pi^2 v^2) + A_n 2\sigma v n \omega \operatorname{tg} \gamma_n = \frac{3c^3 \sigma}{4\pi^2 v} C_n$$

$$\Rightarrow A_n (\cot \gamma_n + \operatorname{tg} \gamma_n) = \frac{3c^3 \sigma}{4\pi^2 v} \frac{C_n}{2\sigma v n \omega} \Rightarrow A_n = \frac{3c^3 C_n \cos \gamma_n \operatorname{sen} \gamma_n}{8\pi^2 v^2 n \omega} \quad (3.15)$$

no qual utilizamos:

$$\cot \gamma_n + \operatorname{tg} \gamma_n = \frac{\cos \gamma_n}{\operatorname{sen} \gamma_n} + \frac{\operatorname{sen} \gamma_n}{\cos \gamma_n} = \frac{\cos^2 \gamma_n + \operatorname{sen}^2 \gamma_n}{\cos \gamma_n \operatorname{sen} \gamma_n} = \frac{1}{\cos \gamma_n \operatorname{sen} \gamma_n}$$

Assim, solução para f fica:

¹⁸⁸ Utilizamos *cot* para denominar cotangente.

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3c^3 C_n}{8\pi^2 v^2 n \omega} (\sin \gamma_n \cos \gamma_n \cos \phi_n + \sin^2 \gamma_n \sin \phi_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3c^3 C_n \sin \gamma_n}{8\pi^2 v^2 n \omega} \cos(\phi_n - \gamma_n)$$

$$f = \frac{3c^3}{16\pi^3 v^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n T}{n} \sin \gamma_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t + \theta_n - \gamma_n\right) \quad (3.16)$$

no qual utilizamos a relação: $\cos \gamma_n \cos \phi_n + \sin \gamma_n \sin \phi_n = \cos(\phi_n - \gamma_n)$

Como σ é pequeno, o valor de $\cot \gamma_n$ será em geral grande, de modo que $\sin \gamma_n$ será pequeno, pouco contribuindo então para f . Isto só não acontece se $v \approx n/T = n v'$ (ver expressão de $\cot \gamma_n$). Assim, apenas os termos com $n \approx v/v'$ precisam ser considerados na expansão de f . Podemos reescrevê-la como:

$$f = \frac{3c^3}{16\pi^3 v^3} \sum C_n \sin \gamma_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t + \theta_n - \gamma_n\right) \quad (3.17)$$

A expressão para $\cot \gamma_n$ também pode ser reescrita para esta situação. Escrevendo $v - n/T = w$, temos:

$$\cot \gamma_n \cong \frac{\pi}{\sigma v^2} (v^2 - (v-w)^2) = \frac{\pi}{\sigma v^2} (2vw - w^2)$$

Como $w \approx 0$:

$$\cot \gamma_n \cong \frac{2\pi}{\sigma v} (v - n/T) \quad (3.18)$$

Uma vez encontrada a expressão para o momento de dipolo f , podemos encontrar a energia média do oscilador com frequência natural de oscilação ν :

$$U_\nu = K \overline{f^2} = \frac{16\pi^4 v^3}{3c^3 \sigma} \overline{f^2} \quad (3.19)$$

Onde a barra indica o valor médio em uma oscilação:

$$\overline{f^2} = \frac{1}{T} \int_0^T f^2 dt \quad (3.20)$$

Então:

$$U_\nu = \frac{16\pi^4 v^3}{3c^3 \sigma} \left(\frac{3c^3}{16\pi^3 v^3} \right)^2 \times$$

$$\times \frac{1}{T} \int_0^T \sum_n \sum_m C_n C_m \sin \gamma_n \sin \gamma_m \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t - \theta_n - \gamma_n\right) \cos\left(\frac{2\pi m}{T} t - \theta_m - \gamma_m\right)$$

Mas: $\int_0^{T'} \cos\left(\frac{2\pi m}{T'} t\right) \cos\left(\frac{2\pi n}{T'} t\right) dt = \frac{T'}{2} \delta_{nm}$ para $n = m \neq 0$, com δ_{nm} sendo a função Delta

de Kronecker¹⁸⁹. Assim:

$$U_v = \frac{3c^3}{32\pi^2 \sigma v^3} \sum C_n^2 \text{sen}^2 \gamma_n \quad (3.21)$$

Chamando $J = \overline{Z^2}$ e utilizando o mesmo procedimento anterior para a média:

$$J = \frac{1}{2} \sum C_n^2 \quad (3.22)$$

O valor de J é importante, pois ele é proporcional a densidade de energia μ no interior da cavidade. Novamente pelo eletromagnetismo¹⁹⁰, a expressão para μ é:

$$\mu = \frac{1}{8\pi} (\overline{E^2} + \overline{H^2}) \quad (3.23)$$

com E e H representando os campos elétrico e magnético respectivamente.

O campo no interior da cavidade é homogêneo: $E_x = E_y = E_z$. Além disso, no vácuo, as componentes do campo elétrico são iguais as do campo magnético¹⁹¹. Portanto:

$$\mu = \frac{1}{8\pi} 6\overline{Z^2} = \frac{3}{4\pi} J \quad (3.24)$$

Podemos decompor a densidade de energia μ em termos dependentes da frequência ψ (utilizamos essa letra para não confundirmos com as frequências ν , frequência natural, e ν' , utilizada na expansão de f):

$$\mu = \int_0^{\infty} \mu_{\psi} d\psi \quad \text{ou} \quad J = \int_0^{\infty} J_{\psi} d\psi \quad \text{com} \quad \mu_{\psi} = \frac{3}{4\pi} J_{\psi}$$

Agora, relacionamos as componentes de frequência de J com as de U através da relação:

$$J_{\psi} = k_{\psi} U_{\psi} \quad (3.25)$$

com k_{ψ} função de ψ .

Lembramos mais uma vez que nesse apêndice desejamos encontrar a relação entre a energia média dos osciladores e a densidade de energia no interior da cavidade de um corpo

¹⁸⁹ George B. Arfken, **op. cit.**, nota 187, p. 11.

¹⁹⁰ Mark A. Heald e Jerry B. Marion, **op. cit.**, nota 183, p. 145.

¹⁹¹ Ibidem, p. 173.

negro para uma dada frequência. Ou seja, a relação entre U_ψ e μ_ψ . Resta-nos assim calcular o valor de k_ψ .

Comparando as duas expressões para J :

$$\frac{1}{2} \sum C_n^2 = \frac{3c^3}{32\pi^2} \int_0^\infty \frac{k_\psi}{\sigma \psi^3} \sum C_n^2 \text{sen}^2 \gamma_n d\psi$$

Trocando a ordem da somatória e da integral:

$$1 = \frac{3c^3}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{k_\psi}{\sigma \psi^3} \text{sen}^2 \gamma_n d\psi$$

Como vimos que os termos que precisamos levar em conta são aqueles em que $\psi \approx \nu \approx n/T$, portanto:

$$1 = \frac{3c^3}{16\pi^2} \frac{k_\nu}{\sigma \nu^3} \int_0^\infty \text{sen}^2 \gamma_n d\psi \quad (3.26)$$

Mas, como $\text{sen}^2 \gamma_n = (1 + \cot^2 \gamma_n)^{-1}$; utilizando (3.18):

$$\int_0^\infty \text{sen}^2 \gamma_n d\psi = \int_0^\infty (1 + \cot^2 \gamma_n)^{-1} d\psi = \int_0^\infty \left(1 + \frac{4\pi^2 (\psi - \nu)^2}{\sigma^2 \nu^2}\right)^{-1} d\psi$$

Fazendo uma troca de variáveis:

$$\frac{2\pi(\psi - \nu)}{\sigma \nu} = \text{tg } \chi \Rightarrow \psi = \frac{\sigma \nu}{2\pi} \text{tg } \chi + \nu \Rightarrow d\psi = \frac{\sigma \nu}{2\pi} \frac{d\chi}{\cos^2 \chi}$$

Para os novos limites de integração:

$$\psi = \infty \Rightarrow \chi = \frac{\pi}{2}$$

$$\psi = 0 \Rightarrow \text{tg } \chi = -\frac{2\pi}{\sigma}$$

Como σ é pequeno, $\text{tg } \chi$ é grande em módulo, de modo que:

$$\psi = 0 \Rightarrow \chi \approx -\frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^\infty \text{sen}^2 \gamma_n d\psi = \frac{\sigma \nu}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{1 + \text{tg}^2 \chi} \frac{d\chi}{\cos^2 \chi} = \frac{\sigma \nu}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\chi = \frac{\sigma \nu}{2}$$

Portanto, voltando a (3.26):

$$1 = \frac{3c^3}{16\pi^2} \frac{k_\nu}{\sigma\nu^3} \frac{\sigma\nu}{2} \Rightarrow k_\nu = \frac{32\pi^2\nu^2}{3c^3} \quad (3.27)$$

$$J_\nu = \frac{32\pi^2\nu^2}{3c^3} U_\nu \quad (3.28)$$

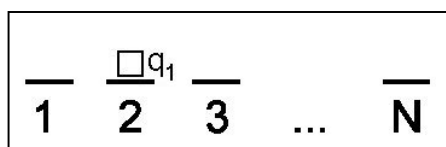
Como $\mu_\nu = \frac{3}{4\pi} J_\nu$, chegamos na relação utilizada por Planck entre a energia média dos osciladores e a densidade de energia do campo de radiação para uma frequência ν :

$$\mu_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U_\nu \quad (3.29)$$

Anexo IV – Análise Combinatória

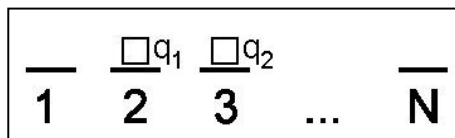
Queremos calcular o número de modos em que P quanta de energia podem ser divididos em N osciladores.

Sem o uso de fórmulas prontas da análise combinatória, podemos fazer o seguinte raciocínio: imaginemos inicialmente que os quanta de energia sejam elementos distinguíveis, rotulando cada um deles por q_i ($q_1...q_P$). O primeiro quantum de energia pode ser colocado em qualquer oscilador. Existem N modos de se fazer isso. Na figura abaixo vemos um exemplo no qual este quantum é colocado no oscilador número 2.

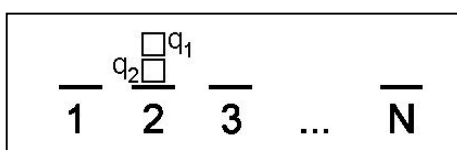


situação 1

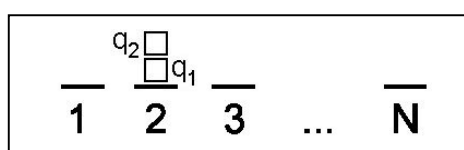
Para colocar o quantum q_2 , podemos escolher qualquer um dos $N-1$ osciladores “vazios” (situação 2), ou ainda escolher o oscilador 2 novamente. Neste último, contudo, existem 2 maneiras possíveis, colocando-o antes ou depois de q_1 (situações 3a e 3b).



situação 2



situação 3a



situação 3b

Dessa forma, existem $(N-1)+2$ maneiras de colocar o quantum q_2 nos osciladores, ou seja, $N+1$ possibilidades.

Para colocar q_3 , temos que analisar a maneira como q_2 foi disposto. Na situação 2, q_3 pode ser disposto nos $N-2$ osciladores “vazios” ou nos outros dois “ocupados”. Em cada um dos osciladores “vazios”, pelo raciocínio anterior, o quantum pode ser colocado de 2 modos, de forma que o número de possibilidades de colocar q_3 nessa situação é $N+2$.

Na situação 3, além de posicionar q_3 nos $N-1$ osciladores “vazios”, podemos colocá-lo de três maneiras no oscilador 2 (antes de q_1 , entre q_1 e q_2 e após q_2).

Vemos então que, em ambos casos, existem $N+2$ modos de dispor q_3 .

Continuando o raciocínio, o quantum q_4 poderá ser disposto de $N+3$ modos, não importando a disposição dos quanta anteriores. Assim, o último quantum q_P poderá ser disposto de $N+P-1$ modos.

