

Instituto de Física  
Universidade de São Paulo

# **Compressão de Ruído Quântico e Efeitos Transversos em Osciladores Paramétricos Ópticos.**

**Marcelo Martinelli**

Tese apresentada como parte dos requisitos para  
obtenção do Grau de Doutor em Ciências pelo  
Instituto de Física da Universidade de São Paulo

**Orientador: Prof. Dr. Paulo A. Nussenzveig**

**Co-orientador: Prof. Dr. Claude Fabre**  
Laboratoire Kastler-Brossel (Université Paris VI)

São Paulo, 26 de fevereiro de 2002.

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação**  
**do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Martinelli, Marcelo

Compressão de Ruído Quântico e Efeitos Transversos  
em Osciladores Paramétricos Óticos.  
São Paulo 2002.

Tese (Doutoramento) - Universidade de São Paulo  
Instituto de Física – Departamento de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Paulo Alberto Nussenzveig  
Área de Concentração: Ótica Quântica

Unitermos: 1. Compressão de Ruído;  
2. Oscilador Paramétrico Ótico;  
3. Imagens Quânticas; 4. Feixes Gêmeos;  
5. Ótica Quântica.

USP/IF/SBI-008/2002

## **Resumo:**

Apresentamos neste trabalho o projeto e a construção de um Oscilador Paramétrico Ótico (OPO), demonstrando o caráter quântico da correlação de intensidade dos feixes sinal e complementar nele produzidos a partir de um feixe de bombeio de 532 nm. Estudamos ainda, em uma segunda montagem, a compressão quântica de ruído no feixe de bombeio refletido por uma cavidade de OPO, obtendo 38 % de redução (abaixo do limite quântico) no ruído de quadratura de um feixe de 1064 nm produzido por um laser de Nd:YAG. Por fim, observamos a formação de estruturas nos feixes de saída para cavidades com modos transversos degenerados (confocal e concêntrica) e demonstramos pela primeira vez o caráter multimodo transversal das correlações quânticas em um OPO com cavidade confocal.

## **Abstract:**

We present in this work the project and construction of an Optical Parametric Oscillator (OPO), showing the quantum behavior in the intensity correlation of signal and idler beams, generated from a 532 nm pump. We have also studied, in a second set-up, the quantum noise compression in the pump beam reflected from an OPO cavity, obtaining 38 % of noise reduction below the vacuum fluctuations in the quadrature of a 1064 nm beam coming from a Nd:YAG laser. Finally, we observed the pattern formation in the output beams for transverse degenerate cavities (confocal and concentric) and we show, for the first time to our knowledge, the transverse multimode behavior in the quantum correlation of a confocal OPO.



## Agradecimentos

- Agradeço ao Prof. Paulo Nussenzeig o apoio e a coragem de assumir o projeto em curso, quando ainda eram incertos os resultados do OPO de São Paulo. Ele aceitou o desafio e o encargo de seguir com minha orientação, com o desvio da linha principal do seu trabalho. Graças a este esforço, construímos o primeiro OPO-CW no país.
- *I also would like to thank Prof. Claude Fabre, co-advisor, who accepted me at his lab in the beginning of my thesis. He received me two other times, completing almost one year and half of work at Laboratoire Kastler-Brossel. Most of the results in this thesis come from the research lines developed there. Hopefully this cooperation will remain active for the years to come.*
- Agradeço ainda ao Prof. Ricardo Horowicz, com quem fiz a passagem da graduação para o mestrado, e deste para o doutorado. Com ele iniciei o trajeto aqui descrito e, através dele, entrei em contato com o grupo de Paris. Não posso esconder que, apesar de tudo, seu otimismo e seu ímpeto serviam de encorajamento para prosseguir o trabalho!
- Gostaria ainda de expressar meu reconhecimento aos membros da banca, que aceitaram de bom grado se lançar ao volume da tese e vir participar da discussão dos resultados. Deixo assim o meu agradecimento aos Profs. Carlos Henrique Monken, Antônio Zelaquett Khoury, Carlos Henrique Brito Cruz e José Roberto Leite.
- O OPO de São Paulo contou com a colaboração intensa do Prof. Paulo Henrique Souto Ribeiro. As discussões com relação aos problemas práticos e às possibilidades teóricas da montagem foram de importância fundamental neste trabalho. Agradeço os conselhos para a viagem a Paris, e o convite para a apresentação dos resultados na UFRJ, onde pude contar com uma audiência inédita!
- Não posso deixar de lembrar as diversas pessoas das quais recebi ajuda em diversos pontos da jornada. O Prof. Zelaquett (UFF) foi uma grande companhia para discutir Física, comidas e vinhos em ambos os lados do Atlântico. O Prof. Nilson Dias Vieira Jr. (IPEN) também depositou sua confiança neste projeto, e espero que o resultado seja do seu agrado. Com o Prof. Geraldo Barbosa pude aprender muito sobre a Ótica Quântica e os processos de detecção. E devo à Murray K. Olsen o conhecimento das distribuições de quase-probabilidade e da teoria dos processos quânticos, através de suas excelentes apostilas e suas aulas.
- Fora do tema desta tese, horas agradáveis de trabalho e conversa foram passadas junto aos amigos do Instituto de Química, como o Dr. Marcos Sendra Gugliotti, e seus orientadores, Profs. Maurício S. Batista e Mário J. Politi. Os frutos já colhidos não serão os últimos!
- *I would like to thank Prof. Bernard Cagnac (LKB), who gently shared his office with visitors like me. Sharing that space with him, and having the opportunity to hear his experiences in life and physics (and how could somebody put them apart...) and to talk about the evolution of the career in France and Brazil filled me with joy. And hope.*

- A possibilidade de confecção dos espelhos no país é fundamental para as pesquisas desenvolvidas no laboratório. Agradeço ao pessoal da Oficina de Óptica de São Carlos (IFSC-USP), e ao pessoal do Centro de Lasers e Aplicações (IPEN) pelo apoio.
- O trabalho de São Paulo foi realizado em colaboração com os amigos do LMCAL. Carlos Garrido apoiou diretamente o trabalho no OPO. Além dele, agradeço à amizade de Silvia Maria de Paula, José Gabriel Aguirre Gómez, Luciano Soares da Cruz e Fábio Campolim. Agradeço ainda à dedicação de Cícero Jun Massui (IC), e dos estagiários Murilo Moreira Santos e Tiago Tanaka no auxílio dado à instrumentação e eletrônica. O zelo deles permitiu ainda o registro permanente dos circuitos empregados no laboratório em manuais técnicos, permitindo sua reprodução posterior e contribuindo para a fixação do conhecimento da técnica em nosso laboratório.
- Durante meu trabalho na USP, pude também contar com o apoio da secretaria do Departamento de Física Experimental. Agradeço ainda a todo o pessoal da Oficina Central, em especial ao Srs. Donato João Binelli e Benedito Cassiano Rosa (Tucão) pela ajuda na confecção de suportes para espelhos e bases para a Ótica, e ao sr. Sebastião Simionatto, por parte da eletrônica feita no laboratório. Agradeço ainda ao pessoal do CPD, Renata Bonato, David e João Leonel.
- *I would like to thank everyone who worked on the setup of the transverse mode OPO. Agnès Maître always helped me in fruitful discussions, improving the presentation of my arguments and descriptions. She was also there for the QPM-OPO, and taught me a lot about the electronics of stabilization. Mathias Vaupel was the brave one who started the experimental work on confocal cavities and pump system from the beginning. Sara Ducci taught me a lot, and was the faithful partner during many hours of work on the setup. And also for nice moments in ballets and museums. Nicolas Treps had shown me how dreadful is the work in concentric type II cavities, and was the developer of the first version of the software used in the Data Acquisition System. Sylvain Gigan is taking the sequence of this work, on a brand new table. He always helped to face the challenges in the lab, keeping up his unbreakable good mood!*
- *Of course, much has to be said of the friends in the QPM-OPO. Thomas Coudreau leded the discussions during the squeezing measurement and in the articles' preparation. A lot of time was spent together with Kuanshou Zhang, in the silence of the lab, in the hope that the OPO wouldn't jump and the squeezing would be measured. It's his merit the effective measurement of squeezing in the reflected quadrature! And also Grégoire Souhaite, who worked in the beginning of the set-up, and Carine Jacquot, with whom I had the pleasure to work in the very beginning of my first stay.*

- *I would also like to thank the secretaries of Laboratoire Kastler-Brossel, specially Monique Bonamy, always efficient and ready to help me with funding, banks, planes, housing, whatever! The technical team was always there to help in the electronics, and to gently describe the procedure to build the circuits in Brazil. Thank you, Jean Pierre Okpiz, Mohamed Boujrad and Philippe Pace! Machining is my weak point, but I could always count on Bernard Rodriguez and Pascal Travers to solve the problems. And Corinne Poisson, for helping in the problems with computers and networks.*
- *Pendant mon séjour en France, j'étais heureux de compter avec la bonne ambiance de l'équipe jeune du LKB. Soit dans les pause-thé, soit dans les soirées-bières aux 2-Bis (et autres). Je remercie, bien sûr, les copains de manip, Sara, Nicolas et Sylvain. Mais aussi: Isabelle Maurin, ma petite soeur, ma chère amie. Bruno Manil, un petit verre cet soir? Bien sûr, bientôt! Et un bon cinema! Jean-Phillipe Karr, Grand-Maitre? Grand Docteur. Grand Copain. Gustavo Camejo Rogrigues, caro amigo de terras lusitanas. Compatriota, pois "Minha pátria é minha língua" (Veloso). Laurent Vernac, hasta la victoria, siempre! Et aussi Eric-Olivier Le Bigot (EOL), Laurent Longchambon, Cyriaque Gênet, Augustin Baas, Gaëtan Messin, Jean-Pierre Hermier, Alberto Bramatti, et Pierre-François Cohadon.*
- Por fim, agradeço a todos os amigos, aqui, lá, em qualquer lugar, que participaram de minha vida neste período. Obrigado a Amaya e Isabelle Gallaga, que me fizeram sentir em casa em outro continente. E a Stephanie de Broux, Herman Moldovan, Mariana Mendoza, Márcia Patrício, Imrich Hikkel, Noriko Matsuda, Veronique Guimard, Asako, Sebastian Moulinet, Emanuela Petracci, Sérgio e Rozane Gómez, Sara Isabel e Hamilton! E às amigas da Maison du Brésil, Renata Costa, Jaqueline Rodrigues e Nakis Agkül.
- E ainda a Guaciara dos Santos, Parmênides Cuberos Martines e Jocilaine , Laurence Stendart e Malú, Carlos Eduardo e Ilka Santi, Edson Tadeu, Geraldo Alexandre, Renato Fernandes e Luíza Cantão. Um grande abraço para Roberto Nakagawa, e a Ricardo, Nathalie, Cecilia, Emma, Lisa,..... Hino.
- Este trabalho foi realizado graças ao financiamento da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), que através do Projeto "Emergentes" permitiu a aquisição de boa parte do material empregado. Agradeço ainda a bolsa de Doutorado, concedida durante o período. Gostaria ainda de agradecer à CAPES (Comissão de Aperfeiçoamento à Pesquisa e Ensino Superior) pela bolsa sanduíche, que permitiu a realização do estágio de um ano junto ao Laboratoire Kastler-Brossel, e ao acordo USP-COFECUB, que assegurou o contato entre os laboratórios de São Paulo e Paris durante o início do trabalho.



E agradecimentos sinceros a



São Judas Tadeu, pela Causa Impossível de liberar o laser Lightwave do embarço alfandegário.

*Considerando que foi um ano e meio de espera, talvez fosse melhor ter solicitado a intervenção de Santo Expedito...*



**Dedicado à minha família,**

**Jane, Lígia e Samanta.**

**E à Verônica.**

Acontecia o não-fato, o não-tempo, silêncio em sua imaginação. (...)  
Avançavam, parados, dentro da luz, como se fosse no dia de Todos os Pássaros.

(Guimarães Rosa, *Substância*)



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Princípios de Ótica Quântica</b>	<b>5</b>
2.1	Quantização do Campo . . . . .	6
2.1.1	Hamiltoniana do campo livre . . . . .	7
2.1.2	Estados de Fock . . . . .	9
2.1.3	Estados Coerentes . . . . .	10
2.1.4	Quadraturas do campo . . . . .	11
2.2	Representação de Quase-Probabilidade . . . . .	12
2.2.1	Equação mestra . . . . .	14
2.2.2	Equação de Fokker-Planck . . . . .	15
2.3	Teoria da detecção . . . . .	17
2.3.1	Fotodetecção . . . . .	17
2.3.2	Detetor não ideal . . . . .	18
2.3.3	Medida da flutuação de intensidade . . . . .	20
2.3.4	Medida das flutuações da quadratura do campo . . . . .	21
2.3.5	Medidas de correlação de intensidade . . . . .	21
2.3.6	Medida da variância da corrente . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Oscilador Paramétrico Ótico</b>	<b>27</b>
3.1	Ótica não-linear . . . . .	27
3.1.1	Susceptibilidade não-linear . . . . .	29
3.1.2	Campos Eletromagnéticos no meio não-linear . . . . .	30
3.2	Oscilador Paramétrico Ótico . . . . .	33
3.2.1	OPO triplamente ressonante . . . . .	34
3.2.2	Condição de oscilação do OPO . . . . .	37
3.2.3	Modos longitudinais no OPO com casamento de fase tipo II . . . . .	41
3.2.4	Modos longitudinais no OPO com casamento de fase tipo I . . . . .	46
3.2.5	Sintonia do OPO . . . . .	47
3.3	Propriedades quânticas do OPO . . . . .	51
3.3.1	Representação de Wigner e equação de Fokker-Planck . . . . .	52
3.3.2	Equações Diferenciais Estocásticas . . . . .	53
3.3.3	Correlações de Intensidade . . . . .	55

3.3.4	Feixes Gêmeos . . . . .	55
<b>4</b>	<b>Geração de Feixes Gêmeos no OPO</b>	<b>59</b>
4.1	Seleção do Cristal . . . . .	60
4.1.1	Propagação em meio não-isotrópicos . . . . .	61
4.1.2	Tipos de acordo de fase . . . . .	63
4.2	O cristal KTP . . . . .	64
4.2.1	Índice de refração . . . . .	65
4.2.2	Orientação do cristal . . . . .	66
4.2.3	Geração de segundo harmônico . . . . .	68
4.3	Espelhos da Cavidade . . . . .	73
4.3.1	Teste dos espelhos . . . . .	76
4.4	Acordo de modo . . . . .	78
4.5	Ruído do feixe de bombeio . . . . .	80
4.6	Montagem do OPO . . . . .	83
4.7	Primeira Montagem . . . . .	85
4.7.1	Estabilização da cavidade . . . . .	88
4.7.2	Medida de correlação de ruído . . . . .	89
4.8	Segunda Montagem . . . . .	92
4.8.1	Degradação do cristal . . . . .	92
4.8.2	Deteção simultânea . . . . .	97
4.9	Correlação quântica de ruído . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Compressão de ruído no bombeio do OPO-QPM</b>	<b>103</b>
5.1	Cristal em quase-acordo de fase . . . . .	104
5.2	Compressão de ruído no bombeio . . . . .	110
5.3	Modelo teórico do OPO-QPM . . . . .	113
5.4	Observação da compressão de ruído no bombeio . . . . .	118
5.4.1	Laser de bombeio . . . . .	118
5.4.2	Montagem do OPO . . . . .	120
5.4.3	Caracterização do OPO . . . . .	122
5.4.4	Saída Monomodo . . . . .	129
5.4.5	Medida do ruído de intensidade . . . . .	131
5.4.6	Compressão do ruído de quadratura . . . . .	135
<b>6</b>	<b>Modos transversos em cavidades concêntricas</b>	<b>139</b>
6.1	Aplicações dos estados comprimidos multimodo . . . . .	140
6.1.1	Resolução de imagens . . . . .	140
6.1.2	Medida de pequenos deslocamentos . . . . .	142
6.2	Modos transversos em cavidades com espelhos esféricos . . . . .	145
6.2.1	Ressonância dos modos transversos . . . . .	148
6.3	Sistema de bombeio . . . . .	152
6.4	Montagem empregada . . . . .	156
6.5	Sistema de demodulação para medida do ruído . . . . .	157

6.6	Estruturas de saída em OPO concêntrico tipo II . . . . .	161
6.6.1	Região de saída gaussiana . . . . .	162
6.6.2	Região de formação da cauda . . . . .	164
6.6.3	Região de estruturas no feixe complementar . . . . .	167
6.6.4	Região superconcêntrica . . . . .	169
6.7	Correlações espaciais . . . . .	169
6.8	Estruturas de saída em OPO concêntrico tipo I . . . . .	172
6.8.1	Cavidade concêntrica . . . . .	173
6.8.2	Cavidade quase-concêntrica . . . . .	176
<b>7</b>	<b>Distribuição espacial de ruído no OPO confocal</b>	<b>181</b>
7.1	Cavidade confocal . . . . .	182
7.1.1	Acordo de Modo . . . . .	182
7.1.2	Região de confocalidade . . . . .	183
7.1.3	Efeito de lente térmica . . . . .	187
7.2	OPO Confocal . . . . .	191
7.2.1	Estruturas de saída . . . . .	192
7.3	Medida de correlações quânticas em feixes desbalanceados . . . . .	196
7.4	Descrição quântica do campo multimodo . . . . .	198
7.4.1	Decomposição em modos transversos . . . . .	200
7.4.2	Correlações de intensidade . . . . .	203
7.5	Descrição da montagem . . . . .	206
7.6	Resultados . . . . .	209
<b>8</b>	<b>Conclusão</b>	<b>215</b>
<b>A</b>	<b>Feixes Gaussianos</b>	<b>219</b>



# Capítulo 1

## Introdução

O oscilador paramétrico ótico (OPO) tem sido objeto de estudo tanto na área de ótica quântica quanto na ótica não-linear. Nele, temos um cristal não-linear bombeado por um feixe laser inserido dentro de uma cavidade. Para baixas potências de bombeio, ocorre inicialmente a emissão espontânea de pares de fótons gerados por conversão paramétrica. A partir de uma certa potência de bombeio, o sistema é levado à oscilação, com a aniquilação de fótons no bombeio e a geração de pares de fótons, onde pelo menos um fóton do par está ligado a um modo da cavidade.

O OPO surgiu como uma proposta de fonte de luz coerente de grande faixa de sintonia, competindo dessa forma com outras fontes de luz laser. Entre as fontes de luz laser sintonizável em uma larga faixa, temos lasers de estado sólido, usando um meio amplificador com uma banda larga de transição, como é o caso do laser de Ti:Safira, ou lasers de corante. O primeiro é extremamente útil, especialmente pelo fato de sua larga faixa espectral permitir a operação com pequena largura de linha, sintonizável, em regime contínuo, além de permitir seu uso na geração de pulsos de luz ultra-curtos na faixa de fs. Porém sua operação, seja contínua, seja pulsada, está limitada ao infravermelho próximo (700 nm a 1100 nm). Os meios formados por corantes dissolvidos podem ser empregados na construção de lasers, produzindo luz em uma ampla faixa do espectro. Um problema que surge é a necessidade de trocar o meio de tempos em tempos devido a sua degradação. Para trocarmos de faixa de operação do laser, é necessário ainda trocar todo o corante do sistema, implicando em um cuidadoso processo de limpeza. Outro ponto importante em sua operação está no fato dos corantes empregados serem em sua maioria cancerígenos, implicando em cuidados em sua manipulação.

Neste caso, o OPO se apresenta como uma opção de estado sólido, com grande banda de seleção, baixa degradação e baixo risco para o usuário, de uma fonte de luz laser para espectroscopia. Atualmente diversas empresas comercializam OPOs operando em regime pulsado, na faixa de ns. Bombeados pelo segundo ou terceiro harmônicos de um laser de Nd:YAG (1064 nm no fundamental), atinge-se uma faixa de operação que vai do violeta (400 nm) até o infravermelho distante (4  $\mu\text{m}$ ).

Infelizmente não há ainda um OPO comercial trabalhando em regime contínuo. Veremos que neste caso os critérios para sua sintonia são muito delicados. Uma fácil seletividade do comprimento de onda não é feita sem um custo (no caso, um aumento do limiar de oscilação).

Se em regime pulsado este limiar é facilmente atingido, o mesmo não ocorre no regime contínuo, onde teremos como fatores negativos uma baixa eficiência para baixos limiares de oscilação, problemas de origem térmica devido à potência do bombeio, e dependendo do caso, degradação e dano permanente ao meio não-linear.

Outra linha de estudo do OPO refere-se ao seu uso como elemento de estabilização em sistemas de metrologia. O OPO pode servir para “amarrar” frequências diferentes, seja pela geração de sinais na faixa de Terahertz [1], seja pela sua mistura e geração de soma-subtração de sinais [2, 3].

No estudo de ótica não-linear, a interação de um feixe de bombeio com uma cavidade contendo um meio não-linear leva a diversos comportamentos, tais como biestabilidade, regimes caóticos, regimes auto-pulsados, etc. A biestabilidade pode levar a aplicações como um “Schmitt-trigger” ótico, atuando como um supressor de ruído para telecomunicações.

Existe ainda o estudo dos fenômenos quânticos dentro do OPO. Por aniquilar um fóton incidente convertendo-o em um par de fótons, ele é uma fonte de feixes altamente correlacionados. Mesmo em regime abaixo do limiar, a geração de pares de fótons por conversão paramétrica descendente faz dele uma fonte de estados comprimidos do campo (vácuo comprimido) [4]. Temos ainda que as flutuações do campo geradas pelo OPO, além de correlacionadas em uma quadratura, podem ser anti-correlacionadas na quadratura conjugada, gerando feixes EPR para variáveis contínuas [5]. Estes feixes EPR podem ser empregados para a implementação de sistemas de teletransporte [6].

Uma nova linha de pesquisa vem ganhando impulso na última década, envolvendo os limites quânticos no tratamento de imagens. A maioria esmagadora dos trabalhos experimentais em Ótica Quântica analisa as flutuações do campo com a integração de todo o feixe incidente sobre o sistema de detecção, e pouco se tem estudado sobre a distribuição espacial do ruído [7]. No entanto, na prática, existem diversas situações nas quais as propriedades locais e a distribuição transversa de feixes luminosos são estudadas. Desde a obtenção de imagens por câmeras CCD [8], até a medida de pequenos desvios de feixes luminosos [9, 10], empregando para isso detectores a quadrante. Esta última, aliás, é efetivamente limitada pelo ruído quântico no seu uso em microscopia de força atômica [11].

Entre as diversas fontes possíveis de feixes com compressão local do ruído, temos o OPO em configurações de cavidade nas quais os modos transversos são degenerados. Diversos trabalhos descrevem a formação de estruturas nos feixes de saída [12, 13], porém até o momento não havia sido possível obter uma evidência do caráter multimodo na medida do ruído quântico. Neste trabalho, realizamos a primeira medida deste efeito, impulsionando o estudo em novas configurações e o desenvolvimento de novas técnicas de medida e análise do ruído [14].

Iremos nesta tese estudar alguns aspectos do OPO em diferentes montagens. A primeira montagem refere-se à construção detalhada de um OPO no laboratório em São Paulo (LMCAL). Com a montagem deste OPO, geramos feixes gêmeos e iniciamos esta linha de pesquisa em ótica quântica e não-linear no país [15]. Em uma segunda montagem, estudamos o OPO como supressor de ruído, gerando compressões no feixe de bombeio [16, 17]. Esta montagem foi realizada no Laboratoire Kastler Brossel, dentro do acordo de cooperação USP/COFECUB, envolvendo a colaboração de diversos membros daquele laboratório. O estudo dos efeitos espaciais em osciladores paramétricos óticos é a terceira montagem descrita nesta tese. O objetivo principal é a demonstração da geração de feixes multimodos com compressão quântica de ruído através de

cavidades com modos transversos degenerados [14, 18].

O capítulo 2 introduz a notação empregada para o tratamento das flutuações quânticas de ruído no OPO. Nele descreve-se de forma resumida a quantização do campo e as técnicas de detecção do ruído correspondente às flutuações das variáveis medidas.

No capítulo 3 fazemos uma breve introdução da ótica não-linear envolvida no processo de conversão paramétrica, e iniciamos o tratamento dos campos do OPO em cavidades triplamente ressonantes. Concluimos o capítulo pela descrição quântica da geração de fótons gêmeos.

O capítulo 4 descreve detalhadamente a construção do OPO com um cristal de KTP no LMCAL-USP, sua caracterização, e a geração de feixes gêmeos, cujas intensidades estão correlacionadas além do limite dado pelo “shot noise”. No capítulo 5, retomamos as equações do OPO descritas no capítulo 3 para estudar o ruído no feixe de bombeio refletido pela cavidade do OPO. Pelo uso de um cristal de Niobato de Lítio em quase-acordo de fase (QPM), obtivemos um OPO de baixíssimo limiar de oscilação. As equações desenvolvidas são empregadas em simulações numéricas e comparadas aos resultados obtidos para as flutuações de intensidade e quadratura do feixe refletido.

No capítulo 6, passamos ao estudo dos modos transversos de oscilação do OPO em cavidades degeneradas. A primeira cavidade estudada, a concêntrica, é analisada para um cristal de acordo de fase tipo II (KTP) e para um cristal tipo I (Niobato de Lítio). As diferenças entre as configurações são estudadas e apontam-se caminhos para observar, nas estruturas formadas nos feixes de saída, efeitos quânticos na distribuição de ruído.

O capítulo 7 estuda a configuração de cavidade confocal. Neste caso, observam-se estruturas nos feixes de saída e a perturbação na distribuição do ruído nos feixes gêmeos. Pela introdução de uma descrição quântica dos modos transversos, mostramos o caráter multimodo dos feixes de saída. Concluimos o trabalho no capítulo 8, onde apresentamos a discussão de futuras aplicações do trabalho aqui desenvolvido.



## Capítulo 2

# Princípios de Ótica Quântica

O objetivo desta tese envolve de maneira direta a descrição quantizada do campo eletromagnético e sua detecção. Podemos dizer que o início da ótica quântica vem com a descrição do efeito fotoelétrico, introduzindo o fóton como elemento de interação entre o campo e a matéria. Temos em seguida a formulação da teoria de transições atômicas, com o desenvolvimento dos coeficientes A e B de Einstein, descrevendo a interação entre o átomo quantizado e o campo clássico.

Efetivamente, uma descrição quântica do campo eletromagnético na forma como a vemos atualmente em diversos livros texto [19, 20, 21, 22, 23, 24] só viria depois com Dirac [25] e Fermi [26]. Uma das consequências da quantização do campo está no fato das observáveis seguirem o princípio da incerteza de Heisenberg. Na descrição do campo elétrico, veremos que as variáveis conjugadas são as quadraturas  $E_1, E_2$  do campo, descrito na forma  $E(t) = E_1 \cos(\omega t) + E_2 \sin(\omega t)$ , ou então a fase e a intensidade do campo. Um campo gerado por uma corrente clássica irá gerar um estado de mínima incerteza, onde as flutuações estão igualmente distribuídas entre as duas quadraturas. Uma das manifestações de um estado não-clássico do campo é a redução do ruído abaixo do limite clássico. Assim, podemos gerar estados comprimidos, onde a flutuação de uma quadratura é reduzida ao custo de um aumento das flutuações da variável conjugada, mantendo o princípio de incerteza. Vários exemplos de geração de estados comprimidos em processos óticos não-lineares e em lasers com regularização do bombeio são conhecidos. Sugerimos as referências [7, 27] para uma descrição geral do tema. Iremos nesta tese nos ater aos efeitos quânticos em osciladores paramétricos óticos, tais como a geração de fótons gêmeos e a compressão de quadratura do campo.

Apresento aqui de forma resumida esta descrição da quantização do campo, como um pré-requisito para o tratamento dado ao campo ao longo da tese. O principal objetivo é introduzir os operadores de criação e aniquilação de fótons no campo eletromagnético.

O campo coerente será apresentado como um caso genérico no processo de fotodetecção, e sua equivalência ao campo clássico ficará mais clara ao descrevermos a formulação das representações de quase-probabilidades. Através destas distribuições podemos ver o caráter não-clássico da luz. Veremos ainda como chegamos a uma descrição estocástica do campo, estudando o comportamento deste por um valor médio com uma flutuação estocástica adicionada. Vamos iniciar, portanto, com a quantização do campo como apresentado na referência [24]

Ao final do capítulo, apresentarei de forma rápida a teoria da fotodeteção, mostrando como a medida do campo eletromagnético pode ser descrita, empregando os operadores de criação e aniquilação para obter a fotocorrente gerada pela incidência da luz sobre um fotodiodo.

## 2.1 Quantização do Campo

Para realizar a quantização do campo eletromagnético, vamos tomar as equações de Maxwell no vácuo, na ausência de fontes. Temos então

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Vamos definir o campo elétrico  $\mathbf{E}$  e o campo magnético  $\mathbf{B}$  em termos do potencial vetor  $\mathbf{A}$ . Usaremos para isso o calibre de Coulomb

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.2)$$

com  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ . Pelas equações de Maxwell temos a equação de onda para o potencial vetor

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

sendo o potencial vetor uma variável real.

Para chegarmos ao hamiltoniano, vamos começar pela expansão do potencial vetor em uma somatória de ondas planas. Para isso, vamos considerar que o campo está confinado em um cubo de dimensão  $L$ , devendo satisfazer condições de periodicidade. Note que a escolha do volume é arbitrária, e a independência dos resultados obtidos com a dimensão  $L$  mostrará que os resultados são válidos para qualquer volume escolhido, ou mesmo no caso de fazermos  $L \rightarrow \infty$ .

Temos então a expansão do potencial vetor em uma base de ondas planas

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (2.4)$$

onde as componentes do vetor  $\mathbf{k}$  assumem valores discretos  $k_j = 2\pi n_j/L$  com  $n_j$  inteiro. No que se segue, vamos distinguir as amplitudes  $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}$  do potencial vetor  $\mathbf{A}$  pela presença do índice  $\mathbf{k}$ .

Para que o potencial vetor seja real precisamos que  $\mathbf{A}_{-\mathbf{k}} = \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^*$ . Da equação de onda para o campo temos então a solução geral para as amplitudes do potencial vetor

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t) = \mathbf{c}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega t} + \mathbf{c}_{-\mathbf{k}}^* e^{i\omega t}. \quad (2.5)$$

Para satisfazer a condição de transversalidade  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  temos que  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}} = 0$ . Os vetores  $\mathbf{c}_{\mathbf{k}}$  podem então ser expressos através de dois versores ortogonais tais que

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s} &= 0, \quad s = 1, 2 \\ \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^* \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s'} &= \delta_{ss'} \\ \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}1}^* \times \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}2} &= \mathbf{k}/k \\ \mathbf{c}_{\mathbf{k}} &= c_{\mathbf{k}1} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}1} + c_{\mathbf{k}2} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}2}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

A descrição dos versores  $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}$  como versores complexos permite a descrição de ondas com polarização linear ou circular.

Aplicando estas definições ao potencial vetor teremos então

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[ c_{\mathbf{k}s} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s} e^{-i\omega t} + c_{-\mathbf{k}s}^* \boldsymbol{\epsilon}_{-\mathbf{k}s}^* e^{i\omega t} \right] e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[ c_{\mathbf{k}s} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + c_{\mathbf{k}s}^* \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[ u_{\mathbf{k}s}(t) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + u_{\mathbf{k}s}^*(t) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

com  $u_{\mathbf{k}s}(t) = c_{\mathbf{k}s} e^{-i\omega t}$ .

Temos imediatamente as expressões do campo elétrico e magnético

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s i\omega \left[ u_{\mathbf{k}s}(t) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - u_{\mathbf{k}s}^*(t) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right], \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[ u_{\mathbf{k}s}(t) (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - u_{\mathbf{k}s}^*(t) (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^*) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

a partir das quais podemos calcular a hamiltoniana para a energia do campo.

### 2.1.1 Hamiltoniana do campo livre

A energia do campo elétrico corresponde ao quadrado da amplitude normalizada  $u_{\mathbf{k}s}(t)$  definida anteriormente

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_V \left[ \epsilon_0 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \frac{\mathbf{B}^2(\mathbf{r}, t)}{\mu_0} \right] dv = 2 \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \omega^2 |u_{\mathbf{k}s}(t)|^2. \quad (2.9)$$

Expressando a energia através do Hamiltoniano, empregando para isso um par de variáveis canônicas

$$\begin{aligned} q_{\mathbf{k}s}(t) &= u_{\mathbf{k}s}(t) + u_{\mathbf{k}s}^*(t), \\ p_{\mathbf{k}s}(t) &= -i\omega [u_{\mathbf{k}s}(t) - u_{\mathbf{k}s}^*(t)], \end{aligned} \quad (2.10)$$

temos

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[ p_{\mathbf{k}s}^2(t) + \omega^2 q_{\mathbf{k}s}^2(t) \right] \quad (2.11)$$

descrevendo a energia de uma soma de osciladores harmônicos independentes, correspondentes a diferentes modos  $\mathbf{k}, s$  do campo.

Para realizar a quantização do campo, substituímos as variáveis canônicas  $q, p$  por operadores  $\hat{q}, \hat{p}$ . Estes satisfazem as regras de comutação

$$\begin{aligned} [\hat{q}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{p}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= i\hbar\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^3\delta_{ss'}, \\ [\hat{q}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{q}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0, \\ [\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{p}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Em conseqüência, o operador hamiltoniano do sistema pode ser expresso em função dos dois operadores hermitianos acima definidos

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s [\hat{p}_{\mathbf{k}s}^2(t) + \omega^2 \hat{q}_{\mathbf{k}s}^2(t)]. \quad (2.13)$$

Apesar de termos quantizado o campo, não é comum trabalharmos com operadores hermitianos  $\hat{q}(t), \hat{p}(t)$ , sendo mais prático o uso dos operadores não hermitianos de criação  $\hat{a}^\dagger(t)$  e aniquilação  $\hat{a}(t)$  do oscilador harmônico, definidos de tal forma que

$$\begin{aligned} \hat{q}_{\mathbf{k}s}(t) &= \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} [\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) + \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t)] \\ \hat{p}_{\mathbf{k}s}(t) &= i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2}} [\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) - \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t)]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Obtemos diretamente desta definição as relações de comutação

$$\begin{aligned} [\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{a}_{\mathbf{k}'s'}^\dagger(t)] &= \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^3\delta_{ss'} \\ [\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{a}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0 \\ [\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t), \hat{a}_{\mathbf{k}'s'}^\dagger(t)] &= 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Os operadores  $\hat{a}(t), \hat{a}^\dagger(t)$  correspondem às amplitudes complexas  $u(t), u^*(t)$ , apresentando a mesma dependência temporal

$$\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) = \hat{a}_{\mathbf{k}s} e^{-i\omega t} \quad \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) = \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger e^{i\omega t} \quad (2.16)$$

Desta forma, o hamiltoniano do campo, expresso em termos dos operadores de criação e aniquilação em ordem normal, é dado por

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}s} + \frac{1}{2} \right). \quad (2.17)$$

O termo  $1/2$  que aparece na somatória corresponde à energia do vácuo de cada modo do campo, ou seja, às flutuações de ponto zero.

A expressão completa para o campo elétrico em termos dos operadores de criação e aniquilação do oscilador harmônico é dada diretamente pela sua substituição na equação 2.8

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0}} \left[ i\hat{a}_{\mathbf{k}s} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} - i\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \right] \\ \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega\epsilon_0}} \left[ i\hat{a}_{\mathbf{k}s} (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} - i\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^*) e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \right].\end{aligned}\quad (2.18)$$

Vemos portanto como, partindo das equações de Maxwell, chegamos à hamiltoniana do campo em termos de variáveis conjugadas, que são então substituídas por operadores hermitianos. Estes operadores podem ser expressos por operadores não hermitianos de criação e aniquilação, uma vez que a hamiltoniana é a de uma soma de osciladores harmônicos independentes. O campo elétrico e magnético podem, por sua vez, ser expressos em termos destes operadores.

Vamos agora ver alguns estados para a descrição do campo elétrico, tais como os estados de Fock e os estados coerentes.

### 2.1.2 Estados de Fock

Vemos na equação do hamiltoniano 2.17 a presença do operador número para um dado modo  $\mathbf{k}s$  do campo

$$\hat{n}_{\mathbf{k}s} = \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}s}. \quad (2.19)$$

Os autoestados deste operador formam uma base, a partir da qual podemos obter os autovalores do hamiltoniano do campo

$$\hat{n}_{\mathbf{k}s} |n_{\mathbf{k}s}\rangle = n_{\mathbf{k}s} |n_{\mathbf{k}s}\rangle. \quad (2.20)$$

Estes operadores podem ser identificados com o número de fótons presentes em um dado modo do campo, e  $|n_{\mathbf{k}s}\rangle$  corresponde ao estado do modo contendo  $n_{\mathbf{k}s}$  fótons.

Aplicando os operadores de criação e aniquilação aos autoestados do operador número vemos que

$$\begin{aligned}\hat{a}_{\mathbf{k}s} |n_{\mathbf{k}s}\rangle &= \sqrt{n_{\mathbf{k}s}} |n_{\mathbf{k}s} - 1\rangle, \\ \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger |n_{\mathbf{k}s}\rangle &= \sqrt{n_{\mathbf{k}s} + 1} |n_{\mathbf{k}s} + 1\rangle, \\ \hat{a}_{\mathbf{k}s} |0\rangle &= 0.\end{aligned}\quad (2.21)$$

A aplicação do operador aniquilação remove um fóton do modo  $\mathbf{k}s$ , enquanto que o operador criação introduz um fóton neste estado. Claramente, a aplicação do operador aniquilação ao vácuo leva a um resultado nulo, posto que  $n_{\mathbf{k}s}$  é necessariamente um inteiro positivo.

Os estados de Fock correspondem ao produto dos autovetores do operador número para todos os modos do campo.

$$|\{n\}\rangle = \prod_{\mathbf{k}s} |n_{\mathbf{k}s}\rangle. \quad (2.22)$$

Uma forma alternativa de descrever os estados de Fock é pela aplicação sucessiva do operador criação sobre o estado do vácuo

$$|\{n\}\rangle = \prod_{\mathbf{k}s} \left[ \frac{(\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger)^{n_{\mathbf{k}s}}}{\sqrt{n_{\mathbf{k}s}!}} \right] |0\rangle. \quad (2.23)$$

Estes estados são ainda autovetores do hamiltoniano

$$\hat{\mathcal{H}}|\{n\}\rangle = \left[ \sum_{\mathbf{k}s} (n_{\mathbf{k}s} + 1/2) \hbar\omega \right] |\{n\}\rangle, \quad (2.24)$$

onde identificamos a energia total contida no campo eletromagnético

$$\mathcal{E} = \sum_{\mathbf{k}s} \left[ \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{n}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right) \right], \quad (2.25)$$

como a soma da energia de cada fóton em cada modo do campo, mais a energia do vácuo.

Temos conseqüentemente uma energia no campo mesmo na ausência de fótons, correspondendo à energia de ponto zero, ou energia do estado de vácuo, podendo ser interpretada por oscilações do campo elétrico na ausência de fótons

$$\langle 0|\hat{\mathcal{H}}|0\rangle = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}s} \hbar\omega. \quad (2.26)$$

Vemos que os estados de Fock formam uma base completa e ortonormal

$$\begin{aligned} \langle n_{\mathbf{k}s}|m_{\mathbf{k}s}\rangle &= \delta_{n_{\mathbf{k}s}m_{\mathbf{k}s}} \Rightarrow \langle \{n\}|\{m\}\rangle = \prod_{\mathbf{k}s} \delta_{n_{\mathbf{k}s}m_{\mathbf{k}s}}, \\ \sum_{n_{\mathbf{k}s}=0}^{\infty} |n_{\mathbf{k}s}\rangle \langle n_{\mathbf{k}s}| &= 1 \Rightarrow \sum_{\{n\}} |\{n\}\rangle \langle \{n\}| = 1. \end{aligned} \quad (2.27)$$

No entanto, como veremos a seguir, não são a forma mais adequada para representar um campo elétrico habitualmente gerado em laboratório. Neste caso, a representação do estado do campo elétrico na base formada pelos estados coerentes é mais apropriada

### 2.1.3 Estados Coerentes

Se buscarmos os autoestados do operador de aniquilação, em lugar de buscarmos os autoestados do hamiltoniano do campo, chegamos a uma base contínua de autoestados, com um contínuo de autovalores

$$a_{\mathbf{k}s}|\alpha_{\mathbf{k}s}\rangle = \alpha_{\mathbf{k}s}|\alpha_{\mathbf{k}s}\rangle, \quad (2.28)$$

onde os autovalores  $\alpha_{\mathbf{k}s}$  são complexos, posto que o operador é não-hermitiano. Impondo a normalização da base temos que

$$|\alpha_{\mathbf{k}s}\rangle = e^{-|\alpha_{\mathbf{k}s}|^2/2} \sum_{n_{\mathbf{k}s}=0}^{\infty} \frac{\alpha_{\mathbf{k}s}^{n_{\mathbf{k}s}}}{\sqrt{n_{\mathbf{k}s}!}} |n_{\mathbf{k}s}\rangle. \quad (2.29)$$

Se observarmos o caso monomodo, situação na qual abandonamos a notação dos índices  $\mathbf{k}, s$ , podemos ver algumas propriedades de um estado coerente do campo.

### Valor médio e variância do número de fótons

Aplicando o operador número a um estado coerente temos

$$\langle \alpha | \hat{n} | \alpha \rangle = |\alpha|^2, \quad (2.30)$$

onde vemos que o módulo de  $\alpha$  nos fornece o número médio de fótons para um dado estado coerente do campo. Do mesmo modo, calculando a variância, temos

$$\Delta^2 n = \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2 = |\alpha|^2. \quad (2.31)$$

Ou seja, a variância do número de fótons é igual ao valor médio.

Se tomarmos a distribuição das probabilidades  $p(n) = |\langle n | \alpha \rangle|^2$  de encontrar  $n$  fótons em um modo do campo no estado coerente, observamos uma distribuição de Poisson.

### Estados coerentes como uma base

A base de estados coerentes satisfaz a condição de completeza

$$\frac{1}{\pi} \int |\alpha\rangle \langle \alpha| d^2\alpha = 1. \quad (2.32)$$

No entanto ela não é ortogonal

$$\langle \alpha | \alpha' \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2 + \alpha' \alpha^* - \frac{1}{2}|\alpha'|^2\right). \quad (2.33)$$

Por este motivo, esta é considerada uma base super-completa pois, ainda que possamos representar qualquer estado do campo nesta base, os autovetores não são ortogonais. No entanto, esta não-ortogonalidade é pequena, e para grandes valores de  $\alpha$  a projeção  $\langle \alpha | \alpha' \rangle$  tende a uma função  $\delta^2(\alpha - \alpha')$ .

#### 2.1.4 Quadraturas do campo

Nós vimos na expressão 2.18 a descrição do campo elétrico através de operadores de criação e aniquilação. Estes operadores, por serem não hermitianos, não representam observáveis físicas. Vamos aqui descrever o campo elétrico como duas quadraturas, através de operadores hermitianos. Tomando então

$$\hat{X}^{(1)} = \frac{1}{2} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad \text{e} \quad \hat{X}^{(2)} = \frac{1}{2i} (\hat{a} - \hat{a}^\dagger), \quad (2.34)$$

temos diretamente a relação de comutação entre os operadores de quadratura  $\hat{X}^{(1)}, \hat{X}^{(2)}$

$$[\hat{X}^{(1)}, \hat{X}^{(2)}] = \frac{i}{2}. \quad (2.35)$$

Fazendo a substituição na equação do campo elétrico 2.18 temos no caso monomodo

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{2}{L^{3/2}} \epsilon \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\epsilon_0}} \left[ \hat{X}^{(1)} \text{sen}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \hat{X}^{(2)} \text{cos}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \right]. \quad (2.36)$$

Podemos então verificar que os estados coerentes são um exemplo de estado de incerteza mínima para as quadraturas do campo. Se calcularmos o valor das variâncias de  $\hat{X}^{(1)}$  e  $\hat{X}^{(2)}$  para o campo temos

$$\sqrt{\Delta^2 X^{(1)} \Delta^2 X^{(2)}} \geq \frac{1}{4}. \quad (2.37)$$

correspondendo à relação de incerteza entre as duas variáveis conjugadas. Demonstra-se que para um estado coerente do campo

$$\sqrt{\Delta^2 X^{(1)} \Delta^2 X^{(2)}} = \frac{1}{4}. \quad (2.38)$$

As variâncias dos operadores de quadratura no estado coerente são dadas por

$$\Delta^2 X^{(1)} = \Delta^2 X^{(2)} = \frac{1}{4}. \quad (2.39)$$

diferindo assim do valor obtido para um estado de Fock

$$\Delta^2 X^{(1)} = \Delta^2 X^{(2)} = \frac{1}{4}(2n + 1). \quad (2.40)$$

Outros estados do campo, conhecidos por estados comprimidos, podem ser obtidos matematicamente a partir da aplicação de operadores de compressão e deslocamento ao estado do vácuo [19, 20]. Tais estados são ainda estados de incerteza mínima, por satisfazerem a igualdade 2.38, porém apresentam compressão em uma das quadraturas do campo, à custa de um aumento das flutuações na outra quadratura. Na prática, chama-se estado comprimido qualquer estado onde uma das quadraturas do campo está comprimida abaixo do limite do estado coerente, por exemplo  $\Delta^2 X^{(2)} < \frac{1}{4}$ , mesmo que o estado não seja um estado de incerteza mínima.

Estas descrições sobre a variância do campo ficarão mais claras ao nos lançarmos à representação do campo por distribuições de quase-probabilidade.

## 2.2 Representação de Quase-Probabilidade

O estado do campo eletromagnético quantizado pode ser inteiramente descrito a partir do operador densidade  $\hat{\rho}$  do sistema. De forma equivalente, no lugar de trabalharmos com operadores e autoestados, podemos passar à descrição do sistema através de representações do operador densidade.

Trabalhando com a base dos estados coerentes, temos diversas representações, tais como a representação P de Glauber-Sudarshan, a representação de Wigner, a representação Q e a representação P-positiva.

Vamos nos ater aqui a uma breve descrição de representação de Wigner, usada nesta tese. Diversos livros tratam destas distribuições, ficando a recomendação ao leitor de buscá-los para maiores referências [19, 20, 21].

Partindo do operador densidade, ele pode ser univocamente determinado por sua função característica. No caso de uma função característica em ordem simétrica temos

$$\chi(\eta) = Tr[\hat{\rho} e^{\eta \hat{a}^\dagger - \eta^* \hat{a}}]. \quad (2.41)$$

A distribuição de Wigner é então definida como

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int e^{\eta^* \alpha - \eta \alpha^*} \chi(\eta) d^2 \eta \quad (2.42)$$

descrevendo a “probabilidade” de observarmos a amplitude  $\alpha$  do campo. Na realidade, a probabilidade real de medir um valor preciso de um observável é dada sempre pela distribuição marginal da função. Expressando  $\alpha$  em termos das quadraturas  $X^{(1)}$  e  $X^{(2)}$ , a probabilidade da medida de um valor em uma das quadraturas será dada pela distribuição marginal

$$P(X^{(1)}) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(X^{(1)}, X^{(2)}) dX^{(2)}. \quad (2.43)$$

No caso de um estado não-clássico do campo, podemos ter valores negativos da função de Wigner. No entanto, a probabilidade de realização de uma medida será necessariamente positiva.

Uma melhor idéia de como esta distribuição nos fornece as informações do campo pode ser obtida ao verificarmos a representação de um estado coerente. Neste caso, dado um estado coerente  $|\alpha\rangle = |X^{(1)} + iX^{(2)}\rangle$  temos a função de Wigner expressa por uma distribuição gaussiana com simetria de rotação

$$W(x_1, x_2) = \frac{2}{\pi} \exp \left[ -\frac{(x_1 - X^{(1)})^2}{2} - \frac{(x_2 - X^{(2)})^2}{2} \right]. \quad (2.44)$$

Já para um estado comprimido a gaussiana não é mais simétrica, porém apresenta um achatamento em uma das quadraturas do campo:

$$W(x_1, x_2) = \frac{2}{\pi} \exp \left[ -\frac{(x_1 - X^{(1)})^2 e^{-2s}}{2} - \frac{(x_2 - X^{(2)})^2 e^{2s}}{2} \right], \quad (2.45)$$

onde  $s$  é a taxa de compressão. Neste sentido, dizemos que o estado comprimido é um estado não-clássico do campo. Um estado clássico é aquele produzido por uma corrente clássica, que produz um estado coerente [19]. Nenhuma fonte clássica pode gerar um estado comprimido, onde as flutuações do campo, observadas como ruído no processo de detecção são reduzidas abaixo do limite de um estado coerente. O estado comprimido não necessita ter as quadraturas do campo não-nulas, podendo-se gerar um estado de vácuo comprimido [4], onde a amplitude do campo é praticamente nula, mas as flutuações do campo são comprimidas.

Para um estado de Fock  $|n\rangle$ , temos

$$W(x_1, x_2) = \frac{2}{\pi} (-1)^n L_n(4r^2) e^{-2r^2} \quad (2.46)$$

com  $r^2 = x_1^2 + x_2^2$ , e  $L_n(x)$  é o polinômio de Laguerre. Neste caso, a existência de valores negativos para a função de Wigner é uma assinatura do caráter quântico do campo, não permitindo sua descrição por meio de uma aproximação semi-clássica, onde o campo é descrito por um valor médio com as flutuações de vácuo a ele adicionadas.

Na figura 2.1 vemos alguns exemplos dos campos supracitados descritos pela função de Wigner no espaço de fase.

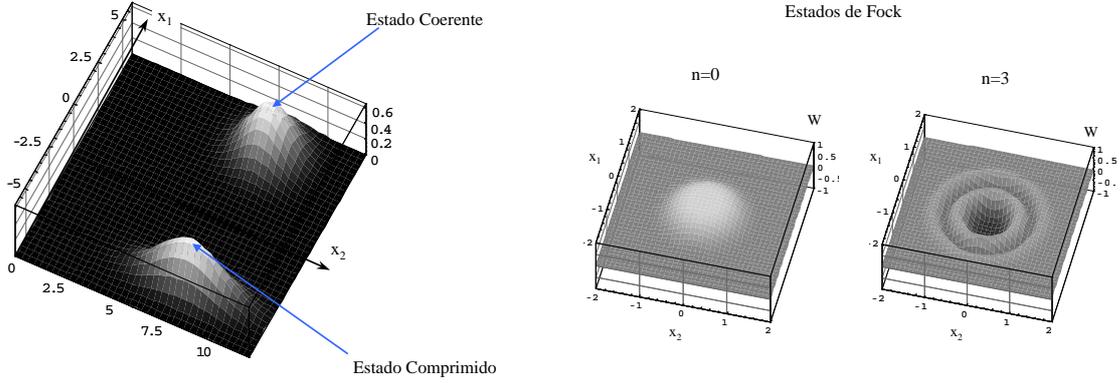


Figura 2.1: Representação de Wigner para um estado coerente e um estado comprimido ( $s=0,5$ ) de mesma amplitude ( $\sqrt{\langle \hat{n} \rangle} = 8,9$ ), e representações para diversos estados de Fock.

De forma semelhante à matriz densidade, a representação de quase-probabilidade contém toda a informação necessária à descrição do campo elétrico. Veremos na seqüência como poderemos partir da descrição do sistema pelo operador densidade, chegando à equação mestra para um sistema (cavidade) em contato com um banho térmico através de perdas, e desta para uma descrição de quase-probabilidade.

### 2.2.1 Equação mestra

Considere um sistema físico em estudo, em contato com um banho térmico. Por exemplo, uma cavidade com espelhos de acoplamento com transmitância não nula. A descrição da evolução do conjunto sistema + reservatório dentro da representação de Schrödinger pode ser feita através da equação de Schrödinger para a matriz densidade do conjunto

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}_{sr} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}_{sr}], \quad (2.47)$$

onde a matriz densidade do sistema completo  $\hat{\rho}_{sr}$  inclui o reservatório e o sistema em estudo, e a hamiltoniana  $\hat{H} = \hat{H}_s + \hat{H}_r + \hat{V}$  contém um termo para o sistema, um para o reservatório, e um termo de interação entre eles.

O banho térmico é modelado por um número grande de osciladores harmônicos

$$\hat{H}_r = \sum_j \hbar \omega_j \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j, \quad (2.48)$$

onde  $\hat{b}_j$  é o operador de aniquilação do modo  $j$  do banho térmico. Ele está acoplado ao sistema pelo operador de interação, que descreve a troca de energia entre o sistema e o banho, através de operadores de criação e aniquilação do sistema ( $\hat{a}_j^\dagger, \hat{a}_j$ ) e do banho atuando simultaneamente. Em uma aproximação de onda girante (RWA) ele é dado por

$$\hat{V} = \hbar \sum_j (g_j \hat{a}_j^\dagger \hat{b}_j + g_j^* \hat{b}_j^\dagger \hat{a}_j). \quad (2.49)$$

A solução da equação de movimento da matriz densidade do conjunto completo está geralmente além do nosso alcance. No entanto, como o objetivo final é o estudo do sistema menor, sem preocupação com o reservatório, podemos nos limitar a buscar uma solução para a matriz densidade do sistema. Considere que o operador  $\hat{O}$ , que queremos medir, atue apenas no sistema. O valor médio da observável  $\langle \hat{O}(t) \rangle$  pode ser obtido pelo traço do operador sobre a matriz densidade do conjunto

$$\langle \hat{O}(t) \rangle = tr_{sr} \{ \hat{O} \hat{\rho}_{sr}(t) \}. \quad (2.50)$$

Como o operador atua apenas no sistema, e não sobre o reservatório, podemos simplificar a descrição, de modo que

$$\langle \hat{O}(t) \rangle = tr_s \{ \hat{O} tr_r \hat{\rho}_{sr}(t) \} = tr_s \{ \hat{O} \hat{\rho}_s(t) \}. \quad (2.51)$$

Tudo que necessitamos para obter o valor do observável  $\langle \hat{O}(t) \rangle$  está na evolução temporal da matriz densidade do sistema  $\hat{\rho}_s(t)$ . A equação de movimento para esta matriz densidade é chamada de Equação Mestra.

A dedução da equação mestra escapa do tema deste trabalho. Sugerimos ao leitor, para uma descrição detalhada de sua obtenção para alguns exemplos simples, as referências [19, 20, 21]. A sua dedução para o oscilador paramétrico pode ser obtida nas ref. [28, 29].

O tratamento da equação mestra pode ser feito dentro de uma representação de funções de quase-probabilidade, levando finalmente a uma equação de Fokker-Planck para o sistema.

### 2.2.2 Equação de Fokker-Planck

Uma vez obtida a equação mestra para o operador densidade do sistema na forma

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}_s = F(\hat{a}, \hat{a}^\dagger), \quad (2.52)$$

onde  $F$  é função dos diversos operadores de criação e aniquilação do sistema, podemos tratar o problema pela obtenção de uma equação de Fokker-Planck, representando a equação de movimento da distribuição de probabilidade.

A passagem da descrição do problema da matriz densidade para uma função de quase-probabilidade é feita pela substituição dos operadores  $\hat{a}$  e  $\hat{a}^\dagger$  por variáveis complexas do campo  $\alpha$  e  $\alpha^*$ , junto com a substituição do operador da matriz densidade  $\hat{\rho}_s$  por uma função de distribuição.

Como pode ser visto na literatura, esta passagem pode se feita pela substituição dos operadores quânticos por operadores diferenciais do campo dentro da função  $F(\hat{a}, \hat{a}^\dagger)$ . São diversas as representações possíveis, tais como a representação P de Glauber-Sudarshan [30, 31], a representação de Wigner [32], as representações P-generalizadas [33], entre as quais a P-positiva. Estas representações, bem como a descrição pelos termos diagonais do operador densidade na base dos estados coerentes (função Q), são apresentadas com detalhes na ref. [20].

Veremos o procedimento para a passagem a uma representação de Wigner, conforme será empregado no corpo deste trabalho. Nesta representação, podemos interpretar o campo por um valor médio ao qual adicionamos as flutuações estocásticas do vácuo. A substituição dos

operadores na função  $F(\hat{a}, \hat{a}^\dagger)$  é feita pelas seguintes correspondências

$$\hat{a}\hat{\rho}_s \iff \left(\alpha + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\alpha^*}\right)W \quad \hat{a}^\dagger\hat{\rho}_s \iff \left(\alpha^* - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)W \quad (2.53)$$

$$\hat{\rho}_s\hat{a} \iff \left(\alpha - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\alpha^*}\right)W \quad \hat{\rho}_s\hat{a}^\dagger \iff \left(\alpha^* + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)W. \quad (2.54)$$

A substituição dos operadores pelas amplitudes dos campos deve ser feita de forma ordenada, trocando todos os operadores aparecendo à esquerda do operador densidade pelos operadores diferenciais da função de quase probabilidade  $W$ . O mesmo deve ser feito para os operadores de criação e aniquilação aparecendo à direita do operador  $\hat{\rho}_s$ . No caso de operadores aparecendo à direita e à esquerda do operador densidade, a substituição pode ser feita em qualquer ordem.

O resultado desta substituição é uma equação de movimento para a função de Wigner do tipo

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}W(\boldsymbol{\alpha}) = & -\sum_j \frac{\partial}{\partial\alpha_j}A_j(\boldsymbol{\alpha}, t)W(\boldsymbol{\alpha}) + \frac{1}{2}\sum_{j,k} \frac{\partial}{\partial\alpha_j} \frac{\partial}{\partial\alpha_k}D_{jk}(\boldsymbol{\alpha}, t)W(\boldsymbol{\alpha}) \\ & + \sum_{j,k,l} \frac{\partial}{\partial\alpha_j} \frac{\partial}{\partial\alpha_k} \frac{\partial}{\partial\alpha_l}O_{jkl}(\boldsymbol{\alpha}, t)W(\boldsymbol{\alpha}) + \dots \end{aligned} \quad (2.55)$$

A função de Wigner depende do vetor  $\boldsymbol{\alpha}$  contendo todos os termos do campo elétrico  $\alpha_j$ , sendo que os complexos conjugados são tratados como variáveis independentes  $\alpha_j^* = \alpha_{j'}$ . Identifica-se então uma equação de movimento com um termo de arrasto  $\mathbf{A}$  e um termo de difusão  $\mathbf{D}$ . Frequentemente temos na equação de movimento da função de Wigner termos diferenciais de ordem superior a 2 ligados à matriz  $\mathbf{O}$ .

Desprezando estes termos, obtém-se a equação de Fokker-Planck,

$$\frac{\partial}{\partial t}W(\boldsymbol{\alpha}) = -\sum_j \frac{\partial}{\partial\alpha_j}A_j(\boldsymbol{\alpha}, t)W(\boldsymbol{\alpha}) + \frac{1}{2}\sum_{j,k} \frac{\partial}{\partial\alpha_j} \frac{\partial}{\partial\alpha_k}D_{jk}(\boldsymbol{\alpha}, t)W(\boldsymbol{\alpha}), \quad (2.56)$$

cujas soluções são mais simples. Neste caso, podemos descartar os termos de ordem superior se assumirmos que a distribuição é bem comportada, como feito habitualmente nos tratamentos teóricos (por exemplo, na ref. [34]).

A função de Fokker-Planck resultante pode ser então expressa na forma equivalente de uma equação de Langevin, como descrito detalhadamente em [35]

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\alpha}, t)\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{\sigma}(t), \quad (2.57)$$

onde  $\mathbf{D} = \mathbf{B}^T\mathbf{B}$  e os termos de flutuação  $\boldsymbol{\sigma}(t)$  tem média nula, valendo as correlações

$$\langle\sigma_i(t)\sigma_j(t')\rangle = \delta_{ij}\delta(t-t') \quad (2.58)$$

Podemos obter a evolução temporal das variáveis a partir da equação de Langevin, além de calcular as variâncias dos valores medidos dos campos. Podemos desse modo fazer a verificação se alguma das variáveis medidas apresenta compressão nas flutuações abaixo do limite quântico. Será este o exemplo aplicado na descrição dos campos do OPO.

## 2.3 Teoria da detecção

Vamos descrever brevemente o processo de medida do campo eletromagnético para um feixe luminoso. Consideraremos inicialmente a detecção por um fotodiodo, que gere uma fotocorrente com uma eficiência unitária para a conversão dos fótons [36]. Em seguida, mostraremos como tal detector pode ser aplicado, com a ajuda de divisores de feixe e osciladores locais, à medida das flutuações das quadraturas do campo.

### 2.3.1 Fotodetecção

Como vimos na equação 2.18, o operador campo elétrico é composto da somatória sobre os termos positivos e negativos de frequências,

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) + \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \quad (2.59)$$

onde

$$\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0}} \hat{a}_{\mathbf{k}s} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}, \quad (2.60)$$

$$\hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) = \frac{-i}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0}} \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (2.61)$$

Os detectores para a ótica empregam normalmente o efeito fotoelétrico para as medidas do campo, onde o fóton incidente sobre o detector é absorvido, levando à geração de um elétron. É o caso, por exemplo, das fotomultiplicadoras. A absorção do fóton em uma junção semicondutora pode ser tratada do mesmo jeito. Neste processo de absorção, a probabilidade de transição depende da atuação do operador de aniquilação de fótons do campo. A probabilidade de ocorrer a transição entre o estado inicial  $|i\rangle$  e o estado final  $|f\rangle$  do campo em uma dada posição  $\vec{r}$  do campo, no intervalo de tempo  $(t, t + dt)$  é dada por

$$w_f(\vec{r}, t) dt = |\langle f | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle|^2 dt. \quad (2.62)$$

A probabilidade total de geração do fóto-elétron pela aniquilação do fóton incidente é dada pela soma em todas as possíveis transições

$$w(\vec{r}, t) = \sum_f |\langle f | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle|^2 = \sum_f \langle i | \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) | f \rangle \langle f | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle = \langle i | \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle, \quad (2.63)$$

onde usamos a completeza da base  $\sum_f |f\rangle\langle f| = 1$ .

A detecção se dá em um intervalo de tempo  $\tau$ , dependente geralmente do decaimento da transição atômica. Considerando que este intervalo de tempo define uma largura de banda de detecção  $(1/\tau)$  muito inferior ao batimento dos diferentes modos  $\mathbf{k}$ , e que integramos na detecção a intensidade local  $\hat{\mathbf{E}}^{(-)}\hat{\mathbf{E}}^{(+)}$  por toda a frente de onda do feixe, verificamos a ortogonalidade dos diferentes vetores de onda  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{k}'$ , e entre as diferentes direções de polarização  $s$  e  $s'$ .

Da integração da probabilidade em cada ponto  $\mathbf{r}$  da superfície do detetor temos a taxa total do fluxo de elétrons gerados, que identificamos como a fotocorrente  $\hat{i}$ . Esta será dada por

$$\langle \hat{i} \rangle = e \sum_{\mathbf{k}s} \langle \hat{n}_{\mathbf{k}s} \rangle, \quad (2.64)$$

onde o operador número  $\hat{n}_{\mathbf{k}s} = \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}s}$  fornece o fluxo de fótons por segundo pela área envolvida pelo feixe. A contante  $e$  é a carga elétrica fundamental, fornecendo o valor da fotocorrente em unidade de carga por tempo (ampère no SI). Note que estamos considerando detetores não amplificados. As fotomultiplicadores e os fotodetetores de avalanche (APD) baseiam-se na multiplicação do elétron gerado pela aniquilação do fóton incidente por efeitos em cascata, gerando na sua saída um pulso com muitos elétrons. Não há, neste caso, uma correlação unitária entre a fotocorrente e o fluxo de fótons. Esta correlação é válida, por exemplo, em fotodiodos, onde o fóton gera um par elétron-buraco na junção reversamente polarizada, ou em uma fotomultiplicadora na qual empregamos apenas um estágio, de modo que não haja a multiplicação do fotoelétron gerado.

Relacionamos então o operador fotocorrente diretamente ao operador número. Isto significa que, para um detetor ideal, cada fóton nele incidente irá gerar um elétron em sua saída, traduzindo de forma fiel o fluxo de fótons pela área envolvida pelo fotodetetor.

### 2.3.2 Detetor não ideal

Calculamos a fotocorrente medida por um detetor ideal, e como ela se relaciona ao número de fótons incidente sobre o detetor. Na realidade, a eficiência quântica do detetor depende muito de sua construção. Parte da luz incidente pode ser refletida na interface do detetor com o ar, além das perdas por reflexão na janela empregada para a sua proteção. Além disso, o fóton incidente em um fotodiodo pode não ser absorvido, ou ainda o par elétron-buraco gerado na junção pode se recombinar. Deste modo, a eficiência quântica da detecção é necessariamente inferior a 1.

A eficiência quântica  $\eta$  é dada pela razão entre o número de elétrons gerados pela quantidade de fótons incidentes. Para um feixe monocromático teremos

$$\eta = \frac{\hbar\omega I_{out}}{e P_{in}}, \quad (2.65)$$

onde  $I_{out}$  é a fotocorrente gerada e  $P_{in}$  é a potência incidente. Na prática, os detetores têm eficiências quânticas muito altas. Para tratar deste caso, considera-se o detetor como um detetor ideal com uma perda, tratada como um divisor de feixe colocado diante dele. A transmitância do divisor é igual à eficiência quântica da detecção.

Considere então um campo incidente sobre o divisor de feixe, descrito pelos operadores de aniquilação  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$  (figura 2.2). O Divisor de Feixe irá fazer a mistura dos campos incidentes, fornecendo em sua saída os modos  $\hat{c}$  e  $\hat{d}$  do campo, onde

$$\hat{c} = \sqrt{T} \hat{a} + \sqrt{1-T} \hat{b}, \quad \hat{d} = -\sqrt{1-T} \hat{a} + \sqrt{T} \hat{b}. \quad (2.66)$$

As fotocorrentes medidas em cada fotodetetor serão dadas pelos operadores número

$$\begin{aligned} \hat{n}_c &= \hat{c}^\dagger \hat{c} = T \hat{a}^\dagger \hat{a} + (1-T) \hat{b}^\dagger \hat{b} + \sqrt{T(1-T)} (\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{a} \hat{b}^\dagger), \\ \hat{n}_d &= \hat{d}^\dagger \hat{d} = T \hat{b}^\dagger \hat{b} + (1-T) \hat{a}^\dagger \hat{a} - \sqrt{T(1-T)} (\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{a} \hat{b}^\dagger). \end{aligned} \quad (2.67)$$

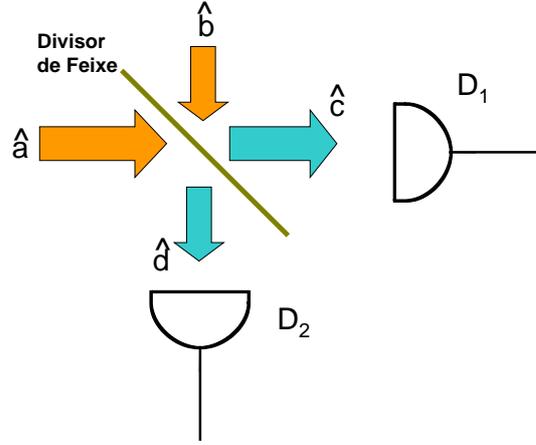


Figura 2.2: Divisor de feixe para a homodinagem de dois campos.

Para descrever o fotodetector real, vamos ignorar pelo momento a saída do divisor referente ao operador  $\hat{d}$  que descreve o feixe incidente sobre o detetor 2, considerando a transmitância  $T = \eta$  do feixe incidente  $\hat{a}$  medido pelo detetor 1, considerado ideal. Pela porta vazia do divisor de feixe  $\hat{b}$  temos apenas o estado do vácuo. O estado medido será portanto o produto do estado  $|\Phi_a\rangle$  incidente pelo estado do vácuo no modo b do campo  $|0_b\rangle$ . O valor médio da fotocorrente medida pelo detetor será

$$\langle \hat{n}_c \rangle = \langle 0_b | \langle \Phi_a | \hat{n}_c | \Phi_a \rangle | 0_b \rangle = \eta \langle \Phi_a | \hat{n}_a | \Phi_a \rangle, \quad (2.68)$$

posto que  $\hat{b}|0_b\rangle = \langle 0_b|\hat{b}^\dagger = 0$ .

Já a variância do operador número pode ser facilmente obtida se calcularmos o operador  $\hat{n}^2$  em ordem normal. Vemos que a variância do valor médio do operador número é

$$\begin{aligned} \Delta^2 \hat{n} &= \langle (\hat{n} - \langle \hat{n} \rangle)^2 \rangle = \\ \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2 &= \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2 = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2 + \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = \\ &= \langle : \hat{n}^2 : \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2 + \langle \hat{n} \rangle, \end{aligned} \quad (2.69)$$

onde  $\langle : \hat{O} : \rangle$  indica que o operador é calculado em ordem normal (operadores de aniquilação à direita e operadores de criação à esquerda). Empregamos aqui as propriedades de comutação dos operadores de criação e aniquilação. Vale observar neste ponto que a variância calculada para um estado coerente do campo fornece diretamente o valor do “shot noise”, ou ruído quântico padrão.

Aplicando então a equação 2.69 ao cálculo da variância do número de fótons incidente sobre o detetor 1, veremos que

$$\Delta^2 \hat{n}_c = \eta^2 (\langle : \hat{n}_a^2 : \rangle - \langle \hat{n}_a \rangle^2) + \eta \langle \hat{n}_a \rangle. \quad (2.70)$$

Para evidenciar o efeito do campo do vácuo entrando pela porta vazia do divisor de feixe, vamos calcular a variância em ordem normal. O operador das flutuações do número de fótons

é  $\delta\hat{n} = \hat{n} - \langle\hat{n}\rangle$ . Vemos que a variância é dada por  $\Delta^2\hat{n} = \langle(\delta\hat{n})^2\rangle$ . O cálculo em ordem normal nos dá

$$\langle:(\delta\hat{n})^2:\rangle = \Delta^2\hat{n} - \langle\hat{n}\rangle, \quad (2.71)$$

representando as flutuações do campo suprimidas do “shot noise”. Teremos então para o campo transmitido por um divisor de feixe

$$\langle:(\delta\hat{n}_c)^2:\rangle = \eta^2\langle:(\delta\hat{n}_a)^2:\rangle. \quad (2.72)$$

Estas flutuações podem ser tanto positivas, no caso de um feixe com uma estatística superpoissoniana no número de fótons, como negativas, para um feixe subpoissoniano. Vemos portanto que o efeito de uma perda na medida das flutuações de potência do campo reduz linearmente a potência do feixe, e quadraticamente a sua flutuação, descontado o nível de “shot-noise” [37, 38].

Para o cálculo da eficiência total de um sistema de detecção podemos somar todas as atenuações entre a fonte de luz, mais a eficiência quântica do detetor, que é tratada como um elemento de transmitância igual à eficiência quântica.

### 2.3.3 Medida da flutuação de intensidade

Para medir a compressão na flutuação de intensidade, verificando o caráter subpoissoniano ou superpoissoniano do campo, podemos simplesmente realizar a medida calibrada das flutuações do campo, comparando com o valor obtido para um estado coerente de mesma intensidade incidente sobre um único fotodetector. Ou ainda calibrar previamente a medida da flutuação para o valor médio da fotocorrente medida, e comparar o valor medido de  $\Delta^2\hat{n}$  do estado com o valor esperado para um feixe coerente de mesma intensidade.

No entanto, há uma forma mais simples de fazer esta medida. Considere o sistema da figura 2.2, onde temos detetores (que consideraremos ideais) que medem a fotocorrente de saída de um divisor de feixe 50/50 ( $T=50\%$ ). As fotocorrentes de saída podem ser calculadas pelos operadores número, descritos na equação 2.67. Considere que o feixe em estudo entra pela porta  $\hat{a}$  do divisor de feixe, enquanto que a porta  $\hat{b}$  permanece aberta para o vácuo incidente [39].

O valor médio e a variância da soma das fotocorrentes de saída é então dada por

$$\langle\hat{i}_+\rangle = \langle\hat{n}_a\rangle, \quad \Delta^2\hat{i}_+ = \Delta^2\hat{n}_a, \quad (2.73)$$

equivalente a termos um único fotodetector medindo toda a potência incidente do feixe, recuperando assim a informação da variância da intensidade e do valor médio da fotocorrente. Já para a subtração, teremos

$$\langle\hat{i}_-\rangle = 0, \quad \Delta^2\hat{i}_- = \langle\hat{n}_a\rangle, \quad (2.74)$$

ou seja, a flutuação da subtração das fotocorrentes será igual à obtida para um campo coerente de intensidade média igual à do campo incidente. Pela comparação direta dos valores de  $\Delta^2\hat{i}_-$  e  $\Delta^2\hat{i}_+$  recuperamos o valor da variância em ordem normal (eq. 2.71) do campo, pela qual verificamos se este é poissoniano, ou se apresenta compressão ou excesso de ruído na intensidade.

Esta forma simples de medida pode ser empregada desde que haja um bom equilíbrio entre as fotocorrentes dos dois detetores, obtido pelo ajuste fino da transmitância  $T$  do divisor de feixe. Para um feixe linearmente polarizado, isto pode ser feito pelo uso de um cubo polarizador

e uma lâmina de meia onda, separando o feixe em duas metades de potências iguais através da rotação da polarização incidente no cubo. Nem sempre dispomos de um divisor de feixe desta qualidade. Por vezes a luz possui uma polarização aleatória, impedindo uma medida equilibrada. Neste caso, o procedimento para a medida da compressão de intensidade é a calibração prévia da fotocorrente com uma fonte de luz coerente.

Como veremos a seguir, uma montagem semelhante pode ser empregada para medir a compressão na quadratura do campo. Neste caso, esta medida é chamada de deteção homodina, onde mistura-se o campo em estudo a um campo incidente, chamado de oscilador local, tipicamente com uma potência muito superior à potência do feixe em estudo.

No caso apresentado, costuma-se dizer que o campo estudado sofre uma homodinagem com o campo do vácuo entrando pela porta vazia do divisor de feixe.

### 2.3.4 Medida das flutuações da quadratura do campo

Consideremos agora que o campo incidente no nosso divisor de feixe é um campo coerente, de frequência igual à campo monocromático incidente em  $\hat{a}$ , porém com uma intensidade muito maior [19, 40, 41].

A fase deste campo em relação ao campo  $\hat{a}$  pode ser livremente variada, de modo que o operador  $\hat{b}$  pode ser substituído pelo operador  $\hat{b}e^{i\phi}$ .

A subtração das fotocorrentes medidas pelos dois detetores será então dada por

$$\hat{i}_- = \hat{a}^\dagger \hat{b} e^{i\phi} + \hat{b}^\dagger \hat{a} e^{-i\phi}. \quad (2.75)$$

Vamos considerar, sem perda de generalidade, que o campo representado pelo operador  $\hat{b}$  possui uma amplitude  $\beta$  real, de modo que  $\hat{b}|\beta_b\rangle = \beta|\beta_b\rangle$ , onde  $|\beta\rangle$  é o estado coerente com o qual estamos fazendo a homodinagem do campo  $\hat{a}$  em estudo. Neste caso, o valor médio da fotocorrente será

$$\langle \hat{i}_- \rangle = \beta \langle \Psi_a | \hat{X}_\phi | \Psi_a \rangle, \quad (2.76)$$

e a variância medida será dada por

$$\Delta^2 i_- = \beta^2 \langle \Psi_a | (\delta \hat{X}_\phi)^2 | \Psi_a \rangle + \langle \Psi_a | \hat{n}_a | \Psi_a \rangle, \quad (2.77)$$

onde  $\hat{X}_\phi = \hat{a}^\dagger e^{i\phi} + \hat{a} e^{-i\phi}$  é o operador da quadratura do campo elétrico em estudo na fase  $\phi$ . Quando  $\phi = 0$  ou  $\phi = \pi/2$  o operador coincide com as quadraturas  $\hat{X}^{(1)}$  e  $\hat{X}^{(2)}$  respectivamente, definidas na equação 2.34. No caso da aproximação  $\beta^2 \gg \langle \hat{n}_a \rangle$ , a variância da subtração nos fornece diretamente as flutuações da quadratura. Para calibrar o nível de ruído quântico padrão (“shot noise”), basta apenas bloquear o feixe incidente em  $\hat{a}$ , de modo que teremos a homodinagem do oscilador local com as flutuações do vácuo. Veremos posteriormente como proceder no caso de um valor não desprezável de  $\langle \hat{n}_a \rangle$ .

### 2.3.5 Medidas de correlação de intensidade

Para finalizar a discussão das medidas de estados comprimidos, vamos considerar as correlações de intensidade entre dois feixes. Neste caso, não se trata de uma medida de um estado monomodo do campo eletromagnético, mas da comparação entre as flutuações de intensidade de dois feixes diferentes.

Considere dois detetores, como na figura 2.3, sobre os quais incidimos dois feixes. Podemos comparar as fotocorrentes destes dois detetores, verificando a sua correlação

$$C = \langle \delta \hat{n}_1 \delta \hat{n}_2 \rangle / \sqrt{\langle \delta \hat{n}_1^2 \rangle \langle \delta \hat{n}_2^2 \rangle}. \quad (2.78)$$

Esta pode ser tanto positiva, indicando uma correlação de intensidade, negativa, indicando uma anticorrelação, ou nula, mostrando que os campos são completamente não correlacionados.

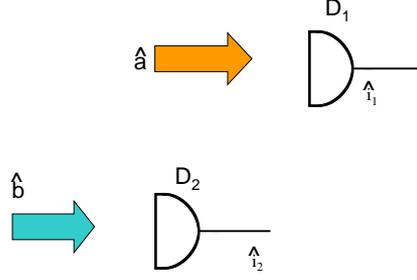


Figura 2.3: Correlação de intensidade entre dois feixes.

No entanto, dois campos podem estar fortemente correlacionados, apresentando apenas correlações clássicas. Por exemplo, dois estados coerentes modulados em intensidade por um modulador eletroóptico apresentarão uma correlação próxima à unitária, sem que haja uma correlação quântica entre eles. Por outro lado, feixes gêmeos de um OPO podem estar quanticamente correlacionados, mas com um valor de correlação  $C$  próximo à zero.

Vamos discutir duas formas de verificar a correlação entre dois feixes. Uma, empregada geralmente no OPO para verificar feixes gêmeos, compara as flutuações quânticas de dois feixes balanceados. A outra, usada geralmente como critério para medidas de não-demolição quântica, é um critério mais estrito, que permite comparar feixes de intensidade diferentes.

### Subtração de fotocorrentes

Considere as fotocorrentes medidas pelos detetores  $D_1$  e  $D_2$ . A variância da subtração das fotocorrentes será dada por

$$\Delta^2 \hat{i}_- = \Delta^2 \hat{n}_1 + \Delta^2 \hat{n}_2 - 2 \langle \delta \hat{n}_1 \delta \hat{n}_2 \rangle = \Delta^2 \hat{n}_1 + \Delta^2 \hat{n}_2 - 2C \times \sqrt{\Delta^2 \hat{n}_1 \Delta^2 \hat{n}_2}. \quad (2.79)$$

A correlação é dita quântica se a variância for inferior à que seria obtida por dois feixes coerentes não correlacionados incidindo sobre os detetores, o que resultaria em

$$\Delta^2 \hat{i}_0 = \langle n_1 \rangle + \langle n_2 \rangle. \quad (2.80)$$

Neste caso, é uma condição suficiente para que os feixes sejam quanticamente correlacionados (ou gêmeos) que

$$\frac{\Delta^2 \hat{n}_1 + \Delta^2 \hat{n}_2 - 2 \langle \delta \hat{n}_1 \delta \hat{n}_1 \rangle}{\langle n_1 \rangle + \langle n_2 \rangle} = \frac{\Delta^2 \hat{n}_1 + \Delta^2 \hat{n}_2 - 2C \sqrt{\Delta^2 \hat{n}_1 \Delta^2 \hat{n}_2}}{\langle n_1 \rangle + \langle n_2 \rangle} < 1. \quad (2.81)$$

Este é o critério habitualmente utilizado no OPO, onde os feixes gêmeos gerados apresentam excesso de ruído (portanto  $\Delta^2 \hat{n} > \langle n \rangle$ ) mas uma correlação suficiente para que a diferença das fotocorrentes seja menor que a obtida para um par de estados coerentes [42, 43].

