

Lista de Exercícios XII

- ① Considere um gás sujeito ao potencial gravitacional em equilíbrio térmico.
- (a) Mostre que $\int_0^\infty e^{-ax^2+bx} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right)$;
 - (b) escolhendo um valor de potencial conveniente para a altura do solo, determine e normalize distribuição de Boltzmann do problema;
 - (c) calcule $\langle z \rangle$, $\langle z^2 \rangle$, $\langle v \rangle$ e $\langle v^2 \rangle$ em que z é a altura da partícula e v o módulo da velocidade da mesma (Sugestão: você pode mudar as integrais da velocidade em coordenadas esféricas. Dados adicionais: $\int_0^\infty x^n e^{-ax^2} dx = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{2a^{(n+1)/2}}$, $\Gamma(1) = 1$, $\Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$);
 - (d) calcule o desvio padrão tanto de v quanto de z (o desvio padrão de uma grandeza p é dado por $\sigma_p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$);
- ② Para um gás ideal em equilíbrio térmico, calcule o valor médio da magnitude de uma componente da velocidade de uma molécula (numa direção qualquer). Compare-o com $\langle v \rangle$.
- ③ Calcule a razão entre $\langle \frac{1}{v} \rangle$ e $\frac{1}{\langle v \rangle}$ para um gás ideal em equilíbrio térmico.
- ④ Deduza a função de distribuição em energia, $F = F(E)$, tal que $F(E)dE$ é a fração das moléculas com energia entre E e $E+dE$, para um gás ideal em equilíbrio térmico à temperatura T . Em seguida, calcule a energia média, comparando com $\frac{1}{2}mv_{qm}^2$ (sendo v_{qm} a velocidade quadrática média); e a energia mais provável, comparando com $\frac{1}{2}mv_p^2$ (sendo v_p a velocidade mais provável). Sugestão: parta da distribuição de velocidades.
- ⑤ Considere um gás ideal de N moléculas, em equilíbrio num recipiente de volume V . Calcule:
- (a) a probabilidade p_1 de encontrar todas as moléculas concentradas num volume $V/3$ (macroestado 1);
 - (b) a probabilidade p_2 de encontrá-las todas num volume $2V/3$ (macroestado 2);
 - (c) a probabilidade p de encontrar $N/3$ moléculas em $V/3$ e as demais no volume restante;

- (d) a diferença de entropia $\Delta S = S_2 - S_1$ entre os estados 1 e 2 ;
- (e) os valores numéricos de p_1 , p_2 e p para $N = 9$.

☛ Problema Desafio : Um gás ideal, cujas moléculas tem massa m , está em equilíbrio térmico à temperatura T dentro de uma ultracentrífuga de raio R que gira com velocidade angular ω .

(a) Ache a razão $\frac{\rho(R)}{\rho(0)}$ da densidade do gás junto às paredes à densidade no eixo da ultracentrífuga;

(b) Calcule o valor numérico dessa razão se $T = 300$ K, $R = 10$ cm e a frequência de rotação é 10^3 rps.

☛ Problema Desafio: Partículas de massa $6,2 \times 10^{-14}$ g estão suspensas em um líquido a 27°C e se observa que sua velocidade quadrática média é de $1,4$ cm/s. Calcule o número de Avogadro a partir desses dados e do teorema de equipartição da energia.