Portanto, o número total de modos de arranjar todos os quanta será:

$$N \times (N+1) \times (N+2) \times \dots \times (N+P-1)$$

Entretanto, fisicamente, os quanta são indistinguíveis e a permutação entre dois deles não altera o sistema físico. Como existem $P!$ maneiras de permutar os quanta, o número de modos (W) de distribuir os P quanta entre os N osciladores é dado por:

$$W = \frac{N \times (N+1) \times (N+2) \times \dots \times (N+P-1)}{P!} \quad (4.1)$$

Multiplicando o numerador e o denominador dessa fração por $(N-1)!$, temos:

$$W = \frac{(N-1)! \times N \times (N+1) \times (N+2) \times \dots \times (N+P-1)}{(N-1)! P!}$$

De modo que:

$$W = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)! P!} \quad (4.2)$$

Capítulo 4

Dando um fecho nessa “história internalista” do surgimento do quantum

“Enquanto Planck limitou-se cautelosamente a argumentos estatísticos e enfatizou as dificuldades de abandonar os fundamentos clássicos na descrição detalhada da natureza, Einstein apontou ousadamente para a necessidade de levar em conta o quantum de ação nos fenômenos atômicos individuais.”

Niels Bohr¹⁹²

4.1 Uma breve cronologia dos primeiros 30 anos da física quântica

Apenas para situar cronologicamente na escala da evolução dos principais desenvolvimentos ocorridos nos trinta anos que se seguiram aos dois trabalhos de Planck, vale a pena prestar atenção aos destaques apresentados por George Gamow:

1. 1900: Max Planck rompia com a distribuição contínua de energia e introduz seus pacotes discretos de energia nos mecanismos de emissão e absorção de radiação pelos átomos constituintes da matéria;

2. 1905: Albert Einstein utilizava o quantum de ação para explicar a interação da luz com a matéria, na explicação das conclusões empíricas do “efeito fotoelétrico”, introduzindo o quantum de luz independente da emissão e absorção da radiação pelos átomos;

3. 1913: o físico dinamarquês Niels Bohr (1885-1962) descrevia a energia mecânica dos elétrons dentro dos átomos estabelecendo “regras de quantização” para dimensões atômicas dando uma interpretação significativa para o modelo atômico planetário de Ernest Rutherford (1871-1937);

4. 1923: o físico norte-americano Arthur Holly Compton (1892-1962) realizou uma importante experiência, comprovando mais uma vez o aspecto granular da luz sugerido por

¹⁹² Niels Bohr. **Física atômica e conhecimento humano - ensaios 1932-1957**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995, p. 108. Esse livro de Bohr apresenta um conjunto de sete ensaios onde ele não apenas discute sua visão da física do século XX, como também propõe uma extensão de suas ideias sobre a complementaridade constituindo uma espécie de lição epistemológica que ele aplicou em diversas áreas do conhecimento, como atestam vários dos ensaios aí apresentados. A epígrafe foi extraída do discurso proferido em Copenhague, em outubro de 1955, e que recebeu o título: **Os átomos e o conhecimento humano**.

Einstein, explicando a dispersão de raios-X por elétrons livres utilizando as leis da mecânica da colisão de esferas elásticas; essa experiência ficou conhecida como “efeito Compton”;

5. 1925: o físico francês Louis de Broglie (1892-1987), procurando uma interpretação para as órbitas quantizadas introduzidas por Bohr, acabou associando ao movimento de cada elétron um mecanismo ondulatório que ele batizou de “onda piloto”; onda e partícula encontravam-se mais uma vez na história da física;

6. 1926: inspirado pelo trabalho de de Broglie, o físico austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961) apresentou uma formulação matemática mais adequada para as ideias de de Broglie, introduzindo sua famosa equação; nascia assim a “mecânica ondulatória”;

7. 1926: o físico alemão Werner Heisenberg oferecia um tratamento alternativo ao de Schrödinger para todos esses avanços quânticos usando uma “álgebra não comutativa” expressa através de uma linguagem matemática matricial;

8. 1929: o físico inglês Paul A. M. Dirac (1902-1984) apresentava a “equação de onda relativística” unificando pela primeira vez as teorias da relatividade de Einstein e a mecânica quântica, que até esse ano caminhavam distanciadas uma da outra; dessa feliz aproximação surgiram os anti-elétrons de carga elétrica positiva (pósitron) e a teoria das anti-partículas. ¹⁹³

Foi certamente influenciado por esse desenvolvimento extraordinário, e para ele surpreendente, que George Gamow, parodiando um livro clássico de John Reed, deu o título *Trinta anos que abalaram a física* para seu livro de 1966.

Muito ainda poderia ser dito sobre o estudo da radiação do corpo negro e a passagem ou ruptura da física clássica para a física quântica, juntamente com o início da história da ideia do quantum de ação, provocados pelos dois trabalhos fundamentais de Planck de 1900. Há uma extensa quantidade de textos que tratam desse acontecimento segundo as mais variadas perspectivas, desde a discussão da construção da Lei da Radiação de Planck até a recepção de suas ideias nos anos iniciais do século XX.

Neste capítulo, pretendemos finalizar este estudo de caso de uma história construída quase exclusivamente segundo o referencial de uma “história internalista”. Apresentaremos um balanço efetuado por alguns autores incluindo o próprio Planck e vários de seus importantes contemporâneos, sobre a reação a essas ideias iniciais sobre a física quântica.

¹⁹³ Baseamo-nos aqui em diferentes partes do livro de Gamow já referido anteriormente, **op. cit.**, nota 40.

No capítulo seguinte, discutiremos brevemente os principais problemas nas abordagens dos manuais didáticos de nível superior sobre o assunto e procuraremos mostrar que o potencial pedagógico do PRCN é muito amplo e rico para se restringir apenas como introdução aos cursos de física moderna.

No último capítulo, concluindo a apresentação de diferentes abordagens da história, apresentaremos um breve estudo de caso de uma “história externalista” baseado nas possíveis origens sociais do livro *Principia* de Newton, centrado no trabalho clássico do físico soviético Boris Hessen (1893-1936).

4.2 Repercussão e consequências da solução de Planck para o PRCN

Já comentamos o fato de que Planck tardou muito a aceitar o caráter revolucionário de sua descoberta ou invenção teórica, ou seja, traduzindo em termos de algumas das propostas epistemológicas que estudamos na 1ª parte destas *Notas de Aula*, ele recusava a ideia de que tivesse provocado uma refutação da física clássica (Popper) ou ruptura/revolução com a ciência normal/obstáculo epistemológico da mecânica e do eletromagnetismo clássicos (Kuhn e/ou Bachelard).

Embora sua formulação matemática tenha se mostrado satisfatória, seu desenvolvimento teórico não chamou atenção, não evocando rapidamente um abandono da física clássica. Em 1909, por exemplo, Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) afirmou que “*não podemos dizer que o mecanismo do fenômeno tenha sido invalidado [pela teoria de Planck], e deve ser admitido que é difícil ver a razão para esta distribuição de energia por porções finitas, que não são iguais entre cada um, mas variam de um ressoador para outro*”.¹⁹⁴

Assim, a dedução teórica de Planck não foi muito discutida na época, sua lei foi confirmada e aceita, já que se adequava aos dados experimentais e a constante h se mostrava como um truque matemático sem importância. Outra dificuldade para sua aceitação é que esta não representava nenhuma conservação, já que não existe nenhum princípio de conservação da ação (energia x tempo). Também como Lorentz observou, Planck não levou em conta a interação da radiação com o éter, cujo escopo teórico ainda fazia parte da física teórica.

¹⁹⁴ Max Jammer, *op. cit.*, nota 50, p. 24.

Albert Einstein (1879-1955), em 1906, reconheceu uma inconsistência lógica no trabalho de Planck. Na primeira parte de sua resolução Planck tratou a energia dos osciladores como uma variável contínua¹⁹⁵, como estabelecido na teoria eletromagnética e depois tratou essa mesma energia como discreta, assumindo valores múltiplos de $h\nu$. Para que a consistência interna do trabalho de Planck fosse mantida cada porção de energia $\varepsilon = h\nu$ deveria ser pequena comparada com a energia média U de um ressonador, propiciando assim que a quantização fosse desprezível. E este não era o caso, como Einstein mostrou em 1909.

No entanto, essa inconsistência interna no trabalho de Planck não foi suficiente para que Einstein rejeitasse seu trabalho, ele apenas observou que a teoria da radiação é que deveria ser alterada.

Peter Joseph Wilhelm Debye (1884-1966) também trabalhou procurando sanar a inconsistência lógica no trabalho de Planck. Sua resolução para o problema, em 1910, é muito parecida com aquela apresentada nos manuais didáticos atualmente. Inicialmente ele calculou o número $N d\nu$ de ondas estacionárias com frequência entre ν e $\nu + d\nu$ numa caixa de volume unitário:

$$N d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad (36)$$

Ao assumir que as $N d\nu$ vibrações consistiam de $f(\nu)$ quanta de energia contendo cada uma a energia $h\nu$, ele propôs assim uma quantização da energia sem a necessidade do conhecimento das propriedades e do mecanismo dos ressoadores:

$$u d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} f(\nu) d\nu \quad (37)$$

Definindo “radiação de corpo negro” como a “mais provável radiação”, isto é, como o estado com o maior número possível de distribuições de quanta $f(\nu)$ sobre os $N d\nu$ receptores, Debye provou usando a fórmula combinatória de Planck que, neste caso, $f(\nu) = \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}$, um resultado que em combinação com a fórmula anterior implica na lei de Planck da radiação.¹⁹⁶

¹⁹⁵ Como discutido no **Anexo III**.

¹⁹⁶ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 26.

4.3 O trabalho de Einstein

Em 1905, no artigo “Um ponto de vista heurístico concernente à produção e transformação da luz”, ano da publicação de outros quatro grandes trabalhos, entre os quais a teoria da relatividade especial, Einstein discutiu o efeito fotoelétrico¹⁹⁷ e propôs que a radiação fosse composta por um número finito de quanta de energia (que hoje denominamos de fótons¹⁹⁸). Para chegar a esse resultado Einstein também utilizou, entre outros, o conceito de entropia.

No entanto, mesmo conhecendo o trabalho de Planck, Einstein não se baseou neste para desenvolver sua teoria e não usou¹⁹⁹ a constante h , embora cite o desenvolvimento de Planck para a resolução do problema da radiação de corpo negro.

Ele chegou à conclusão que:

“(…) na propagação de um raio de luz emitido de uma fonte pontual, a energia não é distribuída continuamente sobre volumes crescentes de espaço, mas consiste de um finito número de quanta de energia localizados em pontos do espaço que se movem sem divisão, e podem ser absorvidos ou gerados apenas como unidades completas.”²⁰⁰

¹⁹⁷ O efeito fotoelétrico, assim denominado depois de 1905, consistia da emissão de elétrons da superfície de um metal ao se incidir radiação de determinadas frequências. Três aspectos básicos do fenômeno não conseguiam ser explicados pela teoria ondulatória da luz. Primeiramente a energia cinética máxima dos elétrons emitidos não dependia da intensidade da luz. Em segundo lugar havia uma frequência mínima da radiação a partir da qual o fenômeno acontecia. E por fim, mesmo para intensidades bastante baixas de radiação, os elétrons podiam ser quase que instantaneamente emitidos (isto é, não era necessário um tempo longo para absorção de energia do campo elétrico por parte do material e posterior emissão).

¹⁹⁸ O termo fóton foi introduzido por G. N. Lewis em 1926 (Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 30). O historiador da ciência dinamarquês Helge Kragh aponta, porém, que “Após G. N. Lewis (1875-1946) ter proposto o termo “fóton” em 1926, muitos físicos o adotaram como o termo mais adequado para o quantum de luz de Einstein. No entanto, o conceito de fóton para Lewis era muito diferente, algo que poucos físicos conheciam ou se preocupavam em conhecer. Além disso, o termo adotado por Lewis também não era o neologismo que geralmente se supõe ser. O mesmo termo já havia sido proposto ou usado anteriormente; e aparentemente de forma independente, por pelo menos quatro outros cientistas. Três dentre os quatro significados que originaram o termo estavam relacionados ao campo da fisiologia ou da percepção visual e apenas um ao da física quântica. O precursor na utilização do termo foi o físico e psicólogo americano L. T. Troland (1889-1932), que cunhou o conceito em 1916. Cinco anos depois ele foi introduzido independentemente pelo físico irlandês J. Joly (1857-1933). Em 1925, o fisiologista francês René Wurmser (1890-1993) escreveu sobre o fóton e em julho de 1926, seu compatriota, o físico F. Wolfers (ca. 1890-1971) fez o mesmo no contexto da ótica física. Nenhuma das quatro versões que antecederam a versão de Lewis se tornaram muito conhecidas e rapidamente foram esquecidas.” (tradução livre). Helge Kragh. **Photon: New light on an old name**. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1401.0293v3>>. Acesso em: julho de 2020.