Se os feixes tiverem amplitudes muito diferentes (por exemplo, um dos feixes gêmeos for atenuado) a subtração das fotocorrentes pode esconder a correlação quântica. Uma possibilidade, neste caso, é empregar a variância condicional para verificar a correlação. Outra será mostrada no capítulo 7, onde será aplicada ao estudo da dependência espacial do ruído em OPOs em operação multimodo transversa.

### Variância condicional

A proposta da variância condicional é que possamos empregar a medida da intensidade de um dos feixes para reduzir as flutuações de intensidade do outro. Se estas reduções forem suficientes para comprimir o ruído da intensidade do feixe abaixo do limite quântico, a correlação é considerada quântica.

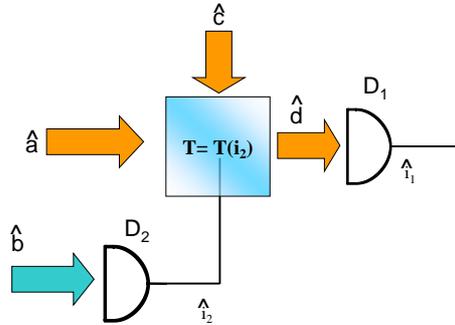


Figura 2.4: Controle de intensidade do feixe incidente em  $D_1$  pela medida da fotocorrente em  $D_2$ .

Considere o dispositivo mostrado na figura 2.4, cuja transmitância  $T$  é função da intensidade medida pelo detector 2 (por exemplo, um modulador eletro-ótico). Descrevemos então

$$\hat{T} = T_0 + T_1 \delta \hat{n}_b \quad (2.82)$$

onde  $\delta \hat{n}_b = \hat{n}_b - \langle \hat{n}_b \rangle$  é a flutuação do operador número do campo  $\hat{b}$ , e  $T_0$  e  $T_1$  são parâmetros ajustáveis. A fotocorrente medida pelo detector 1 será

$$\hat{i} = \hat{T} \hat{n}_a + (1 - \hat{T}) \hat{n}_c + \sqrt{\hat{T}(1 - \hat{T})} (\hat{a}^\dagger \hat{c} + \hat{c}^\dagger \hat{a}). \quad (2.83)$$

O estado do campo é descrito pelo produto dos estados dos três campos envolvidos  $|\psi\rangle = |\psi_a\rangle \times |\psi_b\rangle \times |\psi_c\rangle$ . O campo  $\hat{c}$  está no estado de vácuo  $|\psi_c\rangle = |0_c\rangle$ .

Dada a flutuação da fotocorrente  $\delta \hat{i} = \hat{i} - \langle \hat{i} \rangle$  teremos para a variância

$$\Delta^2 \hat{i} \simeq T_0^2 (\Delta^2 \hat{n}_a - \langle \hat{n}_a \rangle) + T_0 \langle \hat{n}_a \rangle + T_1^2 \Delta^2 \hat{n}_b \langle \hat{n}_a \rangle^2 + 2T_0 T_1 \langle \hat{n}_a \rangle \langle \delta n_a \delta n_b \rangle, \quad (2.84)$$

onde desprezamos, para os termos envolvendo a variável  $T_1$ , as médias dos termos de flutuação de ordem superior a 2, e consideramos os feixes intensos ( $\langle \hat{n} \rangle \gg 1$ ).

Dada a liberdade para ajustar os parâmetros de transmissão, podemos calcular o valor de  $T_1$  que minimize a equação 2.84. Teremos então

$$T_1 = -\frac{T_0 \langle \delta n_a \delta n_b \rangle}{\langle \hat{n}_a \rangle \Delta^2 \hat{n}_b}, \quad (2.85)$$

que aplicado à equação 2.84 resulta em

$$\Delta^2 \hat{i} = T_0 \langle \hat{n}_a \rangle + T_0^2 \langle \hat{n}_a \rangle [V(\hat{n}_a | \hat{n}_b) - 1], \quad (2.86)$$

onde definimos a variância condicional como

$$V(\hat{n}_a | \hat{n}_b) = \frac{\Delta^2 \hat{n}_a}{\langle \hat{n}_a \rangle} \left[ 1 - \frac{\langle \delta n_a \delta n_b \rangle}{\Delta^2 \hat{n}_a \Delta^2 \hat{n}_b} \right] = \frac{\Delta^2 \hat{n}_a}{\langle \hat{n}_a \rangle} (1 - C^2). \quad (2.87)$$

Desse modo, se a variância condicional for inferior a 1, é possível corrigir as flutuações de intensidade do feixe  $\hat{a}$  abaixo o limite quântico, e os feixes são considerados como quanticamente correlacionados no critério QND [44, 45, 46, 47].

A diferença entre este critério e o critério empregado para feixes gêmeos está no fato que, pela variância condicional, podemos comparar feixes de intensidades muito diferentes, o que já não é possível para o caso da subtração das fotocorrentes. Por outro lado, critério da variância condicional é estrito demais. Imagine dois feixes de intensidades iguais estudados pela variância condicional e pela subtração de fotocorrentes. Considere ainda que a potências de ruído normalizadas  $N_i = \Delta^2 n_i / \langle \hat{n}_i \rangle$  de cada feixe também se igualam ( $N_1 = N_2 = N$ ). Neste caso, pelo critério da variância condicional, a correlação será quântica se  $C^2 > 1 - \frac{1}{N}$ . Já pela subtração de intensidades a condição é menos estrita:  $C > 1 - \frac{1}{N} \Rightarrow C^2 > 1 - \frac{2}{N} + \frac{1}{4N^2}$ . Se os feixes forem muito ruidosos, será necessária uma compressão na subtração das fotocorrentes superior a 50% (portanto bem caracterizada como quântica) para atingir o critério da variância condicional.

### 2.3.6 Medida da variância da corrente

Para terminar o capítulo, vamos discutir brevemente a medida da variância de uma corrente elétrica  $\Delta^2 i$  através da medida da potência de ruído em uma dada frequência [35, 48] como descrito, por exemplo, na ref. [49].

Definindo a função de autocorrelação de fotocorrente  $C_i(t, t + \tau) = \overline{i(t) \cdot i(t + \tau)} - \overline{i(t)} \cdot \overline{i(t + \tau)}$ , temos que esta é dependente apenas de  $\tau$  se o processo for estacionário. Sua transformada de Fourier é dada por  $S_i(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_i(\tau) e^{i\Omega\tau} d\tau$ . A variância da corrente  $\Delta^2 i$  corresponde à função de autocorrelação para  $\tau = 0$ , de modo que

$$\Delta^2 i = \int_{-\infty}^{+\infty} S_i(\Omega) \frac{d\Omega}{2\pi}. \quad (2.88)$$

Na prática, todo o sistema de medida implica em uma certa filtragem, seja pelo próprio detector, seja pela eletrônica envolvida. Um analisador de espectro, como veremos, realiza a

medida da flutuação em uma estreita banda de frequências  $\delta f$  em torno de uma frequência de análise  $\Omega_0$ . Ou seja, o valor obtido ao final é

$$\Delta^2_{i_F} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_i(\Omega) F(\Omega) \frac{d\Omega}{2\pi} \simeq 2\delta f S_i(\Omega_0), \quad (2.89)$$

onde  $F(\Omega)$  é a filtragem do sistema de aquisição em torno da frequência de análise  $\Omega_0$ . Ou seja, a variância medida de uma corrente elétrica é proporcional à potência do espectro de ruído medida em uma dada frequência de análise.



## Capítulo 3

# Oscilador Paramétrico Ótico

O oscilador paramétrico ótico é uma fonte de luz laser, que emprega um cristal não-linear inserido em uma cavidade. O meio não-linear bombeado age como um meio de ganho, levando o sistema à oscilação, convertendo o feixe de bombeio em um par de feixes, chamados sinal e complementar, de frequência inferior à frequência do feixe de bombeio. São largamente empregados em espectroscopia, onde podemos substituir os lasers de corante como fontes de luz sintonizada no regime pulsado. Uma revisão sobre sua operação pode ser vista na referência [50].

Vamos agora apresentar a descrição do oscilador paramétrico ótico, começando pela interação de três campos em um meio não-linear. Esta é a base da geração paramétrica, sendo responsável pela geração de segundo harmônico, retificação ótica e conversão paramétrica descendente [51, 52, 53]. É este último efeito que, combinado com uma cavidade para selecionar um modo de oscilação, irá levar à oscilação paramétrica.

Em seguida, será descrito o funcionamento de um OPO triplamente ressonante. Será mostrado como ocorre a seleção dos modos de oscilação, levando à possibilidade de utilizar o OPO como uma fonte sintonizável de luz coerente, e quais as principais diferenças entre um OPO com um acordo de fase tipo I e tipo II.

Por fim, partindo-se da descrição quântica dos campos, será mostrada a geração de feixes gêmeos no OPO, mostrando as fortes correlações de intensidade entre os feixes sinal e complementar.

### 3.1 Ótica não-linear

Em um meio linear de absorção nula, dois campos podem se propagar sem haver entre eles interação alguma. Não ocorrem, deste modo, trocas de energia entre os campos. No entanto, se a polarização do meio possuir termos com uma dependência não-linear no campo elétrico haverá uma interferência de um campo sobre o outro, levando a diversos fenômenos tais como a soma e subtração de frequências, a geração de segundo harmônico, o efeito Kerr ótico, etc.

Seguindo a descrição apresentada na referência [52], vamos descrever o campo elétrico como

um vetor  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  composto por uma somatória de componentes de frequências  $\omega_n$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{A}^{(\omega_n)} e^{i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r} - \omega_n t)} \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{A}^{(\omega_n)}$  são os envelopes lentamente variáveis das ondas planas. A somatória é feita tanto para frequências positivas quanto negativas e, para que o campo  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  resulte em um valor real teremos para as envoltórias  $\mathbf{A}^{(-\omega_n)} = \mathbf{A}^{(\omega_n)*}$ .

No caso da polarização apresentar uma resposta não-linear com o campo elétrico, podemos representar a polarização em uma série de potências crescentes do campo. Isto vai nos levar a um termo linear da polarização com o campo, bem como termos de ordem superior. O termo quadrático leva a efeitos de interação onde a combinação de duas frequências leva a uma terceira. Já para o termo cúbico, teremos a interação de três ondas levando a um termo de polarização em uma quarta frequência, e assim por diante. O caso da polarização de terceira ordem leva a efeitos de mistura de quatro ondas, auto-modulação de fase, efeito Kerr ótico, geração de terceiro harmônico, entre outros. No nosso caso, estaremos interessados no acoplamento de três ondas, como o que ocorre no OPO ou na geração de segundo harmônico. Iremos então nos ater aos termos quadráticos da polarização não-linear.

Os termos não-lineares, para frequências longe de alguma ressonância de transição do meio, requerem um campo muito intenso para se manifestarem. É por este motivo que em ótica geralmente a descrição da polarização envolve apenas termos lineares. Os primeiros efeitos não-lineares conhecidos eram os manifestados através da interação de campos estáticos com a luz graças a um meio não-linear [54]. Somente com a chegada do laser [55] é que os efeitos não-lineares puramente óticos, como a geração de segundo harmônico [56], puderam ser estudados.

Para analisar os efeitos da polarização não-linear de segunda ordem, vamos decompor a polarização em um termo linear e um termo não-linear com uma dependência quadrática com o campo

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t), \quad (3.2)$$

onde o termo linear da polarização é dado pelo tensor de susceptibilidade elétrica  $\chi$

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \sum_n \chi(\omega_n) \mathbf{A}^{(\omega_n)} e^{i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r} - \omega_n t)}, \quad (3.3)$$

contendo os termos de dispersão e perdas. Da dependência da susceptibilidade com as orientações do campo teremos também o efeito de birrefringência do meio.

Vamos tratar o termo não-linear da polarização de segunda ordem de modo semelhante ao campo elétrico por uma soma de ondas planas com um termo de envoltória lentamente variável

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) &= \sum_p \mathbf{P}_{NL}(\omega_p) e^{i(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \omega_p t)} \\ &= \sum_i \mathbf{e}_i \sum_{jk} \sum_{nm} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_p = \omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) \left[ \mathbf{E} \times \mathbf{E} \right]_{j,k}^{(n,m)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{e}_i$  são os versores nas direções das diferentes coordenadas  $i$ . Vemos aqui explicitamente a dependência com os termos quadráticos obtidos no produto vetorial  $\mathbf{E} \times \mathbf{E}$ . Os índices do produto  $(j, k)$  correspondem à contribuição do produto dos termos de  $\mathbf{E}$  naquelas direções. Já os índices  $(m, n)$  correspondem às frequências do campo, lembrando que, do produto destas

diferentes frequências, teremos uma resposta na polarização cuja frequência será a soma das frequências dos campos.

Como veremos, com esta descrição podemos na equação de onda manter o formalismo empregando o vetor deslocamento  $\mathbf{D}$  proporcional ao campo elétrico  $\mathbf{E}$ , somando à equação a contribuição do termo de polarização na frequência correspondente à onda monocromática em estudo, contendo as contribuições vindas dos outros campos.

Vamos definir as componentes  $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m)$  do tensor de susceptibilidade de segunda ordem como constantes de proporcionalidade ligadas aos termos quadráticos do produto dos campos elétricos. Deste modo a envoltória de cada componente da polarização não-linear na direção  $i$ , na frequência  $(\omega_n + \omega_m = \omega_p)$  será dada por

$$P_i(\omega_p) = \sum_{jk} \sum_{nm} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_p, \omega_n, \omega_m) A_j^{(\omega_n)} A_k^{(\omega_m)} \quad (3.5)$$

com  $\mathbf{P}_{NL}(\omega_p) = \sum_i e_i P_i(\omega_p)$ . Nesta somatória sobre todas as componentes do campo elétrico de frequência  $\omega$ , a soma dos modos  $(\omega_n, \omega_m)$  deve se manter constante, correspondendo assim à componente de polarização de frequência  $\omega_p = \omega_n + \omega_m$ .

Vemos portanto que o termo de susceptibilidade não-linear irá acoplar a um modo  $\omega_p$  as amplitudes dos campos correspondendo à soma de duas frequências distintas. Antes de verificar como podemos aplicar a polarização não-linear e o seus termos de susceptibilidade aqui definidos na equação de onda, vamos verificar algumas importantes propriedades de simetria da susceptibilidade não-linear.

### 3.1.1 Susceptibilidade não-linear

Imaginando a interação de três ondas de frequências  $\omega_a, \omega_b, \omega_c = \omega_a + \omega_b$  em um meio não-linear, vemos que precisamos conhecer as polarizações não-lineares envolvendo cada uma destas frequências [52, 53]. Vemos então que, da equação 3.5 temos seis tensores a determinar

$$\begin{aligned} &\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_a, \omega_b, -\omega_c), \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_a, \omega_c, -\omega_b), \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_b, \omega_a, -\omega_c), \\ &\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_b, \omega_c, -\omega_a), \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_c, \omega_a, \omega_b), \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_c, \omega_b, \omega_a) \end{aligned} \quad (3.6)$$

além dos mesmos tensores com as frequências substituídas por seus valores negativos. Some-se a isso as diferentes possibilidades para as direções do campo no referencial adotado  $(i, j, k)$ . Teremos então, a partir destes 12 tensores com 27 componentes, 324 valores complexos para descrever a interação. Veremos como os argumentos de simetria podem reduzir estes termos a uns poucos elementos independentes, chegando no final a uma constante de acoplamento entre os campos.

#### Campos reais

O campo elétrico 3.1 inicialmente definido possui um valor real, de modo que  $A_j^{(-\omega_n)} = A_j^{(\omega_n)*}$ . Do mesmo modo, temos para a polarização não-linear  $P_i(\omega_n + \omega_m)^* = P_i(-\omega_n - \omega_m)$ . Temos

assim que a susceptibilidade deve também estar relacionada na forma

$$\chi_{ijk}^{(2)}(-\omega_n - \omega_m, -\omega_n, -\omega_m)^* = \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m). \quad (3.7)$$

### Permutações intrínsecas

No produto  $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) A_j^{(\omega_n)} A_k^{(\omega_m)}$  a inversão simultânea de  $(n, m)$  e  $(j, k)$  mantém inalterado o resultado do produto, de modo que

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) = \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_m, \omega_n). \quad (3.8)$$

### Simetrias na ausência de perdas

No caso de um meio onde as perdas são nulas, temos que  $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m)$  é real. Outra consequência é a liberdade de permutação dos índices  $(i, j, k)$  e das frequências  $(\omega_a, \omega_b, \omega_c)$ , desde que se corrijam os sinais dos termos de modo que  $\omega_a = \omega_b + \omega_c$ . De modo que

$$\begin{aligned} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) &= \chi_{jki}^{(2)}(-\omega_n, \omega_m, -\omega_n - \omega_m) = \\ \chi_{jki}^{(2)}(\omega_n, -\omega_m, \omega_n + \omega_m) &= \chi_{kij}^{(2)}(\omega_m, \omega_n + \omega_m, -\omega_n). \end{aligned} \quad (3.9)$$

### Simetrias de Kleinman

Se as frequências envolvidas forem muito menores que a mais baixa frequência de ressonância do meio, a susceptibilidade não-linear é praticamente independente da frequência, e a resposta do sistema é praticamente instantânea. Esta condição, aliada à permutação de índices, faz com que estes possam ser permutados sem que a frequência seja permutada, de modo que

$$\begin{aligned} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) &= \chi_{jki}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) = \chi_{kij}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) = \\ \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) &= \chi_{kji}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) = \chi_{jik}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Podemos neste caso abandonar a dependência em frequência ao tratar da susceptibilidade não-linear.

#### 3.1.2 Campos Eletromagnéticos no meio não-linear

Após as considerações sobre o tensor de susceptibilidade não-linear, podemos descrever as equações de Maxwell no meio não-linear para observar como a propagação neste meio leva à interferência entre campos de diferentes frequências [51, 52].

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}), \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \mathbf{H}). \end{aligned} \quad (3.11)$$

A densidade de corrente  $\mathbf{i}$  corresponde a uma condutância  $\sigma$ , representando a absorção do meio. O termo de polarização  $\mathbf{P}$  pode ser expresso na forma da equação 3.2, de modo que a primeira equação 3.11 pode ser escrita como

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \epsilon \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{P}_{NL}}{\partial t}. \quad (3.12)$$

Aplicando-a ao rotacional de  $\mathbf{E}$  e lembrando que  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E}$ , com  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  temos

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2}. \quad (3.13)$$

Para melhor compreendermos a propagação das ondas eletromagnéticas no meio não-linear, vamos simplificar o tratamento para uma única direção de propagação ( $z$ ), e considerar como nulas as derivadas do campo elétrico transversas à esta direção. Voltando à notação 3.1, estudaremos três termos da somatória do campo elétrico, correspondentes às frequências  $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ , se propagando no meio na forma de ondas planas, com polarizações lineares, paralelas aos eixos ordinário e extraordinário no caso de um meio birrefringente. A orientação da polarização de cada onda é dada pelos índices  $(i, j, k)$ , que se referem a *uma* das coordenadas cartesianas  $(x, y)$ . Estas três componentes são então dadas por

$$\begin{aligned} E_i^{(\omega_0)}(z, t) &= Re \left[ A_i^{(\omega_0)}(z) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} \right], \\ E_j^{(\omega_1)}(z, t) &= Re \left[ A_j^{(\omega_1)}(z) e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} \right], \\ E_k^{(\omega_2)}(z, t) &= Re \left[ A_k^{(\omega_2)}(z) e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} \right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Para resolver a equação 3.13, precisamos dos termos da polarização não-linear que vão contribuir para a propagação do campo em cada polarização e cada frequência envolvida. Tomando separadamente a componente do campo na direção  $k$ , na frequência  $\omega_2$ , teremos, pelas equações 3.4 e 3.5,

$$\begin{aligned} \left[ P_{NL}^{(\omega_2)}(z, t) \right]_k &= Re \left[ \chi_{kij}^{(2)}(\omega_2, \omega_0, -\omega_1) A_i^{(\omega_0)}(z) A_j^{(-\omega_1)}(z) e^{-i\omega_2 t} e^{ik_2 z} \right] \\ &= Re \left[ \chi_{ijk}^{(2)} A_i^{(\omega_0)}(z) A_j^{(\omega_1)*}(z) e^{-i(\omega_0 - \omega_1)t} e^{i(k_0 - k_1)z} \right], \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde a dependência do tensor susceptibilidade na frequência foi omitida para simplificar a notação.

Voltando à equação de onda 3.13, vamos lembrar que as derivadas nas coordenadas transversas são nulas, e a equação para o modo  $\omega_2$  se resume à coordenada  $k$ . Vamos então assumir a aproximação do envelope lentamente variável

$$\frac{dA_k^{(\omega_2)}(z)}{dz} k_2 \gg \frac{d^2 A_k^{(\omega_2)}(z)}{dz^2}. \quad (3.16)$$

Teremos então para o termo à esquerda da equação de onda

$$\nabla^2 E_k^{(\omega_2)}(z, t) = Re \left[ -k_2^2 A_k^{(\omega_2)}(z) + 2ik_2 \frac{dA_k^{(\omega_2)}(z)}{dz} e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} \right]. \quad (3.17)$$

Aplicando os termos calculados na equação de onda para a componente  $k$  do campo na frequência  $\omega_2$ , teremos então

$$\left[ -k_2^2 A_k^{(\omega_2)}(z) + 2ik_2 \frac{dA_k^{(\omega_2)}(z)}{dz} \right] e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} = (-i\omega_2 \mu_0 \sigma_2 - \omega_2^2 \mu_0 \epsilon_2) A_k^{(\omega_2)}(z) e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} - \mu_0 \omega_2^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \chi_{kij}^{(2)} A_i^{(\omega_0)}(z) A_j^{(\omega_1)*}(z) e^{-i\omega_2 t} e^{i(k_0 - k_1)z} \right] \quad (3.18)$$

Identificando  $\omega_2^2 \mu_0 \epsilon_2 = k_2^2$  e isolando a derivada do envelope teremos então

$$\frac{d}{dz} A_k^{(\omega_2)}(z) = -\sigma_2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} A_k^{(\omega_2)}(z) - i\omega_2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} \chi_{kij}^{(2)} A_i^{(\omega_0)}(z) A_j^{(\omega_1)*}(z) e^{i(k_0 - k_1 - k_2)z}, \quad (3.19)$$

relacionando diretamente as envoltórias dos campos elétricos propagantes no meio. Vemos assim que a amplitude do campo 2 recebe durante a propagação uma contribuição vinda da polarizabilidade não-linear, que o acopla aos campos 0 e 1. Esta contribuição, se for feita com a fase adequada, levará a uma amplificação do campo.

Aplicando-se o mesmo tratamento aos demais campos, temos que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} A_j^{(\omega_1)}(z) &= -\sigma_1 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} A_j^{(\omega_1)}(z) - i\omega_1 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} \chi_{jik}^{(2)} A_i^{(\omega_0)}(z) A_k^{(\omega_2)*}(z) e^{i(k_0 - k_1 - k_2)z}, \\ \frac{d}{dz} A_i^{(\omega_0)}(z) &= -\sigma_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} A_i^{(\omega_0)}(z) - i\omega_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \chi_{ijk}^{(2)} A_j^{(\omega_1)}(z) A_k^{(\omega_2)}(z) e^{-i(k_0 - k_1 - k_2)z}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Ou seja, todos os campos estão acoplados entre si, contribuindo mutuamente durante a propagação.

Considerando que as perdas são pequenas, podemos desprezar o termo de absorção no meio. Podemos ainda assumir as simetrias de Kleinman, de modo que a susceptibilidade não-linear será a mesma para todas as equações e independente da frequência. Expressando o termo de desacordo de fase  $\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$  teremos a forma mais simples do acoplamento das amplitudes dos campos em um meio não-linear

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} A_k^{(\omega_2)}(z) &= -i\omega_2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} \chi^{(2)} A_i^{(\omega_0)}(z) A_j^{(\omega_1)*}(z) e^{i\Delta k z}, \\ \frac{d}{dz} A_j^{(\omega_1)}(z) &= -i\omega_1 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} \chi^{(2)} A_i^{(\omega_0)}(z) A_k^{(\omega_2)*}(z) e^{i\Delta k z}, \\ \frac{d}{dz} A_i^{(\omega_0)}(z) &= -i\omega_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \chi^{(2)} A_j^{(\omega_1)}(z) A_k^{(\omega_2)}(z) e^{-i\Delta k z}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

dando as variações de amplitude no meio durante a propagação das ondas planas. Como veremos, será esta equação que dará origem aos efeitos de amplificação dos modos 1 e 2, e à conseqüente depleção do modo 0. Será através desse ganho que terá início a oscilação paramétrica no OPO para um meio não-linear, bombeado, no interior de uma cavidade.

## 3.2 Oscilador Paramétrico Ótico

Vimos como um meio não-linear pode acoplar campos de diferentes frequências e polarizações através do termo não-linear de segunda ordem na susceptibilidade  $\chi(\mathbf{E})$ . Faremos agora a descrição do processo de oscilação gerado a partir deste acoplamento entre os campos, com a inserção do cristal no interior de uma cavidade.

A oscilação no oscilador paramétrico ótico (OPO) é uma consequência do ganho obtido com o acoplamento de um feixe intenso, chamado de bombeio, a outros modos da cavidade. Veremos que nas equações de propagação a existência de um termo dependente da amplitude do bombeio levará a um termo de ganho para outras duas frequências, chamadas sinal e complementar. Este termo dependerá ainda da condição de acordo de fase do cristal e esta, por sua vez, depende das frequências dos campos envolvidos. Outra condição necessária à oscilação é a existência de modos da cavidade próximos às frequências nas quais há o acordo de fase. Satisfeitas tais condições, para um valor suficiente de potência do bombeio, o OPO pode começar a oscilar. Iremos discutir a sintonia do OPO, e a sua eficiência na conversão paramétrica.

Para um meio laser, o bombeio gera uma inversão de população em uma transição atômica e deste modo há um ganho para um feixe ressonante com a transição [57]. Colocado em uma cavidade, este meio amplificador pode levar à oscilação se as perdas da cavidade forem inferiores ao ganho do meio amplificador.

Para um oscilador paramétrico a oscilação ocorre de forma semelhante. Porém, não temos mais uma configuração onde o ganho depende diretamente da amplitude do bombeio, mas a fase passa a ter uma função importante no cálculo. Além disso, não temos mais apenas um feixe na saída, mas dois feixes acoplados entre si.

Para levar um amplificador paramétrico à oscilação, devemos colocá-lo em uma cavidade. A forma básica do oscilador paramétrico é a uniresonante (SROPO-single resonant OPO). Nesta configuração o bombeio atravessa livremente a cavidade, interagindo com o cristal. A cavidade é feita para um dos modos acoplados ao bombeio, por exemplo, o complementar. Note que não há uma cavidade para o sinal [58].

A saída desta configuração é feita pelo feixe sinal. Por não ser ressonante, ele sai livremente da cavidade. Como resultado, apenas o complementar deve atender às condições de ressonância da cavidade. Este OPO permite uma variação contínua do comprimento de onda do sinal pela varredura da cavidade para o complementar. Estando a frequência deste amarrada à ressonância da cavidade, a frequência do sinal será dada pela diferença entre a frequência do bombeio e do complementar.

No entanto, este sistema não apresenta um limiar de oscilação otimizado. Outra opção é ter uma cavidade duplamente ressonante (DROPO - double resonant OPO). Neste caso a cavidade é ressonante para o sinal e o complementar, reduzindo o limiar de oscilação. Para esta configuração, no entanto, a condição de dupla ressonância e a conservação de energia impedem uma variação contínua da frequência dos feixes de saída. Veremos como esta seleção ocorre, e como o intervalo espectral livre da cavidade limita a sintonia em frequência.

Para reduzir o limiar de oscilação podemos fazer ainda uma cavidade ressonante para o bombeio. Neste caso, temos o chamado OPO com bombeio intensificado (“pump enhanced”), podendo ser aplicado tanto ao OPO uniresonante (PE-SROPO) quanto ao OPO duplamente ressonante (PE-DROPO). Este último ainda é chamado de OPO triplamente ressonante

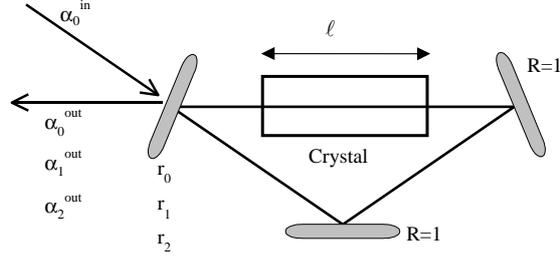


Figura 3.1: Configuração básica do OPO.

(TROPO - triple resonant OPO). Neste caso, o uso de uma cavidade para o bombeio permite que a potência estacionária no interior da cavidade aumente. Desse modo, o limiar de oscilação acaba sendo reduzido. Por atuar apenas no aumento do limiar, a ressonância do bombeio não tem influência direta na seleção do modo de oscilação do sinal e do complementar. No entanto, ela leva a interessantes efeitos de biestabilidade, instabilidade e regime autopulsado no OPO.

### 3.2.1 OPO triplamente ressonante

Vamos apresentar a análise do OPO triplamente ressonante (TROPO), que é o caso empregado ao longo de toda esta tese. Seguiremos o tratamento empregado por Thierry Debuischert *et al.* [59] no seu artigo clássico.

O objetivo é calcular o campo médio no interior de uma cavidade triplamente ressonante com um meio não-linear. Como modelo, tomemos a cavidade em anel mostrada na figura 3.1. Temos uma cavidade comprimento total  $L_{cav} = L + \ell$ , onde  $L$  é o comprimento livre da cavidade e  $\ell$  é o comprimento do meio não-linear.

A cavidade é formada por dois espelhos ideais, com reflexão unitária, e um espelho de acoplamento, pelo qual será injetado o feixe de bombeio e por onde saem os feixes gerados pelo OPO. Este espelho possui coeficientes de reflexão  $r_j$ , onde  $j \in \{0, 1, 2\}$  indica respectivamente a frequência de bombeio, sinal ou complementar.

Para uma pequena transmissão pelo espelho de acoplamento temos os coeficientes de transmissão e reflexão dados por

$$\begin{aligned} r_j &= e^{(-\gamma_j)} \simeq 1 - \gamma_j; \\ t_j &= (2\gamma_j)^{1/2}; \\ j &= \{0, 1, 2\} \rightarrow \text{bombeio, sinal, complementar,} \end{aligned} \quad (3.22)$$

com  $\gamma_j \ll 1$ . A transmitância total do espelho para um dado modo será dado por  $T_j = 2\gamma_j$ .

Para simplificar o nosso tratamento, vamos expressar as amplitudes dos campos através de variáveis complexas  $\alpha_j$ , normalizadas de tal modo que o módulo quadrado destas variáveis seja igual ao fluxo de fótons por segundo integrado em toda a seção transversa do campo.

Vamos considerar ainda um caso simples, onde há uma propagação colinear dos feixes, que são tratados como feixes gaussianos (modo  $TEM_{00}$ ). Estas simplificações estão de acordo com a configuração habitualmente usada para os OPOs, com uma cavidade linear definindo o modo espacial do feixe.

Para obter a amplificação dos campos sinal e complementar e a depleção do bombeio na propagação das três ondas no interior do cristal, vamos partir da equação 3.21. Será conveniente, no entanto, fazermos algumas alterações que simplificarão o tratamento e ajustarão a equação à condição de feixes gaussianos no interior da cavidade. Inicialmente, o termo de susceptibilidade deve levar em conta a forma gaussiana dos feixes. Ele acoplará modos da cavidade entre si, e não ondas propagantes. Se o fizesse, o bombeio sofreria uma depleção mais forte onde ele é mais intenso, levando a um achatamento da forma. Porém, este achatamento leva à geração de modos transversos que, geralmente, não são acoplados ao modo principal quando este é ressonante na cavidade. Com o cálculo das integrais de sobreposição, chega-se à uma equação semelhante à 3.21 com um termo proporcional à susceptibilidade efetiva  $\chi^{(2)}$  [60].

Por fim, como iremos ao final “contar” os fótons do campo, é mais conveniente trabalhar com o campo normalizado de tal forma que o seu módulo ao quadrado nos dê a taxa de fótons por segundo que atravessam uma seção reta que tome toda a área do feixe. Adotando então as variáveis do campo normalizado

$$\begin{aligned}\alpha_j(z) &= \sqrt{\frac{n_j c \epsilon_0 \pi w_j^2}{\hbar \omega_j}} A_j(z), \text{ com } j=1,2 \text{ e} \\ \alpha_0(z) &= i \sqrt{\frac{n_0 c \epsilon_0 \pi w_0^2}{\hbar \omega_0}} A_0(z),\end{aligned}\quad (3.23)$$

onde  $w_i$  é a cintura do feixe gaussiano no modo  $i$ , podemos expressar a variação da amplitude do campo em um ponto  $z$  no interior do cristal por

$$\begin{aligned}d\alpha_0/dz &= -2\chi_{eff}^* \alpha_2(z) \alpha_1(z) e^{-i\Delta k z}, \\ d\alpha_1/dz &= 2\chi_{eff} \alpha_0(z) \alpha_2^*(z) e^{i\Delta k z}, \\ d\alpha_2/dz &= 2\chi_{eff} \alpha_0(z) \alpha_1^*(z) e^{i\Delta k z},\end{aligned}\quad (3.24)$$

com o desacordo de fase  $\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$  e a amplitude do vetor de onda  $|k_j| = \omega_j n_j / c$ .

O termo de acoplamento  $\chi_{eff}$  depende do termo não-linear da susceptibilidade do cristal e da superposição dos modos gaussianos. Considerando que a cintura de feixe  $w_j$  está no interior do meio não-linear temos que

$$\chi_{eff} = \chi^{(2)} \frac{w_0 w_1 w_2}{w_0^2 w_1^2 + w_0^2 w_2^2 + w_1^2 w_2^2} \left\{ \frac{\hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2}{\pi \epsilon_0 c^3 n_0 n_1 n_2} \right\}. \quad (3.25)$$

Neste caso, o termo  $\chi^{(2)}$  contém a dependência da orientação do cristal e da polarização dos campos no meio não-linear, expressando o acoplamento pela matriz da susceptibilidade dos diferentes modos.

Considerando que o ganho total do feixe em uma passagem pelo cristal seja pequeno, podemos integrar as equações 3.24 com uma aproximação de primeira ordem nos campos. O resultado desta integração, da entrada até a saída do cristal, será

$$\begin{aligned}\alpha_0(\ell) &= \alpha_0(0) - 2\chi^* \alpha_1(0)\alpha_2(0) \\ \alpha_1(\ell) &= \alpha_1(0) + 2\chi\alpha_0(0)\alpha_2^*(0) \\ \alpha_2(\ell) &= \alpha_2(0) + 2\chi\alpha_0(0)\alpha_1^*(0)\end{aligned}\quad (3.26)$$

onde  $\chi$  incorpora a dependência do desacordo de fase  $\Delta k$

$$\chi = \chi_{eff} \ell \frac{\text{sen}(\Delta k \ell / 2)}{\Delta k \ell / 2} e^{-i\Delta k \ell / 2}.\quad (3.27)$$

Das equações 3.26 vemos que a amplificação ou a atenuação dos campos no cristal depende da amplitude e da fase dos outros campos interagindo no meio. Além disso, a função seno cardinal  $\text{sinc}(\Delta k \ell / 2)$  que aparece na expressão fornece ainda a largura de banda de valores  $\Delta k$  na qual o OPO irá operar.

Obtida assim a variação da amplitude dos campos no interior do cristal, podemos empregá-la para obter a condição de operação da cavidade em regime contínuo. Para isso, devemos considerar a variação de fase do campo em uma volta completa na cavidade. Somando a fase acumulada na propagação no espaço livre e na propagação no cristal, a qual depende do índice de refração  $n_j$  para cada modo do OPO, temos

$$\varphi_j = \frac{\omega_j}{c}(n_j \ell + L) = 2p_j \pi + \delta\varphi_j.\quad (3.28)$$

A fase pode ser expressa como um múltiplo de períodos completos  $p_j$  adicionada a uma dessintonia  $\delta\varphi_j$ . Nós não consideramos aqui o efeito da fase adicionada pelos espelhos de reflexão, considerados no primeiro momento como ideais.

Vamos calcular ainda as perdas na amplitude durante a volta no interior da cavidade. Às perdas pelo espelho de acoplamento, iremos adicionar as perdas por efeitos espúrios dentro da cavidade, tais como absorção do cristal, difração por irregularidades nos espelhos, reflexão na interface cristal/ar, perdas pelos outros espelhos, etc. Considerando estas perdas como uma transmissão  $t = e^{-\mu}$ , teremos uma perda total dependendo de  $\gamma_j' = \gamma_j + \mu_j$ .

Para calcularmos os campos no interior da cavidade, é conveniente expressar a dessintonia normalizada pelas perdas

$$\Delta_j = \delta\varphi_j / \gamma_j'.\quad (3.29)$$

Dessa forma, ao somarmos as perdas e ganhos e considerarmos os termos de fase em uma volta no interior da cavidade, podemos calcular os valores médios dos campos. Se a dessintonia for pequena ( $|\delta\varphi_j| \ll 2\pi$ ) teremos

$$\begin{aligned}\alpha_0 \gamma_0' (1 - i\Delta_0) &= -2\chi^* \alpha_1 \alpha_2 + \sqrt{2\gamma_0} \alpha_0^{in} \\ \alpha_1 \gamma_1' (1 - i\Delta_1) &= 2\chi \alpha_0 \alpha_2^* \\ \alpha_2 \gamma_2' (1 - i\Delta_2) &= 2\chi \alpha_0 \alpha_1^*\end{aligned}\quad (3.30)$$

onde introduzimos o campo de bombeio injetado na cavidade pela transmitância do espelho de acoplamento  $\alpha_0^{in}$ .

A solução das equações 3.30 nos dá os diferentes regimes de operação do OPO triplamente ressonante. É a partir dela que obtemos a resposta da saída do OPO para as diferentes potências de entrada. Por fim, ela será ainda um elemento fundamental na seleção dos modos longitudinais de oscilação do OPO.

Vamos tratar inicialmente dos regimes de operação, observando a potência de saída do OPO para diferentes condições de potência de bombeio e dessintonia da cavidade. Em seguida, veremos a seleção dos modos longitudinais, e sua atuação na sintonia do OPO.

### 3.2.2 Condição de oscilação do OPO

Da solução das equações 3.30 para os campos, obtemos as diferentes condições de operação do OPO. A primeira solução é a solução trivial, com  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ . Neste caso o sistema se resume a uma cavidade Fabry-Pérot para o feixe de bombeio.

Se  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  forem não nulos, teremos do produto da segunda equação do sistema 3.30 pelo conjugado da terceira equação

$$\gamma_1' \gamma_2' (1 - i\Delta_1)(1 + i\Delta_2) = 4|\chi|^2 |\alpha_0|^2. \quad (3.31)$$

Da parte imaginária temos a interessante condição de igualdade nas dessintonias dos campos sinal e complementar

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta. \quad (3.32)$$

Da parte real vemos que o campo para o bombeio no interior da cavidade está limitado a um valor que depende da dessintonia dos campos sinal e complementar, do coeficiente de acoplamento  $\chi$  e das perdas intracavidade

$$|\alpha_0|^2 = \frac{\gamma_1' \gamma_2' (1 + \Delta^2)}{4|\chi|^2}, \quad (3.33)$$

o que implica que a potência intracavidade na condição de oscilação está limitada a um valor dado pela dessintonia  $\Delta$ , pelas perdas, e pelo termo efetivo de acoplamento não-linear.

Uma primeira consequência da equação 3.32 está na relação entre as amplitudes dos campos sinal e complementar. Considerando as igualdades entre as dessintonias normalizadas temos que

$$\gamma_1' |\alpha_1|^2 = \gamma_2' |\alpha_2|^2. \quad (3.34)$$

Lembrando que a transmissão pelo espelho de acoplamento é  $T_j = 2\gamma_j$ , vemos que a soma desta transmissão com as demais perdas nos dá a fração total de fótons perdidos pela cavidade. A equação 3.34 nos mostra que o número médio de fótons que saem da cavidade para o modo sinal é igual ao número médio de fótons perdidos para o modo complementar. Estabelece-se ainda a proporcionalidade entre as amplitudes dos campos sinal e complementar intracavidade. A igualdade aqui estabelecida, ainda que não seja a condição de existência de feixes gêmeos, a qual pede um tratamento quântico do campo para sua demonstração, indica a forte correlação que há entre os dois feixes de saída.

O balanço perfeito entre as intensidades médias dos dois feixes é mantido apenas se a fração das perdas pela transmitância do espelho de acoplamento for a mesma para os dois modos. A intensidade de saída pelo espelho de acoplamento é dada por

$$I_j = 2\gamma_j |\alpha_j|^2. \quad (3.35)$$

A razão entre as intensidades dos feixes sinal e complementar será portanto dada por

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\gamma_1 \gamma_2'}{\gamma_2 \gamma_1'}, \quad (3.36)$$

indicando que a saída não será necessariamente balanceada se as perdas intracavidade forem diferentes para cada um dos modos.

Para estudar o limiar de oscilação do OPO, devemos aplicar a solução obtida para a amplitude do bombeio intracavidade (eq. 3.33) na primeira equação do sistema de equações 3.30. Obtemos deste modo a potência de entrada necessária para atingir o limiar de oscilação, considerando que os campos sinal e complementar dentro da cavidade sejam nulos

$$|\alpha_0^{in}|_{th}^2 = \frac{\gamma_0'^2 \gamma_1' \gamma_2' (1 + \Delta^2)(1 + \Delta_0^2)}{8|\chi|^2 \gamma_0}. \quad (3.37)$$

Vemos claramente que o limiar será mínimo para a exata ressonância dos três modos dentro da cavidade. Ele dependerá ainda da razão entre as perdas intracavidade com a transmissão do espelho de acoplamento do bombeio. Vamos agora normalizar a potência de bombeio pelo valor mínimo necessário ao início de oscilação, considerando uma ressonância exata para os modos do bombeio, sinal e complementar. A taxa de bombeio será então

$$\sigma = \frac{|\alpha_0^{in}|^2}{|\alpha_0^{in}|_{res}^2} = \frac{P_{in}}{P_{th}} \quad (3.38)$$

onde  $P_{in}$  é a potência do feixe de bombeio enviado para a cavidade e  $P_{th}$  é a potência de limiar definida a partir da equação 3.37 na condição de dessintonia nula ( $\Delta = \Delta_0 = 0$ ). Esta relação será usada durante toda a tese para definir a potência de bombeio em função da potência de limiar.

Vamos agora calcular a potência de saída e a eficiência do OPO. Neste cálculo, veremos que existem situações onde temos duas soluções estáveis para o sistema. Veremos ainda que o OPO pode operar com uma elevada eficiência de conversão. Idealmente, esta poderia chegar a 100%, diferindo claramente do laser, onde a eficiência é necessariamente limitada pela diferença na energia do fóton de bombeio com relação ao fóton do feixe laser.

### Potência de saída

Voltando às equações 3.30, obtemos a partir da aplicação da segunda equação na primeira, da condição de amplitude do bombeio intracavidade (eq. 3.33) e da normalização do bombeio (eq. 3.38) que

$$\sigma = \left( 1 - \Delta \Delta_0 + \frac{4|\chi|^2 |\alpha_1|^2}{\gamma_2' \gamma_0'} \right)^2 + (\Delta + \Delta_0)^2. \quad (3.39)$$

Da solução desta equação para  $|\alpha_1|^2$  temos o fluxo de fótons intracavidade para os campos sinal e complementar dado por

$$|\alpha_j|^2 = \frac{\gamma'_k \gamma'_0}{4|\chi|^2} (\sqrt{\sigma} - 1). \quad (3.40)$$

com  $\{j, k\} = \{1, 2\}$  e  $j \neq k$ .

Esta solução tem sentido físico apenas para  $|\alpha_j|^2$  real e positivo. Da condição de  $|\alpha_j|^2$  real temos que  $\sigma > (\Delta + \Delta_0)^2 = \sigma_a$ . Da condição de limiar de oscilação  $|\alpha_j| = 0$  temos  $\sigma = (1 + \Delta^2)(1 + \Delta_0^2) = \sigma_b$ . Nota-se que  $\sigma_b \geq \sigma_a$ , sendo esta uma condição mais restritiva à oscilação.

Se  $\Delta_0 \Delta < 1$ , o sistema apresenta uma única solução estável não nula, para  $\sigma > (1 + \Delta^2)(1 + \Delta_0^2)$ . Para grandes dessintonias e grandes valores de potência do feixe esta solução torna-se instável, levando a um regime auto-pulsado e originando um comportamento caótico do OPO. O leitor pode ver o tratamento detalhado deste regime na referência [61].

No entanto, se  $\Delta_0 \Delta > 1$ , a equação 3.40 apresenta duas soluções positivas na região  $\sigma_a < \sigma < \sigma_b$ . A solução trivial continua sendo estável até o limite superior desta região. Das duas soluções da equação 3.40, o ramo inferior é instável, e o ramo superior é a solução estável. Junto com a solução trivial, teremos então uma região de biestabilidade do OPO, determinada pelo valor de dessintonia entre os campos e a cavidade.

Na figura 3.2 temos a saída do OPO para a mesma dessintonia do sinal, mas com valores simétricos para a dessintonia do bombeio. A potência de saída calculada pelas equações 3.39 e 3.40, está normalizada, de modo que

$$\Gamma = \Delta \Delta_0 - 1 \pm \sqrt{\sigma - (\Delta_0 + \Delta)^2}. \quad (3.41)$$

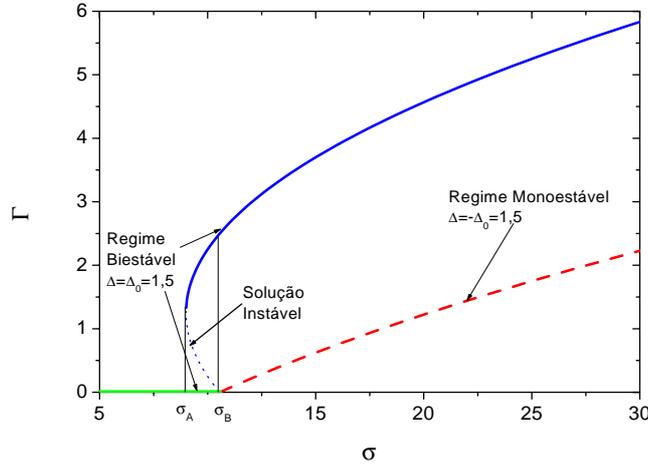


Figura 3.2: Saída do OPO para operação monoestável e biestável, em função da potência de bombeio. Para os valores de dessintonia no regime biestável ( $\Delta = \Delta_0 = 1.5$ ) temos  $\sigma_A = 9$ ,  $\sigma_B = 10, 56$ .

O regime de operação biestável já foi observado experimentalmente [62]. Quanto ao regime auto-pulsado descrito em [61], demonstrou-se na ref. [63, 64] que as evidências experimentais de autopulsação, como as mostradas na ref. [62], são devidas a efeitos térmicos, não sendo portanto ligados à descrição empregada para os campos dentro do OPO. Na maioria dos casos, no entanto, operamos muito próximo à ressonância tanto para o sinal quanto para o bombeio, portanto longe do regime instável.

Podemos agora tratar da descrição da eficiência do OPO no caso de uma dessintonia nula para todos os modos do oscilador. No caso ressonante, a potência de saída pelo espelho de acoplamento, calculada a partir da equação 3.40, é dada por

$$|\alpha_j^{out}|^2 = \frac{\gamma_j \gamma_k' \gamma_0'}{2|\chi|^2} (\sqrt{\sigma} - 1). \quad (3.42)$$

Precisamos calcular a potência de saída total para obtermos a eficiência do OPO. Para simplificar o tratamento, consideremos uma condição de degenerescência ( $\omega_1 = \omega_2$ ) com perdas idênticas para o sinal e o complementar ( $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $\gamma_1' = \gamma_2' = \gamma'$ ). Somando a potência dos feixes de saída teremos, usando a equação 3.37, a potência total de saída

$$P_{out} = \hbar\omega_0 \left[ \frac{\gamma\gamma'\gamma_0'}{2|\chi|^2} (\sqrt{\sigma} - 1) \right] = 4\eta_{max} \left( \sqrt{P \cdot P_{th}} - P_{th} \right). \quad (3.43)$$

A eficiência dependerá portanto da razão entre a potência de bombeio e a potência do limiar de oscilação, sendo máxima para  $\sigma = 4$ . A eficiência máxima é definida como

$$\eta_{max} = \frac{\gamma}{\gamma'} \frac{\gamma_0}{\gamma_0'} = \xi \xi_0 \quad (3.44)$$

onde  $\xi_j = \gamma_j/\gamma_j'$  é a razão das perdas pelo espelho de acoplamento pelas perdas totais da cavidade.

Vemos portanto que o limite da eficiência do OPO é dado por limitações puramente técnicas, tais como a qualidade dos espelhos, a absorção do cristal, a qualidade do tratamento refletor das superfícies, e ainda o casamento do modo do feixe de bombeio com o modo da cavidade. Esta eficiência será máxima no caso de  $P = 4 \cdot P_{th}$ , podendo mesmo chegar a 100%. Se  $\xi_0 = 1$ , o feixe de bombeio refletido pela cavidade irá a zero para um valor de  $\gamma_0 \ll 1$ , sendo completamente convertido em luz nos modos sinal e complementar. Isto se deve à interferência destrutiva entre o feixe refletido pela cavidade, de potência  $|\alpha_0^{in}|^2(1 - 2\gamma_0)$  e o feixe transmitido pelo espelho de acoplamento, de potência  $\gamma_0\gamma'/(4|\chi|^2)$ . Claro que estas são condições ideais, mas veremos que esta condição apresenta interessantes propriedades quanto às flutuações quânticas do feixe de bombeio refletido [65].

A eficiência apresenta ainda uma saturação, começando a cair para além do valor de  $\sigma = 4$ . Esta queda, porém, é pouco acentuada, e o valor de eficiência mantém-se próximo ao máximo, como vemos na Figura 3.3. Neste caso, dados os valores de  $\xi = \xi_0 = 80\%$ , a eficiência máxima é de 64%, caindo para 58% quando  $\sigma = 8$ .

Vamos estudar agora como ocorre a seleção dos modos de saída da cavidade, verificando como a condição de ressonância tripla, o acordo de fase e a potência do bombeio vão atuar na seleção da frequência de operação.

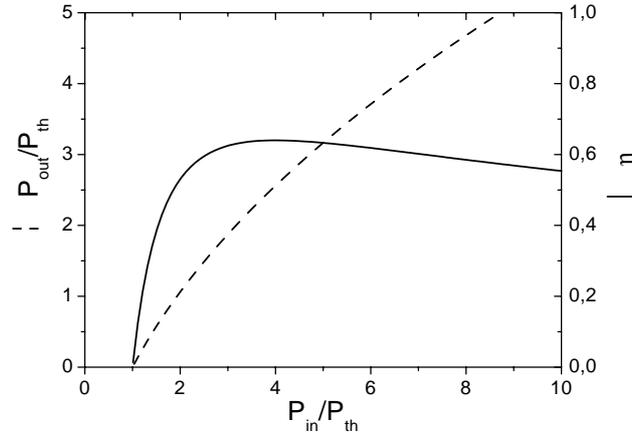


Figura 3.3: Potência de saída e eficiência para OPO triplamente ressonante.  $\xi = \xi_0 = 80\%$ .

### 3.2.3 Modos longitudinais no OPO com casamento de fase tipo II

Em um OPO triplamente ressonante, diversos fatores irão determinar as frequências de oscilação para o sinal e complementar. A primeira é a condição de conservação de energia, que os liga à frequência do bombeio.

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2. \quad (3.45)$$

Outra condição de oscilação é que os modos sinal e complementar estejam próximos a um modo longitudinal da cavidade. Claro que a cavidade apresenta uma largura de banda finita e, como tal, podemos ter os modos de saída com uma pequena dessintonia. Devemos no entanto nos lembrar que esta deve respeitar a condição demonstrada na equação 3.32 para uma operação em regime estável.

Para determinar as frequências de oscilação do OPO vamos inicialmente expressar os índices de refração para os modos sinal e complementar na forma

$$n = (n_1 + n_2)/2, \quad \delta n = (n_1 - n_2)/2, \quad (3.46)$$

onde  $n_1$  e  $n_2$  são respectivamente os índices de refração para os feixes sinal e complementar. A diferença entre os valores deve-se à dispersão no cristal, e no caso de um acordo de fase tipo II, também à birrefringência do cristal, a qual irá então predominar sobre a dispersão.

Para as frequências do campo, além da conservação de energia, temos a diferença entre as frequências dos modos sinal e complementar

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2, \quad (3.47)$$

chamada geralmente de “frequência de batimento”. Isto não significa que esta frequência seja necessariamente observada na detecção, o que ocorre apenas para o caso de um OPO com cristal tipo I. No entanto, o nome permanece empregado, mesmo que estejamos lidando com modos ortogonais pela polarização.

As perdas da cavidade para cada modo serão também descritas na forma de um valor médio e uma diferença. Neste caso temos

$$\gamma' = (\gamma'_1 + \gamma'_2)/2, \quad \delta\gamma' = (\gamma'_1 - \gamma'_2)/2. \quad (3.48)$$

Como veremos a seguir, o tratamento ficará mais simples se estudarmos a condição de ressonância pela soma e subtração das fases acumuladas em uma volta completa do feixe no interior da cavidade. Partindo então da equação 3.28 vemos que

$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_1 &= 2\pi m + (\delta\varphi_2 - \delta\varphi_1), \\ \varphi_2 + \varphi_1 &= 2\pi q + (\delta\varphi_2 + \delta\varphi_1), \end{aligned} \quad (3.49)$$

onde  $m = p_2 - p_1$  e  $q = p_2 + p_1$  são números inteiros, de mesma paridade. Fica claro que para uma cavidade ressonante para o sinal e complementar teremos também uma ressonância para a frequência de batimento.

O valor desta pode ser calculado a partir da fase dos campos (eq. 3.28), da condição de dessintonia (eq. 3.32) e da definição 3.29. Teremos assim, aproximando  $n\omega_o \gg \Delta n\Delta\omega$

$$\Delta\omega = \frac{-\delta n\ell\omega_0 + 2\pi mc}{L + n\ell} + \frac{\delta\gamma'}{\gamma'} \left( \omega_0 - \frac{2\pi qc}{L + n\ell} \right). \quad (3.50)$$

Como veremos, os modos sinal e complementar podem ter frequências muito próximas, atingindo por vezes a degenerescência. Desta forma, as perdas pelos espelhos da cavidade acabam sendo iguais. Além disso, no caso de absorções pequenas no cristal, o efeito da birrefringência no termo complexo do índice de refração (ligado à absorção) pode ser desconsiderado. Teremos assim frequentemente perdas iguais para os modos sinal e complementar. Neste caso a expressão acima se resume a

$$\Delta\omega = -\frac{\delta n\ell\omega_0 + 2\pi mc}{L + n\ell} = -2\pi D \left( \delta n \frac{\ell}{\lambda_0} + m \right), \quad (3.51)$$

com  $D = c/(L + n\ell)$ . O valor de  $D$  é igual ao dobro do intervalo espectral livre da cavidade (FSR), tomando para o cálculo do comprimento efetivo da cavidade o valor médio do índice de refração.

Vemos portanto que a frequência de batimento está limitada a uma série discreta de valores, dados pelos inteiros (q,m). Devido à paridade entre eles, para um dado valor de q a separação entre as frequências para dois modos m adjacentes será igual ao intervalo espectral livre  $FSR = 2D$ . No entanto, não estamos limitados a uma série discreta de valores de frequência se pudermos variar a diferença dos índices de refração. Neste caso, a variação de  $\delta n$  pode ser feita pela mudança de temperatura do cristal, por exemplo, efetuando uma sintonia fina da frequência de saída. Note ainda que ao assumir diferentes perdas para os modos não alteramos qualitativamente os valores obtidos na referência [59]. O segundo termo dentro dos parênteses da equação 3.50 tende a zero no caso quase degenerado com um perfeito acordo de fase, como veremos a seguir. No entanto, longe da degenerescência, a diferença entre as perdas tende a aumentar. Isto deve-se ao fato de trabalharmos com espelhos de banda estreita, o que pode levar a um desbalanceamento das perdas ao nos afastarmos de uma condição degenerada.

Entre os modos de oscilação selecionados pela condição de dessintonias iguais para os modos sinal e complementar, teremos ainda outros critérios de oscilação. A primeira será dada pela escolha do modo que satisfaça a condição de uma pequena dessintonia. Esta condição de quase-ressonância, além de garantir a validade das aproximações feitas para se obter as equações 3.30, assegura uma primeira condição para um baixo limiar de oscilação no OPO.

As outras condições são a proximidade da ressonância para o bombeio e a condição de acordo de fase. Esta última irá selecionar, da ampla faixa de valores possíveis de  $\Delta\omega$  dados pela equação 3.50, uma banda restrita de valores.

### Ressonância para sinal e complementar

No cálculo usado para chegar às equações 3.50 e 3.51 não foi usada a condição de quase-ressonância para sinal e idler ( $\delta\varphi_i \ll \pi$ ). Se considerarmos um dado comprimento  $L_{cav} = L + n\ell$  para a cavidade, podemos verificar quais os valores de  $\Delta\omega$  que satisfazem a condição de ressonância.

Para termos a ressonância exata, com  $\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = 0$ , temos da equação 3.49 que  $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi q$ . Calculando o comprimento da cavidade para exata ressonância teremos

$$L + n\ell = q\lambda_0 - \delta n\ell\Delta\omega/\omega_0, \quad (3.52)$$

onde vemos explicitamente a dependência em  $q$ , e implicitamente a dependência em  $m$  através da frequência de batimento  $\Delta\omega$  definida nas equações 3.50 e 3.51.

Lembrando que  $\Delta\omega$  depende também do comprimento da cavidade, vemos que resolver esta equação em  $L$  a transforma em um resultado de difícil manejo e pouca aplicação para nos dar a idéia de como o OPO funciona. Vamos no entanto assumir uma aproximação no cálculo. Ao varrermos o comprimento da cavidade buscando a posição de ressonância temos uma variação da ordem do comprimento de onda do bombeio  $\lambda_0$ , de modo que a conseqüente variação no intervalo espectral livre será desprezável. Trabalharemos então com o valor médio de  $L$  no denominador das equações 3.50 e 3.51.

Para termos uma idéia da densidade dos modos de oscilação, vamos imaginar que o comprimento da cavidade está sendo varrido, variando assim o valor de  $L$ . Considerando um valor fixo de  $q$ , podemos calcular a distância entre duas posições de ressonância adjacentes, correspondentes a dois valores distintos de  $m$ . Neste caso obtemos uma separação entre as posições de ressonância igual a

$$\Delta L = \delta n\ell \frac{4\pi D}{\omega_0} = \delta n \frac{2\ell}{L + n\ell} \lambda_0. \quad (3.53)$$

Notamos então que a separação será uma fração do comprimento de onda do bombeio. Veremos mais tarde que isto é importante para termos pelo menos um modo de oscilação coincidente com o pico de ressonância do bombeio.

A quantidade de modos possíveis para oscilação para um dado comprimento  $L$  é muito grande, considerando a possibilidade de variar  $q$  e  $m$  simultaneamente para satisfazer a equação 3.52. Veremos que a condição de acordo de fase irá selecionar uma faixa de valores para os quais a oscilação é possível.

### Acordo de Fase

O efeito do desacordo de fase pode ser analisado pela redução no coeficiente de acoplamento  $\chi$  na equação 3.37, elevando o valor do limiar de oscilação do OPO. Para este estudo, iremos então comparar o novo valor de limiar em caso de um acordo de fase não nulo com aquele obtido para um perfeito acordo de fase. Da condição de acordo de fase temos

$$\Delta k = \frac{(n_0 - n)\omega_0 - \Delta n \Delta \omega}{c}. \quad (3.54)$$

Vemos portanto que para um acordo de fase exato devemos ter

$$\Delta \omega = \omega_0 \frac{n_0 - n}{\Delta n} \quad (3.55)$$

desde que  $\Delta n$  seja não nulo (como é o caso em um acordo de fase tipo II).

Para simplificar a análise do caso, vamos considerar que a dessintonia é nula para os três campos. O valor de limiar é dado então pelas equações 3.27 e 3.37

$$|\alpha_0^{in}|_{pm}^2 = \frac{\gamma_0'^2 \gamma_1' \gamma_2'}{8 \chi_{eff}^2 \ell^2 \gamma_0} \text{sinc}^{-2} \left( \frac{\Delta k \ell}{2} \right), \quad (3.56)$$

onde  $|\alpha_0^{in}|_{pm}^2$  é a potência de limiar fornecida pela equação 3.37, colocando de forma explícita a dependência com o acordo de fase. Vamos expressar a nova potência de bombeio normalizada por  $\sigma_{pm} = |\alpha_0|^2 / |\alpha_0^{in}|_{pm}^2$ .

Para que ocorra a oscilação do OPO, precisamos que  $\sigma_{pm} \geq 1$ . Temos então que o limite máximo para o desacordo de fase depende da potência de bombeio, como descrita na equação 3.38. Temos assim que

$$\text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta k \ell}{2} \right) \geq \frac{1}{\sigma}. \quad (3.57)$$

Fica claro que, quanto maior a potência de bombeio (proporcional a  $\sigma$ ), maior a faixa de valores de desacordo de fase  $\Delta k$  nas quais podemos ter oscilação. Por exemplo, para uma potência de bombeio  $\sigma = 2$  com uma perfeita ressonância, teremos  $|\Delta k \ell| \leq 2,8$ . A faixa de valores de  $\Delta \omega$  em torno do valor de perfeito acordo de fase é então de  $5,8c/(\Delta n \ell)$ , conforme as equações 3.54 e 3.57. O número de possíveis modos de oscilação obtidos a partir da equação 3.51 é

$$N = 2,8 \frac{L + n\ell}{\delta n \ell}, \quad (3.58)$$

de modo que tipicamente haverá mais de dez modos  $m$  de oscilação selecionados pela largura de banda do acordo de fase, devido ao pequeno valor de  $\delta n$ , tipicamente de 0,1 para o caso apresentado nesta tese no acordo de fase tipo II.

Uma vez que vimos como o acordo de fase irá selecionar um valor central para  $\Delta \omega$  e uma banda de valores em torno desta condição de perfeito acordo de fase na qual o OPO pode oscilar, veremos como a ressonância do bombeio irá determinar o comprimento de oscilação da cavidade, levando a uma faixa de valores para a operação do oscilador.

**Ressonância do bombeio**

O TROPO deve oscilar nas proximidades da ressonância do bombeio, situação na qual a potência intracavidade para este modo deverá aumentar. A condição de exata ressonância do bombeio é dada por

$$L + n_0 \ell = \lambda_0 s, \quad (3.59)$$

sendo  $s$  um número inteiro. Combinando ressonância do bombeio e ressonância para sinal e complementar (equação 3.52) temos o valor da frequência de batimento  $\Delta\omega$  para uma ressonância tripla

$$\Delta\omega = 2\pi \frac{c}{\delta n \ell} (q - s) + \omega_0 \frac{n_0 - n}{\delta n}. \quad (3.60)$$

Vemos que para um acordo de fase perfeito (equação 3.55) temos  $q = s$ . Deste modo, a ressonância do bombeio e o acordo de fase irão selecionar, de um modo geral, o valor de  $q$  para oscilação. Dentro de um grupo  $q$  teremos múltiplos modos  $m$  adjacentes que podem oscilar, sendo que aquele que predominará será o de menor limiar.

O procedimento usado para demonstrar a seleção de uma banda de valores para  $\Delta\omega$  em torno da qual há oscilação através da condição de acordo de fase pode ser empregado para determinar agora a largura de banda de valores de  $L$  que permitem a oscilação dentro da ressonância do bombeio.

Para um perfeito acordo de fase e uma perfeita ressonância do sinal (e complementar), a condição de oscilação em função da potência de bombeio é que  $\sigma \geq (1 + \Delta_0^2)$ , sendo  $\sigma$  definido pela equação 3.38.

Para um valor central do comprimento de cavidade  $L$  dado pela equação 3.59, teremos uma largura de valores de comprimento de cavidade

$$\Delta L_p = \frac{\lambda_0}{\pi} \gamma'_0 \sqrt{\sigma - 1} \quad (3.61)$$

na qual pode ocorrer a oscilação. É claro que uma condição conveniente para a oscilação é que haja pelo menos um pico de ressonância do sinal para uma ressonância do bombeio. Ou seja,  $\Delta L_p > \Delta L$ , com  $\Delta L$  dado pela equação 3.53. Caso contrário, o pico de ressonância do bombeio será muito estreito, e pode acabar ficando entre dois picos de ressonância do sinal. Se esta condição não for satisfeita, além de estabilizar o comprimento da cavidade devemos varrer a temperatura do cristal selecionando de forma muito fina o valor de  $\delta n$  para chegarmos à ressonância exata dos três modos.

Toda a descrição aqui proposta considera, como aproximação, que  $\delta n$  independe da frequência do sinal e do complementar. No caso típico de um OPO operando em acordo de fase tipo II a aproximação é válida, pois a birrefringência tem um efeito muito maior sobre  $\delta n$  que a dispersão. Esta aproximação, no entanto, perde a validade no caso de um acordo de fase tipo I. Neste caso podemos distinguir duas situações. Se o OPO estiver operando, graças ao acordo de fase, longe da degenerescência, a aproximação de  $\delta n$  fixo será válida, considerando o valor médio de  $\delta n$  no centro da faixa de acordo de fase nos cálculos aqui desenvolvidos.

No entanto, ao nos aproximarmos da degenerescência, a variação da frequência de batimento  $\Delta\omega$  se afasta de uma aproximação linear dos parâmetros, e passamos a ter uma dependência quadrática no acordo de fase. Este caso foi tratado de forma extremamente detalhada na

referência [66]. Faremos um tratamento simplificado, adequado ao caso em questão de um OPO contínuo triplamente ressonante, usando no valor de  $\delta n$  a dependência linear com a frequência de batimento de forma explícita.

### 3.2.4 Modos longitudinais no OPO com casamento de fase tipo I

Vamos exprimir a dependência de  $\delta n$  com a frequência de batimento com uma aproximação de primeira ordem

$$\delta n = \left. \frac{\partial n}{\partial \omega} \right|_{\omega_0/2} \frac{\Delta \omega}{2} = n' \frac{\Delta \omega}{2}. \quad (3.62)$$

Será então a derivada do índice de refração em relação à frequência  $n'$  que representará o papel mais importante nas condições de oscilação. Vamos então aplicar esta dependência aos cálculos realizados anteriormente para verificar a sintonia em um OPO tipo I.

#### Frequência de batimento

A frequência de batimento, obtida a partir da equação 3.51 será dada por

$$\Delta \omega = -\frac{2\pi mc}{L + (n + n'\frac{\omega_0}{2})\ell} \cong -2\pi Dm. \quad (3.63)$$

Empregamos aqui a equação 3.51 no lugar da equação 3.50 pois com o cristal tipo I temos sinal e complementar com a mesma polarização. Em consequência, a birrefringência na absorção do cristal não será um fator atuante no desequilíbrio das perdas. Além disso, no caso quase degenerado, as perdas pelos espelhos de cavidade serão bem semelhantes. A aproximação no denominador da equação 3.63 é válida, pois como podemos ver a partir dos valores típicos  $n \gg n'\omega_0/2$ .

É curioso notar que neste caso a degenerescência exata pode ser atingida no modo  $m = 0$ , condição na qual o valor de  $\delta n$  vai a zero. Já na condição de fase tipo II a degenerescência exata implica na delicada sintonia de  $\delta n$  para um valor finito, o que tipicamente só pode ser feito de forma grosseira através da temperatura ou de efeitos eletro-óticos. Veremos, no entanto, que manter o OPO degenerado não é uma tarefa fácil, devido a um adensamento dos modos possíveis de oscilação.

#### Ressonância do sinal e complementar

Aplicando a equação 3.62 no comprimento da cavidade para ressonância exata (equação 3.52) vemos que o comprimento da cavidade para ressonância do sinal e complementar passa a apresentar uma dependência quadrática com a frequência de batimento  $\Delta \omega$

$$L + n\ell = q\lambda_0 - \frac{n'\ell}{2\omega_0} \Delta \omega^2. \quad (3.64)$$

Enquanto que no acordo de fase tipo II tínhamos uma separação uniforme entre as posições de ressonância para dois modos  $m$  distintos dentro de um mesmo grupo  $q$ , a separação agora é linear

$$\Delta L = \frac{\ell}{L + n\ell} \lambda_0 n' \Delta \omega. \quad (3.65)$$

Isto leva a um adensamento dos modos à medida que nos aproximamos da degenerescência. As consequências deste adensamento serão evidentes na apresentação dos resultados. Se podemos obter uma condição degenerada no OPO tipo I, será difícil nos mantermos sobre este pico de ressonância, posto que a separação ao primeiro modo adjacente será

$$\Delta L = 2\pi FSR \frac{\ell}{L + n\ell} \lambda_0 n'. \quad (3.66)$$

Com valores típicos ( $n' = 10^{-4} \text{ THz}^{-1}$ ,  $FSR = 1 \text{ GHz}$ ) vemos que a separação ao primeiro modo mais próximo será  $\Delta L \sim 10^{-7} \lambda_0 = 0,1 \text{ pm}$ . Torna-se completamente irrealista a idéia de manter o OPO estabilizado na degenerescência exata.

Outra consequência do acordo de fase tipo I é o aumento da largura de sintonia do OPO devido a um aumento na largura de banda definida pelo acordo de fase.

### Acordo de Fase

O acordo de fase exato (eq. 3.54) é assegurado pela condição  $\Delta k = 0$  o que implica em

$$\Delta\omega^2 = 2\omega_0 (n_0 - n) / n' \quad (3.67)$$

o que nos traz de volta à condição  $n_0 = n$  no caso degenerado. Da equação 3.57 vemos que para  $\sigma = 2$  a largura de banda será  $\sqrt{5, 8c/n'\ell}$ , bem maior que a obtida com o cristal tipo II.

### Ressonância do bombeio

Próximo à degenerescência, a condição  $n_0 = n$  leva a  $s = q$ . Estamos desta forma limitados geralmente a um único grupo  $q$  de modos de oscilação. Se olharmos para a equação 3.64, veremos uma consequência interessante desta limitação associada ao comportamento quadrático do comprimento de ressonância para o sinal. Próximo à degenerescência, ao varrermos o comprimento da cavidade, chegaremos a um valor máximo de  $L$  além do qual não haverá oscilação. Ao atingirmos o caso degenerado, teremos  $\Delta\omega = 0$ , e ao continuarmos a varredura do comprimento da cavidade, por não podermos saltar a outro modo  $q$  de oscilação longitudinal, o OPO não entrará mais em oscilação. Este efeito será observado na descrição do OPO com um cristal em quase acordo de fase no capítulo 5.

#### 3.2.5 Sintonia do OPO

Nós vimos que a seleção do modo longitudinal de oscilação do OPO depende de uma série de fatores. Temos, primeiramente, a condição de ressonância para o sinal e complementar, definindo os modos de oscilação da cavidade em uma série de números inteiros  $q$  e  $m$ . Cada modo de oscilação  $q$  agrupa uma série de modos  $m$  da frequência de batimento. Vimos ainda que a faixa de frequências para oscilação do OPO é dada pela condição de acordo de fase, e que o comprimento de cavidade para oscilação em um OPO triplamente ressonante depende da ressonância do bombeio.

Imaginemos então um OPO, com um cristal com acordo de fase tipo II. Um valor típico de  $\delta n$ , no caso do efeito da birrefringência, é 0,1. Um cristal típico apresenta um comprimento

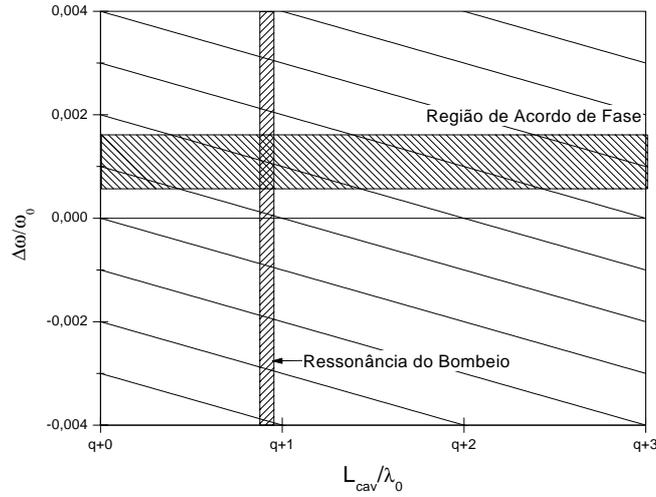


Figura 3.4: Seleção de frequência de operação para um OPO operando com um cristal tipo II. As linhas representam a ressonância exata para os diferentes modos  $q, m$  de oscilação. No eixo horizontal, o comprimento efetivo da cavidade  $L_{cav}$ . Na vertical, a frequência de batimento, normalizada pela frequência de bombeio.

$\ell = 5$  mm. Uma cavidade de comprimento total  $L_{cav} = 25$  mm apresentará um intervalo espectral livre  $FSR = 6$  GHz. Bombeado com um feixe de luz verde ( $\lambda_0 = 0,5\mu m$ ) teremos uma frequência angular para o bombeio  $\omega_0 = 2\pi 600$  THz.

Na figura 3.4 vemos os modos possíveis de oscilação em um gráfico onde apresentamos o valor da frequência de batimento pelo comprimento da cavidade. Como vemos, teremos para um dado comprimento de cavidade diversos valores possíveis de oscilação de  $\Delta\omega$ . As linhas cheias são, na realidade, compostas por vários pontos, cada um representando um modo  $m$  de oscilação dentro de um grupo  $q$ . A pequena separação entre os modos faz com que eles se apresentem de uma forma densa no espectro de valores possíveis de oscilação, podendo ser tratados como uma variável contínua para a descrição aproximada.

A ampliação de uma destas linhas é apresentada na figura 3.5. Vemos aqui a discretização dos valores possíveis de oscilação. Os traços horizontais representam a largura a meia altura da lorentziana para ressonância do sinal, ou seja, a finesse da cavidade para o sinal. Os traços representariam uma finesse  $F = 100$ . Ainda que muito próximos, vemos que há intervalos nos quais a cavidade se mantém longe da ressonância para dois modos adjacentes. Por causa disso, veremos que não será em todo o pico de ressonância do bombeio que ocorrerá oscilação, mas sim em pontos bem definidos do comprimento de cavidade. Se a finesse para o bombeio for muito grande, a ressonância pode ocorrer no espaço entre dois picos de ressonância do sinal, impedindo a oscilação do OPO.

A condição do acordo de fase, vista na equação 3.55, seleciona o valor central da frequência de oscilação. Esta coincide com o comprimento de cavidade para a ressonância do bombeio (equação 3.59), levando à seleção dos modos de oscilação da cavidade dentro da faixa de valores

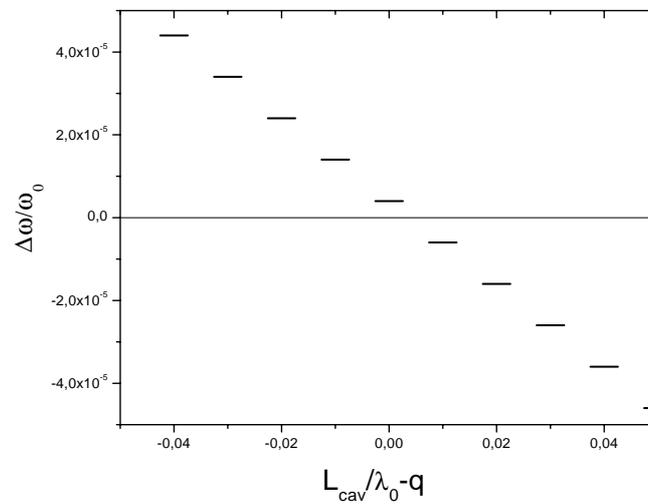


Figura 3.5: Ampliação do gráfico anterior, mostrando os diferentes modos  $m$  dentro de um grupo  $q$ .

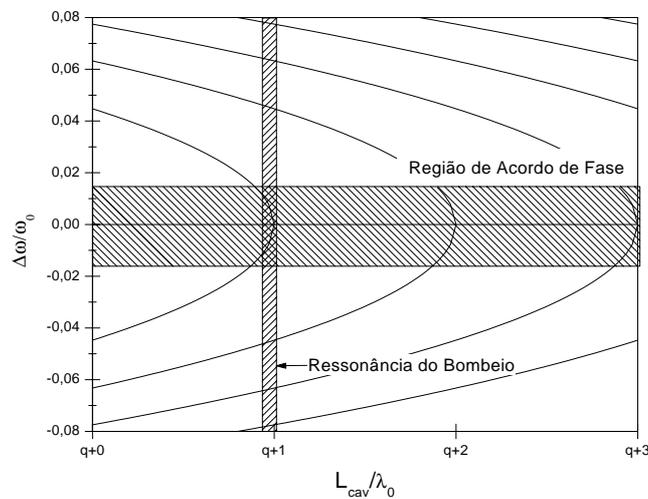


Figura 3.6: Seleção de frequência de operação para um OPO operando com um cristal tipo I. As linhas representam a ressonância exata para os diferentes modos  $q, m$  de oscilação. No eixo horizontal, o comprimento efetivo da cavidade  $L_{cav}$ . Na vertical, a frequência de batimento, normalizada pela frequência de bombeio.

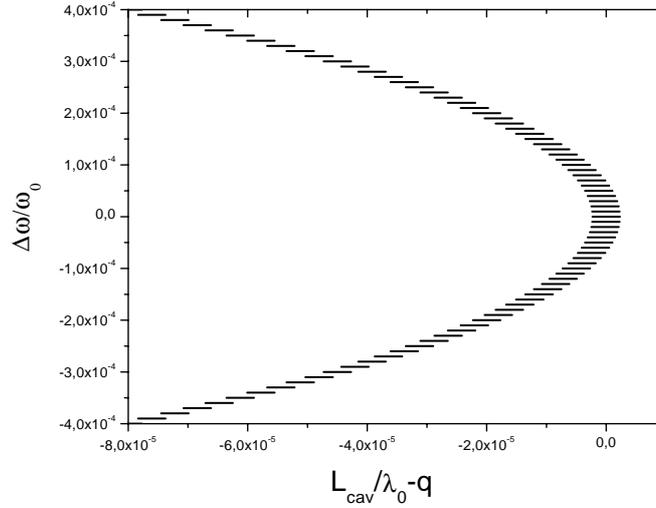


Figura 3.7: Ampliação do gráfico anterior, mostrando os diferentes modos  $m$  dentro de um grupo  $q$ .

representadas no gráfico, as quais foram calculadas para uma condição de bombeio  $\sigma = 2$ .

A condição degenerada não é um caso comum. A condição de oscilação mais próxima da degenerescência será  $|\Delta\omega| < D = FSR/2$ , como podemos ver na figura 3.5. Um ajuste fino de  $\delta n$  permitirá a seleção da condição degenerada. Outros métodos, no entanto, favorecem a oscilação degenerada em cavidades tipo II pela mistura dos dois modos com a inclusão de uma lâmina de meia onda dentro da cavidade, como pode ser visto nas refs. [67, 68].

No caso de um acordo de fase tipo I (figura 3.6), podemos imaginar uma condição realista semelhante ao caso anterior, mas no lugar de considerarmos o valor de  $\delta n$ , consideraremos o valor de  $n' = 2,6 \cdot 10^{-17} s/rad$ , como podemos calcular a partir da equação de Sellmeier [69, 70]. Neste caso vemos que a faixa de valores possíveis de oscilação definida por  $\Delta\omega$  é muito mais ampla que no caso do casamento de fase tipo II. Vemos ainda que há um afastamento relativo em  $\Delta\omega$  dos modos  $q$ , que dificilmente serão recobertos por um alargamento da banda selecionada pelo acordo de fase graças a um aumento da potência. Por fim, vemos que devido à parábola que se forma para os valores possíveis de oscilação em função do comprimento da cavidade, ao atingirmos a degenerescência pode ocorrer que a condição de ressonância para o sinal não seja mais satisfeita em toda a região de ressonância do bombeio. Isto irá fazer com que, ao varrermos a cavidade, haja um ponto além do qual a oscilação não será possível.

