EXPERIMENTOS VIRTUAIS EM DISCIPLINAS TEÓRICAS DE MECÂNICA: ASPECTOS FÍSICOS DO EXPERIMENTO "PLANO INCLINADO BIDIMENSIONAL"[i]

Suelen Fernandes de Barros, Vito Roberto Vanin[2 (*)]

[1]Universidade de São Paulo, Instituto de Física, suelen.barros@usp.br

[2]Universidade de São Paulo, Instituto de Física, vanin@if.usp.br

Resumo

Neste trabalho criamos um experimento sobre lançamento oblíquo e estudamos o movimento de um corpo lançado com uma certa inclinação α, sobre um plano inclinado. Fizemos uma análise deste movimento, propondo um modelo que o descreva e sua respectiva solução, assim como uma comparação desta solução com os dados que são obtidos diretamente, pela leitura da posição do corpo em função do tempo.

I –Introdução

O lançamento oblíquo de projéteis costuma ser um assunto comum abordado nas salas de aula, tanto no ensino médio, como nos semestres do curso de graduação. O objetivo deste trabalho era montar um experimento que explorasse as características deste tipo de movimento. Para tanto, dispomos de uma câmara simples, que extrai quadros de um filme com intervalos de 1/30 s. Essa câmara é usada para a filmagem do experimento montado. O filme extraído é transforma numa seqüência de quadros que permitem a análise do movimento.

A dificuldade enfrentada na construção de tal experimento reside no fato de que, quando lançamos um corpo com certa velocidade, a aceleração resultante é a aceleração da gravidade, assim o corpo lançado adquire altas velocidades em pequenos instantes de tempo. Conseqüentemente os quadros extraídos da filmagem ficam borrados, impossibilitando a leitura das posições em função do tempo.

Para sanar a dificuldade levantada, a solução foi projetar o movimento da moeda sobre um plano inclinado em relação à horizontal, com isso aceleração resultante sobre o corpo na direção *y*[1*] passa a ser uma componente da gravidade, assim a velocidade adquirida pelo corpo, decorrido um intervalo de tempo será menor e a análise das fotos não fica comprometida.

Apresentaremos a solução deste problema, com o corpo lançado com uma velocidade v_0 formando um ângulo θ em relação à base do plano inclinado, que é relativamente simples e se constitui num exercício de sobre forças atuando num corpo, com destaque para o comportamento da força de atrito e de resolução numérica de equações diferenciais acopladas.

[*]Neste caso em que o plano está inclinado, a direção *y a qual nos referimos deixa de ser a direção vertical, já que o pano cartesiano, neste caso, está com uma inclinação* α *em relação à horizontal.*

II - O experimento

O aparato consistia em um plano, cuja inclinação podíamos controlar e sobre o qual lançávamos uma moeda de metal. Para que fosse possível acompanharmos o movimento descrito pelo corpo lançado ao longo do tempo, foi colocado sobre o plano inclinado um papel quadriculado. A posição do corpo em função do tempo é lida dos quadros extraídos da filmagem, irá constituir nossos dados experimentais.

III - O modelo

O corpo lançado sobre o plano está sujeito a duas forças. A força peso e a força de atrito, sendo que esta não é constante, já que sua direção é a mesma da velocidade do corpo e esta última muda com o tempo. No plano quadriculado temos a força de atrito e uma componente da força peso. A outra componente da força peso será anulada pela normal. A figura 1 traz um esquema da situação descrita.

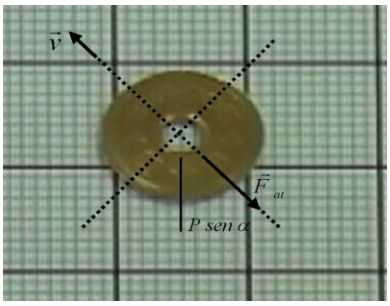

Figura 1: Diagrama de forças do corpo.

Colocando um sistema de referência *(x, y)* sobre o plano inclinado e fazendo as devidas decomposições, chegamos na equação do movimento do corpo lançado sobre o plano descrita na expressão (1).

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} = \left(\frac{-v_x\, \mu_d\, m\, g \cos\alpha}{\sqrt{\left(v_x^{\,2} + v_y^{\,2}\right)}} \right) \vec{i} + \left(\frac{-v_y\, \mu_d\, m\, g \cos\alpha}{\sqrt{\left(v_x^{\,2} + v_y^{\,2}\right)}} - m\, g\, \mathrm{sen}\,\alpha \right) \vec{j} \qquad (1)$$

Lembrando da segunda lei de Newton (2).

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} \qquad (2)$$

conseguimos chegar na expressão da aceleração adquirida pelo corpo nas direções *x* e *y* respectivamente, apresentadas nas expressões (3) e (4).

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{-\mu_d\, g\, v_x \cos\alpha}{\sqrt{\left(v_x^{\,2} + v_y^{\,2}\right)}} \qquad (3)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{-\mu_d\, g\, v_y \cos\alpha}{\sqrt{\left(v_x^{\,2} + v_y^{\,2}\right)}} - g\, \mathrm{sen}\,\alpha \qquad (4)$$

IV - A solução da equação do movimento

A priori, poderíamos pensar que integrando duas vezes as expressões (3) e (4), que formam um sistema de equações diferenciais acopladas, poderíamos chegar na equação horária do movimento, e assim, saber a trajetória descrita pelo corpo sobre o plano. No entanto, o sistema de equações diferenciais constituído pelas equações (3) e (4) não pode ser resolvido algebricamente. Assim, para a solução deste problema devemos recorrer a um método de integração numérica.