¹⁹⁹ No lugar de h ele usou $R\beta N$.

²⁰⁰ John Stachel (edição e introdução). **O ano miraculoso de Einstein – cinco artigos que mudaram a face da física**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 2001.

Ou seja, a radiação monocromática comporta-se como se consistisse de quanta independentes de energia de magnitude $R\beta v / N$, com R sendo a constante dos gases e N o número de Avogadro²⁰¹. Ou seja, enquanto a quantização de Planck se relacionava com a interação da luz com a matéria, Einstein quantizava a radiação em trânsito e também assumia que a interação da luz com a matéria consistia da emissão e absorção de tais quanta.

Suas ideias confrontavam com a tão já bem estabelecida compreensão da luz pelo modelo ondulatório. Contudo, apesar de que na época não fosse notório, os experimentos realizados até então, que evidenciavam a natureza ondulatória para a luz, não provavam que ela não podia também ser granular. De certa maneira, Einstein inseriu na discussão onda *ou* partícula para a luz o conectivo *e*, abolindo o *ou*. Até então esse possível aspecto dual para a luz nunca fora colocado em questão.

Entretanto, esse trabalho de Einstein não foi levado a sério, pois não explicava os fenômenos de interferência, difração e polarização da luz.

O primeiro autor a utilizar a noção de quanta de luz de Einstein foi Johannes Stark (1874-1957), em 1907, sugerindo inclusive que a quantização de energia se aplicava até mesmo aos elétrons²⁰².

²⁰¹ $R/N = k e \beta = h/k$.

²⁰² Roberto de Andrade Martins (2000). Vide nota 174.

Entre 1900 e 1910 surgiu um grande número de artigos sobre o efeito fotoelétrico, que na época também se tornou tema de pesquisa de muitos físicos experimentais.

Quatro meses antes de Einstein submeter o seu artigo sobre os quanta de luz nos *Annalen der Physik*, em março de 1905, um trabalho de Egon Ritter von Schweidler (1873-1948) sobre “os fenômenos fotoelétricos” já havia sido publicado no primeiro volume do anuário de radioatividade e eletrônica (*Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*) editado por Johannes Stark (1874–1957).

Stark foi uma das personagens mais controversas da física dos anos 1900. De um lado, publicou importantes trabalhos experimentais nos campos de descarga de gases e espectroscopia, descobriu o efeito Doppler em feixes de canal e a divisão das linhas espectrais no campo elétrico (conhecido atualmente como o efeito Stark). Em 1919 recebeu o Prêmio Nobel de Física pelo trabalhos sobre como campos elétricos afetam a luz emitida pelos átomos. De outro lado, tentou tornar-se dirigente da física na Alemanha durante o nazismo aderindo, juntamente com Philipp Lenard (prêmio Nobel em 1905), ao movimento em prol da “física alemã” (*Deutsche Physik*) contra a “física judaica” de Albert Einstein e Werner Heisenberg (que não era judeu). Após Werner Heisenberg defender a teoria da relatividade de Einstein, Stark escreveu um artigo difamatório no “*Das Schwarze Korps*”, acusando-o de ser um “judeu branco”.

Paradoxalmente, Stark foi também um dos primeiros e mais apaixonados defensores da hipótese do quantum de luz de Einstein. Em um debate entre Einstein e Planck, em 1909, durante a reunião de cientistas naturais em Salzburgo, Stark ficou do lado de Einstein. Isso fez dele um dos primeiros defensores da concepção de Einstein de que o próprio campo de radiação, e não apenas a sua interação com a matéria, era quantizado. Klaus Hentschel (ed.). *Lichtquanten. Die Geschichte des komplexen Konzepts und mentalen Modells von Photonen*. Stuttgart: Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2017, p. 137-146.

Em 1914, estudando o efeito fotoelétrico, Robert Andrews Millikan (1868-1953) realizou a primeira determinação direta da constante de Planck, que corroborou o resultado calculado por Planck. Com essa confirmação o quantum de ação transformou-se numa realidade física.

Em 1922, Arthur Holly Compton (1892-1962) realizou um experimento idealizado por Stark em 1909, no qual confirmou a hipótese dos quanta de luz e sua transferência de momento.

Contudo, o completo entendimento da natureza dual da luz só foi obtido com o estabelecimento da mecânica quântica, visto que as dificuldades na aplicação simultânea dos modelos corpuscular e ondulatório para a luz levaram à rejeição das ideias de Einstein. Podemos notar essa discordância no ato da indicação de Einstein para membro da Academia de Ciências Prussiana, em junho de 1913. Num documento assinado pelos mais eminentes físicos alemães, entre os quais se encontrava Planck, foi declarado ao término da recomendação:

“(...) podemos dizer que não existe, entre os grandes problemas nos quais a física moderna é tão rica, um único em que Einstein não tenha feito uma importante contribuição. Que ele possa às vezes ter errado o alvo em suas especulações, como, por exemplo, em suas hipóteses dos quanta de luz, não pode realmente ser tomado muito contra ele, pois não é fundamentalmente possível introduzir novas idéias, como na maioria das ciências exatas, sem ocasionalmente se arriscar.”²⁰³

Deve-se ressaltar que apesar de Planck ter sido um físico conservador no que diz respeito às suas concepções metodológicas, como destacamos ao longo do estudo que fizemos de suas contribuições de 1894 a 1901, ele foi um dos primeiros físicos a defender a teoria da relatividade de Einstein que, nos primeiros anos depois de 1905, tinha ainda pouquíssimos defensores. Portanto, não há dúvida de que ele tivesse Einstein em alta conta desde então. Mesmo assim não aceitava muito bem as contribuições quânticas de Einstein que, aliás, seria sempre, até o final de sua vida, uma espécie de “marginal” face aos desenvolvimentos subsequentes da física quântica.

Provavelmente devido a essa característica como um físico metódico e cauteloso nos leve a compreender porque, em 1905/6, por ocasião da publicação dos artigos de Einstein sobre

²⁰³ Citado por Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 44.

a explicação do “efeito fotoelétrico” e sobre a distribuição da radiação do corpo negro, Planck não aceitasse o quantum de luz sugerido por Einstein.

Segundo Jammer, o trabalho de Planck, de dezembro de 1900, continha certas implicações que, ao serem reconhecidas por Einstein, afetariam de maneira decisiva os fundamentos da física. Segundo esse autor, as raízes da teoria quântica que surgiriam nos anos seguintes podem ser vislumbradas num artigo de Einstein de 1909, **Sobre o estado atual do problema da radiação**, no qual ele calculou as flutuações da energia num volume parcial V de uma cavidade isotérmica a temperatura T . Sendo E_ν a energia instantânea com frequência entre ν e $\nu+d\nu$, \bar{E}_ν a energia média e E_{flut} a flutuação de energia ($E_{flut} = E_\nu - \bar{E}_\nu$), ele chegou à seguinte expressão:

$$\overline{E_{flut}^2} = \bar{E}_\nu h\nu + \frac{c^3 \bar{E}_\nu^2}{8\pi\nu^2 V d\nu} \quad (38)$$

O segundo termo da soma na equação acima seria então

“(...) a flutuação média da energia ao quadrado devido a interferências entre ondas parciais, como Einstein mostrou em seu artigo por uma simples análise dimensional e como Lorentz subsequente demonstrou em detalhes rigorosos. Isto é, portanto, exatamente o termo que tinha sido esperado com base na teoria ondulatória ou Maxwelliana da luz. O primeiro termo, por outro lado, enquanto inexplicável deste ponto de vista, podia facilmente ser tomado, como Einstein apontou, com base em sua hipótese dos quanta de luz.”²⁰⁴

Jammer afirma ainda que a razão definitiva para a descoberta estatística da dualidade da luz foi a lei de radiação de Planck. Segundo esse autor se a radiação era tratada na forma

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{const}{U^2} \quad (39)$$

que desembocaria na lei de Rayleigh-Jeans, o cálculo da flutuação de energia daria o segundo termo da equação (38), o que corresponderia a uma compreensão ondulatória para a luz. Já se a lei de Wien for usada na forma:

²⁰⁴ Ibidem, p. 38.

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{const}{U} \quad (40)$$

o cálculo da flutuação de energia se restringiria ao primeiro termo da soma da equação (38), o que corresponderia a uma compreensão corpuscular para a luz.

Assim Planck, ao realizar a sua interpolação entre as equações acima usando

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{a}{U(b+U)} \quad (41)$$

fez um amálgama dos aspectos ondulatórios e corpusculares para a luz, embora ele não tenha percebido o fato. Max Jammer afirma que

“(...) esta conclusão também segue do fato de que para baixas frequências, o range de validade da equação (1.10) [equação (39)], o primeiro termo da soma sob discussão pode ser negligenciado em comparação com o segundo, enquanto que para altas frequências, em que a equação (1.8) [equação (40)] é válida, a equação (1.19) [equação (38)] se reduz para $\overline{E_{flut}^2} = \overline{E}_v h \nu$, a fórmula de flutuação para partículas de um gás ideal.”²⁰⁵

É por essa razão que Jammer prefere adotar o dia 19/10/1900 como a data do nascimento da mecânica quântica.

4.4 Alguns dos trabalhos posteriores de Planck

Numa revisão sobre as teorias para a radiação feita em 1910, Planck, dispondo as teorias num espectro, colocou a sua teoria como central, a de Rayleigh-Jeans à extrema direita e a de Einstein (entre outros) completamente oposta a esta última.

Para Einstein a radiação seria considerada como uma coleção de independentes partículas de quanta de luz-energia. Planck não aceitava esse ponto de vista, embora estivesse inteiramente compromissado com o quantum. Também “*estava certo de algo mais: a descontinuidade expressa por seu quantum de ação era real e deveria ser levada em conta*”²⁰⁶.

²⁰⁵ Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 45.

²⁰⁶ Martin J. Klein, **op. cit.**, nota 111, p. 24.

Ele chegou à conclusão de que deveria concordar com posições mais radicais como a de Einstein, mas somente para o caso do problema da radiação do corpo negro.

Planck não queria abrir mão dos desenvolvimentos de Huygens, Maxwell e Hertz, o que já não ocorria com relação à mecânica, pois ele acreditava que talvez não fossem tão geralmente válidas as equações de Hamilton.

Em um artigo lido em 1911 para a Sociedade Física Alemã, Planck revisou sua teoria inicial, no qual procurava rebater as críticas recebidas, principalmente de Lorentz.

“A objeção foi basicamente que a intensidade da radiação em altas frequências era muito baixa, enquanto que nestas frequências o quantum de energia era muito grande. Como consequência o tempo que um oscilador levaria para absorver um quantum deveria ser excessivamente grande, e o oscilador poderia não ser capaz de absorver um quantum completo se a radiação fosse cortada.”²⁰⁷

Na verdade, essa aparente contradição poderia ter sido resolvida com a solução de Einstein para o efeito fotoelétrico, mas Planck não foi por esse caminho.

“Ele propôs ao invés disso abandonar sua hipótese de que a energia de um oscilador tinha que ser um múltiplo inteiro de $h\nu$ e poderia, portanto, absorver ou emitir energia somente em unidades discretas. Em sua nova teoria o oscilador poderia absorver energia continuamente, como no caso clássico (...).”²⁰⁸

Contudo, a emissão ainda continuava quantizada.

Com essa teoria Planck também eliminava um problema de consistência interna de sua teoria, pois classicamente não era possível os osciladores terem energias descontínuas.