Vendo a ampliação do gráfico anterior na figura 3.7, notamos ainda outra diferença com relação ao OPO com acordo de fase tipo II. Além da forma de parábola, a distância entre as posições de ressonância acaba sendo reduzida. Isto leva ao fato que, para um dado comprimento de cavidade  $L_{cav}$ , diversos modos  $m$  de oscilação serão possíveis. Por questão de clareza, os traços representariam uma finesse  $F = 3 \cdot 10^5$ , um valor impraticável no OPO. Ainda assim, na ressonância haverá a superposição dos modos de oscilação.

É por este motivo que o OPO tipo I pode, teoricamente, atingir a condição degenerada,

porém a superposição de modos impede que ele seja estabilizado na degenerescência, não sendo possível no esquema proposto impedir o salto a outros modos próximos.

A discussão aqui apresentada para a sintonia do OPO é uma forma simplificada, que apresenta as principais características do OPO triplamente ressonante com acordo de fase tipo I e II. Serão estas as configurações empregadas nesta tese e por isso não nos estenderemos sobre outras configurações, como as mostradas nas referências [71, 72, 73, 74]. Para fazer o OPO trabalhar em modo degenerado, por exemplo, a inclusão de outros elementos na cavidade, inclusive com a reconversão paramétrica dos campos sinal e complementar de volta ao campo de bombeio [3], pode favorecer a estabilização não só na degenerescência (geração de sub-harmônico), mas na geração de feixes com valores fracionários de frequência ( $\omega_0/a$ , com  $a$  inteiro) [2].

Depois de descrevermos as propriedades do OPO triplamente ressonante, quanto a sua eficiência na conversão de luz de um modo a outro e as suas características na sintonia, passaremos à sua descrição quântica. Teremos aqui a base para descrever as flutuações do campo, especialmente as correlações de intensidade dos feixes sinal e complementar e a descrição da compressão nas flutuações de quadraturas no feixe refletido pela cavidade, estudadas nesta tese.

### 3.3 Propriedades quânticas do OPO

Para estudar como o OPO produz estados comprimidos da luz, precisamos partir de uma descrição quântica. Como veremos a seguir, partindo da equação mestra do OPO, teremos a descrição dos campos pelo operador densidade. No entanto, pela impossibilidade de trabalhar neste formalismo, passaremos à descrição equivalente através de funções de quase-probabilidade. A representação empregada, usando a função de Wigner, pode ser passada com uma pequena aproximação a um conjunto de equações diferenciais estocásticas.

É interessante notar que este conjunto de equações diferenciais estocásticas é igual ao que seria obtido por um formalismo dito semi-clássico. Ou seja, o campo é tratado como uma variável contínua, com as flutuações do vácuo artificialmente inseridas nos cálculos.

A partir do sistema de equações diferenciais estocásticas, podemos calcular diretamente a variância das flutuações do campo. É esta variância que é, ao final, medida pelo analisador de espectro, mostrando as compressões no nível de ruído para valores abaixo do “shot noise”. Seguiremos assim o procedimento descrito nas referências [75, 76] para demonstrar a existência de feixes gêmeos.

#### Equação Mestra

A equação mestra do operador densidade  $\hat{\rho}$  para os três modos dentro da cavidade é dada por [28, 29]

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_f + \hat{H}_i + \hat{H}_{ext}, \hat{\rho}] + (\Lambda_0 + \Lambda_1 + \Lambda_2) \hat{\rho}. \quad (3.68)$$

O primeiro termo da hamiltoniana corresponde aos modos livres do campo dentro da cavidade. Teremos assim

$$\hat{H}_f = -\hbar\Delta_0 \frac{\gamma'_0}{\tau} \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 - \hbar\Delta_1 \frac{\gamma'_1}{\tau} \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hbar\Delta_2 \frac{\gamma'_2}{\tau} \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2, \quad (3.69)$$

onde os operadores criação e aniquilação do campo foram definidos no início da tese.  $\tau$  é o tempo para a propagação do campo em uma volta completa na cavidade, considerado o mesmo para os três campos,  $\gamma_j'$  são as perdas da cavidade (equação 3.22) e  $\Delta_j$  é a dessintonia normalizada definida na equação 3.29.

O segundo termo da hamiltoniana é a interação efetiva entre os campos através do meio não-linear. Desse modo teremos

$$\hat{H}_i = i\hbar \frac{2\chi}{\tau} \left( \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_0 - \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_0^\dagger \right), \quad (3.70)$$

com a constante de acoplamento  $\chi$  já definida na equação 3.27. O último termo da hamiltoniana corresponde ao campo de bombeio  $\varepsilon$  injetado na cavidade

$$\hat{H}_{ext} = i\hbar \frac{\gamma_0}{\tau} \varepsilon \left( \hat{a}_0^\dagger - \hat{a}_0 \right). \quad (3.71)$$

O último termo da equação mestra 3.68 nos dá as perdas da cavidade para cada modo

$$\Lambda_j \hat{\rho} = \frac{\gamma_j'}{\tau} \left( 2\hat{a}_j \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger - \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \right). \quad (3.72)$$

A equação mestra contém todos os elementos para a descrição do campo no formalismo quântico. Porém, tratá-la para campos intensos não é prático. Por este motivo, transforma-se a representação da equação mestra para uma representação equivalente em uma representação de quase-probabilidade. No presente caso, usaremos a representação de Wigner. Esta representação tem a vantagem de não apresentar singularidades como a representação P de Glauber. Por outro lado, compressões nas flutuações podem ser facilmente identificáveis, diferente do que ocorre na representação Q. A desvantagem é que a representação de Wigner apresenta geralmente derivadas de ordem superior a 2, que não podem ser tratadas no formalismo das equações de Fokker-Planck. Estes efeitos são geralmente pequenos e podem ser desprezados sem perder-se o significado físico do resultado. No entanto, uma descrição mais acurada pede um estudo em uma representação P-positiva.

### 3.3.1 Representação de Wigner e equação de Fokker-Planck

A matriz densidade pode ser tratada de uma forma mais simples como uma distribuição de quase-probabilidade, usando a representação de Wigner. Neste caso os operadores  $(\hat{a}^\dagger, \hat{a})$  são substituídos por amplitudes complexas  $(\alpha^*, \alpha)$ , e a matriz densidade é substituída pela função de quase-probabilidade  $W(\boldsymbol{\alpha})$ . Aqui a função de quase-probabilidade depende de seis variáveis, representadas pelo vetor  $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_0^*, \alpha_1, \alpha_1^*, \alpha_2, \alpha_2^*)$ , contendo a amplitude de cada modo do campo e seu complexo conjugado.

Realizando a substituição com as regras definidas no início da tese temos

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} W(\boldsymbol{\alpha}) &= \sum_{j=1}^3 \frac{\gamma'_j}{\tau} \left[ i\Delta_j \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_j^*} \alpha_j^* - \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \alpha_j \right) + \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_j^*} \alpha_j^* + \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \alpha_j \right) \right] W(\boldsymbol{\alpha}) \\
&+ \frac{2\chi}{\tau} \left( \alpha_1 \alpha_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_0^*} + \alpha_1^* \alpha_2^* \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \right) W(\boldsymbol{\alpha}) - \frac{2\chi}{\tau} \left( \alpha_0 \alpha_1^* \frac{\partial}{\partial \alpha_2} + \alpha_0^* \alpha_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_2^*} \right) W(\boldsymbol{\alpha}) \\
&- \frac{2\chi}{\tau} \left( \alpha_0 \alpha_2^* \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + \alpha_0^* \alpha_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_1^*} \right) W(\boldsymbol{\alpha}) - \frac{\gamma_0}{\tau} \varepsilon \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_0^*} + \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \right) W(\boldsymbol{\alpha}) \\
&+ \sum_{j=1}^3 \frac{\gamma'_j}{\tau} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_j \partial \alpha_j^*} W(\boldsymbol{\alpha}) - \frac{\chi}{2\tau} \frac{\partial^3}{\partial \alpha_0^* \partial \alpha_1^* \partial \alpha_2^*} W(\boldsymbol{\alpha}). \tag{3.73}
\end{aligned}$$

Desta equação diferencial para uma distribuição de quase-probabilidade podemos reconhecer uma equação de Fokker-Planck, exceto pela derivada de terceira ordem ao final. O procedimento geralmente empregado neste caso é simplesmente desprezar as derivadas de ordem superior a 2, obtendo uma equação de Fokker-Planck da qual chegamos às equações diferenciais estocásticas [76]. Note que esta aproximação pode até ser válida em uma região onde as soluções estacionárias são únicas e estáveis, mas em pontos de biestabilidade, ou instabilidade da solução, ela começa a negligenciar aspectos importantes do sistema. Outras abordagens para o problema devem ser procuradas, por exemplo, através de sistemas numéricos, como métodos de Monte Carlo. Uma interessante comparação entre métodos distintos pode ser vista nas refs. [34, 77]

Como neste trabalho estaremos operando em regiões de regime estável, podemos então estudar a solução da função de Wigner através de uma equação de Fokker-Planck, na forma

$$\frac{\partial}{\partial t} W(\boldsymbol{\alpha}) = - \sum_j \frac{\partial}{\partial \alpha_j} A_j W(\boldsymbol{\alpha}) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \frac{\partial}{\partial \alpha_k} [\mathbf{B}\mathbf{B}^T]_{jk} W(\boldsymbol{\alpha}), \tag{3.74}$$

onde o vetor  $\mathbf{A}$  é o vetor de arrasto (“drift”) e o produto das matrizes  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  é a matriz de difusão do processo estocástico.

### 3.3.2 Equações Diferenciais Estocásticas

A equação de Fokker-Planck é equivalente a um conjunto de equações diferenciais estocásticas (EDE) conhecidas também como equações de Langevin

$$\frac{d}{dt} \alpha_j = A_j + [\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma}(t)]_j, \tag{3.75}$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}(t)$  é um vetor de flutuações estocásticas  $\sigma_j(t)$  com valor médio nulo e correlações normalizadas dadas por

$$\langle \sigma_i(t) \sigma_j(t') \rangle = \delta_{ij} \delta(t - t'). \tag{3.76}$$

A primeira consequência da formulação em termos das equações de Fokker-Planck pode ser vista a partir dos valores médios dos campos. Partindo dos valores médios da equação 3.75 temos que

$$\frac{d}{dt} \bar{\boldsymbol{\alpha}} = \langle \mathbf{A} \rangle, \tag{3.77}$$

a qual é idêntica ao conjunto de equações 3.30 no regime estacionário  $d\bar{\alpha}/dt = 0$ , fornecendo assim os valores médios dos campos na cavidade.

Nas equações de Langevin temos diversos termos quadráticos no campo que impedem um tratamento direto das suas flutuações. Neste caso, usa-se uma aproximação linearizada, onde o campo é substituído por seu valor médio calculado a partir da equação 3.30 e uma pequena flutuação dependente do tempo

$$\alpha_j(t) = \bar{\alpha}_j + \delta\alpha_j(t). \quad (3.78)$$

Aplicando estes valores nas equações dadas por 3.75, e desprezando os termos quadráticos nas flutuações, temos um conjunto de equações diferenciais estocásticas descrevendo um processo linear com uma difusão constante, a qual pode então ser tratada visando obter o espectro de flutuações dos campos.

Este tratamento nos dá uma expressão direta do espectro de ruído nos campos do OPO, levando às suas compressões de ruído e correlações. Temos porém uma matriz  $6 \times 6$ , o que dificulta o tratamento direto.

Podemos no entanto realizar uma substituição de variáveis que irá desacoplar as equações 3.75 em dois subgrupos independentes, facilitando o tratamento. Substituindo os campos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  pelos termos simétrico e antissimétrico

$$\alpha_+ = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad \alpha_- = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\sqrt{2}}, \quad (3.79)$$

teremos agora o novo conjunto de EDE para as flutuações dos campos. Explicitamente

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\delta\alpha_0 &= -\frac{\gamma'_0}{\tau}(1 - i\Delta_0)\delta\alpha_0 - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+\delta\alpha_+ + \frac{\sqrt{2\gamma'_0}}{\tau}\sigma_1(t) \\ \frac{d}{dt}\delta\alpha_0^* &= -\frac{\gamma'_0}{\tau}(1 + i\Delta_0)\delta\alpha_0^* - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+^*\delta\alpha_+^* + \frac{\sqrt{2\gamma'_0}}{\tau}\sigma_2(t) \\ \frac{d}{dt}\delta\alpha_+ &= \frac{2\chi}{\tau}\alpha_0\delta\alpha_+^* - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+^*\delta\alpha_0 - \frac{\gamma'}{\tau}(1 - i\Delta)\delta\alpha_+ + \frac{\sqrt{2\gamma'}}{\tau}\sigma_3(t) \\ \frac{d}{dt}\delta\alpha_+^* &= \frac{2\chi}{\tau}\alpha_0^*\delta\alpha_+ - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+\delta\alpha_0^* - \frac{\gamma'}{\tau}(1 + i\Delta)\delta\alpha_+^* + \frac{\sqrt{2\gamma'}}{\tau}\sigma_4(t) \\ \frac{d}{dt}\delta\alpha_- &= -\frac{2\chi}{\tau}\alpha_0\delta\alpha_-^* - \frac{\gamma'}{\tau}(1 - i\Delta)\delta\alpha_- + \frac{\sqrt{2\gamma'}}{\tau}\sigma_5(t) \\ \frac{d}{dt}\delta\alpha_-^* &= -\frac{2\chi}{\tau}\alpha_0^*\delta\alpha_- - \frac{\gamma'}{\tau}(1 + i\Delta)\delta\alpha_-^* + \frac{\sqrt{2\gamma'}}{\tau}\sigma_6(t). \end{aligned} \quad (3.80)$$

Adotamos aqui as condições de operação do OPO, de dessintonias iguais para sinal e complementar, e perdas iguais para os dois modos ( $\gamma'_1 = \gamma'_2 = \gamma'$ ). As variáveis estocásticas  $\sigma_j(t)$  representam as flutuações do vácuo, acopladas pelas perdas da cavidade  $\gamma'$ .

Vemos que os termos das flutuações ficaram desacoplados entre o primeiro grupo de quatro equações e o segundo grupo de duas equações. Este último nos fornecerá as informações sobre as flutuações da diferença de amplitudes entre os campos sinal e complementar, enquanto o primeiro grupo nos dará informações sobre as flutuações do feixe de bombeio refletido pela cavidade e as flutuações dos campos sinal e complementar na saída da cavidade.

### 3.3.3 Correlações de Intensidade

Vamos tratar agora da correlação entre as intensidades dos campos sinal e complementar, calculadas a partir da equação 3.80. Este será o principal objeto de estudo do OPO cuja descrição será apresentada no próximo capítulo.

Para calcular as flutuações da diferença entre os campos que saem da cavidade a partir dos valores das flutuações intracavidade  $\delta\alpha_-(t) = \{\delta\alpha_-(t), \delta\alpha_-^*(t)\}$ , vamos lembrar que as flutuações do vácuo que penetram a cavidade o fazem através do espelho de acoplamento e através das perdas espúrias, e estas flutuações serão independentes para cada um destes termos. Temos assim para os campos dentro da cavidade

$$\frac{d}{dt}\delta\alpha_- = -\mathbf{M}\delta\alpha_- + \frac{\sqrt{2\gamma}}{\tau}\sigma_a(t) + \frac{\sqrt{2\mu}}{\tau}\sigma_b(t), \quad (3.81)$$

onde  $\sigma_a(t)$  e  $\sigma_b(t)$  são respectivamente as flutuações do vácuo entrando pelo espelho de acoplamento e pelas perdas espúrias. A matriz  $\mathbf{M}$  é dada por

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma'}{\tau}(1 - i\Delta) & \frac{2\chi}{\tau}\alpha_0 \\ \frac{2\chi}{\tau}\alpha_0^* & \frac{\gamma'}{\tau}(1 + i\Delta) \end{bmatrix}, \quad (3.82)$$

dependendo portanto da dessintonia dos campos e da amplitude do bombeio. Usando a transformada de Fourier para o campo  $\delta\alpha_-(\Omega) = \int \delta\alpha_-(t)e^{-i\Omega t} dt = \{\delta\alpha(\Omega), \delta\alpha^*(-\Omega)\}$  temos o espectro do campo intracavidade dado por

$$\delta\alpha_-(\Omega) = (\mathbf{M} + i\Omega\mathbf{I})^{-1} \left[ \frac{\sqrt{2\gamma}}{\tau}\sigma_a(\Omega) + \frac{\sqrt{2\mu}}{\tau}\sigma_b(\Omega) \right] \quad (3.83)$$

com  $\mathbf{I}$  sendo a matriz identidade.

As flutuações de saída podem ser calculadas pela soma das flutuações dos campos intracavidade transmitidos pelo espelho de acoplamento com as flutuações do vácuo refletidas neste espelho [78, 79]. Aproximando para uma refletividade unitária temos

$$\delta\alpha_{out}(\Omega) = \sigma_a(\Omega) - \sqrt{2\gamma}\delta\alpha_-(\Omega) \quad (3.84)$$

para a diferença das flutuações de amplitude dos campos sinal e complementar na saída da cavidade.

### 3.3.4 Feixes Gêmeos

A correlação de amplitude dos feixes sinal e complementar pode ser verificada pela diferença das intensidades de cada feixe, medidas pelas fotocorrentes geradas em dois detetores distintos, cada qual recebendo a totalidade do feixe gerado. Vamos considerar inicialmente uma eficiência ideal de detecção, de modo que a intensidade  $I(t) = \alpha(t)^*\alpha(t)$ , dada em fótons por segundo, corresponde a uma fotocorrente de  $i(t)$  de igual valor, dada em elétrons/segundo. A informação quanto à correlação na flutuação de intensidade será obtida a partir da medida da diferença entre as fotocorrentes geradas nos dois detetores. A variável estudada será então  $I_-(t) = I_1(t) - I_2(t)$ .

Tal qual fizemos com o campo, podemos expressar a intensidade por um valor médio e um termo estocástico a ela adicionado correspondendo ao ruído do feixe. Para uma amplitude do campo  $\alpha_j(t) = \bar{\alpha}_j + \delta\alpha_j(t)$ , as flutuações de intensidade serão

$$\delta I_j(t) = I_j(t) - \bar{I}_j = \bar{\alpha}_j^* \delta\alpha_j(t) + \bar{\alpha}_j \delta\alpha_j(t)^*. \quad (3.85)$$

Vemos que a descrição das flutuações de intensidade apresentada na equação acima é feita com as flutuações da amplitude complexa  $\alpha_j$  e seu conjugado  $\alpha_j^*$ . Uma outra forma de fazê-lo, mais conveniente e equivalente no formalismo, é expressar a intensidade pela flutuação da amplitude real do campo  $|\alpha_j|$  e por sua flutuação  $\delta p_j(t) = \delta\alpha_j(t) + \delta\alpha_j^*(t)$ . Para tanto, multiplicando o campo  $\alpha_j$  por um termo de fase  $e^{i\phi_j}$ , obtemos

$$\delta I_j(t) = |\bar{\alpha}_j| \left[ \delta\alpha_j(t) + \delta\alpha_j^*(t) \right] = |\bar{\alpha}_j| \delta p_j(t). \quad (3.86)$$

Como estamos considerando uma cavidade balanceada, com perdas iguais para os modos sinal e complementar, os valores médios das duas amplitudes serão iguais ( $|\alpha_1| = |\alpha_2|$ ). A flutuação da diferença entre as intensidades dos dois feixes será então dada por

$$\delta I_-(t) = |\bar{\alpha}| [\delta p_1(t) - \delta p_2(t)] = |\bar{\alpha}| \delta p_-(t). \quad (3.87)$$

As flutuações de amplitude  $\delta p_-(t)$  são obtidas a partir da equação 3.84. Para tanto, podemos escolher a fase relativa da amplitude do campo de bombeio, de modo a eliminá-la da expressão do ruído. Como vimos, o módulo da amplitude do campo de bombeio intracavidade é dado pela equação 3.33. Deste modo, escolhendo para o bombeio uma amplitude

$$\alpha_0 = \frac{\gamma'}{2\chi}(1 - i\Delta), \quad (3.88)$$

temos para a flutuação da diferença de amplitude no domínio da frequência

$$\delta p_-(\Omega) = \left[ 1 - \frac{2\gamma}{2\gamma' - i\Omega\tau} \right] \delta p_a(\Omega) - \left[ \frac{2\sqrt{\gamma\mu}}{2\gamma' - i\Omega\tau} \right] \delta p_b(\Omega), \quad (3.89)$$

onde os termos de flutuação no domínio da frequência podem ser calculados a partir das definições  $\delta p_a(t) = \sigma_a(t) + \sigma_a(t)^*$  e  $\delta p_b(t) = \sigma_b(t) + \sigma_b(t)^*$ , não correlacionados entre si.

Na medida das flutuações de intensidade usando o Analisador de Espectro, nós obtemos a transformada de Fourier da série temporal de valores de fotocorrente. Para o cálculo do Espectro de Ruído  $S(\Omega)$ , podemos empregar o método mostrado por Yurke [78], Collet e Gardiner [80], e Collet e Walls [81] e empregado em [82].

$$S(\Omega)\delta(\Omega + \Omega') = |\bar{\alpha}|^2 \langle \delta p_-(\Omega) \delta p_-(\Omega') \rangle. \quad (3.90)$$

Temos desta forma o espectro de ruído da fotocorrente  $\delta I_-(t)$  dado por

$$S(\Omega) = 2|\bar{\alpha}|^2 \left[ 1 - \frac{\xi}{1 + (\Omega/\Omega_0)^2} \right], \quad (3.91)$$

onde a largura de banda da cavidade é  $\Omega_0 = 2\gamma'/\tau$ , e  $\xi$  é definido na equação 3.44.

Vemos portanto que a flutuação da diferença de intensidades dos feixes sinal e complementar gerados pelo OPO é proporcional à soma das intensidades ( $2|\bar{\alpha}|^2$ ) dos feixes de saída. Normalizando-a pelo espectro de flutuações de um feixe coerente de mesma intensidade temos a flutuação normalizada

$$N(\Omega) = 1 - \frac{\xi}{1 + (\Omega/\Omega_0)^2}. \quad (3.92)$$

Se tomássemos a diferença de intensidade de dois campos coerentes não correlacionados, como os gerados pela incidência de um feixe em um divisor (“beam splitter”), o espectro obtido seria  $N(\Omega) = 1$ , correspondendo ao nível do “shot noise”. É neste aspecto que as flutuações de intensidade dos feixes gêmeos são quânticas. Ainda que individualmente cada feixe possa apresentar flutuações maiores que as obtidas para um campo coerente, estas estão fortemente correlacionadas, de modo que ao fazer a subtração das fotocorrentes obtemos um nível de flutuações inferior ao obtido com campos coerentes independentes de mesma intensidade. Da expressão da compressão de ruído 3.92 vemos que a compressão será máxima para valores pequenos da frequência de análise. Isto pode ser interpretado pela geração dos fótons aos pares dentro da cavidade. Se esperarmos um tempo suficientemente longo, ambos os fótons gerados sairão da cavidade em direção aos detetores, produzindo um máximo de correlação. No entanto, ao reduzirmos o tempo de espera, há uma perda na correlação, pois os fótons, ainda que gerados simultaneamente dentro da cavidade, tomarão tempos independentes para deixar a cavidade, mediados pelo tempo de vida  $\tau/\gamma'$ . Se o tempo de medida for muito curto, a correlação será perdida, e recuperaremos o nível de “shot noise”.

A compressão será maior quanto maior for o valor de  $\xi$ . Isto deve-se ao fato que os fótons gerados na cavidade podem deixá-la pelo espelho de acoplamento ou pelas perdas espúrias. No primeiro caso eles serão medidos pelos fotodetetores enquanto que, no segundo, ao ocorrer a perda de um fóton, reduzimos a correlação entre os dois feixes. Deste modo, o nível de compressão do ruído em um OPO está diretamente ligado à sua eficiência quântica, dado pela equação 3.44.

Temos ainda que uma das condições para obter correlações quânticas é o balanceamento entre os feixes sinal e complementar. Isto não é sempre verdade, como no caso de perdas intracavidade importantes e desbalanceadas para os dois modos. Como podemos ver na referência [18], pode-se ainda neste caso recuperar a correlação através de um balanço externo ao sistema, seja pela atenuação de um dos feixes, seja pelo aumento do ganho na fotocorrente detetada.

Após esta análise, poderemos estudar a geração de feixes gêmeos em um OPO com um cristal tipo II, o que será o tema do próximo capítulo. Em seguida, estudaremos a compressão nas flutuações do campo do feixe refletido por um OPO com um cristal em quase acordo de fase tipo I, quando então estudaremos detalhadamente o cálculo da compressão do feixe refletido.



## Capítulo 4

# Geração de Feixes Gêmeos no OPO

No capítulo anterior vimos como ocorre a oscilação em um Oscilador Paramétrico Ótico. Vimos que o limiar de oscilação apresenta forte dependência com o coeficiente não-linear efetivo, o qual depende da orientação dos eixos do cristal e da forma dos feixes interagindo dentro da cavidade. Quanto às perdas da cavidade, estas influem tanto no limiar de oscilação quanto na eficiência do OPO.

Verificamos também como o OPO pode gerar feixes cujas flutuações estão fortemente correlacionadas, apresentando compressão quântica de ruído na diferença das intensidades medidas dos feixes sinal e complementar.

Vamos descrever a construção do OPO, começando pelo cristal não-linear empregado. Em seguida, apresentamos detalhes sobre a geometria da cavidade linear empregando dois espelhos esféricos. Descreveremos o conjunto de bombeio, e o sistema de lentes usado para fazer o acordo do modo do feixe laser de bombeio ao modo da cavidade.

Passaremos então à descrição dos dois OPOs construídos. O primeiro, apresentando baixo limiar, mantinha-se estável por períodos longos, permitindo a realimentação eletrônica para mantê-lo na ressonância tripla. No entanto, como veremos, a baixa eficiência impedia a geração de estados comprimidos.

O segundo OPO apresenta uma maior eficiência. Porém, devido às limitações de potência, ele opera muito próximo do limiar de oscilação, tornando-se instável. Além disso, veremos que os efeitos de degradação do cristal impedem a operação contínua do OPO nas condições usadas. Por isso, optamos por fazer uma aquisição simultânea do ruído e da intensidade média, permitindo uma normalização do nível de ruído ao longo de intervalos curtos de tempo (da ordem de ms) nos quais ocorria a oscilação. Observamos assim a geração de feixes gêmeos, com uma correlação de intensidade 30% abaixo do “shot noise”.

Vamos começar a descrição do projeto pela escolha do cristal não-linear empregado, um potássio titanil fosfato (KTP). Mostraremos as diferentes condições de casamento de fase para um cristal uniforme, e como o KTP permite a separação dos feixes sinal e complementar. Mostraremos os ensaios usados para caracterizar os eixos ordinário e extraordinário do cristal. A absorção do cristal, apesar de pequena, pôde ser medida em uma montagem de elevada precisão, usando uma detecção balanceada.

## 4.1 Seleção do Cristal

Para aplicações em ótica não-linear, tais como geração de segundo harmônico e osciladores paramétricos óticos, tanto o KTP ( $\text{KTiOPO}_4$ ) quanto o Niobato de Lítio ( $\text{LiNbO}_3$ ) têm amplo uso devido a sua baixa higroscopicidade e seus elevados coeficientes não-lineares. A seleção da aplicação de um ou outro ocorre tanto devido aos limites de danos por alta potência quanto pela condição de acordo de fase do cristal [70].

Para o estudo de efeitos de correlação quântica entre os feixes gerados por um OPO, é necessária a separação entre os feixes sinal e complementar. No processo de conversão paramétrica descendente (figura 4.1), podemos fazer a distinção entre os feixes através de sua frequência, através de sua direção de propagação, ou ainda por sua polarização.

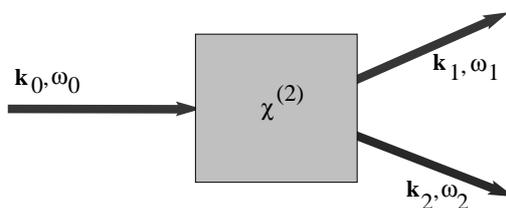


Figura 4.1: Conversão Paramétrica Descendente.

Como vimos na descrição dos efeitos óticos não-lineares em um meio (equação 3.21), temos no acoplamento de três modos do campo uma relação ligada à conservação de energia ( $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ ), a qual é uma condição estrita no caso de campos de amplitude lentamente variável. Por conveniência, e sem perda de generalidade, vamos considerar que  $\omega_0 > \omega_1 \geq \omega_2$ .

Por sua vez, a condição de casamento de fase leva a uma interpretação da conservação de momento dos fótons dentro do cristal. Como vimos no caso do OPO (equação 3.27) o acoplamento entre os campos será máximo para um desacordo de fase nulo. Pode-se mostrar [51] que o mesmo ocorre no processo de conversão paramétrica espontânea e na geração de segundo harmônico.

Para um perfeito acordo de fase teremos

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \quad (4.1)$$

onde o módulo do vetor de onda de cada campo no interior do cristal é dado por  $|\mathbf{k}_i| = \omega_i n_i(\omega_i)/c$ , e  $n_i(\omega_i)$  é o índice de refração do meio não-linear, levando em conta a direção de propagação, a polarização e a frequência do modo. Vemos ainda que o perfeito acordo de fase implica em uma correlação entre as direções de propagação dos modos 1 e 2.

No nosso caso, como queremos construir um OPO triplamente ressonante com uma cavidade linear, os três vetores  $\mathbf{k}_i$  são paralelos, e não irão permitir a separação entre os feixes. Além disso, iremos trabalhar próximo à condição degenerada em frequência, de modo que  $\omega_1 \approx \omega_2$ . Neste caso, a separação entre os feixes através de um elemento dicróico não será eficiente. Para separarmos os feixes sinal e complementar, resta a polarização de cada modo envolvido. Esta, por sua vez, depende do tipo de casamento de fase empregado.

Na condição de propagações colineares e degenerescência em frequência, a equação 4.1 passa a ser satisfeita se

$$n_0(\omega_0) = \frac{n_1(\omega_1) + n_2(\omega_2)}{2}. \quad (4.2)$$

Para satisfazer a condição de casamento de fase, devemos lembrar que em meios com dispersão normal,  $n(\omega_0) > \{n(\omega_1), n(\omega_2)\}$ . Para satisfazer a condição de acordo de fase em um meio que não seja birrefringente, ou para três campos de mesma polarização, é necessário que haja uma linha de absorção do material para uma frequência intermediária, entre  $\omega_0$  e  $\omega_2$ . Neste caso, porém, os efeitos de absorção serão importantes, reduzindo a eficiência do processo. A forma adequada para atingir o acordo de fase é trabalhar com cristais birrefringentes, de modo que as diferenças dos índices de refração devido à dispersão sejam compensadas pela diferença na polarização dos campos.

#### 4.1.1 Propagação em meio não-isotrópicos

Em materiais isotrópicos, a polarização  $\mathbf{P}$  do meio é tratada simplesmente como um produto do campo elétrico  $\mathbf{E}$  pela susceptibilidade  $\chi$ . No entanto, grande parte dos cristais não são perfeitamente simétricos. Neste caso, o vetor deslocamento do campo elétrico  $\mathbf{D}$  não pode ser mais considerado como proporcional ao campo elétrico, mas passa a ter uma dependência matricial [83]

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Neste caso, para verificar como ocorre a propagação no meio, devemos levar em conta a densidade de energia  $w$  e sua direção de propagação, dada pelo vetor de Poynting  $\mathbf{S}$

$$w = w_e + w_m = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{8\pi} + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{8\pi}, \quad \mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \quad (4.4)$$

Das equações de Maxwell, temos que a matriz das constantes dielétricas na ausência de cargas livres é simétrica ( $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ ). Pela conservação de energia dada por

$$\nabla \mathbf{S} = -\frac{dw}{dt} \quad (4.5)$$

podemos então expressar as relações entre as constantes dielétricas por

$$\varepsilon_{xx}E_x^2 + \varepsilon_{yy}E_y^2 + \varepsilon_{zz}E_z^2 + 2\varepsilon_{yz}E_yE_z + 2\varepsilon_{xz}E_xE_z + 2\varepsilon_{xy}E_xE_y = 8\pi w_e. \quad (4.6)$$

Esta relação define uma elipsóide de revolução para os termos do campo elétrico. No caso, é sempre possível encontrar uma rotação dos eixos para um novo sistema de coordenadas onde

$$\varepsilon_x E_x^2 + \varepsilon_y E_y^2 + \varepsilon_z E_z^2 = 8\pi w_e, \quad (4.7)$$

conhecido como sistema de eixos dielétricos principais. A elipsóide de energia constante é então dada por

$$\frac{D_x^2}{\varepsilon_x} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_y} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_z} = 8\pi w_e. \quad (4.8)$$

Neste caso, os vetores  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{E}$  serão paralelos apenas se  $\mathbf{E}$  for paralelo a um dos eixos principais. Caso contrário, haverá uma diferença nas direções de  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{E}$ .

Uma consequência desta diferença de direções é o efeito de birrefringência no meio. Dada a direção do vetor de onda  $\mathbf{k}$ , perpendicular à  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{E}$ , teremos a decomposição da onda incidente em duas componentes de polarizações ortogonais  $\mathbf{E}_o = \mathbf{D}_o/\varepsilon_o$  e  $\mathbf{E}_e = \mathbf{D}_e/\varepsilon_e$ . A primeira, cujo vetor de Poynting é paralelo ao vetor de onda, é chamada de feixe ordinário, enquanto que o seu complemento, chamado de feixe extraordinário, possui um vetor de Poynting que forma um ângulo  $\delta$  com o vetor  $\mathbf{k}$ . Este ângulo, também conhecido por ângulo de “walk off”, leva a uma separação entre as duas polarizações propagantes.

Outra consequência dos diferentes valores  $\varepsilon_o$  e  $\varepsilon_e$  obtidos é a diferença nas velocidades de propagação das duas ondas. O índice de refração para cada eixo principal da elipsóide é  $n_i = \sqrt{\varepsilon_i/\varepsilon_0}$ , onde  $\varepsilon_0$  é a constante dielétrica do vácuo.

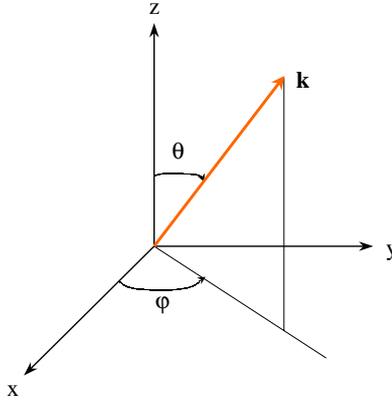


Figura 4.2: Eixos do cristal birrefringente e definição dos ângulos  $\theta$  e  $\varphi$ .

Dois casos nos interessam neste trabalho. No primeiro, temos um cristal uniaxial (como o Niobato de Lítio). Neste caso temos  $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ . O feixe nele incidente é decomposto em duas polarizações. A polarização paralela ao plano  $XY$  é a ordinária, sendo que o seu índice de

refração é independente do ângulo  $\theta$  entre  $\mathbf{k}$  e o eixo de simetria  $z$ . A polarização ortogonal ao plano formado pelo vetor  $\mathbf{k}$  e a polarização ordinária é a extraordinária, e seu índice de refração é dado por

$$n^e(\theta) = n_o \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + (n_o/n_e)^2 \tan^2 \theta}}, \quad (4.9)$$

onde  $n_e$  é o valor do índice de refração extraordinário para um feixe com incidência paralela ao plano  $XY$ . O ângulo de birrefringência é dado por

$$\delta(\theta) = \pm \arctan \left[ (n_o/n_e)^2 \tan \theta \right] \mp \theta, \quad (4.10)$$

onde se usa o sinal superior se  $n_e < n_o$ , e o inferior em caso contrário.

Outra situação que estudaremos será a de um feixe incidindo em um cristal biaxial ( $\varepsilon_x < \varepsilon_y < \varepsilon_z$ ) com o vetor  $\mathbf{k}$  paralelo ao plano  $XY$ , como é o caso do KTP. A polarização ordinária será a paralela ao eixo  $z$ , com índice de refração  $n_o = n_z$ . O índice de refração extraordinário será dado por

$$n^e(\varphi) = n_y \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \varphi}{1 + (n_y/n_x)^2 \tan^2 \varphi}}, \quad (4.11)$$

e o ângulo de birrefringência é dado pela equação 4.10 substituindo  $\theta$  por  $\varphi$  no caso de um cristal negativo. No caso do cristal de KTP, o valor típico de  $\delta = 3 \text{ mrad}$  não afeta de forma significativa a sua inserção em uma cavidade, exceto no limite concêntrico. Neste caso, empregam-se cristais com compensação de “walk off”, onde se colocam dois cristais de modo que seus efeitos de compensem (figura 4.3).

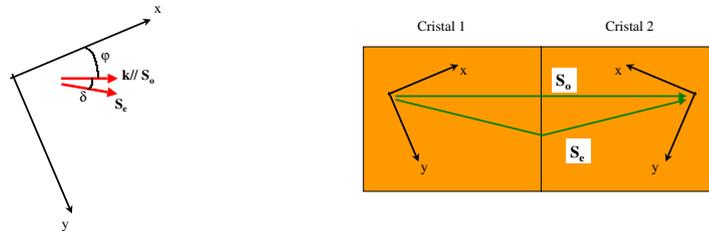


Figura 4.3: “Walk off” no KTP, e sua compensação.

#### 4.1.2 Tipos de acordo de fase

Partindo da descrição de propagação de feixes em meios birrefringentes, vemos que temos então duas possibilidades de satisfazer a condição de acordo de fase [70].

No acordo de fase tipo I, os modos de frequência mais baixa são paralelamente polarizados. Para obtermos o acordo de fase, a polarização do modo de frequência mais alta deve ser perpendicular à dos outros dois modos em um cristal maciço. O acordo de fase para um determinado

conjunto de frequências  $(\omega_0, \omega_1, \omega_2)$  será feito pela orientação do cristal no plano extraordinário, dada pelo ângulo  $\theta$ .

Para cristais negativos ( $n_e < n_o$ ), teremos então

$$\mathbf{k}_0^e(\theta) = \mathbf{k}_{o1} + \mathbf{k}_{o2}, \quad (4.12)$$

e em cristais positivos ( $n_e > n_o$ ),

$$\mathbf{k}_{o0} = \mathbf{k}_1^e(\theta) + \mathbf{k}_2^e(\theta). \quad (4.13)$$

onde o vetor  $\mathbf{k}^e(\theta) = 2\pi n^e(\theta)/\lambda$  depende da orientação do cristal.

O acordo de fase é dito de tipo II se os modos de frequência inferior tiverem polarizações perpendiculares. A polarização do modo de frequência superior será alinhada a uma das polarizações dos modos  $\{\omega_2, \omega_1\}$ , e perpendicular à outra.

Para cristais negativos ( $n_e < n_o$ ), teremos então

$$\mathbf{k}_0^e(\theta) = \mathbf{k}_{o1} + \mathbf{k}_2^e(\theta) \quad \text{ou} \quad \mathbf{k}_0^e(\theta) = \mathbf{k}_1^e(\theta) + \mathbf{k}_{o2}, \quad (4.14)$$

e em cristais positivos ( $n_e > n_o$ ),

$$\mathbf{k}_{o0} = \mathbf{k}_{o1} + \mathbf{k}_2^e(\theta) \quad \text{ou} \quad \mathbf{k}_{o0} = \mathbf{k}_1^e(\theta) + \mathbf{k}_{o2}. \quad (4.15)$$

Este tipo de casamento de fase é usado frequentemente em OPOs onde deseja-se separar os feixes gerados a partir da frequência de bombeio. No nosso caso, com feixes copropagantes operando em uma cavidade linear, a distinção entre sinal e complementar poderá ser feita pela polarização, através de cubos polarizadores com alto coeficiente de extinção. Podem-se encontrar cubos com transmitância de 95%, e uma extinção na polarização transmitida de 1:1000. Ou então, pode-se utilizar polarizadores Glan, com igual eficiência na separação de polarizações. Como veremos, tais condições serão extremamente importantes para otimizar a medida da correlação de intensidades entre os feixes.

## 4.2 O cristal KTP

O cristal de KTP ( $\text{KTiOPO}_4$ , potássio titanil fosfato), tal qual o empregado na montagem, é um cristal ortorrômbico biaxial positivo, ou seja,  $n_z > \{n_x, n_y\}$ . Ele é largamente empregado em conversão paramétrica com casamento de fase tipo II, como é o caso de OPOs e na geração de Segundo Harmônico, existindo sobre ele uma ampla literatura [70]. Ainda assim, certos comportamentos não são totalmente compreendidos, tal como a formação de defeitos no seu interior por exposição à luz visível intensa, comumente conhecida por “gray-tracking” [84].

Atualmente, dois processos de fabricação são empregados na produção destes cristais. O crescimento hidrotérmico consiste em manter os elementos necessários à formação do cristal em alta pressão e temperatura em presença de água. Este é o processo empregado pela Litton-Synoptics [85], a qual sintetiza cristais a  $600^\circ\text{C}$  e 25.000 psi. Cristais de qualidade superior podem ser sintetizados a temperaturas menores ( $450^\circ\text{C}$ , 10.000 psi), produzindo porém amostras de menor tamanho ( $1\text{cm}^3$ ).

O método mais comum é o crescimento por fluxo a partir de uma semente. Nosso cristal foi feito por este processo. Ele permite crescer amostras de grandes dimensões, porém de qualidade inferior quanto à absorção e aos danos induzidos por “gray-tracking”.

As amostras empregadas para o OPO foram fabricadas pela Cristal Laser S. A. As faces do cristal são polidas e sofrem a deposição de um “coating” anti-refletor para 1064 nm e 532 nm. As especificações do fabricante são apresentadas na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Especificações do cristal.

Seção reta	$4 \times 4 (\pm 0, 1)$ mm
Comprimento ( $\ell$ )	10 (+0,3/-0,2) mm
Qualidade de superfície	$\lambda/10$ @ 514 nm
Paralelismo	$\leq 10''$
Coating Anti-refletor	R < 0,5 % @ 532 nm R < 0,1 % @ 1064 nm
Absorção	< 1%/cm @ 532 nm < 0,05 %/cm @ 1064 nm
Limiar de dano	10 Hz, 3 ns, 3 GW/cm <sup>2</sup> @ 1064 nm 10 Hz, 5 ns, 0,8 MW/cm <sup>2</sup> @ 532 nm
Limiar de dano CW	3,2 MW/cm <sup>2</sup> @ 1064 nm 0,3 MW/cm <sup>2</sup> @ 532 nm

Os coeficientes não-lineares deste cristal, segundo [86] são

$$\begin{aligned}
 d_{31} = \pm 6,5 \cdot 10^{-12} m/V & \quad d_{32} = \pm 5 \cdot 10^{-12} m/V & \quad |d_{33}| = 13,7 \cdot 10^{-12} m/V \\
 d_{24} = \pm 7,6 \cdot 10^{-12} m/V & \quad d_{15} = \pm 6,1 \cdot 10^{-12} m/V & \quad .
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

onde os índices correspondem a diferentes eixos de simetria do meio. Conforme descrito na referência [70], para as orientações fornecidas pelo fabricante, o coeficiente efetivo é  $d_{eoe} = 5,2 \cdot 10^{-12} m/V$ .

### 4.2.1 Índice de refração

Por ser um cristal biaxial, os índices de refração para um feixe polarizado nos eixos x, y ou z do cristal são diferentes. Seus valores podem ser obtidos para diferentes comprimentos de onda pela equação de Sellmeier [87]

$$n_i^2 = A_i + \frac{B_i}{\lambda^2 - C_i} - D_i \lambda^2, \tag{4.17}$$

com o comprimento de onda  $\lambda$  dado em  $\mu\text{m}$ . Os coeficientes da equação de Sellmeier fornecidos pelo fabricante são dados na tabela 4.2. Os valores calculados dos índices de refração para os comprimentos de onda do bombeio (532 nm) e o sub-harmônico (1064 nm) à temperatura ambiente são apresentados na tabela 4.3.

Tabela 4.2: Constantes da Equação de Sellmeier. (C. Bonnin, Cristal Laser S.A.)

	A	B	C	D
$n_x$	3,0067	0,03950	0,04251	0,01247
$n_y$	3,0319	0,04152	0,04586	0,01337
$n_z$	3,3134	0,05694	0,05941	0,016713

Tabela 4.3: Índices de refração para o KTP

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$n_x$	$n_y$	$n_z$
0,532	1,7797	1,7897	1,8877
1,064	1,7404	1,7479	1,8296

De acordo com os dados do fabricante, os ângulos de acordo de fase para geração de segundo harmônico em 1064 nm são  $\theta = 90^\circ$  e  $\phi = 23,5^\circ$ . Como vimos na descrição da propagação em meios isotrópicos, para esta orientação o feixe incidente na polarização paralela ao plano xy apresenta uma propagação extraordinária, enquanto que o feixe com polarização paralela ao plano z apresenta uma propagação ordinária.

A condição de acordo de fase para a geração de segundo harmônico é a mesma para um OPO quase-degenerado em frequência. Vemos portanto que as condições requeridas pela equação 4.2 são atendidas para um bombeio extraordinário. Vamos aqui definir como sinal o feixe gerado no plano ordinário, e como complementar o feixe gerado no plano extraordinário. Os índices de refração calculados a partir da equação 4.11 são dados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Índices de refração dos modos bombeio, sinal e complementar.

$n_0$	$n_1$	$n_2$
1,7881	1,8296	1,7466

Note que as condições de acordo de fase aceitam uma certa tolerância. Por exemplo, a precisão na orientação dos eixos do cristal é de  $0,5^\circ$ . Ainda quanto aos dados do fabricante, as faixas de valores para aceitação dos ângulos na geração de segundo harmônico são  $\Delta\phi = 13\text{mrad}\cdot\text{cm}/\ell$  e  $\Delta\theta = 75\text{mrad}\cdot\text{cm}/\ell$ , podendo ser ajustada pela orientação do cristal. A faixa de valores para temperatura, por sua vez, é  $\Delta T = 16^\circ\text{C}\cdot\text{cm}/\ell$ . No caso do OPO, esta banda de valores torna-se mais larga, pois a possibilidade de trabalhar com um sistema não degenerado permite um grau de liberdade a mais pela seleção da frequência de batimento.

#### 4.2.2 Orientação do cristal

Para os cristais usados, não tínhamos uma indicação da direção do eixo z. Para isso, procuramos de alguma forma identificar os planos de polarização ordinária e extraordinária do cristal. Duas propostas se colocaram, como veremos a seguir.

Na primeira, empregamos a própria birrefringência do cristal para verificar a polarização na qual uma cavidade concêntrica tornava-se instável. Outro método, mais direto, consistiu na geração de segundo harmônico, medindo a polarização de saída do verde. Para isso, empregamos um laser Nd:YAG pulsado para gerar o segundo harmônico na saída do cristal, o qual é analisado por um polarizador. Os métodos são detalhados nesta seção.

### Cavidade concêntrica

Como vemos na referência [51], um feixe gaussiano propagando-se por uma distância  $\ell$  dentro de um meio de índice de refração  $n$  sofre a mesma difração que teria no caso de uma propagação no vácuo por uma distância  $\ell/n$ .

Considere então uma cavidade como a da figura 4.4, formada por dois espelhos esféricos de raio  $R$ , separados por uma distância  $L$ , com um meio inserido entre os espelhos. O comprimento geométrico efetivo da cavidade para a propagação do modo gaussiano ressonante será

$$L_{cav} = L + \ell \left( \frac{1}{n} - 1 \right). \quad (4.18)$$

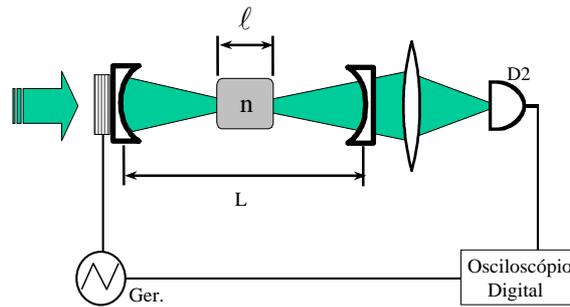


Figura 4.4: Cavidade concêntrica com meio inserido.

A cavidade concêntrica se situa em um limite de estabilidade. Se  $L_{cav} > 2R$  as perdas por difração aumentam rapidamente, o que pode ser verificado pela redução da finesse da cavidade. Vemos da equação 4.18 que a distância  $L$  entre os espelhos depende do índice de refração. Assim, para a refração ordinária (tabela 4.3) temos  $n_o = 1,8877$ , de modo que o limite da concetricidade é dado por  $L_o = 30,703$  mm, para espelhos de raio  $R = 13$  mm e um cristal de comprimento  $\ell = 10$  mm.

Já para a polarização extraordinária temos  $n_e = 1,7881$  (tabela 4.4). Na mesma condição a distância entre os espelhos para o limite da concetricidade será  $L_e = 30,407$  mm. Isto nos dá uma diferença de 0,3 mm entre as duas posições de concetricidade.

Injetando um feixe na cavidade, polarizado a  $45^\circ$  com relação às arestas das faces do cristal, vemos a formação de duas séries de picos de potência transmitida durante a varredura do comprimento da cavidade com um PZT. Com um cuidadoso alinhamento do sistema, é possível otimizar a finesse das duas séries.

À medida que fomos afastando os espelhos, reajustando o seu alinhamento para manter a finesse, vemos que haverá um comprimento além do qual uma das polarizações não pode mais ser otimizada de modo a recuperar o antigo valor de finesse. Nesta situação, temos uma cavidade quase concêntrica, e portanto estável, para a polarização ordinária, enquanto que para a polarização extraordinária esta já se encontra em uma configuração instável. Podemos assim identificar os planos de polarização ordinária e extraordinária dentro do cristal.

Uma outra forma de identificar as polarizações é usá-lo na geração de segundo harmônico, como faremos a seguir. Este método tem a vantagem de testar o cristal quanto à tolerância de temperatura e orientação para o acordo de fase.

### 4.2.3 Geração de segundo harmônico

Uma outra forma de verificar qual a polarização de bombeio consiste em fazer a geração de segundo harmônico. Neste caso temos um processo inverso à conversão paramétrica descendente, pois bombeamos o cristal com um laser no infravermelho, obtendo a geração de um fóton verde a partir da aniquilação de dois fótons de bombeio [51].

Para isso, empregamos um laser Surelite II, Nd:YAG - Neodímio: Ítrio-Alumínio-Granada (1064 nm) pulsado Q-Switched da Continuum, gerando pulsos de 7 ns de duração (FWHM). Tal laser deve ser cuidadosamente manuseado, pois o tratamento antirefletor do cristal pode ser facilmente danificado na condição de potência máxima (650 mJ/pulso). Sua polarização de saída é alterada pela presença de um cristal de KTP montado na saída do laser para geração de segundo harmônico. Um conjunto de espelhos dicróicos permite a separação entre o fundamental e os harmônicos por ele gerados (que no caso deste modelo podem chegar até o quarto harmônico).

A montagem empregada é mostrada na Figura 4.5. Os espelhos dicróicos M1 e M2 são usados para alinhamento e eliminação do resíduo de segundo harmônico gerado. O polarizador P1 define em sua saída uma polarização horizontal, e em conjunto com o polarizador P2 e a lâmina de meia onda L1 formam um controle de potência, com a função de regular a intensidade de luz incidente sobre o cristal. A fenda S (diâmetro de 1 mm) seleciona uma pequena seção do feixe que será usada na experiência. A lâmina de meia-onda L2 controla a polarização de entrada no cristal.

O cristal é montado em um suporte, que permite variar sua inclinação, alterando o ângulo de incidência do feixe. Este suporte tem ainda sua temperatura controlada por uma resistência e um termopar, estabilizando sua temperatura em  $0,1^\circ\text{C}$  na faixa entre a temperatura ambiente e  $200^\circ\text{C}$  através de um regulador comercial.

Na saída do cristal um espelho dicróico reflete o infravermelho do bombeio, transmitindo a luz verde que é analisada pela lâmina de meia onda (para 532 nm) L3 e o polarizador P3. Os polarizadores são lâminas em ângulo de Brewster com filme especialmente desenhadas para altas intensidades de feixe. A intensidade dos pulsos de luz verde é medida pelo detector, um DET100 da Thorlabs Inc., através de um osciloscópio digital. No caso de laser pulsado de alta

potência, todas as reflexões são enviadas a elementos absorvedores de alumínio anodizado, de modo a evitar reflexões espúrias que podem ser perigosas aos operadores do equipamento.

A dependência da intensidade com a polarização de entrada da luz no cristal é mostrada na figura 4.6. Como vemos, para uma polarização horizontal ou vertical, temos uma intensidade mínima gerada. Esta é máxima para uma polarização a  $135^\circ$ . Esta periodicidade corresponde a uma condição de casamento de fase tipo II. No caso de um casamento de fase tipo I, o período seria de  $180^\circ$ , e não  $90^\circ$ , como observado. Maximizando a potência de saída, observamos que a luz verde gerada possui polarização horizontal, definindo assim a polarização de bombeio do cristal.

Esta medida confirmou o resultado obtido com a cavidade concêntrica em relação aos eixos de orientação ordinária e extraordinária do cristal, sem acrescentar novas informações. No entanto, podemos através da geração de segundo harmônico verificar qual a tolerância do casamento de fase com a temperatura de operação e ângulo de orientação. Fizemos portanto uma medida da intensidade do feixe gerado com a inclinação do cristal em torno do eixo z (variação de  $\phi$ ), como mostrado na figura 4.7, mantendo sua temperatura estabilizada em  $25^\circ\text{C}$ . Vemos que a variação da eficiência é pequena para uma faixa em torno de  $\pm 1^\circ$  ( $\pm 18$  mrad). O efeito é semelhante para a variação em  $\theta$ . Como podemos inserir o cristal no interior da cavidade e alinhá-lo com uma precisão superior a esta, o ângulo de aceitação não chega a ser um problema em nossa montagem.

Variamos também a temperatura, para uma incidência perpendicular do feixe. Como vemos na figura 4.8, não há variação apreciável na faixa entre 20 e  $40^\circ\text{C}$ . Estas faixas de tolerância concordam com os valores anunciados pelo fabricante.

Com isso concluímos que se nos limitássemos à condição degenerada teríamos já uma boa tolerância quanto ao ângulo de incidência no cristal e sua temperatura. No caso, como temos ainda a possibilidade de operar com valores não nulos da frequência de batimento, esta faixa de valores tende a se alargar, posto que estamos interessados apenas na oscilação do OPO sem nos preocuparmos com a degenerescência exata em frequência.

Temos então toda a informação necessária para inserir o cristal na cavidade e buscarmos a oscilação do OPO. Convém, no entanto, verificarmos as perdas no cristal antes de fazê-lo pois, como vimos, elas serão importantes na obtenção de baixos limiares de oscilação e alta eficiência de conversão.

### Perdas do Cristal

As perdas no cristal foram medidas de forma independente em nosso laboratório, para verificar a qualidade do cristal adquirido e compará-lo a uma outra amostra já disponível, que fora emprestada pelo Laboratoire Kastler-Brossel.

Para isso usamos um sistema de detecção equilibrada, mostrado na figura 4.9. O feixe vindo de um laser de Nd:YAG contínuo dobrado (532 nm) é atenuado para uma potência de 0,4 mW para evitar a saturação dos detetores. Este feixe é focalizado pela lente L, de modo a ser completamente captado pelos fotodetetores. A intensidade total é dividida entre as duas saídas do cubo polarizador PBS, sendo precisamente equilibrada através da lâmina de meia onda W.

Os detetores D1 e D2 são fotodiodos FND100 com saídas amplificadas, descritos no apêndice. O uso de um “chopper” mecânico para fazer a obturação do feixe em uma frequência de 400 Hz

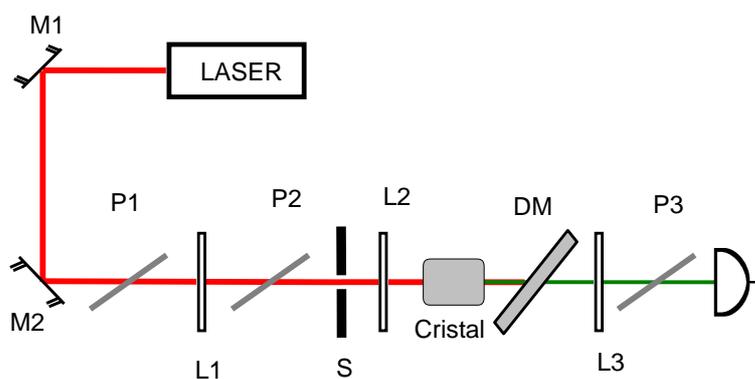


Figura 4.5: Montagem para geração de segundo harmônico.

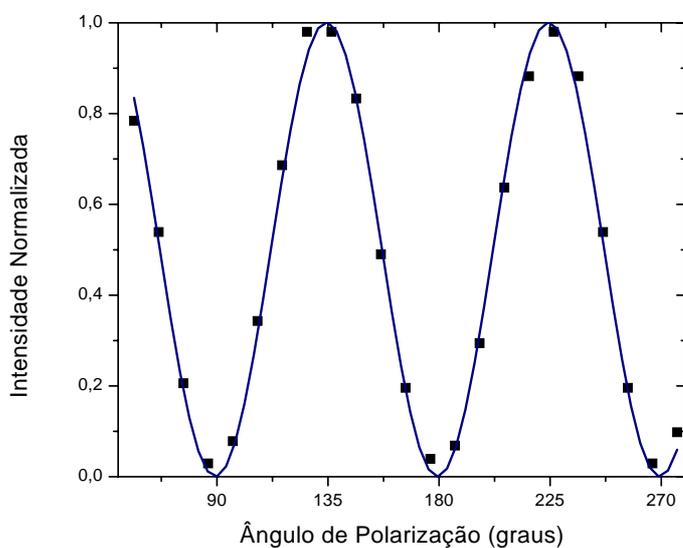


Figura 4.6: Potência de saída em função do ângulo da polarização de entrada (1064 nm) na geração de segundo harmônico.

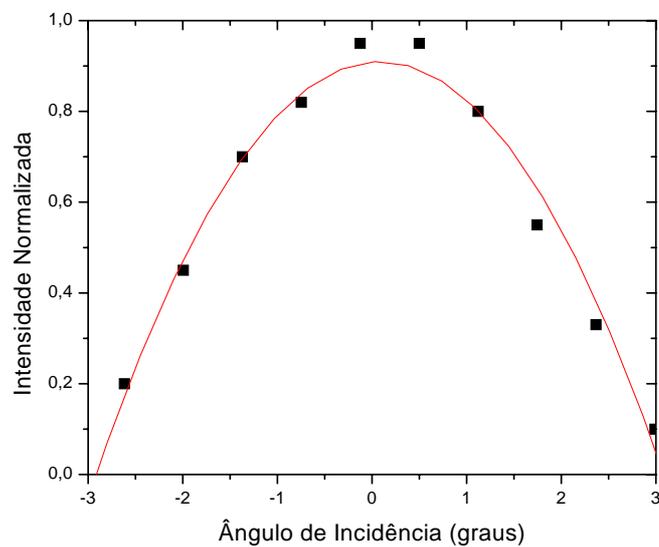


Figura 4.7: Intensidade do segundo harmônico medido em função do ângulo de incidência no cristal.

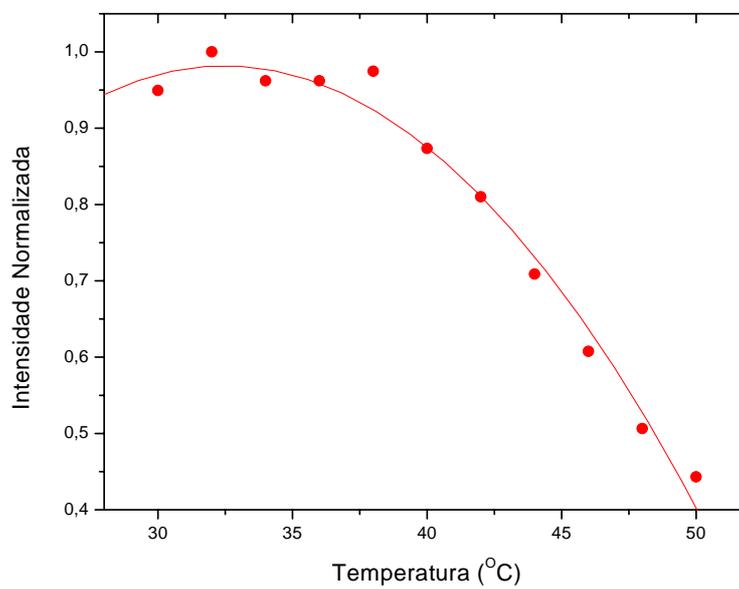


Figura 4.8: Intensidade do segundo harmônico medido em função da temperatura.

permite a eliminação do “offset” sobre os dois detetores pela comparação das fotocorrentes nos ciclos aberto e fechado.

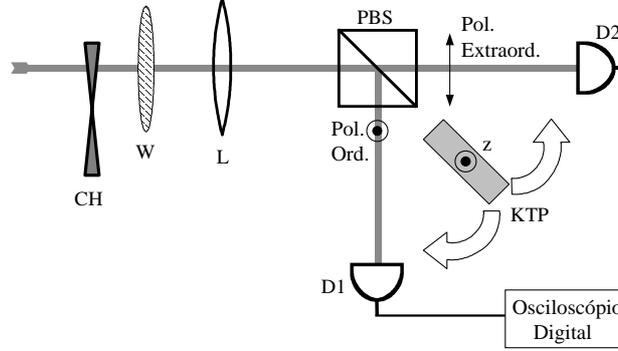


Figura 4.9: Montagem de detecção balanceada para medida da absorção do cristal.

Em um osciloscópio digital, medimos a amplitude dos dois sinais na presença e na ausência do cristal. Da razão entre a medida com e sem o cristal inserido diante do detetor D1, normalizada pela intensidade medida no detetor D2, obtemos a transmitância pelo cristal

$$T_{ord} = \left[ \frac{V_{D1}}{V_{D2}} \right]_{Xtal} \left[ \frac{V_{D2}}{V_{D1}} \right]. \quad (4.19)$$

Mantendo a mesma orientação do cristal, repetimos a medida colocando-o diante do detetor D2, mantendo o detetor D1 como referência. Obtivemos assim as perdas para a polarização extraordinária

$$T_{ext} = \left[ \frac{V_{D2}}{V_{D1}} \right]_{Xtal} \left[ \frac{V_{D1}}{V_{D2}} \right] \quad (4.20)$$

lembrando que o cristal é inserido de forma a assegurar que todo o feixe passe por ele, sem ocorrer obstrução por sua seção reta, e cuidadosamente alinhado para uma incidência perpendicular do feixe na superfície, o que pode ser feito pela observação da reflexão vestigial na interface cristal/ar.

Obtidas as transmitâncias, podemos calcular as perdas provocadas pela absorção no meio e pela reflexão nas superfícies do cristal. Como vemos na tabela 4.5, há uma birrefringência na absorção, sendo esta maior na polarização extraordinária. Notamos ainda que a absorção no cristal cedido pelo laboratório Kastler-Brossel é significativamente maior. Como veremos ao longo desta tese, há uma degradação do cristal manifestada pelo aumento da absorção no visível. Esta degradação é provocada pela exposição do cristal a feixes intensos na região do visível, que provocam a geração de centros de cor, entre outros defeitos. Este efeito, chamado de “gray-tracking”, é fortemente dependente da intensidade de luz aplicada, do tempo do pulso

ou da aplicação contínua, da qualidade do material, do processo de fabricação, da presença de impurezas,... Trata-se do principal problema no uso do KTP, sendo estudado em diversos artigos [84, 88, 89, 90]. Mostraremos como ele afeta as nossas medidas e a operação estável do OPO.

Tabela 4.5: Perdas medidas nos cristais.

	Polarização Ordinária	Polarização Extraordinária
Cristal 1 (LKB)	$(1, 3 \pm 0, 4) \%$	$(4, 2 \pm 0, 4) \%$
Cristal 2 (Cristal Laser)	$(1, 4 \pm 0, 4) \%$	$(2, 7 \pm 0, 4) \%$

Terminamos desse modo a caracterização dos cristais de KTP empregados. Descrevemos a seguir a montagem da cavidade, com os critérios para seleção dos espelhos.

### 4.3 Espelhos da Cavidade

Este é um componente crítico do OPO, sendo alvo de uma seleção cuidadosa pensando em qual aplicação será feita deste. Para selecionar os espelhos da cavidade, devemos levar em consideração os seguintes fatores:

- Configuração:

Como queremos uma cavidade linear estável, com pequenas perdas por difração, optamos pelo uso de espelhos esféricos. Por simplicidade, optamos por uma cavidade simétrica, de modo que a cintura do modo de oscilação dentro da cavidade se situe no centro da mesma, onde colocaremos nosso cristal.

- Intervalo espectral livre:

Uma cavidade muito pequena apresenta um grande intervalo espectral livre. Como visto na equação 3.53, no caso de um casamento de fase tipo II será este intervalo que determina a separação entre os picos de ressonância do sinal. Se os picos forem muito separados, eles podem ocorrer fora do pico de ressonância do bombeio. Por outro lado, a estabilização mecânica da cavidade torna-se mais difícil no caso de uma cavidade longa.

- Refletância:

As perdas da cavidade determinam o limiar de oscilação e a eficiência de conversão. Tais parâmetros são críticos em nossa montagem, pois estamos limitados a 200 mW de potência total de bombeio, sem considerar as perdas da injeção. Além disso, os espelhos podem não ter uma refletância unitária, como os espelhos de acoplamento, e conseqüentemente a fase do feixe refletido pode não ser a mesma do feixe incidente. A fase acumulada na reflexão do espelho também é importante e se não for nula, deve ser compensada por um valor não nulo de desacordo de fase  $\Delta k$ , alterando assim o valor de  $\chi_{eff}$  e através dele o valor do limiar de oscilação.

- Qualidade de superfície:

As irregularidades de superfície levam a um aumento das perdas pela difração e espalhamento da luz, aumentando a potência de limiar.

- Limiar de dano dos “coatings”.

A escolha de uma configuração simétrica, com dois espelhos esféricos, visa otimizar a eficiência de conversão pela redução das perdas por difração, no caso de uma cavidade estável. OPOs operando com cavidades planas apresentam grandes perdas por difração, não sendo por isso comumente usados no regime contínuo.

A otimização da eficiência de conversão para um feixe gaussiano leva em conta o aumento da intensidade do feixe incidente sobre o cristal. No entanto, se focalizarmos demais o feixe, a difração deste irá garantir uma grande eficiência de conversão em uma região pequena de propagação dentro do cristal. À medida que este se difrata, o diâmetro do feixe irá aumentar antes que ele saia do cristal, perdendo deste modo a eficiência da interação no volume. Para um cristal de comprimento  $\ell$ , o comprimento de Rayleigh ótimo para uma conversão paramétrica (ascendente ou descendente) é dado por [91]

$$\ell = 5,6z_R, \quad (4.21)$$

onde  $z_R$  é o comprimento de Rayleigh.

Para valores menores de  $z_R$ , teremos uma redução na eficiência devido à difração do feixe à medida que este se aproxima das faces do cristal. Para valores maiores, a difração não será importante, mas a intensidade não estará maximizada, reduzindo o ganho na passagem ao longo do cristal. Por este motivo, iremos trabalhar com um feixe de comprimento de Rayleigh da ordem do comprimento do cristal.

Na seleção da estrutura da cavidade, outro ponto a discutir é a estrutura dos espelhos. Se estes forem depositados diretamente sobre um cristal com extremidades polidas de forma a apresentarem superfícies côncavas, teremos uma cavidade monolítica. Extremamente robusta quanto a vibrações mecânicas, ela é pouco versátil quanto à sua operação, impedindo a correção de erros de alinhamento ou a mudança dos parâmetros da cavidade. Além disso, a necessidade de produzir superfícies de alta qualidade nas faces do cristal eleva o custo da montagem.

Cavidades plano-côncavas são frequentemente empregadas em configurações semimonolíticas, onde se deposita em uma face do cristal um espelho plano, sendo a cavidade completada por um espelho externo. Esta configuração tem a vantagem de minimizar os elementos óticos envolvidos, sendo melhor que a cavidade externa em termos de estabilidade. Mecanicamente, é menos estável que a monolítica, ganhando no entanto em versatilidade. Por não haver necessidade de alterar os cristais comercialmente disponíveis, os quais são normalmente vendidos com faces planas e paralelas, este tipo de configuração é muito usado.

No entanto, para uma configuração semimonolítica, o cristal deve ser encomendado com um “coating” altamente refletor em uma das faces. Para uma cavidade externa, formada por dois espelhos e um cristal, podemos empregar um produto disponível no fabricante, o que acaba reduzindo o custo do processo.

Conseqüentemente, uma cavidade formada por dois espelhos esféricos é a indicada. O comprimento de Rayleigh nesta configuração será determinado pela distância efetiva entre os

espelhos na propagação de um feixe gaussiano ( $L_{cav}$ ) e pelo raio de curvatura. Considerando uma configuração simétrica temos [51, 92]

$$z_R^2 = \frac{(2R - L_{cav})L_{cav}}{4}. \quad (4.22)$$

Variando a distância média entre os espelhos, ajustamos o valor de  $z_R$  para nossa cavidade. O limite mínimo será dado para uma configuração concêntrica ( $2R = L_{cav}$ ), quando o comprimento de Rayleigh tende a zero.

Como discutimos antes (seção 3.2.3), a finesse da cavidade irá determinar um comprimento limite, abaixo do qual a separação dos modos longitudinais de oscilação dificulta a operação do OPO. Se a finesse do bombeio for muito grande, o pico da ressonância deste modo será muito estreito. Em uma condição crítica, ele será tão estreito que ocorrerá dentro de um intervalo dos valores possíveis de oscilação, dado pela equação 3.53. Ou seja, além de manter o sistema ressonante, teremos que varrer o valor de  $\delta n$ , seja através da temperatura, seja pela inclinação do cristal, para garantir a condição de oscilação.

Como a largura  $\Delta L_0$  do pico de bombeio será da ordem de  $\lambda_0 T_0 / \pi$ , onde  $T_0$  é o acoplamento do espelho de entrada, devemos satisfazer a condição  $\Delta L_0 > \Delta L$  para que ao menos um pico do OPO caia na ressonância do bombeio. Ou seja, a distância  $L$  é limitada por

$$L > \ell \left( \frac{2\pi\delta n}{T_0} - n \right). \quad (4.23)$$

Trabalhando com valores típicos  $\delta n \approx 0,08$ ,  $n \approx 1,8$ ,  $\ell = 10$  mm, temos que  $L > 13$  mm para  $T_0 = 0,2$ .

Para escolhermos o raio de curvatura dos espelhos, devemos lembrar que será útil podermos variar o comprimento da cavidade, alterando assim o comprimento de Rayleigh em uma ampla faixa de valores.

Como vemos na referência [51], o feixe gaussiano propagando-se por uma distância  $\ell$  dentro de um meio de índice de refração  $n$  sofre a mesma difração que teria no caso de uma propagação no vácuo por uma distância  $\ell/n$ . Por isso, o comprimento geométrico efetivo da cavidade para o modo gaussiano ressonante será

$$L_{cav} = L + \ell \left( \frac{1}{n} - 1 \right). \quad (4.24)$$

Para uma cavidade confocal ( $L_{cav} = R$ ), teremos então um raio de curvatura  $R > 9$  mm como um valor conveniente para operação.

Note que a escolha da geometria dos espelhos, ainda que importante, é seguida muito mais pelo bom senso que por uma regra bem definida. Já para os coeficientes de reflexão dos “coatings” a serem depositados, a escolha é muito mais crítica. Queremos no caso um baixo limiar de oscilação para o OPO. Da equação 3.37 vemos que o limiar de oscilação varia linearmente com a transmissão no bombeio, e quadraticamente na transmissão no sub-harmônico (considerando por simplicidade o caso degenerado em frequência). Baseado neste critério, bastaria selecionar espelhos com baixa transmitância para solucionar o problema, garantindo um baixo limiar. Este é o caso do OPO com limiar inferior a 1 mW descrito no próximo capítulo. No entanto, para nossos objetivos, a escolha deve ser mais cuidadosa.

Primeiro, de pouco adianta ter uma baixa transmitância no bombeio se as perdas da cavidade forem importantes. Reproduzimos aqui de forma explícita a potência do limiar de oscilação para a ressonância exata

$$P_{lim} = \frac{(T_0 + A_0)^2}{T_0} (T + A)^2 \frac{\hbar\omega_0}{64|\chi|^2}, \quad (4.25)$$

onde o valor de  $\chi$  é dado pela equação 3.27. As transmitâncias no bombeio e no sub-harmônico são  $T_0 = 2\gamma_0$  e  $T = 2\gamma$ , e as perdas diversas na cavidade são dadas por  $A_0 = 2\mu_0$  para o bombeio e  $A = \mu$  para o sub-harmônico.

Minimizando a potência de limiar em função de  $T_0$ , vemos que o limiar ótimo ocorre para  $T_0 = A_0$ . No entanto, como vimos anteriormente, isto leva a um forte estreitamento na largura do pico de ressonância do bombeio, não sendo muito recomendado para OPO com acordo de fase tipo II, no qual a posição de ressonância dos modos sinal adjacentes em frequência pode estar espaçada. Além disso se estivermos procurando uma alta eficiência de conversão, precisamos de  $\xi_0 = T_0/(T_0 + A_0) \rightarrow 1$ . O limiar mínimo implica em um valor de  $\xi_0 = 1/2$ , limitando já de saída a eficiência do OPO.

Por outro lado, o limiar cai linearmente com a transmitância do sub-harmônico  $T$ . A princípio, com espelhos altamente refletivos podemos chegar ao limite determinado pelas perdas espúrias intracavidade, que no nosso caso são baixas. Somando a absorção e as perdas por reflexão nas superfícies do cristal em uma volta completa na cavidade (portanto com duas passagens pelo meio) temos um total estimado de 0,5% de perdas em 1064 nm (contra cerca de 8% medido para 532 nm). O fator limitante é a eficiência. Para uma alta eficiência queremos  $\xi \rightarrow 1$ . E como vimos, a compressão na correlação de intensidades é limitada ao valor de  $\xi$ . Claramente, se baixarmos demais o limiar, destruiremos a compressão procurada.

Para avaliar o valor da potência de limiar, consideramos o valor de  $|\chi|^2$  obtido a partir do limiar de oscilação em experiências semelhantes na literatura [93, 94, 95], levando a uma ordem de grandeza de  $|\chi|^2/(\hbar\omega_0) \sim 10^{-7} mW^{-1}$ .

De posse destas informações solicitamos a confecção dos espelhos da cavidade junto à Oficina de Ótica de São Carlos. As especificações escolhidas eram de uma transmitância de 4 % para 1064 nm e 15 % em 532 nm. Com isso, o limiar esperado é de cerca de 40 mW, contra uma potência de bombeio de 200 mW.

Quanto aos substratos nos quais os espelhos foram realizados, foram solicitados quatro plano-côncavos, em vidro BK7. Dada a disponibilidade das matrizes existentes na Oficina de Ótica de São Carlos (USP), optamos por substratos com raio de curvatura de 13 mm, permitindo assim a construção de uma cavidade pequena, porém dentro dos limites práticos para sua manipulação. A disponibilidade da qualidade de superfície ( $\lambda/10$ ) atende às especificações equivalentes de outros fabricantes no exterior.

### 4.3.1 Teste dos espelhos

Além dos espelhos adquiridos junto à Oficina de Ótica de São Carlos, dispomos ainda de um conjunto de espelhos confeccionados no Laboratório de Filmes Finos da Divisão de Materiais Eletro-Ópticos do IPEN (MEO), depositados sobre um substrato comercial de lente da Newport, Inc.

Dispúnhamos então de uma série de espelhos de entrada e saída para nosso OPO, cujas especificações dos fabricantes são mostradas na tabela 4.6.

Tabela 4.6: Especificações dos fabricantes para os espelhos de cavidade.

Origem	Substrato			Tratamento aplicado e transmitância obtida			
	R(mm)	Superfície	$\emptyset$ (mm)	Face Plana		Face Côncava	
				1064 nm	532 nm	1064 nm	532 nm
SC	13	$\lambda/10$	13	AR	NT	3,2 %	0,2 %
SC	13	$\lambda/10$	13	95,9% <sup>NT</sup>	95,8% <sup>NT</sup>	0,2 %	7,8 %
IPEN	12,92	$\lambda/4$	12,7	AR	AR	0,35 %	20 %
IPEN	12,92	$\lambda/4$	12,7	AR	AR	(8,5 $\pm$ 1,0) %	0,55 %
IPEN	25,84	$\lambda/4$	12,7	AR	AR	0,35 %	20 %
IPEN	25,84	$\lambda/4$	12,7	AR	AR	(8,5 $\pm$ 1,0) %	0,55 %

NT: Não tratado. Transmitância calculada para reflexão de Fresnel no vidro BK7.

AR: Tratamento antirefletor para o comprimento de onda.

SC: Substrato e deposição na Oficina de Ótica de São Carlos.

IPEN: Substrato Newport, deposição no Laboratório de Filmes/MEO/IPEN.

Os espelhos produzidos no IPEN atingiram as especificações solicitadas de transmitância (10% @ 1064 nm, 20% @ 532 nm). No entanto, os valores inicialmente calculados de limiar foram superestimados, e estes espelhos não foram usados com sucesso dada a limitação de potência de bombeio.

Ao final, empregamos os espelhos fabricados em São Carlos, solicitados posteriormente com valores menores de transmitância, reduzindo o limiar e aproveitando da disponibilidade de substratos de qualidade de superfície superior aos substratos adquiridos junto à Newport. Os espelhos de saída são aqueles com maior transmitância em 1064 nm, enquanto que os espelhos de entrada são os de maior transmitância em 532 nm.

Testamos a transmitância destes espelhos empregando um feixe de 532 nm, focalizado por uma lente de forma a gerar um feixe gaussiano de  $z_R = 2$  mm. Observamos ainda se a transmitância variava conforme o espelho estivesse no foco ou fora do foco do feixe. O objetivo é evidenciar o efeito do espalhamento por irregularidades na superfície sobre a transmitância e reflectância do espelho produzido.

Os resultados são mostrados na tabela 4.7 para os substratos de  $\lambda/4$ . Nota-se que há uma grande variação da transmitância do espelho de entrada para diferentes tamanhos do feixe incidente sobre ele, o que pode ser uma evidência das irregularidades na superfície do substrato. Para os espelhos de saída, a transmitância era muito pequena, não possibilitando a medida da potência através do detetor térmico disponível no momento.

Tabela 4.7: Espelhos  $\lambda/4$ : Medida direta da transmitância (532 nm).

	No foco	Fora do foco
Espelho de entrada	(5,2 $\pm$ 0,6) %	(13,2 $\pm$ 0,5) %

Repetimos a medida através das perdas em uma cavidade próximo da concentricidade. No caso, o feixe injetado apresentava um casamento de modo melhor que 95 %. A medida da finesse, feita pela varredura do comprimento da cavidade por um PZT acoplado a um dos espelhos, foi de  $(45 \pm 5)$ , correspondendo a perdas na cavidade de  $(14 \pm 2)\%$ .

Para os espelhos de  $\lambda/10$ , obtivemos um melhor resultado em situação semelhante, como vemos na tabela 4.8. A variação na medida da transmitância não foi tão significativa, ainda que presente.

Tabela 4.8: Espelhos  $\lambda/10$ : Medida direta da transmitância (532 nm).

	No foco	Fora do foco
Espelho de entrada	14 %	17 %

Não dispondo de um laser Nd:YAG estável para gerar o feixe de 1064 nm, fizemos uma medida de transmitância no IPEN, obtendo  $(6 \pm 1) \%$  para o espelho de saída e  $(0,27 \pm 0,07) \%$  para o espelho de entrada, o que concorda qualitativamente com as especificações do fabricante. As curvas detalhadas para cada espelho são mostradas no apêndice da tese.

#### 4.4 Acordo de modo

Após definirmos os espelhos e os cristais a serem empregados no OPO, passamos à montagem da cavidade. Planejamos uma cavidade próxima da confocalidade, de modo a facilitar o alinhamento. Como vemos na referência [57], a configuração confocal possui a vantagem de simplificar o alinhamento da cavidade, pois nesta configuração o centro de curvatura de um espelho se situa sobre a superfície do outro. Como consequência, o alinhamento passa a ser uma questão de colocar os centros de curvaturas sobre o feixe incidente, eliminando os modos ímpares da cavidade.