O método aqui empregado foi o Método de Euler. Para tanto, tomamos intervalos de tempo Δt pequenos, neste caso em particular, o intervalo entre as fotos, que é de Δt =0,033 s. Do conjunto de dados experimentais, tiramos as condições iniciais do problema e usando as fórmulas (3) e (4) as acelerações nas direções *x* e *y.* No pequeno intervalo de tempo Δt, consideramos que a aceleração do corpo é constante e encontramos a velocidade do corpo pela expressão (5). Encontrada essas velocidades, supomos ainda que ela possa ser considerada constante dentro deste intervalo de tempo e encontramos a posição do corpo. Com os novos valores de velocidade, obtemos as novas acelerações, com as expressões (3) e (4) e assim a análise segue

$$y_{n+1} = y_n + v_{y(n)}.\Delta t \qquad (5)$$

$$x_{n+1} = x_n + v_{x(n)}.\Delta t \qquad (6)$$

V - Os resultados obtidos

As figuras 2 e 3 trazem uma comparação dos dados que foram obtidos por meio da leitura dos quadros extraídos da filmagem com os valores obtidos por meio da solução aqui apresentada.

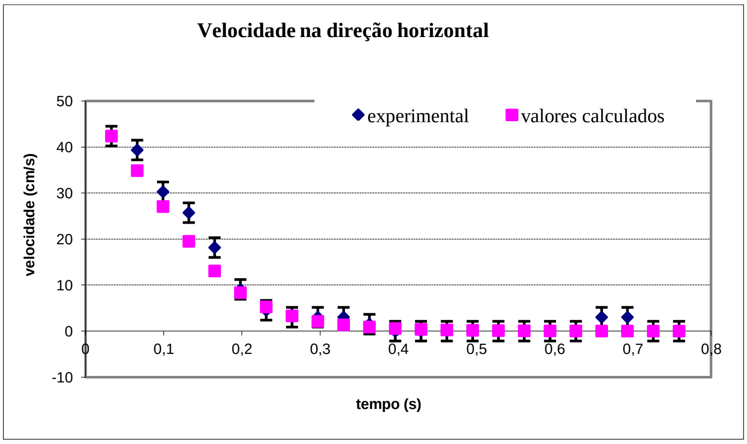

Figura 2: Comportamento da velocidade da moeda no movimento horizontal.

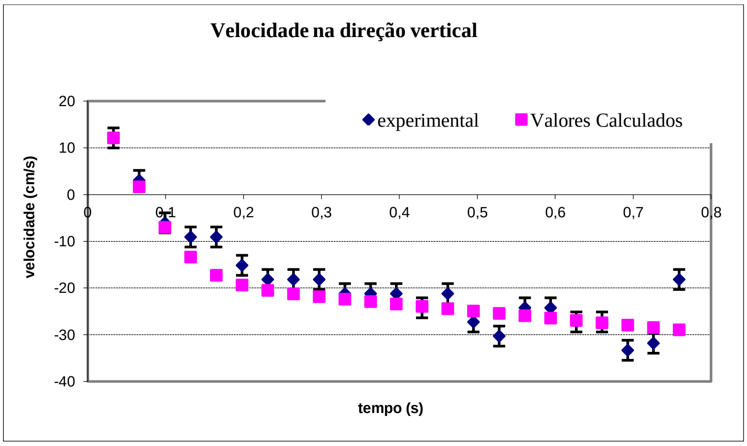

Figura 3: Comportamento da velocidade da moeda na direção vertical.

A análise dos dados nos permite notar que temos um bom ajuste dos dados com os resultados teóricos. Cabe ressaltar que o ajuste será tanto melhor, quanto menor for o intervalo Δt em que dividimos o intervalo de duração do movimento, porque neste caso temos um maior número de pontos que descrevem o movimento dentro deste intervalo de duração.

VI - Conclusão

Apresentamos a solução para o movimento de um corpo que se move sobre um plano inclinado em relação à horizontal. Uma das peculiaridades do estudo é o comportamento da força de atrito, que tem mesma direção da velocidade do corpo e que, portanto, não será constante durante o movimento.

A solução do problema também fornece uma nova ferramenta a ser usada na resolução de equações diferenciais que, ou não podem ser resolvidas, ou apresentam uma solução algébrica muito complicada.

Referências Bibliográficas

TIPLER PAUL A., MOSCA, GENE. *Física para cientistas e engenheiros*. Sexta edição. LTC (2008).Vol.

FEYNMAN, RICHARD., LEIGHTON, ROBERT., SANDS MATTHEW. *The Feynman Lectures on Physics*. Addison-Wesley Publishing Company. (1963).

---

[i] Projeto desenvolvido no âmbito do Programa Ensinar com Pesquisa, da Pró-Reitoria de Graduação da Universidade de São Paulo.

(*) Integram este projeto: Suelen Fernandes de Barros, Pedro Leonidas Oseliero Filho, Glauco Gomes Moreno Senhora, Monaliza da Fonseca, Nora Lia Maidana e Vito Roberto Vanin.