Em 1912, completando sua assim chamada “segunda teoria”, Planck chegou a uma nova expressão para a quantização de energia com um termo adicional, o que correspondia ao fato de que a energia do oscilador não era nula no zero absoluto de temperatura, ficava em $h\nu/2$. Hoje

²⁰⁷ Idem, p. 30.

²⁰⁸ Ibidem.

conhecida como energia de ponto-zero. Planck também nesse artigo realizou mudanças significativas no conceito de probabilidade de emissão dos osciladores.

Ainda sobre a complexa relação de Planck com a conceituação dos quanta, vale reproduzir um trecho do prefácio, escrito em novembro de 1912, do seu livro sobre radiação térmica:

“Enquanto muitos físicos, de índole conservadora, rejeitam as idéias que desenvolvi, ou, de qualquer forma, mantêm uma atitude de expectativa, alguns autores têm-nos atacado por razão oposta, a saber, como sendo inadequadas, e foram compelidos a suplementá-las com suposições de uma natureza ainda mais radical, por exemplo, pela suposição de que qualquer energia radiante, mesmo que se desloque livremente no vácuo, consiste de quanta ou células indivisíveis. Desde que nada é provavelmente um obstáculo maior para o desenvolvimento bem sucedido de uma nova hipótese que a transgressão de suas fronteiras, eu tenho sempre defendido uma conexão tão próxima quanto possível entre a hipótese quântica e a dinâmica clássica, e por não caminhar fora das fronteiras da última até que fatos experimentais deixem nenhum outro caminho aberto. Eu tenho tentado manter este ponto de vista na revisão deste tratado, necessária para uma nova edição.”²⁰⁹

Em 1914, Planck colocou o h governando somente a interação entre osciladores e partículas livres, sendo que a absorção e emissão de radiação seguiam as leis clássicas. Planck estava sempre argumentando sobre a lei de radiação e tentando restringir o uso do quantum para um mínimo suficiente para derivar aquela lei.

Assim, podemos dizer que, no início do desenvolvimento da física quântica, ao lado da proposta de quebra de continuidade da energia, existiam duas concepções diferentes do quantum: de um lado, o quantum de energia de Planck associado apenas à interação da radiação com a matéria, de outro, o quantum de luz de Einstein associado à energia radiante em trânsito.

²⁰⁹ Max Planck, **op. cit.**, nota 73, p. vii. O ceticismo de Planck em relação aos desenvolvimentos da teoria quântica da radiação se expressa também em correspondências que troca com Wilhelm Wien durante os muitos anos em que trabalharam juntos no corpo editorial dos “Annalen der Physik”. Em uma carta de 1909, Planck escreve que para Einstein “o quantum elementar h também é importante para os processos no vácuo puro”, mas que ele (Planck) “não acredita nisso”, assim como Lorentz e o próprio Wien (a quem a carta é endereçada). Planck destaca ainda que: “Por que alguém deveria complicar a teoria desnecessariamente? Já existem dificuldades suficientes e a gente pode ficar totalmente satisfeito se conseguir reunir tudo em um só lugar, todos os processos dentro da molécula.” Citado em: Dieter Hoffmann (org.). **Max Planck und die moderne Physik**. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010, p. 27.

4.5 O Primeiro Congresso de Solvay

No contexto da discussão que estamos fazendo, quando frisamos a ligação entre o desenvolvimento histórico e a filosofia da ciência, é interessante mencionar outro acontecimento destacado por Jammer, pois serve para demonstrar a resistência de ilustres cientistas para aceitar as novidades científicas que se lhes apresentavam. O famoso “Congresso Solvay”, realizado em Bruxelas de 30/10 a 03/11/1911, teve a finalidade de tentar resolver, de uma vez por todas, a problemática associada à concepção dos quanta. Dele participaram os mais importantes físicos do momento, entre outros, Henri Poincaré (1854-1912), Marcel Brillouin, Maurice de Broglie, Paul Langevin, Albert Einstein, Walter Nerst (1864-1941), Max Planck, Ernest Rutherford (1871-1937), James Jeans, Arnold Sommerfeld, Wilhelm Wien e Hendrik. A. Lorentz.

Esse Congresso foi extremamente importante para a fundamentação da física quântica futura. Vamos reproduzir a seguir longos trechos de um livro escrito pelo historiador da ciência alemão Armin Hermann que o dedicou exatamente ao desenvolvimento da teoria quântica desse período e que envolveu, como veremos, vários dos principais nomes que apareceram na cronologia apresentada na seção 4.1. Com relação às repercussões do Congresso de Solvay de 1911, ele diz que:

“O relatório oficial do congresso, que foi publicado na França durante o verão de 1912 e a tradução alemã ao final de 1913, representou um manual sintético do problema quântico. Devido à importância fundamental das questões que ele tratou e em função da participação dos mais importantes físicos da época, sua publicação estimulou fortemente o interesse de todos os físicos envolvidos em novos desenvolvimentos. (...)

(...) como resultado do congresso internacional de Bruxelas o conceito quântico atravessou as fronteiras do mundo de fala alemã e tornou-se uma matéria de interesse na França e na Inglaterra. (...)

Na Inglaterra, James Jeans e Lord Rayleigh tinham, desde o início, rejeitado a derivação de Planck da fórmula da radiação. J. J. Thomson acreditava que ele poderia explicar a estabilidade do átomo com base na física clássica, enquanto que Rutherford era um físico muito empiricista para reconhecer o significado do problema. Bohr notou que ‘os velhos

Bragg²¹⁰ (...) eram os únicos na Inglaterra que demonstravam algum interesse na teoria quântica.’

Após o congresso nós encontramos, por exemplo, que Louis de Broglie ‘tinha lido e estudado em todos os seus detalhes as exposições sobre os quanta para os quais o primeiro Congresso de Solvay estava dedicado.’ Ele descreve o grande impacto que o relatório do congresso tinha provocado nele com as seguintes palavras: ‘Com vigor juvenil, entusiasmei-me com os problemas interessantes que tinham sido pesquisados e prometi a mim mesmo não poupar esforços em conseguir um entendimento da verdadeira natureza desses misteriosos quanta que Planck tinha introduzido dez anos antes na física teórica mas cujo significado não tinha sido entendido naquela época.’ (...)

Numa conversa particular com Ernest Rutherford (na Inglaterra), Niels Bohr obteve, ao final de 1911, ‘um relato vívido’ das discussões que aconteceram no Congresso Solvay; quando o relatório do Congresso apareceu alguns meses mais tarde, Bohr estudou-o cuidadosamente.”²¹¹

Entre as conclusões gerais do encontro, foi de certa maneira estabelecido, que era necessário introduzir algum tipo de descontinuidade na física e que talvez fosse necessário alterar as leis da física. Nesse congresso Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) expôs que o PRCN era ainda “o mais misterioso e mais difícil problema de ser entendido”²¹².

Notamos, portanto, que uma refutação das teorias da física clássica ou uma revolução científica não ocorre de um momento para outro. Pelo contrário, ela envolve o trabalho de uma grande quantidade de pesquisadores inquietos com o andar da carruagem dominante.

As figuras importantes da física como Planck, Einstein, Bohr, de Broglie, Lorentz, e muitos outros acima mencionados, construíram façanhas, mas também cometeram muitos enganos e erros de avaliação. Planck não foi exceção.

²¹⁰ Os Bragg a que Bohr aqui se referia, numa entrevista por ele concedida anos mais tarde, eram os dois físicos ingleses William Henry Bragg e William Lawrence Bragg que, entre outros trabalhos, produziram um método para a medida exata do comprimento de onda dos raios X.

²¹¹ Armin Hermann. **The genesis of quantum theory (1899-1913)**. Massachusetts: The MIT Press, 1971, p. 142-143. Esse livro é construído destacando diferentes físicos que contribuíram para o desenvolvimento da física quântica desse período como, por exemplo, Planck, Lorentz, Einstein e Bohr.

²¹² Max Jammer, **op. cit.**, nota 50, p. 52.

4.6 Ainda Planck e Einstein

É interessante ler também o que Planck escreveu, em 1913, na conclusão de seu livro sobre a teoria da radiação térmica, ao comentar processos irreversíveis de radiação no interior de uma cavidade:

“(...) se os osciladores e elétrons estão em movimento, haverá choques entre eles, e, em cada impacto, ocorrerão ações que influenciarão a energia de vibração dos osciladores num modo completamente diferente e muito mais radical que a simples emissão e absorção de energia radiante. É verdade que o resultado final de todas essas ações de impactos pode ser antecipado pelo auxílio de considerações probabilísticas discutidas na terceira seção, mas mostrar em detalhe como e em quais intervalos de tempo este resultado é alcançado será o problema de uma teoria futura. É certo que, de tal teoria, pode ser esperada uma informação adicional sobre a natureza dos osciladores que realmente existem na natureza, pela única razão de que ela deve dar uma melhor explicação do significado físico da quantidade elementar de ação universal, um significado que certamente não é de importância secundária se comparado com aquele da quantidade elementar de eletricidade [*grifos nossos*].”²¹³

Notamos assim que, apesar de ter ciência de que o problema da radiação térmica não podia ser resolvido apenas com base em considerações relacionadas com a suposição da emissão e absorção de energia radiante pelos átomos constituintes das paredes da cavidade, Planck ainda não fazia menção às contribuições de Einstein sobre o assunto. Uma das poucas possibilidades de ruptura com os fundamentos da física clássica, que encontramos nesse livro de Planck, surge quando ele questiona a utilização do teorema da equipartição de energia por Rayleigh. Essa possibilidade é sugerida na seguinte passagem do mesmo livro:

“Se a lei da equipartição de energia fosse verdadeira em todos os casos, a Lei da Radiação de Rayleigh seria, em conseqüência, mantida para todos os comprimentos de onda e em todas as temperaturas. Mas desde que essa possibilidade é excluída pelas medidas que temos à mão, a única conclusão possível é que a lei de equipartição de energia e, com ela, o sistema

²¹³ Max Planck, **op. cit.**, nota 73, p. 214-215.

de equações de Hamilton do movimento, não possui a importância geral atribuída a ela pela dinâmica clássica. Aí está a prova mais forte da necessidade de uma modificação fundamental na última.”²¹⁴

Portanto, a aceitação da ruptura com a física clássica foi um processo longo e penoso tanto para Planck quanto para muitos de seus contemporâneos. A aceitação plena da teoria quântica foi concretizada na década de 1920, como a cronologia acima mencionada exemplifica. Bohr, no artigo polêmico em que descreveu seu longo debate quântico com Einstein, que até hoje desperta as mais diversas interpretações, aproxima o Planck de 1900 ao Einstein de 1917, com as seguintes palavras:

“Um importante avanço no desenvolvimento da teoria quântica foi feito pelo próprio Einstein em seu famoso artigo de 1917 sobre o equilíbrio radiante, no qual ele mostrou que a lei de radiação térmica de Planck podia ser deduzida, de forma simples, de pressupostos compatíveis com as idéias básicas da teoria quântica da constituição dos átomos.”²¹⁵

²¹⁴ Idem, p. 185-186.

²¹⁵ Niels Bohr, **op. cit.**, nota 192, p. 45.

Capítulo 5

Uma verdadeira catástrofe nos manuais didáticos universitários

“Por que (re)ler os clássicos? A gente não imagina um escritor que não tenha lido Proust e Faulkner, um filósofo que não tenha trabalhado Husserl e Sartre, um músico que não tenha ouvido Stravinski e Messiaen, um pintor que não tenha visto Picasso e Malevitch. Mas a gente não se espanta que um físico não tenha lido nem Einstein nem Heisenberg – para nos manter neste século. (...) É bom poder reviver 'em contato direto' esses esforços admiráveis, e de reencontrar o vigor e a complexidade, freqüentemente tornados insípidos e esterilizados nos manuais de ensino e nos livros de divulgação.”

Lévy-Leblond²¹⁶

5.1 Quase-história e reconstruções racionais ruins nos textos de ensino acadêmico

Na leitura de várias fontes que abordam a física quântica, principalmente nos manuais universitários, encontramos várias apresentações sobre o desenvolvimento da radiação do corpo negro que diferem em muitos aspectos do resumo histórico aqui apresentado.