Descrevemos a seguir a ótica necessária para se fazer o acordo de modo da cavidade através de uma série de lentes convergentes. O laser de bombeio, um Lightwave 142-532-200, apresenta em sua saída um feixe de 532 nm, com uma cintura de feixe de 0,28 mm.

Para maximizar o acoplamento do feixe de bombeio ao modo principal de uma cavidade formada por dois espelhos esféricos, é necessário adequar o tamanho e a posição do feixe incidente. Para os espelhos de raio de curvatura  $R = 13$  mm teremos um comprimento de Rayleigh intracavidade de  $z_R = R/2$ , correspondendo a uma cintura de feixe  $w_0 = 36 \mu\text{m}$ .

Para transformar o feixe de saída do laser, de cintura muito superior ao modo da cavidade, necessitamos expandir o feixe com uma primeira lente, e com uma segunda obter o feixe nas características desejadas (figura 4.10). O uso de uma única lente iria formar a cintura do feixe muito próximo à ela, impedindo a colocação da cintura do feixe no interior da cavidade. Pelo uso de um par de lentes, podemos controlar a posição da cintura do feixe através do deslocamento longitudinal da segunda lente, com pouca variação do seu comprimento de Rayleigh.

Considerando que o espelho de entrada da cavidade se comporta como uma lente divergente de distância focal  $f_3 = -25\text{mm}$ , conseguimos realizar o acordo de modo com um par de lentes de distância focal  $f_1 = 100\text{mm}$  e  $f_2 = 125\text{mm}$ . A distância entre as duas lentes do telescópio

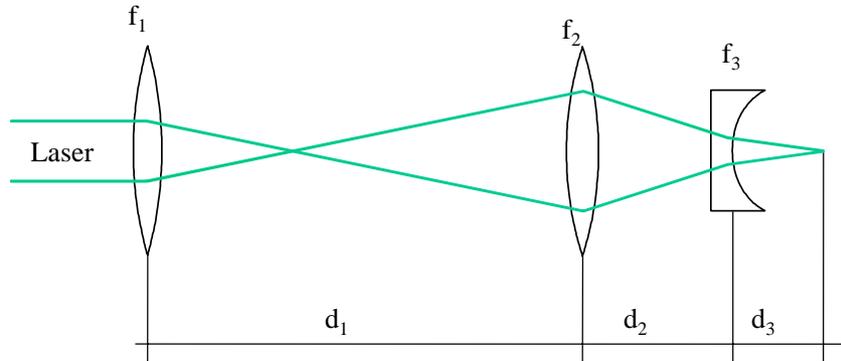


Figura 4.10: Configuração empregada para casamento de modo.

formado é de 480 mm, e o espelho da cavidade, situado a 130 mm da segunda lente, termina por formar a cintura do feixe a 8 mm da superfície do espelho, condizente com o acordo de modo esperado para a cavidade quase-confocal.

Até o momento, vimos as condições do projeto do OPO a ser empregado na geração de feixes gêmeos. Descrevemos os procedimentos de teste do cristal e dos espelhos de cavidade, bem como do sistema de lentes para produzir o acordo do modo do laser com o modo da cavidade.

Iremos agora mostrar o procedimento de teste do OPO, descrevendo as medidas de ruído de correlação dos feixes de saída. Para isso, começaremos pela medida do ruído vindo do feixe de bombeio. Este ruído é extremamente importante, pois ele pode reduzir a nossa sensibilidade na medida dos efeitos quânticos devido a limitações na precisão de nossa eletrônica, além de problemas que poderiam advir de eventuais desbalanceamentos entre os feixes sinal e complementar. Como veremos aqui, este desbalanceamento é muito pequeno no caso atual, porém isto não é regra geral, podendo atingir valores tão grandes como 10% de desequilíbrio entre as intensidades dos feixes, como veremos em outras montagens.

Uma vez medido o excesso de ruído do laser de bombeio, vamos estudar duas cavidades diferentes. Na primeira, mostraremos uma montagem estável, com baixo limiar, a qual apresenta apenas correlações clássicas devido a sua baixa eficiência na conversão do bombeio. Uma segunda cavidade, de limiar mais alto, apresenta uma eficiência suficientemente alta para obtermos correlações quânticas. No entanto, o limiar mais alto, aliado a efeitos térmicos importantes, impede a estabilização do sistema. Neste caso, desenvolvemos uma aquisição simultânea,

que é empregada para normalizar as flutuações de ruído e demonstrar de forma inequívoca a correlação quântica entre os feixes sinal e complementar.

## 4.5 Ruído do feixe de bombeio

A análise do ruído apresentada na seção 3.3 considerava que o feixe de bombeio estava num estado coerente, ou seja, que pode ser descrito por um campo clássico com flutuações semelhantes às flutuações do vácuo a ele adicionadas. Este estado de mínima incerteza do campo não é necessariamente uma condição normal no laboratório. Devido a diversos processos de decoerência, como a emissão espontânea, além de aspectos técnicos da montagem, um laser pode apresentar um largo espectro de ruído. De forma imediata, podemos observar que as flutuações de intensidade do laser são superiores ao nível de “shot noise”, o ruído branco produzido pela detecção do estado coerente fóton a fóton.

Este excesso de ruído, clássico em sua origem, pode ser filtrado por cavidades de alta finesse, como será feito na próxima seção. No caso presente, vale saber se ele será um empecilho à realização da medida. Em princípio, este excesso de ruído pode ser transferido aos feixes gêmeos, aumentando o ruído em ambos de forma igual. Por isso, ele pode ser eliminado na subtração das fotocorrentes. Note, porém que a subtração não é perfeita. Desbalanceamentos nas amplitudes podem ser provocados tanto na parte da ótica quanto na parte eletrônica. O desbalanceamento ótico pode ter origem na própria cavidade, devido ao fato de termos diferentes comprimentos de onda para sinal e complementar, o que leva a perdas diferenciadas nos espelhos de cavidade. Ou ainda, podemos ter o efeito da birrefringência sobre a absorção do cristal, que pode vir a ser importante em certos casos. No processo de detecção, pode ocorrer um desequilíbrio por diferentes eficiências quânticas para os dois detetores.

Quanto à parte eletrônica, a subtração deve ser capaz de fazer a diferença entre dois sinais iguais, apresentando na saída um valor nulo. No entanto, dois canais não são perfeitamente idênticos devido às tolerâncias dos componentes, o que leva a pequenos desbalanceamentos. A qualidade do sistema de subtração é dada pela sua rejeição de modo comum, dado pela potência de saída quando dois sinais idênticos são injetados, normalizada pelo valor obtido quando apenas um sinal é injetado. O circuito empregado pode apresentar uma rejeição de modo comum típica de 20 dB, podendo mesmo chegar a 30 dB com um cuidadoso ajuste. Porém devemos ter em mente que um equilíbrio perfeito não pode ser atingido.

O excesso de ruído do feixe de bombeio nos dá uma idéia da qualidade necessária no equilíbrio de nosso sistema para observar as correlações quânticas. Para realizar esta medida, o feixe do laser de bombeio é separado em duas partes iguais, de modo semelhante à detecção balanceada usada para medir a absorção do cristal. Vemos na figura 4.11 a configuração empregada. O laser de bombeio é atenuado para uma potência de 5,0 mW, sendo injetado no sistema de medida. A lâmina de meia onda  $W$  e o cubo polarizador PBS são usados para dividir o feixe em duas partes de intensidades iguais. O equilíbrio entre as intensidades medidas pelos dois detetores é verificada através de um osciloscópio digital (não mostrado). A lente  $L$  focaliza o feixe sobre os dois detetores FND100 da EG&G.

A saída de alta frequência dos detetores passa por um sistema de soma e subtração ativo. A rejeição em modo comum da eletrônica é melhor que 30 dB na faixa entre 2 e 40 MHz. Sua

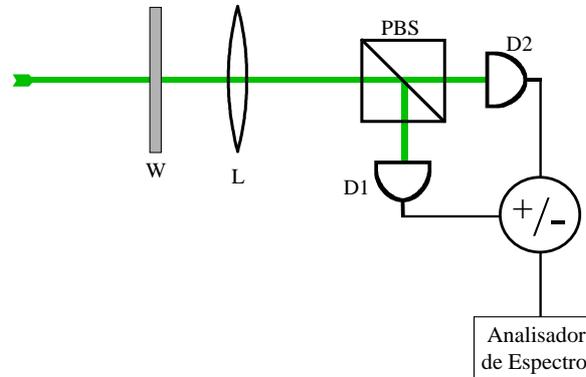


Figura 4.11: Sistema de medição do excesso de ruído na intensidade do feixe de bombeio.

saída é medida em um Analisador de Espectro (HP8560E), o qual mostra a potência do ruído para cada frequência de análise.

Como vemos na referência [41], em uma montagem como a apresentada fazemos a homodinagem do feixe incidente com o vácuo. Fazendo a soma das flutuações da fotocorrente, recuperamos o nível total de ruído de intensidade do feixe incidente. É como se colocássemos toda a potência incidente em um único detector, recuperando assim toda a luz incidente. Na posição de subtração, eliminamos as flutuações de intensidade comuns a ambos os feixes de saída do divisor de feixe. O ruído restante vem da natureza estocástica da luz, da própria flutuação vinda da distribuição de probabilidade do fóton incidente sair por uma das duas portas do divisor de feixe. Ou ainda, é como se observássemos as flutuações do vácuo incidentes pela porta livre deslocadas ao valor médio do campo incidente.

Vemos então o espectro de ruído para a faixa entre 0 e 20 MHz na figura 4.12, medido para uma potência total incidente de 5,0 mW. Vemos neste caso que as flutuações de intensidade são muito importantes, com um acentuado pico de ruído em 2 MHz. Este pico é tão intenso que aparece mesmo na subtração das fotocorrentes, superando o balanceamento da detecção (rejeição de modo comum) descaracterizando a medida como um valor de referência para o “shot noise” nesta frequência. Fora desta região, há um excesso de pelo menos 10 dB em uma ampla faixa do espectro.

Só podemos considerar o laser “shot noise” em uma frequência de análise acima de 45 MHz, como vemos na figura 4.13. Vemos como este tipo de situação interfere na medida da compressão de um único feixe ao estudarmos o ruído do bombeio refletido pela cavidade do OPO. Se estivéssemos trabalhando em uma caracterização do ruído de um único feixe, deveríamos fazer as medidas nesta faixa de frequência, onde enfrenta-se o problema causado pela resposta da eletrônica de detecção não ser mais tão eficiente, além do aumento relativo do

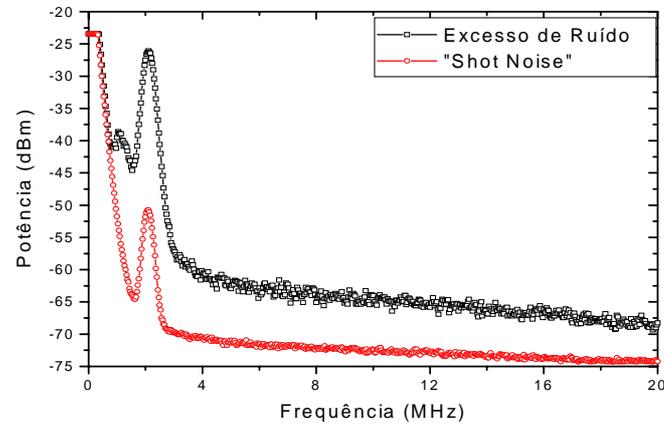


Figura 4.12: Excesso de ruído na intensidade do feixe de bombeio para baixas frequências de análise (0 a 20 MHz).

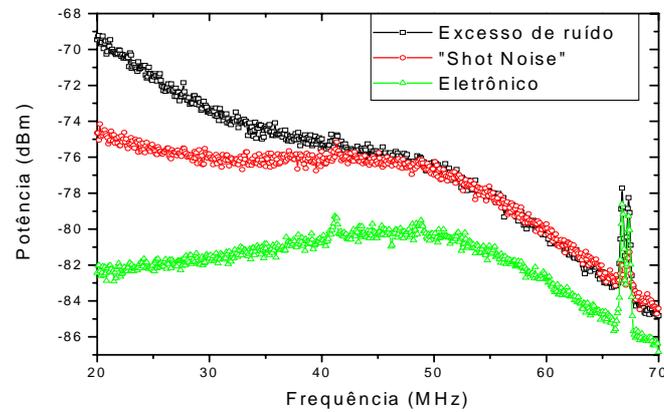


Figura 4.13: Excesso de ruído na intensidade do feixe de bombeio para altas frequências de análise (20 a 70 MHz). O pico em 66 MHz tem origem no ruído ambiente, dentro do laboratório.

ruido eletrônico comparado ao sinal medido. Pode-se ainda usar uma cavidade de filtro para eliminar estas flutuações [96], reduzindo-as às flutuações do vácuo.

No entanto, o excesso de 10 dB na faixa entre 4 e 20 MHz pode ser superado pelo equilíbrio do sistema de detecção, não impondo problemas à medida de feixes gêmeos no OPO.

## 4.6 Montagem do OPO

Usando a configuração descrita no capítulo anterior para o casamento de modo do feixe, passamos à montagem do OPO, como mostrado na figura 4.14. O laser é o Nd:YAG bombeado a diodo Lightwave 142, dobrado, 532 nm, 200 mW CW. Em sua saída temos um controle de potência estabelecido por uma lâmina de meia onda e pelo cubo polarizador da entrada do Isolador Ótico. Este é composto por um rotator de Faraday (FR) e um segundo cubo polarizador na saída.

A rejeição do feixe de retorno da cavidade foi maximizada pelo ângulo entre os dois cubos polarizadores. Para maximizar esta rejeição, o feixe injetado na cavidade é refletido pelo espelho de acoplamento. Devido ao acordo de modo, este retorna com o tamanho e forma aproximados do feixe de bombeio injetado na cavidade, conforme verificamos com o uso de íris colocadas ao longo do caminho.

Empregando uma baixa potência incidente sobre a montagem (controlada por W1), usamos uma lamínula fina, colocada entre o isolador e o laser, refletindo o feixe de retorno transmitido através do isolador ótico no sentido inverso. Giramos então cuidadosamente o cubo de saída para suprimir este feixe.

Este método mostrou-se mais eficiente do que o ajuste pela colocação do isolador no sentido inverso na saída do laser, quando a rejeição obtida não era tão boa. Uma possível razão seria a forma do feixe, e sua divergência dentro do isolador ótico. O fato é que com o ajuste pela rejeição do isolador invertido, o laser se mostrou instável quando ocorriam interrupções no feixe incidente sobre a cavidade. Ao bloquearmos o bombeio por um absorvedor inserido entre o isolador e o espelho de entrada, o laser desligava e tomava um longo tempo até se estabilizar novamente. Tal fato ocorria justamente devido a um retorno residual de luz sobre o laser, o qual ao ser variado desestabiliza seu sistema interno de controle, desligando-o. Tal problema deixou de ocorrer ao fazer o ajuste descrito no parágrafo anterior.

A segunda lâmina de meia onda (W2) ajusta a polarização de entrada do feixe de bombeio, horizontal, para a polarização extraordinária do cristal. As lentes L1 e L2 formam o telescópio anteriormente descrito para realização do casamento de modo do laser de bombeio com a cavidade. Os espelhos M1 e M2 têm a função de permitir o fácil alinhamento do laser sobre os espelhos da cavidade. É importante que o feixe atravessasse o centro dos elementos óticos, que devem estar devidamente alinhados. No caso das lentes, tal procedimento reduz efeitos de aberração e conseqüente distorção da forma do feixe. Para os espelhos da cavidade, a incidência fora do centro irá provocar a variação na transmitância efetiva dos filmes depositados, uma vez que estes foram projetados para uma incidência perpendicular. Por outro lado, a distorção na forma do feixe ao atravessar o substrato plano côncavo fora do centro é notável, e reduz o acoplamento ao modo da cavidade.

As lentes têm tratamento antirefletor, assegurando uma transmissão de 99 %. Os espelhos

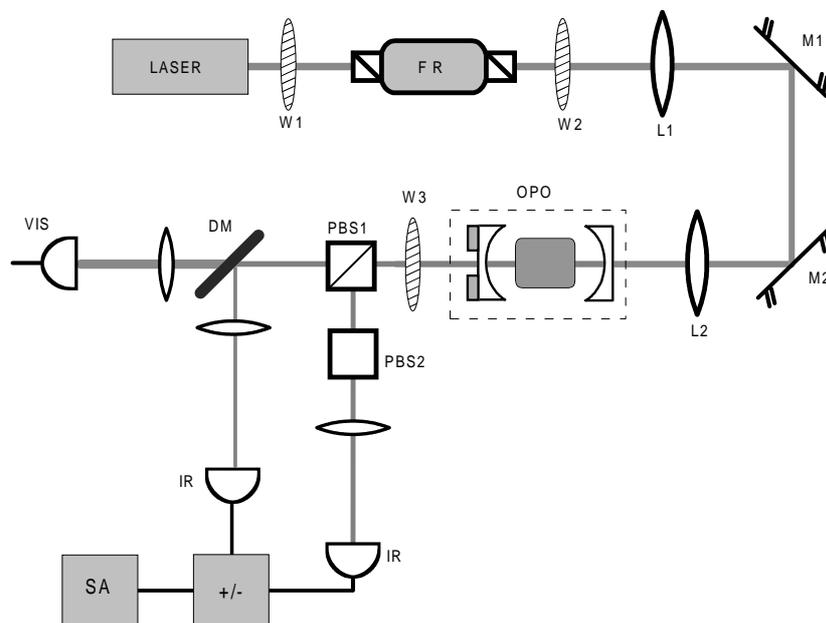


Figura 4.14: Montagem completa do OPO.

dielétricos de banda larga possuem reflectância  $R > 99\%$  em ambas polarizações de incidência. As perdas totais entre a saída do laser e a entrada da lente L2 totalizam 15 %. As lentes são montadas em transladores xy, permitindo centrá-las com precisão. A lente L2 possui ainda um translador z, usado para colocar o feixe no centro da cavidade e otimizar o casamento de modo.

A cavidade é formada pelos espelhos adquiridos montados através de suportes de PVC a um par de “gimbals” com parafusos micrométricos. O espelho de saída é acoplado a um PZT (P-306.00, Physik Instrumente), de centro vazado, o qual opera com uma tensão máxima de 1000 V e um deslocamento de 10 nm/V. Estes “gimbals” estão presos a transladores z, que permitem deslocar o espelho ao longo do feixe para otimizar o tamanho da cavidade.

O cristal é preso a um “gimbal” simples, montado em uma peça de cobre na qual temos uma resistência e um termopar próximo ao cristal. Através deles controlamos a temperatura, usando um controlador comercial. Neste caso, temos um controle entre 20 e 200 °C, com precisão de 0,1 °C. O aquecimento do cristal é feito lentamente, variando sua temperatura a uma taxa menor que 1°C/min, de modo a evitar danos ao cristal por variações muito rápidas de temperatura. O conjunto está montado em um translador xyz para posicionar o cristal na cavidade, ou retirá-lo para alinhamento prévio da ótica. Normalmente alinhamos a cavidade sem o cristal, e otimizamos a finesse e o casamento de modo da cavidade, eliminando totalmente os modos transversos ímpares, restando apenas alguns modos de simetria circular. Em seguida inserimos o cristal, o qual é alinhado de forma a recuperar a qualidade da cavidade pela inclinação dos

seus eixos. Nesta condição, temos uma incidência perpendicular do bombeio sobre o cristal. Isto indica ainda o paralelismo das faces do cristal, uma vez que sua introdução não leva ao desvio do feixe, se corretamente alinhado. A mudança do comprimento efetivo da cavidade leva no final a uma eliminação dos modos transversos restantes, ocorrendo um casamento de modo ótimo entre o bombeio e a cavidade.

A polarização da saída do OPO é controlada através de uma lâmina de meia onda para 1064 nm (W3), na qual temos uma perda de 1% por reflexões. A separação entre as polarizações horizontal e vertical é feita através de dois cubos polarizadores (modelo 10BC16PC.9 da Newport). Cada cubo apresenta uma relação de extinção na polarização transmitida de 1:1000. A transmissão da polarização horizontal é de 95 %, com perda de 0,25 % por face do cubo (reflexão). O feixe refletido é verticalmente polarizado, com uma reflexão de 99,8%. No entanto, como a reflexão possui ainda um resíduo de feixe horizontal (algo em torno de 5 %) empregamos um segundo cubo a 90 ° para eliminar toda a contribuição de polarização horizontal. As lentes dos detectores de infravermelho possuem tratamento antirefletor (“coating” AR) reduzindo portanto para 1 % suas perdas em 1064 nm.

Sendo o cubo polarizador PBS1 otimizado para 1064 nm, ele não reflete uma quantidade apreciável de luz verde para o detector, sendo ela transmitida em sua quase totalidade. O espelho dicróico apresenta uma alta reflexão para 1064 nm (> 99,5%) e uma transmissão de 80 % para 532 nm.

Os feixes residuais de luz verde incidentes sobre os detectores de IR (Epitaxx ETX300T) facilitam o seu posicionamento, feito através de transladores xy. Eles não afetam significativamente a fotocorrente medida pelo detector pois sua eficiência é muito baixa em 532 nm e a contribuição deste comprimento de onda à fotocorrente é desprezável.

O feixe verde transmitido pelo espelho dicróico incide sobre o detector para o visível (Thorlabs PDA 55), o qual mede uma amostra da potência de 532 nm intracavidade, transmitida pelo espelho de saída. Este feixe apresenta uma potência muito baixa, sendo no entanto extremamente útil aos procedimentos de alinhamento e teste da cavidade.

Descrita a montagem, vamos verificar as duas configurações estudadas. Na primeira, buscamos fazer um OPO de baixo limiar, o qual pode ser estabilizado para uma operação contínua. Como demonstramos, nesta situação a baixa eficiência na saída impedia a observação de correlações quânticas entre os feixes sinal e complementar. Na segunda montagem, a otimização da eficiência levou a um aumento do limiar de oscilação. Este aumento do limiar impediu a estabilização da cavidade para realizar a medida de feixes gêmeos de modo contínuo. Desenvolvemos, no entanto, uma técnica que permite que durante os curtos intervalos de operação do OPO fosse feito um registro simultâneo da fotocorrente e suas flutuações, permitindo a normalização do ruído instantaneamente pela intensidade, recuperando a informação do “shot noise” e observando a compressão.

## 4.7 Primeira Montagem

Usando dois espelhos de alta reflexão para 1064 nm, confeccionados pela Oficina de Óptica de São Carlos, realizamos a primeira montagem do OPO. Realizamos um cuidadoso alinhamento da cavidade, mantendo o cristal a uma temperatura controlada de 30°C. O melhor valor obtido para

o limiar foi de 4 mW. Com um alinhamento extremamente cuidadoso dos espelhos obtivemos uma finesse no bombeio  $F = (15,2 \pm 0,3)$  sendo que qualquer desalinhamento posterior da cavidade aumentava este limiar, mantendo-o no entanto em valores razoáveis para operação (entre 10 e 20 mW).

Uma vez obtida a oscilação, os picos de ressonância do verde apresentavam os sinais de depleção, como vemos na figura 4.15. Temos neste caso a varredura do comprimento da cavidade através da aplicação de uma rampa de tensão no PZT. Podemos maximizar o sinal medido nos detectores de infravermelho D1 e D2, inicialmente posicionados pelo resíduo de luz verde transmitido pela cavidade.

Ao passar por uma ressonância do bombeio, notamos que a partir de um certo valor de potência, ocorre a depleção na intensidade do sinal de 532 nm dentro da cavidade. Neste ponto, temos a oscilação paramétrica, e a potência intracavidade é limitada pelo valor dado na equação 3.33. Aumentando a potência de bombeio, vemos surgir novos picos.

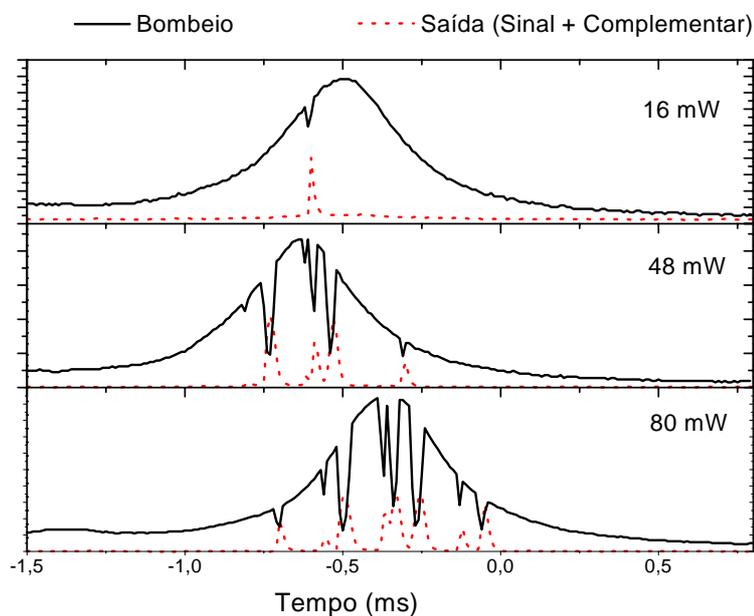


Figura 4.15: Geração do sinal no OPO para diferentes potências de bombeio. Potência transmitida para bombeio e potência de saída sinal + complementar normalizadas pela potência de entrada.

Na figura, as amplitudes são normalizadas pela potência de bombeio. A limitação da potência de bombeio intracavidade na condição de oscilação é visível pelo aumento da depleção. A intensidade medida no ponto de depleção não varia, ainda que aumentemos a potência de bombeio.

Pela amplitude dos picos, medimos a potência dos feixes sinal e complementar geradas pela depleção do bombeio. Obtivemos assim a resposta do OPO, como vemos na figura 4.16. Neste caso, mostramos ainda o ajuste da equação 3.43, em excelente acordo com os resultados

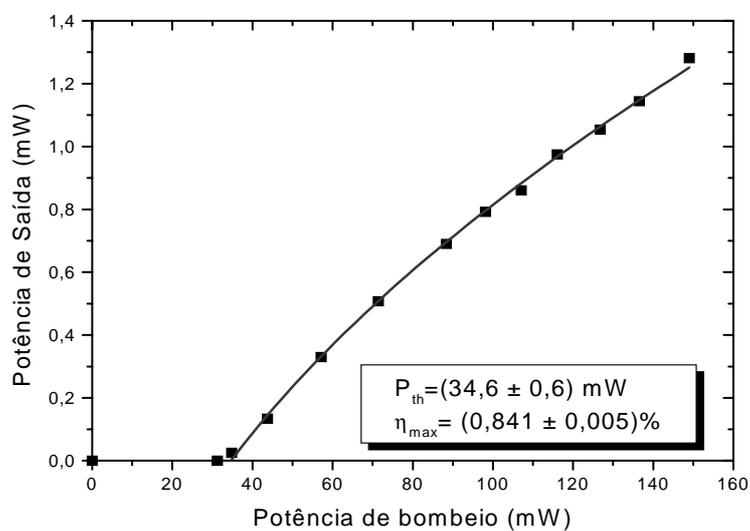


Figura 4.16: Potência total de saída em função da potência de bombeio.

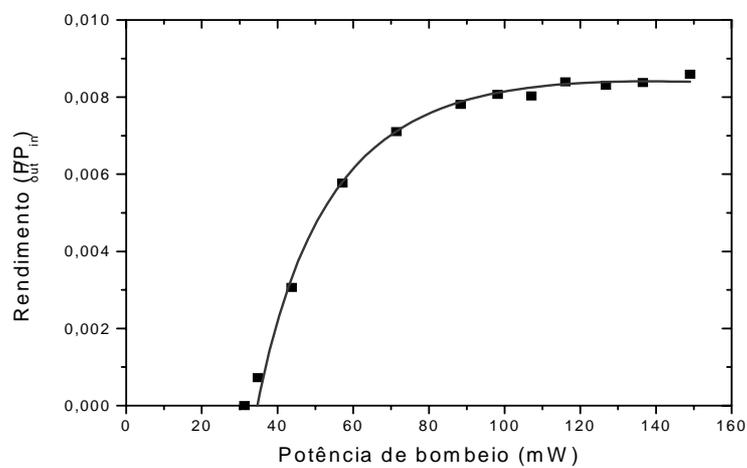


Figura 4.17: Eficiência de conversão do OPO.

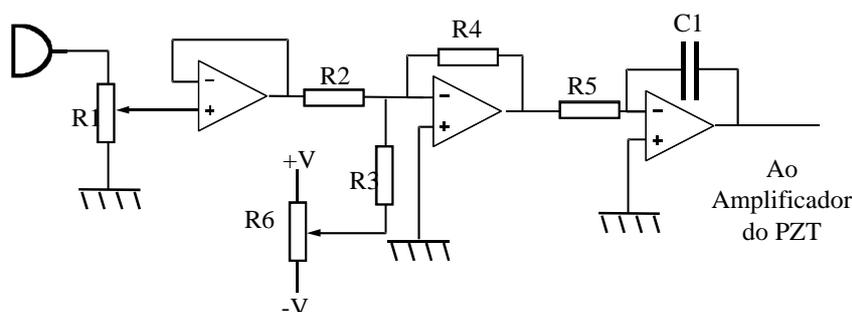
experimentais.

A eficiência de conversão do OPO pode ser vista na figura 4.17. Como vemos, o limiar de oscilação obtido após o uso prolongado do cristal, e sua conseqüente degradação, foi de 30 mW, com uma eficiência baixa, na ordem de 0,8 %. Levando em consideração as perdas intracavidades medidas pela finesse e a transmitância do espelho de entrada, temos  $\xi_0 = (43 \pm 3)\%$ . Isto nos leva a um fator  $\xi = (2,0 \pm 0,2)\%$ . Trata-se de um valor muito baixo para esperarmos algum efeito quântico de correlação, como vemos na equação 3.91.

Após a caracterização do OPO, passamos à estabilização da cavidade e à medida da correlação de intensidade entre os feixes sinal e complementar.

#### 4.7.1 Estabilização da cavidade

Na estabilização da cavidade Fabry-Perot na ressonância, temos diversas possibilidades. Uma delas é estabilizá-la diretamente no pico de ressonância, o que é feito com a ajuda da modulação da frequência do laser ou do comprimento da cavidade por um sinal de frequência  $f$  determinada. Esta técnica é conhecida como Pound-Drever-Hall [97].



$R1=10\text{ K}\Omega$	$R2=R3=2,2\text{ K}\Omega$
$R4=4,7\text{ K}\Omega$	$R6=10\text{ K}\Omega$
$R5=1\text{ a }47\text{ K}\Omega$	$C1=1\text{ a }1000\text{ nF}$

Todos os amplificadores de uso geral (ex. 741 ou OP27) com alimentação simétrica.

Figura 4.18: Circuito do amplificador de realimentação.

Desse modo, através de uma detecção síncrona da intensidade transmitida da cavidade com o sinal de referência aplicado, podemos obter a derivada da curva de ressonância da cavidade. Essa derivada nos fornece a rampa, com nível DC em zero, que podemos usar para estabilizar a cavidade através de um amplificador que realimenta esta sinal, injetando-o na fonte que controla o PZT.

Esta montagem, no entanto, apresentou algumas desvantagens. Este sistema é bem estável para manter o sinal na ressonância, sendo usado para manter a cavidade ressonante para os feixes sinal e complementar. Porém, se há uma variação no limiar de oscilação, a intensidade do feixe irá variar. Como no caso da medida de feixes gêmeos não há necessidade de manter a condição de ressonância para observar as correlações, é mais confortável realizar a estabilização na lateral do pico do que na sua ressonância. Com isso, ganha-se em estabilidade de intensidade.

Nesta situação, emprega-se a rampa lateral do pico de ressonância para realizar a estabilização. É o próprio sinal do detector que, subtraído de uma tensão de referência, será realimentado no controlador do PZT, conforme o esquema apresentado na figura 4.18, onde um filtro passa-baixa limita o ganho a partir de uma frequência de corte  $f = 1/(C1 \cdot R5)$  estabelecida empiricamente na operação do sistema. Com isto, impede-se que o sistema eletrônico entre em oscilação por realimentação positiva em uma dada faixa de frequências.

A saída do circuito é enviada a um amplificador de alta tensão, que realiza o controle do PZT. Temos assim a operação estável durante alguns minutos, saindo o OPO da ressonância devido a vibrações mecânicas ou variações na temperatura do cristal, que deslocam a posição relativa dos picos de ressonância do sinal e do bombeio.

Com esta estabilização foi possível realizar a medida do ruído dos feixes sinal e complementar do OPO, como veremos a seguir.

#### 4.7.2 Medida de correlação de ruído

Fazendo uma estabilização através do circuito de realimentação direta obtivemos uma saída estável por vários minutos. A separação dos feixes sinal e complementar foi feita pela orientação da lâmina de meia onda W3 (figura 4.14). Nesta condição, fizemos a verificação da medida de ruído da diferença de intensidade entre os feixes, comparando-a ao nível de “shot noise”. Este é obtido girando a lâmina de modo que os feixes estivessem misturados em cada braço do sistema de detecção.

O resultado obtido é mostrado na figura 4.19. Os ajustes do Analisador de Espectro na execução dessa medida foram: Largura de banda do filtro: (RBW) = 300 kHz; Largura de banda do vídeo: (VBW) = 3 kHz; Tempo de varredura: ( $T_S$ ) = 50 ms.

A potência de saída do OPO era  $P_{out} = (0,75 \pm 3)mW$ . Pela leitura no goniômetro do suporte da lâmina, temos a separação entre os feixes para um ângulo de  $112,5^\circ$ , e a  $67,5^\circ$  temos um giro de  $90^\circ$  nas suas polarizações, de modo que os feixes sinal e complementar trocam de detector. Para um ângulo de  $90^\circ$ , temos a mistura dos feixes, de modo que os detectores recebem cada um deles metade da intensidade do feixe sinal e metade da intensidade do feixe complementar. Observe que estamos 5 dB acima do ruído de fundo eletrônico, o qual pode ser descontado na medida da compressão.

Conforme vemos no gráfico, a correlação de intensidade dos feixes iguala-se ao “shot noise”. Como vimos na teoria, isso não é de se estranhar, posto que nosso OPO apresenta uma eficiência muito baixa.

De fato, considerando que o espelho de acoplamento apresenta uma transmitância medida de  $(19,0 \pm 0,5) \%$ , e que temos perdas da ordem de  $2,9 \%$  no cristal (medida através das finesses da cavidade com e sem o cristal), temos  $\xi_0 = (0,43 \pm 0,03) \%$ . Como  $\eta_{max} = \xi \xi_0 = 0,84 \%$ , temos  $\xi = (2,0 \pm 0,2) \%$ . Este baixo valor deve-se às perdas no cristal e à baixa transmitância

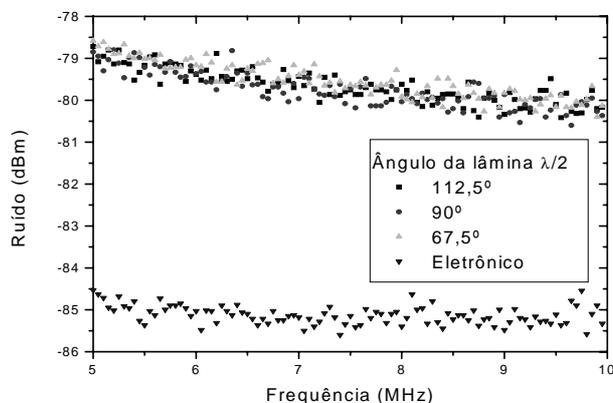


Figura 4.19: Medida do “shot noise” e da correlação de intensidade.

do espelho de saída, além da difração do feixe pelas irregularidades de superfície.

Uma vez que a compressão máxima da correlação de intensidade será  $S = 1 - \xi$ , não esperamos uma compressão no ruído abaixo de 98 % do nível de “shot noise”. Isto está claramente aquém do que a resolução dos dados obtidos permite observar.

É importante lembrar ainda que a compressão varia com uma lorentziana, caindo à metade para uma frequência de análise igual à largura de banda da cavidade. No nosso caso, como temos um intervalo espectral livre (FSR) de 7 GHz, a largura de banda para o sub-harmônico será de 35 MHz, muito além das frequências que usamos para análise, de modo que esta não seria uma limitação na medida.

Com esta montagem, observamos a medida do “shot noise”, e verificamos que, ainda que os feixes sinal e complementar sejam individualmente superpoissonianos, a diferença de intensidades corresponde ao “shot noise”, posto que eles são classicamente correlacionados.

Podemos verificar isso pela medida do nível de ruído no Analisador de Espectro na soma e na subtração das flutuações das fotocorrentes. Verifica-se ainda se a montagem eletrônica rejeita com sucesso o excesso de ruído nas intensidades. Caso isso não ocorra, não é possível observar qualquer compressão de ruído.

O espectro de ruído na saída do OPO é mostrado na figura 4.20. Observe que o ruído de saída cai ao nível de “shot noise” apenas para frequências acima de 35 MHz. Isto é esperado devido ao comportamento do laser, o qual apresenta excesso de ruído em ampla faixa do espectro. Este excesso de ruído não deve afetar as medidas de correlação, desde que a rejeição em modo comum (CMRR) da instrumentação supere a amplitude deste excesso. Como o valor típico de CMRR é superior a 20 dB, podemos trabalhar tranquilos para frequências de análise acima de 2,5 MHz, afastando-nos do pico de ruído do bombeio em 2 MHz.

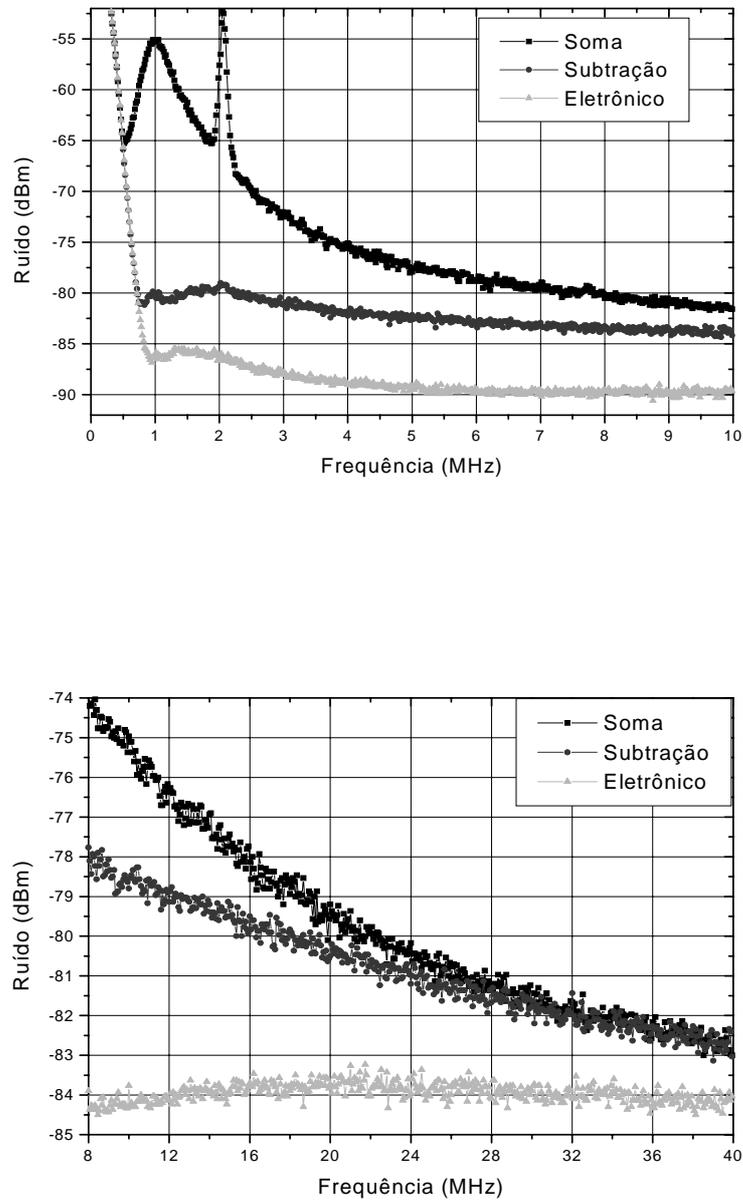


Figura 4.20: Ruído de intensidade dos feixes de saída do OPO (sinal e complementar) em diferentes faixas de frequência.

Concluimos então o procedimento para a montagem do OPO, observando a correlação em intensidade dos feixes sinal e complementar, que apresentam flutuações de intensidade classicamente iguais, como os feixes obtidos na divisão de um laser em um divisor de feixe balanceado. Os feixes produzidos tem um equilíbrio de intensidades melhor que 5%. Desde que o bombeio possa ser mantido acima do limiar, por pelo menos um fator 2, a estabilização pode ser realizada, mantendo-se a oscilação durante alguns minutos. Isto é tempo suficiente para a aquisição dos dados de ruído do OPO.

No entanto, observa-se uma degradação do cristal, coerente com o efeito de “gray-tracking” produzido pelo bombeio. Ainda que no presente caso esta degradação não impeça a oscilação, veremos como ela se torna um fator limitante na próxima parte de nosso estudo.

## 4.8 Segunda Montagem

Substituindo o espelho de saída da montagem anterior por um espelho com uma transmissão mais alta para o infravermelho, buscamos uma montagem com uma eficiência maior de conversão, procurando com isso obter a correlação quântica nas intensidades dos feixes gerados.

Nesta situação, obtivemos um valor ótimo para o limiar de 60 mW. Com os parâmetros medidos de finesse da cavidade sem cristal ( $30,8 \pm 0,2$ ) e da finesse com cristal ( $24,2 \pm 0,8$ ), estima-se uma perda de 2,8 % no meio não-linear, coerente com os valores medidos inicialmente para 532 nm.

Observando o pico da ressonância do bombeio, vemos claramente o caráter quadrático da potência de bombeio intracavidade na região de depleção (figura 4.21), de acordo com a descrição da equação 3.33 para a dessintonia dos modos sinal e complementar. Vemos ainda que, devido ao estreitamento do pico de ressonância do bombeio, temos apenas um modo ressonante do sinal coincidindo com a ressonância do bombeio.

Através de uma série de medidas semelhantes obtidas para diferentes potências de entrada, repetimos as medidas de eficiência e potência de saída realizadas na montagem anterior. O ajuste para a potência de saída em função da potência de entrada é mostrado na figura 4.22. Considerando o valor estimado de  $\xi_0 = (0,76 \pm 0,03)$ , obtido a partir da medida da finesse da cavidade, e o valor ajustando de  $\eta_{max} = \xi\xi_0 = (37,5 \pm 1,7)\%$ , devemos esperar neste caso um valor máximo de compressão  $S = 1 - \xi = (0,49 \pm 0,03) = -3,1dB$ .

Esperamos neste caso verificar a correlação quântica entre as intensidades de saída para o OPO estabilizado. No entanto, ao mantermos o cristal na ressonância durante algum tempo, o aumento da absorção desta provocado pelo efeito de “gray tracking” faz subir o limiar até um valor de 120 mW. Nesta condição, não é possível estabilizar o OPO, como veremos a seguir.

### 4.8.1 Degradação do cristal

Em nossas medidas foi frequente observar que, uma vez obtido um limiar baixo em uma condição dinâmica de varredura da cavidade através do PZT, este aumentava quando a cavidade era estabilizada, levando ao desaparecimento dos picos de ressonância da oscilação do OPO. Foram sugeridas duas possíveis causas para tais efeitos. Uma delas seria a degradação do tratamento anti-reflexivo depositado na superfície do cristal, e o outro a própria degradação do material.

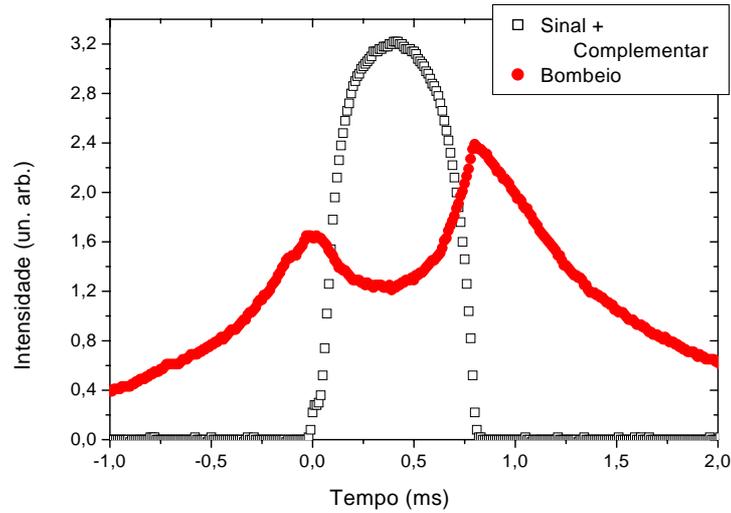


Figura 4.21: Pico de ressonância do bombeio para a segunda montagem, mostrando a oscilação do OPO. Potência de bombeio = 160 mW.

Com relação ao “coating”, o cristal foi submetido a exame no microscópio ótico, não apresentando danos conclusivos, que pudessem ser claramente atribuídos ao feixe. Solicitamos a substituição do cristal ao fabricante, que por sua vez nos remeteu uma nova peça com características óticas semelhantes. Nas condições de operação, temos uma intensidade máxima intracavidade de  $150 \text{ kW/cm}^2$  tanto no bombeio quanto no feixe gerado. Esta não seria suficiente para provocar dano ao “coating” segundo as informações do fabricante.

Em novos testes, somos levados a crer que o problema ocorre no corpo do cristal, pela formação de defeitos conhecidos como “gray tracking”. Uma das origens deste defeito está na formação de centros de cor por íons de  $\text{Ti}^{+3}$ , gerados pelo feixe de 532 nm. Sua ocorrência é amplamente relatada no regime pulsado [84, 88, 89], e mais recentemente, em regime contínuo [90]. Este tipo de defeito altera as propriedades óticas do cristal na região visível levando ao aumento de sua absorção. No entanto, parece afetar muito pouco a absorção no infravermelho.

Outra característica é a sua dependência com a temperatura. Em certos casos [84], uma vez que o defeito é formado, ele pode ser eliminado através do aquecimento do cristal por um período longo de tempo. O aquecimento parece também prevenir o surgimento dos defeitos, inibindo assim o aumento da absorção. Sua formação dependerá da pureza do cristal, sendo que cristais de baixa qualidade podem começar a apresentar este defeito em  $26 \text{ kW/cm}^2$  (CW), subindo este limite para  $125 \text{ kW/cm}^2$  em amostras de melhor qualidade.

Uma demonstração da ocorrência da degradação no cristal empregado pode ser vista na figura 4.24, onde mostramos o pico de ressonância obtido pela aplicação de uma rampa positiva de tensão ao PZT acoplado ao espelho, variando o comprimento da cavidade. Na parte superior do gráfico, temos dois picos de ressonância do sinal nos quais ocorre a oscilação, e um terceiro pico vestigial. No gráfico inferior, o mesmo resultado após mantermos a cavidade na ressonância do bombeio por alguns minutos com uma potência de 150 mW de entrada. Observa-se um

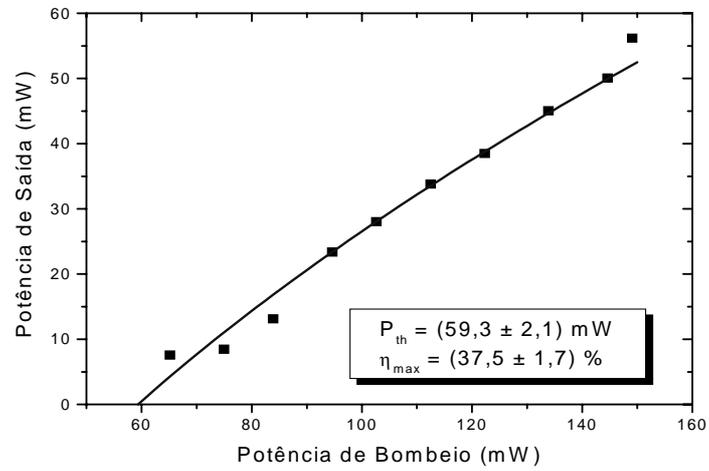


Figura 4.22: Potência de saída em função do bombeio.

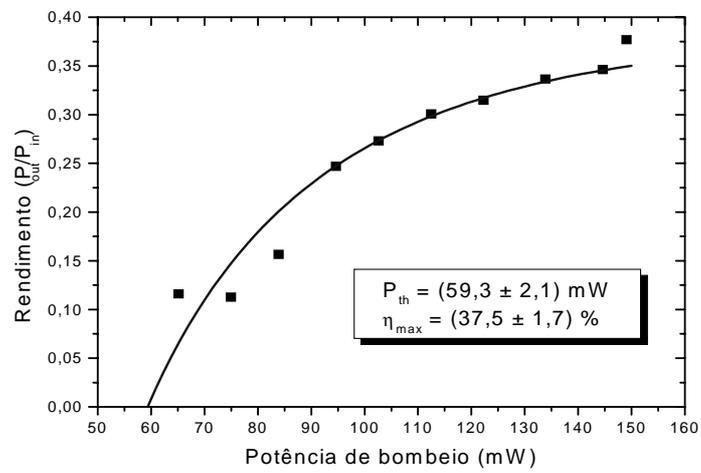


Figura 4.23: Eficiência de conversão.

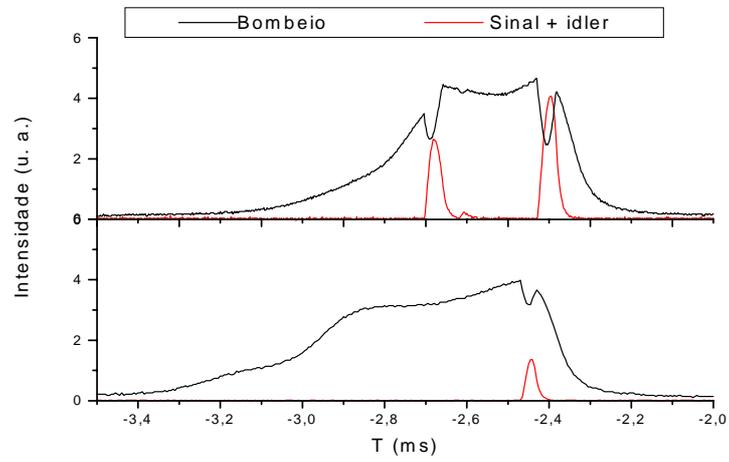


Figura 4.24: Degradação no cristal. Rampa positiva.

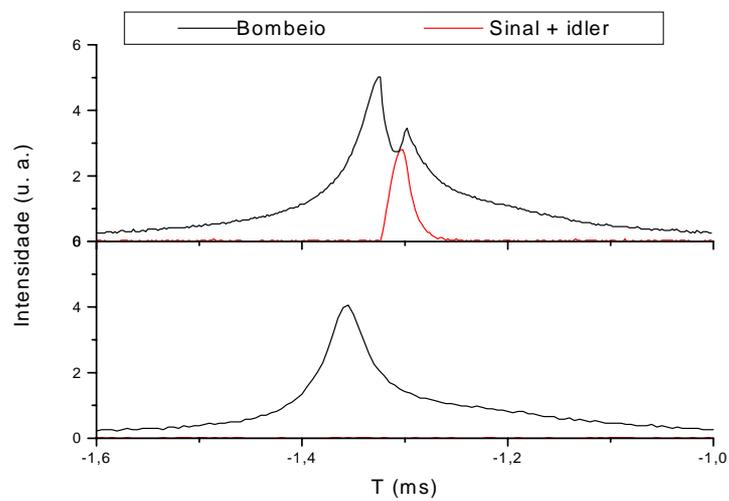


Figura 4.25: Degradação no cristal. Rampa negativa.

alargamento do pico, em consequência do aumento das perdas na cavidade. O aumento da assimetria do pico de ressonância indica o aquecimento do cristal pela absorção do feixe de bombeio. O efeito de absorção no KTP se manifesta por uma biestabilidade térmica importante, que afeta também a estabilização da cavidade [15, 98].

O pico de oscilação do OPO sofre uma importante queda na amplitude devido aos efeitos térmicos. Uma razão para isso é a queda na finesse do bombeio, levando a uma redução na potência intracavidade e a um aumento do limiar de oscilação.

O mesmo efeito pode ser visto na rampa negativa de tensão aplicada ao PZT (figura 4.25), onde o pico de oscilação simplesmente desaparece após a degradação do cristal.

Tentamos, sem sucesso, estabilizar a cavidade mantendo o cristal aquecido a  $150^{\circ}\text{C}$  na esperança de evitar o aumento da absorção pelo seu aquecimento. Não obtivemos sucesso tampouco com o aquecimento prolongado da amostra, que após ser mantida a uma temperatura de  $180^{\circ}\text{C}$  por várias horas não apresentou uma redução da absorção, como fora obtido para defeitos produzidos em regime pulsado na ref. [84].

O aumento da absorção é imediatamente verificado pela redução da finesse da cavidade, a qual é medida com uma velocidade de varredura maior que a empregada nos gráficos para minimizar os erros devido aos efeitos de biestabilidade térmica. Esta recupera seu valor original ao deslocarmos o cristal perpendicularmente ao eixo da cavidade sem alterar sua orientação, o que mostra o caráter local dos defeitos gerados.

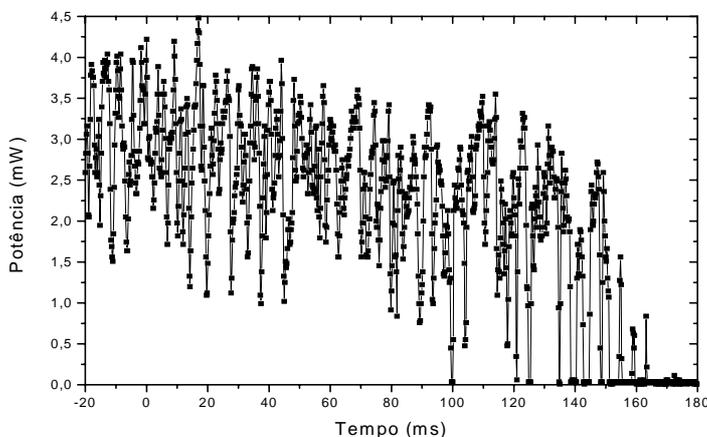


Figura 4.26: Degradação do sinal no tempo.

As tentativas de estabilização resultavam em períodos curtos de oscilação. Quando mantínhamos a cavidade ressonante, o sinal se mantinha por algumas dezenas de ms antes que ele desaparecesse, com um aumento do valor de limiar de oscilação devido ao aumento da absorção

no verde (figura 4.26).

Não era possível portanto agir como no caso anterior, onde estabilizamos a cavidade e observamos as flutuações medindo o espectro de potência do ruído em diferentes orientações da lâmina de meia-onda. Durante o curto período de estabilidade podemos fazer no máximo uma varredura do Analisador de Espectro, não sendo possível relançar a medida sem o deslocamento do cristal para uma nova posição.

Apesar dos problemas causados, a medida da compressão de ruído ainda era possível. Mesmo não tendo uma saída estável, podemos medir simultaneamente a fotocorrente do detetor, fazendo uma medida em sincronia da intensidade e da potência do ruído. A normalização deve recuperar o nível de “shot noise” ou a compressão, como veremos a seguir.

### 4.8.2 Detecção simultânea

Apesar da impossibilidade de fazer uma medida no regime estável, podemos fazer a aquisição simultânea do valor médio da fotocorrente e da potência de ruído na saída do subtrator. Normalizando esta última pela fotocorrente medida podemos recuperar o nível de referência (“shot noise”) e observar a compressão com a correta separação entre sinal e complementar.

Para isso, mantivemos o Analisador de Espectro e o Osciloscópio Digital ligados a um sinal de disparo (trigger) externo, gerado a partir do nível DC da saída dos fotodetetores (figura 4.27). A saída do detetor é discriminada por um comparador (Comp), que irá ao nível alto quando o nível de tensão ultrapassar um certo valor de referência pré-estabelecido. A saída digital (TTL) é conectada ao trigger do osciloscópio e do Analisador de Espectro, que devem estar configurados para adquirir os pontos no mesmo intervalo de tempo. Vale lembrar que o Analisador adquire 601 pontos, enquanto que o osciloscópio pode ser ajustado para uma série de 1000 pontos. Devemos ajustar para que cada ponto adquirido corresponda ao mesmo intervalo de tempo, podendo fazer uma correlação instantânea entre os dois sinais.

Com isso pudemos fazer um registro simultâneo das flutuações e da fotocorrente, correlacionando a cada instante de tempo as duas medidas de modo a normalizá-las. As medidas da figura 4.28 foram obtidas com o Analisador de Espectro em modo Zero-span, com  $F = 10$  MHz,  $RBW = 300$  kHz,  $VBW = 30$  kHz e  $T_S = 30$  ms. Vale lembrar que a largura do filtro de vídeo e do filtro de resolução do Analisador de Espectro devem ser ajustados de forma a permitir que a medida em cada ponto não guarde a informação do ponto anterior, o que afeta a validade da medida. Por isso, devemos ter  $VBW > 601/T_S$ .

A potência de ruído, além de cair no tempo, sofre uma grande flutuação. Em regime estável, costuma-se trabalhar com o valor médio deste ruído, medido pelo próprio Analisador através do uso de um valor baixo de VBW. No entanto, não podemos fazer aqui mais que uma única varredura, limitando o valor de VBW pelo tempo de varredura  $T_S$ . Por isso, devemos tratar a estatística do ruído normalizado para obter assim o nível médio e a incerteza do valor médio de ruído. Como vemos na figura 4.29, a distribuição do ruído normalizado não varia de forma visível ao longo do tempo, dentro da dispersão de valores. A dispersão, por sua vez, parece aumentar, devido à maior influência do ruído eletrônico quando o ruído medido cai de intensidade. Sendo sua distribuição aproximadamente gaussiana (figura 4.30), podemos tratá-lo como uma distribuição normal, e usar o seu valor médio e sua incerteza para nossas medidas.

Demonstra-se então a aplicação da medida simultânea da potência do ruído e da intensidade

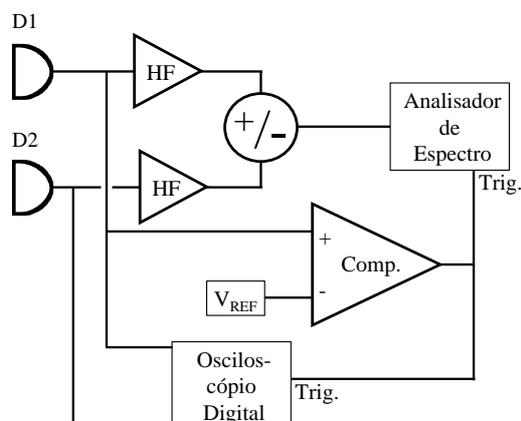


Figura 4.27: Sistema eletrônico para medida simultânea do ruído e da intensidade do feixe. Os amplificadores de transimpedância são embutidos na caixa do fotodetector.

do feixe, obtendo assim o ruído normalizado. Repetindo a medida ponto a ponto, para diferentes configurações do sistema, e deslocando o cristal cada vez que a degradação impedia a oscilação, pudemos verificar a existência de feixes gêmeos no OPO aqui montado. O valor de compressão concorda com os valores previstos a partir da medida da eficiência do OPO.

## 4.9 Correlação quântica de ruído

Inicialmente, durante os curtos intervalos de tempo no qual o OPO se mantém estável, realizamos uma medida do excesso de ruído do OPO. Na figura 4.31 vemos a medida da flutuação de intensidade, obtida durante este curto período de estabilização ( $RBW = 300$  kHz,  $VBW = 3$  kHz,  $T_S = 120$  ms). Desta medida, observamos que novamente há um excesso de ruído na intensidade dos feixes de saída, porém como este excesso é menor que 20 dBm acima do nível de “shot noise” para frequências maiores que 8 MHz, ele pode ser superado pela eletrônica na medida de correlação.

Confiando então na capacidade de nosso sistema de detecção em eliminar o excesso de ruído na subtração dos sinais, repetimos o processo de aquisição simultânea descrito anteriormente. Fizemos esta medida do ruído para diversos ângulos da lâmina de meia-onda, desse modo separando ou misturando os feixes sinal e complementar em cada detetor. Com isso, pudemos observar a correlação de intensidade entre os feixes com uma flutuação abaixo do nível de “shot noise”.

Uma primeira verificação consistiu em buscar a máxima separação entre os feixes sinal e complementar e verificar se a compressão do ruído normalizado sofre degradação com a atenuação dos feixes pela inserção de filtros de densidade neutra. Na figura 4.32 vemos que o ruído normalizado aumenta linearmente com a absorção inserida. Sendo  $N$  a flutuação normaliza-

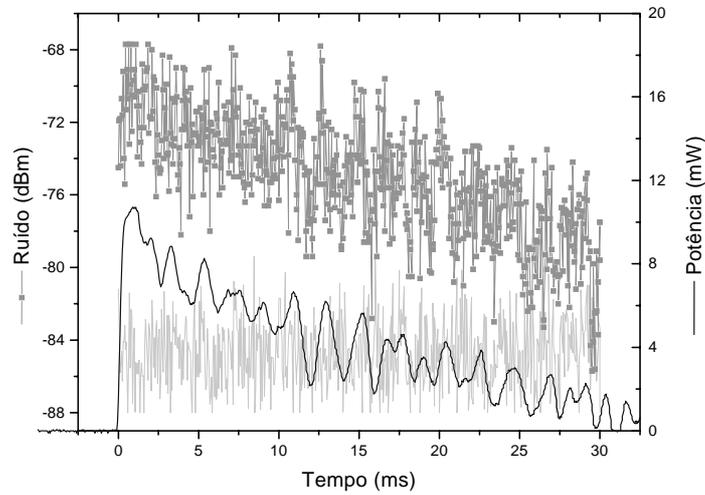


Figura 4.28: Aquisição simultânea da fotocorrente e das flutuações de ruído. Em cinza claro, vemos a potência de ruído eletrônico (de -85 dBm em média).

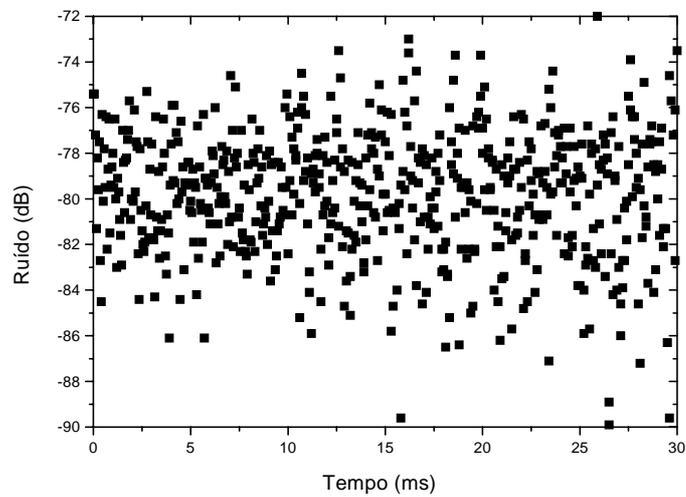


Figura 4.29: Ruído normalizado.

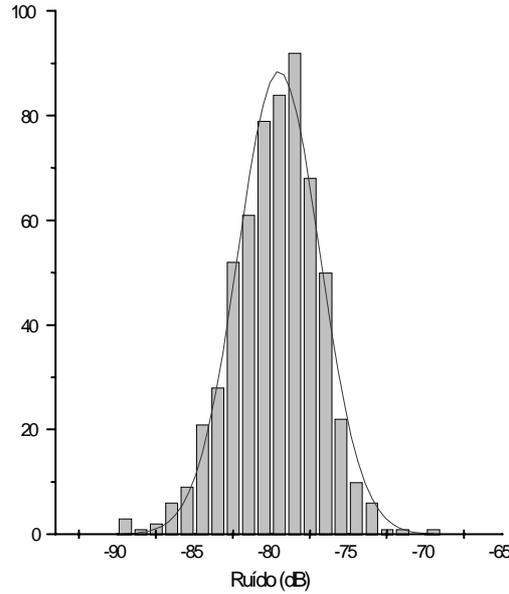


Figura 4.30: Distribuição da potência normalizada de ruído.

da, temos que [40]  $N = 1 + (N_0 - 1)T$ , onde  $N_0$  é a flutuação do estado comprimido e  $T$  a transmitância do filtro inserido. Pelo ajuste obtido para uma série de três valores de atenuação concluímos que a compressão obtida foi de  $-1,8$  dB nesta configuração, e que a compressão do ruído da subtração das intensidades corresponde a um estado comprimido. Esta medida não corresponde à máxima compressão, como pode ser visto na figura 4.33, onde mostramos a compressão a diferentes ângulos da lâmina de meia-onda. A máxima separação dos feixes corresponde a  $0, 90$  e  $180^\circ$ . A medida realizada com o atenuador foi feita para um ângulo de  $100^\circ$ .

Verificamos como varia a flutuação normalizada à medida que misturamos os feixes sinal e complementar pelo giro da lâmina de meia onda. O resultado, mostrado na figura 4.33, demonstra uma compressão máxima de  $-2,15$  dB, obtida na máxima separação entre os feixes.

Nota-se ainda a dependência senoidal na compressão, à medida que os feixes sinal e complementar são sucessivamente misturados ou separados pela lâmina de meia onda. Podemos comparar o valor medido de compressão com o valor esperado a partir da medida de  $\xi$ . Considerando que há uma perda de  $9,3$  % na ótica envolvida, e que pelos dados do fabricante o detetor possui uma eficiência quântica de  $89,4$  %, temos uma eficiência quântica total na detecção de  $81,1$  %. Fazendo esta correção, o valor de real do ruído normalizado é  $N = (0,52 \pm 0,02) = -2,8$  dB. Este valor está de acordo com o esperado ( $N = 1 - \xi = (0,49 \pm 0,03) = -3,1$  dB).

Vemos portanto que o OPO construído fornece dois feixes macroscópicos com uma correlação quântica em suas intensidades. Ainda que não possa ser feita uma medida em regime contínuo, as correlações em intensidade podem ser medidas no sistema de medida para o regime quase-contínuo desenvolvido [15].

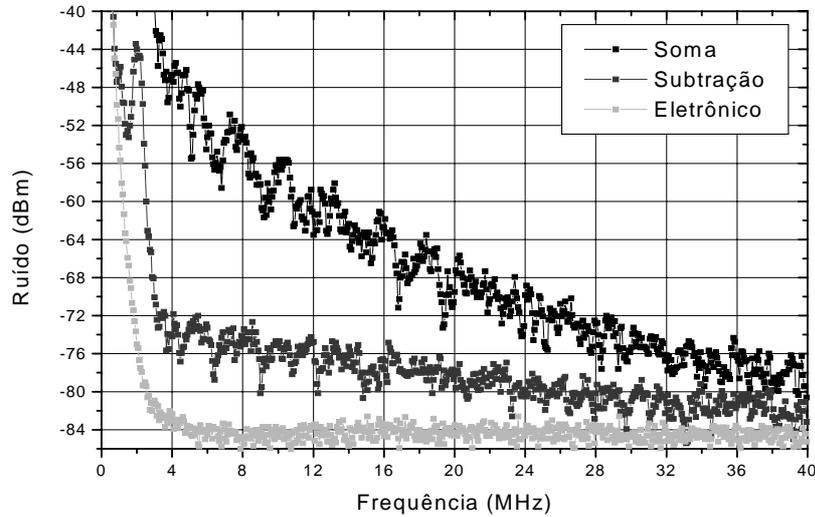


Figura 4.31: Espectro de ruído.

Há ainda a possibilidade de melhorarmos a medida se estabilizarmos o OPO. Por razões de alinhamento, optamos por uma cavidade confocal. Na realidade a eficiência de conversão pode ser ainda melhorada se nos aproximarmos da concêntrica. Se pudermos fazer uma cavidade quase concêntrica, respeitando a otimização proposta por Boyd e Kleinman [91] para o comprimento de Rayleigh, poderemos ganhar no limiar de oscilação. O OPO neste caso poderá ainda apresentar a degradação, porém pode ser estabilizado desde que o limiar não se aproxime da potência máxima de bombeio disponível.

É ainda curioso notar que, durante a medida do ruído, a degradação do sinal não levou à variação do valor médio do ruído. Esta é uma evidência de que o efeito de “gray tracking” aumenta a absorção no verde sem afetar significativamente a absorção no infravermelho. Se o fizesse, o aumento da absorção se traduziria por uma variação significativa no valor de  $\xi$ , alterando a compressão do ruído na correlação de intensidade dos feixes gêmeos.

Iremos no próximo capítulo tratar da compressão de ruído no feixe refletido por uma cavidade. Esta experiência foi feita durante a colaboração com o grupo do Laboratoire Kastler Brossel em Paris.

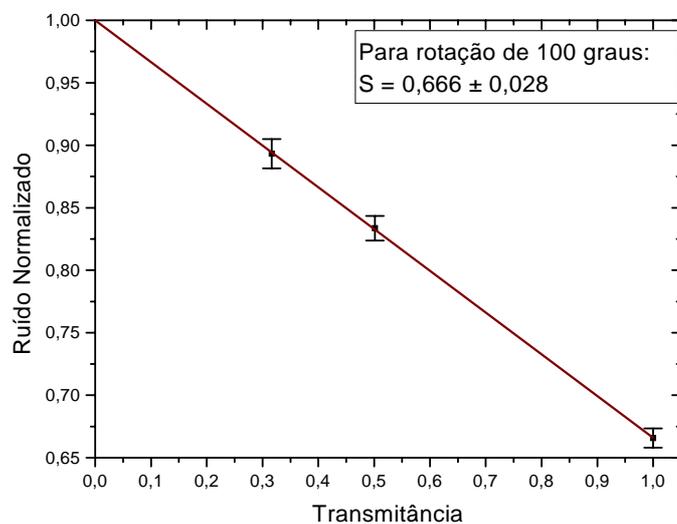


Figura 4.32: Degradação da compressão por filtros de densidade neutra.

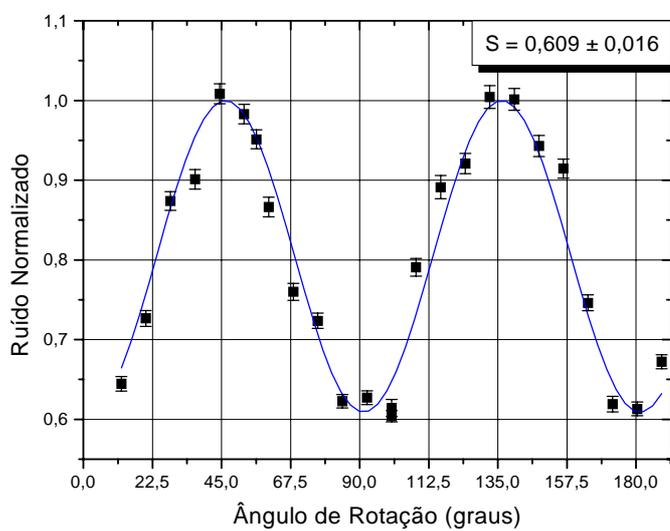


Figura 4.33: Variação da compressão com a mistura dos feixes.

## Capítulo 5

# Compressão de ruído no bombeio do OPO-QPM

Vimos até o momento o processo empregado para a geração de feixes com correlações quânticas de intensidade utilizando o Oscilador Paramétrico Ótico. Conforme veremos a seguir, esta não é a única propriedade não clássica da luz em sua interação com um OPO. Estudaremos neste capítulo as propriedades observadas no caso da reflexão do feixe de bombeio pela cavidade.

Dentro da cavidade, o bombeio é acoplado aos modos sinal e complementar pela não-linearidade do cristal, transferindo energia a eles. O inverso também pode ocorrer, levando à aniquilação de um fóton do sinal e outro do complementar para gerar um fóton no bombeio. O processo todo acaba gerando um efeito semelhante a um processo não-linear de terceira ordem, produzido por uma não-linearidade do tipo  $\chi^{(3)}$ , conhecida como  $\chi^{(3)}$  em cascata (“cascaded  $\chi^{(3)}$ ”) [99].

Do mesmo modo que uma cavidade com um meio Kerr no seu interior [100], o efeito cascata no OPO pode levar à compressão de ruído do feixe de bombeio refletido pela cavidade [65]. Para a realização desta medida, o feixe refletido pela cavidade não pode ter uma intensidade muito grande, pois neste caso pode haver a saturação dos detetores do sistema de homodinagem (que ocorre em cerca de 10 mW). Para isso, precisamos construir um OPO de baixa potência de limiar.

Começaremos pela descrição do meio não-linear empregado neste montagem, um cristal em condição de quase acordo de fase. Trata-se de um cristal com elevado coeficiente não-linear, o que leva à uma redução do limiar de oscilação.

Em seguida, retomamos os cálculos apresentados na seção 3.3, para obter as equações que descrevem o espectro de flutuações do feixe refletido, seguindo o procedimento apresentado em [76]. Para desenvolver um programa que simule a operação da cavidade, vamos retomar também as equações da seção 3.2, de modo a reescrevê-las de uma forma adequada para o cálculo numérico da compressão e dos modos de saída.

Passaremos à descrição do OPO de baixo limiar, usando espelhos de alta reflexão para o sinal e o complementar. Pudemos fazer um OPO cujo limiar de oscilação pode chegar a  $300 \mu\text{W}$ , atingindo valores típicos de 1 mW. Como visto anteriormente, o uso de espelhos de alta reflexão para o sub-harmônico leva a uma redução na eficiência de conversão, porém nosso objetivo é

obter um baixo limiar de oscilação, sendo que as correlações quânticas do sinal e complementar serão ignoradas.

Ainda que o limiar de oscilação seja baixo, garantindo que a potência refletida pela cavidade seja reduzida, estamos limitados com relação à potência do oscilador local. Se esta for muito maior que a potência do feixe refletido, saturamos o detetor, invalidando a medida. Demonstramos então que com a devida calibração do nível de “shot noise” podemos fazer a medida com um oscilador local de potência menor, próxima à potência do feixe em estudo.

Pudemos assim medir a compressão do feixe de bombeio refletido pela cavidade. Outra característica interessante está no fato de produzirmos um feixe intenso, comprimido, na mesma frequência do laser empregado. Geralmente as medidas no OPO empregam um laser de Nd:YAG, que será dobrado para que seja gerado, no OPO, o estado de compressão do vácuo. No presente trabalho, o OPO é bombeado diretamente pelo fundamental do laser (1064 nm), sendo que sua saída (sinal e complementar) encontra-se na faixa de  $2\mu\text{m}$ .

## 5.1 Cristal em quase-acordo de fase

Para construir este OPO com um baixo limiar, podemos buscar um cristal com alto coeficiente não-linear. Cristais como o KTP e o Niobato de Lítio ( $\text{LiNbO}_3$ ) apresentam altos coeficientes e são produzidos em grande escala para a área de opto-eletrônica e fotônica. Existe, porém, uma forma de aumentar o coeficiente não-linear efetivo destes cristais.

Considere o Niobato de Lítio, que é um cristal uniaxial negativo ( $n_o > n_e$ ), tipicamente usado em condição de casamento de fase tipo I. Como podemos ver na referência [70], o coeficiente não-linear neste caso é  $d_{31} = -5,95 \times 10^{-12} \text{m/V}$ . Já o acoplamento entre feixes polarizados na direção do eixo de simetria é dado por  $d_{33} = -34,4 \times 10^{-12} \text{m/V}$ . Polarizando os três campos na mesma direção, a combinação dos efeitos destes sobre os elétrons da estrutura do cristal será mais forte do que no caso de acoplamento de campos com polarizações ortogonais.

No entanto, este forte acoplamento não implica em uma grande eficiência de conversão, pois neste caso não podemos usar a birrefringência para obter o acordo de fase. Após se propagar por alguns microns, as ondas geradas pelo feixe de bombeio em diferentes pontos ao longo do cristal vão começar a interferir destrutivamente com os feixes sinal e complementar.

Uma forma de superar este problema consiste em fazer inversões periódicas na orientação do termo não-linear do meio. Considere que três campos copropagantes entram em um cristal. A transferência de energia de um campo a outro dependerá, como vimos na equação 3.24, do desacordo de fase  $\Delta k$ . A fase da variação de amplitude sofre uma inversão após percorrermos uma distância  $\ell_c = \pi/\Delta k$ . Além desse ponto, a contribuição inverte de sinal e a intensidade do feixe começa a cair. Após um novo trecho  $\ell_c$ , voltamos a ter uma interferência construtiva da onda gerada com a onda propagante. Desse modo a intensidade no interior do cristal ficará oscilando, com um período  $\Lambda = \ell_c$ .

Se o cristal sofrer uma inversão do coeficiente não-linear a cada trecho  $\ell_c$ , estas contribuições, no lugar de interferirem destrutivamente, vão interferir construtivamente, se somando e resultando em um ganho no sinal. Na figura 5.1, vemos três casos para a geração de segundo harmônico. Para um cristal maciço, temos o aumento parabólico da intensidade para um acordo de fase perfeito, e a variação periódica da intensidade para um desacordo de fase. Temos

ainda a curva esperada no cristal com uma inversão periódica do sinal da não-linearidade, de modo que a cada semiciclo, a intensidade se soma à do semiciclo anterior, levando a um aumento que segue, em média, uma parábola, como no caso do cristal uniforme em perfeito acordo de fase.

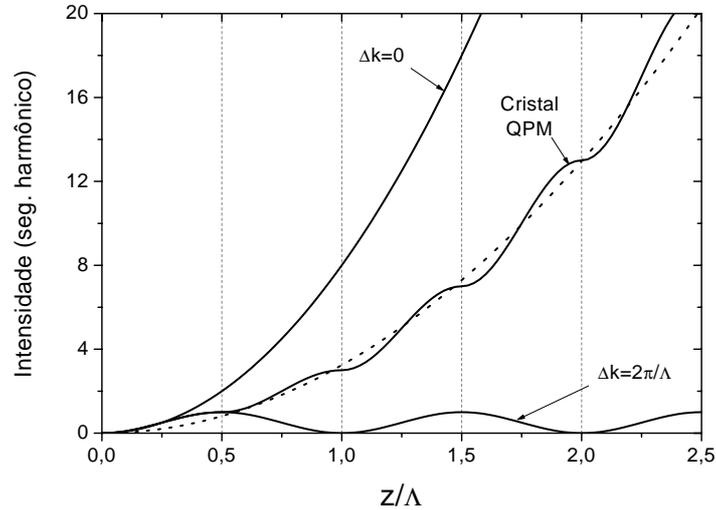


Figura 5.1: Geração de segundo harmônico, demonstrando a não-linearidade no caso de um cristal uniforme em perfeito acordo de fase ( $\Delta k = 0$ ), de um desacordo de fase ( $\Delta k = 2\pi/\Lambda$ ) e um cristal com uma inversão periódica do termo não-linear (Cristal QPM).

Empregados inicialmente no trabalho da ref. [101], o uso de cristais com inversão periódica do termo não-linear tornou-se possível com o desenvolvimento de novas técnicas de micro-manufatura. Estes cristais, conhecidos por cristais em quase acordo de fase (Quasi Phase Matching - QPM) estão tendo um emprego crescente em ótica não-linear, especialmente na construção de OPO bombeados a diodo com larga banda de sintonia [71, 72]. Há um largo emprego na geração de luz na faixa do infravermelho próximo [102], visando aplicação em espectroscopia e uso militar como fonte de laser segura para os olhos, aplicada a visores infravermelhos (na faixa de  $2\mu\text{m}$  o feixe não é mais focalizado na retina). Além do Niobato de Lítio, o Tantalato de Lítio [103] e o KTP [104] são empregados em configuração QPM. O alto ganho do cristal permite seu uso em diversas configurações de cavidade [73, 105, 106] com finesses menores que aquelas aqui empregadas.

Para fazer o cristal de Niobato de Lítio com inversão periódica, deposita-se sobre uma fina fatia de cristal uma máscara, pela qual se constroem uma série de eletrodos que são empregados para fazer o “poling” do cristal. Através deles aplicam-se intensos campos elétricos para produzir uma inversão permanente na orientação dos domínios ferroelétricos no meio (“poling”), sendo os eletrodos posteriormente removidos. Com isso, a orientação da não-linearidade pode ser invertida em diferentes regiões do cristal. Esta técnica de construção é limitada ao caso de cristais finos, que possam reter as orientações gravadas sem deterioração apreciável no tempo. A produção de tais inversões no caso de cristais mais espessos não é obtida com sucesso.