Encontramos vários trabalhos que fazem críticas ao tratamento dos manuais. Por exemplo, M. A. B. Whitaker, ao criticar vários manuais da língua inglesa, em que seus autores utilizam a quase-história, já discutida no capítulo 1, que pode ser entendida como uma espécie de reconstrução racional da história, afirma o seguinte com relação ao tema que estudamos:

“A quase-história não pode aceitar a idéia que mesmo cientistas geniais podem cometer erros. (...) Nós vemos esses efeitos na maneira como a quase-história trata a lei de Rayleigh-Jeans. Ela coloca-a seguramente temporalmente anterior à lei de Planck, pois, assim que a última fosse conhecida, a quase-história assume que ela seria completamente entendida e aceita, e não haveria necessidade de adicionais procedimentos clássicos. O fato de que em 1905 Rayleigh estava não apenas pensando classicamente, mas não podia mesmo entender o procedimento de Planck apareceria como uma surpresa. E o fato de que Rayleigh teve que

²¹⁶ Jean-Marc Lévy-Leblond. Preface. In: José Leite Lopes e Bruno Escoubés, **op. cit.**, nota 43, p. v.

ser corrigido por Jeans é suprimido de tal modo que muitos estudantes imaginam que a lei foi descoberta por um físico chamado Rayleigh-Jeans.”²¹⁷

Certamente muitos de vocês devem ter lido essas palavras identificando-se com as conclusões do autor. Ele chega até a sugerir que os manuais têm suas razões para assim proceder, mas adverte que devemos apresentar a física como uma área do conhecimento viva e dinâmica e não como algo já completamente estruturado.

M. A. B. Whitaker menciona uma resenha de um livro que abordava a física moderna; segundo ele, o “*resenhador corrige o autor do livro*” afirmando que a lei de Rayleigh-Jeans, referente à radiação do corpo negro, já era conhecida antes de Planck ter descoberto sua própria lei.

De fato, Planck anunciou, num encontro da German Physical Society, em 14/12/1900, a sua lei. Seu método não tem nada a ver com o apresentado pelo livro didático de Eisberg (**Fundamentals of Modern Physics**, New York: Wiley). É verdade que “*em 06/1900 Rayleigh havia publicado um pequeno artigo no qual ele apresentava um método de computar o número de graus de liberdade do corpo negro.*”²¹⁸

Ele obteve uma expressão proporcional à densidade de energia, mas não calculou a constante de proporcionalidade. Whitaker afirma que

²¹⁷ M. A. B. Whitaker, **op. cit.**, nota 21, p. 240.

²¹⁸ Idem.

“Do ponto de vista metodológico, Rayleigh inicia suas investigações partindo de estudos sobre as vibrações de uma massa de ar em um volume confinado. Ele se remete ao seu trabalho de base “The Theory of Sound” (1877/78) [...] e então analisa as “vibrações etéreas” em analogia às vibrações do ar. Remete-se, assim, a ondas estacionárias, formadas pela sobreposição de ondas incidentes, que são refletidas nas paredes. As condições de contorno impõem que, dependendo da natureza das ondas e das paredes, nós ou barrigas devem existir na parede. No caso do som, por exemplo, uma condição de contorno pode impor que o ar na parede não tenha um componente de velocidade normal. O requisito de que a parede seja aproximadamente uma superfície do nó para um determinado volume obviamente não pode ser atendido para qualquer comprimento de onda. Isso leva à questão de quantas ondas num intervalo de comprimentos de onda podem existir sob essas condições específicas. Assim, por razões puramente dimensionais, espera-se que o número de ondas possíveis seja proporcional a [uma particular relação entre o volume e o comprimento de onda]”. (Hans-George Schöpf. **Von Kirchhoff bis Planck. Theorie der Wärmestrahlung in historisch-kritischer Darstellung**. Braunschweig: Vieweg, 1978, p. 85-86, tradução livre). Para mais detalhes sobre o trabalho de Rayleigh, ver também: Lord Rayleigh. Remarks upon the Law of Complete Radiation. **Philosophical Magazine**, v. 49, p. 539-540, 1900.

“era óbvio para Rayleigh que a expressão era insatisfatória e que ela divergia para o infinito para pequenos comprimentos de onda e que a integral para todas as frequências era também infinita”.

Porém, Rayleigh apenas

“sugeriu a inclusão de um fator de corte exponencial arbitrário para obter resultados sensíveis. Não havia nenhum prenúncio de catástrofe no tom desse artigo de Rayleigh.”²¹⁹

Em 1905 Rayleigh calculou o coeficiente de proporcionalidade! Ou seja, bem após os artigos de Planck de 1900, que Rayleigh já conhecia, tanto é que notou que “*seu resultado era cerca de oito vezes o de Planck*” para grandes comprimentos de onda. Ainda em 1905, outro físico inglês, Jeans, fez uma alteração na expressão de Rayleigh conseguindo que sua nova expressão, que passou após a correção a ser denominada de “lei de Rayleigh-Jeans”, coincidissem com a de Planck naquele limite de grandes comprimentos de onda. Whitaker enfatiza que não se pode, de maneira alguma, afirmar que essa expressão tivesse levado Planck à hipótese quântica, como alguns textos didáticos indicam. Aparentemente, para preservar a “objetividade”, é preferível deixar entendido que a física clássica produziu a expressão de Rayleigh-Jeans e que a substituição da equipartição de energia pela quantização da energia produziu a expressão de Planck. É a “quase-história” desempenhando seu papel. É um exemplo de má reconstrução racional.

Demos aqui esse extrato relativamente longo dos artigos de Whitaker para exemplificar algo que foi longamente discutido no capítulo 1 deste texto, que é o fato de que os manuais didáticos são redigidos na busca por síntese e propagação de uma ideia de ciência objetiva, racional e cumulativa. Por essas razões, muitas vezes os manuais científicos deturpam a história da física e a própria compreensão dos seus desenvolvimentos.

²¹⁹ M. A. B. Whitaker, **op. cit.**, nota 21, p. 108-109.

5.2 Alguns problemas sobre as principais abordagens do PRCN em manuais didáticos

Uma análise das principais abordagens sobre o PRCN em textos universitários de Física Moderna²²⁰ nos mostra que as abordagens utilizadas não estão sendo realmente úteis para o propósito em que são utilizadas: introduzir a noção de quantização de energia.

Ao utilizarem o PRCN para introduzir a quantização de energia, os livros em geral falham ao enfatizá-la como a principal contribuição de Planck, pois, muito embora ele tenha realmente realizado uma quantização, esta se mostrou, na época, confusa, não compreendida e não completamente fundamentada. Também o principal detalhe esquecido por esses textos: a quantização de Planck é bastante diversa daquela que compreendemos hoje com a física quântica.

O PRCN normalmente é trabalhado de maneira rápida e superficial como introdução ao estudo da física quântica em livros sobre física moderna. Essa abordagem superficial é muito complicada, esconde exaustivas reflexões e desenvolvimentos matemáticos e conceituais. A síntese, também, pode provocar no leitor uma sensação de inferioridade frente à não compreensão de fatos apresentados como óbvios. Ainda, essas abordagens superficiais nos mostram o quanto frases mal formuladas induzem a generalizações indesejáveis tanto em relação aos desenvolvimentos históricos como físicos.

Essa maneira superficial e equivocada de analisar o PRCN é o que ocasiona os principais problemas encontrados nas abordagens que analisamos, que dizem respeito às distorções na própria compreensão da física, do fazer científico e da história da física. Discutimos brevemente, essas principais distorções:

a) **Distorções na compreensão física**²²¹. Notamos que a simplificação excessiva na abordagem do PRCN e a superficialidade com que o tema é tratado levam muitos autores a cometerem distorções de natureza física. A omissão em fatos, detalhes ou mesmo

²²⁰ Erika Regina Mozena. **A solução de Planck para o Problema da Radiação de Corpo Negro (PRCN) e o ensino da física quântica**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Física e Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. 2003. Nesse trabalho, de onde os capítulos de 2 a 4 foram adaptados, é analisada em detalhe a abordagem do PRCN de dois livros bastante utilizados. Essas duas abordagens não se distinguem muito de muitas outras que encontramos à disposição na biblioteca do IFUSP.

²²¹ É importante que fique claro que não estamos afirmando que os autores cometeram erros de natureza física. Estamos apontando que a simplificação exagerada levou os autores a distorcerem a física.

desenvolvimentos matemáticos, levam os autores a distorcer explicitamente alguns conceitos físicos. Exemplos:

- **Simplificação da noção de corpo negro e da equivalência de sua emissão com a radiação no interior de uma cavidade.** Essas noções físicas são bastante sofisticadas e possuem uma estrutura conceitual e teórica bastante complexa e intimamente ligada com a experimentação. Ao apresentá-las de maneira demasiadamente simplificada, sem muitas vezes especificarem a natureza ideal do corpo negro²²², os textos não fornecem ao leitor uma verdadeira compreensão da radiação térmica, do PRCN e sua história.

- **Quantizações equivalentes mal explicadas.** Os textos analisados não diferenciam o conceito de quantização de Planck daquele que tomamos hoje na física quântica. Além disso, os textos não são claros sobre qual ente físico eles estão quantizando: a energia dos modos de radiação no interior da cavidade ou a energia dos osciladores harmônicos em suas paredes. Também não é explicado de maneira convincente por que essas situações físicas são equivalentes, e o que é pior: essa equivalência só é possível de ser entendida a partir da compreensão atual da física quântica. Em outras palavras: os textos estão tentando ensinar o que é quantização, mas a compreensão adequada dos desenvolvimentos delineados só é possível para alguém já inteirado com a física quântica. Por isso é que afirmamos que esses manuais não estão atingindo adequadamente o objetivo de introduzir a noção de quantização de energia com o estudo do PRCN.

b) Distorções no fazer científico. Também devido à superficialidade de abordagem e ao fato de que os desenvolvimentos teóricos parecem ter mais importância no meio científico moderno, os textos se mostraram omissos demais em relação aos desenvolvimentos experimentais. Essas omissões distorcem o processo de trabalho científico, dificultando até a própria compreensão do tema em estudo e banalizando a construção do saber científico. Apontamos os principais problemas encontrados:

- **Ausência de discussão sobre as medidas de radiação térmica.** Quando algum dos textos analisados apresenta alguma explicação relacionada aos desenvolvimentos experimentais, este o faz de maneira muito simplista e não fornece uma noção exata do

²²² O único texto em que encontramos explicitamente a noção ideal de um corpo negro foi o de Tipler. Mesmo assim sua apresentação deixou muito a desejar em relação a toda complexidade do assunto.

procedimento experimental e análise do fenômeno, conjunto extremamente necessário para a compreensão da radiação térmica e para a formação de físicos e professores.

- Também ao tratar demasiadamente com a noção de densidade de energia da radiação na cavidade, os textos evidenciam seu enfoque teórico. Não é discutido em nenhum deles que a grandeza experimental medida não é a densidade de energia da radiação, e sim a intensidade de radiação emitida.

- **Banalização ou excessiva genialidade para o trabalho de Planck.** Notamos também nos textos consultados que o processo científico do trabalho de Planck está completamente adulterado. Estes muitas vezes induzem (de maneira explícita ou não) o leitor a entender o procedimento de Planck de forma diversa do seu trabalho original, ou ainda mesmo omitem muitos desenvolvimentos importantes. Com essas distorções, Planck ora é supervalorizado por uma genialidade incomum, pois “sozinho e de maneira breve ele foi o único a pensar em quantização”, ora tem seu trabalho e esforço banalizado, pois não é mostrado todo o seu grande programa de pesquisa.

c) Distorções para a história da física. Na tentativa de ensinar física quântica a partir de uma abordagem que leve em consideração os marcos históricos, mas sem abrir mão dos conceitos e desenvolvimentos modernos, os textos cometeram erros, por vezes grosseiros, com relação à história da física. Apontamos abaixo os principais problemas:

- **Ênfase no uso da equipartição de energia.** Os textos apresentam a lei de Rayleigh-Jeans como o único desenvolvimento teórico que a física clássica podia produzir para explicar o PRCN. Com esse procedimento os textos comentados usam o conceito de equipartição de energia, que não era ainda totalmente fundamentado em 1900 e muito menos foi utilizado por Planck.

- **Alterações na cronologia dos fatos.** Os textos, além de atribuírem uma importância exagerada ao trabalho de Rayleigh e Jeans, não especificam que o trabalho de ambos não foi conjunto. Essa falta de informação induz os leitores a pensarem que estes desenvolveram a lei em parceria, ou ainda que Rayleigh-Jeans é o nome de um cientista apenas. Talvez para se esquivar de cometer erros, ou criar dúvidas nos leitores, todos os textos omitem a data da lei Rayleigh-Jeans.

- **Ausência da termodinâmica no trabalho de Planck de solução do PRCN.** Como já discutido no capítulo 1, todo o trabalho de Planck e seu programa de pesquisa tinham

a intenção em encontrar uma expressão apropriada para a entropia do corpo negro. Nenhum dos autores ao menos citou esse fato, quanto mais mostrou os reais desenvolvimentos de Planck.

5.3 Ampliando o uso pedagógico do PRCN

O PRCN e sua solução por Planck são tratados nos cursos universitários de Física apenas nas disciplinas introdutórias de física quântica e conforme já dissemos acima não estão atingindo seus objetivos principais: conceituar e apresentar a quantização de energia. Afirmamos isso principalmente por que a discretização de energia no PRCN tinha um significado completamente diverso daquele que entendemos hoje. Os manuais didáticos não observam esse aspecto e atribuem como principal contribuição de Planck uma quantização com significação moderna. Também é importante observar que a principal contribuição de Planck não foi a quantização de energia, mas sim a constante h .

Concluimos assim, pelos problemas expostos com relação a esses manuais didáticos, que o PRCN simplificado da forma que aparece não é útil. Acreditamos que seria mais proveitoso, nesse tipo de abordagem sintética, apresentar apenas uma discussão sobre a quantização de energia (com possível histórico da evolução do conceito), ou então, resolver o PRCN usando a quantização sob a ótica da física moderna, por exemplo, com estatística de fótons. Julgamos que, se forem feitas escolhas justificadas por abordagens superficiais, estas deveriam apenas se preocupar em ensinar os conceitos da física, sem mesmo mencionar a história da ciência, pois, sem contextualização adequada e preocupação com o funcionamento da ciência, estes relatos têm apresentado muitos erros, além de permitirem ao leitor generalizações indesejáveis.

Almejamos um ensino da ciência que forme profissionais autônomos, críticos, reflexivos e que também os prepare para vislumbrar eventuais futuras crises e revoluções científicas. Consequentemente, a educação científica não deveria se preocupar em pretensamente trabalhar toda a física de maneira breve, mas sim atuar com uma melhor seleção, flexibilização, problematização e aprofundamento dos seus conteúdos.

Julgamos também que uma maneira de se atingir esses objetivos seria a inserção da história e filosofia da ciência no ensino da física, tanto para propiciar a compreensão do papel das grandes teorias que se sucederam quanto para a aprendizagem significativa dos conteúdos físicos específicos. Nesse caso a educação científica deveria buscar por estratégias e leituras que

valorizem a cultura científica, como textos originais, e não apenas se basear nos manuais didáticos, diminuindo assim seus efeitos limitadores e/ou nocivos.

Um exemplo de tema bastante profundo, importante e cuja fundamentação é essencial para a formação de profissionais em ciência seria a gravitação universal. Além de ser extremamente rico no que tange aos aspectos históricos e filosóficos, esse assunto possibilita o tratamento de praticamente toda a mecânica, além da relatividade.

Outro exemplo poderia ser o estudo da radiação térmica, do PRCN e sua solução por Planck. Através deste texto, procuramos mostrar a riqueza e a profundidade do tema. Para compreender a física do PRCN é necessário o conhecimento de praticamente todos os ramos da física clássica: termodinâmica, eletromagnetismo e física estatística, além de noções da mecânica.

Dessa maneira, o PRCN poderia ser utilizado com um propósito muito maior do que apenas introduzir a mecânica quântica. Esse assunto poderia ser usado em muitas outras disciplinas para se estudar a física clássica e exemplificar um funcionamento mais real da ciência, no qual os modelos científicos fundem os vários ramos da física.

Capítulo 6

A física como instituição social – uma história externalista

“Possivelmente por ser tão facilmente aparente, o impacto da ciência sobre a estrutura social, especialmente por intermédio dos seus subprodutos tecnológicos, tem sido durante muito tempo objeto de interesse, senão de estudo sistemático. É fácil constatar que a ciência é uma força dinâmica de mudança social, embora nem sempre de mudanças previstas ou desejadas. De vez em quando até os físicos saíram dos seus laboratórios para reconhecer, com orgulho e surpresa, ou para repudiar, com horror e vergonha, as conseqüências sociais de seu trabalho. A explosão da primeira bomba atômica sobre Hiroshima nada mais fez que comprovar o que todo o mundo sabia. A ciência tem conseqüências sociais.”

Robert K. Merton²²³

6.1 Introdução

O filósofo Tales de Mileto, que viveu no século VI AC, é geralmente considerado o primeiro filósofo-cientista da história. Suas contribuições à ciência estão relacionadas com a previsão de eclipses, com trabalhos em geometria e, principalmente, com a atribuição à água da qualidade de ter sido o primeiro elemento fundamental da natureza a partir do qual teriam surgido todos os seres vivos, animais e plantas, bem como todos os corpos que constituem o universo terrestre.

Atribuir a Tales essa primazia de ter sido o primeiro cientista, ou de forma equivalente o primeiro filósofo, é um exagero da tradição ocidental. No oriente, à mesma época em que viveu esse filósofo grego, encontramos figuras destacadas como Sidarta Gautama, o Buda histórico, que viveu na Índia. Ainda durante o mesmo século VI AC floresceram as concepções de mundo de Confúcio e Lao Tsé na China, Zaratustra na Pérsia, entre outros. No ocidente, Pitágoras e Heráclito eram exemplos adicionais da nascente ciência grega.

²²³ Robert K. Merton. **Sociologia, teoria e estrutura**. São Paulo: Ed. Mestre Jou, 1970, p. 631. Esta citação foi extraída da Parte IV desse livro do Merton, importante sociólogo contemporâneo norte-americano. Nessa parte do livro, que tem por título *Estudo sobre a sociologia das ciências*, Merton apresenta um estudo aprofundado das relações das ciências, particularmente da física, com a estrutura social.

Pelas mais variadas razões encontramos o que hoje chamamos de cientistas²²⁴ ao longo de toda a história a partir de então. Impulsionados por motivos religiosos de diferentes orientações, inspirados nos mais instigantes fenômenos naturais, procurando descobrir os profundos segredos alquímicos, tentando desvendar o segredo elementar da constituição última do universo, esquadrinhando pacientemente os céus na perseguição dos astros preguiçosos com o intuito de explicar seu movimento e sua influência sobre a vida dos mortais, enfim, satisfazendo a insaciável curiosidade humana, encontramos sempre, trabalhando isoladamente ou constituindo escolas ou grupos de pesquisa, criadores responsáveis pelo desenvolvimento do conhecimento científico.

Ao lado dessas aparentemente genuínas motivações intelectuais, que constituiriam os elementos motivadores da assim chamada *pesquisa pura*, localizamos no desenvolvimento do conhecimento científico influências sociais mais explícitas que também motivam a investigação, como fica dramaticamente exemplificado no exemplo mencionado na epígrafe deste capítulo. No que se refere à parte desse conhecimento científico pertencente à física, desde a época de Newton poderíamos mencionar inúmeros exemplos dessas influências sociais. Citemos alguns: a construção de mapas celestes para auxiliar na localização de navios em alto mar, o estudo da balística, a termodinâmica das máquinas térmicas, a determinação de temperaturas em fornos siderúrgicos, a bomba atômica, etc. Daí viria a denominação *pesquisa aplicada*. Cabe aqui uma breve reflexão de Karl Marx (1818-1883):

“Mas, sem a indústria e sem o comércio, o que seria feito das ciências da natureza? Até mesmo estas ciências ‘puras’ da natureza começam por ir buscar as suas finalidades e os seus materiais ao comércio e à indústria, à atividade sensível dos homens”.²²⁵

O conhecimento científico, portanto, assim como qualquer outro, nasce da curiosidade inata da espécie humana, deslumbrada desde sempre com o enfrentamento do desconhecido. Estabelecer um **diálogo inteligente com o mundo** é uma das razões básicas da evolução do

²²⁴ Segundo John D. Bernal, o termo **cientista** teria sido inventado, em 1840, por W. Whewell, clérigo e filósofo de Cambridge, quando, no seu livro **Philosophy of the Inductive Sciences**, de 1857, escreveu: “*Nós precisamos muito de um nome para descrever um cultivador da ciência em geral. Eu estaria inclinado a denominá-lo um Cientista.*”

²²⁵ Karl Marx. **Textos filosóficos**. Lisboa: Editorial Estampa, 1975, p. 106-107. Original alemão.

conhecimento. A busca pelo conhecimento é alimentada também por interesses sociais e econômicos das classes que dominam a organização social reinante. A ciência, portanto, tem que ser entendida como um produto da vida social, e como tal, seu estudo não pode ser realizado à parte da história. É claro que podemos discursar sobre a lógica da descoberta científica, a epistemologia ou desenvolvimento de conhecimentos científicos, a evolução da investigação experimental, a estética das teorias científicas e o imaginário criador do cientista, etc. Mas para entender, criticar e planejar a pesquisa que realizamos hoje, é necessário também conhecer o desenvolvimento da ciência vinculado à organização social das diferentes etapas históricas.

É preciso deixar de lado uma visão ingênua sobre o papel da ciência que a considera como um empreendimento neutro, objetivo e que nos conduz em direção ao progresso e à felicidade. É necessário tratá-la como uma atividade cultural como quaisquer outras atividades culturais. A ciência, e a física aí incluída, é uma instituição social que sofre todas as pressões econômicas, ideológicas, políticas, etc., como todas as demais instituições sociais que constituem nossa sociedade contemporânea. Cabe aqui ponderar sobre estas palavras de Pierre Thuillier:

“Ainda que haja exceções, nossa cultura, nos dias que correm, nos ensina essencialmente a venerar “a ciência”, a admirar seus representantes. Já é tempo de aprender também a encarar com menos complacência uma instituição que cada vez mais está presente em todos os setores de nossa vida e manifesta certas tendências imperialistas ... Em resumo, como em relação a todas as potências deste mundo, vale mais certa falta de respeito que uma cega idolatria.”²²⁶

6.2 O início da ciência como instituição

O Renascimento marcou uma grande transformação em todas as áreas do conhecimento. Os séculos XV e XVI, que testemunharam essa revolução criativa, são os mesmos séculos das grandes navegações, que levaram os europeus à descoberta (ou invasão) da América e ao caminho das Índias, favorecendo a intensificação do comércio dessa época. A bússola e a pólvora, invenções chinesas, assim como a orientação marítima pelos astros através dos mapas

²²⁶ Pierre Thuillier. **El saber ventrílocuo. Cómo habla la cultura a través de la ciencia**. México: Fondo de Cultura Económica, 1990, p. 14-15. Original francês de 1983.

celestes, que tinha em Copérnico, por exemplo, um exímio artífice, enfim, a investigação científica começava a encontrar um emprego que também podia dar lucro. Até na antiga Grécia isso já ocorria, a julgar pelo depoimento de Aristóteles que chegou a atribuir a Tales de Mileto a façanha de ter aplicado seus conhecimentos filosóficos e científicos para ganhar muito dinheiro com o primeiro monopólio conhecido, no caso o do azeite de oliva, da história!

O físico John D. Bernal escreveu, no início da década de 1950, um amplo relato sobre as ciências em geral, do qual extraímos a seguinte citação:

“A instituição da ciência como um corpo coletivo e organizado é algo novo, mas ela mantém um caráter econômico especial que já estava presente no período em que a ciência progredia devido a esforços isolados de indivíduos. A ciência difere de todas as outras assim chamadas profissões liberais; sua prática não possui valor econômico imediato. Um advogado pode solicitar ou dar um julgamento, um médico pode curar, um padre pode celebrar um casamento ou dar consolo espiritual, um engenheiro pode projetar uma ponte ou uma máquina de lavar roupa, tudo coisas ou serviços para os quais as pessoas estão prontas a pagar imediatamente. (...) As produções da ciência, à parte de certas aplicações imediatas, não são vendáveis, embora num período relativamente curto de tempo elas possam, por incorporação na técnica e na produção, produzir mais novas riquezas do que todas as outras profissões combinadas.