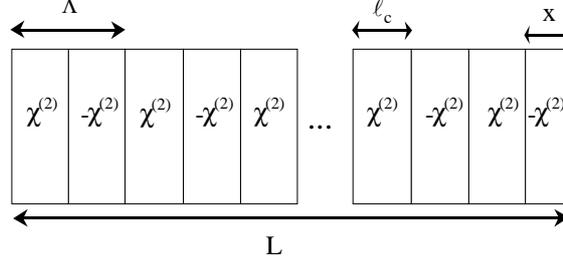


Figura 5.2: Esquema de um cristal QPM

Outra forma de fazer cristais em quase-acordo de fase consiste em gravar domínios periódicos em um meio onde havia inicialmente simetria de inversão, e portanto um  $\chi^{(2)}$  nulo. É o caso da produção de fibras óticas com não-linearidade do tipo  $\chi^{(2)}$ , como vemos na referência [107]. Neste caso, as fibras de quartzo sofrem a aplicação de campos elétricos, alternando-se regiões com campo aplicado a outras sem sua aplicação. O resultado é o “poling” de regiões da fibra que apresentarão uma não-linearidade efetiva. Por se tratar de acoplamento de feixes de mesma polarização, após uma distância  $\ell_c$  eles interferirão destrutivamente. Os domínios neste caso não tratam de inversão, mas de ausência e presença de não-linearidades gravadas no meio, funcionando de modo similar, acoplando os campos quando estes estão em fase, e propagando-os sem acoplamento em regiões fora de fase.

Para calcular a interação dos campos co-propagantes dentro de um cristal QPM, vamos voltar à equação 3.24 aqui reproduzida

$$\begin{aligned} d\alpha_0/dz &= -2\chi_{eff}^*(z)\alpha_2(z)\alpha_1(z)e^{-i\Delta kz}, \\ d\alpha_1/dz &= 2\chi_{eff}(z)\alpha_0(z)\alpha_2^*(z)e^{i\Delta kz}, \\ d\alpha_2/dz &= 2\chi_{eff}(z)\alpha_0(z)\alpha_1^*(z)e^{i\Delta kz}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde o valor do coeficiente não-linear passa a ter uma dependência com a posição  $z$  no interior do cristal. No cristal mostrado na figura 5.2, vemos que o período  $\Lambda$  do cristal corresponde a duas inversões consecutivas do coeficiente não-linear, de comprimento  $\ell_c$ . O comprimento total do cristal ( $L$ ) não é necessariamente um múltiplo inteiro de períodos, podendo haver um trecho  $x < \ell_c$  nas bordas do cristal.

Integrando os campos copropagantes no interior do cristal QPM, podemos ver como ele irá se comportar na oscilação do OPO. Tomando como base o campo do bombeio, buscamos resolver a integral

$$\alpha_0(L) - \alpha_0(0) = \int_0^L -2\chi_{eff}^*(z)\alpha_2(z)\alpha_1(z)e^{-i\Delta kz} dz. \quad (5.2)$$

Aproximando os campos sinal e complementar por uma constante (aproximação de primeira ordem) temos

$$\alpha_0(L) - \alpha_0(0) = -2\alpha_2(0)\alpha_1(0) \int_0^L \chi_{eff}^*(z) e^{-i\Delta k z} dz. \quad (5.3)$$

O coeficiente não-linear  $\chi_{eff}^*(z)$  é uma função quadrada, valendo  $\chi_{eff}^*$  se a parte inteira de  $z/\ell_c$  for par, e  $-\chi_{eff}^*$  se ela for ímpar. Desse modo, temos

$$\alpha_0(L) - \alpha_0(0) = 2\alpha_2(0)\alpha_1(0)\chi_{eff}^* \left[ \sum_{j=1}^N (-1)^j \int_{\ell_c(j-1)}^{\ell_c j} e^{-i\Delta k z} dz + (-1)^{N+1} \int_{\ell_c N}^{\ell_c N+x} e^{-i\Delta k z} dz \right], \quad (5.4)$$

onde  $N$  é o inteiro da razão  $L/\ell_c$ . Resolvendo as integrais chegamos a

$$\alpha_0(L) - \alpha_0(0) = 2\alpha_2(0)\alpha_1(0) \frac{i\chi_{eff}^*}{\Delta k} \times \left[ \left( e^{i\Delta k \ell_c} - 1 \right) \sum_{j=i}^N (-1)^j e^{-i\Delta k \ell_c j} - \left( e^{i\Delta k x} - 1 \right) (-1)^{N+1} e^{-i\Delta k N \ell_c} \right]. \quad (5.5)$$

Para a somatória temos

$$\sum_{j=i}^N (-1)^j e^{-i\Delta k \ell_c j} = \frac{(-1)^N e^{i\Delta k N \ell_c} - 1}{e^{i\Delta k \ell_c} + 1}. \quad (5.6)$$

Convém fazer uma substituição de variáveis para o desacordo de fase. Definindo

$$\Delta k' = \Delta k - 2\pi/\Lambda \quad (5.7)$$

como o desacordo de fase para o cristal QPM, podemos calcular o valor efetivo da não-linearidade. Considerando que temos  $N$  par, podemos calcular o primeiro termos da soma entre colchetes na equação 5.5. Temos então

$$\frac{e^{i\Delta k N \ell_c} - 1}{e^{i\Delta k \ell_c} + 1} \left( e^{i\Delta k \ell_c} - 1 \right) = 2ie^{-i\Delta k' \frac{N}{4}\Lambda} \text{sen} \left( \Delta k' \frac{N}{4}\Lambda \right) \left[ \frac{1 + e^{i\Delta k' \frac{\Lambda}{2}}}{1 - e^{i\Delta k' \frac{\Lambda}{2}}} \right], \quad (5.8)$$

onde reconhecemos na senóide o termo que irá dar origem a uma função seno-cardinal, com o desacordo de fase dado por  $\Delta k'$ .

Vemos então que de modo semelhante a um cristal maciço nas proximidades do perfeito acordo de fase, o cristal QPM irá apresentar um acoplamento efetivo entre os campos no caso de  $\Delta k' \frac{N\Lambda}{4} \simeq \Delta k' L/2 \sim 2\pi$ . Um cristal como o empregado possui  $N \simeq 633$ , de modo que podemos aplicar o limite  $\Delta k' \frac{\Lambda}{2} \rightarrow 0$ . Obtemos então

$$\frac{e^{i\Delta k N \ell_c} - 1}{e^{i\Delta k \ell_c} + 1} \left( e^{i\Delta k \ell_c} - 1 \right) \simeq 2ie^{-i\Delta k' \frac{N}{4}\Lambda} \text{sen} \left( \Delta k' \frac{N}{4}\Lambda \right) \frac{4}{\Delta k' \Lambda}. \quad (5.9)$$

Aplicando este valor à equação 5.5 temos

$$\alpha_0(L) - \alpha_0(0) = -8\alpha_2(0)\alpha_1(0)\chi_{eff}^* \frac{N}{2\Delta k} \frac{\text{sen} \left( \Delta k' \frac{N}{4}\Lambda \right)}{\Delta k' \frac{N}{4}\Lambda} e^{-i\Delta k' \frac{N}{4}\Lambda}. \quad (5.10)$$

Nas proximidades do acordo de fase dado pela equação 5.7, vale a aproximação  $\Delta k \approx 2\pi/\Lambda$ . Teremos então

$$\alpha_0(L) - \alpha_0(0) = -2\alpha_2(0)\alpha_1(0)\chi_{QPM}^*, \quad (5.11)$$

com

$$\chi_{QPM} = \frac{2}{\pi}\chi_{eff}\ell \frac{\text{sen}(\Delta k'\ell/2)}{\Delta k'\ell/2} e^{-i\Delta k'\ell/2} \quad (5.12)$$

e o comprimento do cristal aproximado por  $\ell = N\Lambda/2$ .

Comparando esta equação com a equação 3.27 vemos que elas são semelhantes, exceto por um fator multiplicativo. Neste caso podemos dizer que

$$\chi_{QPM} = \chi \frac{2}{\pi}. \quad (5.13)$$

Observando agora o termo que havíamos negligenciado na equação 5.5, vemos que ele dará uma contribuição aditiva ao valor de  $\chi_{QPM}$ . Teremos assim um termo adicional, de modo que o valor da não-linearidade efetiva pode ser mais precisamente expresso por

$$\chi_{QPM} = \frac{2}{\pi}\chi_{eff}\ell e^{-i\Delta k'\ell/2} \left[ \frac{\text{sen}(\Delta k'\ell/2)}{\Delta k'\ell/2} + \frac{\pi}{2} \frac{x}{N\ell_c} \frac{\text{sen}(\Delta kx/2)}{\Delta kx/2} e^{-i\Delta kx/2} \right]. \quad (5.14)$$

Vemos que o segundo termo entre colchetes será muito menor que o termo principal, dado pela contribuição de todos os períodos do cristal. Desta forma, ao negligenciar este termo no cálculo do acordo de fase, não incorremos em grandes erros. No entanto, ele passa a ter uma contribuição efetiva devido à adição de uma fatia de material onde o acordo de fase não é satisfeito. Como veremos, isto leva a importantes consequências no valor do limiar de oscilação do OPO, podendo até dobrá-lo se esta fase somar um fator de  $\pi$ .

A utilização de um cristal QPM altera alguns detalhes da operação do OPO. Primeiramente, a condição de acordo de fase, antes dada pela equação  $\Delta k = k_0 - k_1 - k_2$ , passa a ser dada pela equação  $\Delta k' = k_0 - k_1 - k_2 - 2\pi/\Lambda$ . Neste caso, a largura de banda definida pela condição de acordo de fase não é alterada.

Vemos ainda que o coeficiente não-linear efetivo do cristal QPM é reduzido com relação ao valor do cristal maciço. No entanto, uma vez que podemos escolher livremente a orientação dos campos e dos eixos do cristal, podemos obter um ganho efetivo. Dos termos não-lineares do Niobato de Lítio, vemos que há um aumento de 3,68 vezes na não-linearidade efetiva. Em termos de potência de limiar, isto representa uma redução por um fator 13,5 na potência.

Por fim, o cristal QPM permite uma maior liberdade na escolha dos comprimentos de onda envolvidos. Podemos, dado o cristal e os comprimentos de onda que queremos que interajam, mudar o valor do período  $\Lambda$  de modo a atingir o acordo de fase à temperatura desejada. Claro que há limitações técnicas dadas pela escolha dos materiais envolvidos, porém temos um ganho na faixa de valores possíveis de comprimento de onda, comparado ao caso do cristal uniforme.

Nesta experiência, empregamos um cristal PPLN (“periodically poled lithium niobate”) de 19 mm de comprimento produzido pela Crystal Technology, apresentando inversões com período variando entre 30,0 a 31,2  $\mu\text{m}$ . O cristal é mostrado na figura 5.3.

Pelo fato de apresentar diferentes períodos, teremos diferentes comprimentos de onda para o acordo de fase. Podemos deste modo, através da variação de temperatura, mudar o comprimento de onda do sinal e complementar, como vemos na figura 5.4.

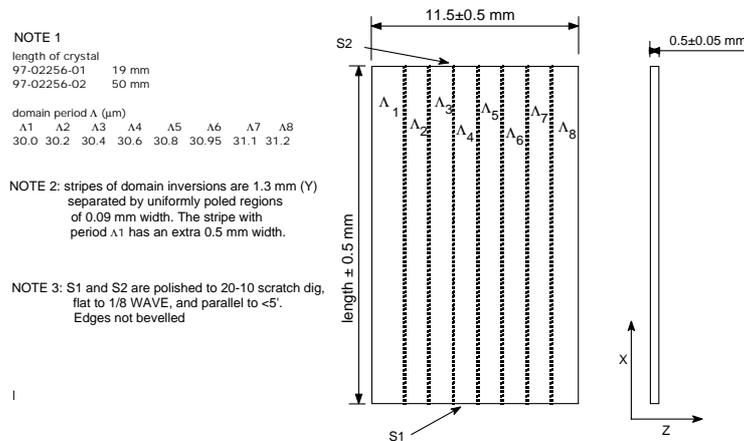


Figura 5.3: Cristal PPLN empregado no OPO para compressão de ruído na reflexão (dados do fabricante).

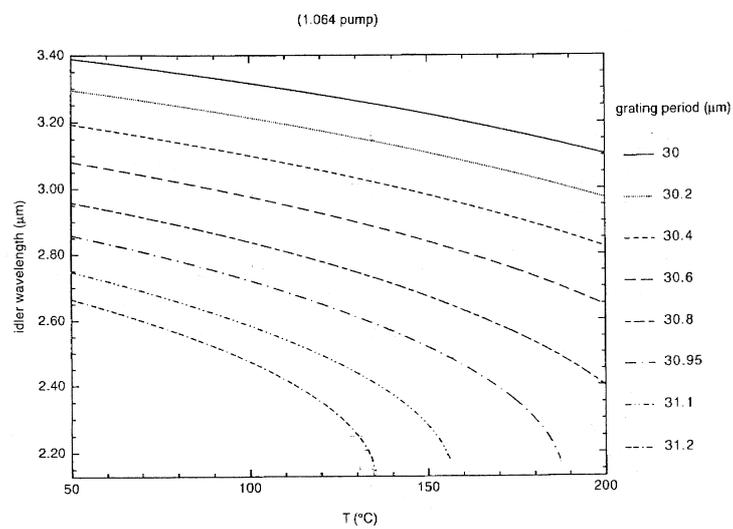


Figura 5.4: Comprimento de onda do complementar para trechos de diferentes periodicidades no cristal PPLN, para diferentes temperaturas (bombeio a 1064 nm, dados do fabricante).

Uma vez estudado o cristal QPM, vamos descrever a compressão do ruído do feixe refletido pela cavidade e a simulação dos resultados para o OPO com cristal QPM.

## 5.2 Compressão de ruído no bombeio

Ao tratar o OPO como um sistema quântico, passando da representação da equação mestra para a equação de Fokker-Planck da função de Wigner, e desta para as equações de Langevin do campo, chegamos a equação 3.80, já estudada para mostrar a geração de feixes gêmeos. Vamos agora retomar as quatro primeiras equações do conjunto apresentado, que descrevem as flutuações do campo intracavidade para o bombeio e a soma das amplitudes do sinal e complementar. Seguindo o tratamento da ref. [76] temos para as flutuações dos campos o sistema de equações

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\delta\alpha_0 &= -\frac{\gamma'_0}{\tau}(1 - i\Delta_0)\delta\alpha_0 - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+\delta\alpha_+ + \frac{\sqrt{2\gamma'_0}}{\tau}\sigma_1(t) \\
\frac{d}{dt}\delta\alpha_0^* &= -\frac{\gamma'_0}{\tau}(1 + i\Delta_0)\delta\alpha_0^* - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+^*\delta\alpha_+^* + \frac{\sqrt{2\gamma'_0}}{\tau}\sigma_2(t) \\
\frac{d}{dt}\delta\alpha_+ &= \frac{2\chi}{\tau}\alpha_0\delta\alpha_+^* - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+^*\delta\alpha_0 - \frac{\gamma'}{\tau}(1 - i\Delta)\delta\alpha_+ + \frac{\sqrt{2\gamma'}}{\tau}\sigma_3(t) \\
\frac{d}{dt}\delta\alpha_+^* &= \frac{2\chi}{\tau}\alpha_0^*\delta\alpha_+ - \frac{2\chi}{\tau}\alpha_+\delta\alpha_0^* - \frac{\gamma'}{\tau}(1 + i\Delta)\delta\alpha_+^* + \frac{\sqrt{2\gamma'}}{\tau}\sigma_4(t).
\end{aligned} \tag{5.15}$$

Passando para um tratamento matricial, teremos então

$$\frac{d}{dt}\delta\alpha(t) = -\mathbf{M}\delta\alpha(t) + \frac{1}{\tau}\mathbf{T}\sigma(t) \tag{5.16}$$

onde  $\delta\alpha = \{\delta\alpha_0, \delta\alpha_0^*, \delta\alpha_+, \delta\alpha_+^*\}$  é o vetor das flutuações de campo do bombeio e da soma das amplitudes sinal e complementar definidas na equação 3.79. Esta descrição é idêntica ao tratamento dos feixes gerados como um sub-harmônico do bombeio, como apresentado na referência [76]. O vetor  $\sigma(t)$  apresenta o termo estocástico das flutuações, e pode ser interpretado como as flutuações do vácuo (e do estado coerente do bombeio) acopladas pelo espelho da cavidade. A transmitância deste espelho é descrita pela matriz diagonal de difusão  $\mathbf{T}$

$$\mathbf{T} = \text{diag} \left[ \sqrt{2\gamma'_0}, \sqrt{2\gamma'_0}, \sqrt{2\gamma'}, \sqrt{2\gamma'} \right]. \tag{5.17}$$

Neste caso, vamos assumir que todas as perdas da cavidade são dadas pelo espelho de acoplamento. Esta é uma hipótese razoável para o estudo das flutuações no feixe de bombeio refletido pela cavidade, pois neste caso não nos preocupamos com o valor preciso do acoplamento da saída do sub-harmônico comparado às demais perdas da cavidade, como foi o caso no estudo dos feixes gêmeos. Desse modo, o único valor que irá descrever as perdas do sinal e complementar é  $\gamma'$ . Para o bombeio, as perdas intracavidade são importantes no cálculo, porém como o valor empregado do espelho de acoplamento é uma ordem de grandeza superior às demais perdas intracavidade, podemos manter a aproximação  $\gamma_0 = \gamma'_0$ .

A matriz da evolução do sistema (arrasto) é dada por

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} \gamma'_0(1 - i\Delta_0) & 0 & 2\chi\alpha_+ & 0 \\ 0 & \gamma'_0(1 + i\Delta_0) & 0 & 2\chi\alpha_+^* \\ -2\chi\alpha_+^* & 0 & \gamma'(1 - i\Delta) & -2\chi\alpha_0 \\ 0 & -2\chi\alpha_+ & -2\chi\alpha_0^* & \gamma'(1 + i\Delta) \end{bmatrix}, \quad (5.18)$$

onde notamos claramente a dependência com os valores médios das amplitudes dos campos intracavidade. Por este motivo, a resposta não será tão simples como a dada pela equação 3.91.

Como vimos anteriormente, usando o procedimento descrito na ref. [35], podemos partir das matrizes de arrasto e difusão para obter as flutuações dos campos intracavidade. Destas flutuações calculamos as flutuações dos campos refletidos pelo espelho de acoplamento, somando as flutuações do vácuo (ou do campo coerente, para o caso do bombeio) às flutuações intracavidades transmitidas pelo espelho.

Podemos passar a equação 5.16 para o domínio das frequências aplicando a transformada de Fourier às flutuações do campo e às flutuações do vácuo inseridas na cavidade

$$\delta\alpha(\Omega) = \int \delta\alpha(t)e^{-i\Omega t} dt. \quad (5.19)$$

Teremos então

$$\delta\alpha(\Omega) = (\mathbf{M} - i\Omega\mathbf{I})^{-1} \frac{\mathbf{T}}{\tau} \sigma(\Omega), \quad (5.20)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade da mesma ordem da matriz de arrasto  $\mathbf{M}$ .  $\Omega$  representa o espectro das flutuações do campo. Optamos em nossa notação pela maiúscula para distinguir as frequências inferiores ao intervalo espectral livre da cavidade das frequências do campo eletromagnético.

As flutuações dos campos refletidos pelo espelho da cavidade são obtidas de modo semelhante ao calculado na equação 3.84. No domínio do tempo teremos

$$\delta\alpha_{out}(t) = \mathbf{T}\delta\alpha(t) - \sigma(t) \quad (5.21)$$

com a aproximação do coeficiente de reflexão por um valor unitário.

Calculando o espectro das flutuações do campo de saída, teremos então

$$\delta\alpha_{out}(\Omega) = \left[ \frac{\mathbf{T}(\mathbf{M} - i\Omega\mathbf{I})^{-1}\mathbf{T}}{\tau} - 1 \right] \sigma(\Omega). \quad (5.22)$$

Destas flutuações podemos obter a matriz das covariâncias dos campos de saída, multiplicando o vetor das flutuações pelo seu transposto conjugado  $\delta\alpha_{out}^{*T}(\Omega)$ . Obtemos assim

$$\mathbf{V}_{out}(\Omega) = \langle \delta\alpha_{out}(\Omega)\delta\alpha_{out}^{*T}(\Omega) \rangle. \quad (5.23)$$

É desta matriz que obtemos o espectro de potência medido na detecção homodina.

A covariância dos campos de entrada, por se tratarem de estados coerentes, é dada por

$$\mathbf{V}_{in}(\Omega) = \langle \sigma(\Omega)\sigma^{*T}(\Omega) \rangle = \frac{1}{2}\mathbf{I} \quad (5.24)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade. Teremos assim a matriz de covariância do campo de saída da cavidade

$$\mathbf{V}_{out} = \frac{\mathbf{I}}{2} + \frac{\mathbf{T}(\mathbf{M} - i\Omega\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}(\mathbf{M}^{*T} + i\Omega\mathbf{I})^{-1}\mathbf{T}}{2\tau^2} \quad (5.25)$$

onde vemos que a matriz  $\mathbf{D} = \mathbf{T}^2 - \tau(\mathbf{M}^{*T} + i\Omega\mathbf{I}) - \tau(\mathbf{M} - i\Omega\mathbf{I})$  é igual a

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4\chi\alpha_0 \\ 0 & 0 & 4\chi\alpha_0^* & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

Para calcular o espectro de potências das flutuações de quadraturas medidas na detecção homodina, conforme a seção 2.3.4, devemos empregar a matriz das covariâncias dada pela equação 5.25. Para isso, devemos lembrar que uma dada quadratura do campo, na fase  $\Phi$ , pode ser dada por

$$\alpha_{i\Phi} = \alpha_i e^{-i\Phi} + \alpha_i^* e^{i\Phi}. \quad (5.27)$$

Neste caso, o espectro de flutuações de cada modo do campo refletido pela cavidade depende da fase da quadratura em estudo e dos termos da matriz de covariância. Teremos então

$$\begin{aligned} V_+(\Omega, \Phi) &= V_{33}^{out} + V_{44}^{out} + 2 \operatorname{Re}[e^{-2i\Phi} V_{34}^{out}] \\ V_0(\Omega, \Phi) &= V_{11}^{out} + V_{22}^{out} + 2 \operatorname{Re}[e^{-2i\Phi} V_{12}^{out}] \end{aligned} \quad (5.28)$$

onde a  $V_+(\Omega, \Phi)$  é a variância da quadratura do sinal (ou complementar), e  $V_0(\Omega, \Phi)$  é a variância da quadratura estudada do bombeio refletido.

Para simplificar, vamos nos ater às flutuações do bombeio. Dividindo a matriz 5.25 em submatrizes  $2 \times 2$ , temos da primeira submatriz na diagonal principal as variâncias para o bombeio, e para a segunda submatriz na diagonal principal as variâncias das intensidades do sinal e complementar na saída. As outras duas submatrizes fornecem as correlações entre sinal e bombeio, não sendo estudadas neste trabalho.

A matriz das covariâncias para o bombeio será dada por

$$\mathbf{V}_0 = \frac{\mathbf{I}}{2} + \frac{\mathbf{S}}{2} \quad (5.29)$$

onde a matriz de compressão  $\mathbf{S}$  pode ser calculada a partir de 5.25. Obtemos

$$\mathbf{S} = \frac{2\gamma'_0}{|f|^2} \times \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, \quad (5.30)$$

onde  $f$  é o produto dos determinantes das matrizes  $(\mathbf{M} - i\Omega\mathbf{I})$  e  $(\mathbf{M}^{*T} + i\Omega\mathbf{I})$

$$\begin{aligned} f &= 16\chi^4 |\alpha_+|^4 - 8\chi^2 |\alpha_+|^2 \left[ \bar{\Omega}^2 - i(\gamma' + \gamma'_0)\bar{\Omega} + (-1 + \Delta\Delta_0)\gamma'\gamma'_0 \right] \\ &\quad + (\bar{\Omega}^2 - 2i\gamma'\bar{\Omega}) \left[ \bar{\Omega}^2 - 2i\gamma'_0\bar{\Omega} - (1 + \Delta_0^2)\gamma_0'^2 \right], \end{aligned} \quad (5.31)$$

e os elementos da matriz para o cálculo do espectro de ruído na quadratura são

$$\begin{aligned}
S_{12} = S_{21}^* &= 16\alpha_+^2 \alpha_0 \chi^3 \left\{ 16\chi^4 |\alpha_+|^4 - 8\chi^2 |\alpha_+|^2 \left[ (-i + \Delta)(-i + \Delta_0) \gamma' \gamma'_0 + \bar{\Omega}^2 \right] \right. \\
&\quad \left. - \bar{\Omega}^2 \left[ (-i + \Delta_0)^2 \gamma_0'^2 - \bar{\Omega}^2 \right] \right\} \\
S_{11} + S_{22} &= 32\chi^2 (1 + \Delta^2) \gamma'^2 |\alpha_+|^2 \left\{ \gamma' \left[ (1 + \Delta_0^2) \gamma_0'^2 + \bar{\Omega}^2 \right] + 4\chi^2 \gamma_0' |\alpha_+|^2 \right\}. \quad (5.32)
\end{aligned}$$

A frequência é normalizada pelo intervalo espectral livre, de modo que  $\bar{\Omega} = \Omega\tau$ .

O resultado final da compressão de ruído é então dependente não só da frequência de análise, como no caso dos feixes gêmeos, mas também da dessintonia dos modos, da intensidade gerada do sinal e das fases dos campos sinal e bombeio (intracavidade) relativas à fase do bombeio injetado. Estas fases são calculadas a partir do campo intracavidade obtido na equação 3.30, de modo que

$$e^{2i\psi} = \frac{\alpha_0^{in}}{(1 + i\Delta_0)(1 + i\Delta) + |\alpha|^2} \quad \text{e} \quad e^{i\psi_0} = \frac{e^{2i\psi}}{1 - i\Delta} \quad (5.33)$$

onde as fases  $\psi$  e  $\psi_0$  referem-se ao sinal e bombeio, respectivamente.

Partindo destas equações, podemos determinar o espectro de ruído do feixe refletido pela cavidade do OPO. A simulação numérica pede que as equações da seção 3.2 sejam reescritas, de forma a expressar o limiar e as intensidades intracavidade em termo da fase total acumulada por cada campo em uma volta completa na cavidade, e não em termo das dessintonias.

### 5.3 Modelo teórico do OPO-QPM

Como vimos na equação 5.29, precisamos calcular as intensidades e os valores de dessintonia para obtermos o valor da compressão do feixe do bombeio refletido pela cavidade. Para isso, foi desenvolvido um programa que realiza o cálculo numérico do modo de campo selecionado e de sua amplitude em função da variação do comprimento da cavidade.

Para estas simulações, iremos calcular as amplitudes dos campos intracavidade, considerando nos cálculos a fase total acumulada em uma volta completa. Esta, por sua vez, será calculada levando em consideração os diferentes modos  $m$  definidos na equação 3.49, considerando que  $\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$ .

Mantendo explicitamente a amplitude e a fase do campo para uma volta completa, podemos repetir o processo usado para se chegar à equação 3.30, obtendo

$$\alpha_0 = t_0 \alpha_{in} + r_0 (\alpha_0 - 2\chi^* \alpha_1 \alpha_2) e^{i\varphi_0} \quad (5.34)$$

$$\alpha_1 = r (\alpha_1 + 2\chi \alpha_0 \alpha_2^*) e^{i\varphi_1} \quad (5.35)$$

$$\alpha_2 = r (\alpha_2 + 2\chi \alpha_0 \alpha_1^*) e^{i\varphi_2} \quad (5.36)$$

onde  $\alpha_i$  é a amplitude do campo no modo  $i$ , e  $\varphi_i$  sua fase total acumulada em uma volta completa. Como vimos nas equações 3.32 e 3.49, a diferença de fase entre  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  deve ser um múltiplo inteiro de  $2\pi$ . Por este motivo, nos cálculos a seguir teremos  $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \cos\varphi$ , considerando que  $\varphi$  é igual a  $\varphi_1$  e a  $\varphi_2$  a menos de um múltiplo inteiro de  $2\pi$ .

Aplicando o mesmo procedimento da seção 3.2.2, temos que a intensidade do campo de bombeio intracavidade é

$$|\alpha_0|^2 = \frac{1}{4|\chi|^2} \left( 1 - 2\frac{\cos \varphi}{r} + \frac{1}{r^2} \right). \quad (5.37)$$

Para os modos sinal e complementar teremos

$$\begin{aligned} |\alpha_1|^2 = |\alpha_2|^2 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - c}}{4|\chi|^2}, \text{ com b e c dados por} \\ b &= 1 - \frac{\cos \varphi}{r} - \frac{\cos \varphi_0}{r_0} + \frac{\cos(\varphi + \varphi_0)}{r_0 r}, \\ c &= 1 + \frac{1}{r_0^2} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_0^2 r^2} - 2\frac{1+r^2}{r_0 r^2} \cos \varphi_0 - 2\frac{1+r_0^2}{r_0^2 r} \cos \varphi_1 \\ &\quad + 2\frac{\cos(\varphi + \varphi_0) + \cos(\varphi - \varphi_0)}{r_0 r} - \sigma \frac{(1+r_0^2)(1+r^2)}{r_0^2 r^2}, \end{aligned} \quad (5.38)$$

onde o termo  $\sigma$  é o parâmetro da potência de bombeio injetada, normalizada pelo limiar de oscilação para ressonância e acordo de fase exatos, sendo ajustável na experiência.

No cálculo da fase  $\varphi_i$ , consideramos que a fase adicionada pelos espelhos é nula, o que não é necessariamente verdade, posto que alguns espelhos da cavidade apresentam refletâncias não unitárias. Veremos os efeitos de um termo adicional de fase inserido na volta completa da onda propagante na cavidade sobre a operação do OPO, especialmente na condição de acordo de fase. Aqui, calculamos  $\varphi$  como na equação 3.28,

$$\varphi_i = \frac{\omega_i}{c} (n_i \ell + L) \quad (5.39)$$

sendo que os índices de refração dependem do comprimento de onda. Calculamos então, para cada modo possível de oscilação, o valor de  $n_i$  usando a equação de Sellmeier com os coeficientes dados na ref.[69].

Para calcular os valores de saída do OPO em diferentes comprimentos de cavidade, o procedimento consiste em selecionar uma faixa de valores para o inteiro  $m$  que determinará os valores possíveis da frequência de batimento. Para um dado valor de temperatura e potência de bombeio, calculamos o valor da potência intracavidade do bombeio e do sinal para diferentes comprimentos de cavidade, varrendo-a por pelo menos dois intervalos espectrais livres. Calculamos em cada posição as intensidades para cada valor de  $m$ , usando para isso os valores calculados dos índices de refração em função do comprimento de onda, o valor de  $|\chi|^2$  dado pela condição de acordo de fase na condição QPM (eq. 5.7) e o valor total da fase  $\varphi$  acumulada em uma volta completa dentro da cavidade. Guardamos o maior valor de intensidade dentro da faixa de valores de  $m$ , e referente a este valor, a ordem  $m$ , as dessintonias normalizadas  $\Delta_0$  e  $\Delta$ , e os valores de compressão ótima e a flutuação de intensidade calculados a partir da equação 5.29. Para minimizar o tempo de cálculo, optamos por fazê-lo em um programa Fortran. Os resultados dos cálculos serão comparados aos valores medidos no OPO na seção 5.4.3.

### Fase na oscilação do OPO

Vamos discutir brevemente as conseqüências de um elemento no interior da cavidade, que produza um desacordo na diferença das fases entre os campos ressonantes, usando para isso as

equações estudadas. Como vimos o limiar de oscilação do OPO depende do desacordo de fase (eqs. 3.27 e 3.25) e da dessintonia (eq. 3.28). No caso da fase em uma volta completa ser dada apenas pela propagação no espaço livre e pela propagação no cristal, a condição de perfeito acordo de fase assegura imediatamente a condição de ressonância tripla. Porém, se tivermos na cavidade algum elemento que adicione uma diferença de fase à propagação dos feixes, a nova condição de oscilação no caso triplamente ressonante leva a uma operação fora da condição de perfeito acordo de fase.

Considere a condição de acordo de fase, dada por

$$\Delta k = k_0 - k_1 - k_2 = (n_0 - n) \frac{\omega_0}{c} - \delta n \frac{\Delta \omega}{c}. \quad (5.40)$$

A fase acumulada em uma volta completa na cavidade depende do caminho percorrido mais um termo de fase adicional vindo, por exemplo, dos espelhos

$$\varphi_i = \frac{\omega_i}{c} (n_i \ell + L) + \Phi_i. \quad (5.41)$$

Temos então as seguintes relações para as fases

$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_1 &= 2\pi m = -\delta n \ell \frac{\omega_0}{c} - (n \ell + L) \frac{\Delta \omega}{c} + \Phi_2 - \Phi_1, \\ \varphi_2 + \varphi_1 &= 2\pi q + 2\delta \varphi = (n \ell + L) \frac{\omega_0}{c} + \delta n \ell \frac{\Delta \omega}{c} + \Phi_2 + \Phi_1, \\ \varphi_0 &= 2\pi s + \delta \varphi_0 = (n_0 \ell + L) \frac{\omega_0}{c} + \Phi_0. \end{aligned} \quad (5.42)$$

A diferença de fase do sinal e complementar para o bombeio pode ser expressa por

$$\varphi_2 + \varphi_1 - \varphi_0 = 2\pi(p - s) + 2\delta \varphi - \delta \varphi_0 = \Delta k \ell + \Phi, \quad (5.43)$$

onde  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_0$ . A ressonância exata implica que  $\delta \varphi = \delta \varphi_0 = 0$ . Já o perfeito acordo de fase leva a  $\Delta k = 0$ . Se  $\Phi = 0$ , teremos então que  $q = s$ .

Por outro lado, se  $\Phi \neq 0$ , mas pequeno, o modo de oscilação mais próximo será ainda  $q = s$  mas agora a ressonância exata não irá coincidir com o perfeito acordo de fase, mas com

$$\Delta k \ell = -\Phi. \quad (5.44)$$

Em consequência, o limiar de oscilação sofrerá um aumento. A razão do limiar de oscilação no caso dessintonizado com relação à situação de ressonância exata sem efeito adicional de fase será dada por

$$\sigma_\Phi = \frac{(2\delta \varphi - \delta \varphi_0 - \Phi)^2}{4s \epsilon n^2 \left( \frac{2\delta \varphi - \delta \varphi_0 - \Phi}{2} \right)} \left[ 1 + \left( \frac{\delta \varphi_0}{\gamma'_0} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{\delta \varphi}{\gamma'} \right)^2 \right]. \quad (5.45)$$

Claramente os termos normalizados pelas perdas  $\gamma'$  e  $\gamma'_0$  serão preponderantes na escolha do modo de oscilação, de modo que o limiar mais baixo será ainda para o caso triplamente ressonante. Na perfeita ressonância, o efeito da fase  $\Phi$  será o aumento do valor do limiar por um fator

$$\sigma_\Phi = \frac{\Phi^2}{4s \epsilon n^2 \left( \frac{\Phi}{2} \right)}. \quad (5.46)$$

Se o valor de  $|\Phi| > \pi$ , o sistema irá operar de tal forma que o modo  $q$  selecionado seja superior (ou inferior) a  $s$  em uma unidade. Deste modo, o valor máximo de  $|\Delta k \ell|$  na ressonância será limitado a  $\pi$ . Esta será a situação de aumento máximo no limiar de oscilação.

Para o cristal QPM, vimos que a condição de acordo de fase é dada por

$$\Delta k' = \Delta k - \frac{2\pi}{\Lambda} = (n_0 - n) \frac{\omega_0}{c} - \delta n \frac{\Delta \omega}{c} - \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (5.47)$$

Neste caso o valor de  $\Delta k \ell$  será

$$\Delta k \ell = \Delta k' \ell + 2\pi \text{Int} \left( \frac{\ell}{\Lambda} \right) \quad (5.48)$$

Note que consideramos apenas a parte inteira da razão  $\ell/\Lambda$ . Esta aproximação no termo de acordo de fase justifica-se pelas equações 5.12 e 5.14, onde o valor efetivo de  $\chi$  pode ser calculado com a aproximação da parte inteira da razão em nossos cálculos. Por este motivo, ao inserirmos o valor de  $\Delta k'$  na equação 5.43 substituindo  $\Delta k$ , vemos que haverá a seleção de um novo valor de  $q - s \neq 0$ .

O cálculo que acabamos de realizar permanece, portanto, válido para o cristal QPM. Neste caso, o elemento que leva a uma fase adicional é o fato de não termos um número inteiro de períodos de comprimento  $\Lambda$  no interior do cristal. Isto irá adicionar uma fase cujo módulo é limitado a  $\pi$ , alterando o limiar de oscilação do OPO. Note que este efeito já foi observado em cavidades onde se utilizou um cristal QPM em cunha [108], o que permitia variar o comprimento do cristal interagindo na cavidade.

Vemos na figura 5.5 os efeitos das diferenças de fase adicionadas por um comprimento de cristal que não seja um múltiplo inteiro de  $\Lambda$ . Na primeira linha do gráfico, temos a potência de bombeio intracavidade e a saída do sinal do OPO. Mantivemos a curva do bombeio sem depleção como referência. Na segunda linha, temos o valor da dessintonia relativa do sinal  $\Delta$  e o desacordo de fase  $\psi = \Delta k \ell$  (escala em radianos). Na linha inferior, a frequência de batimento entre sinal e complementar, fornecendo o comprimento de onda destes feixes, ou no caso, uma idéia de quão longe estamos da degenerescência. Nos cálculos, empregamos uma temperatura  $4,3^\circ C$  abaixo da condição degenerada mostrada na figura 5.4 para um período  $\Lambda = 31,1 \mu m$ , e uma potência de bombeio igual a quatro vezes a potência de limiar no caso ideal de perfeito acordo de fase e dessintonia nula para um cristal cujo comprimento fosse um número inteiro de períodos  $\Lambda$ .

Vemos que o valor de  $\Delta$  permanece limitado, de modo que o OPO se mantém praticamente ressonante para o sinal (lembrando que as perdas para o sub-harmônico são de 2%). O efeito dos diferentes comprimentos do cristal, com a presença de um trecho não inteiro adicional, leva o OPO à oscilação fora da condição de perfeito acordo de fase. No caso, a defasagem adicionada pelo cristal necessita uma compensação pelo desacordo de fase de igual valor. Isto leva a um aumento do limiar de oscilação do OPO, observado pela redução na potência do sinal gerado e pelo aumento do valor limite de potência de bombeio intracavidade. Temos ainda uma mudança no comprimento de onda de oscilação devido à variação no valor de acordo de fase. Se a fase adicionada atingir o valor de  $2\pi$ , voltamos à condição inicial do OPO com um perfeito acordo de fase.

Passaremos agora à descrição da montagem e das medidas de ruído no OPO-QPM.

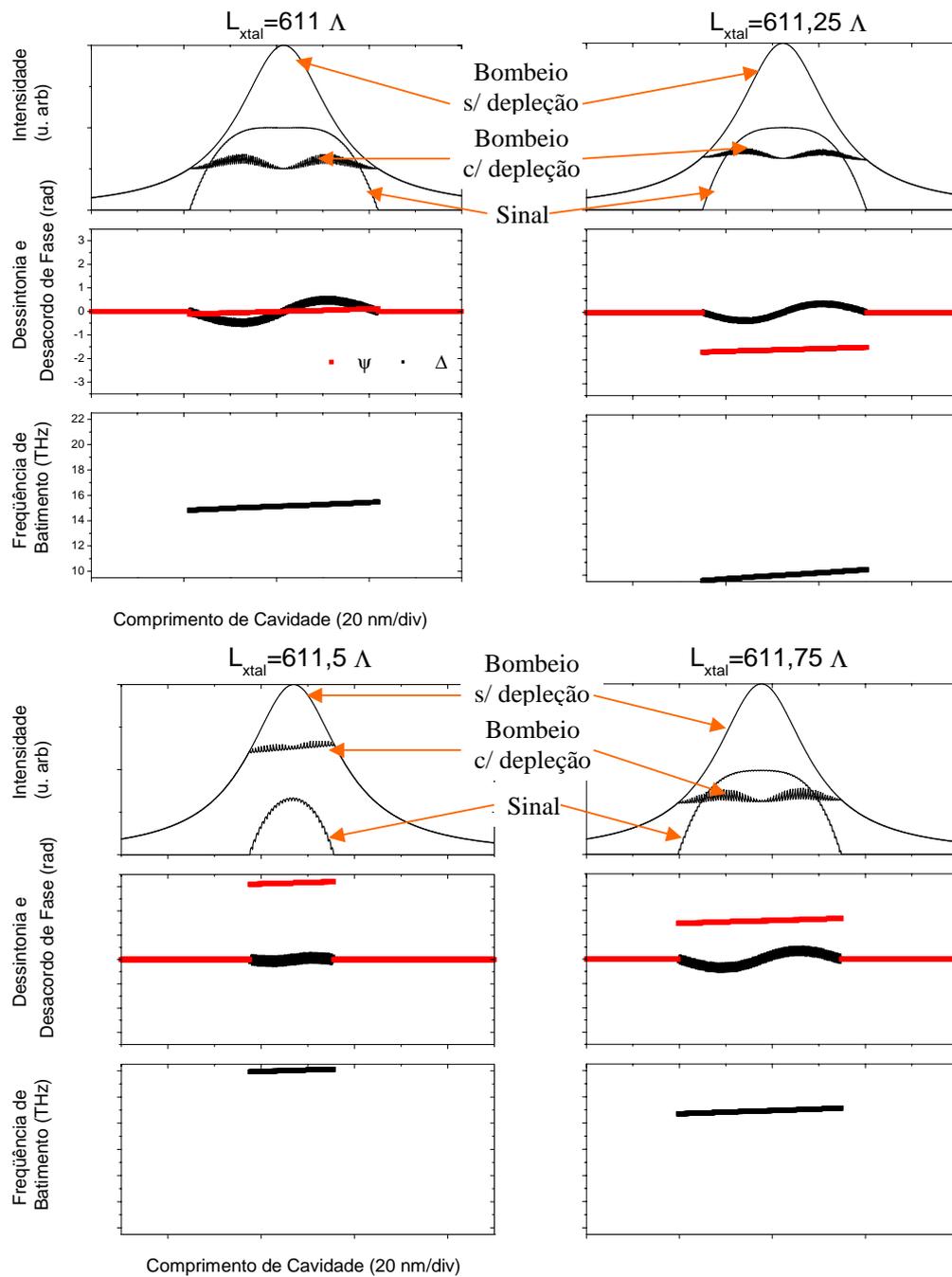


Figura 5.5: Desacordo de fase  $\Psi = \Delta k l$  e freqüência de batimento  $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$  para diferentes comprimentos do cristal QPM.

## 5.4 Observação da compressão de ruído no bombeio

Vamos apresentar a montagem realizada, começando pela descrição do sistema de supressão do excesso de ruído do laser de bombeio. Em seguida, mostraremos os aspectos básicos da cavidade com cristal QPM, terminando pela medida de ruído de intensidade e pela medida da compressão do ruído em quadratura.

### 5.4.1 Laser de bombeio

O laser empregado para o bombeio da cavidade do OPO é um Nd:YAG monolítico, bombeado a diodo, modelo Lightwave 126-1064-700. Este laser possui uma entrada para modular sua frequência através de um PZT ligado à cavidade interna. Neste caso, teremos um deslocamento de frequência do laser de 10 MHz/V aplicados a esta entrada, com resposta até 30 kHz para pequenos sinais. Trata-se do modelo não dobrado do laser empregado na medida do capítulo anterior. Como nós estamos procurando realizar a medida da compressão do ruído no feixe refletido pela cavidade, necessitamos ter um laser de bombeio de baixo ruído, limitado ao “shot noise”, correspondendo ao nível de ruído de um estado coerente do campo.

Infelizmente, este não era o caso do laser empregado, como mostraram as medidas de ruído do feixe antes de sua injeção na cavidade. Para isso, fizemos a homodinagem com o vácuo para compará-lo ao nível do “shot noise”. O resultado pode ser visto na figura 5.6, onde mostramos que sua saída somente começa a se aproximar do “shot noise” a uma frequência de análise de 20 MHz. Desse modo, não poderíamos usá-lo diretamente na medida das compressões de ruído.

Uma forma de reduzir suas flutuações de intensidade consiste no uso de uma cavidade de filtro [96]. A transmissão de uma cavidade Fabry-Perot varia com uma lorentziana para uma dessintonia desta em relação à frequência do feixe injetado. Lembrando que o excesso de ruído pode ser visto como modulações em fase e amplitude do feixe [7], levando a uma distribuição da energia em modos laterais ao máximo central, podemos usar a cavidade para filtrar apenas o modo central, atenuando os modos laterais. Com isso, a saída da cavidade terá suas flutuações reduzidas ao limite quântico para frequências distantes da largura de banda da cavidade.

A cavidade empregada é composta por espelhos de alta reflexão, sendo mostrada na figura 5.7. Os espelhos M1 e M2 são espelhos planos com uma reflexão de 99,5% para a polarização vertical. O espelho côncavo M3 possui um raio de curvatura de 750 mm, com uma reflexão de 99,9% para incidência perpendicular. O comprimento total da cavidade é de 70 cm. A finesse medida foi de 700, confirmando perdas da ordem de 1%. Tais perdas são obtidas graças à excelente qualidade de superfície dos espelhos ( $\lambda/100$ ) e ao fato de mantermos o sistema em uma caixa de acrílico, ligada a um sistema fechado de ar que impedia a deposição de poeira e partículas sobre os espelhos.

Para estes parâmetros, a banda passante da cavidade é de 300 kHz, com um intervalo espectral livre de 210 MHz. Graças a esta cavidade foi possível estabilizar o sistema e reduzir suas flutuações ao limite do shot-noise para frequências de análise acima de 5 MHz (figura 5.6)

Para estabilizar a cavidade na ressonância, modulamos a frequência do laser com um sinal de 40 kHz, 20 mV de amplitude, o que corresponde a uma varredura total de 200 kHz na frequência do laser. Usando o método de detecção síncrona da intensidade transmitida pela cavidade (monitorando para isso a luz transmitida pelo espelho côncavo) pode-se estabilizar o

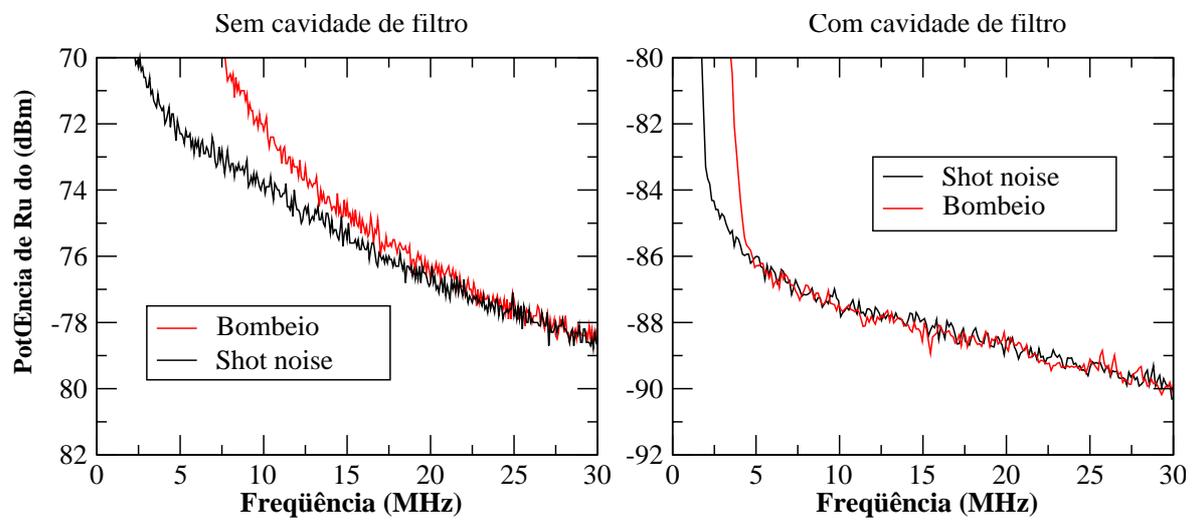


Figura 5.6: Esquerda: Excesso de ruído do laser de bombeio do OPO. Direita: Espectro de ruído na saída da cavidade de filtro.

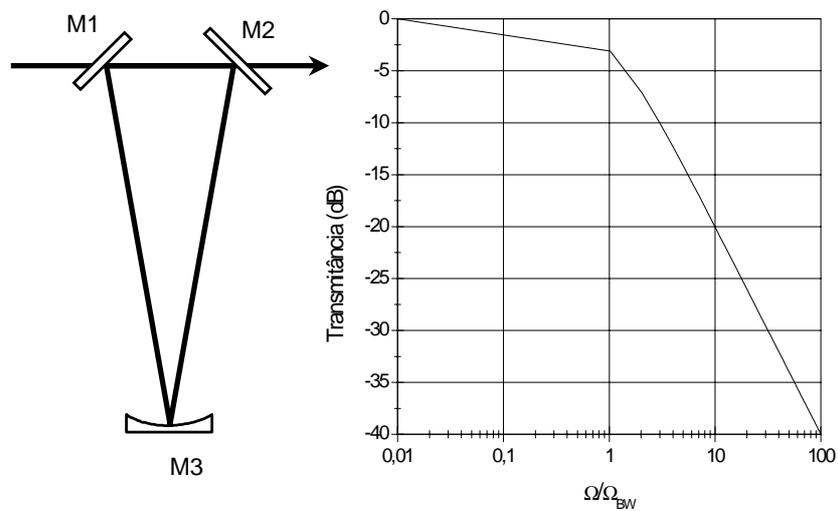


Figura 5.7: Cavidade de filtro para o laser de bombeio, com transmitância em função da frequência.

sistema por dezenas de minutos.

A potência total transmitida pela cavidade foi de 30% da potência total incidente. Tal redução deve-se ao excesso de ruído, às perdas intracavidade e à filtragem do modo espacial. De fato, a cavidade de filtro seleciona ainda um modo TEM<sub>00</sub> que não coincide necessariamente com o modo de saída do laser. Sem a cavidade, o acordo de modo do feixe laser com a cavidade do OPO chegava a 92 %, enquanto que com a cavidade este acordo chegava a 97%, indicando que através do filtro eliminavam-se ainda modos espaciais transversos. Uma vez verificada a filtragem do ruído e a obtenção de uma saída estável da cavidade de filtro, podemos descrever a montagem do OPO.

### 5.4.2 Montagem do OPO

O diagrama do OPO empregado pode ser visto na figura 5.8. O laser é injetado na cavidade de filtragem, sendo seu acordo de modo feito por uma lente (L1). Na saída do filtro, temos uma lâmina de meia onda (HWP1) e um isolador ótico (FR), composto de um rotator de Faraday e dois cubos polarizadores. O isolador impede que a luz refletida pelo OPO retorne pela cavidade de filtro, desestabilizando-a. A lâmina de meia onda irá servir como controle de potência, girando a polarização da saída do filtro, fazendo com que parte da potência seja refletida pelo prisma polarizador na entrada do isolador ótico. Do feixe rejeitado podemos empregar parte da potência para aplicar como oscilador local do nosso sistema de homodinagem.

Os espelhos M4 e M5 formam um periscópio que permite o alinhamento do feixe ao eixo da cavidade do OPO. O ajuste do tamanho e posição da cintura do feixe são feitos pelas duas lentes L2 ( $f=350$  mm) e L3 ( $f=60$  mm), distanciadas de 410 mm. O ajuste do acordo de modo é feito pelo deslocamento da lente L3, e pela orientação do feixe dado pelos dois espelhos M4 e M5. A lâmina de meia-onda HWP2 faz o alinhamento da polarização de entrada do feixe na cavidade, a qual deve ser extraordinária (paralela ao eixo z do cristal).

A cavidade é formada por dois espelhos esféricos de raio  $R = 30$  mm e qualidade de superfície  $\Lambda/10$ . As reflectâncias dos espelhos são

Espelho de entrada:	R (1064 nm) = 87%	R (2128 nm) = 99,8 %
Espelho de saída:	R (1064 nm) = 99,8%	R (2128 nm) = 99 %

O comprimento da cavidade é de 65 mm. Neste caso, temos como valor de cintura de feixe de 36  $\mu\text{m}$  para o bombeio e 51  $\mu\text{m}$  para sinal e complementar.

O cristal empregado é um Niobato de Lítio (PPLN), com oito trilhas de periodicidade diferente, variando entre 30,0 e 31,2  $\mu\text{m}$ . Um sistema de posicionamento permitia selecionar a trilha empregada, e suportes cinéticos permitiam alinhar o cristal ao eixo da cavidade. O cristal apresenta um comprimento de 19 mm, e 0,5 mm de espessura. A trilha apresenta uma largura de 1,3 mm. A sintonia da condição de casamento de fase no cristal é feita pelo aquecimento do mesmo para uma temperatura entre 120 e 190°C em um forno controlado, estabilizado em 0,1°C.

Espera-se uma redução do limiar de oscilação do OPO no caso degenerado, pois o “coating” dos espelhos da cavidade e o tratamento anti-refletor do cristal foram otimizados para 2128 nm, e as perdas por transmissão aumentam rapidamente ao nos afastarmos deste comprimento de

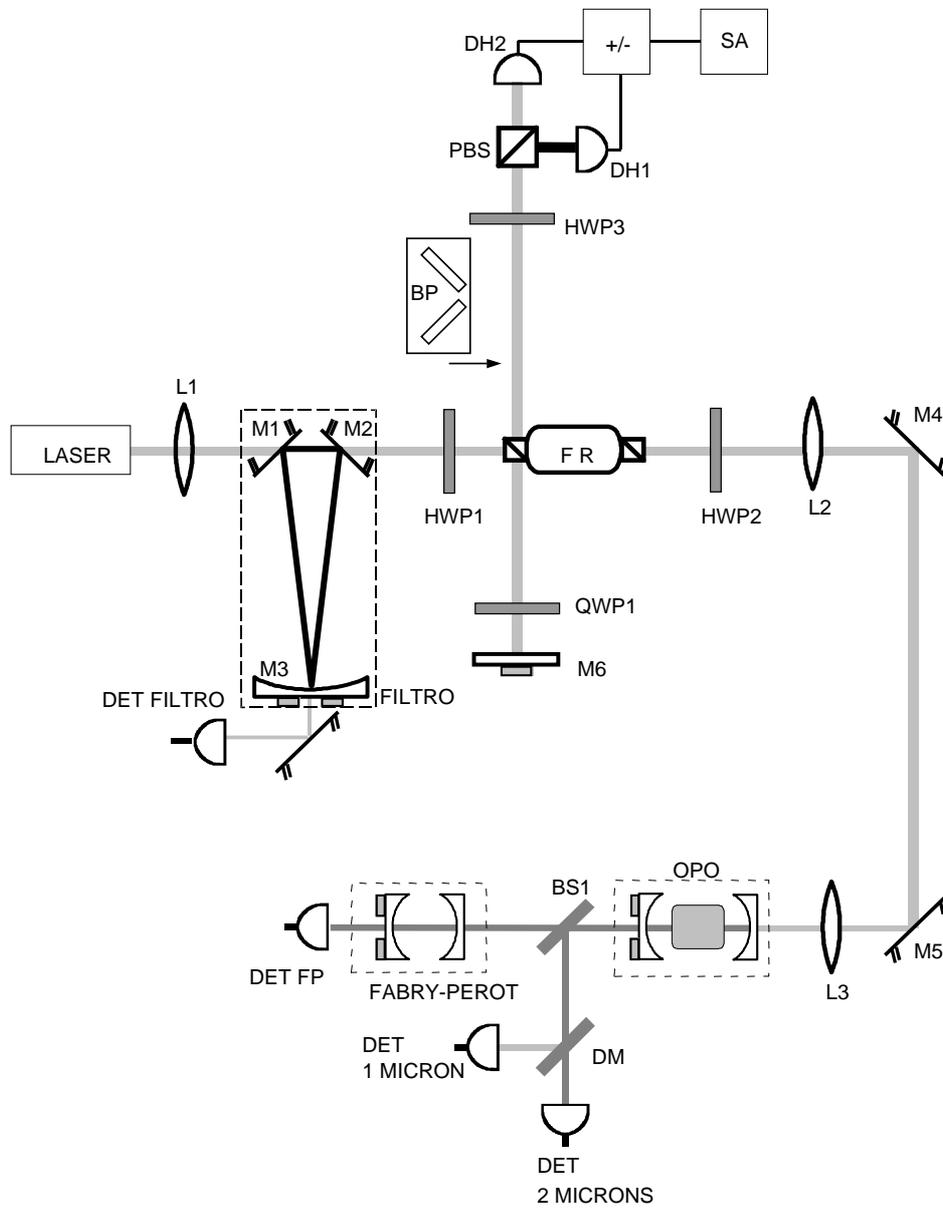


Figura 5.8: Montagem empregada para medida de compressão de ruído no bombeio usando um cristal QPM.

onda. A cavidade do OPO apresenta um intervalo espectral livre de 2,5 GHz, com uma finesse de 37 no fundamental e 250 no sub-harmônico, incluídas as perdas do cristal. Esta finesse cai rapidamente à medida que nos afastamos da frequência do sub-harmônico devido a refletividade dos espelhos.

A saída da cavidade é monitorada por dois detetores. Parte do feixe transmitido pela cavidade é separado no divisor de feixe (BS). Um espelho dicróico (DM) faz a separação do feixe residual de 1064 nm, de baixa intensidade, transmitido pelo espelho de saída, o qual é medido com um fotodiodo PIN de InGaAs (ETX300 da Epitaxx), com eletrônica de amplificação. O sinal próximo a 2128 nm é medido através de um outro fotodiodo, de germânio, também com uma eletrônica de amplificação.

O restante do feixe é analisado por uma cavidade Fabry-Perot, formada por dois espelhos esféricos de 30 mm de raio, em uma cavidade confocal. Este Fabry-Perot, de intervalo espectral livre de 2,5 GHz, permite analisar os modos dos feixes gerados observando se estamos com uma operação monomodo ou multimodo do OPO.

O feixe de bombeio refletido pela cavidade retornará pelos espelhos M4, M5 e pelas lentes L2, L3, sendo rejeitado pelo isolador ótico. As perdas envolvidas neste retorno chegam a 80%. Este feixe refletido será analisado através de um sistema de detecção homodina, formado por uma lâmina de meia onda (HWP3) e um cubo polarizador (PBS), que permitem o balanceamento da potência entre os dois braços da detecção. Em cada braço, temos fotodiodos PIN de InGaAs (ETX300), com uma etapa de amplificação para a parte de alta frequência.

A saída dos detetores é enviada a um circuito de soma/subtração, e deste para um Analisador de Espectro. Assim, medindo a soma, teremos o espectro de potência das flutuações de intensidade do feixe. Na subtração, recuperamos a flutuação correspondente ao “shot noise” para um feixe de mesma intensidade.

Podemos ainda fazer a homodinagem com o oscilador local, obtido pela reflexão do feixe rejeitado pelo primeiro polarizador do isolador ótico. Este sofre uma rotação pela reflexão no espelho (M6) e pela lâmina de quarto de onda (QWP1). O espelho, preso a um PZT, pode ter sua posição variada, de modo a varrer a fase do oscilador local. A diferença de caminho ótico entre o oscilador local e a reflexão do OPO é bem menor que o comprimento de coerência do laser, da ordem de 1000 m. Se não fosse o caso, não seria possível a medida. O acordo de modo entre o feixe refletido e o oscilador local chega a 97%.

O comprimento das cavidades é ajustado através de atuadores piezo-elétricos, acionados por fontes externas de alta tensão. Estes atuadores aceitam até 1000 V, apresentando um deslocamento em torno de  $1\mu\text{m}/200\text{ V}$ . A cavidade de filtro e o OPO podem ser estabilizados através de circuitos de detecção síncrona.

As lâminas de Brewster (BP) podem ser inseridas no caminho da detecção, produzindo uma redução de 46 % na potência do feixe em estudo sem alterar a potência do oscilador local.

### 5.4.3 Caracterização do OPO

Em uma montagem inicial na qual não empregamos a cavidade de filtro, mas a injeção direta através do sistema de casamento de modo do OPO, procuramos maximizar a finesse da cavidade para diferentes temperaturas, obtendo o menor valor possível para a potência de limiar de oscilação. As curvas a seguir foram obtidas aplicando uma rampa de tensão sobre o PZT,

variando linearmente o comprimento da cavidade no tempo. Desse modo, temos nos gráficos uma redução linear do valor de  $L$  com a evolução temporal. Medimos o sinal sobre os detetores para os comprimentos de onda fundamental e do sinal gerado em torno de  $2 \mu\text{m}$ . A potência refere-se ao valor da injeção na cavidade do OPO.

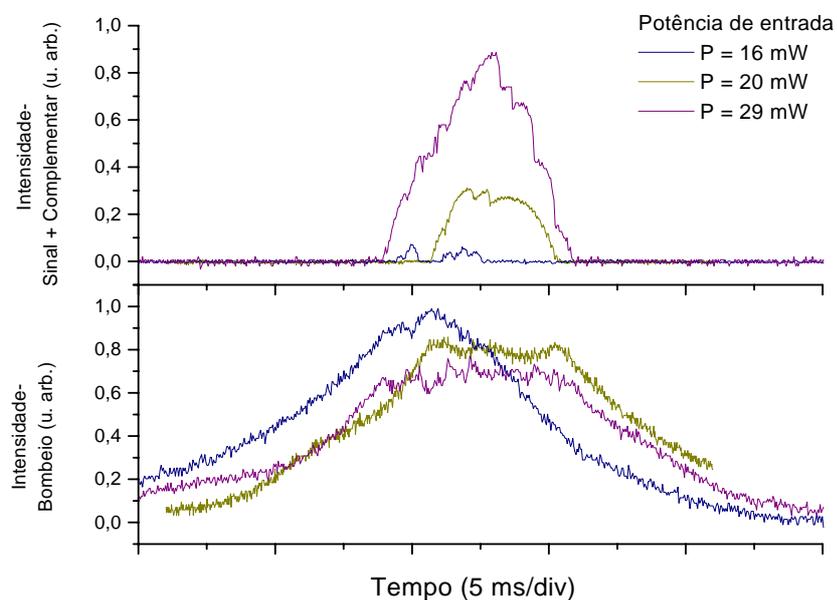
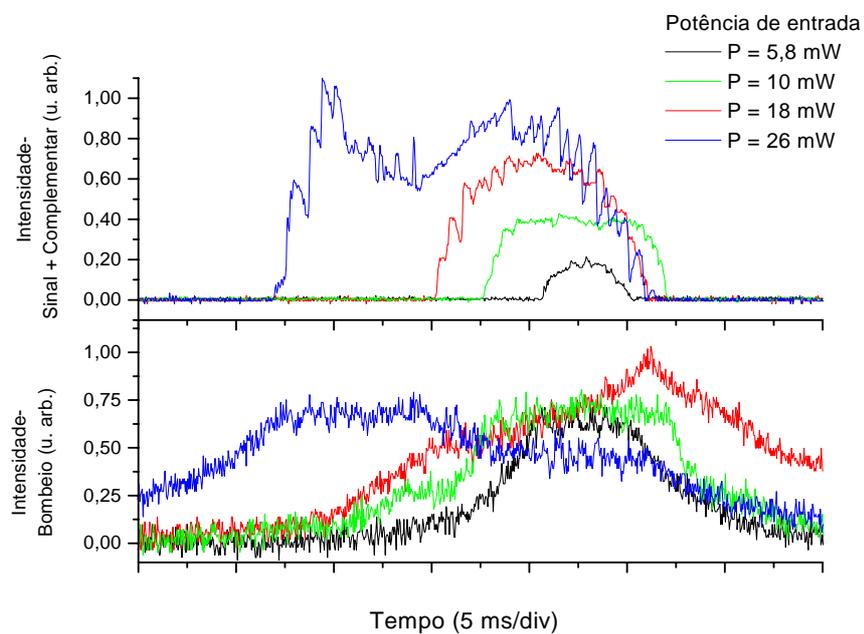
O primeiro resultado que observamos é a redução do limiar com o aumento da temperatura. Ele caiu de mais de 16 mW para  $186,3^\circ\text{C}$  para 1,2 mW a  $190,5^\circ\text{C}$ , para a trilha de período de  $30,95 \mu\text{m}$ . Tal mudança deve-se à variação do comprimento de onda dos feixes gerados com a temperatura, como vemos na curva fornecida pelo fabricante para o comprimento de onda do complementar em função da temperatura do cristal (figura 5.4). Note que quando nos afastamos da degenerescência, a banda estreita dos espelhos da cavidade faz com que as perdas da cavidade aumentem, e com isso o limiar de oscilação aumenta rapidamente.

Na figura 5.9 vemos a saída do OPO longe da degenerescência ( $T=186,3^\circ\text{C}$ ). O limiar de oscilação se situa próximo à 16 mW. Ao contrário do observado para o OPO tipo II (capítulo 4), os modos se encontram muito mais próximos, não ocorrendo saltos nos quais a potência de saída cai a zero e não há depleção do feixe de bombeio. Como resultado, a potência intracavidade para o bombeio fica estabilizada em um valor quase constante durante a oscilação do OPO, não sendo evidenciado o seu comportamento quadrático.

Comparando ainda os resultados obtidos, vemos que, para o caso mais distante da degenerescência, observam-se certas descontinuidades na curva da saída (sinal+complementar), como vemos na figura 5.9. Estas descontinuidades correspondem a saltos entre diferentes modos longitudinais de oscilação. Conforme vimos na teoria, temos geralmente em um pico de ressonância do bombeio vários modos diferentes de oscilação possíveis para o par sinal e complementar, correspondendo a diferentes valores possíveis da frequência de batimento. A separação entre estes picos dependerá da diferença entre os índices de refração do cristal para os dois comprimentos de onda gerados na cavidade. Neste caso, onde os comprimentos de onda do sinal e complementar estão separados de centenas de nm, podemos considerar que o OPO irá se comportar de acordo com a equação 3.52 para a separação de duas posições de ressonância consecutivas, com um valor pequeno de  $\delta n$  dado pela dispersão. À medida que aumentamos a temperatura (figura 5.10), a diferença entre os comprimentos de onda dos feixes gerados diminui, e com ela o valor de  $\delta n$ . Como conseqüência, os picos ficam menos espaçados, sendo a custo distinguíveis (como podemos ver para uma alta intensidade de bombeio a  $189,5^\circ\text{C}$ ). A potência de limiar cai progressivamente com o aumento da temperatura.

O caso mais interessante ocorre ao atingirmos a condição quase degenerada (figura 5.11). Nesta situação, o OPO deverá se comportar conforme a equação 3.64. Neste caso os picos não são mais distinguíveis. Além disso, como temos uma dependência quadrática, há um comprimento limite para a oscilação da cavidade em uma dada ressonância do bombeio. Ao aumentar o comprimento da cavidade, não teremos mais um valor de  $\Delta\omega$  capaz de satisfazer a condição de ressonância do par sinal e complementar. No nosso caso, como estamos reduzindo o comprimento da cavidade no tempo, a oscilação é interrompida ao atingirmos o limite degenerado. Nesta situação, devido a degenerescência e a redução das perdas na cavidade, a potência de limiar atinge seu mínimo, próximo de 1 mW.

Outro efeito curioso que se forma é visto na figura 5.12. A saída do OPO na condição degenerada é medida para diferentes velocidades de varredura. As curvas são semelhantes, exceto pela formação de um pico nas proximidades da degenerescência. Não está claro qual seja

Figura 5.9: Oscilação do OPO com cristal QPM longe da degenerescência ( $T=186,3^\circ\text{C}$ ).Figura 5.10: Oscilação do OPO com cristal QPM próximo à degenerescência ( $T=189,5^\circ\text{C}$ ).

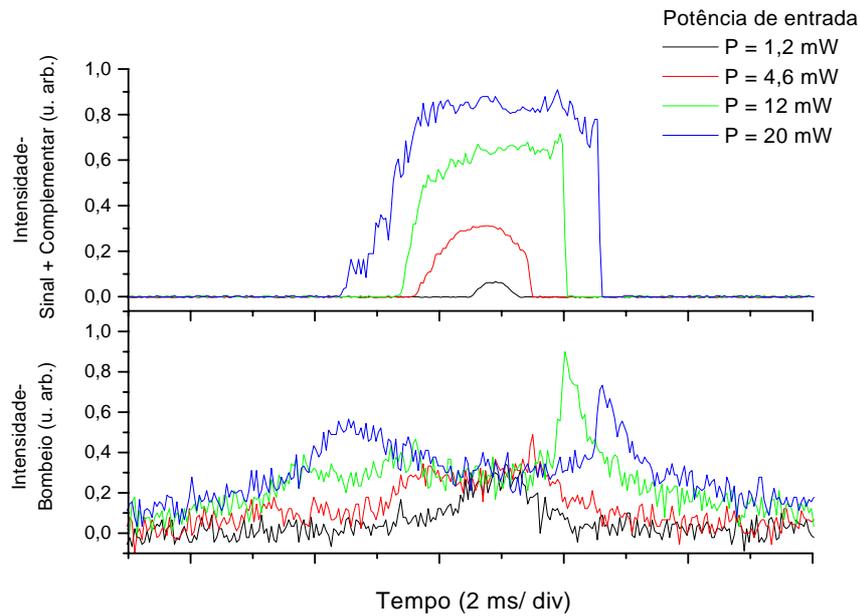


Figura 5.11: Oscilação do OPO com cristal QPM no caso degenerado ( $T=190,5^{\circ}\text{C}$ ).

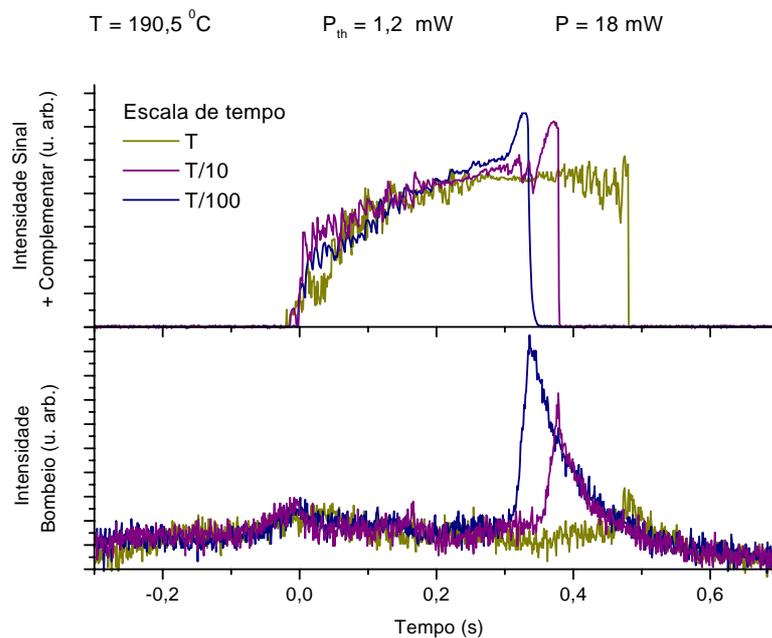


Figura 5.12: Oscilação do OPO com cristal QPM no caso degenerado, com diferentes velocidades de varredura.

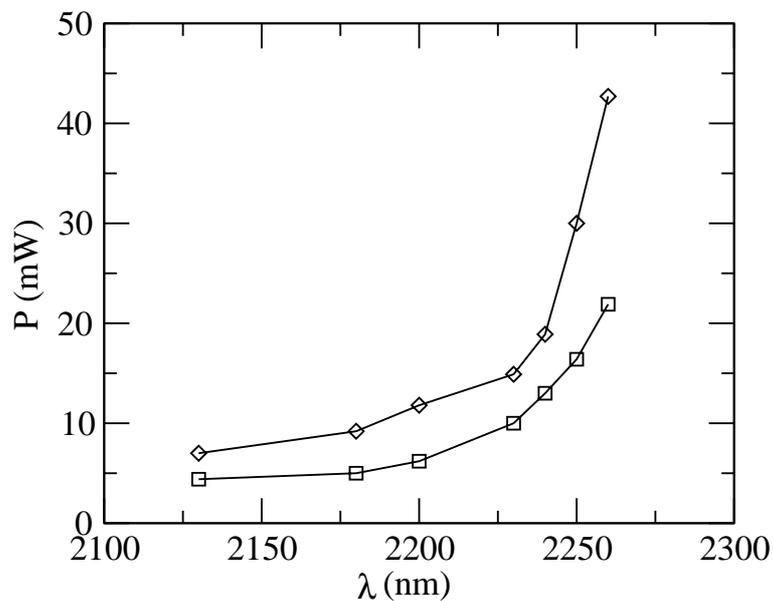


Figura 5.13: Limiar de oscilação para diferentes valores de comprimento de onda para o período de  $31,1\mu\text{m}$  [109]. Valores medidos ( $\diamond$ ) e valores calculados a partir dos valores de perdas dados pelos “coatings” (quadrados).

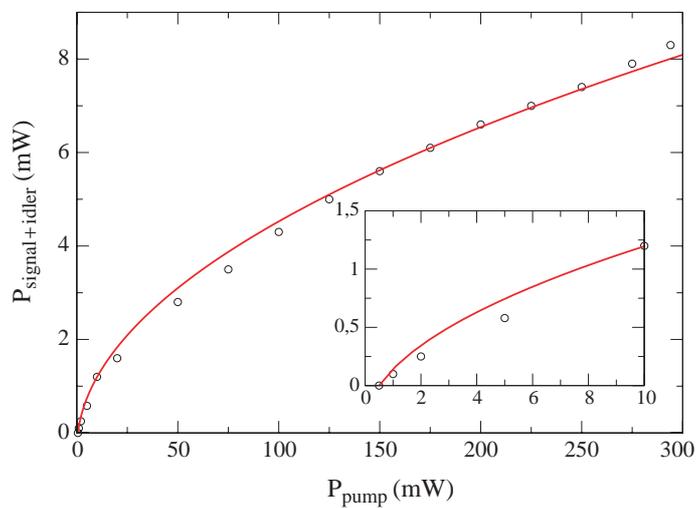


Figura 5.14: Potência de saída para OPO com cristal QPM, mostrando o baixo limiar de oscilação ( $500\mu\text{m}$ ).

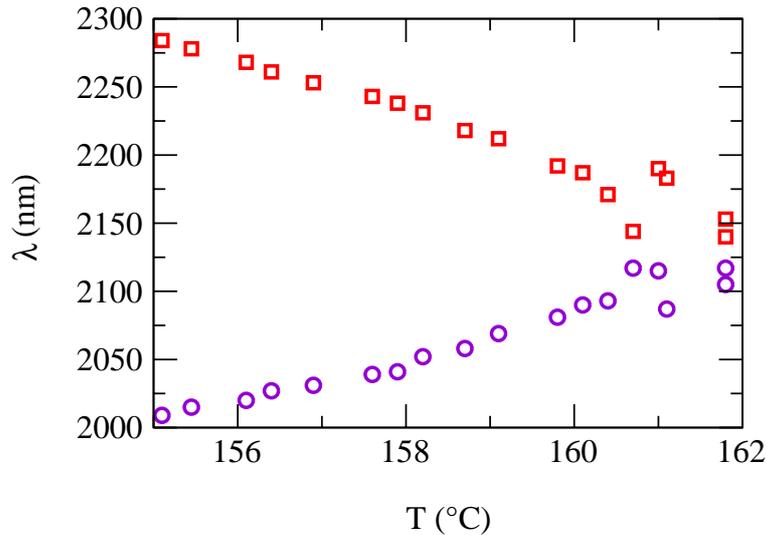


Figura 5.15: Comprimento de onda da saída do OPO em diferentes temperaturas, para o período de  $31,1\mu\text{m}$  [109].

a origem deste efeito, se por efeitos térmicos ele apresenta estas distorções no pico de saída, ou por que elas ocorrem apenas nesta condição limite da degenerescência.

Estas medidas estão de acordo com outras anteriormente realizadas no laboratório [109], quando verificou-se a mudança do limiar de oscilação com a temperatura. Isto deve-se basicamente à faixa estreita do “coating” aplicado aos espelhos. Saindo da condição degenerada, a transmitância tende a aumentar, levando conseqüentemente a um aumento do limiar. Isto está apresentado na figura 5.13, onde os valores teóricos (quadrados) correspondem àqueles obtidos com o as perdas dadas pelos fabricantes do cristal (reflexão nas superfícies) e pelos espelhos.

O baixo limiar de oscilação é mostrado para na figura 5.14, onde vemos a potência de saída em função da potência de bombeio [16]. O baixo limiar obtido ( $500\mu\text{m}$ ) é conseqüência da elevada finesse para os feixes sinal e complementar, e da grande não-linearidade efetiva no cristal PPLN. Com um cuidadoso alinhamento, a potência de limiar pode cair a valores tão baixos quanto  $300\mu\text{m}$ , aumentando com o tempo.

A curva do comprimento de onda do complementar para perfeito acordo de fase pela temperatura dada pelo fabricante é mostrada na figura 5.4. Esta curva concorda qualitativamente com aquela obtida por Grégoire Souhaite [109] (figura 5.15) onde mostra-se a saída do OPO em diferentes temperaturas para o período de  $31,1\mu\text{m}$ .

Após esta análise das condições de operação do OPO, comparamos as medidas com o modelo teórico do sistema, o qual leva em conta a temperatura e as condições para o acordo de fase do cristal QPM. É nesse modelo teórico que nos basearemos para calcular a compressão do feixe refletido pela cavidade.

### Resultados das simulações

Os resultados medidos para o OPO são comparados na figura 5.16 aos resultados calculados nas simulações numéricas. Nesta figura, mostramos os resultados da frequência de batimento obtida  $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$ , bem como da intensidade de saída do OPO para diferentes condições de temperatura e potência de bombeio. Os valores escolhidos foram tais que podemos compará-los às situações verificadas nas figuras 5.9 a 5.11. O pico de ressonância do bombeio na ausência de oscilação foi mantido nos gráficos para referência. Nos cálculos do seu valor exato, o resultado obtido é a depleção do pico, mantido em um valor quase constante.

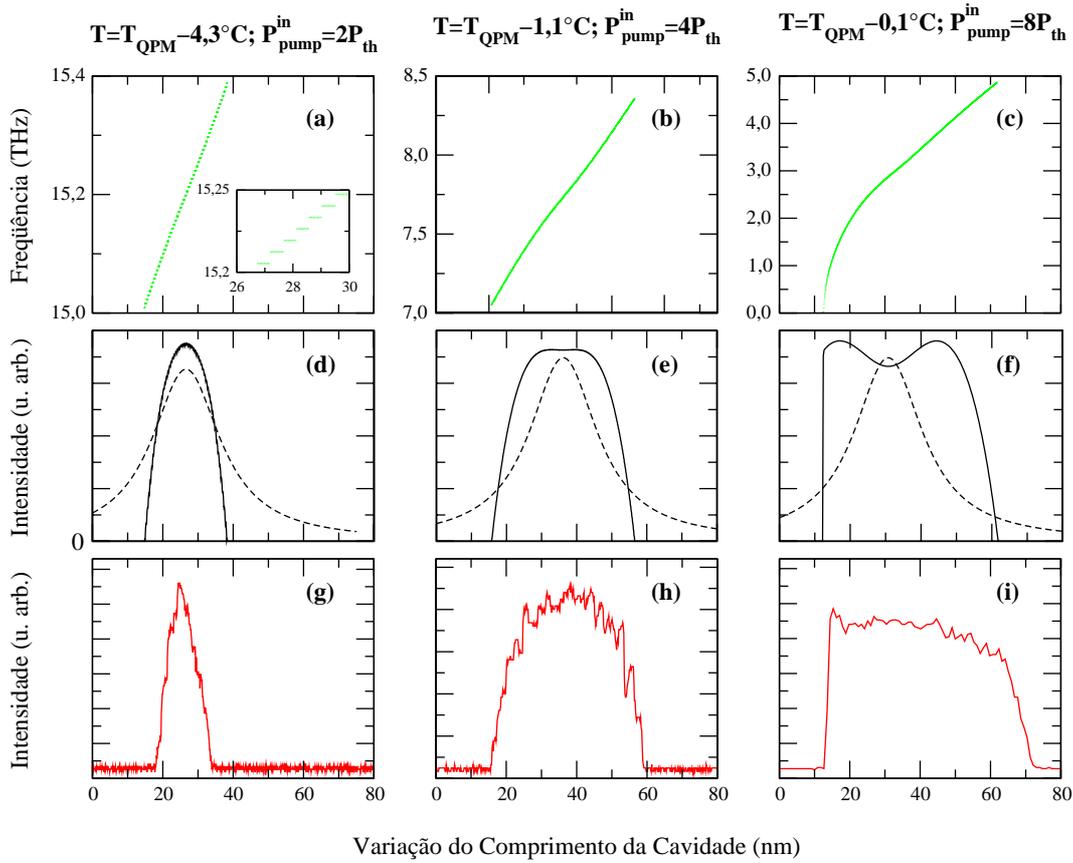


Figura 5.16: Estudo dos valores médios das intensidades do OPO-QPM. A diferença de frequência entre sinal e complementar é mostrada na primeira linha. A intensidade média do sinal é dada na segunda linha, e na terceira os valores obtidos experimentalmente. Nenhum ajuste foi realizado. A linha tracejada representa a ressonância do bombeio, calculada para a situação onde há ausência de oscilação ( $P < P_{th}$ ) sendo mostrada apenas para referência.