Antigamente fazer ciência era uma ocupação de tempo parcial ou de tempo livre para as pessoas ricas e que não tinham o que fazer, ou então de elementos endinheirados das profissões mais velhas. O astrólogo profissional da corte era também freqüentemente o médico da corte. Isto inevitavelmente fez da ciência um monopólio virtual das classes média e superior. Basicamente tanto as tarefas como as recompensas da ciência derivam das instituições e tradições sociais, incluindo, à medida que o tempo avança, a própria instituição da ciência. Isto não é necessariamente uma depreciação da ciência. (...)

A depreciação real da ciência é a frustração e a perversão que aparecem numa sociedade na qual a ciência é valorizada pelo que ela pode acrescentar ao lucro privado e aos meios de destruição. Os cientistas que vêm em tais fins a única razão pela qual a sociedade em que vivem apoia a ciência, e que não podem imaginar nenhuma outra sociedade, sentem forte e sinceramente que todo direcionamento social da ciência é nefasto. Eles sonham com um retorno a um estado ideal, que de fato nunca existiu, onde a ciência fosse produzida como um fim em si mesma. Mesmo a definição da matemática pura, de G. H. Hardy: “Esta

matéria não tem uso prático; isto quer dizer que ela não pode ser usada para promover diretamente a destruição da vida humana ou para acentuar as atuais desigualdades na distribuição da riqueza”, foi desmentida pelos eventos; estes dois resultados, durante e desde a última guerra mundial, fluíram de seu estudo. De fato, em todos os tempos o cientista necessitou trabalhar em estreita conexão com outros três grupos de pessoas: seus padrões, seus colegas e seu público.”²²⁷

Apesar de já se terem passado mais de sessenta anos, essas palavras de Bernal são bastante atuais e me fazem lembrar que o teatrólogo e poeta alemão Bertolt Brecht dizia que a ciência devia aliviar a canseira da existência humana de toda a humanidade, e não apenas de uma pequena parcela dela, como ainda ocorre nos dias atuais.

6.3 As sociedades científicas

Como afirma Bernal, a ciência como instituição social organizada é um fenômeno relativamente recente. Se até à época de Galileu, Kepler e Descartes, ela era ainda caracterizada como fruto do trabalho isolado de cientistas que raramente trocavam informações entre si, essa situação começou a se alterar a partir da segunda metade do século XVII. Datam dessa época mudanças significativas no modo de produção e divulgação do conhecimento científico. Em primeiro lugar, surgiram as associações de cientistas em pequenos grupos de estudo e discussão que aos poucos daria origem às primeiras sociedades científicas em diferentes países da Europa. Em segundo lugar, e talvez até uma novidade mais importante, começaram a surgir as primeiras revistas científicas.

Com relação às sociedades ou academias científicas convém destacar que em 1601 foi fundada, na Itália, a Academia dei Lincei; em 1662, surgia a British Royal Society, em Londres, enquanto em 1666 era fundada a Academia Francesa de Ciências e, em 1700, a Academia de Ciências de Berlin. Por volta de 1790 já existiam cerca de 220 sociedades científicas em todo o mundo.²²⁸

E o que ocorria no Brasil por essa época?

²²⁷ John Desmond Bernal. **Science in History**. London: Penguin Books, v. 1, 1971, p. 32-33.

²²⁸ Hilary Rose e Steven Rose. **Science and society**. London: Penguin Books, 1971, p. 11.

Fernando de Azevedo informa que por ocasião da invasão holandesa em Pernambuco, em 1637, o Conde de Nassau trouxera consigo um grupo de *cultivadores da ciência*, como eram então denominados os cientistas. Em particular registrava-se a presença do físico e astrônomo holandês J. Marcgrave, responsável pelas primeiras observações astronômicas na América do Sul. Com a expulsão dos holandeses, em 1644, terminou essa breve experiência científica na cidade de Olinda.²²⁹

O historiador brasileiro Nelson Werneck Sodré cita a fundação de uma Academia de Ciências, em 1771, na cidade do Rio de Janeiro, que funcionou apenas por alguns meses. Ele acrescenta que a vida efêmera dessa Academia indica que *não era suficiente o ato de vontade para estabelecer aquilo que a sociedade não solicitava*.²³⁰

6.4 Crescimento da ciência e as publicações científicas

Com relação às publicações de periódicos, o surgimento da primeira revista científica, em 1665, a *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, revolucionou a comunicação científica.

O historiador da ciência norte-americano Derek de Solla Price escreveu um livro onde faz interessantes comentários sobre o rápido crescimento do número de cientistas e de publicações científicas. Desse trabalho de Solla Price, destaco as seguintes informações:

1. em 1750 havia cerca de 10 publicações científicas;
2. em 1830 esse número subia para perto de 300 publicações, forçando o aparecimento da primeira revista de resumos de artigos, que passou a ser conhecida por revista de resumos (*abstracts*);
3. em 1950 foi a vez das revistas de resumos atingirem o número de 300;
4. à época da publicação de seu livro, 1972, Solla Price informava a existência de cerca de cem mil publicações científicas;²³¹

²²⁹ Fernando de Azevedo. **A cultura brasileira. Introdução ao estudo da cultura no Brasil**. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1963, p. 379.

²³⁰ Nelson Werneck Sodré. **Síntese da história da cultura brasileira**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 4.ed., 1976, p. 43.

²³¹ Derek de Solla Price. **A ciência desde a Babilônia**. São Paulo: Itatiaia e EDUSP, 1976, p. 145-147.

5. em meados da década de 1980 já existiam revistas de títulos, ou seja, *abstracts-of-abstract journals*, isto é, resumos de jornais de resumos, além das revistas eletrônicas que hoje proliferam na internet.

Nos últimos anos a publicação de artigos científicos se transformou no elemento mais citado nas discussões sobre a avaliação do trabalho dos pesquisadores universitários. Um lema norte-americano, *publish or perish*, que poderia ser traduzido por publique ou desapareça, acabou virando uma *palavra de ordem* na avaliação do trabalho científico contemporâneo.

O título do capítulo do livro de Solla Price que citamos acima aparenta estar em contradição com os números mencionados: *Enfermidades da ciência*. Por quê? Vamos seguir este estudo do historiador que, após esses números, apresentava a seguinte observação:

“A mais notável conclusão a retirar dos dados até agora examinados é a de que o número de periódicos especializados cresceu exponencial e não linearmente. (...)

(...) A lei exponencial é a consequência matemática de haver uma quantidade que aumenta tanto mais rapidamente quanto maior se torna. O número de revistas especializadas comportou-se à semelhança de uma colônia de coelhos que se acasalam entre si e que se reproduzem freqüentemente. Por que se daria que as revistas especializadas parecem produzir mais revistas especializadas, em índice proporcional ao seu número, em qualquer tempo, em vez de observarem um particular índice constante? Deve-se concluir que existe algo concernente às descobertas científicas ou aos artigos através dos quais são dadas a público tais descobertas que as leva a se comportarem dessa maneira. É como se cada avanço gerasse uma série de avanços novos, segundo um índice razoavelmente constante de produção, de sorte que o número de novos produtos é estritamente proporcional ao tamanho da população das descobertas, em qualquer tempo dado.”²³²

Paralelamente a esse desenvolvimento é claro que vinha antes o enorme e rápido crescimento do número de cientistas. Face a esse tipo de crescimento, Solla Price fez os seguintes comentários:

“É transparente que o processo com que nos familiarizamos durante os últimos séculos não corresponde a traço permanente de nosso mundo. Um processo de crescimento tão mais

²³² Derek de Solla Price, *op. cit.*, nota 231, p. 147-149.

vigoroso do que qualquer explosão populacional ou inflação econômica não pode continuar indefinidamente, mas há de conduzir a uma catástrofe intrinsicamente mais violenta do que a prometida por qualquer daqueles outros perigos evidentes.

Transpondo as fronteiras do absurdo, novo par de séculos de crescimento normal da ciência nos daria dezenas de cientistas por homem, mulher, criança e cão da população mundial.”²³³

Ou seja, pelos números coletados Solla Price concluiria que, no ano de 2250, caso aquele crescimento prosseguisse naquele ritmo, haveria um físico para cada homem, mulher, criança e... cão nos Estado Unidos! Como os cães certamente não dariam bons físicos, tal crescimento não poderia se manter indefinidamente.

6.5 Funções sociais da ciência

Sabemos hoje que essas extrapolações sugeridas pelos dados de Solla Price estão longe de se concretizarem na prática no que diz respeito à quantidade de físicos formados nas últimas décadas. Isso é particularmente verdadeiro para países subdesenvolvidos, como o Brasil, onde o número de pesquisadores está longe ainda de atingir um padrão razoável. Mesmo nos países desenvolvidos essa saturação acabou não ocorrendo pois houve uma diminuição da taxa de aumento de novos cientistas.

Nos Estados Unidos, estudos da National Science Foundation têm mostrado preocupação na direção contrária, isto é, com a rápida diminuição de procura por cursos de física e também pela diminuição de doutoramentos concluídos. No que se refere às publicações dados mais recentes têm confirmado as previsões de Solla Price: há um contínuo aumento de publicações estimulado pela alta competitividade entre os pesquisadores na garantia de emprego e progressão na carreira.

A ciência, esfinge enigmática, foi colocada na berlinda. É estudada segundo diferentes referenciais teóricos que procuram decifrá-la. Ainda no final da década de 1960 chegou até a surgir o termo “ciência da ciência”, tema central do XI Congresso Internacional de História da Ciência, ocorrido em 1965 na cidade de Varsóvia. A preocupação básica desse tipo de evento

²³³ Derek de Solla Price, *op. cit.*, nota 231, p. 157-158.

era procurar responder a uma série de questões culturais, econômicas e científicas provocadas pelo desenvolvimento e influência crescente da ciência:

1. quais são as funções sociais da ciência?
2. qual a responsabilidade do cientista junto à sociedade?
3. qual deve ser o volume da investigação científica básica necessária para assegurar um ritmo elevado de progresso das ciências aplicadas?
4. que influências as condições sociais e econômicas exercem sobre os ritmos e a tendência do desenvolvimento científico?²³⁴

A estas poderiam ainda ser acrescentadas as seguintes:

5. como aplicar este tipo de questionamento no Brasil?
6. qual a relação da ciência com o desenvolvimento do imaginário?
7. quem desenvolverá respostas para este tipo de questionamento?

Nesse elenco de perguntas que busca entender a função social da ciência constam explícita e implicitamente indagações que extrapolam o mero caráter utilitário que muitas vezes predomina nessas discussões.

Embora a ciência, e particularmente a física, nos últimos séculos, tenha desempenhado um papel importante como força produtiva, não se pode ignorar seu aspecto cognitivo, sua interligação com outras áreas do saber como a filosofia, a arte, a literatura, etc. Ignorar isso é distorcer o papel social da ciência.

Bárbara Freitag, socióloga brasileira, estabelece um conjunto de igualdades entre a ciência e diversas interpretações que, a meu ver, resumem adequadamente a intenção desta discussão, particularmente no contexto brasileiro contemporâneo²³⁵:

1. ciência = criatividade, inovação
2. ciência = fator de produção, força produtiva
3. ciência = instrumento de poder
4. ciência = ideologia (legitimação tecnocrática, falsa consciência).

Acredito que essas quatro igualdades servem de guia e motivação para discutir o papel da ciência no Brasil contemporâneo. Esse temário é fundamental para definir prioridades de

²³⁴ S. R. Mikulinski e N. T. Rodnyi. **Ciencias y prevision científica**. México: Roca, 1973, p. 15-17.

²³⁵ Bárbara Freitag. Prefácio. In: Regina L. de Moraes Morel. **Ciência e Estado: a política científica no Brasil**. São Paulo: Ed. T. A. Queiroz, 1979, p. xvi.

investigação, a política de investimentos em ciência e tecnologia, a política de capacitação de docentes e de pesquisadores, o papel da ciência na formação básica do cidadão contemporâneo, entre outros aspectos.