Os saltos de modos, observados em temperaturas afastadas daquela da degenerescência, não são verificados no cálculo teórico. Uma razão para isso é que o limiar de oscilação dos diferentes modos  $m$  são muito próximos, diferindo por um fator da ordem de  $10^{-3}$ . Por esse motivo, o

ponto exato para a ocorrência do salto não é preciso. Um modo pode se manter em oscilação mesmo que haja outro modo com limiar mais baixo, sendo necessária uma perturbação para que este salto ocorra. Em condições normais de operação, o modo pode se manter durante algum tempo antes que ocorra um salto.

No caso degenerado, vemos novamente a interrupção da curva ao atingir o limite da degenerescência, previsto na equação 3.64, estando de acordo com o resultado medido.

Sabemos então como variar a sintonia do OPO pela mudança de sua temperatura. Fica a questão se o OPO apresenta um comportamento puramente monomodo, ou se ele pode gerar múltiplos modos longitudinais para o sinal e o complementar. Para isso, estudamos a saída empregando a cavidade Fabry-Perot, descrita na figura 5.8.

#### 5.4.4 Saída Monomodo

Para analisar os modos do OPO, observando se este opera monomodo ou multimodo, precisamos manter o sinal de saída estável. Para isso, podemos fazer tanto a realimentação direta, estabilizando-o por uma tensão de referência, quanto usar uma detecção síncrona para estabilizá-lo na ressonância do par sinal+complementar. Nesta situação, as flutuações do sinal de saída são pequenas, não ocorrendo com frequência saltos abruptos de intensidade (figura 5.17).

Após a estabilização, observamos os modos do sinal gerado pela injeção do feixe em uma cavidade formada por dois espelhos esféricos confocais de raio  $R = 30$  mm. Neste caso, temos a sobreposição dos modos pares da cavidade de análise em um único pico de ressonância [57]. Para este comprimento de cavidade o intervalo espectral livre será de 2,5 GHz, próximo portanto do intervalo espectral livre da cavidade do OPO, em configuração quase concêntrica com espelhos de mesmo raio de curvatura.

O sinal transmitido pelo Fabry-Perot durante uma varredura da cavidade, conforme vemos na figura 5.18, apresenta apenas duas séries de picos, correspondendo aos dois comprimentos de onda (sinal e complementar). Note, no entanto, que para uma mesma temperatura do cristal podemos ter diversas séries de picos diferentes. O motivo é a presença, em um mesmo pico de ressonância do bombeio, de diversos picos de ressonância do sinal gerado, como podemos ver na figura 5.9. O circuito de detecção síncrona pode estabilizar a cavidade em qualquer um destes picos. Os saltos entre as posições podem ocorrer aleatoriamente, especialmente se perturbarmos o sistema através de vibrações mecânicas.

Mesmo próximo à degenerescência, onde as posições das ressonâncias dos picos se aproximam e apresentam valores de limiar muito semelhantes, temos ainda a geração de sinais monomodo. No entanto, dada a pequena distância entre as posições dos picos, os saltos ocorrem com muito mais facilidade (figura 5.19). Na condição de ressonância, fica difícil obter uma operação estável, e o sistema se mantém saltando entre diferentes modos, levando ainda a uma variação na intensidade de saída.

Já foi discutido teoricamente [110] que o OPO apresenta necessariamente uma saída monomodo longitudinal, isto é, que apenas um par sinal e complementar podem oscilar simultaneamente em um OPO. A razão é que o OPO irá oscilar no modo de limiar mais baixo. Em consequência, a potência intracavidade ficará limitada a este limiar inferior, e não poderá atingir o valor necessário para a oscilação de outro modo. Ao sairmos da ressonância deste modo, podemos permitir a oscilação de outro modo, que irá substituir aquele que estava anteriormente em

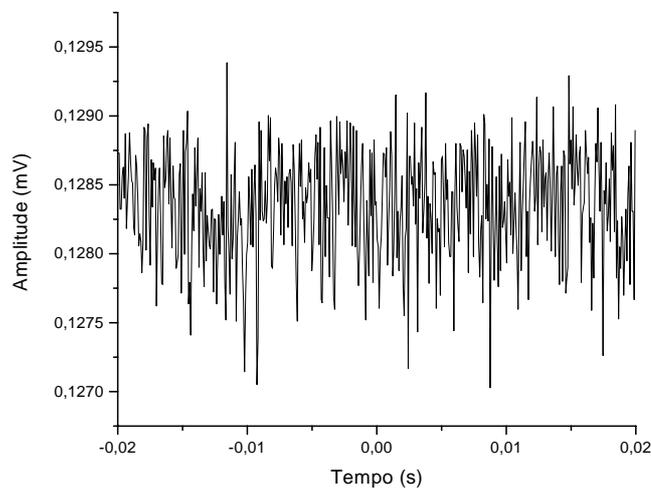


Figura 5.17: Estabilização da saída do OPO-QPM durante uma varredura de análise dos modos de saída ( $T=189,5^{\circ}\text{C}$ ).

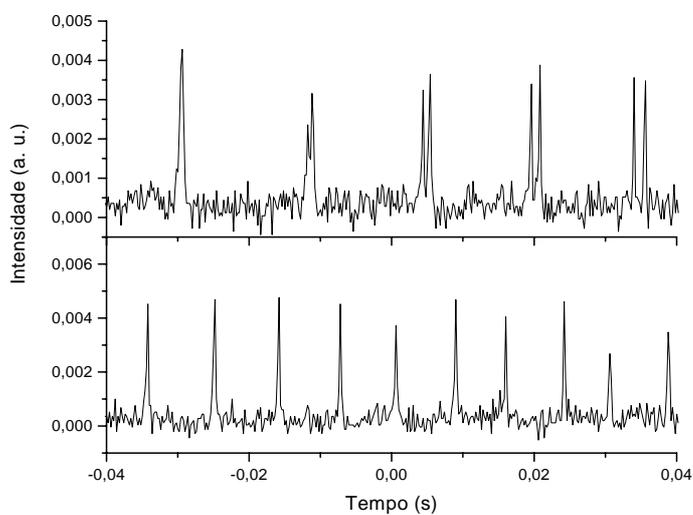


Figura 5.18: Diferentes modos de oscilação para diferentes condições de estabilização do OPO-QPM ( $T=189,5^{\circ}\text{C}$ ).

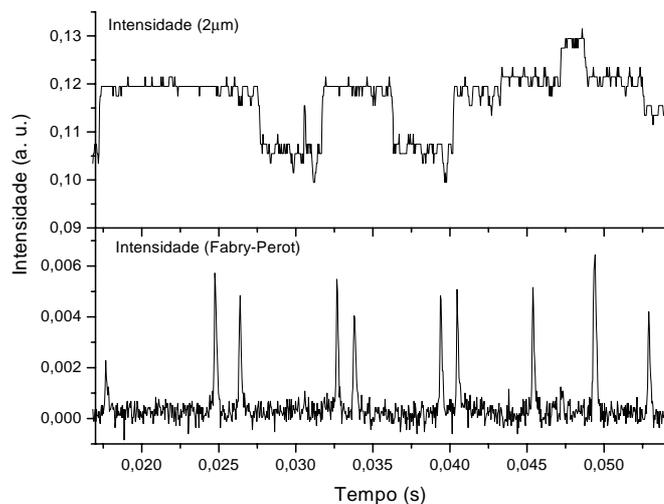


Figura 5.19: Instabilidade na estrutura de modos para saltos de intensidade de saída ( $T=190,5^{\circ}\text{C}$ ).

operação.

Para verificar se os picos observados para o sinal na figura 5.9 referem-se a uma única ressonância do OPO, fez-se uma varredura extremamente lenta deste, com uma varredura rápida do Fabry-Perot de análise. Conseguiu-se observar que cada curva contínua mostrada na figura 5.9 corresponde na realidade a um modo de oscilação, como vemos na figura 5.20

Concluimos então que a situação estável de operação de nosso OPO é com uma saída monomodo, não sendo observada a condição de operação multimodo. Quanto à condição degenerada, não foi verificada de forma estável, ocorrendo por vezes uma única série de picos no OPO, os quais não se mantinham de forma duradoura, sendo aleatoriamente substituídos por outras séries.

Procuramos agora a medida da compressão do ruído no OPO, comparando-a com os valores esperados. Iniciaremos pela medida do ruído na intensidade do feixe de bombeio refletido, passando depois à medida da compressão em quadratura.

#### 5.4.5 Medida do ruído de intensidade

Nas simulações mostradas na figura 5.21, vemos que a compressão máxima obtida para o feixe refletido pode chegar a 50% do “shot noise” na quadratura otimizada, como já fora demonstrado na ref. [65]. Note, no entanto, que não se trata de uma compressão nas flutuações de intensidade. Sobre a mesma figura, mostramos que as flutuações de intensidade podem apresentar tanto compressão quanto excesso de ruído, dependendo muito da dessintonia da cavidade e da potência de bombeio.

Fizemos uma tentativa de medir a compressão de ruído na intensidade, usando para isso

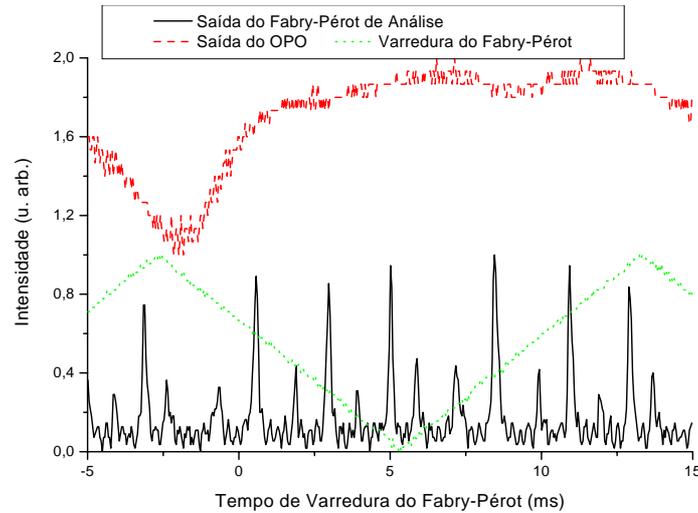


Figura 5.20: Saída monomodo para um pico de oscilação do OPO ( $T=186,3^{\circ}\text{C}$ ).

a varredura da cavidade, com a medida simultânea da intensidade e da potência de ruído, normalizando-o para duas varreduras simultâneas. Com a soma das fotocorrentes dos detetores da detecção homodina 5.8, obtivemos o ruído da intensidade do feixe. Na subtração, recuperamos o nível de “shot noise”.

Quando estas medidas foram realizadas, a configuração do sistema era um pouco diferente, pois as posições da cavidade de filtro e do isolador óptico estavam invertidas. Desse modo, não era toda a intensidade refletida pela cavidade que era medida pelo sistema de detecção homodina. Ainda que ela apresente uma reflexão efetiva de 30%, o que dificultaria a observação da compressão, esta refletividade depende de qual componente de frequência do campo que está sendo analisada. Desse modo, como ela tem uma largura de banda inferior a 1 MHz, ela irá transmitir a maior parte da intensidade média do feixe. No entanto, as componentes correspondentes às flutuações em uma faixa acima de 10 MHz são refletidas e podem ser medidas pelo sistema de detecção síncrona. Da medida destas flutuações, esperamos ver o espectro de ruído.

Para realizar as medidas, optamos pelo registro simultâneo disparado por um gatilho eletrônico, da potência do ruído e da intensidade do sinal durante um pico de oscilação na varredura da cavidade. Empregamos para isso detetores com amplificadores integrados, montados no laboratório. Sua saída de alta frequência, com elevado ganho, nos fornece a flutuação da intensidade incidente sobre o detetor. Já a saída DC fornece a componente de baixa frequência, proporcional à intensidade incidente.

Realizamos para diversas temperaturas as medidas da soma das flutuações de intensidade, normalizando-as pelo valor medido no osciloscópio para a intensidade média. Ao longo da varredura do pico, temos a redução do sinal refletido durante a ressonância do OPO, com a depleção devido a geração do sinal complementar. Se as flutuações de intensidade corresponderem ao limite clássico (“shot noise”), a normalização dará uma constante ao longo da varredura

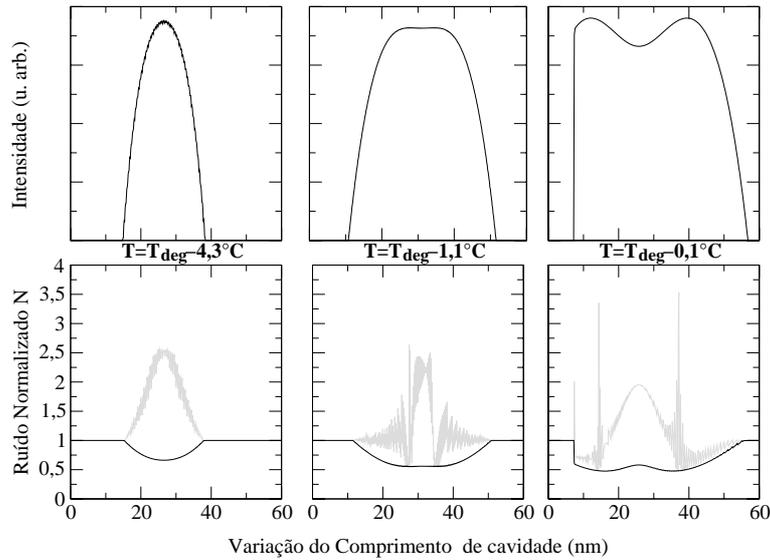


Figura 5.21: Perfil do ruído otimizado na quadratura (preto) e do ruído de intensidade (cinza) para diferentes comprimentos de cavidade em torno da ressonância do bombeio. Na parte superior, a intensidade de saída do OPO.

pelo pico. No entanto, se houver um aumento no ruído normalizado, isto representa um excesso de ruído. A redução deste ruído irá demonstrar a compressão.

Para verificar a validade do método, repetimos a medida, nas mesmas condições, normalizando a diferença entre o ruído medido em cada detetor pela intensidade média. Conforme vimos na seção 4.8.2, as flutuações neste caso devem ser iguais às flutuações de intensidade de um campo coerente.

Para a realização de medidas, selecionamos a frequência de análise de 8 MHz, onde a intensidade do ruído do laser corresponde ao “shot-noise” (sem excesso de ruído). Ajustamos a largura de banda (RBW) em 1 MHz, e a resolução de vídeo em um valor coerente com a baixa velocidade de varredura empregada. A potência de bombeio foi de 11 mW, para um limiar de 1,6 mW. A temperatura de operação ( $190^{\circ}\text{C}$ ) garante a operação em um valor com baixo limiar, bem próximo à ressonância, sem no entanto atingi-la.

Os resultados típicos são mostrados na figura 5.22. Como podemos ver, ao passar pela ressonância, temos a depleção do feixe refletido durante a oscilação do OPO. As medidas em preto correspondem à soma do ruído medido pelos detetores e, em cinza, à calibração do “shot noise”. Observe que temos um valor constante para a medida do “shot noise” (subtração dos sinais dos detetores), como é de se esperar na medida normalizada. No entanto, não foi observada a compressão. Surgem, no entanto, regiões de excesso de ruído nas bandas laterais do pico, como é de se esperar no caso de um elevado valor de dessintonia do bombeio.

Não foi possível observar a compressão das flutuações de intensidade do feixe refletido através da medida na varredura da cavidade. Como vemos na figura 5.21, a compressão de ruído de intensidade ocorre para regiões muito estreitas do comprimento de cavidade, não sendo possível

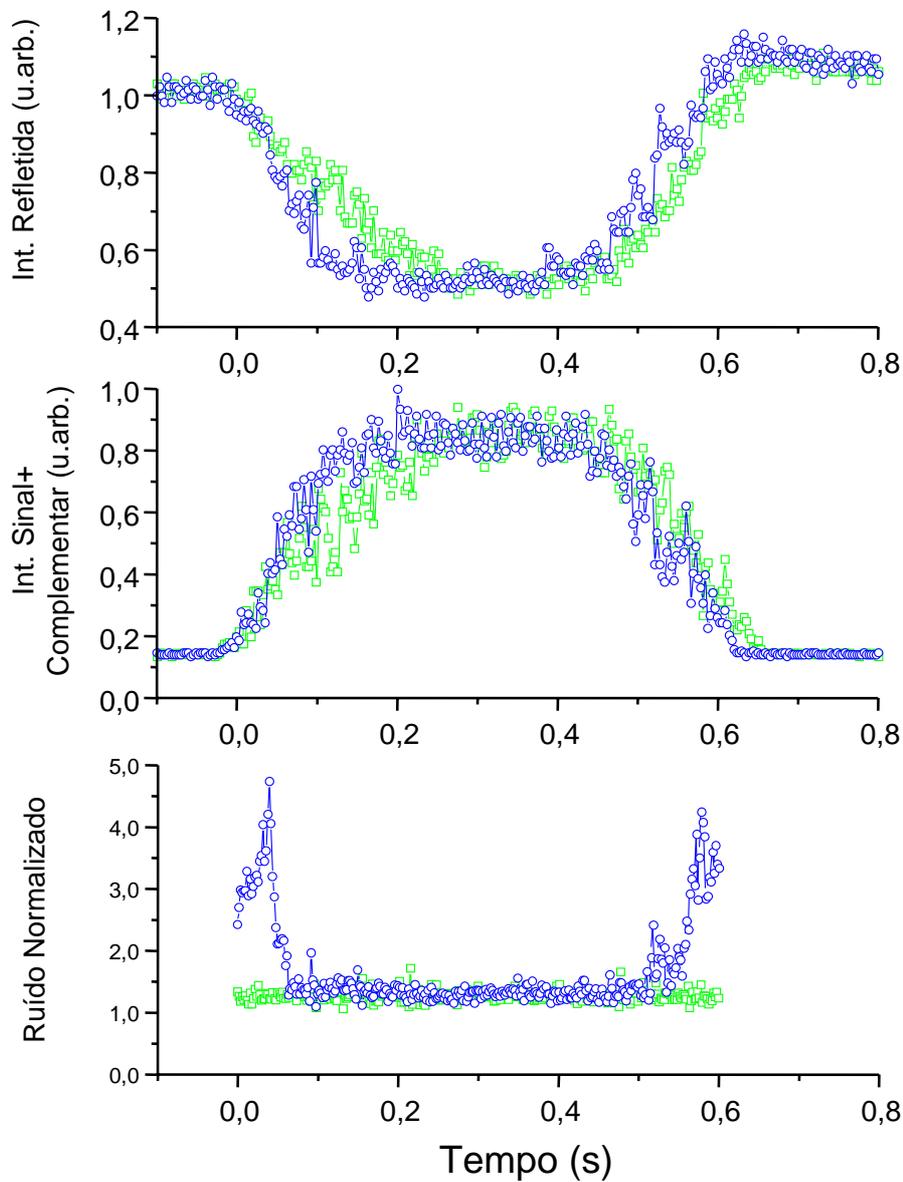


Figura 5.22: Medida do ruído refletido pela cavidade. Linha superior, intensidade do feixe refletido. No meio, potência de saída do OPO, linha inferior, potência do ruído do feixe refletido normalizada pela intensidade na condição de soma e subtração.

estabilizar o OPO precisamente no ponto de compressão das flutuações de intensidade. Vale lembrar ainda que a resolução de banda de vídeo e a resolução de largura de banda do Analisador de espectro vão necessariamente realizar uma média, integrando toda uma região de medida. Em conseqüência, devido a limitações técnicas, não foi possível verificar a compressão das flutuações de intensidade do bombeio refletido pelo OPO.

Como demonstramos a seguir, o mesmo não ocorre para a compressão de quadratura. Pela estabilização da cavidade, obteve-se um feixe refletido comprimido. Porém a dificuldade passa a ser a potência sobre os detetores, que pode levá-los à saturação quando juntamos ao feixe refletido o oscilador local. Descreveremos então os procedimentos para a medida com um oscilador local de potência próxima à do feixe analisado.

#### 5.4.6 Compressão do ruído de quadratura

Diante do insucesso da medida do ruído de intensidade com a varredura da cavidade, optou-se por realizar a medida do ruído do feixe usando um oscilador local para verificar a compressão nas quadraturas do campo.

Porém, temos aqui uma modificação com relação à técnica apresentada na seção 2.3.4. Neste caso, a potência refletida pela cavidade é da ordem de 1 mW. O oscilador local não pode ser muito intenso, pois neste caso saturaríamos os detetores ao atingirmos uma potência de 10 mW. Esta saturação acaba sendo percebida pelo sistema como uma redução na sensibilidade da medida, acompanhada por uma diminuição da eficiência quântica e uma conseqüente perda na validade dos valores medidos de fotocorrente.

Por isso, o oscilador local será de uma potência próxima à do feixe empregado, e a aproximação que havíamos usado na seção 2.3.4 não é mais válida. Habitualmente, temos o oscilador local muito mais intenso que o feixe em estudo, de modo que a variância da subtração das fotocorrentes pode ser aproximada por

$$\Delta^2(i_1 - i_2) \propto I_{LO} \Delta^2 E_\theta, \quad (5.49)$$

onde  $I_{LO}$  é a potência do oscilador local e  $\Delta^2 E_\theta$  é a variância da quadratura do campo em estudo. Variando-se a fase do oscilador local, podemos observar a variância em diferentes quadraturas, calibrando o resultado para o “shot noise” pelo simples bloqueio do feixe em estudo. Neste caso estaremos medindo as quadraturas do vácuo entrando pela porta livre do divisor de feixe. Verifica-se assim a compressão em quadratura de forma clara e inequívoca.

No entanto, se a intensidade do feixe estudado não puder ser ignorada nos cálculos, teremos a variância da subtração das fotocorrentes dos diodos dada por

$$\Delta^2(i_1 - i_2) \propto I_{LO} \Delta^2 E_\theta + I \Delta^2 E_{LO}, \quad (5.50)$$

onde as correlações entre os feixes são nulas, posto que eles foram obtidos pela divisão de um estado coerente em um divisor de feixe, não devendo neste caso apresentar correlações entre si.  $I$  é a intensidade média do feixe em estudo, no caso do feixe refletido pelo OPO, e  $\Delta^2 E_{LO}$  é a variância do oscilador local. Este corresponde, como vimos, às flutuações de um estado coerente graças à filtragem da cavidade. A contribuição das flutuações do oscilador local podem ser medidas diretamente pelo bloqueio deste, uma vez que, por estar no estado coerente,

ele deve apresentar flutuações semelhantes às do vácuo. Podemos desse modo descontar o seu valor na medida apresentada pela equação 5.50 e obter o nível de shot noise corrigido.

Para medir o ruído, usamos o par de detetores balanceados. O acordo de modo do feixe refletido com o oscilador local foi de 97 %. Como vemos na figura 5.8, o oscilador local é obtido a partir do feixe do laser refletido pelo polarizador de entrada do isolador ótico. A lâmina de quarto de onda QWP1 e o espelho M6, solidário a um PZT para variar a fase do oscilador, permitem o giro da polarização do feixe, que é então transmitido pelo mesmo polarizador. Este se sobrepõe ao feixe refletido pela cavidade do OPO, rejeitado pelo isolador ótico, com uma polarização ortogonal a este. A lâmina de meia onda HWP3 e o cubo polarizador PBS fazem a mistura dos feixes para a detecção homodina. A cavidade de filtro contribui para reduzir os efeitos de eventuais reflexões para o interior da cavidade do laser, que podem ocorrer no retorno do oscilador local ao polarizador do isolador ótico.

O OPO foi bombeado por uma potência de  $P_{pump}^{in} = 1,2$  mW, para um limiar de  $300 \mu\text{W}$  usando para isso a trilha de periodicidade  $31,1 \mu\text{m}$  no cristal PPLN. O cristal foi posto a uma temperatura um pouco abaixo daquela da degenerescência, assegurando uma operação estável e livre de saltos ( $T = 162^\circ\text{C} = T_{qpm} - 1^\circ\text{C}$ ). A potência refletida pelo OPO, medida sobre os fotodetetores, foi  $P_{pump}^{det} = 0,45$  mW. A potência usada do oscilador local foi  $P_{LO} = 1,2$  mW, podendo ser controlada pela inserção de filtros diante do espelho M6.

Nas medidas com o Analisador de Espectro selecionamos a frequência de análise de 6 MHz, dentro da banda passante da cavidade do OPO para o sub-harmônico e acima da região de excesso de ruído. A resolução (RBW) foi de 100 kHz, e a largura da banda de vídeo (VBW) foi de 10 kHz, reduzindo as flutuações do sinal medido. Nestas condições o nível de ruído eletrônico medido na ausência de luz foi de  $-102,6$  dBm. Na figura 5.23 temos a potência de ruído  $N_1$  medida para a varredura do oscilador local em presença do feixe refletido pela cavidade. A medida do nível de “shot noise” para o oscilador local e para o bombeio refletido é feita pelo bloqueio do feixe correspondente, fazendo a homodinagem do feixe restante com o vácuo entrando pela porta vazia do divisor de feixe formado pelo cubo polarizador. Deste modo, temos o nível de “shot noise” medido para o oscilador local mostrado em  $N_2$ .  $N_3$  é o nível de “shot noise” obtido para o bombeio refletido pelo OPO. A soma de  $N_2$  e  $N_3$ , descontado o ruído eletrônico, é mostrada no mesmo gráfico. Vemos que o ruído medido atinge valores inferiores ao nível equivalente do “shot noise”, correspondendo a uma compressão de quadratura abaixo do limite quântico.

Da equação 5.50 podemos calcular as flutuações normalizadas da quadratura  $N = \Delta^2 E_\theta / \Delta^2 E_{LO}$ . O ruído normalizado mostrado na figura 5.24 é calculado como  $N = (N_1 - N_3) / N_2$ , descontando-se o ruído eletrônico de cada medida de potência de ruído. Vemos na figura 5.24 que a redução de ruído chega a 30 %, o que corresponde a uma redução inferida de 38 % quando levamos em conta as perdas entre a cavidade e os detetores, além de sua eficiência quântica de 94%.

Uma forma simples de checar a compressão de ruído consiste em inserir perdas no feixe refletido pelo OPO, e refazer a medida do ruído normalizado. A compressão do ruído  $S = 1 - N$  deve variar linearmente com as perdas inseridas. Para produzir as perdas apenas no feixe refletido pelo OPO sem alterar a potência do oscilador local, introduzimos as lâminas de Brewster no trajeto do feixe, apresentando uma redução de 46% na intensidade refletida pela cavidade que chega ao sistema de homodinagem sem apresentar redução observável no feixe do oscilador local. Usando duas lâminas, garantimos que não há desalinhamento do sistema

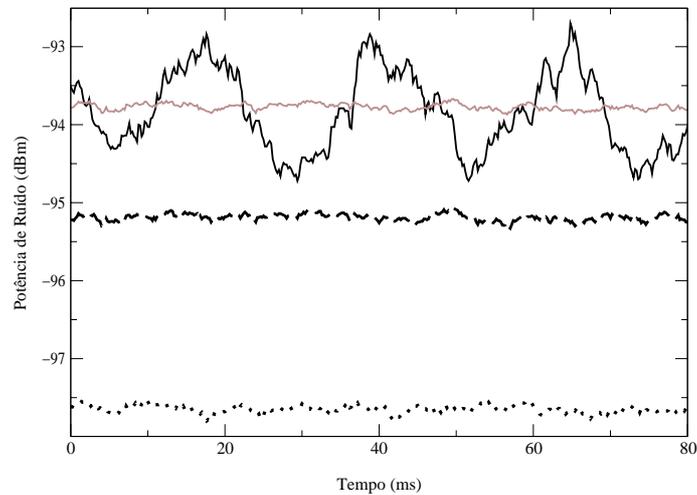


Figura 5.23: Potência de ruído medida na detecção homodina. Linha contínua: varredura do oscilador local, em homodinagem com a reflexão do OPO ( $N_1$ ). Linha tracejada: Nível de shot noise para o oscilador local ( $N_2$ ). Linha pontilhada: nível de shot-noise para a reflexão do OPO ( $N_3$ ). Linha cinza, soma do nível de shot noise do oscilador local com o da reflexão da cavidade, corrigida a dupla soma do ruído eletrônico.

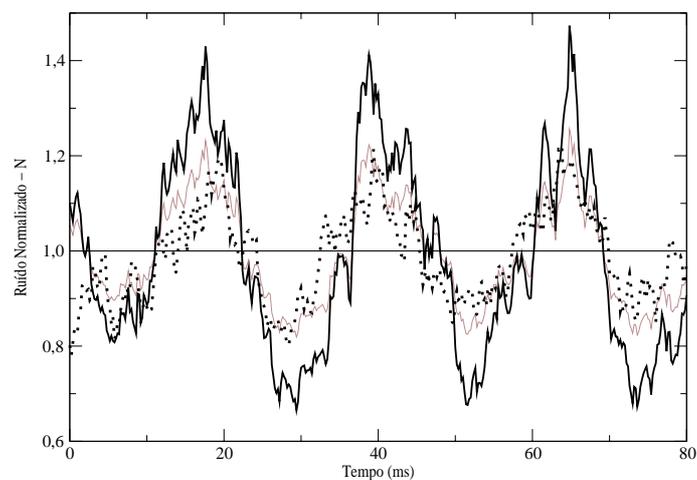


Figura 5.24: Ruído Normalizado ao nível do shot-noise. Linha contínua, compressão de ruído calculada a partir dos dados da figura 5.23. Linha cinza, valor esperado do ruído, se fossem inseridas perdas de 46% no feixe. Linha cinza, medida com as placas de Brewster inseridas no trajeto do feixe, concordando qualitativamente com o valor calculado da compressão.

de detecção do feixe, como vemos na figura 5.8. Na figura 5.24 a linha tracejada representa a medida realizada com atenuação, enquanto que a linha cinza mostra, para comparação, o resultado calculado para a introdução destas perdas, tomando como base a curva contínua do resultado previamente obtido. As duas curvas tem amplitudes semelhantes, o que confirma a compressão de ruído obtida [17].

Vemos então que os valores medidos de compressão (38%) são próximos ao valor de compressão de 44% esperado teoricamente. Entre as razões para a diferença, temos o acordo de modo do feixe refletido pelo OPO com o oscilador local, além do efeito de perdas na detecção e na cavidade para o modo do bombeio. Demonstramos ainda a aplicação de um sistema de homodinagem para medida de flutuações quânticas onde a potência do oscilador local é próxima à potência do feixe em estudo. Isto possibilita o estudo de feixes intensos com compressão de quadratura sem correr o risco de saturar os detetores, ou a necessidade de empregar cavidades de filtro para reduzir o valor médio do campo sem afetar suas flutuações [111, 7]. Neste caso, o oscilador local deve ter suas flutuações reduzidas ao “shot noise”.

A compressão do bombeio pelo OPO permite fazer um filtro ativo do ruído do laser de Nd:YAG. Além disso, o baixo limiar da cavidade empregada com um cristal PPLN [16] permite possíveis aplicações em fotônica, onde efeitos de biestabilidade podem permitir a construção de um circuito tipo “Schmidt trigger” ótico para baixas potências de chaveamento.

## Capítulo 6

# Modos transversos em cavidades concêntricas

Após termos estudado nos capítulos anteriores o oscilador paramétrico ótico, demonstrando a compressão de ruído nos feixes gêmeos e no feixe de bombeio refletido pela cavidade, iremos passar ao estudo dos modos de saída do OPO.

Nos casos precedentes, estudamos sempre a potência total do feixe de saída, sem nos ocuparmos da distribuição da intensidade dentro dos feixes. Verificaremos agora as estruturas formadas em cavidades operando em configurações degeneradas, operando com múltiplos modos transversos de saída. O objetivo final de tal estudo é a geração de estados com compressão local do ruído, obtido através de uma distribuição espacial do ruído sobre o feixe de saída.

Muito tem sido estudado sobre a formação de estruturas em modos transversos do Oscilador Paramétrico Ótico. Temos, por exemplo, a formação de estruturas de rolamento (“roll patterns”) na saída de OPOs em cavidades planas [112]. Outras configurações também foram estudadas, mostrando a geração de estruturas em cavidades confocais [12] e concêntricas [13].

Além da distribuição de intensidade nestes OPOs, podemos gerar, através destas cavidades degeneradas, estados comprimidos multimodos, onde a distribuição do ruído no feixe permite obter a compressão local. Tais estados podem servir para aumentar a resolução de imagens do perfil de um feixe, ou a medida de pequenos deslocamentos além dos limites dados pelas medidas com um estado coerente.

O oscilador paramétrico ótico em configuração degenerada é um forte candidato para a geração de tais estados. Como mostrado em [18], um campo monomodo não pode gerar compressão local de ruído. Para gerar uma compressão local, somente com fontes de luz com compressão multimodo, como osciladores paramétricos óticos em cavidades degeneradas abaixo do limiar, amplificadores paramétricos óticos gerando vácuo multimodo comprimido, mistura de quatro ondas, etc. Para uma ampla descrição destes processos, pode-se ver a ref. [113].

Nesta tese optamos por estudar os efeitos de operação multimodo do OPO, gerando luz em múltiplos modos da cavidade em oscilação. Diferente das propostas acima onde a medida da compressão espacial pede o uso de um oscilador local, as medidas da correlação de intensidade têm uma implementação mais fácil. No entanto, do ponto de vista teórico, o tratamento de múltiplos modos do OPO em oscilação intensa é extremamente complicado. Trabalhos en-

volvendo o desenvolvimento clássico já demonstram alto grau de complexidade [110]. Para o desenvolvimento quântico, este estudo é ainda mais difícil pelo acoplamento de múltiplos modos.

Veremos neste e no próximo capítulo algumas características clássicas e quânticas do OPO multimodo em configurações de cavidade concêntrica e confocal.

Na cavidade confocal, vamos usar o OPO para gerar um par de feixes gêmeos e, através de obstáculos, vamos investigar a distribuição de ruído dentro do feixe.

No OPO concêntrico aqui descrito, espera-se gerar feixes gêmeos com múltiplos modos transversos e uma distribuição simétrica espacial dos fótons. Vamos discutir as montagens implementadas e suas possíveis aplicações. Veremos as estruturas formadas por cavidades degeneradas contendo um cristal do tipo II, e uma tentativa de verificar a distribuição espacial do ruído nos feixes gerados. Mostraremos ainda as estruturas de saída para uma cavidade concêntrica com um cristal tipo I, e a oscilação em múltiplos modos transversos na degenerescência e fora dela.

Começaremos pela descrição das aplicações de estados comprimidos multimodo da luz. Mostraremos quais as configurações de cavidade a serem estudadas, com a definição da cavidade concêntrica e confocal. Apresentaremos o sistema de medida empregado e os resultados obtidos em diferentes regimes próximos à concentricidade.

## 6.1 Aplicações dos estados comprimidos multimodo

Os trabalhos iniciais de geração de estados comprimidos do campo lidaram sempre com o estudo das flutuações do campo elétrico realizando a medida na totalidade do feixe, integrando toda frente de onda no processo de detecção. O mesmo não ocorreu com as medidas de certos estados quânticos da luz, como o caso dos fótons gêmeos gerados por conversão paramétrica descendente espontânea [19]. Para estes estados, desde o início observou-se uma forte correlação do momento transversal dos fótons gerados [114] levando à idéia de formação de imagens quânticas no campo eletromagnético [115, 116, 117]. Estes resultados iniciais, junto a eventuais aplicações práticas dos estados comprimidos do campo, levaram a um crescente interesse pelos estudos teóricos do comportamento espacial da luz. Dois exemplos de aplicações de estados comprimidos multimodo são citados aqui, onde a geração de campos com compressão local de ruído leva a um aumento da resolução de imagens ou da medida de pequenos deslocamentos além do limite imposto pelas flutuações do campo.

### 6.1.1 Resolução de imagens

Considera-se tipicamente que o limite de resolução de imagens é dado pelo critério de Rayleigh para a distinção de duas fontes luminosas [118], baseado na separação entre os máximos dos picos de Airy das imagens das fontes. No entanto, se considerarmos a resolução possível para um perfil de intensidade pelos sistemas de detecção atuais, podemos medir a distribuição da intensidade e fazer a deconvolução da medida, recuperando a informação das fontes [119]. Desse modo, temos a redução do limite de resolução da imagem.

Para medirmos o perfil de intensidade de um feixe, empregam-se atualmente “chips” envolvendo múltiplos fotodetetores [8], como as CCD’s (“charge coupled devices” - dispositivos de carga acoplada) em que a incidência luminosa é traduzida pela carga em uma junção MOS

(metal-óxido-silício), e esta é chaveada internamente, produzindo a varredura dos níveis de tensão na matriz dos detetores. É o dispositivo habitualmente empregado na obtenção de imagens, seja em laboratório, seja em aplicações de vídeo (ainda que existam outros sistemas, baseados em tubos eletrônicos [120]).

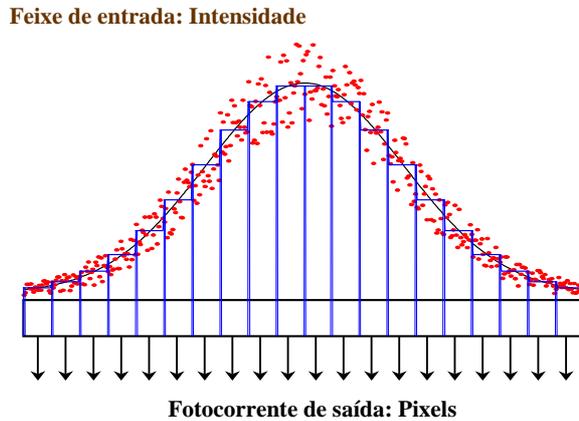


Figura 6.1: Medida do perfil de intensidade com uma CCD, vista como uma série de fotodetetores. O sinal de saída corresponde à integração da intensidade sobre a área  $S$  do pixel, e contém a flutuação de potência da área medida.

Consideremos então que queremos medir o perfil de intensidade de um feixe incidente sobre a CCD (figura 6.1). Se considerarmos apenas os aspectos clássicos do campo, teremos uma distribuição de intensidades, revelando a potência incidente em cada pixel. Desse modo, a descrição da intensidade não pode ser feita em um espaço contínuo, sofrendo uma discretização. A imagem obtida será tanto mais fiel à distribuição de intensidade quanto menor for o tamanho do pixel relativo à área iluminada. Ou seja, a resolução aumenta quanto maior for a densidade de fotodetetores iluminados pela seção transversa do feixe.

O que ocorre com o ruído da medida de potência? Como sabemos, para um estado coerente o ruído quântico varia com a raiz quadrada do número de fótons incidentes sobre o detetor (“shot noise”). A razão entre o sinal e o ruído irá variar igualmente com a raiz quadrada da potência média. Ao aumentar a quantidade de pixels iluminados pelo feixe, reduzimos a potência incidente sobre cada detetor, reduzindo igualmente a razão sinal/ruído.

Como vemos na ref. [121], a superfície mínima do pixel para um resultado unitário na razão sinal ruído para um estado coerente do campo é dada por

$$S_{min} = \frac{\sqrt{2N(\vec{\rho})}}{\|\vec{\nabla} N(\vec{\rho})\|} = \frac{\sqrt{2}L_{tip}}{\sqrt{N(\vec{\rho})}} \quad (6.1)$$

onde o comprimento típico pode ser calculado a partir da aproximação do gradiente da densidade local de fótons  $N(\vec{\rho})$ , dada em  $(m^{-2})$ , dependente da coordenada transversa do feixe.

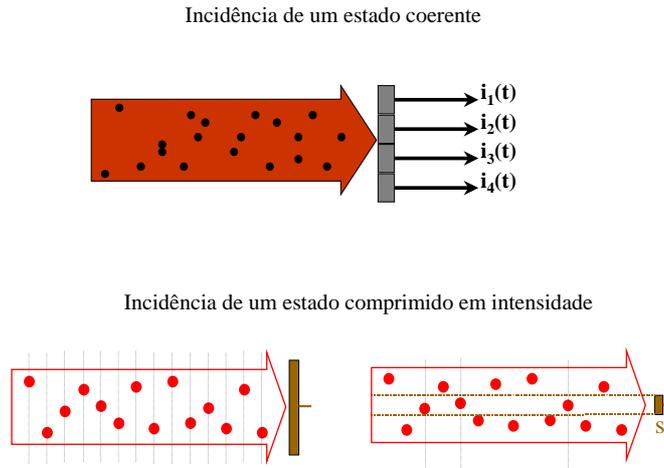


Figura 6.2: Medida do perfil de intensidade com uma CCD, para um estado coerente (distribuição aleatória de fótons no espaço e tempo) e para um estado comprimido em intensidade (visto como um feixe com regularização temporal do fluxo de fótons). A detecção em uma pequena área do feixe leva a distribuição de volta a uma poissoniana.

Teremos então um limite quântico para a resolução de imagens, dado pela flutuação da medida da intensidade luminosa. Note que um estado comprimido em intensidade sofreria do mesmo problema. Se os fótons estão aleatoriamente distribuídos dentro do feixe, o processo da sua detecção por um único pixel com área muito menor que a seção reta do feixe equivale a usar um filtro de densidade neutra de grande atenuação. O nível de ruído no pixel recai então ao limite do “shot noise” (figura 6.2).

Um campo multimodo pode apresentar uma distribuição local de flutuações, de modo a obter uma super-resolução na imagem. Uma descrição detalhada desta aplicação pode ser vista na ref. [122]. Veremos ainda, na seção 7.4 como a existência de estados quânticos multimodo permite a obtenção de uma compressão local de ruído.

### 6.1.2 Medida de pequenos deslocamentos

Uma motivação direta para o estudo das distribuições espaciais do ruído em feixes luminosos vem da necessidade tecnológica de melhorar a resolução para medidas de pequenos deslocamentos, feitas a partir da deflexão de feixes laser. Este é o caso dos microscópios de força atômica, onde o deslocamento vertical da alavanca que mapeia a superfície do substrato em estudo é feito pela medida da deflexão de um feixe laser por ela refletido [11]. A medida de efeitos térmicos usa largamente os efeitos de deflexão de um feixe sonda pela absorção e aquecimento de um feixe de prova, como é o caso da deflexão fototérmica [123] e do efeito miragem [10], permitindo a medida de deslocamentos da ordem de  $10^{-5}$  nm. Do mesmo modo, temos a aplicação do desvio do feixe ao estudo do deslocamento de moléculas [9].

Uma forma usual de medir um pequeno deslocamento de um feixe de luz consiste em incidir-lo sobre um detetor dividido em dois setores. Considere um feixe gaussiano posicionado de forma que exatamente metade de sua potência incida sobre cada setor do detetor (figura 6.3). A diferença entre as fotocorrentes dos dois setores será diretamente proporcional ao deslocamento  $D$  do feixe para pequenos valores de deslocamento [124].

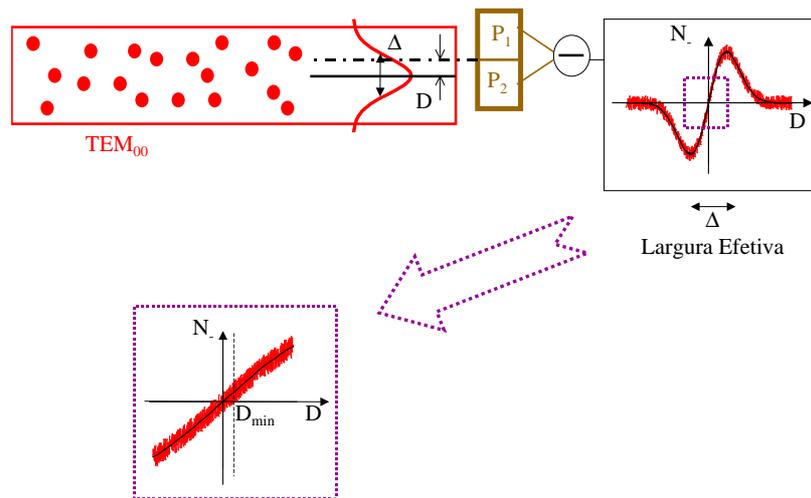


Figura 6.3: Sistema para medida de pequenos deslocamentos do feixe através de um fotodetector dividido em dois setores.

A resolução do deslocamento de um feixe luminoso ( $D_{min}$ ) acaba sendo limitada pelas flutuações quânticas da intensidade do feixe. Para uma relação unitária de sinal/ruído na medida do deslocamento, teremos

$$D_{min} = \frac{\Delta}{\sqrt{\langle N_{tot} \rangle}}, \quad (6.2)$$

onde a largura efetiva do feixe  $\Delta = \langle N_{tot} \rangle / \left( \frac{\partial \langle N_{-} \rangle}{\partial D} \right)$  é de  $0,63 w_0$  para um modo gaussiano fundamental.

Note que, nesse caso, a utilização de um feixe com a flutuação de intensidade comprimida não ajudaria no processo de detecção. Se tomarmos tal feixe e o observarmos sobre dois setores de um fotodetector dividido ao meio recuperaremos, na subtração das fotocorrentes, as flutuações referentes ao “shot-noise”, uma vez que não há uma correlação espacial dos fótons para este estado comprimido. Estes podem estar regularizados no tempo, mas mantêm uma distribuição aleatória no espaço.

Uma proposta para a geração de feixes com uma distribuição uniforme de ruído seria o emprego de OPOs com cavidade concêntrica. A idéia é que o par de fótons sinal e complemen-

tar emitidos guardariam, após múltiplas reflexões, as correlações de momento transverso que possuem no instante da sua geração. Além de gêmeos (correlação temporal), os feixes gerados seriam siameses (correlação espacial). Os feixes de saída apresentariam uma alta correlação espacial nas intensidades medidas no campo distante (ou seja, no domínio do momento). Seria possível, deste modo, suplantando o limite quântico obtido no caso de um feixe no estado coerente ou no caso de um feixe comprimido monomodo.

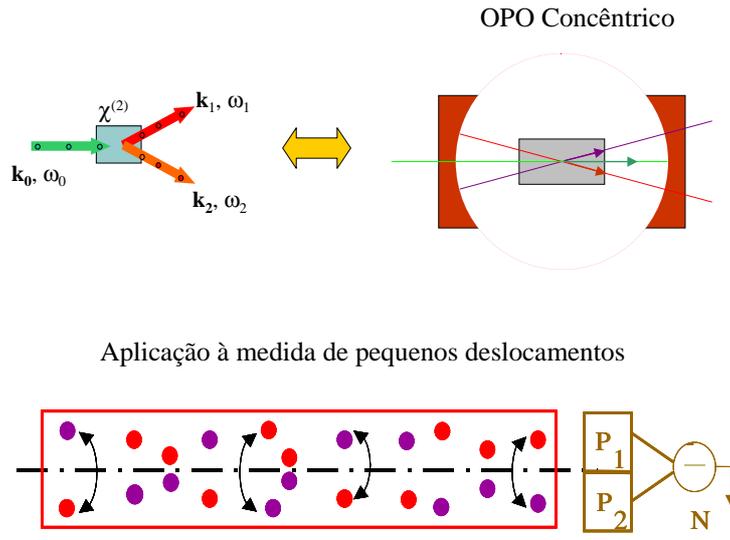


Figura 6.4: OPO com cavidade concêntrica como fonte de feixes “siameses” e seu uso para uma medida de alta resolução em pequenos deslocamentos.

Estudos teóricos apresentam diversas possibilidades de geração de luz com uma compressão local de ruído. Por exemplo, o vácuo comprimido gerado pela saída de um Amplificador Paramétrico Ótico (OPA) apresenta uma compressão multimodo transversa [125]. O mesmo é esperado de um meio Kerr, no caso da mistura de quatro ondas [126, 127].

Para meios não-lineares operando em cavidades, a presença de um meio ótico não-linear leva ao acoplamento dos vários modos transversos da cavidade entre si. Diversos estudos teóricos tratam da geração de ruído multimodo em cavidades degeneradas, como é o caso do OPO em cavidades confocal [128], plana [116] e concêntrica [129, 130].

Paralelamente, as estruturas formadas em feixes laser quando estes interagem com meios não-lineares, seja por ondas propagantes, seja com meios em cavidades, têm sido recentemente estudadas. Para osciladores paramétricos, temos já um histórico de geração de estruturas dentro dos feixes de saída do oscilador, seja em configuração confocal [12] ou concêntrica [13]. As abordagens teóricas, no entanto, não chegam ainda a descrever as estruturas formadas. Estas estruturas são um pré-requisito à geração de estados com um perfil espacial na com-

pressão quântica de ruído, o qual deve ocorrer, para interações em cavidades, apenas nos casos multimodo.

Apesar das previsões teóricas, os resultados quânticos para as flutuações do campo são ainda escassos. Temos um amplo tema de trabalho no estudo de estados de fótons gêmeos, por exemplo, onde se demonstrou o efeito de “antibunching” espacial [114]. No entanto, para estados macroscópicos do feixe são poucos os trabalhos realizados. Como exemplo, temos o estudo de um laser a gás em [131]. A exceção dos estudos da distribuição quântica do ruído fica por conta dos estudos com lasers de diodo [132] (inclusive lasers de cavidade vertical - VCSEL [133]), demonstrando a distribuição espacial do ruído nestes meios valendo-se de uma descrição multimodo do feixe de saída.

Os primeiros resultados para o estudo da distribuição de ruído nos feixes de um OPO começam a aparecer. Nosso trabalho recente, apresentado nesta tese, levou à demonstração de não-uniformidades na distribuição do ruído dentro de um OPO confocal [14]. Este é um primeiro indício do acoplamento das flutuações entre os modos transversos de um OPO, com o desenvolvimento de técnicas experimentais que permitem a análise dos feixes produzidos.

## 6.2 Modos transversos em cavidades com espelhos esféricos

Para compreendermos melhor a oscilação em modos transversos, vamos descrever as condições de ressonância para um feixe gaussiano dentro de uma cavidade formada por espelhos esféricos. Seguiremos de forma resumida a descrição apresentada no capítulo 19 da referência [57].

Considere uma cavidade linear formada por dois espelhos esféricos de raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$ , separados por uma distância  $L$  no vácuo, como mostrado na figura 6.5. Para que ocorra a oscilação estável, o modo gaussiano no interior da cavidade deverá ter os raios de curvatura  $R(z)$  dados pela equação A.6 exatamente sobrepostos à superfície refletora. Nesta situação, considerando que o diâmetro do feixe incidente sobre cada espelho  $2w(z_i) = 2w_i$  é muito menor que o diâmetro do espelho, o feixe gaussiano será exatamente refletido sobre si mesmo. Teremos então múltiplas reflexões do feixe gaussiano. Desse modo, o raio de curvatura dos espelhos e sua distância  $L$  irão definir o comprimento de Rayleigh  $z_R$ , e conseqüentemente a posição  $z = 0$  da cintura do feixe e seu diâmetro  $2w_0$ .

A cavidade irá definir, portanto, uma base de modos Laguerre-Gauss ou Hermite-Gauss para a parte espacial da envoltória da onda ressonante, com uma cintura de feixe dada pelos parâmetros  $R_1, R_2, L$  da cavidade. Um feixe transmitido por ela ou gerado em seu interior poderá ser facilmente descrito em uma destas bases.

É por este motivo que, em capítulos anteriores, buscamos o acordo de modo do feixe de bombeio à cavidade. Para um perfeito acordo de modo, altera-se o feixe gaussiano incidente por um conjunto de lentes, de modo que ele se sobreponha da melhor forma possível aos modos da cavidade. Geralmente buscamos a sua projeção no modo gaussiano fundamental ( $TEM_{00}$ ), como foi o caso do OPO com o cristal QPM. Neste caso, um desacordo de modo é visto pelo acoplamento do feixe a outros modos transversos da cavidade. Quando a ressonância dos modos transversos está longe da ressonância do modo fundamental, temos efetivamente uma perda de potência efetivamente injetada na cavidade.

O raio da cintura do feixe gaussiano  $w_0$  e sua posição no interior da cavidade podem ser

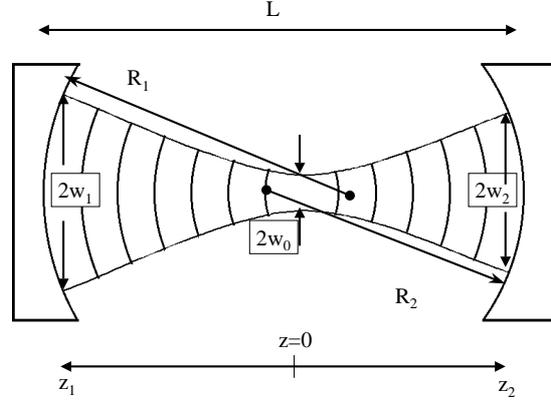


Figura 6.5: Cavidade composta por dois espelhos esféricos.

calculadas partindo dos raios de curvatura dos espelhos. Das equações dos feixes gaussianos (Apêndice A) temos

$$R(z_1) = z_1 + z_R^2/z_1 = -R_1 \quad \text{e} \quad R(z_2) = z_2 + z_R^2/z_2 = R_2. \quad (6.3)$$

com o comprimento de Rayleigh  $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ . As equações serão descritas de forma mais conveniente se substituirmos os raios de curvatura dos espelhos pelos parâmetros  $g$  da cavidade, definidos como

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i}. \quad (6.4)$$

Podemos calcular o raio da cintura do feixe, bem como os raios dos feixes incidentes sobre os espelhos, obtendo

$$w_0^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2}}, \quad w_1^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)}} \quad \text{e} \quad w_2^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)}}, \quad (6.5)$$

e para os valores do comprimento de Rayleigh e as distâncias dos espelhos à cintura do feixe teremos

$$z_R^2 = L^2 \frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2}, \quad z_1^2 = L \frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)} \quad \text{e} \quad z_2^2 = L \frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)}. \quad (6.6)$$

Vemos imediatamente que as soluções são reais apenas se a condição

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (6.7)$$

for satisfeita. Caso contrário, as cavidades serão instáveis, apresentando grandes perdas por difração. Ainda que muito úteis em lasers [57], estas cavidades instáveis não são interessantes

para os estudos de efeitos quânticos em OPOs no regime contínuo, como aqueles descritos neste trabalho. Para este caso, queremos o mínimo de perdas da cavidade se quisermos uma oscilação a baixas potências de bombeio e correlações quânticas entre os feixes gerados.

Podemos representar a condição de estabilidade em um diagrama (figura 6.6), onde apresentamos os diferentes tipos de cavidade em função dos seus parâmetros ( $g_1, g_2$ ). A linha diagonal representa a condição dada por osciladores simétricos, onde  $g_1 = g_2 = g$ . Outro tipo de cavidade freqüentemente usada é aquela que emprega um espelho plano e um espelho esférico. Neste caso a cintura do feixe se situa sobre o espelho plano, o qual apresenta um valor  $g_2 = 1$ . Este tipo de cavidade, também conhecido por cavidade semi-simétrica, apresenta semelhanças às cavidades simétricas no que se refere a seu alinhamento, porém com diferenças nas freqüências de ressonância dos modos transversos, como veremos a seguir.

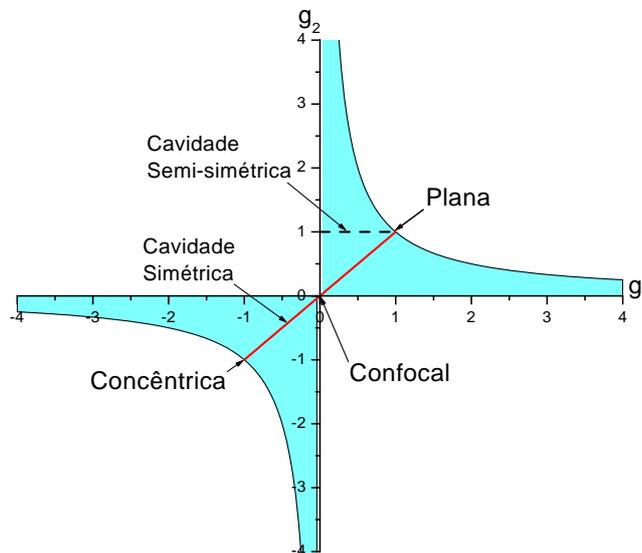


Figura 6.6: Plano dos parâmetros  $g$  das cavidades com espelhos esféricos. As regiões das cavidades estáveis estão sombreadas. Neste plano, situamos as configurações de cavidades simétrica e semi-simétrica.

Os raios dos feixes incidentes sobre os espelhos e o raio da cintura do feixe para cavidades simétricas pode ser obtido a partir das equações 6.5. O comprimento de Rayleigh, neste caso, varia na forma  $z_R = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{1+g}{1-g}}$ . Vemos que para uma cavidade concêntrica o valor de  $z_R$  tende a zero, implicando em uma divergência crescente do feixe à medida que nos aproximamos deste limite. Na concentricidade exata, a divergência é suficientemente grande para que a aproximação paraxial perca a validade. Já na cavidade confocal, no limite  $g \rightarrow 0$ , o valor do comprimento de Rayleigh vai a  $z_R = L/2$ , o que significa que a divergência do feixe é pequena. Para a cavidade plana, o comprimento de Rayleigh tende ao infinito, o que mostra a situação instável para esta cavidade, na qual a aproximação paraxial perde novamente a validade.

Geometricamente, vemos que a cavidade confocal é pouco crítica quanto ao alinhamento.

Nesta cavidade, o centro do raio de curvatura de um espelho se situa sobre a face do outro, de modo que um desalinhamento da cavidade desloca seu eixo, sem afetar sua estabilidade. Já para as cavidades plana, concêntrica e semiconcêntrica, o desalinhamento representa uma grande perda por difração, sendo então que estas cavidades apresentam maiores dificuldades para o alinhamento.

Para as diferentes cavidades, teremos diferentes valores para as freqüências de ressonância, conforme o modo transversal que oscile em seu interior. Veremos então quais as condições necessárias para a degenerescência dos modos transversos das cavidades.

### 6.2.1 Ressonância dos modos transversos

A condição de ressonância da cavidade pode ser observada pela propagação de um feixe gaussiano em seu interior. Da equação do feixe gaussiano (eqs. A.12 e A.13), vemos dois termos de fase dependentes da coordenada longitudinal  $z$ , um vindo da evolução rápida da frente de onda  $k(z_2 - z_1) = kL$  e outro do termo de fase de Gouy  $\psi(z)$  e da ordem  $s$  do modo transversal  $(s+1) \times [\psi(z_2) - \psi(z_1)]$ , onde  $s$  é um inteiro. Na descrição do feixe em coordenadas cartesianas, na base de Hermite-Gauss, a ordem  $s$  é dada pela soma das ordens dos modos  $\{m, n\}$  nas duas coordenadas transversas  $\{x, y\}$ . Já na base de Laguerre-Gauss, descrita em coordenadas cilíndricas, este termo traz a contribuição do termo de ordem radial  $p \geq 0$  e do termo de ordem angular  $j$ , de modo que  $s = 2p + j$ .

A fase de Gouy é dada por  $\psi(z_i) = \arctan(z_i/z_R)$ , de modo que a fase acumulada em uma passagem pela cavidade é  $\phi(z_2 - z_1) = kL - (s+1) \times [\psi(z_2) - \psi(z_1)]$ . Dos valores de  $z_1$  e  $z_2$  dados pela equação 6.6 temos que

$$\psi(z_2) - \psi(z_1) = \pm \arccos \sqrt{g_1 g_2}, \quad (6.8)$$

onde empregamos o valor negativo se  $g_1, g_2 < 0$ , e o valor positivo se  $g_1, g_2 > 0$ . Para uma cavidade simétrica esta fase é dada por

$$\psi = \psi(z_2) - \psi(z_1) = \arccos(g), \quad (6.9)$$

onde o valor da diferença de fase situa-se entre  $\pi \geq \psi \geq 0$ . Vemos claramente que, na cavidade concêntrica, este termo contribui com uma fase  $\pi$  à propagação do feixe, tendendo a zero numa cavidade plana.

A condição de ressonância é obtida quando a fase em uma volta completa da cavidade é um múltiplo inteiro de  $2\pi$ , de modo que há uma contribuição aditiva entre os campos a cada volta. Ou, para uma passagem simples no interior da cavidade, a fase deve ser um múltiplo inteiro de  $\pi$  ( $\phi(z_2 - z_1) = \pi q$ , onde  $q$  é um inteiro), que determina a ordem do modo longitudinal de oscilação.

A ressonância dependerá tanto da ordem  $q$  longitudinal quanto da ordem  $s$  do modo transversal de oscilação. Para um dado comprimento  $L$  da cavidade simétrica, as freqüências de ressonância serão dadas por

$$\nu_{q,s} = FSR \left[ q + (s+1) \frac{\arccos(g)}{\pi} \right], \quad (6.10)$$

onde o intervalo espectral livre é dado por  $FSR = \frac{c}{2L}$ . Ou ainda, para uma frequência fixa, a cavidade será ressonante para um comprimento

$$L_{q,s} = \frac{\lambda}{2} \left[ q + (s + 1) \frac{\arccos(g)}{\pi} \right]. \quad (6.11)$$

Ou seja, as frequências de ressonância dos modos transversos estão separadas por  $\arccos(g)/\pi$ .

A densidade de modos transversos dentro de um intervalo espectral livre, mantendo-se no mesmo modo longitudinal  $q$ , é dada por

$$N_{tr} = \frac{\pi}{\arccos(g)}. \quad (6.12)$$

A cavidade é não-degenerada se  $\nu_{q,s} = \nu_{q',s'}$  somente se  $q = q'$  e  $s = s'$ . Porém, podemos ter situações onde vários modos estão ressonantes com a cavidade, ainda que representem diferentes modos transversos e longitudinais. Estes casos degenerados ocorrem quando  $N_{tr}^{-1}$  for fracionário, do tipo  $(q - q')/(s - s')$ . Há portanto uma infinidade de situações onde temos a cavidade degenerada. Vamos considerar alguns casos específicos, estudando os casos de elevada degenerescência.

- Cavidade concêntrica ( $2R = L \Rightarrow N_{tr} = 1$ ): Esta situação implica que  $g \rightarrow -1$ . Para a concentricidade exata, temos que  $\arccos(g) = \pi$ . Há uma degenerescência para os modos  $\{q, s\}, \{q + 1, s - 1\}, \{q + 2, s - 2\}, \dots$ , ou seja, para  $q + s = p$  com  $p$  inteiro. Isto pode ser facilmente compreendido ao lembrar que, na condição concêntrica, a fase de Gouy é de  $\pi$ , o que implica que em uma volta completa o modo de ordem  $\{q, s + 1\}$  tem uma fase adicionada, equivalente a um período de acréscimo com relação ao modo  $\{q, s\}$ , sendo no entanto ressonante com o modo  $\{q - 1, s\}$ . Na varredura do comprimento da cavidade, as ressonâncias de todos os modos transversos serão coincidentes com a ressonância do modo fundamental.
- Cavidade confocal ( $R = L \Rightarrow N_{tr} = 2$ ): Há degenerescência para os modos  $s$  pares se  $q + s/2 = i$  ou para todos os modos  $s$  ímpares se  $q + (s + 1)/2 = i$ . Na varredura, há duas séries de picos para um intervalo espectral livre. É por este motivo que costuma-se dizer que na cavidade confocal o intervalo espectral livre é igual à metade do intervalo espectral livre de uma cavidade qualquer:  $FSR_{conf} = \frac{c}{4L}$ . Nesta tese, manteremos a definição do intervalo espectral livre  $FSR = \frac{c}{2L}$  mesmo para a cavidade confocal, por conveniência na descrição.
- Cavidade plana ( $R \rightarrow \infty \Rightarrow N_{tr} \rightarrow \infty$ ): Agora temos  $\arccos(g) = 0$ . Ou seja, todos os modos transversos serão coincidentes com o modo fundamental transversal ( $s = 0$ ).
- Cavidade semi-concêntrica ( $R_1 = L, R_2 \rightarrow \infty$ ): Nesta condição, como vemos pela fase de Gouy, temos novamente  $N_{tr} = 2$ . Ou seja, repete-se a situação de degenerescência da cavidade confocal, pois temos uma fase de Gouy de  $\pi$  somada para uma volta completa da cavidade.

Note que estas condições de ressonância são muito estritas, ainda mais ao lembrarmos que o limite da concentricidade e da cavidade plana são limites instáveis, portanto de difícil implementação. Será conveniente definir uma região de valores para o comprimento de cavidade na qual os picos de ressonância dos diferentes modos se confundem. Considere a finesse  $F$  da cavidade, que é igual ao intervalo espectral livre dividido pela largura de banda  $BW$ , à meia altura do pico de ressonância,

$$F = \frac{FSR}{BW} \simeq \frac{2\pi}{T}, \quad (6.13)$$

para a perda de potência da cavidade  $T \ll 1$ . Diremos que a cavidade é degenerada se a separação entre dois picos adjacentes ( $\nu_{q,s}, \nu_{q',s'}$ ) for inferior à largura de banda  $BW$  da cavidade, de modo que os picos se confundam. Vamos calcular a faixa de valores  $\delta L$  do comprimento da cavidade no qual a degenerescência se mantém.

### Cavidade confocal

Fazendo o limite  $g \rightarrow 0$ , o termo de fase de Gouy pode ser aproximado por  $\psi \simeq \frac{\pi}{2} + g$ , de modo que a separação entre dois comprimentos de cavidade ressonantes adjacentes é  $\Delta L_{q,s,q',s'} = L_{q,s} - L_{q',s'} = -\lambda g/\pi$ , ou em termos de frequência

$$\Delta\nu_{q,s,q',s'} = \nu_{q,s} - \nu_{q',s'} = -FSR \frac{2g}{\pi} \quad (6.14)$$

quando  $q - q' = 1$  e  $s - s' = -2$ . A separação entre os modos varia de forma linear, definindo a região de confocalidade para uma cavidade com perdas não nulas. Expressando em termos do comprimento da cavidade  $L$  e do raio de curvatura  $R$  dos espelhos temos a região confocal dada por  $|\Delta\nu| < BW$ , ou seja

$$|\delta L_{cf}| < \frac{\pi}{2F} R \simeq \frac{T}{4} R \quad (6.15)$$

onde  $\delta L_{cf} = R - L$  é a distância da cavidade à condição de confocalidade exata.

### Cavidade concêntrica

No limite  $g \rightarrow -1$ , o termo de fase de Gouy é  $\psi = \pi$ . Nesta condição, podemos descrever  $g$  por uma função quadrática de  $\psi$ , ou seja

$$g = \cos \psi \simeq -1 + \frac{(\pi - \psi)^2}{2} \Rightarrow \psi = \pi - \sqrt{2(g+1)}, \quad (6.16)$$

de modo que a separação entre duas posições de ressonância adjacentes é  $\Delta L_{q,s,q',s'} = -\frac{\lambda}{2} \frac{\sqrt{2(g+1)}}{\pi}$  ou em termos de frequência,  $\Delta\nu_{q,s,q',s'} = -FSR \frac{\sqrt{2(g+1)}}{\pi}$ , quando  $q - q' = 1$  e  $s - s' = -1$ .

A região de concentricidade passa a ter uma dependência quadrática com as perdas da cavidade

$$\delta L_{cc} < \frac{R\pi^2}{2F^2} \simeq \frac{T^2}{8} R \quad (6.17)$$

onde  $\delta L_{cc} = 2R - L$  é a distância da cavidade à condição concêntrica.

### Cavidade plana

De modo semelhante à cavidade concêntrica, temos no limite  $g = 1$ ,  $\psi = 0$ . Podemos fazer a aproximação

$$g = \cos \psi \simeq 1 - \frac{\psi^2}{2} \Rightarrow \psi \simeq \sqrt{2(g-1)}. \quad (6.18)$$

Por isso a separação entre duas posições de ressonância adjacentes é dada por  $\Delta L_{q,s,q',s'} = \frac{\lambda}{2} \frac{\sqrt{2(g-1)}}{\pi}$  ou em termos de frequência  $\Delta \nu_{q,s,q',s'} = FSR \frac{\sqrt{2(g-1)}}{\pi}$  quando  $q - q' = 0$  e  $s - s' = 1$ .

Vemos então que a definição da região degenerada da cavidade plana é semelhante ao caso concêntrico. Considerando que a cavidade é formada por espelhos de raios de curvatura  $R$  arbitrariamente grandes, separados por uma distância  $L$  teremos

$$\delta L_{pl} = L < \frac{R\pi^2}{2F^2} \simeq \frac{T^2}{8} R. \quad (6.19)$$

Note que, ainda que a região degenerada possa ser muito grande, graças a um grande valor de  $R$ , teremos por um lado o problema de alinhamento da cavidade no limite da estabilidade, e por outro lado a formação de lentes térmicas, que alteram a fase de Gouy no feixe ressonante, tirando-o da condição degenerada [13].

### Cavidade semiconcêntrica

Voltando à equação 6.8 e fazendo  $g_1 = 1$ ,  $g = g_2$ , vemos que para uma cavidade semi-simétrica temos  $\psi = \arccos \sqrt{g}$ . Ou seja

$$g = \cos^2 \psi = \frac{1}{2} [1 + \cos(2\psi)] \simeq -2 \left( \frac{\pi}{2} - \psi \right)^2 \Rightarrow \psi = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{g}{2}} \quad (6.20)$$

ao fazermos o limite  $g \rightarrow 0$ ,  $\psi \rightarrow \pi/2$ .

Calculando novamente a separação entre duas posições de ressonância adjacentes temos  $\Delta L_{q,s,q',s'} = -\frac{\lambda}{2} \frac{\sqrt{2g}}{\pi}$ , ou em termos de frequência  $\Delta \nu_{q,s,q',s'} = -FSR \frac{\sqrt{2g}}{\pi}$  quando  $q - q' = 1$  e  $s - s' = -2$ . Novamente a separação entre os modos é semelhante ao caso concêntrico, com

$$\delta L_{sc} < \frac{R\pi^2}{2F^2} \simeq \frac{T^2}{8} R. \quad (6.21)$$

Vemos portanto que a região degenerada para cada uma das cavidades aqui mostradas não está limitada a um valor preciso, porém aceita uma faixa de valores dependendo do raio de curvatura dos espelhos e das perdas de cavidade. No entanto, enquanto esta faixa é linear com as perdas para a cavidade confocal, ela é quadrática nos demais casos, estreitando então a região degenerada para estas cavidades.

Veremos futuramente como isso afeta a condição de concentricidade para a cavidade do OPO com cristais tipo I e tipo II. Enquanto que para o primeiro teremos uma cavidade triplamente concêntrica, para o OPO tipo II teremos a degenerescência para cada modo separadamente.

Para descrever os diferentes comportamentos de oscilação na cavidade concêntrica, vamos começar pela apresentação do laser de bombeio empregado nesta experiência e do sistema de aquisição de dados.

### 6.3 Sistema de bombeio

Para o estudo dos efeitos transversos em um OPO, bombeamos a cavidade com o segundo harmônico do laser de Nd:YAG, gerando os feixes sinal e complementar em regime quase degenerado em frequência. Basicamente, trata-se do mesmo tipo de montagem descrita na primeira experiência desta tese, onde um cristal não-linear inserido em uma cavidade triplamente ressonante é bombeado em 532 nm, o que leva à oscilação paramétrica. O regime quase degenerado é selecionado pela largura de banda dos espelhos da cavidade, otimizados para o sub-harmônico do bombeio. Porém no caso agora descrito a geração de segundo harmônico parte diretamente de um laser Nd:YAG, ao invés de empregarmos um sistema fechado para isso. Temos alguns bons motivos para fazê-lo.

O primeiro é a solicitação de potência desta montagem. Estaremos operando em cavidades degeneradas, buscando excitar múltiplos modos transversos. Por este motivo, é conveniente dispor de potência suficiente para excitá-los (cerca de 1 W de potência em 532 nm). Isto excede em muito os 200 mW do modelo de laser empregado na montagem do LMCAL - USP.

Outra razão para o emprego do sistema aqui descrito é a possibilidade de utilizarmos o feixe laser no infravermelho (1064 nm), que é disponibilizado pelo uso de um laser de bombeio separado da cavidade de dobramento. Com isso, teremos tanto um feixe laser para verificar o alinhamento da cavidade no sub-harmônico, quanto um oscilador local para medidas de vácuo comprimido, a serem realizadas no futuro pelo Laboratoire Kastler Brossel-Paris.

Apesar destas vantagens, o sistema empregado para o bombeio torna-se grande, ocupando metade da área da mesa ótica. Além disso, necessita de duas etapas separadas de estabilização. A descrição completa pode ser vista na figura 6.7.

O sistema começa por um laser Nd:YAG monolítico, bombeado a diodo, modelo 122 da Lightwave. Este laser mestre é modulado em fase por um modulador eletro-ótico (EOM), sobre o qual aplicamos uma alta tensão ( $\sim 100$  Vpp) em alta frequência (15 MHz). A modulação de fase produz bandas laterais que servirão como referência para gerar o sinal de erro nas cavidades do laser escravo, de geração de segundo harmônico, e eventualmente na cavidade do OPO, empregando um sistema de detecção síncrona [97].

O isolador ótico FR1 protege o laser mestre de instabilidades provocadas pelo retorno do feixe, como é o caso dos demais isoladores nesta montagem. A lâmina de meia onda (WI1) permite ajustar a polarização de entrada do feixe para máxima transmissão no isolador ótico.

O modulador eletro-ótico (EOM) é composto por um cristal birrefringente sem inversão de simetria ao qual aplicamos uma alta tensão alternada, modulando os índices de refração do meio [51]. Se a polarização do feixe incidente não estiver corretamente alinhada ao eixo extraordinário (ou ordinário) do cristal no interior do modulador eletro-ótico, a modulação de tensão irá produzir, além da modulação em fase, uma modulação da polarização do feixe. Isto ocorre devido à decomposição do feixe em dois feixes de polarizações ortogonais com um atraso de fase entre si, atraso este que é modulado pela alta tensão aplicada. Desse modo a saída do modulador, além de não ser mais linearmente polarizada, sofrerá uma modulação de polarização. Qualquer elemento ótico polarizante no caminho (como é o caso do próprio conjunto do laser escravo) irá transformar esta modulação de polarização em modulação de amplitude, afetando a medida do sinal de erro ao longo da montagem.

Desse modo, a polarização de entrada do modulador é ajustada pela lâmina de meia onda



feixe de saída do sistema laser mestre é injetado através de um periscópio ao laser escravo, usando um par de lentes para fazer o acordo de modo com a cavidade. A potência de saída após o cubo polarizador é de 150 mW.

O laser escravo é composto de um bastão de Nd:YAG bombeado por lâmpada, inserido em uma cavidade em anel formada por quatro espelhos planos. Um deles, solidário a um PZT, permite a varredura do comprimento da cavidade. Em operação livre, o laser apresenta uma saída multimodo com uma banda larga, e a intensidade é pouco dependente do comprimento da cavidade. A polarização de oscilação do laser é vertical, definida por uma lâmina de vidro em ângulo de Brewster (BW). O comprimento total da cavidade é da ordem de 2 m (FSR= 75 MHz). A oscilação livre ocorre nos dois sentidos, de modo que o feixe apresenta uma saída de cerca de 2 W em cada direção. O laser mestre é injetado na cavidade, sendo o seu alinhamento feito de tal forma que sua reflexão no espelho de acoplamento seja colinear ao feixe de saída do laser escravo. Nesta condição, um circuito de detecção síncrona permite fazer a demodulação do sinal medido em um detetor, tendo como referência o sinal injetado para a modulação de fase no EOM. O sinal de erro, após integração e amplificação, é realimentado ao PZT, atuando no comprimento da cavidade. Nesta situação, o feixe de saída apresenta uma potência estável de cerca de 4 W, a qual se mantém por um período da ordem de algumas horas, saindo da estabilização no caso de uma perturbação externa (por exemplo, choques mecânicos na mesa). Um obturador mecânico funciona como mecanismo de segurança, bloqueando a oscilação do laser escravo durante o alinhamento do sistema sem que haja necessidade de interromper a corrente sobre a lâmpada de bombeio.

A saída do laser escravo é por sua vez injetada na cavidade de dobramento. Antes porém, passa por um outro isolador ótico (FR2). O cubo polarizador PBS2 e a lâmina de meia onda WI4, mais do que controlar a potência injetada no dobrador, permitem extrair parte do feixe de saída do laser escravo para injeção na cavidade do OPO, facilitando seu alinhamento e permitindo a análise dos modos da cavidade, verificando sua distância da condição degenerada. Esta saída de 1064 nm será empregada ainda como oscilador local na medida de estados comprimidos em experiências futuras. A lâmina de meia onda WI6 permite girar a polarização do feixe enviado ao OPO.

A injeção na cavidade de dobramento é feita pelas lentes L3 e L4, que asseguram o acordo de modo, e pela lâmina de meia onda WI5, que permite orientar a polarização do feixe para o plano extraordinário do cristal.

A cavidade de dobramento é duplamente ressonante para o fundamental e o segundo harmônico. O meio não linear é um cristal de  $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$  em casamento de fase tipo I, com uma das faces com tratamento anti-refletor e outra com um “coating” altamente refletor para o fundamental e o segundo harmônico. O outro espelho da cavidade é um espelho côncavo, acoplado a um PZT. A cavidade é mantida ressonante para o bombeio através de um sistema de detecção síncrona semelhante ao empregado para a cavidade do laser escravo, estabilizado pela modulação de fase a 15 MHz do infravermelho. O feixe de referência é obtido do vestígio de infravermelho transmitido pela face espelhada do cristal de Niobato de Lítio. O cristal é mantido em um forno controlado, sendo aquecido até 120°C e estabilizado em temperatura. O comprimento da cavidade é controlado por um PZT acoplado ao espelho de entrada. O feixe verde, vindo da cavidade, é refletido por um espelho dicróico (DM), e colimado pela lente L7, para sua injeção no isolador ótico (FR3). A potência de saída do bombeio enviada ao OPO é

controlada pela lâmina de meia onda WG1, e sua polarização de injeção no OPO pela lâmina de meia onda WG2, que permite girar a polarização de saída do isolador ótico.

A estabilização da cavidade de segundo harmônico é um pouco mais delicada. Claramente dependente da estabilização da primeira etapa, nesta etapa temos um problema adicional provocado pela temperatura. A potência de saída da cavidade de dobramento pode mudar muito com uma variação de temperatura da ordem de  $2^\circ\text{C}$ . O melhor resultado obtido é de 1,4 W, porém operando no limite superior de temperatura, o que leva a instabilidades e quedas eventuais (e repetitivas) do sinal de estabilização. Um motivo para isso é o próprio aquecimento do cristal por absorção do feixe de bombeio, o que faz com que a temperatura na região de interação do feixe seja um pouco maior que a temperatura do forno. Ao aquecer o cristal, este se coloca além do ponto ideal do acordo de fase, interrompendo a oscilação. Por este motivo, nos colocamos geralmente a  $T_{op} = T_{max} - 1,5^\circ\text{C}$  do limite superior de oscilação. Nesta condição, obtinha-se uma saída estável de 1,2 W.

Note ainda que o circuito eletrônico é crítico nesta parte do sistema. A integração do sinal de erro é indispensável para assegurar o máximo rendimento. Se não nos colocamos exatamente no pico de ressonância do bombeio, o aquecimento do cristal por absorção do feixe não é suficiente para otimizar a geração de segundo harmônico, o qual apresenta uma saída instável e flutuante. No entanto, excesso de ganho leva o PZT à oscilação em torno da ressonância, de modo que a potência média é reduzida, e novamente temos uma situação menos eficiente para geração do segundo harmônico. O ajuste do ganho e da constante de integração é feito de tal forma que o sistema comece a apresentar oscilação eletrônica, levando à proximidade de ressonância. O próprio aquecimento do cristal leva a uma redução na amplitude e um aumento na largura do pico do infravermelho pela depleção gerada pelo segundo harmônico. Com isso, o ganho da malha de realimentação é reduzido, levando ao fim da oscilação. Neste ponto, aumenta-se o ganho, obtendo agora uma saída estável. Em operação normal, temos uma estabilização de potência melhor que 3% para o verde e o infravermelho, medido em uma base de tempo de 100 ms. A deriva do valor médio das intensidades para um intervalo de 50 s se situa na mesma faixa de valores.

O feixe de saída do dobrador de frequência foi analisado por um sistema “ModeMaster” da Coherent Inc., o qual utiliza um tambor rotativo e um fotodiodo para obter o tamanho da cintura do feixe, sua posição, o comprimento de Rayleigh e o fator  $M^2$  do feixe de saída, que mede qual a fração da potência que está no modo gaussiano fundamental.

Desse modo, obtivemos para o feixe de bombeio um valor  $M^2 = 1,5$ ,  $w_0 = (95 \pm 5) \mu\text{m}$ , e portanto um comprimento de Rayleigh do modo fundamental  $z_R = (53 \pm 5) \text{mm}$ . A posição da cintura do feixe será referenciada na descrição da ótica do acordo de modo do bombeio por  $z = 0$ , e as distâncias das lentes e espelhos de cavidade do OPO serão dadas em função dessa posição.

Uma vez caracterizado o feixe de bombeio empregado para o OPO, veremos as condições de oscilação da cavidade concêntrica, começando pela cavidade com um cristal tipo II, mostrando suas diversas regiões de operação, para depois estudarmos as estruturas formadas em um OPO com cristal tipo I. As diferenças nas regiões de concentricidade darão origem a diversos comportamentos, além da variação de limiar de oscilação no OPO.

## 6.4 Montagem empregada

Para a realização das montagens aqui apresentadas, mantínhamos o cristal (KTP com compensação de “walk off” ou Niobato de Lítio) em um suporte com um forno controlado. Para o KTP, o forno é aquecido por um Peltier, que estabiliza a temperatura entre 20 e 30 °C, enquanto que para o Niobato de Lítio o forno é regulado para uma faixa entre 100 e 150 °C, aquecido por um resistor.

A cavidade, mostrada na figura 6.8, emprega um sistema de lentes para fazer o acordo de modo do feixe de saída do gerador de segundo harmônico ao modo da cavidade. A primeira lente (L1) focaliza o feixe. Uma segunda lente (L2) é empregada para colimar este feixe, que é injetado na cavidade pela lente L3.

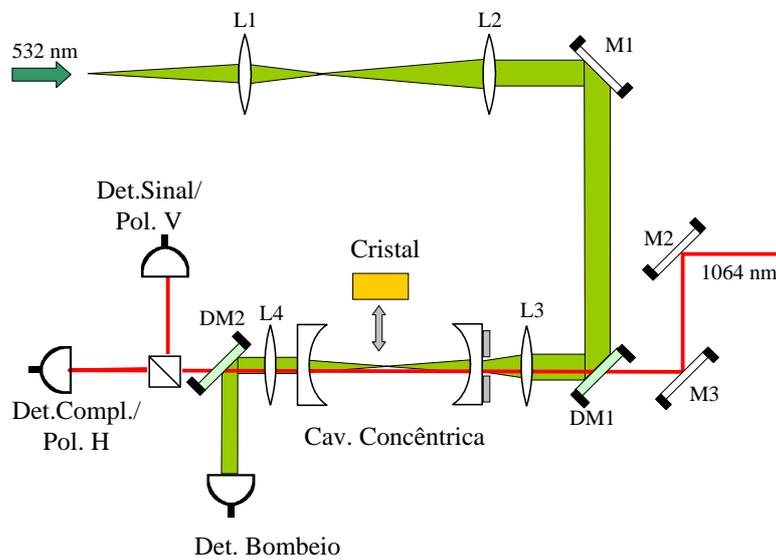


Figura 6.8: Montagem para estudo da cavidade confocal.

Para projetar as lentes empregadas na montagem, começamos pela cintura do feixe esperada no interior da cavidade do OPO, calculando então o raio da cintura e sua posição após a transmissão pelo espelho de entrada, que age como uma lente divergente. Escolhemos a distância focal da lente L3 de modo a ter um feixe de entrada colimado, e de modo que esta se situe a uma distância confortável para o deslocamento do espelho de entrada e seu alinhamento.

Dado o diâmetro do feixe colimado injetado no conjunto do OPO (considerando já a lente L3), escolhemos o par de lentes L1 e L2 de modo a produzir, através de um telescópio, o feixe colimado de tamanho adequado em sua saída. O resultado é um feixe de injeção que depende pouco da posição da lente L3. Esta, ao ser deslocada, move a cintura do feixe no interior da cavidade do OPO sem alterar significativamente seu tamanho.

Para a realização da montagem instalamos L1 e L2, colimando o feixe de bombeio. Ao

instalarmos L3, definimos a posição do espelho de entrada, de modo a produzir o foco do feixe transmitido na posição correspondente ao centro da cavidade. O espelho de saída é então instalado, e pelo seu translado variamos o comprimento da cavidade. O ajuste fino do comprimento para a estabilização do OPO e sua varredura é feito através de um PZT acoplado ao espelho de entrada.

A medida da correlação é feita pelo par de detetores dos feixes sinal e complementar. O detetor para o visível permite monitorar a potência de bombeio intracavidade, cuja fração transmitida pelo espelho de saída é separada do feixe infravermelho do OPO pelo espelho dicróico DM2. O sistema de imagem empregado difere um pouco a cada montagem realizada, sendo descrito posteriormente.

O feixe infravermelho, obtido do laser escravo, é empregado para alinhar a cavidade e verificar a degenerescência dos modos transversos do OPO. Este é diretamente injetado pelo periscópio, que permite seu alinhamento à cavidade.

Nesta montagem, estaremos interessados em buscar as correlações espaciais do feixe do OPO. Para isso, observaremos as correlações espaciais dentro de regiões simétricas de cada feixe, empregando dois detetores a dois setores cada. O resultado final será a observação simultânea de quatro canais de ruído, o que inviabiliza o uso de um Analisador de Espectro. Por isso, antes de descrevermos o comportamento do OPO concêntrico, vamos mostrar o sistema de demodulação empregado para a medida do ruído.

## 6.5 Sistema de demodulação para medida do ruído

Para a medida da correlação de ruído entre os feixes sinal e complementar de um OPO, uma opção é tomar diretamente as saídas de alta frequência de cada detetor, subtraí-las em um circuito ativo e monitorar a saída em um Analisador de Espectro (figura 6.9), como foi feito no capítulo 4.

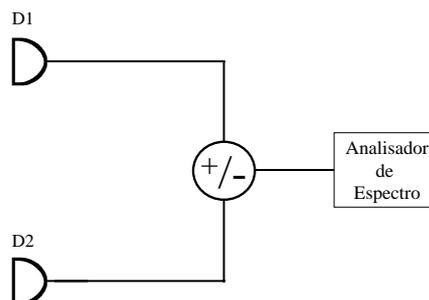


Figura 6.9: Circuito para medida de correlações de intensidade.

No caso aqui descrito, esperamos gerar feixes com correlações espaciais de ruído, de modo que, para medi-las, empregamos detetores divididos em quadrantes, como os mostrados na figura 6.10. Tratam-se de detetores ETX505Q da Epitaxx, fotodiodos PIN de InGaAs otimizados para detecção entre 800 e 1700 nm. Os fotodetetores empregados, após remoção da janela protetora de vidro e sua inserção em uma caixa metálica com uma nova janela de reflexão desprezável no infravermelho (inferior a 0,1 %), apresentam alta eficiência quântica, a qual se situa próximo à unitária.

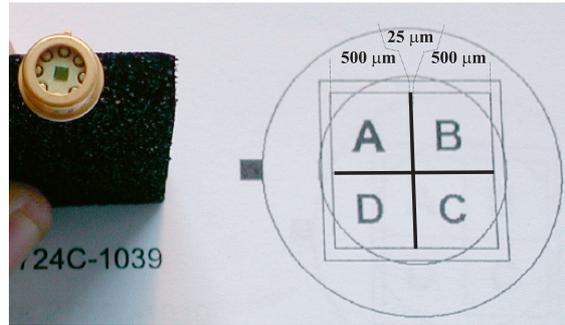


Figura 6.10: Fotodiodo a quadrantes ETX505Q da Epitaxx, com o tamanho dos quadrantes.

Como estudaremos medidas de correlações simultâneas entre diversos quadrantes, a montagem com o analisador de espectro envolve dificuldades, posto que com ele podemos comparar apenas duas saídas simultaneamente. Por este motivo, optamos por um sistema de demodulação dedicado, com múltiplos canais separados para fazer a medida.

O seu esquema de funcionamento é semelhante ao de um Analisador de Espectro, o qual descrevemos na figura 6.11. A entrada do sinal é amplificada e, através de um circuito misturador, produz-se um batimento deste sinal para uma frequência intermediária (FI) característica do Analisador de Espectro. A frequência de análise do sinal de entrada é selecionada por um oscilador controlado por tensão (VCO) ao qual aplicamos uma rampa com uma certa velocidade de varredura ( $T_S$ ). A saída do misturador é filtrada por um filtro passa-faixa sintonizado na frequência intermediária, cuja largura de banda (RBW) pode ser ajustada pelo usuário. Sua saída passa por um detetor de pico, composto basicamente por um circuito retificador, e depois por um filtro passa-baixa, que fornece a resolução da banda de vídeo do sinal de saída (VBW). Os circuitos amplificadores do analisador fornecem ao monitor de vídeo uma saída proporcional à potência ou à amplitude do sinal demodulado, em escala logarítmica (dBm ou dBv) ou linear (mW ou V). O monitor apresenta o resultado, com a varredura controlada pelo mesmo gerador de rampa empregado na varredura da frequência. Em caso de medida de “zero-span”, a varredura do VCO é desligada, e ele é mantido em uma frequência fixa.

O circuito empregado em nossa montagem assemelha-se a um analisador de espectro no uso de uma demodulação para a seleção da frequência de análise. Porém, enquanto a demodulação do Analisador de Espectro ocorre para uma frequência FI superior à frequência de entrada, o que é conveniente para a larga banda de valores dos analisadores de espectro comerciais (superior a GHz), empregaremos aqui a demodulação para o nível DC. Ainda que limitados em

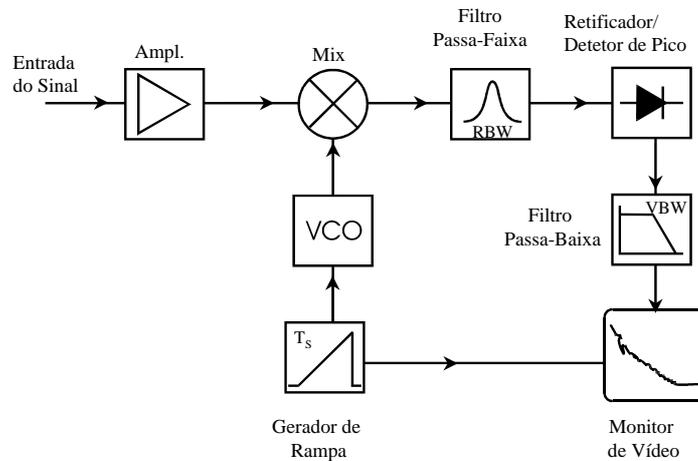


Figura 6.11: Diagrama em blocos de um Analisador de Espectro.

relação à frequência de análise, nos situamos confortavelmente dentro da faixa de valores úteis de operação do nosso sistema de detecção.

O circuito de detecção empregado é mostrado na figura 6.12. As saídas de alta frequência dos fotodetetores são ligadas à etapa de demodulação, enquanto que as saídas de baixa frequência, com o valor médio da corrente, são ligadas diretamente ao conversor A/D (National Instruments PCI-6110E).

A demodulação é feita por uma série de circuitos dedicados, descritos no apêndice. O filtro rejeita faixa é um filtro passivo de 15 MHz, com rejeição de 36 dB para esta frequência. Sua função é cortar o excesso de ruído presente devido tanto à modulação de fase do laser mestre quanto às interferências eletrônicas do demodulador. Testes iniciais sem este circuito mostraram uma saturação da resposta do sistema, o que ocorre mesmo em frequências diferentes da frequência de 15 MHz, devido à intermodulação dos sinais no caso de saturação da eletrônica.

Após a filtragem, os sinais são amplificados por um circuito de banda larga e alto ganho (amplificador 10.36.2 Nucletudes). A saída é então demodulada por um circuito misturador passivo (SR-1H da Minicircuits). A demodulação é feita pela mistura do sinal a uma frequência de referência, produzida por um gerador de sinais comercial com saída de amplitude de 6 Vpp. O sinal de saída corresponde à multiplicação dos sinais de entrada. Teremos deste modo termos de soma e subtração de frequência. Filtrando a parte de baixa frequência, teremos o espectro de amplitudes do sinal de entrada em torno da frequência  $F_{in}$ , transferido para o nível DC. O filtro passa baixa ativo de 100 kHz age como o filtro de banda do analisador de Espectro (RBW). O sinal é amplificado por um último circuito, adaptado para baixas frequências, que compatibiliza a amplitude das flutuações ao nível de entrada do conversor A/D. Este faz a leitura simultânea

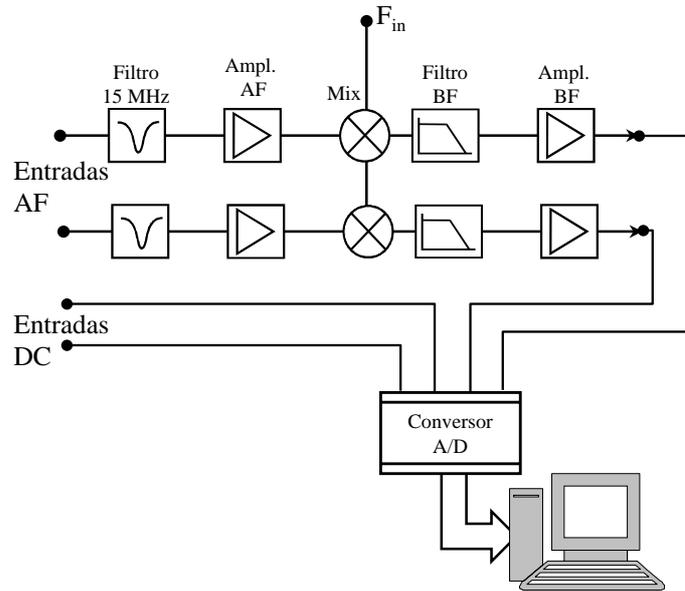


Figura 6.12: Diagrama em blocos do circuito de demodulação.

das entradas com uma taxa de repetição de 200 kHz. Como pôde ser observado, acima desta frequência a correlação entre dois dados adjacentes é não-nula, o que implica em redundância de informação ao custo de tempo de cálculo e espaço de memória. Os valores lidos pela placa de aquisição, contendo os dados de flutuação e valor médio de corrente, são salvos no disco rígido do computador.

Temos assim no conversor a leitura direta do valor médio das fotocorrentes em cada detetor e de suas componentes de alta frequência. Podemos fazer a medida de correlação a partir do cálculo direto das variâncias da subtração das fotocorrentes, normalizando o sinal ponto a ponto pelo valor médio da fotocorrente e subtraindo no cálculo das variâncias a potência do ruído eletrônico previamente medido. O resultado final é normalizado pela mesma medida feita para um estado coerente na entrada do sistema de detecção, calibrando assim o nível de “shot noise”.

Temos um total de oito circuitos demoduladores, e duas placas de aquisição, o que totaliza oito entradas com leitura simultânea. Podemos realizar a medida simultânea de oito canais de alta frequência, ou quatro de alta frequência e quatro de baixa frequência, ou ainda adicionar entradas de referência, ou leitura da intensidade do bombeio. As medidas também podem ser disparadas por um gatilho externo, de nível TTL, que permite a aquisição com o OPO estabilizado ou durante varreduras lentas, onde aguardamos a ressonância e a oscilação do sistema para realizar a medida. Os dados são tratados em pacotes, tipicamente de 10.000 pontos. Temos para o tratamento um compromisso entre o tempo de cálculo do computador e a precisão dos valores. Conjuntos maiores apresentam menores incertezas, porém estão mais

sujeitos às flutuações do OPO, além de tomarem mais tempo de processamento. Conjuntos muito pequenos são rapidamente analisados, porém mostram grande dispersão nas medidas de ruído efetuadas.

Descrito o sistema de medida, vamos verificar a sua aplicação na busca de correlações espaciais no OPO. Vamos mostrar inicialmente as estruturas de saída deste, e quando for o caso a medida da compressão de ruído na correlação de intensidade dos feixes gêmeos.

## 6.6 Estruturas de saída em OPO concêntrico tipo II

Para estudar os diferentes regimes de operação do OPO nas proximidades da concentricidade, em diferentes comprimentos de cavidade, realizamos o registro sistemático das imagens das estruturas formadas na saída do OPO. Registramos ainda o estudo dos modos da cavidade pela injeção do feixe de 1064 nm, polarizado a 45° do eixo do cristal, de modo a obter a densidade de modos nas polarizações correspondentes ao sinal e ao complementar. Quando o desbalanceio entre os modos de saída era inferior a 15%, realizamos a medida da correlação de ruído entre os feixes, verificando seu caráter quântico.

Para um OPO com um cristal tipo II, há um problema na definição de concentricidade. O comprimento de cavidade para a concentricidade exata difere para os modos bombeio, sinal e complementar. Para um cristal de 10 mm de comprimento, a distância entre espelhos para a concentricidade é dada por  $L = 2R + 10\text{mm}(1 - 1/n)$ . Com os índices de refração dos modos bombeio, sinal e complementar, temos respectivamente  $L_b - 2R = 4,41$  mm,  $L_c - 2R = 4,27$  mm e  $L_s - 2R = 4,53$ mm. Neste caso, não há muito sentido em falar de cavidade triplamente concêntrica, pois devido à definição da região degenerada para as perdas de cavidade, a separação entre os comprimentos de degenerescência é superior à largura da região concêntrica. No nosso caso, para espelhos de raio de curvatura  $R = 50$  mm, e uma perda intracavidade de 2% para o sub-harmônico, a região concêntrica é de  $2\ \mu\text{m}$ , conforme a eq. 6.17.

No entanto, ao nos aproximarmos da concentricidade, vemos diferentes regimes de operação do OPO pela formação de estruturas em sua saída [13], acompanhados por um aumento do limiar de oscilação, descritos na figura 6.13. Esta figura apresenta as estruturas obtidas para uma cavidade com espelhos de raio  $R = 50$  mm, com o comprimento da cavidade dado em função da distância à concentricidade média entre os modos (correspondendo à posição de 100 mm).

Na região I o limiar de oscilação se mantém em valores baixos, e a saída é gaussiana ( $\text{TEM}_{00}$ ) para os modos sinal e complementar. A cerca de 0,5 mm da concentricidade (região II) começa um aumento do limiar, acompanhado da formação de uma cauda sobre o feixe do sinal, enquanto que bombeio e complementar se mantém gaussianos. A orientação da cauda se dá no plano perpendicular ao “walk off” do cristal, o qual manifesta-se mesmo com a compensação pela superposição de dois cristais invertidos. A cauda aumenta, até distorcer completamente o sinal. A cerca de 0,2 mm da concentricidade, é o complementar que começa a apresentar distorções, com a formação de manchas laterais ao máximo central (região III). A região IV marca o limite de oscilação do OPO, com a formação de uma mancha de contornos mal definidos tanto para o sinal quanto para o complementar.

Além desse ponto, a saída torna-se instável e não é mais possível obter uma operação em

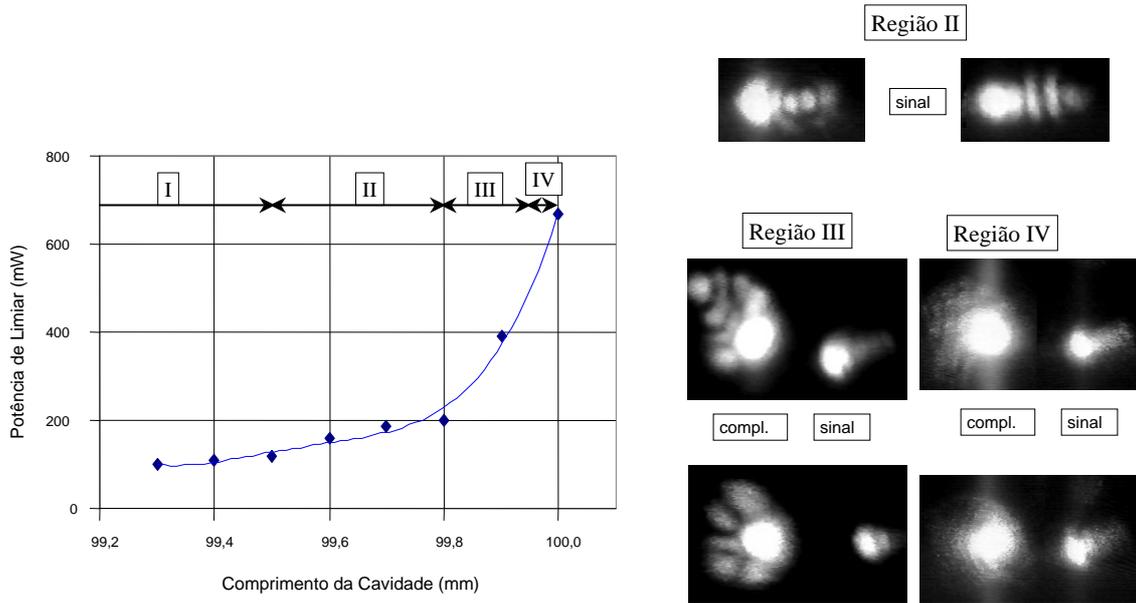


Figura 6.13: Aumento do limiar de oscilação para diferentes comprimentos de cavidade, e imagens do campo próximo para diferentes regiões de oscilação[13].

modo contínuo do OPO. No entanto, para potências de injeção elevadas, temos a formação de um par de feixes de saída para sinal e complementar, que se assemelham a modos  $TEM_{00}$  da cavidade.

Vamos fazer um estudo de caso para cada região de oscilação, mostrando como estas estruturas traduzem os efeitos produzidos pelo “walk-off” do cristal sobre o acoplamento dos modos da cavidade. A cavidade empregada é composta por dois espelhos esféricos de raio de curvatura  $R = 50$  mm, sendo que o espelho de entrada apresenta uma transmitância de 8% para o bombeio, e o espelho de saída apresenta uma transmitância de 1% para o infravermelho.

### 6.6.1 Região de saída gaussiana

Com a cavidade vazia, medimos facilmente a concentricidade, varrendo a cavidade e aumentando progressivamente seu comprimento. Pelos fotodetetores, vemos que as ressonâncias dos modos transversos se aproximam progressivamente. O aumento do comprimento da cavidade pode ser feito pelo deslocamento do espelho de saída ou pelo espelho de entrada. Enquanto que o espelho de saída apresenta vantagens quanto à facilidade do realinhamento a cada nova posição de medida, ele acaba mudando a focalização das imagens produzidas. Já para o espelho de entrada, não há mudança nas imagens, porém o deslocamento altera o alinhamento e o acordo de modo do feixe injetado. A solução escolhida foi ajustar o sistema de imagem ao comprimento final da cavidade concêntrica (incluindo o efeito da difração no cristal), e voltar o espelho de saída para um comprimento sub-concêntrico. Começamos o alinhamento sem o cristal medindo,

pela superposição dos picos e o súbito aumento do tamanho da reflexão do feixe de bombeio sobre os espelhos da cavidade, a posição do translador para a concentricidade sem cristal (com precisão de  $20 \mu\text{m}$ ). Em seguida, inserimos o cristal e o alinhamos, de modo a suprimir os picos de ordem ímpar.

Nesta condição, estamos aproximadamente a 4 cm da concentricidade. Temos então a cavidade do OPO em oscilação normal, ainda que com um acordo de modo ruim, com potência de bombeio perdida para os picos de ressonância dos modos pares. Isto deve-se ao fato do acordo de modo ser otimizado para a cavidade quase concêntrica, com um comprimento de cavidade a cerca de 1 mm da concentricidade exata, correspondente a um valor de  $z_R$  intracavidade de 3 mm.

Verificamos nesta condição o ruído dos feixes de saída. A cavidade podia ser estabilizada, apresentando porém flutuações de intensidade apreciáveis, o que dificulta a distinção entre o nível de “shot noise” e a compressão na correlação de intensidade (condições obtidas pela mistura ou separação dos feixes sinal e complementar no cubo polarizador). Medimos o ruído de saída com um analisador de espectro, obtendo os resultados mostrados na figura 6.14.

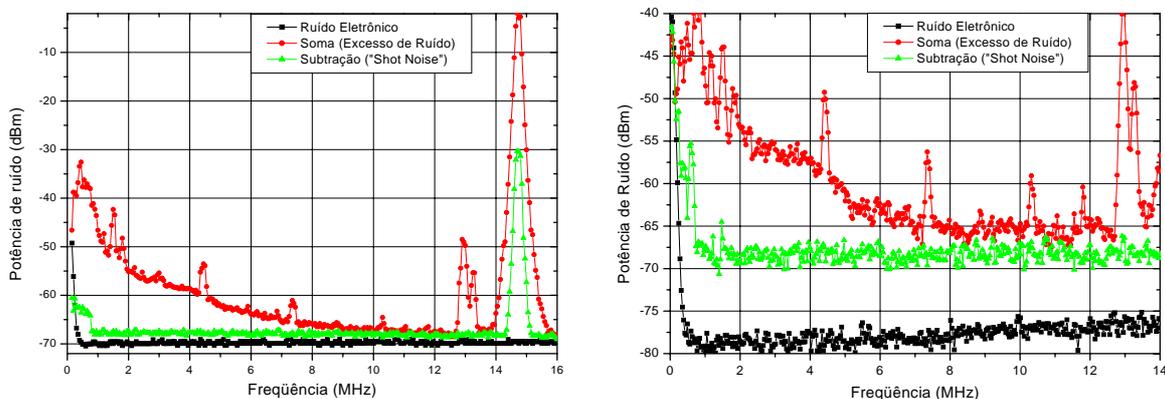


Figura 6.14: Medida do ruído de saída do OPO para uma cavidade próximo à concentricidade ( $R=50 \text{ mm}$ ,  $L = 100 \text{ mm}$ ). Parâmetros do Analisador de Espectro:  $\text{VBW}=3 \text{ kHz}$ ,  $\text{RBW} = 100 \text{ kHz}$ ,  $T_S=58,33 \text{ ms}$ . Potência de entrada:  $1 \text{ mW/detector}$ .

O excesso de ruído é medido pela soma das fotocorrentes dos dois detetores, enquanto que a subtração fornece a referência do “shot noise”. Vemos que o pico de ruído proveniente do sinal de 15 MHz é muito intenso, de tal modo que a rejeição do sistema eletrônico de subtração não pode compensá-lo, estando presente também na subtração. Isto mostra que, se o excesso de ruído for superior a 20 dB com relação ao nível de “shot noise”, a subtração não fornece mais uma referência segura para a sua medida. No lado direito, temos a medida repetida com outro fundo de escala, mostrando os detalhes do ruído abaixo da frequência de modulação.

Empregamos a eletrônica desenvolvida para detecção para a medida do ruído em algumas frequências de análise. Calculamos a variância condicional e a compressão de ruído, mostradas na figura 6.15, para as três frequências escolhidas.

A linha, mostrada apenas como um guia para os olhos, representa uma lorentziana para o

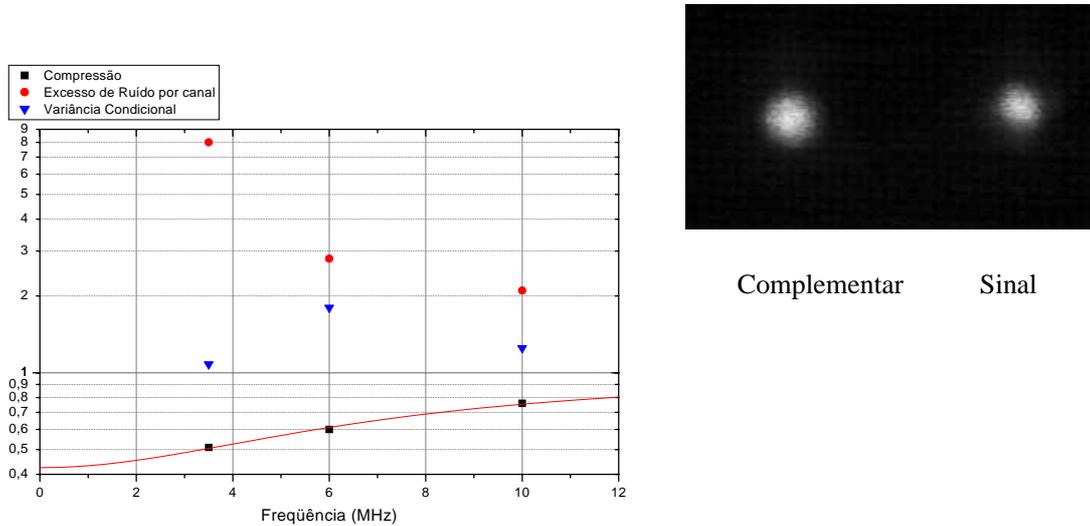


Figura 6.15: Medida do ruído com o sistema de aquisição dedicado para cavidade curta e saídas gaussianas para sinal e complementar.

caso de uma compressão de 58 %, com uma largura de banda de 8,5 MHz, compatível com os valores da cavidade ( $FSR=1,7$  GHz,  $F \simeq 300$ ).

Concluimos portanto que o sistema da aquisição funciona corretamente, verificando a compressão na correlação de ruído entre sinal e complementar. Verificamos ainda que devido à baixa compressão e o elevado nível de ruído nos feixes, a variância condicional, descrita na ref. [44] para verificar as correlações quânticas entre feixes, não pode ser empregada na medida, representando um critério estrito demais para o OPO construído. Temos claramente uma situação onde há compressão de ruído, com feixes quanticamente correlacionados, porém com uma variância condicional superior a 1. As medidas foram realizadas em regime contínuo, com estabilização do OPO, e em regime pulsado, onde o comprimento de cavidade é lentamente variado por um gerador de rampa, e a oscilação dispara um sistema de aquisição que registra, durante o pulso, as intensidades e flutuações de intensidade do sinal e complementar. Repetindo-se o procedimento até obter um conjunto suficientemente grande de amostras, observa-se o mesmo nível de compressão obtido para a aquisição em regime contínuo. Uma vez verificada a operação de nosso sistema para uma situação convencional, passemos então ao estudo dos casos do OPO operando nos regimes de formação de estruturas.

### 6.6.2 Região de formação da cauda

Para estudar a formação das imagens do OPO, projetamos a saída deste diretamente sobre um anteparo, separando os feixes sinal e complementar com a ajuda de um cubo polarizador. Empregamos um espelho basculante, de modo a chavear a saída do OPO entre os detetores

e o anteparo. A imagem é registrada por uma câmera CCD com um conjunto de lentes de focalização e zoom. Para formar a imagem de campo distante, colocamos o anteparo muito além da lente de colimação externa da cavidade (L4, fig. 6.8), que produz uma cintura com um comprimento de Rayleigh da ordem de 16 mm. O anteparo, posicionado a 500 mm da lente, e muito além da cintura, reproduz de forma aproximada as imagens do campo distante do feixe. O retículo corresponde à escala milimetrada do anteparo, não devendo ser confundido com as estruturas da cauda.

Para cada comprimento de cavidade (expresso aqui pela distância  $L$  entre os espelhos) registramos a imagem e os modos de ressonância dos feixes injetados. Os resultados, mostrados na figura 6.16, fornecem dados interessantes sobre a origem da cauda.

Nesta figura, temos os modos transversos obtidos pela análise das polarizações vertical e horizontal, correspondentes às polarizações dos modos sinal e complementar, obtidas pela varredura da cavidade com a injeção do feixe de 1064 nm. Vemos ainda os modos obtidos para o bombeio com uma polarização horizontal, a uma potência inferior à necessária para oscilação. As imagens correspondem à saída do OPO, medidas com o bloqueio do feixe de injeção na cavidade e o aumento da potência de bombeio, levando o OPO à oscilação durante curtos intervalos de tempo no período de varredura da cavidade.

Antes de atingirmos a região II, os picos de ressonância para a polarização ordinária (vertical), correspondente ao feixe sinal, começam a apresentar um aumento dos modos transversos, com o surgimento de modos ímpares importantes, ainda que estes não estejam presentes no bombeio e na polarização horizontal do sub-harmônico (polarizados no plano extraordinário).

Este efeito parece diretamente ligado ao “walk off”, que leva ao desvio do feixe propagante na polarização extraordinária. Efeito semelhante, com a formação de modos de ordem  $TEM_{m0}$ , já foram relatados para OPOs com cristal de KTP sem compensação de “walk off” e foram descritos com sucesso tendo em conta o desalinhamento da cavidade [134].

A orientação da cauda é dada pela direção do eixo  $z$  do cristal, mantendo-se sempre perpendicular ao plano definido pelo ângulo de “walk off”. Conforme a reorientação do cristal, inverte-se a direção da cauda, seja pelo giro em torno do eixo  $y$ , ou pela rotação em torno do eixo  $z$  (figura 6.17). Este efeito não é justificado por eventuais desalinhamentos na manufatura dos cristais, posto que todas as quatro amostras empregadas apresentaram a formação de caudas na mesma direção.

No nosso caso, ainda que haja a compensação de “walk off” pela justaposição de um segundo cristal com o ângulo de desvio invertido por sua reorientação, o que ocorre é um desalinhamento da cavidade do plano ordinário com a cavidade do plano extraordinário. Quando este desalinhamento, observado pelos picos ímpares e pares da polarização ordinária, atinge um nível crítico, a cavidade é forçada a oscilar em um modo transverso superior que apresente um limiar mais baixo. Devido a grande divergência dos feixes intracavidade neste regime quase concêntrico (onde o comprimento de Rayleigh é pequeno) os modos transversos de ordem elevada começam a apresentar um aumento das perdas por difração, ocorrendo o desbalanceamento entre sinal e complementar. Este aumento das perdas pode ser ainda o responsável pelo rápido aumento do limiar de oscilação.

O desalinhamento entre as polarizações vertical e horizontal (ordinária e extraordinária) pode ser verificado na figura 6.18. Neste caso, mantendo a injeção otimizada para os feixes de polarização horizontal pelos espelhos de injeção, foi feito um leve realinhamento dos espelhos

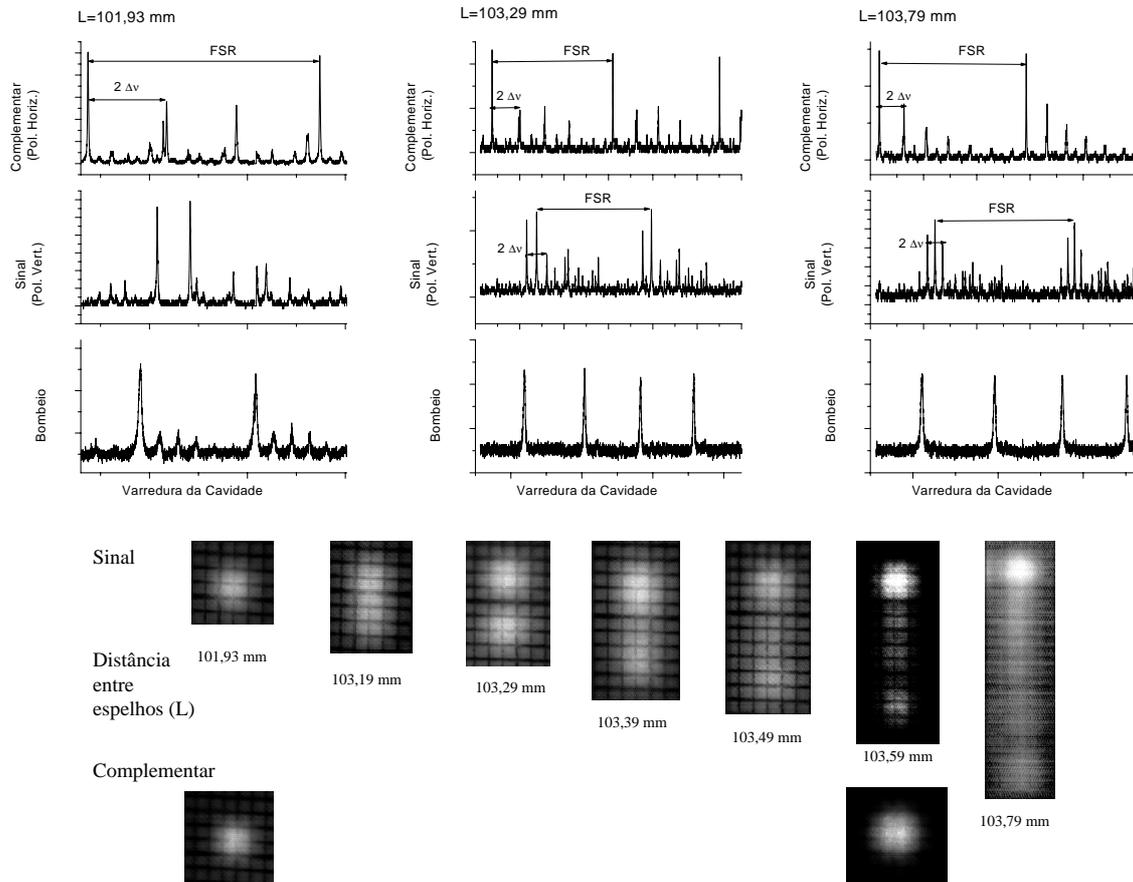


Figura 6.16: Caudas e modos da injeção para diferentes comprimentos de cavidade.

de cavidade, pela inclinação do espelho de entrada em cerca de  $0,25$  mrad em torno do eixo horizontal. Após este realinhamento, recupera-se um bom acordo de modo para o feixe na polarização vertical, com o desalinhamento da cavidade para a polarização horizontal, como pode ser visto para o bombeio e a polarização extraordinária (complementar)

Logo no início da formação da cauda, temos ainda um feixe balanceado, semelhante ao caso obtido com feixes gaussianos fundamentais. Nesta situação, ainda se observa a compressão na correlação de intensidade, para os modos de saída vistos na figura 6.19. Para uma frequência de análise de  $3,5$  MHz, obtivemos um ruído normalizado na subtração das intensidades de  $65\%$ , ou seja,  $35\%$  de compressão. Note que a saída do sinal pode ser convenientemente descrita por um modo  $TEM_{01}$ . As curvas apresentadas foram obtidas para um mesmo valor de  $w$  do raio do feixe para sinal e complementar, e mostram um bom acordo nos resultados (ainda que o valor máximo do modo complementar tenha sido ceifado pela saturação da CCD).

Devido à rápida divergência entre os níveis de intensidade do sinal e complementar, medidas posteriores da correlação ficam impossibilitadas pelo desbalanceamento. Este efeito torna-se

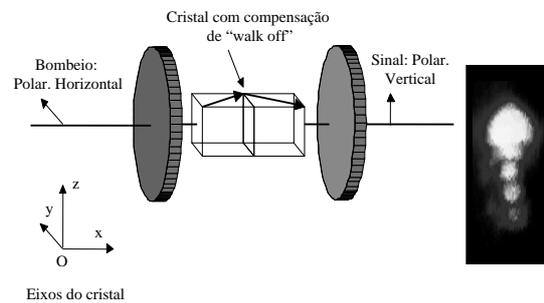


Figura 6.17: Orientação da cauda em relação aos eixos do cristal e ao ângulo de “walk off”.

cada vez mais grave, à medida que o extremo da cauda deixa de ser visível. Logo no começo da região II (até 103,29 mm), os dois pontos de máxima intensidade da cauda se mantêm equilibrados, porém rapidamente o ponto mais afastado do eixo de propagação do complementar começa a apresentar uma redução de intensidade, relativo ao máximo colinear à propagação do complementar (figura 6.16). É interessante notar que toda a formação da cauda não é acompanhada do deslocamento do ponto de máxima intensidade dos feixes de saída, como se a cauda saísse simplesmente do centro do feixe gaussiano original.

Chegamos por fim a um ponto onde o sinal aparece apenas como um borrão indistinto. Neste instante, começam a ocorrer efeitos de formação de estruturas no feixe complementar (região III).

### 6.6.3 Região de estruturas no feixe complementar

Os modos de ressonância nesse caso podem ser vistos na figura 6.20. O pico de ressonância do sinal perde completamente a definição, ainda que a cavidade, por estar no limite da concentricidade para o complementar, seja necessariamente subconcêntrica para o sinal.

A oscilação ocorre apenas para grandes potências de bombeio, o que dá origem a fortes efeitos térmicos, semelhantes às biestabilidades observadas na seção 4.8.1. O desbalanceamento típico é da ordem de 50%, impedindo as medidas de correlações de intensidade. A passagem da região III para a região IV não é claramente marcada pela mudança dos modos transversos observados na varredura da cavidade, ocorrendo sobretudo a redução na definição das estruturas das imagens dos feixes gerados.

Ao atingirmos o limite da concentricidade para o modo complementar, temos o súbito término da oscilação. Nos encontramos claramente no limite da cavidade concêntrica, o que pode ser visto pelo súbito aumento do tamanho do feixe de bombeio sobre os espelhos da cavidade. No entanto, forçando a oscilação, podemos levar o sistema a uma operação instável, com pulsos de ms de duração em sua saída. Trata-se do limite superconcêntrico de oscilação.

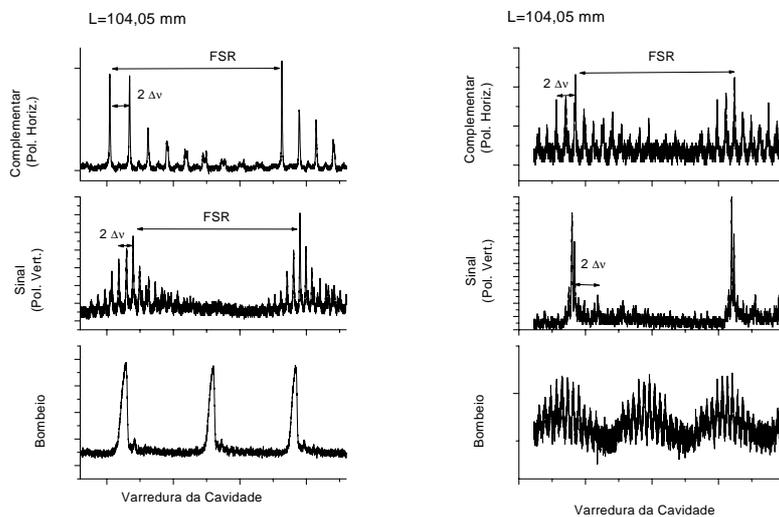


Figura 6.18: Modos para alinhamento da cavidade para polarizações ordinária (sinal) e extraordinária (complementar), com um comprimento de cavidade  $L = 104,05$  mm.

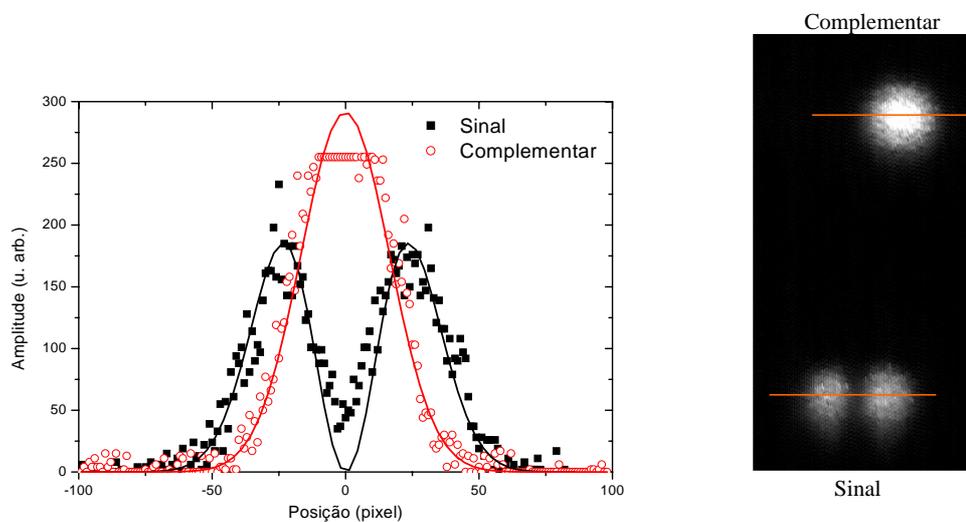


Figura 6.19: Saída do OPO, com um modo  $TEM_{01}$  para o sinal e um modo  $TEM_{00}$  para o complementar.  $L = 103,37$  mm.

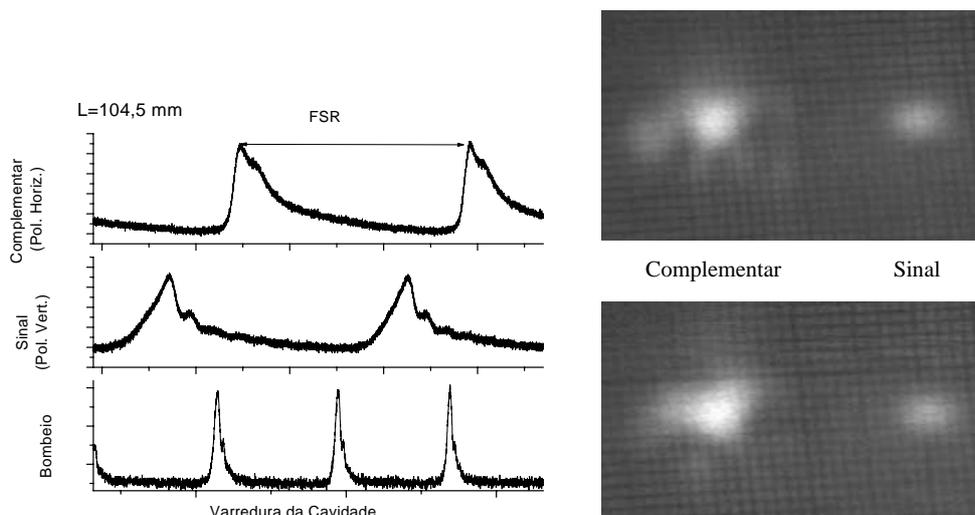


Figura 6.20: Modos de ressonância para a região de estruturas difusas.

#### 6.6.4 Região superconcêntrica

Esta região ocorre apenas para potências de bombeio da ordem de 1 W, com velocidades de varredura de cerca de  $1 \mu\text{m/s}$ . Nesta situação, a partir de uma certa potência de bombeio intracavidade, há uma intensa saída de luz, com picos de oscilação de 5 a 10 mW por feixe (figura 6.21). Não é possível controlar a potência de oscilação, reduzindo-a abaixo deste valor, posto que o pico de ressonância do bombeio desaparece subitamente com a redução da potência.

A explicação de tal comportamento está provavelmente nos efeitos térmicos da cavidade, pelos quais teremos a formação de uma cavidade estável assim que a potência de bombeio for suficientemente alta para formar um guia de onda no interior do cristal, pelo gradiente de temperatura gerado pela absorção. Assim que a cavidade torna-se estável, ocorre um aumento da potência intracavidade, levando o sistema à oscilação. O fato desta cavidade recuperar o equilíbrio entre sinal e complementar, além de apresentar saídas de perfil gaussiano, indica que não se trata de operação multimodo, mas de uma cavidade estável, não degenerada, induzida por efeitos térmicos.

Como veremos a seguir, na medida de correlações espaciais entre os feixes, este regime difere pouco do regime de oscilação da região I no que se refere à distribuição do ruído.

### 6.7 Correlações espaciais

Conforme descrevemos na seção 6.1.2, esperamos gerar, em uma cavidade concêntrica, feixes com uma distribuição homogênea do ruído. Tal distribuição poderia ser observada na imagem de campo distante dos feixes de saída, a qual pode ser produzida ou pela propagação do feixe fortemente divergente por uma distância muito superior ao seu comprimento confocal, ou pelo

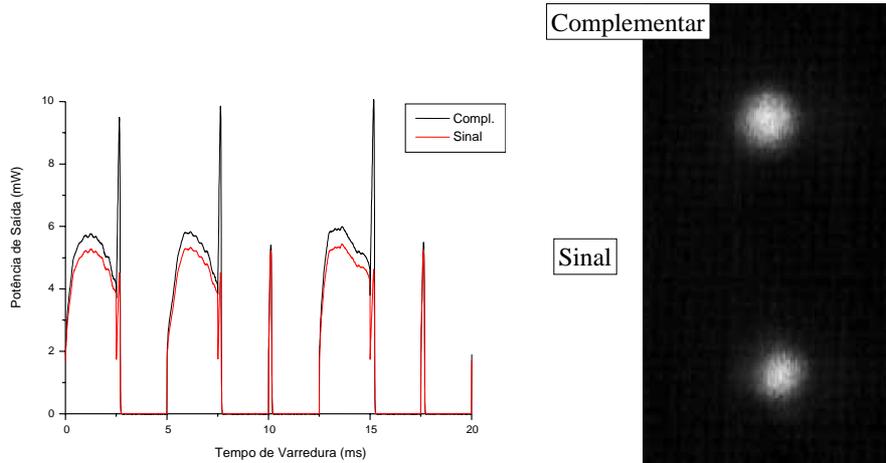


Figura 6.21: Pulsos de oscilação na superconcentricidade.

uso de um conjunto de lentes, que faça a transformada de Fourier do feixe de entrada [119].

Como queremos focalizar a imagem sobre os detetores a quadrante, de área pequena (0,5 mm de aresta por quadrante), empregamos uma combinação de lentes que forneça a transformada de Fourier do feixe de saída, mostrado na figura 6.22. A lente L1, de distância focal  $f_1 = 50$  mm, está situada a 60 mm do espelho de saída, produzindo uma imagem do campo distante a 100 mm de sua posição. Empregando um telescópio, formado pelas lentes L2 ( $f_2 = 200$  mm) e L3 ( $f_3 = 70$  mm) separadas por uma distância  $d = f_2 + f_3$ , transformamos a imagem do campo distante, situada no plano focal de L2, para uma imagem reduzida, no plano focal de L3 (considerando ainda a propagação pelo cubo polarizador). É neste plano que colocamos nossos detetores a quadrante, posicionados de forma a receber exatamente metade da potência de cada feixe sobre um setor.

Empregando apenas dois setores por detetor, verificamos as correlações de intensidade, comparando o resultado obtido com a soma total das fotocorrentes medidas em cada detetor  $\Delta^2[(i_1 + i_2) - (i_3 + i_4)]$  e os obtidos para setores simétricos,  $\Delta^2(i_1 - i_3)$  e  $\Delta^2(i_2 - i_4)$ . Se houver qualquer indício de feixes siameses, a compressão obtida nesta medida deve ser superior à verificada para detetores anti-simétricos:  $\Delta^2(i_1 - i_4)$  e  $\Delta^2(i_2 - i_3)$ . Por fim, esperamos que para um feixe com uma distribuição simétrica do ruído, ou pelo menos uniforme dentro da frente de onda, a medida da diferença de intensidade entre cada metade do detetor seja reduzida ao nível de “shot noise” ( $\Delta^2(i_1 - i_2)$  e  $\Delta^2(i_3 - i_4)$ ). Notamos neste caso a vantagem do sistema de aquisição, pois tal medida iria requerer a estabilização da cavidade, ou o tratamento dos dados *a posteriori*, com a aquisição simultânea com um osciloscópio, como feito no capítulo 4. No presente caso, em uma única bateria obtemos os resultados, analisando-os em seguida com a ajuda de programas desenvolvidos no laboratório baseados na plataforma LabView.

Medimos o ruído da correlação normalizada pelo nível de “shot noise”, com uma precisão da ordem de ( $\pm 3\%$ ) no valor da medida. Na região I, com  $L = 102$  mm, pode-se medir a situação com o feixe estabilizado, com saída contínua. O resultado obtido para o ruído da correlação

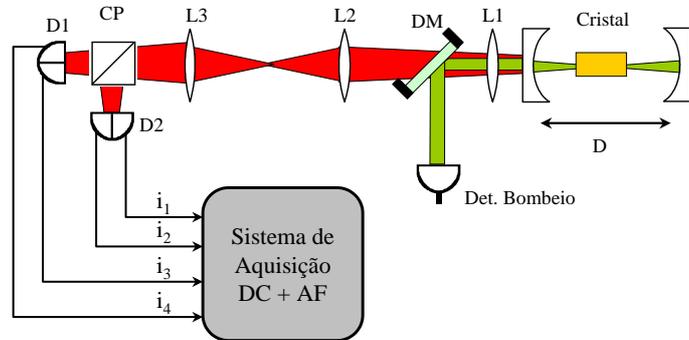


Figura 6.22: Sistema de imagem para as distribuições espaciais do ruído.

total normalizado pelo “shot noise” foi  $N_{tot} = 0,66$ . Os resultados obtidos nos casos simétrico  $N_{sim} = 0,83$  e anti-simétrico  $N_{asim} = 0,85$  não diferem significativamente, e representam bem a compressão que seria obtida para a integração completa do feixe, com uma perda de 50% na intensidade. A correlação entre setores adjacentes retorna apenas o nível do “shot noise”, resultando em  $N_{adj} = 1,01$ .

Fora da região I, a região superconcêntrica é a única na qual há um balanceamento e uma possibilidade de operação multimodo transversa. Os resultados, mostrados na figura 6.23, mostram que o nível de compressão obtido é inferior àquele verificado para uma cavidade subconcêntrica. Este é progressivamente reduzido à medida que aumentamos o comprimento da cavidade. Os resultados obtidos para os setores simétrico e anti-simétrico são indistinguíveis, não mostrando traço de feixes siameses. No limite de oscilação, os feixes tornam-se extremamente ruidosos, e ao final não é mais possível levar o sistema à oscilação.

Após a medida, verifica-se que há a degradação do cristal, com o aumento da absorção e a interrupção da oscilação. Retirando-se o mesmo, observa-se que os efeitos de “gray tracking” tornam-se visíveis, com a formação de pequenos pontos negros no interior do cristal. Verificando com um microscópio, vemos claramente que eles se situam no meio do cristal, justamente no ponto de maior intensidade de feixe.

Concluimos então que não há efeitos de correlação espacial no OPO concêntrico com KTP. Isto explica-se pelo fato da cavidade não ser triplamente concêntrica, devido aos diferentes índices de refração do cristal para os modos ressonantes da cavidade. Ao tentar compensar este efeito pela inserção de um segundo cristal, reorientado de forma a recuperar a concentricidade simultânea do sinal e complementar com a orientação do seu eixo z perpendicular ao eixo do cristal ativo para oscilação, temos um súbito aumento das perdas, elevando o limiar. Além

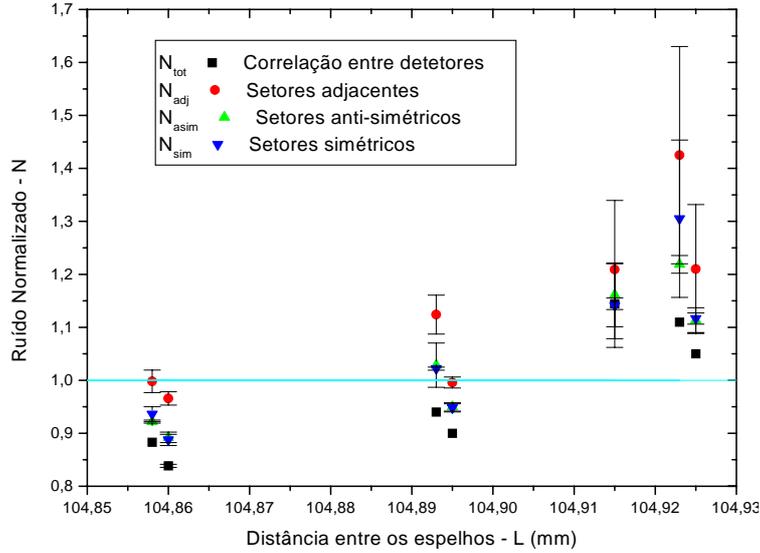


Figura 6.23: Correlações espaciais no sistema de detecção a quadrantes. Limite concêntrico para o sinal a  $L=104,53$  mm.

disso, os efeitos de “walk off” e desalinhamento dos modos ortogonalmente polarizados passam a ocorrer nas duas polarizações simultaneamente.

Para o OPO quase concêntrico com cristal tipo II, a compensação de “walk off” não impede completamente os efeitos de desalinhamento da cavidade, que se assemelham aos observados na ref. [134]. A compreensão de tal efeito, presente mesmo em cavidades semiconcêntricas [13], não está detalhada, podendo revelar-se interessante para a compreensão da oscilação de modos transversos no OPO.

Os efeitos térmicos nestas cavidades pedem um estudo mais aprofundado, capaz de descrever a oscilação do OPO em um regime no qual a cavidade “fria” (para baixas potências do bombeio) é instável, parecendo fechar-se e entrar na região estável quando a potência injetada for suficientemente alta.

Veremos a seguir como o estudo da cavidade concêntrica pode ser aplicado ao OPO com um cristal de casamento de fase tipo I, o qual mostrou em sua saída estruturas estáveis em uma condição de operação triplamente concêntrica.

## 6.8 Estruturas de saída em OPO concêntrico tipo I

Enquanto que no KTP, por termos um acordo de fase tipo II, os diferentes índices de refração para sinal e complementar impedem a tripla concentricidade, para o cristal de Niobato de Lítio temos os índices de refração muito próximos, sendo que seus valores se igualam para a degenerescência em frequência.

Procedemos então ao estudo das estruturas na saída do OPO tipo I próximo à concentri-

cidade. Ainda que neste caso não seja possível separar sinal e complementar, degenerados em polarização e quase degenerados em frequência, as estruturas são visíveis na saída do infravermelho. Antes do limite concêntrico, observam-se também diferentes modos de oscilação além do modo  $TEM_{00}$ , selecionados pela temperatura do cristal.

Para o cristal de Niobato de Lítio, dopado com Óxido de Magnésio ( $MgO:LiNbO_3$ ) temos características óticas semelhante às do cristal de Niobato de Lítio puro. O dopante aumenta o limiar de dano do meio, tornando-o mais resistente à potência incidente.

A amostra empregada consiste em um cristal de 10 mm de comprimento, com seção reta de  $3 \times 3$  mm. Seu coeficiente não-linear é  $d_{31} = -5,95 \text{ pm/V}$ . Pelas equações de Sellmeier [70], os índices de refração extraordinário para 532 nm e ordinário para 1064 nm são  $n_e(532 \text{ nm}) = n_o(1064 \text{ nm}) \simeq 2,23$ , de modo que a mudança do comprimento da cavidade para a condição concêntrica com a inserção do cristal será  $D - 2R = 5,52$  mm.

### 6.8.1 Cavidade concêntrica

O objetivo final da montagem proposta para o OPO concêntrico com cristal tipo I é produzir em sua saída um feixe com uma superposição dos modos sinal e complementar de tal modo que haja uma distribuição simétrica dos fótons gerados na cavidade (figura 6.24).

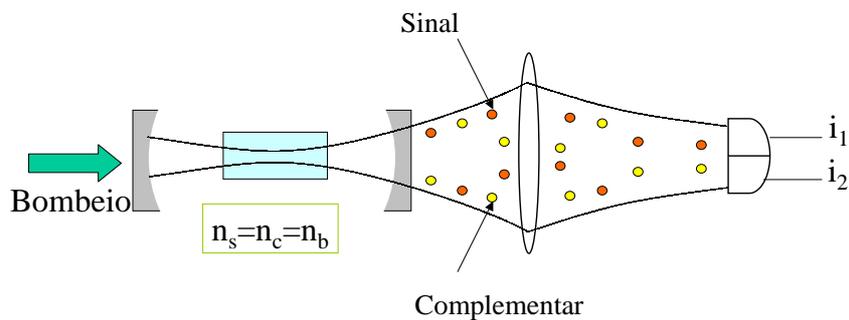


Figura 6.24: Geração de fótons siameses em um OPO tipo I.

No processo da detecção, mesmo que não possamos distinguir o feixe sinal do complementar devido sua degenerescência em polarização, poderemos verificar se, para a detecção de um fóton em uma seção do feixe, há a detecção de seu par na outra metade. A subtração das fotocorrentes

dos dois setores deverá neste caso apresentar flutuações inferiores às obtidas com um feixe monomodo incidente sobre o detetor.

Neste caso, um pré-requisito para a compressão é a eficiência quântica do sistema, como vimos anteriormente para os feixes gêmeos do OPO. Realizamos inicialmente uma série de medidas para o OPO, com os espelhos de raio de curvatura  $R = 20\text{mm}$  e o cristal a uma temperatura de  $131,7^\circ\text{C}$ . Vemos na figura 6.25, que a eficiência máxima obtida foi de 10%, considerando que esta é dada pelo produto de  $\xi_0$  e  $\xi$ , conforme eq. 3.44. De modo que se houver compressão, esta será grosso modo superior à eficiência medida, e poderá ser observada.

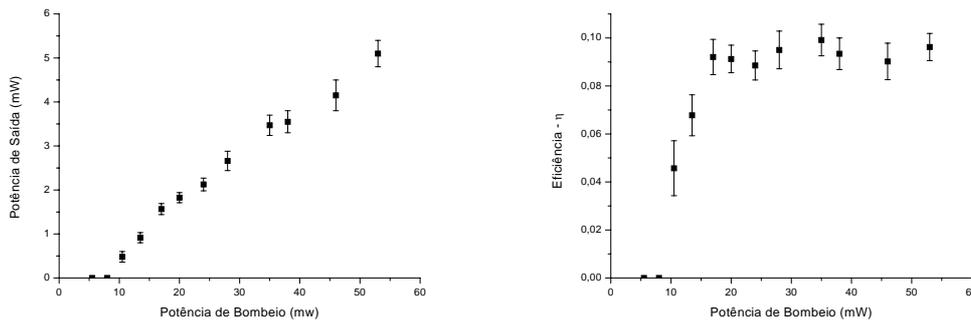


Figura 6.25: Eficiência do OPO com o cristal de Niobato de Lítio.

Outra condição necessária para a geração de estados comprimidos com distribuição espacial do ruído é a operação em uma condição de cavidade degenerada. Medimos então a densidade de modos para diferentes comprimentos de cavidade com o cristal inserido, verificando a cada posição a imagem de campo distante do feixe de saída. Na figura 6.26 temos a série de valores medidos da separação entre modos adjacentes, com o ajuste da equação 6.12 tendo como único parâmetro livre um “offset” na coordenada horizontal, de modo a compensar o efeito da mudança do comprimento de concêntricidade pela difração no cristal. O valor obtido para  $\ell(1 - 1/n) = 5,73\text{mm}$ , difere do valor calculado em 3%, indicando uma discordância nos valores estimados do índice de refração para casamento de fase ( $n$ ) ou no comprimento do cristal ( $\ell$ ), o que não chega a afetar as medidas realizadas

Vemos ainda os diferentes modos de saída do OPO. Para a cavidade longe da concêntricidade ( $L=45,49\text{ mm}$ ) a saída é regular, não diferindo da obtida para comprimentos menores de cavidade. O perfil do feixe pode ser bem descrito por uma gaussiana. Porém, basta um deslocamento de  $20\mu\text{m}$  para que o perfil mude completamente, e surja uma rica família de estruturas. Nota-se a formação de alvéolos e de estruturas periódicas deste ponto em diante, até o limite extremo da concêntricidade.

A diferença marcante deste caso com relação ao OPO tipo II está na tripla concêntricidade, que assegura um baixo limiar de oscilação. Em toda a faixa de operação mostrada na figura 6.26, o limiar de manteve limitado a 12 mW. Ao atingir a concêntricidade, o limiar sobre de forma abrupta, interrompendo a oscilação. Isto vai contra a descrição feita em [13] para o aumento do limiar no OPO concêntrico, situação que é melhor explicada pelo aumento das perdas para

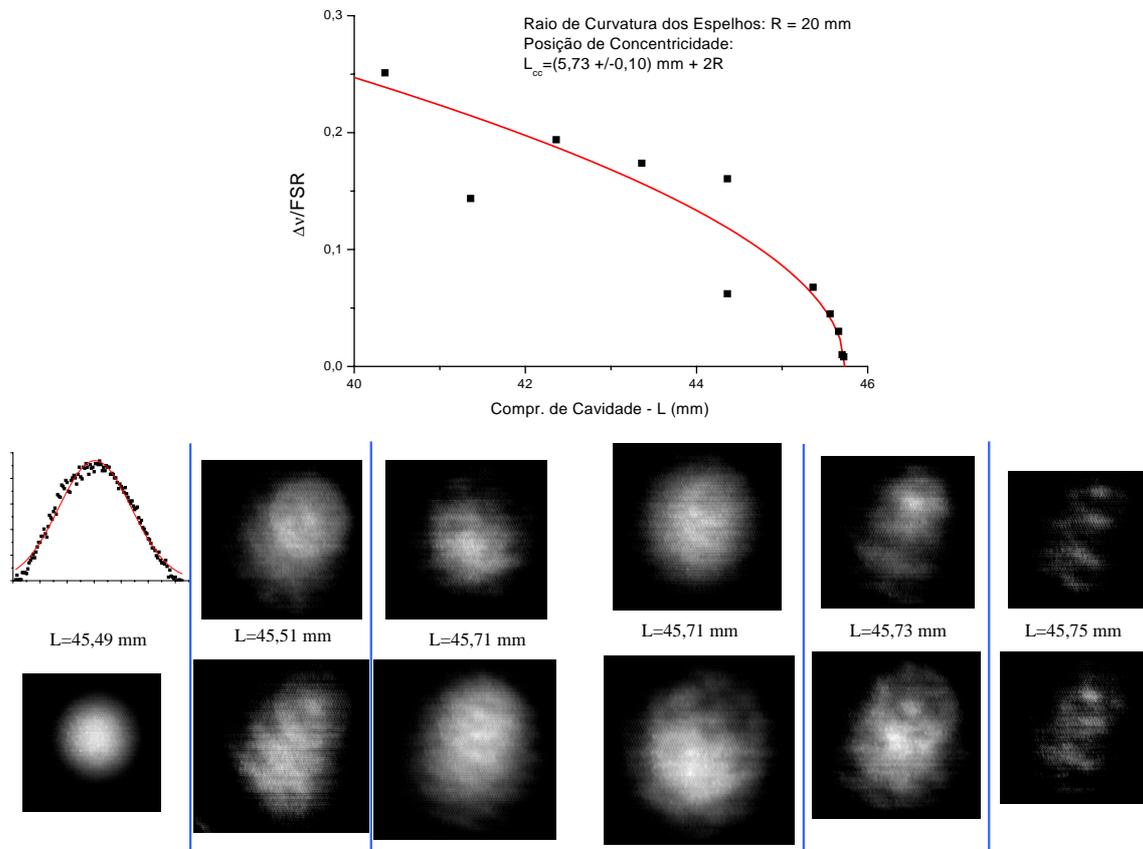


Figura 6.26: Imagens obtidas para os modos na cavidade com cristal tipo I.

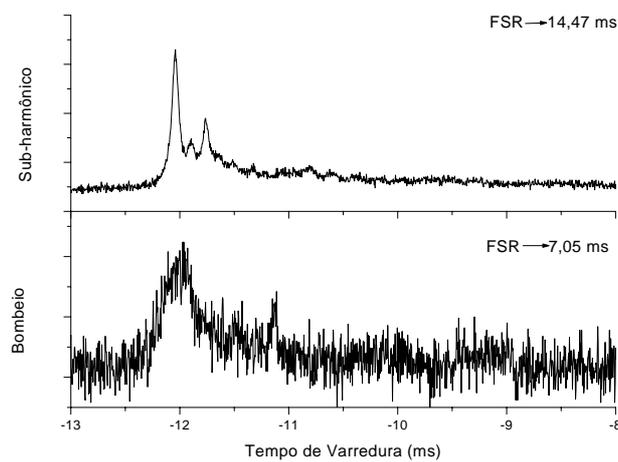


Figura 6.27: Modos transversos da cavidade próximo à concetricidade.

o sinal na oscilação em modos transversos de ordem elevada.

O baixo limiar impedia até mesmo a medida da separação entre os modos para o feixe de bombeio, o qual levava o sistema à oscilação antes que a potência medida pelo detetor para o visível diferísse do ruído de fundo. Alterando a temperatura para um valor abaixo do limite da degenerescência, impedimos a oscilação, e verificamos a condição próxima à tripla concentricidade, mostrada na figura 6.27

Ainda devido ao baixo limiar, o OPO apresenta efeitos térmicos menos importantes que os registrados para o KTP. Além disso, a saída é contínua, podendo ser estabilizada em intensidade. Os problemas nesta configuração ocorrem devido à flutuação nas estruturas formadas. O feixe de saída desloca-se ligeiramente durante a estabilização, e as estruturas mudam no tempo de forma pouco controlada. Isto impede a realização de uma medida confiável da distribuição do ruído no feixe de saída do OPO.

Vemos que o OPO tipo I é uma fonte promissora para a geração de estados com uma distribuição não-homogênea de ruído, apresentando toda uma série de estruturas na sua saída. Fora do limite de degenerescência dos modos transversos, verificamos também a oscilação em modos de ordem superior ao  $TEM_{00}$ . Esta saída monomodo, em bases de Laguerre-Gauss, é obtida graças à interdição de oscilação causada pela dependência quadrática do acordo de modo, como veremos a seguir.

### 6.8.2 Cavity quase-concêntrica

Longe da concentricidade estudamos os modos de saída do OPO observando a frequência destes com a ajuda de um monocromador. O aparelho empregado é composto por uma rede de difração de reflexão de 1200 linhas/mm, com espelhos esféricos de raio  $R=1,2$  m, distantes de 485 mm da rede, obtendo uma resolução da ordem de 0,01 nm.

Neste experimento, empregamos espelhos de cavidade de raio de curvatura  $R = 100$  mm. A cavidade sem o cristal apresenta uma finesse  $F = 308$  para o sub-harmônico, a qual, com a inserção do cristal, cai para  $F = 254$ , demonstrando as baixas perdas no elemento não-linear. Verifica-se experimentalmente o mesmo valor para  $L_{cc} - 2R$  obtido no gráfico da figura 6.26. A curva mostrada na figura 6.28 foi obtida para uma distância  $L = 205,13$  mm, portanto a separação entre modos adjacentes, de 3,6% do intervalo espectral livre, é muito superior à largura de banda da cavidade. O limiar de oscilação é baixo, da ordem de 8 mW.

A dependência quadrática do comprimento de onda com a temperatura e a interdição de oscilação para temperaturas inferiores ao limite da degenerescência (131,35°C) correspondem à descrição feita na ref. [66] para um OPO com um cristal em acordo de fase tipo I. Ainda que no limite degenerado não possamos resolver no monocromador os dois modos longitudinais de oscilação, verificamos com um Fabry-Pérot de intervalo espectral livre de 7,5 GHz que a saída do OPO não chega necessariamente à degenerescência, saltando aleatoriamente dentro e fora desta condição. O limiar de oscilação se mantém baixo, em cerca de 8 mW.

Notou-se, no entanto, que o OPO ainda podia ser levado à oscilação além do ponto de degenerescência, com um limiar de 17 mW. Nesta condição, no entanto, o feixe de saída passa a uma outra frequência, em um outro modo transversal. Surge então uma nova curva para o acordo de fase do OPO neste novo modo de saída, como vemos na figura 6.29. Ao lado dos pontos obtidos para a oscilação, temos o modo  $TEM_{mn}$  de saída do OPO.

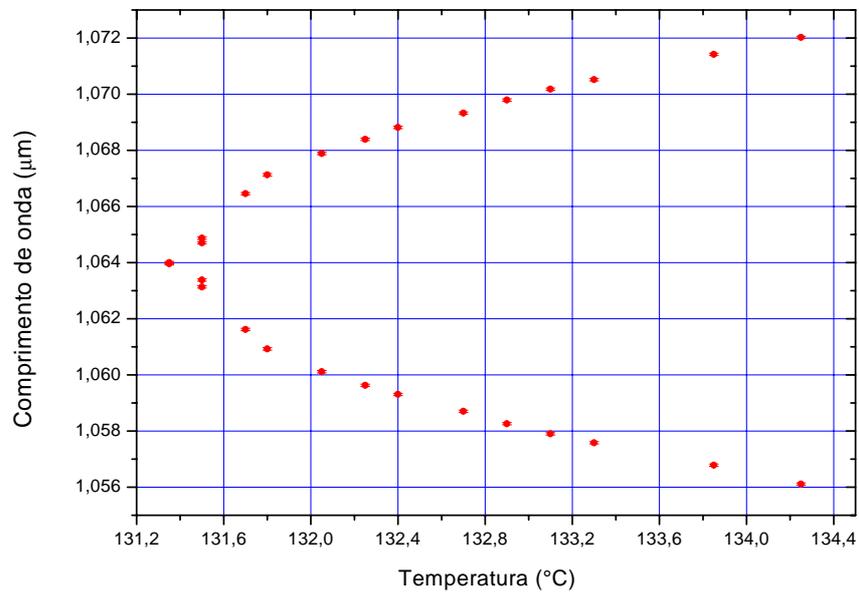


Figura 6.28: Comprimento de onda para diferentes temperaturas.

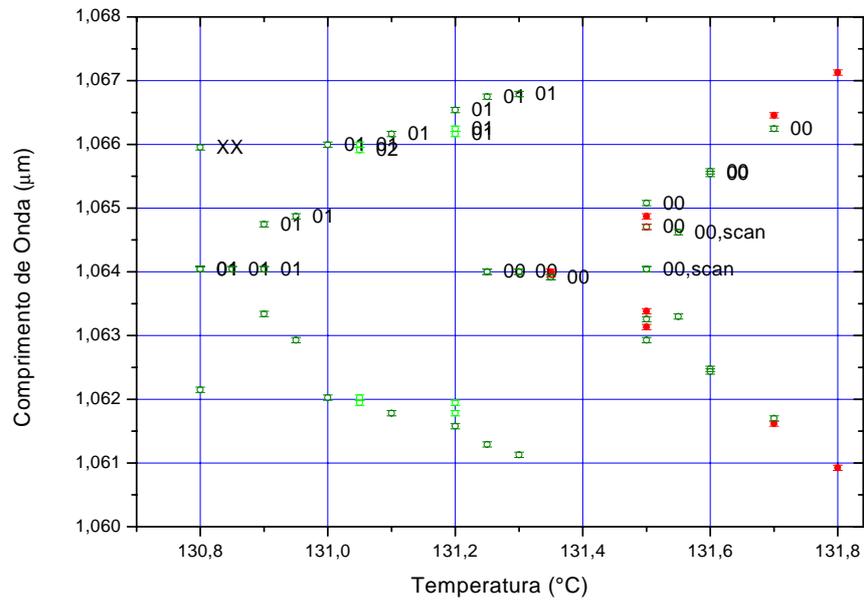


Figura 6.29: Modos de saída para diferentes temperaturas.

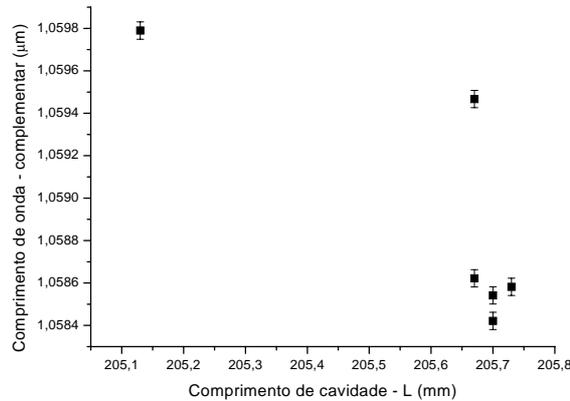


Figura 6.30: Comprimento de onda do complementar para diferentes comprimentos de cavidade, a  $132,15^{\circ}\text{C}$ .

A verificação da operação monomodo transversa do oscilador pode ser vista na figura 6.31, onde ajustamos os perfis de intensidade de modos de Hermite-Gauss à saída da cavidade. A imagem se mostrou idêntica para o campo próximo e o campo distante, indicando a descrição por um único modo transverso. O ajuste apresentado emprega o mesmo valor de diâmetro do feixe para os três perfis, ajustando apenas a amplitude da curva. Note que o ajuste concorda com a descrição para os três primeiros modos de Laguerre-Gauss. Em todas as curvas, o bombeio de mantinha com um perfil gaussiano  $\text{TEM}_{00}$ .

A direção do eixo obtida foi casual. Em medidas posteriores, com o ajuste dos espelhos de cavidade, foi possível girar o eixo de simetria do feixe. Há uma preferência aos planos ordinário e extraordinário, porém com certa flexibilidade na orientação dos lóbulos.

Quanto à imagem mostrada na parte inferior da figura 6.31, ela não parece corresponder a uma descrição simples do modo de saída. Esta forma aparece apenas quando atingimos o limite degenerado do modo 01, com um limiar de oscilação de 110 mW.

Verificamos por fim a variação do comprimento de onda para diferentes comprimentos de cavidade (figura 6.30). A uma temperatura de  $132,15^{\circ}\text{C}$ , verificamos que a variação do comprimento de onda do feixe é pequena. As possíveis causas podem ser a mudança da condição de acordo de fase devido à mudança do momento transversal para um feixe  $\text{TEM}_{00}$  com uma divergência crescente ao se aproximar do limite concêntrico, ou simplesmente o aquecimento do cristal para um feixe mais focalizado levando a uma mudança no comprimento de onda para o casamento de fase.

Vemos que mesmo para uma cavidade não degenerada podemos ter, no OPO tipo I, a oscilação em modos transversos diferentes do perfil gaussiano fundamental. Aparentemente, o limiar de oscilação de tais modos é superior ao modo fundamental, não sendo portanto verificado na operação normal do OPO.

Devido à dependência quadrática do comprimento de onda com a temperatura, pode-se

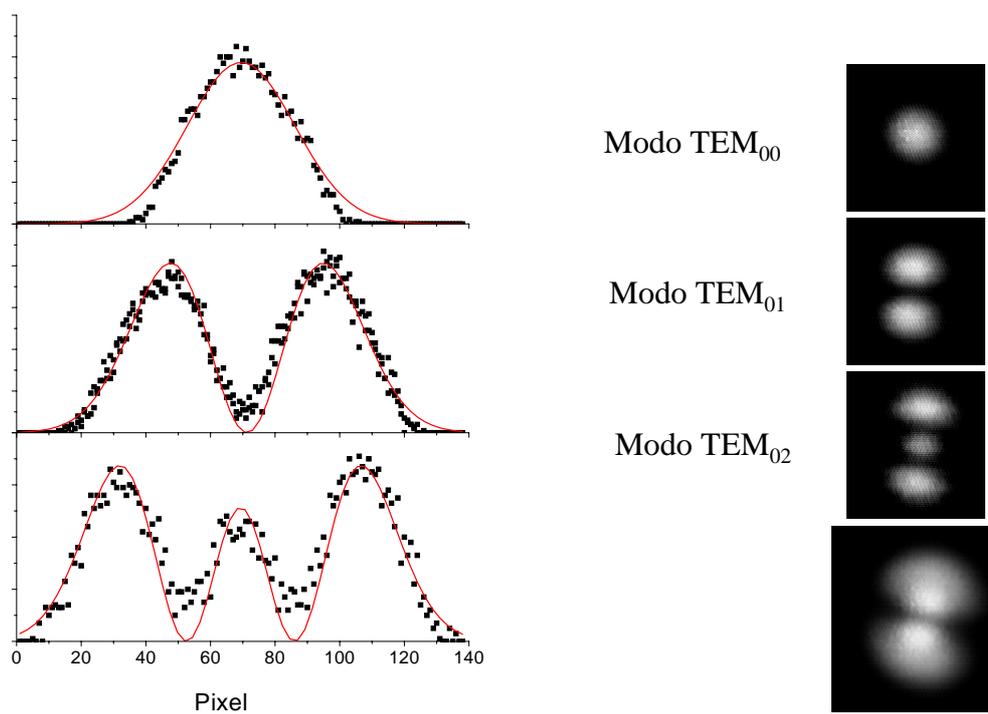


Figura 6.31: Imagens dos modos observados. Perfil e ajuste de modos

chegar à uma situação na qual a oscilação no modo  $TEM_{00}$  é proibida. A cavidade estará então livre para oscilar em um modo transverso superior. O deslocamento da frequência de oscilação, neste caso, poderia ser explicada pela mudança da condição de acordo de fase dentro do cristal, entre o modo de bombeio, essencialmente  $TEM_{00}$ , e o modo de ordem mais elevada dos feixes sinal e complementar.