Nas duas próximas seções, vamos falar um pouco sobre Newton e sua época com a finalidade de introduzir, como exemplo extremado de uma história externalista, um estudo sobre as raízes sociais e econômicas do *Principia* de Newton, produzido na primeira metade do século passado pelo físico soviético Boris Hessen.

6.6 A ciência na Inglaterra à época de Newton

O sociólogo norte-americano Robert K. Merton, autor da epígrafe deste capítulo, dedicou grande parte de sua atividade de pesquisa à investigação do surgimento da ciência no século XVII na Inglaterra. Merton estudou, entre outros assuntos relevantes, o papel da estrutura socioeconômica da época na escolha de temas pesquisados pelos cientistas de então, por exemplo, a pesquisa da longitude e da balística à época de Newton. É particularmente interessante seu trabalho sobre a influência do puritanismo no desenvolvimento da ciência experimental. Para marcar a presença puritana no nascimento da ciência do século XVII, Merton afirma que:

“(…) da lista original de membros da Royal Society em 1663, 42 entre os 68 sobre os quais possuímos alguma informação acerca de sua orientação religiosa, eram manifestamente puritanos. Tendo-se em conta que os puritanos constituíam minoria relativamente pequena na população inglesa, o fato de constituírem 62% dos fundadores da Society torna-se mais notável.”²³⁶

Merton sugere que o próprio *ethos* puritano tinha muitos pontos de concordância com a nascente ciência. Segundo ele, Robert Boyle, um dos grandes cientistas daquela época, foi um dos que procuraram enlaçar ciência e religião. Assim o empirismo e o racionalismo seriam *canonizados e beatificados*, isto é, esses elementos estavam em estreita congruência com os

²³⁶ Robert K. Merton, *op. cit.*, nota 223, p. 686.

valores implícitos no protestantismo da época, e como tal aceitos.²³⁷ John D. Bernal, que enfatizava menos que Merton a importância dos puritanos, reconhecia o papel desempenhado pelo último bispo da Igreja da Morávia, John Amos Comenius (1592-1670) que, devido à Guerra dos Trinta Anos, viajava pelos países da Europa e foi convidado em 1641 a ir para a Inglaterra por sugestão do Parlamento. Comenius era conhecido devido a seus métodos educacionais bem sucedidos que compreendiam a prática e o ensino da nova filosofia experimental como parte da educação universal. Ele tentava criar um Colégio Pansófico²³⁸ onde pudesse pôr em prática essa filosofia e foi para a Inglaterra com a esperança de realizar esse objetivo; não conseguiu, porém, sua presença em Londres foi influente na criação da Royal Society.²³⁹ Merton acrescenta que, como era praxe no pensamento puritano, Comenius fundamentava seu sistema educativo

“(...) nas normas do utilitarismo e do empirismo: valores que só podiam conduzir a uma ênfase sobre o estudo da ciência e da tecnologia (...)”²⁴⁰

deixando claro que o caminho da reforma na educação recebia os mesmos impulsos pela revalorização da ciência. Merton cita a seguinte passagem de Comenius extraída de sua obra *Didactica Magna*:

“A tarefa do aluno será facilitada se o professor, quando lhe ensina alguma coisa, mostrar ao mesmo tempo sua aplicação prática na vida diária. Esta regra deve ser cuidadosamente observada ao ensinar idiomas, dialética, aritmética, geometria, física, etc.
(...) a verdade e a certeza da ciência dependem mais do testemunho dos sentidos que de qualquer outra coisa, pois as coisas se imprimem diretamente nos sentidos, e, no entendimento, somente mediatamente e através dos sentidos (...) A ciência, portanto, aumenta, com certeza, proporcionalmente ao que depende da percepção sensorial.”²⁴¹

²³⁷ Robert K. Merton, **op. cit.**, nota 223, p. 684.

²³⁸ Colégio Pansófico vem de “pansofia” que se refere à ciência universal ou a todo o saber humano.

²³⁹ John D. Bernal, **op. cit.**, nota 227, p. 451.

²⁴⁰ Robert K. Merton, **op. cit.**, nota 223, p. 686.

²⁴¹ John Amos Comenius. Citado por: Robert K. Merton, *idem*.

Percebe-se uma mudança de ênfase cultural nessa proposta educacional. As academias puritanas foram denominadas “Academias Dissidentes” e representavam um ensino mais liberal em oposição a um ensino essencialmente clássico; favoreciam o estabelecimento de um contato mais íntimo com as coisas da vida.

A abordagem da relação entre o protestantismo e o nascimento da ciência do século XVII poderia prosseguir com mais detalhamento, porém, para o que nos interessa neste capítulo, isto é, o *estabelecimento da ciência como um fator cultural completamente reconhecido*²⁴², o que foi aqui exposto é mais que suficiente.

Outro fato que Merton considera determinante para o nascimento da ciência no século XVII na Inglaterra é a relação entre esta e a economia. Menciona que alguns dos nomes mais ilustres da ciência desse século estavam interessados no *cultivo da teoria e da prática*, entendida esta última como a solução de problemas práticos que afetavam a vida social de então, que se traduzia nas *inovações que pudessem melhorar o comércio, a mineralogia e a técnica militar*.²⁴³ Entre os nomes que ele cita destacavam-se os de Hooke, Newton, Boyle, Huygens e Halley. Merton destaca entre os problemas técnicos aqueles relacionados com os meios de transporte, vitais para a proliferação e o crescimento das empresas do capitalismo nascente. Por exemplo, com o aumento extraordinário das viagens por mar, a determinação precisa da latitude e longitude tornava-se de importância crucial. Muitos matemáticos, astrônomos e físicos colaboravam na solução desses problemas. Merton pontua também uma série de problemas científicos e técnicos abordados: construção de relógio com molas de equilíbrio em espiral, métodos de fabricação de lentes para telescópios, entre outros.²⁴⁴

6.7 A análise externalista de Hessen

Essa análise de Merton, que busca encontrar determinantes sociais e econômicos no nascimento da física, guarda forte semelhança com a investigação desenvolvida no final da década de 1920 pelo físico soviético Boris Hessen. O artigo **As raízes sociais e econômicas do “Principia” de Newton**, apresentado por Hessen no II Congresso Internacional de História da

²⁴² John D. Bernal, *op. cit.*, nota 227, p. 451.

²⁴³ Robert K. Merton, *op. cit.*, nota 223, p. 712.

²⁴⁴ Robert K. Merton, *op. cit.*, nota 223, p. 711-718.

Ciência e da Tecnologia, realizado em Londres em 1931, é um dos artigos que representam a tendência “externalista” da história da ciência de forma mais apropriada. Nele, o físico soviético desenvolve uma detalhada análise temática do *Principia* de Newton, que representava a síntese da mecânica e, portanto, da física do século XVII.

A análise de Hessen teve forte influência no desenvolvimento do pensamento histórico científico a partir de então. Um debate vivo e extremamente criativo teve lugar entre jovens cientistas britânicos que estavam na assistência daquele Congresso: John D. Bernal (físico cristalógrafo), G. H. Hardy (matemático), J. B. S. Haldane (geneticista) e Joseph Needham (embriologista químico). O objetivo central desse grupo de cientistas britânicos, que se autodenominavam “humanistas científicos”, era o de mostrar a forte dependência entre o desenvolvimento científico e as necessidades econômicas e sociais. Eles entendiam que essa dependência era importante tanto para o bem estar social quanto para a própria ciência. Um deles, John Desmond Bernal, publicou, em 1939, sob o título *Função social da ciência*, “um influentíssimo livro e manifesto da época”²⁴⁵

O estudo de Hessen serve de contraponto para todos aqueles estudos que procuram isolar Newton do contexto social em que desenvolveu suas pesquisas. É claro que é perfeitamente válido construir um estudo epistemológico sobre a física newtoniana, como fizemos com o estudo da radiação do corpo negro. Porém, a imagem e a compreensão da ciência e sua evolução ficam incompletas sem essa análise que busca situar a produção científica no âmbito social. É isso que se propunha fazer Hessen. Acreditamos que esse tipo de discussão não pode estar ausente, como tradicionalmente acontece, tanto na formação do pesquisador em física quanto da formação do professor de física, pois, devido ao seu papel na educação básica, acabam constituindo o elemento que serve de correia de transmissão entre a “cultura científica” e a educação da maioria da população.

Cabem aqui algumas palavras do filósofo francês Dominique Lecourt que vão na mesma direção do que acabamos de expor e que reflete um pensamento relativo ao ensino universitário de física de um país desenvolvido, mostrando que essa problemática aqui destacada não é exclusiva de um país subdesenvolvido como o Brasil contemporâneo.

²⁴⁵ Eric Hobsbawn. **Era dos extremos – O breve século XX: 1914-1991**. São Paulo: Companhia das letras, 1995, p. 525. O capítulo 18 desse livro, *Feiticeiros e aprendizes: as ciências naturais*, apresenta um belo balanço do papel da ciência, principalmente da física, durante o século XX.

“Nem tudo é simples no ensino de ciências. Tiro essa lição de minha própria experiência, a de um professor de filosofia que ensina na universidade (Denis-Diderot, Paris-VII), exclusivamente para cientistas. A meu redor, o mal-estar sobre o qual testemunham meus alunos – franceses e estrangeiros – é relativo não às formas ou à qualidade reconhecida do ensino que recebem, mas sobre o conteúdo do que lhes é transmitido. Isso pode ser resumido assim: “Ensinam-nos muitas equações, fazem com que realizemos manipulações e acabamos adquirindo uma certa habilidade. Mas não podemos vislumbrar a razão de ser e as finalidades daquilo que aprendemos.” Traduzindo: eles sentem falta, nesse tipo de ensino, de um acesso ao pensamento científico que sustentou e que continua dando os resultados que eles devem aprender e dominar. Eles gostariam de saber em que sentido Schrödinger não é uma equação. Parece-me que essa constatação pode ser estendida ao conjunto das disciplinas científicas e a todos os ciclos do ensino, secundário e superior. Que eu saiba, ela não pode ser desmentida em parte alguma da Europa. Isso nos remete a uma certa idéia da ciência, cujas raízes filosóficas já é tempo de reconhecer.”²⁴⁶

Na sequência, sugerimos a leitura de dois textos. O primeiro é uma breve explicação sobre a origem do artigo de Hessen. O segundo é parte do artigo do próprio Hessen.²⁴⁷

Com esses dois textos, cremos que a finalidade desta parte final da disciplina e do texto foi cumprida. Acreditamos que, para apresentar a física com toda sua dinâmica passada e presente, ou qualquer outra área do conhecimento científico, faz-se necessária tanto a abordagem internalista, mais frequente, como a externalista. É necessário complementar a visão internalista, essencialmente epistemológica, oferecida pelos historiadores da ciência, com a visão externalista, que pode ser encontrada nos trabalhos de historiadores e sociólogos da ciência que exploram os condicionantes sociais, econômicos, religiosos e culturais que marcam o espaço e o tempo da ciência.

²⁴⁶ Dominique Lecourt. A cientificidade. In: Edgar Morin. **A religação dos saberes. O desafio do século XXI**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2.ed., 2002, p. 521. Original francês de 1999.

²⁴⁷ Esses dois textos são dois artigos publicados na **Revista de Ensino de Física**, v. 6, n. 1, p. 33 e 37, respectivamente. Disponíveis em: <<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/vol06a05.pdf>> e <<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/vol06a06.pdf>>. Acesso em: junho de 2020. Uma errata: na 2ª página do 2º artigo, na linha 7, onde está “o papa”, leia-se “Alexander Pope (1688-1744)”.

Agradecimento

Esta revisão cuidadosa das *Notas de Aula* de “Evolução dos conceitos da física” foi realizada por André Ferrer Pinto Martins, docente da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Maria Beatriz Fagundes, docente da Universidade Federal do ABC, por outro lado, realizou uma detalhada atualização das notas de rodapé dos capítulos 2, 3, 4 e 5 desta 2ª parte. Agradeço profundamente ao André e à Bia esse dedicado trabalho de melhoramento dessas *Notas de Aula*.

João Zanetic