## Capítulo 7

# Distribuição espacial de ruído no OPO confocal

Nós vimos no capítulo anterior os estudos da distribuição de ruído em um OPO operando em cavidade concêntrica. O objetivo de tal busca é encontrar uma fonte capaz de gerar um feixe luminoso que apresente uma compressão local do ruído, seja ele em quadratura, intensidade ou na correlação quântica entre feixes gêmeos.

Para isso, espera-se observar tais efeitos de compressão em fontes com múltiplos modos transversos, o que leva a outras questões. Uma cavidade Fabry-Pérot pode ser usada para definir uma base de modos ortonormais de Laguerre-Gauss ou de Hermite-Gauss [57, 92]. Porém, o feixe de saída desta cavidade não é necessariamente multimodo quanto ao caráter quântico, o que pode ser verificado pela distribuição de ruído da luz. Os modos de saída da cavidade em uma situação degenerada podem definir um vetor dentro da base de modos transversos do campo que descreverá sua propagação. No entanto, se for possível descrever o campo elétrico por um único operador de aniquilação tendo como envelope este vetor, o campo se comporta como um feixe monomodo quanto à distribuição espacial do ruído. Portanto ele não deverá apresentar efeitos de compressão local das flutuações do campo elétrico.

Neste capítulo vamos demonstrar como um campo multimodo pode apresentar compressões locais de ruído, mostrando a não-homogeneidade das distribuições das flutuações do campo devido à presença de termos de correlação de intensidade e amplitude entre os modos do campo em questão. Neste caso, demonstraremos que se tais efeitos na distribuição espacial do ruído ocorrerem, a descrição do campo necessita de uma combinação de operadores de aniquilação do campo elétrico de diferentes modos transversos, que podem vir a ser descritos pelos modos transversos ressonantes com a cavidade Fabry-Pérot da qual provém o feixe.

Aplicaremos então tal estudo na demonstração da distribuição de ruído dentro dos feixes gêmeos gerados por um OPO confocal, mostrando seu caráter multimodo. Para isso, começaremos por uma descrição do OPO confocal, suas características de operação, e a formação de estruturas espaciais em sua saída. Em seguida apresentaremos o processo de medida de correlação no caso de feixes desbalanceados, empregando para isso o sistema de detecção apresentado no capítulo anterior.

Após introduzirmos a descrição do feixe multimodo, realizaremos as medidas de correlação

de intensidade nos feixes desbalanceados, mostrando a diferença da distribuição de ruído do caso monomodo para o caso multimodo. Mostraremos assim que a distribuição das flutuações de intensidade do OPO confocal é não homogênea, sendo portanto necessária uma descrição quântica multimodo da geração dos feixes no seu interior.

## 7.1 Cavityde confocal

Vamos descrever agora a cavityde confocal empregada nesta montagem do OPO, mostrando como passamos de um regime não degenerado para um regime degenerado para os modos transversos. Mostraremos que, no caso de uma cavityde com um meio birrefringente, ocorre uma pequena separação entre os modos  $TEM_{pq}$  e  $TEM_{qp}$  da base de Hermite-Gauss, degenerados para uma cavityde vazia.

Veremos a diferença do comprimento de cavityde para a confocalidade entre os diferentes modos injetados, como o bombeio, sinal e complementar, descritos aqui pelos sub-harmônicos do bombeio polarizados nos eixos ordinário e extraordinário do cristal, respectivamente.

Finalmente, iremos verificar como os efeitos térmicos contribuem para o deslocamento da posição de degenerescência dos modos transversos. O aquecimento do cristal leva à formação de uma lente térmica, que desloca a separação dos modos, alterando a posição de confocalidade.

Começaremos descrevendo o sistema de bombeio empregado, usando o laser descrito na seção 6.3 para a injeção do feixe de 1064 nm na cavityde para o estudo dos modos, e o sistema de lentes empregado para a injeção do laser de bombeio (532 nm) no interior da cavityde.

### 7.1.1 Acordo de Modo

O acordo de modo do feixe de bombeio foi obtido com um par de lentes convergentes, de forma a produzir uma cintura de feixe de  $200\ \mu\text{m}$  no interior da cavityde. Neste caso, não maximizamos o acordo do feixe ao modo gaussiano fundamental para uma cavityde confocal com espelhos de  $R=100\ \text{mm}$  ( $w_0 = 92\ \mu\text{m}$ ), acoplando-o portanto a diversos modos transversos da cavityde. Como se vê na ref. [12], este acoplamento de múltiplos modos transversos leva a um aumento na geração de modos transversos nos feixes sinal e complementar.

Como vimos na seção 6.3, o feixe de saída da cavityde de dobramento apresenta uma cintura  $w_0 = (95 \pm 5)\ \mu\text{m}$ , posicionada a cerca de 20 cm do isolador ótico. Tomando esta posição como referência, escolhemos o sistema de lentes mostrado na figura 7.1, obtendo assim o tamanho desejado do feixe injetado no interior da cavityde.

Para realizar o alinhamento do feixe de 532 nm empregamos um par de espelhos, o que permite minimizar o acoplamento do feixe aos modos ímpares da cavityde, limitado às imperfeições no feixe de 532 nm. O feixe de 1064 nm é injetado na cavityde através do espelho dicróico DM1, sem passar por nenhuma ótica de focalização. Neste caso, a preocupação com o acordo do modo é menor, pois ele será usado apenas para a verificação dos modos transversos da cavityde, não sendo necessário maximizar o seu acoplamento ao modo fundamental. Notamos claramente que a qualidade do feixe do laser Nd:YAG é superior à do feixe proveniente da cavityde de dobramento, como ficou provado pela ausência de modos ímpares no alinhamento do feixe à cavityde.

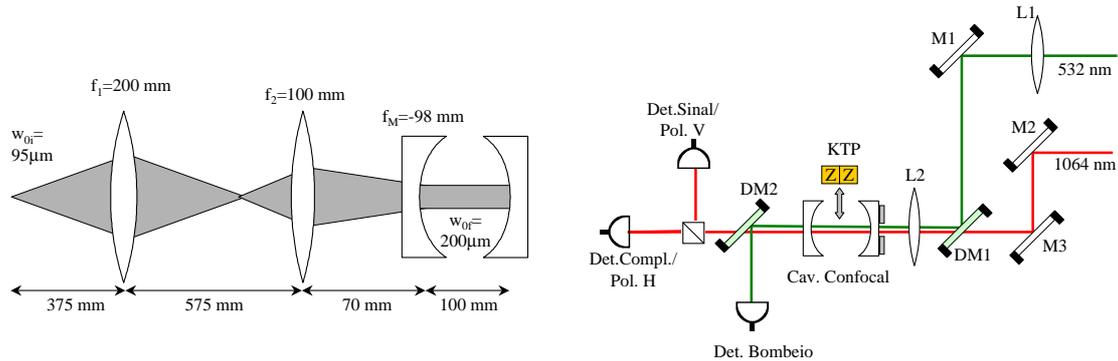


Figura 7.1: Esquerda: Sistema de lentes para acordo de modo na cavidade confocal. Direita: Montagem completa, incluindo os espelhos para alinhamento e os fotodetetores.

O cristal de KTP, com compensação de “walk off”, está orientado com o eixo  $z$  perpendicular ao plano da mesa. Ele pode ser inserido ou retirado da cavidade por um translador, sendo mantido em um forno que permite controlar sua temperatura em torno da temperatura ambiente (20 a 30°C). A polarização do feixe de 1064 nm injetado está orientada a 45° do plano da mesa, dividindo-o assim no eixo ordinário (vertical) e no eixo extraordinário (horizontal). O bombeio (532 nm) pode ser orientado na horizontal para a oscilação do OPO, ou na vertical para a verificação dos efeitos térmicos sem oscilação. Note que, devido à birrefringência da absorção, os efeitos térmicos não têm a mesma magnitude para as duas polarizações (seção 4.2.3). No entanto, o estudo da polarização vertical permite a análise qualitativa do comportamento da cavidade para o regime de oscilação.

O comprimento da cavidade é ajustado por um translador no qual está montado o “gimbal” do espelho de cavidade, varrendo assim uma faixa de 15 mm. Um PZT, solidário ao espelho de entrada, faz a varredura do comprimento da cavidade com uma amplitude máxima de 5  $\mu\text{m}$ , percorrendo várias ressonâncias dos feixes injetados. Os detetores permitem a verificação da transmitância da cavidade para os modos em estudo.

Verificaremos então o comportamento da cavidade e a definição do regime de confocalidade com e sem o cristal de KTP inserido, empregando para isso o feixe de 1064 nm injetado mais o feixe de 532 nm na polarização vertical.

### 7.1.2 Região de confocalidade

Conforme vimos na seção 6.2.1, para a cavidade confocal temos uma degenerescência dos modos transversos de mesma paridade. Dessa forma, os modos pares serão coincidentes com o modo fundamental, e os modos ímpares se situarão exatamente entre os picos de ressonância dos modos pares. Vimos ainda que a separação dos modos na proximidade da confocalidade pode ser descrita de forma linear com o comprimento  $L$  da cavidade.

Para observar precisamente o comprimento de confocalidade, o feixe é injetado na cavidade

e alinhado de forma a eliminar os modos ímpares. Varrendo o comprimento da cavidade com o PZT, deslocamos os espelhos, afastando-os e observando se a distância entre os picos de ressonância dos modos transversos é reduzida. Chega-se a um ponto onde os picos começam a se sobrepor. A ressonância exata é obtida pela maximização do pico par de ressonância, que ocorre no ponto de superposição exata de todos os modos pares.

No nosso caso, com a cavidade vazia, medimos uma finesse de  $F = (67,0 \pm 1,6)$  para o bombeio e  $F = (238 \pm 26)$  para o sub-harmônico. Vemos pela equação 6.15 que temos então uma região de confocalidade de  $\pm 2,4$  mm para o bombeio e  $\pm 0,7$  mm para o sub-harmônico. Com o cristal inserido, os valores de finesse mudam devido a absorção do meio e as perdas por reflexão na superfície do cristal. Temos neste caso finesses  $F = (44 \pm 4)$  para o bombeio polarizado verticalmente,  $F = (224 \pm 40)$  para a polarização do complementar (horizontal) e  $F = (176 \pm 4)$  para a polarização do sinal (vertical).

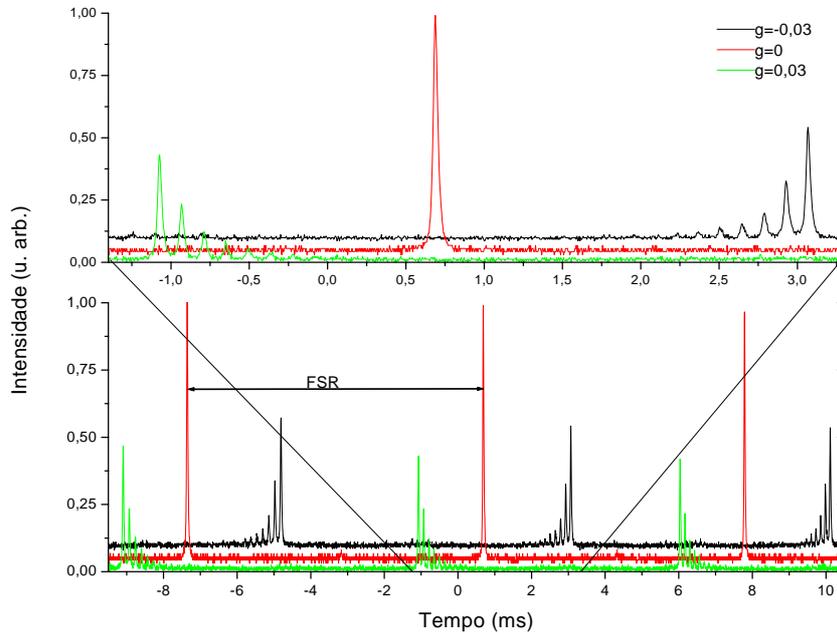


Figura 7.2: Modos transversos da cavidade confocal na ausência de cristal, observados pela transmitância da cavidade para diferentes comprimentos de cavidade ( $g = 1 - L/R$ ). Parte superior: ampliação do gráfico inferior, mostrando os detalhes da separação da ressonância entre modos transversos.

Vemos na figura 7.2 a transmitância medida da cavidade para o feixe de 1064 nm, durante a varredura do comprimento por dois intervalos espectrais livres. Esta medida foi repetida para diferentes comprimentos de cavidade, dos quais alguns exemplos são mostrados. A posição confocal pode ser facilmente observada neste caso pela maximização do pico de ressonância com o comprimento da cavidade, o que é feito pelo deslocamento cuidadoso do micrômetro do

suporte do “gimbal” do espelho de saída.

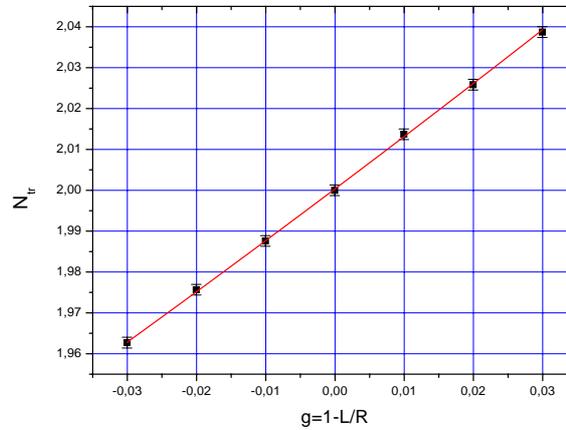


Figura 7.3: Densidade de modos em função do parâmetro  $g = 1 - L/R$  da cavidade em torno da confocalidade.

Note que, no alinhamento da cavidade, repete-se o ajuste dos espelhos e da injeção do feixe para uma variação completa do curso do translador do espelho. O objetivo é manter o alinhamento do sistema para qualquer comprimento de cavidade escolhido. Na situação final, temos a ausência de modos ímpares da cavidade e a manutenção da finesse durante o deslocamento do espelho de saída, sem que haja necessidade de realinhar a cavidade a cada posição de medida.

A densidade de modos transversos em uma cavidade é definida pela razão entre a separação dos modos para diferentes ordens de modos longituniais (intervalo espectral livre da cavidade - FSR) e a separação entre modos transversos adjacentes. Na figura 7.3, vemos a densidade de modos medida para diferentes comprimentos de cavidade, através de medidas semelhantes às apresentadas na figura 7.2. A curva apresentada é o valor teórico da densidade de modos em função do parâmetro  $g$  da cavidade ( $N_{tr} = \pi/\arccos(g)$ , conforme equação 6.12). Os resultados experimentais concordam perfeitamente com os valores esperados, e permitem definir com precisão melhor que 0,01 mm a posição de confocalidade.

O comprimento efetivo da cavidade com o cristal inserido sofre uma variação, dada pelo comprimento do cristal e pelo seu índice de refração para um dado modo. Assim, o comprimento efetivo da cavidade  $L_{cav}$  para uma distância  $L$  entre os espelhos, com um cristal de comprimento  $\ell$  inserido no seu interior, é dado por

$$L_{cav} = L + \ell \left( \frac{1}{n} - 1 \right) \quad (7.1)$$

deslocando-se o ponto de confocalidade  $L_{cav} = R$  de uma distância  $\ell(1 - 1/n)$  com a inserção do cristal. No nosso caso, para a cavidade em questão, os índices de refração são dados pela tabela 4.2.1, de modo que a variação de comprimento é de 4,41 mm para o bombeio (horizontal), 4,53 mm para o sinal e 4,27 mm para o complementar. Claramente a confocalidade exata não

pode ser obtida simultaneamente para os três modos. No entanto, como a diferença entre os comprimentos de confocalidade exata é inferior à faixa de valores na qual temos a superposição dos picos de ressonância, podemos considerar a nossa cavidade como triplamente confocal.

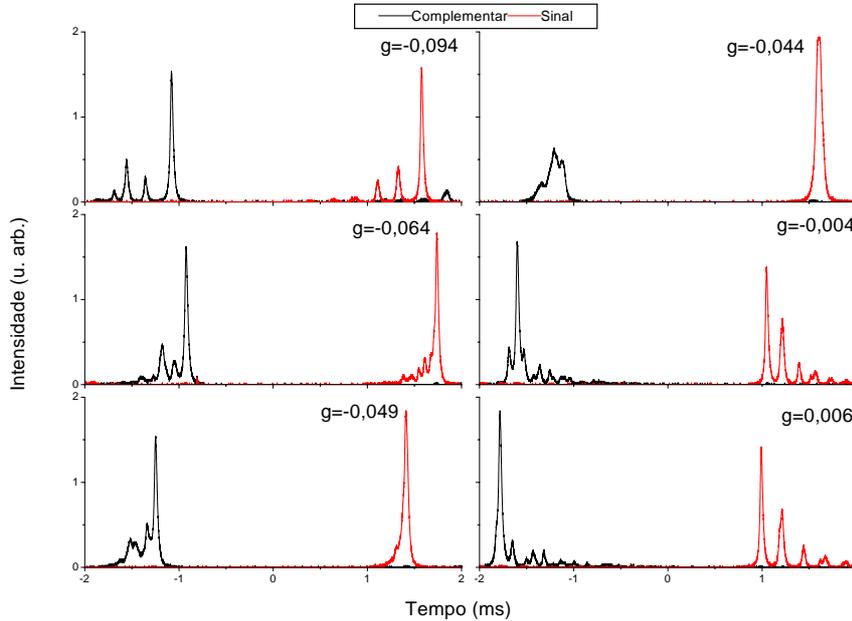


Figura 7.4: Modos transversos medidos pela transmitância da cavidade, na qual temos um cristal de KTP inserido.

Temos na figura 7.4 os picos de ressonância das polarizações horizontal e vertical do feixe de 1064 nm com o cristal inserido. Este é alinhado de forma a eliminar os picos ímpares observados após sua inserção, assegurando a incidência perpendicular do feixe sobre suas faces. Longe da confocalidade, verificamos inicialmente a separação da degenerescência entre modos pares de mesma ordem  $s = m + n$  em dois picos distintos. Assim, se os modos  $TEM_{02}$  e  $TEM_{20}$  se mostravam coincidentes e indistintos na cavidade vazia, aqui já podem ser identificados e separados. Isto pode ser verificado ao observarmos sobre um anteparo as imagens dos modos. As orientações dos eixos cartesianos dos modos de Hermite-Gauss é definida pelos eixos ordinário e extraordinário do cristal. Na cavidade vazia, observamos a superposição destes modos, resultando em uma imagem com simetria cilíndrica (um máximo central seguido de anéis concêntricos) semelhante a um modo de Laguerre-Gauss.

À medida que nos aproximamos da confocalidade, os picos se fundem, mas o máximo pode acabar escapando do pico referente ao modo fundamental. Por vezes, temos um pico largo e disforme onde observamos diversas ressonâncias superpostas. Estas formas variam bruscamente com pequenas reorientações do cristal, ou com seu translado no plano perpendicular ao eixo da cavidade.

Medindo novamente a densidade de modos, tomando para isso a distância entre o pico principal e o ponto médio dos dois primeiros modos pares cuja degenerescência foi quebrada,

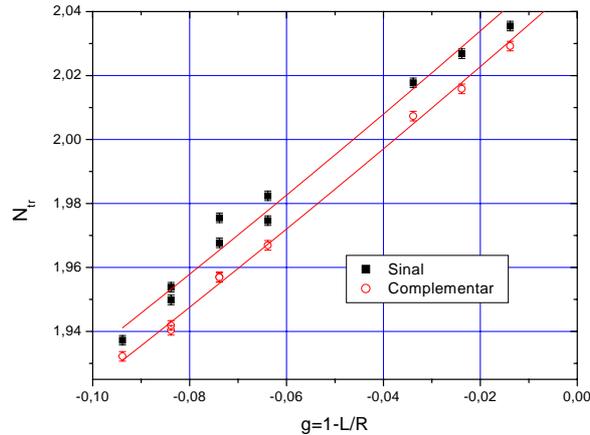


Figura 7.5: Densidade de modos em função do comprimento da cavidade em tono da confocalidade com cristal inserido.

vemos que há um deslocamento da posição de confocalidade (figura 7.5). No ajuste realizado, obtivemos um deslocamento de  $(4,62 \pm 0,11)\text{mm}$  para o sinal e  $(3,77 \pm 0,20)\text{mm}$  para o complementar. Uma vez que para o primeiro temos os picos bem definidos, não é de espantar a concordância do valor medido com o valor calculado. Já para o complementar, as distorções sofridas pelos picos não permitem obter de forma clara sua separação, afetando a qualidade do resultado. No entanto, em ambos os casos vemos a superposição dos modos transversos em uma faixa de cerca de 2 mm do comprimento da cavidade.

A região de confocalidade para o bombeio é muito larga para que seus picos cheguem a ser distinguíveis, não sendo por isso mostrada neste estudo. Um efeito interessante provocado pela injeção do bombeio é o deslocamento dos picos dos modos transversos, mostrando uma alteração na densidade de modos da cavidade na ressonância do bombeio. Lembrando que o cristal apresenta uma absorção da ordem de 1% a 532 nm, podemos ver a manifestação de efeitos de lente térmica no interior da cavidade, conforme discutiremos a seguir.

### 7.1.3 Efeito de lente térmica

Um efeito interessante que ocorre na cavidade confocal é o deslocamento da posição de degenerescência devido à formação de uma lente térmica no cristal. Temos o aquecimento do meio pela absorção do feixe incidente, mas devido a difusão do calor, a distribuição de temperatura não coincide com o perfil de intensidade do feixe [135]. Esta distribuição de temperatura apresenta, no entanto, um máximo central. Esta variação de temperatura provoca uma alteração do índice de refração no meio, o que faz com que o meio aja como uma lente para o feixe incidente, provocando uma modulação de fase no feixe propagante, de modo semelhante ao observado no caso do efeito Kerr [136]. Esta lente térmica é estudada principalmente na observação de pequenas absorções e na medida de parâmetros térmicos do meio [137]. No nosso caso, a formação de uma lente no interior da cavidade altera a posição da cintura do feixe,

deslocando a fase de Gouy por ele acumulada em uma passagem no interior da cavidade. Em conseqüência, muda-se a condição de degenerescência da cavidade, que se torna um pouco mais complexa que a cavidade simétrica formada por dois espelhos esféricos.

Por termos uma potência de infravermelho inferior à potência de bombeio intracavidade, além de uma absorção no infravermelho menor que um décimo da absorção do verde, a contribuição da absorção dos feixes gerados pelo OPO (sinal e complementar) para o efeito de lente térmica é muito pequena. Porém, a elevada potência de bombeio e a absorção importante em 532 nm faz com que neste caso os efeitos de lente térmica sejam significativos.

Para estudar seus efeitos, vamos fazer uma simplificação, substituindo a lente espessa que se forma no interior do cristal por uma lente delgada, de distância focal  $f$ . Isto é razoável como uma primeira aproximação pois o comprimento do cristal é inferior ao comprimento de Rayleigh do feixe. Tal aproximação é amplamente empregada no estudo de efeitos de lente térmica e automodulação de fase por efeito Kerr [136].

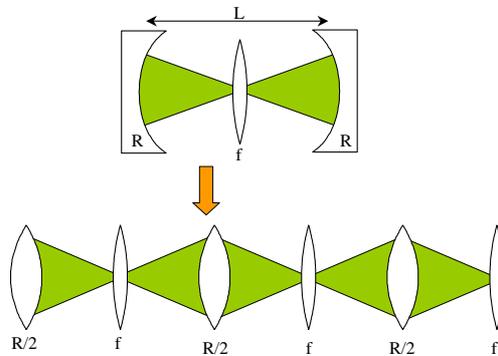


Figura 7.6: Cavidade simétrica com uma lente inserida, e seu modelamento como um guia de onda para um feixe gaussiano.

Considere que temos uma cavidade simétrica com espelhos de raio de curvatura  $R$ , separados por uma distância  $L$ , com uma lente de distância focal  $f$  no seu interior (figura 7.6). Como podemos ver na ref. [51], na condição de ressonância esta cavidade equivale a um guia de onda para um feixe gaussiano formado por uma série periódica de lentes de comprimento focal  $f' = R/2$ .

Para calcular a fase de Gouy  $\psi$  acumulada em uma passagem pela cavidade, vamos começar pelo cálculo da fase acumulada em metade do seu percurso. A sequência de lentes é equivalente à esperada para uma cavidade assimétrica, formada por dois espelhos de raios de curvatura  $R$  e  $2f$  separados por uma distância  $L/2$ . Tratando dessa forma o problema, podemos calcular a fase de Gouy  $\psi'$  obtida em uma passagem nesta cavidade:

$$\psi' = \pm \arccos \sqrt{g_1 g_2}, \quad (7.2)$$

com  $g_1 = 1 - \frac{L}{2R}$  e  $g_2 = 1 - \frac{L}{4f}$ . Para calcularmos a fase de Gouy acumulada na cavidade com

uma lente, devemos lembrar que  $\psi = 2\psi'$ . Mostra-se facilmente que

$$\psi = \arccos(2g_1g_2 - 1). \quad (7.3)$$

Neste caso, a densidade de modos transversos da cavidade com uma lente inserida é dada por

$$N_{tr} = \frac{\pi}{\arccos \left[ g - \frac{L}{4f}(g+1) \right]} \quad (7.4)$$

com  $g = 1 - \frac{L}{R}$ . Em uma aproximação para um valor pequeno de  $L/f$  teremos uma dependência linear da densidade de modos com o inverso do comprimento focal da lente

$$N_{tr} \simeq \frac{\pi}{\arccos g} \left[ 1 - \frac{(g+1)}{\sqrt{1-g^2}} \frac{L}{4f} \arccos g \right]. \quad (7.5)$$

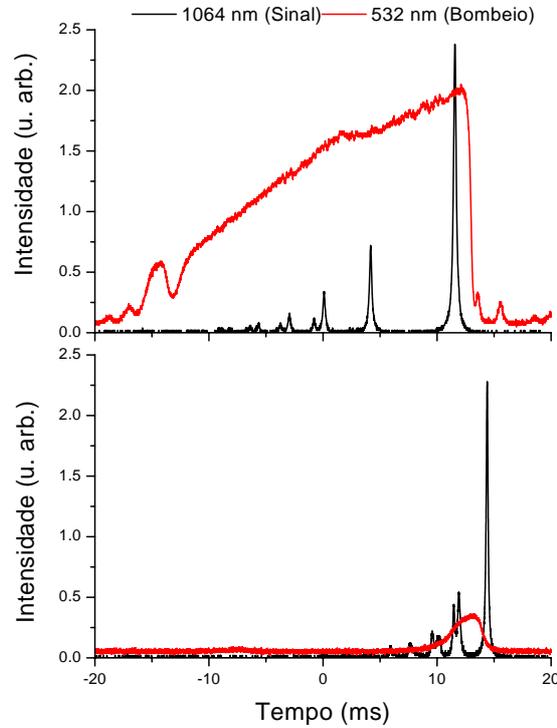


Figura 7.7: Mudança da densidade de modos para o sinal, diante de uma potência crescente de bombeio. Parte superior, potência injetada de 630 mW. Parte inferior, potência injetada de 55 mW.

Neste caso teremos, por efeito de lente térmica, um deslocamento do comprimento de cavidade no qual há degenerescência, com a mudança da densidade de modos transversos com a formação de uma lente térmica. Na figura 7.7, vemos esta mudança pela variação da separação

entre os picos de ressonância do sinal para diferentes potências de bombeio. A coincidência dos picos sinal e bombeio não é fortuita, sendo obtida pela variação da temperatura do cristal, mantido em um forno, em uma faixa de  $\pm 0,5^\circ\text{C}$ . Para impedir a oscilação do OPO, a polarização do bombeio é mantida na vertical, impedindo o correto acordo de fase para a oscilação quase degenerada.

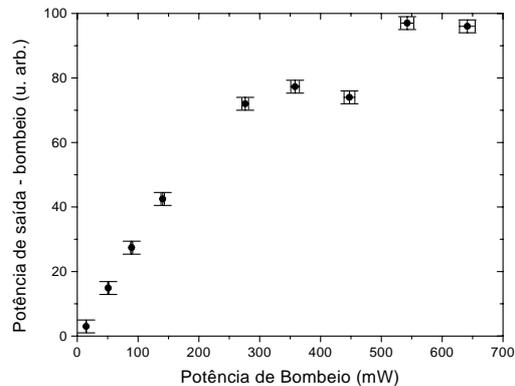


Figura 7.8: Amplitude do sinal de ressonância para 532 nm a diferentes potências de injeção.

Vemos ainda que os efeitos térmicos levam a uma distorção do pico de ressonância do bombeio, como fora observado na seção 4.8.1. Note que a potência intracavidade medida pelo detector não é conhecida com precisão, pois a incerteza do valor de transmitância do espelho de saída da cavidade é grande para o verde. No entanto, sabemos que ela não é linear com a potência do bombeio, justamente devido aos efeitos térmicos presentes no interior da cavidade (figura 7.8).

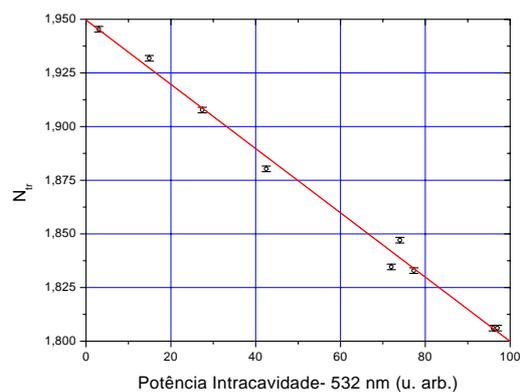


Figura 7.9: Deslocamento da densidade de modos em função da potência intracavidade do bombeio .

A dependência da densidade de modos com a potência intracavidade é mostrada na figu-

ra 7.9. Nesta situação, para uma densidade inicial  $N_{tr} = 1,95$ , repetimos as medidas da figura 7.7, obtendo a densidade de modos para diferentes potências de bombeio. O resultado indica a formação de uma lente térmica convergente no interior do cristal, com  $f^{-1}$  proporcional à potência intracavidade. Esta técnica pode ser desenvolvida visando sua aplicação às medidas de pequenas absorções, sendo que neste caso, pela equação 7.5, vemos que a sensibilidade na medida de  $1/f$  será máxima para uma cavidade plana ( $g = 1$ ), e nula para uma cavidade concêntrica ( $g = -1$ ).

A lente convergente formada é coerente com os valores positivos de  $\partial n/\partial T$  do KTP [70], e justifica o comportamento observado em [12]. Nos basearemos nesta referência para descrever o comportamento clássico do OPO confocal, como veremos a seguir.

## 7.2 OPO Confocal

Tendo estudado a cavidade confocal, seus aspectos para uma cavidade vazia e uma cavidade com um cristal inserido, e os efeitos provocados por uma lente térmica, vamos estudar as características de um OPO operando na condição de degenerescência transversa, mostrando os resultados observados na ref. [12].

Antes, vale discutir a motivação do estudo de uma cavidade confocal para a observação de efeitos quânticos. Conforme discutido na referência [128], um OPO em uma cavidade confocal deve apresentar, abaixo do limiar de oscilação, uma saída com vácuo comprimido, tal qual um OPO em uma cavidade não degenerada. Neste caso, com um cristal fino, bombeado por uma onda plana, teremos a superposição de diversos modos transversos de ordem par que vão resultar na superposição de múltiplos modos de vácuo comprimido na saída da cavidade. Abaixo do limiar, estes modos estão desacoplados, e o resultado se assemelha à superposição do vácuo comprimido de múltiplos OPO's. Focalizando corretamente a saída, e sobrepondo-a a um oscilador local com simetria de inversão, devemos obter a mesma compressão para diferentes formas do oscilador local.

Acima do limiar, foi demonstrado que o OPO apresenta um forte acoplamento entre os modos do bombeio e os modos sinal e complementar transversos [110]. No entanto, ainda que os modos transversos de mesma ordem  $TEM_{pq}$  do sinal e complementar sejam mais fortemente acoplados, há uma contribuição importante do acoplamento entre modos de diferentes ordens. Ou seja, o OPO é levado a uma oscilação em múltiplos modos transversos, fortemente acoplados entre si. Não é claro como é distribuído o ruído entre os modos transversos dos feixes sinal e complementar, permanecendo aberta a questão do modelamento dos efeitos quânticos nos feixes gêmeos do OPO confocal.

Uma visão simplista desta questão é proposta pela descrição da emissão da luz em fótons gêmeos, como vemos na figura 7.10. A idéia é que o fóton emitido em uma dada direção possui um fóton gêmeo emitido na direção simétrica, por conservação de momento. Se eles não forem transmitidos no primeiro encontro com o espelho de acoplamento, eles vão ser refletidos, e após uma volta completa na cavidade irão trocar de direção, conservando o ângulo de emissão. Após múltiplas voltas, os fótons podem sair em qualquer uma das direções selecionadas pelo ângulo de emissão. Esta direção de emissão difere daquela de um outro par de fótons, gerados em um ângulo menor. A correlação dos fótons gêmeos se manteria em faixas em torno do centro do

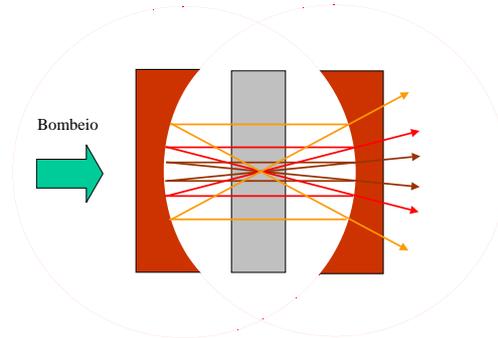


Figura 7.10: Descrição do OPO confocal pela conservação do momento transversal dos fótons emitidos.

feixe. Se colocássemos um obstáculo com simetria cilíndrica no campo distante do feixe, como uma íris, e medíssemos a correlação de intensidade entre os feixes, esta deveria se manter à medida que reduzimos a abertura.

Veremos, no entanto, que esta descrição simplista do problema não é verificada experimentalmente na observação da distribuição de ruído dentro dos feixes gerados. Mas ocorre uma clara distinção deste regime com relação à situação de uma cavidade onde não há degenerescência de modos transversos e os modos de saída do OPO se limitam a dois feixes gaussianos  $TEM_{00}$ .

### 7.2.1 Estruturas de saída

Como mostrado em [12], o OPO confocal apresenta em sua saída a formação de estruturas de diversos graus de complexidade, formando-se anéis em sua parte externa, e granulações regulares no seu interior. Tais situações podem ser descritas pela superposição de múltiplos modos de saída.

Vamos lembrar aqui alguns aspectos daquele trabalho, que serão úteis na nossa descrição da medida dos efeitos quânticos no OPO confocal. Em seu trabalho, Vaupel *et.al.* [12] verificaram as estruturas formadas na saída do OPO confocal em diferentes comprimentos de cavidade, variando ainda o tamanho do feixe de bombeio e sua potência.

As imagens do feixe sinal no campo próximo podem ser vistas na figura 7.11. Vemos que à medida que nos aproximamos do ponto de confocalidade exata (descontado o efeito de deslocamento da posição confocal pelo efeito de lente térmica) temos progressivamente a formação de anéis em torno do máximo central. A complexidade das estruturas aumenta para valores menores de comprimento de cavidade ( $\Delta L < 0$ ). A existência destas estruturas além do ponto de confocalidade deve-se principalmente aos efeitos térmicos no interior do cristal, que para um valor negativo de  $\Delta L = L_{cav} - R$  ( $N_{tr} > 2$ ) reduzem a densidade de modos de volta à degenerescência.

Outro efeito interessante deve-se ao aumento do limiar de oscilação ao nos aproximarmos da confocalidade. Como vimos na figura 7.4, os modos na proximidade da degenerescência sofrem

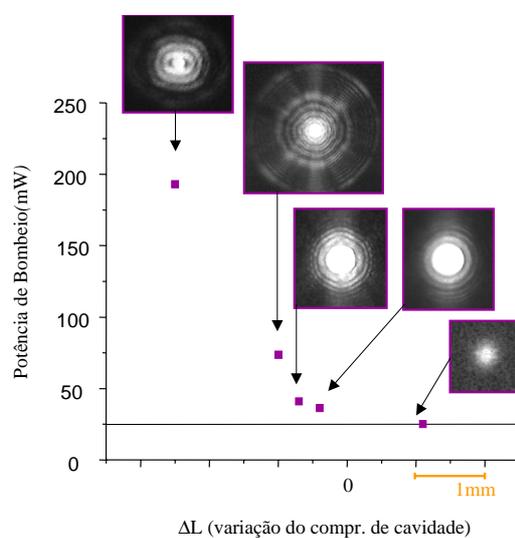


Figura 7.11: OPO confocal: estruturas obtidas na imagem de campo próximo do sinal para diferentes comprimentos de cavidade, e o aumento efetivo do limiar de oscilação [12].

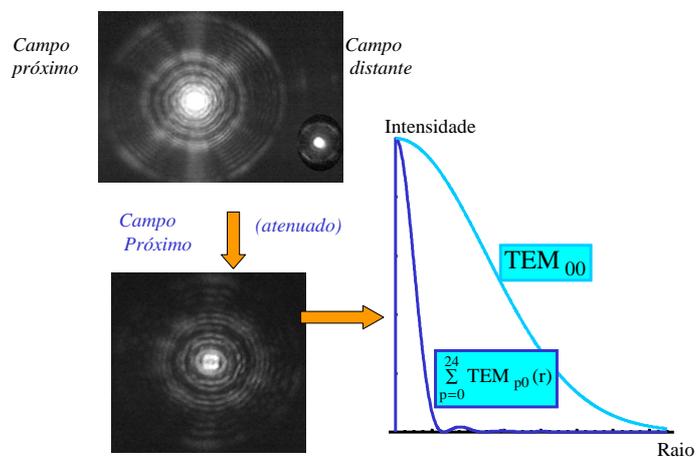


Figura 7.12: Estruturas no campo próximo e no campo distante do feixe sinal do OPO confocal para  $\Delta L = -0.25$  mm e bombeio de 300 mW, e sua decomposição em 25 modos de Laguerre-Gauss [12].

distorções, alterando-se a posição dos picos de ressonância em relação ao modo principal. As formas destes picos de ressonância mostravam grandes variações para pequenos deslocamentos do cristal. Na medida apresentada na figura 7.11 vemos que estes efeitos levam a um aumento do limiar de oscilação. Foi verificado que com um cuidadoso realinhamento do cristal é possível recuperar o limiar de oscilação [121].

Um estudo mais detalhado destas imagens mostra a sua composição por múltiplos modos de Laguerre-Gauss, como vemos na figura 7.12. Por exemplo, a estrutura apresentada para  $\Delta L = -0,25$  mm e um bombeio de 300 mW pode ser convenientemente descrita por uma somatória de 25 modos de Laguerre-Gauss. Notemos que o tratamento destes resultados e sua aplicação nas medidas dos efeitos quânticos que apresentaremos aqui é dificultado pela grande quantidade de modos presentes, pela complexidade da estrutura e pelo problema da sua reprodutibilidade. Esta reprodutibilidade dos resultados sofre com a degradação do cristal por “gray tracking”, o que altera seu limiar de oscilação. A alteração da potência de limiar desloca o ponto de degenerescência, não sendo possível repetir precisamente a medida, mantendo-se no entanto a existência de estruturas nos feixes de saída. Além disso, na aquisição de imagens, devemos fazer um compromisso entre os detalhes obtidos para as partes externas do feixe (pouco intensos) e a saturação do máximo central, pelo uso de filtros de densidade neutra. Uma correção dinâmica do sinal da CCD (chamada correção “gamma” pelos fabricantes) permite a visualização simultânea destes efeitos, porém invalida a análise dos dados pela não-linearidade dos valores medidos com a intensidade incidente sobre cada “pixel”.

O estudo mostrou ainda a formação de estruturas na imagem de campo distante, especialmente a formação de alvéolos no máximo central. Curiosamente, estes alvéolos podem sofrer uma inversão de máximos e mínimos para uma pequena variação da sintonia da cavidade. A periodicidade destas estruturas parece também aumentar à medida que reduzimos o comprimento da cavidade.

Por fim, verificou-se que estas estruturas dependem do tamanho do feixe de bombeio (figura 7.14), sendo mais complexas para um bombeio maior que o modo ressonante da cavidade. Para um diâmetro do feixe superior ao dobro do diâmetro do modo fundamental da cavidade ( $TEM_{00}$ ), não há o surgimento de novas estruturas. Observou-se também que, ainda que se formem estruturas nos feixes gerados, o modo do bombeio permanece gaussiano.

Outro aspecto importante é que os feixes sinal e complementar apresentam estruturas bem diferentes. Na realidade, fora da condição não-degenerada (modos de saída  $TEM_{00}$ ), será raro observar imagens simétricas nos dois feixes.

Vemos portanto que o OPO confocal requer uma descrição multimodo dos feixes de saída. No entanto, não é evidente que isto corresponda a uma descrição multimodo do campo quantizado em termos de operadores de criação e aniquilação. Podemos ter casos em que o feixe é descrito por uma somatória de modos transversos, definindo um vetor nesta base. Este vetor atua como um termo de modulação de amplitude que multiplica o operador aniquilação. Como veremos, esta situação é distinta daquela onde necessitamos de um operador aniquilação para cada modo transversal do feixe, definindo um campo multimodo em uma descrição quântica.

Para verificar se o campo é multimodo quântico, estudaremos a distribuição do ruído dentro de cada feixe. Por não serem simétricos, a colocação de um anteparo diante dos feixes irá afetar de forma diferente cada um deles. Se medimos um sinal comprimido na diferença da flutuação de intensidades para feixes balanceados (abaixo do “shot noise”), ao realizarmos a medida com

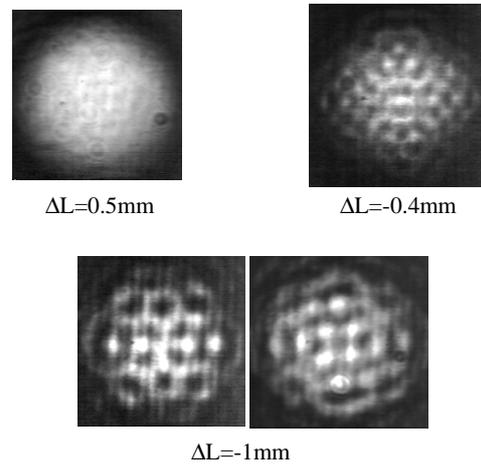


Figura 7.13: Estruturas do campo distante para bombeio de 360 mW a diferentes comprimentos de cavidade. As duas figuras inferiores ( $\Delta L = -1$  mm) correspondem a uma pequena variação do comprimento da cavidade (da ordem de nm) [12].

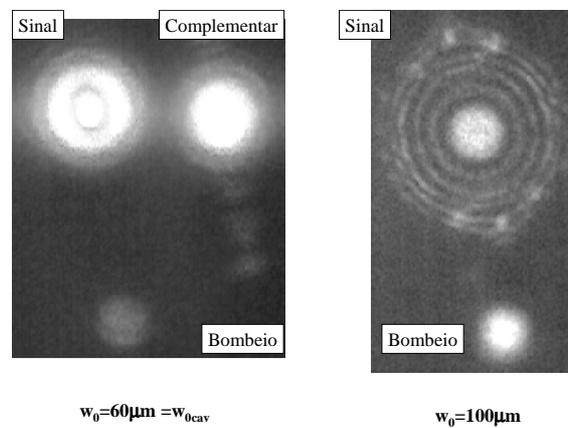


Figura 7.14: Imagens do campo distante para diferentes tamanhos do feixe de bombeio [12].

um desbalanceamento entre os feixes teremos um desequilíbrio na subtração, que nos leva a um sinal acima do “shot noise” devido ao excesso de ruído em cada um dos feixes. Pensando nisso, desenvolvemos o sistema de medição desbalanceado, que apresentamos a seguir.

### 7.3 Medida de correlações quânticas em feixes desbalanceados

A saída do OPO não é necessariamente balanceada. Devido à diferença nas perdas intracavidade para sinal e complementar, surge um desbalanceamento da ordem de 10% do valor médio das intensidades dos feixes.

Neste caso, devido ao excesso de ruído dos feixes de saída do OPO, temos uma redução no valor medida da compressão das flutuações da diferença de intensidades. Isto não impede a medida da compressão  $S$ , que para o OPO estudado se mantém em torno de 30 %. Vale lembrar que tais perdas intracavidade irão afetar também a distribuição do espectro de ruído, alterando a banda passante para os dois campos. Por este motivo, a inclusão de um atenuador externo que recupere o equilíbrio dos feixes não irá assegurar uma melhor compressão [43].

Vamos estudar o caso da medida de correlação afetada pela inserção de uma atenuação externa à cavidade, diante dos detetores dos feixes do OPO. Neste caso, a proposta é recuperar o valor inicial das flutuações pela correção eletrônica das atenuações sofridas pelos feixes.

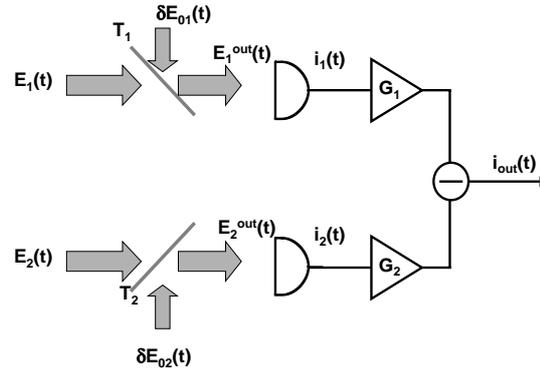


Figura 7.15: Sistema de detecção desbalanceada: descrição semiclássica monomodo.

O sistema é descrito na figura 7.15, onde os campos em estudo,  $E_1(t)$  e  $E_2(t)$ , correspondem no caso aos feixes de saída do OPO. Como mediremos a intensidade dos feixes, vamos considerar os valores médios dos campos  $E_i = \overline{E_i(t)}$  como valores reais. A flutuação do campo é dada por  $\delta E_i = E_i(t) - E_i$ , onde a dependência temporal é implícita no termo de flutuação.

Estes feixes incidem sobre um divisor de feixe, um atenuador ou um anteparo, sofrendo uma atenuação e a inserção de flutuações do vácuo, representadas por  $\delta E_{0i}$ . Na saída, teremos o campo incidente sobre os detetores dado por

$$E_i^{out}(t) = \sqrt{T_i}(E_i + \delta E_i) + \sqrt{1 - T_i}\delta E_{0i}, \quad (7.6)$$

onde  $T_i$  é a transmitância do elemento inserido diante do detetor  $i$ , dada pela razão das intensidades do feixe transmitido pelo feixe incidente.

A intensidade incidente sobre cada detetor é dada por  $I_i(t) = E_i^{out*}(t)E_i^{out}(t)$ . Desprezando os termos de ordem quadrática para as flutuações do campo, as flutuações da intensidade incidente no detetor  $i$  são dadas por

$$I_i(t) = T_i E_i^2 + 2E_i \left\{ T_i \operatorname{Re}[\delta E_i] + \sqrt{T_i(1-T_i)} \operatorname{Re}[\delta E_{0i}] \right\}, \quad (7.7)$$

onde vemos um termo para o valor médio da intensidade  $I_i = T_i E_i^2$  e um termo de flutuação real  $\delta I_i = I_i(t) - I_i$ .

Consideraremos que os detetores têm eficiência unitária, de modo que a taxa de geração de elétrons é igual ao fluxo de fótons incidente sobre o detetor. Definimos então a fotocorrente  $i_i \propto I_i$  a menos de uma constante. As fotocorrentes de cada detetor passam por amplificadores de ganho  $G_i$ , e são subtraídas, resultando em uma corrente de saída  $i_{out}(t) = G_1 i_1(t) - G_2 i_2(t)$ . A variância desta corrente pode ser medida por um analisador de espectro, mostrando a potência do ruído em uma dada frequência de análise, como vimos na seção 4.9. É esta medida que nos mostra a compressão no ruído, indicando correlações quânticas entre os feixes. A variância da fotocorrente  $i_{out}(t)$  é dada pelas flutuações das fotocorrentes de cada detetor

$$\Delta^2 i_{out} = \overline{(G_1 \delta i_1^{out} - G_2 \delta i_2^{out})^2}. \quad (7.8)$$

Na medida das correlações quânticas de intensidade dos feixes gêmeos em um OPO, temos ganhos  $G_i$  e transmitâncias  $T_i$  unitárias. Retomamos então a descrição apresentada na seção 2.3.5. O ruído medido por  $\Delta^2 i_{out}$  pode ser normalizado pelo resultado esperado para dois campos coerentes. Neste caso, fazendo a normalização pela mesma medida de ruído obtida por dois campos coerentes de igual intensidade, teremos

$$N = \frac{\overline{(\delta i_1^{out} - \delta i_2^{out}(t))^2}}{4(i_1 + i_2)\Delta^2 E_0}, \quad (7.9)$$

onde  $\Delta^2 E_0$  é a variância das flutuações do vácuo. A correlação entre os feixes é considerada quântica quando  $N < 1$ . A compressão do feixe  $S = 1 - N$  mostra o quanto os feixes gêmeos se afastam do comportamento clássico de dois feixes obtidos pela simples separação de um feixe incidente em um divisor de feixe. Um nível perfeito de compressão resultaria em  $S = 1$ .

A correção da atenuação dos feixes pelo ganho é semelhante à correção do valor de compressão para um sistema imperfeito de detecção. Nas publicações, anuncia-se geralmente uma compressão  $S$  medida, com uma eficiência quântica  $\eta$  do sistema de detecção. Deste modo, infere-se uma compressão  $S' = S/\eta$  do feixe na saída do sistema.

No presente caso, se medirmos a atenuação  $T_i$  do feixe incidente sobre cada detetor, podemos recuperar a informação do ruído incidente sobre o atenuador. Ajustando o ganho dos amplificadores  $G_i = 1/T_i$ , obtemos das equações 7.7 e 7.9 o valor corrigido da compressão

$$N_{corr} = \frac{\Delta^2 i_{out}}{4(G_1 i_1 + G_2 i_2)\Delta^2 E_0} + 1 - \frac{G_1^2 i_1 + G_2^2 i_2}{G_1 i_1 + G_2 i_2}, \quad (7.10)$$

onde vemos a recuperação das flutuações de intensidade do campo incidente, e a subtração do ruído do vácuo adicionado pela atenuação do feixe, ruído este que foi amplificado pela eletrônica na recuperação das flutuações do feixe.

Este valor pode ser facilmente obtido empregando o sistema de medição descrito na seção 6.5, onde temos um registro temporal das fotocorrentes em cada detetor. A proposta do sistema de medida é adquirir uma série de dados, obtendo simultaneamente o valor médio  $i_i$  e o espectro de amplitudes das flutuações da fotocorrente  $\delta i_i$  em uma frequência de análise  $f_0$ . Empregando um detetor adicional para fazer a normalização, pode-se medir o valor da transmitância  $T_i$ . Com isto podemos calcular o valor da equação 7.8 e do ruído corrigido  $N_{corr}$ , calibrando previamente o nível de “shot noise” para obter o valor de  $\Delta^2 E_0$ . Para um filtro de densidade neutra, temos que  $N_{corr} = N$  dado pela equação 7.9.

A utilidade deste método está na demonstração do caráter multimodo quântico do OPO confocal. Veremos a seguir como podemos descrever o campo elétrico quantizado por operadores de criação e aniquilação modulados pelas envoltórias dos modos transversos. Mostraremos que se existe uma combinação linear na base dos modos transversos que permita a descrição do campo por um único operador de aniquilação, este campo é monomodo quântico, e neste caso a atenuação da compressão de ruído é linear com a transmitância de um anteparo qualquer inserido no caminho do feixe. Do mesmo modo, para a medida de correlação, se tivermos feixes monomodo quânticos correlacionados, a correção do ruído dada pela equação 7.10 continua valendo. Caso contrário, demonstra-se que o campo é efetivamente multimodo.

## 7.4 Descrição quântica do campo multimodo

Na seção 2.1, realizamos a quantização do campo eletromagnético a partir das equações de Maxwell, levando à definição do operador campo elétrico na eq. 2.18. Naquele caso, o campo é descrito na forma de um operador atuando sobre um modo  $\mathbf{k}$  de propagação do campo, em uma dada polarização  $s$ .

Ao final, temos o campo elétrico descrito pela soma das componentes de frequências positivas ao seu harmônico conjugado, contendo a soma dos termos de frequências negativas. O operador das componentes positivas é descrito pelo operador de aniquilação de fótons do campo elétrico multiplicado por um termo dependente do modo  $\mathbf{k}$  e da frequência angular  $\omega$  do campo.

Naquela descrição, não há um detalhamento das coordenadas espaciais transversas do campo. Na realidade, estas acabam escondidas nos modos de propagação  $\mathbf{k}$ . Normalmente, a situação estudada consiste em um feixe monocromático, cuja propagação clássica pode ser descrita em uma aproximação paraxial. Nesta aproximação, podemos descrever o feixe pela superposição de modos espaciais ortonormais (em uma base de Laguerre-Gauss ou Hermite-Gauss) de diferentes amplitudes multiplicando o termo de propagação de onda plana  $\exp[i(\omega t - kz)]$ .

Vamos descrever de forma resumida o tratamento quântico do campo elétrico, seguindo a ref. [113]. Considerando que o campo se propaga de forma paraxial paralelamente ao eixo  $z$ , podemos escrever o operador de amplitude dos termos positivos de frequência do campo elétrico como

$$\hat{E}^{(+)}(z, \vec{\rho}, t) = i \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \epsilon_0 c}} \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] \hat{a}(z, \vec{\rho}, t) \quad (7.11)$$

onde  $k_0$  é o módulo do vetor de onda do campo na direção  $z$ , e  $\omega_0$  é a frequência da portadora do campo. Os operadores de criação e aniquilação  $\{\hat{a}^\dagger(z, \vec{\rho}, t), \hat{a}(z, \vec{\rho}, t)\}$  do campo dependem das coordenadas espaciais longitudinal ( $z$ ) e transversa ( $\vec{\rho}$ ), além da coordenada temporal.

Os operadores de criação e aniquilação são normalizados de modo que  $\langle \hat{a}^\dagger(z, \vec{\rho}, t) \hat{a}(z, \vec{\rho}, t) \rangle$  nos fornece o fluxo de fótons por unidade de área por segundo em um ponto  $\vec{\rho}$  do plano transversal ao ponto  $z$  do eixo de propagação, no instante  $t$ . As regras de comutação para estes operadores são

$$\begin{aligned} [\hat{a}(z, \vec{\rho}, t), \hat{a}^\dagger(z, \vec{\rho}', t')] &= \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}') \delta(t - t') \\ [\hat{a}(z, \vec{\rho}, t), \hat{a}(z, \vec{\rho}', t')] &= 0. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Estamos interessados em observar as correlações espaciais dos operadores do campo elétrico. Por este motivo, vamos simplificar a notação, considerando que as medidas são feitas em uma posição  $z$  do plano de propagação, e que o valor observado é sempre o espectro de ruído de uma fotocorrente, sendo portanto proporcional à autocorrelação da fotocorrente. Por isso, iremos suprimir a dependência dos operadores de aniquilação e criação nas coordenadas  $z$  e  $t$ , nos atendo apenas à coordenada transversa  $\vec{\rho}$ . A relação de comutação é então simplificada, de modo que

$$[\hat{a}(\vec{\rho}), \hat{a}^\dagger(\vec{\rho}')] = \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}'). \quad (7.13)$$

Consideremos a fotocorrente medida por um detetor (cuja eficiência consideraremos unitária) grande o suficiente para integrar toda a potência do feixe, porém com um anteparo diante dele de modo a selecionar uma superfície  $S$  do plano transversal em  $z$  (figura 7.16). O operador de fotocorrente será dado pela integração das fotocorrentes em cada ponto da superfície, de modo que

$$\hat{i} = \int_S \hat{a}^\dagger(\vec{\rho}) \hat{a}(\vec{\rho}) d\vec{\rho} = \int_S \hat{n}(\vec{\rho}) d\vec{\rho}. \quad (7.14)$$

onde  $\hat{n}(\vec{\rho})$  é o operador número local, que fornece a densidade do fluxo de fótons em um ponto  $\vec{\rho}$  do plano transversal.

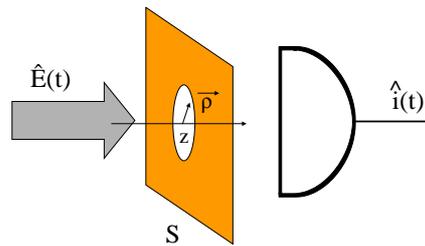


Figura 7.16: Medida da potência do feixe empregando um detetor cuja área de integração é limitada por um anteparo.

Convém ainda definir um operador para a flutuação da fotocorrente. Temos então

$$\delta \hat{i} = \int_S [\hat{n}(\vec{\rho}) - \langle \hat{n}(\vec{\rho}) \rangle] d\vec{\rho}. \quad (7.15)$$

onde o valor médio do operador número é obtido para o estado genérico  $|\phi\rangle$  do campo.

Vamos verificar como muda o valor medido da variância da fotocorrente  $\Delta^2 \hat{i}$  para diferentes formas do anteparo  $S$ . Para fazê-lo, será conveniente descrever o campo na forma de modos transversos, para os quais teremos operadores independentes de criação e aniquilação.

#### 7.4.1 Decomposição em modos transversos

Uma forma de satisfazer a condição de comutação 7.13 é pela descrição do campo como uma soma de operadores de aniquilação nos diferentes modos transversos do campo. Estes modos são descritos em uma base completa e ortonormal, por exemplo os modos de Hermite-Gauss ou de Laguerre-Gauss. Sendo  $\hat{a}_j$  o operador de aniquilação no modo  $j$ , o operador campo elétrico pode então ser descrito pela somatória dos operadores dos modos multiplicados pela envoltória que descreve a distribuição espacial da amplitude e fase do modo

$$\hat{E}(\vec{\rho}) = \sum_j \hat{a}_j u_j(\vec{\rho}). \quad (7.16)$$

Onde a completeza e a ortonormalidade da base  $\{u_j(\vec{\rho})\}$  são satisfeitas

$$\int_{S \rightarrow \infty} u_i^*(\vec{\rho}) u_j(\vec{\rho}) d\vec{\rho} = \delta_{ij}, \quad \sum_i u_i^*(\vec{\rho}) u_i(\vec{\rho}') = \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}'). \quad (7.17)$$

Em conseqüência, podemos verificar as relações de comutação para os operadores dos modos

$$[\hat{a}_l, \hat{a}_m^\dagger] = \delta_{lm}, \quad [\hat{a}_l, \hat{a}_m] = 0, \quad [\hat{a}_l^\dagger, \hat{a}_m^\dagger] = 0. \quad (7.18)$$

Se aplicarmos estas relações ao operador de fotocorrente descrito pela equação 7.14, teremos

$$\hat{i} = \sum_{lm} T_{lm} \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_m, \quad (7.19)$$

onde os coeficientes  $T_{lm}$  são dados pela integração do produto dos modos transversos na superfície  $S$

$$T_{lm} = \int_S u_l^*(\vec{\rho}) u_m(\vec{\rho}) d\vec{\rho}. \quad (7.20)$$

Observamos que  $T_{lm} = T_{ml}^*$ . Das condições de ortonormalidade e completeza temos que

$$T_{lm} = \delta_{lm} \quad \text{se } S \rightarrow \infty. \quad (7.21)$$

Calculando a variância da fotocorrente, podemos aplicar as propriedades de comutação dos operadores de modo (eq. 7.18) e a completeza da base escolhida para mostrar que

$$\Delta^2 \hat{i} = \langle (\delta \hat{i})^2 \rangle = \langle \hat{i} \rangle + \sum_{klmn} T_{lm} T_{kn} \langle : \delta n_{klmn}^2 : \rangle, \quad (7.22)$$

onde o termo em ordem normal (operadores de criação à esquerda e operadores de aniquilação à direita) é dado por

$$\langle : \delta n_{klmn}^2 : \rangle = \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_m \hat{a}_n \rangle - \langle \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_m \rangle \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_n \rangle. \quad (7.23)$$

correspondendo nos casos  $l = m$  e  $k = n$  às correlações das flutuações do operador número de cada modo.

O caso da transmissão do feixe por um anteparo pode então ser tratado pela soma dos termos de correlação em uma base infinita de modos. Se reagruparmos os termos da somatória podemos obter maiores detalhes sobre os diversos efeitos físicos descritos por esta equação. Teremos assim, para a equação 7.22,

$$\begin{aligned} \Delta^2 \hat{i} = \langle \hat{i} \rangle + \sum_i T_{ii}^2 \langle : (\delta \hat{n}_i)^2 : \rangle + 2 \sum_{i,j>i} T_{ii} T_{jj} \langle \delta \hat{n}_i \delta \hat{n}_j \rangle + 2 \sum_{i,j>i} |T_{ij}|^2 \left( \langle \hat{n}_i \hat{n}_j \rangle - |\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle|^2 \right) \\ + \sum_{i,j,k,l} T_{kl} T_{ij} (1 - \delta_{kl} \delta_{mn}) (1 - \delta_{kn} \delta_{lm}) \left( \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_l \rangle - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l \rangle \langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j \rangle \right). \quad (7.24) \end{aligned}$$

O primeiro termo corresponde ao “shot noise”, sendo proporcional ao número médio de fótons detectados  $\langle \hat{i} \rangle$ . A variância em ordem normal  $\langle : (\delta \hat{n}_i)^2 : \rangle$  do operador número  $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$  do modo fornece a compressão ou o excesso de ruído em cada modo transversal do campo. A correlação do número de fótons entre diferentes modos é dada por  $\langle \delta \hat{n}_i \delta \hat{n}_j \rangle$ . Vemos neste caso que todos estes termos são reais, e têm como peso a transmitância  $T_{ii}$  do modo pela abertura.

Os últimos termos correspondem à contribuição da interferência entre cada modo. Em alguns casos, como mostrado para diodos laser de cavidade vertical [133], este termo se anula por tratarmos de modos de frequências diferentes. Se a diferença das frequências for muito superior à largura de banda do sistema de detecção, o batimento entre elas não será observado, e os termos de interferência são nulos. Neste caso, os únicos termos remanescentes serão o termo de “shot noise”, o termo de compressão de ruído de cada modo e a correlação de intensidade. No caso aqui discutido, estamos tratando de um feixe com uma única frequência de portadora, de modo que há uma contribuição efetiva para situações onde a superfície de integração  $S$  é finita, como no caso de diodos laser mostrados em [132].

Podemos definir o ruído normalizado pela razão entre a variância da fotocorrente e o “shot noise” ( $N = \Delta^2 \hat{i} / \langle \hat{i} \rangle$ ). Da equação 7.24 podemos ver que este ruído normalizado não apresenta de forma clara uma dependência linear com a atenuação do feixe, como visto no caso de um feixe monomodo atenuado por um filtro de densidade neutra (seção 2.3.2). Vamos demonstrar que se houver uma descrição monomodo do campo, existe uma dependência linear.

Começemos por estudar duas situações-limite. Para uma integração completa da frente de onda (ou seja, para  $S \rightarrow \infty$ ), teremos  $T_{ij} = \delta_{ij}$ , e todos os termos de interferência serão nulos. Teremos assim o ruído normalizado de todo o feixe, considerando ainda a distribuição de fótons entre os modos, sua variância e sua correlação. Por outro lado, para uma abertura muito pequena,  $T_{ij} \rightarrow 0$ . Como todos os termos possuem uma dependência quadrática com a transmitância, exceto o “shot noise”, as flutuações de fotocorrente irão convergir para o nível de “shot noise”, obtendo-se assim um ruído normalizado unitário. Para pontos intermediários, todos os termos de correlação irão concorrer, não havendo uma dependência linear.

A linearidade da compressão ou do excesso de ruído com a transmitância total do anteparo fica evidente em alguns casos específicos. Se o campo é descrito em um estado multimodo coe-

rente, sem correlações de intensidade entre os modos transversos, todos os termos da somatória são nulos, exceto o “shot noise”. Deste modo as flutuações de intensidade estão limitadas ao ruído padrão para qualquer superfície de integração escolhida.

Se houver, no entanto, excesso ou compressão de ruído, as flutuações serão lineares se o campo é descrito por um estado monomodo. Neste caso, o sentido de campo quântico monomodo fica claro ao considerarmos que os fótons são gerados ou aniquilados em apenas um modo transversal do campo. Se o campo estiver em um estado  $|\phi\rangle$ , tal que a aplicação do operador aniquilação do modo  $i$  dê um resultado não nulo apenas para um modo do campo, que denominaremos modo  $o$ , teremos

$$\hat{a}_i|\phi\rangle = \delta_{oi}|\phi'\rangle, \quad (7.25)$$

para qualquer modo  $i$  do campo. Neste caso vemos que o valor da compressão de ruído normalizada é

$$S = N - 1 = T_{oo} \frac{\langle : \delta^2 \hat{n}_o : \rangle}{\langle \hat{n}_o \rangle}, \quad (7.26)$$

sendo proporcional à atenuação do feixe  $T_{oo}$ . Teremos a situação semelhante ao uso de um filtro de densidade neutra em um estado comprimido do campo [19, 40]. O fato do campo ser descrito por um único modo da base  $\{u_i\}$  leva à dependência linear da compressão de ruído.

Por vezes a condição 7.25 não é satisfeita na base escolhida, escondendo uma descrição monomodo do campo. Afinal, mesmo um feixe gaussiano TEM<sub>00</sub> pode ser representado por uma superposição de modos em uma outra base, bastando para isso que nesta outra base a cintura do feixe do modo fundamental seja diferente da cintura do feixe gaussiano. Mostraremos que se existe uma base  $\{v_i\}$  onde o campo é descrito como um único modo, então a condição de proporcionalidade 7.26 é verificada. Se esta condição não for satisfeita, então o campo é multimodo.

Considere que o operador do campo dado pela eq. 7.16 possa ser expresso de modo alternativo em outra base

$$\hat{E}(\vec{\rho}) = \sum_i \hat{a}_i u_i(\vec{\rho}) = \sum_j \hat{b}_j v_j(\vec{\rho}). \quad (7.27)$$

onde o operador de aniquilação  $\hat{b}_j$  atua nos modos  $j$  do campo descrito na base  $\{v_j(\vec{\rho})\}$ , completa e ortonormal.

Como podemos ver, os operadores  $\hat{a}_i$  a  $\hat{b}_j$  são linearmente relacionados

$$\hat{b}_j = \sum_i c_{ji} \hat{a}_i \quad \text{e} \quad \hat{a}_i = \sum_j c_{ji}^* \hat{b}_j \quad \text{com} \quad c_{ji} = \int_{\infty} v_j^*(\vec{\rho}) u_i(\vec{\rho}) d\vec{\rho}, \quad (7.28)$$

onde temos, pelas relações de completudeza

$$\sum_k c_{ki} c_{kj}^* = \delta_{ij}. \quad (7.29)$$

Consideremos que para o estado do campo  $|\psi\rangle$  temos aparentemente uma situação multimodo para o operador de aniquilação  $\hat{a}_i$  ( $\hat{a}_i|\psi\rangle = \alpha_i|\psi_i\rangle$ ) mas para o operador  $\hat{b}_j$  ele é claramente monomodo, satisfazendo a condição 7.25 ( $\hat{b}_j|\psi\rangle = \delta_{oj}|\psi_j\rangle$ ).

Aplicando a descrição de  $\hat{a}_i$  em função de  $\hat{b}_j$  nos termos com ordenação normal definidos pela equação 7.23 teremos graças ao comportamento monomodo na base  $\{v_j\}$

$$\langle : \delta \hat{n}_{klmn} : \rangle = c_{ok} c_{oj} c_{om} c_{on} \langle : \delta \hat{N}_b : \rangle, \quad (7.30)$$

com  $\delta\hat{N}_b = \hat{b}_0^\dagger\hat{b}_0 - \langle\hat{b}_0^\dagger\hat{b}_0\rangle$ .

Da completeza e ortonormalidade de  $\{u_j\}$  e  $\{v_i\}$  vemos que

$$\sum_{lm} T_{lm} c_{ol} c_{om} = \int_S v_0^*(\vec{\rho}) v_0(\vec{\rho}) = T, \quad (7.31)$$

sendo  $T$  a transmitância do feixe pela abertura. Portanto a equação 7.24 pode ser descrita na forma

$$S = \frac{\Delta^{2\hat{i}}}{\langle\hat{i}\rangle} - 1 = T S_0, \quad (7.32)$$

com  $S_0 = \langle:\delta\hat{N}_b:\rangle/\langle\hat{N}_b\rangle$  como a compressão total de ruído para uma integração completa sobre toda a superfície do feixe.

Temos portanto que se o campo pode ser descrito por uma representação monomodo, o excesso de ruído normalizado será proporcional à atenuação da intensidade do feixe. Ou seja, o ruído possui um termo linear referente ao “shot noise”, e um termo quadrático referente ao excesso ou à compressão de ruído.

Se não houver esta linearidade, o campo é multimodo. Uma descrição completa e detalhada torna-se difícil. Existem algumas situações específicas [132, 133] onde o ruído de cada modo e a correlação são facilmente mensuráveis, porém a complexidade do tratamento dos dados aumenta para um número crescente de modos envolvidos. Uma escolha evidente para a base dos modos na descrição do campo são os modos transversos de uma cavidade para o sistema em análise [138].

O tratamento aqui descrito pode ser aplicado ao estudo das compressões de intensidade no caso de campos comprimidos multimodo. Para compressão em quadratura, a descrição do modo do oscilador local deve ser considerada, não sendo aqui tratada.

Após estudarmos a descrição do campo multimodo, vamos voltar ao estudo da correlação de intensidade entre feixes gêmeos de um OPO, retomando a discussão apresentada na seção 7.3. A diferença é que estudaremos agora o caso multimodo em uma descrição puramente quântica do campo, em termos dos operadores de criação e aniquilação dos modos transversos.

### 7.4.2 Correlações de intensidade

Nós vimos no caso anterior como o efeito de um obstáculo irá afetar a medida do ruído de intensidade de um feixe multimodo. Discutiremos agora as correlações quânticas entre dois feixes, visando sua aplicação aos feixes gêmeos de OPO's em cavidades degeneradas, levando a uma oscilação multimodo transversa. Neste caso, não teremos apenas um detetor, mas um par de detetores sobre os quais incidimos feixes com diferentes distribuições de intensidade. Vamos analisar a situação de uma detecção desbalanceada, com uma correção de ganho para compensar as diferenças na atenuação dos dois feixes.

Vamos considerar o sistema de detecção descrito na figura 7.17. Os campos elétricos incidentes, representados por  $\hat{E}_1$  e  $\hat{E}_2$ , podem ser descritos na forma de somas de operadores de aniquilação dos modos ortogonais dos campos, como descrito na equação 7.16. Diante de cada detetor temos um anteparo, que define uma superfície de integração  $S_i$  para o campo incidente.

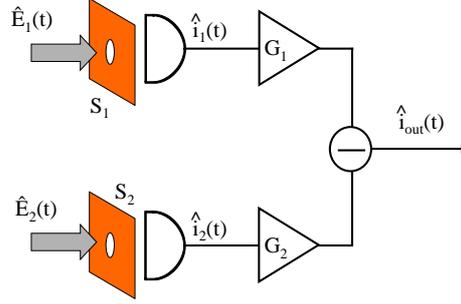


Figura 7.17: Montagem para comparação de ruído entre dois feixes multimodo.

As fotocorrentes medidas pelos detetores são dadas pelos operadores  $\hat{i}_i(t)$  (eq. 7.14), e são amplificadas por circuitos eletrônicos, sendo medido o valor médio das fotocorrentes dos detetores e a potência de ruído da subtração das fotocorrentes amplificadas  $\hat{i}_{out}$ . Com ganho unitário nos amplificadores, e sem os anteparos diante dos detetores, medimos diretamente a correlação das intensidades dos dois feixes, comparando o valor de  $\Delta^2 \hat{i}_{out}$  com o valor esperado para dois feixes coerentes não correlacionados, de mesma intensidade, incidindo sobre o sistema (“shot noise”).

Se introduzirmos os anteparos, podemos tentar recuperar a informação perdida pela atenuação do feixe. Desse modo fazemos  $G_i = 1/T^{(i)}$ , onde a transmitância do feixe pelo anteparo pode ser calculada por

$$T^{(i)} = \frac{\sum_{mn} T_{mn} \langle \hat{a}_m^{(i)\dagger} \hat{a}_n^{(i)} \rangle}{\hat{I}_i} \quad (7.33)$$

onde a fotocorrente total obtida da integração de toda a frente de onda é  $\hat{I}_i = \sum_m \langle \hat{n}_m^{(i)} \rangle$ , coincidindo com  $\hat{i}$  quando o obstáculo é completamente removido.

Teremos então para a variância da diferença das fotocorrentes amplificadas

$$\Delta^2 \hat{i}_{out} = \langle \delta^2 (G_1 \hat{i}_1 + G_2 \hat{i}_2) \rangle = G_1^2 \langle \delta^2 \hat{i}_1 \rangle + G_2^2 \langle \delta^2 \hat{i}_2 \rangle - 2G_1 G_2 \langle \delta \hat{i}_1 \delta \hat{i}_2 \rangle, \quad (7.34)$$

onde vemos as contribuições das flutuações de intensidade de cada feixe mais o termo de correlação de intensidades dos dois feixes.

Vamos estudar agora dois casos diferentes. Analisaremos primeiramente a distribuição do ruído em um único feixe pela variação da superfície de integração  $S_1$ . Em seguida, estudaremos o caso no qual as duas superfícies de integração são simultaneamente alteradas.

### Distribuição de ruído em um único feixe

Começando o estudo pela distribuição de ruído em um único feixe, consideraremos que  $T_2 = 1$ , ou seja, removemos completamente este anteparo. Vamos então calcular a distribuição corrigida

do ruído, seguindo o procedimento descrito na seção 7.3. Neste caso, o nível corrigido de ruído é

$$N_{corr} = \frac{\Delta^2 \hat{i}_{out}}{G_1 \langle \hat{i}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle} + 1 - \frac{G_1^2 \langle \hat{i}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle}{G_1 \langle \hat{i}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle}. \quad (7.35)$$

Tentamos assim recuperar, através do ganho sobre a fotocorrente do detector 1, o nível de ruído normalizado obtido na ausência de atenuadores diante dos detectores.

Na ausência da abertura diante do detector 1, teremos o ruído normalizado dado por

$$N_0 = \frac{\langle \delta^2 (\hat{I}_1 - \hat{I}_2) \rangle}{\langle \hat{I}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle}. \quad (7.36)$$

A diferença entre o ruído corrigido e o ruído normalizado sem perdas é dada por

$$N_{corr} - N_0 = \frac{G_1^2 \sum_{klmn} T_{lm} T_{kn} \langle : \delta^2 \hat{n}_{klmn}^{(1)} : \rangle - \langle : \delta^2 \hat{I}_1 : \rangle - 2G_1 \sum_{lm} T_{lm} \langle \delta \hat{n}_{lm}^{(1)} \delta \hat{I}_2 \rangle + \langle \delta \hat{I}_1 \delta \hat{I}_2 \rangle}{\langle \hat{I}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle}. \quad (7.37)$$

Novamente, se considerarmos um campo monomodo quântico incidindo sobre os detectores, verificamos que  $N_{corr} - N_0 = 0$ . Neste caso, a correção empregada é válida, e recupera o nível de ruído original para um feixe atenuado. O resultado é semelhante ao obtido para a inclusão de um filtro de densidade neutra. Teremos em ambos os casos a eliminação aleatória de fótons do feixe incidente.

Nota-se ainda que para o feixe incidente sobre o detector 2 não foi feita hipótese alguma quanto a sua distribuição de modos, uma vez que estamos integrando toda a frente de onda. Se a igualdade entre o ruído corrigido e o ruído medido sem atenuação não for verificada, não existe uma base na qual o feixe 1 possa ser descrito em uma representação monomodo.

### Distribuição de ruído em ambos os feixes

Considerando agora a atenuação simultânea sobre ambos os feixes, podemos calcular novamente o ruído corrigido, considerando agora o ganho sobre as duas fotocorrentes. Obtemos assim

$$N_{corr} = \frac{\Delta^2 \hat{i}_{out}}{G_1 \langle \hat{i}_1 \rangle + G_2 \langle \hat{i}_2 \rangle} + 1 - \frac{G_1^2 \langle \hat{i}_1 \rangle + G_2^2 \langle \hat{i}_2 \rangle}{G_1 \langle \hat{i}_1 \rangle + G_2 \langle \hat{i}_2 \rangle}. \quad (7.38)$$

Comparando novamente as flutuações corrigidas com a flutuação sem atenuação, teremos

$$\begin{aligned} N_{corr} - N_0 = & G_1^2 \frac{\sum_{klmn} T_{lm}^{(1)} T_{kn}^{(1)} \langle : \delta^2 \hat{n}_{klmn}^{(1)} : \rangle - \langle : \delta^2 \hat{I}_1 : \rangle}{\langle \hat{I}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle} \\ & + G_2^2 \frac{\sum_{klmn} T_{lm}^{(2)} T_{kn}^{(2)} \langle : \delta^2 \hat{n}_{klmn}^{(2)} : \rangle - \langle : \delta^2 \hat{I}_2 : \rangle}{\langle \hat{I}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle} \\ & - 2G_1 G_2 \frac{\sum_{klmn} T_{lm}^{(1)} T_{kn}^{(2)} \langle \delta \hat{n}_{lm}^{(1)} \delta \hat{n}_{kn}^{(2)} \rangle - \langle \delta \hat{I}_1 \delta \hat{I}_2 \rangle}{\langle \hat{I}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle}. \quad (7.39) \end{aligned}$$

Este termo será nulo apenas se cada campo incidente puder ser descrito por um operador monomodo transversal. Caso contrário, teremos tanto um dos feixes multimodo, ou ambos,

sendo que para distinguir os casos necessitamos realizar a medida da distribuição em um único feixe.

Vemos então como um feixe multimodo pode apresentar uma distribuição não-homogênea do ruído no seu interior. É através da presença de termos de correlação, interferência e de uma distribuição do ruído entre diferentes modos do campo que podemos obter um feixe no qual há uma compressão local do ruído. Vamos aplicar a técnica aqui descrita no estudo dos feixes gêmeos obtidos em cavidades com modos transversos degenerados. Não esperamos, devido à complexidade dos resultados, obter uma descrição exata dos termos de correlação entre os campos, mas apenas nos limitar à demonstração do caráter multimodo dos feixes de saída. Compararemos o resultado obtido com aquele de uma cavidade operando em um único modo gaussiano para cada um dos feixes, e discutiremos a validade do modelo inicial de fótons para explicar as distribuições das flutuações de intensidade nos feixes.

## 7.5 Descrição da montagem

A montagem empregada para o estudo da distribuição do ruído nos modos transversos do OPO confocal é mostrada na figura 7.18. O OPO triplamente ressonante emprega dois espelhos esféricos de raio  $R = 100$  mm, sendo que o espelho de entrada apresenta uma transmitância de 10% para o bombeio (532 nm) e uma alta refletância para o sub-harmônico (1064 nm). O espelho de saída apresenta alta refletância para o bombeio e uma transmitância de 1% para o sub-harmônico. A ótica para o acordo de modo foi descrita na seção 7.1.1.

Descreveremos nesta seção o sistema de imagem e medida usado na saída do OPO. O primeiro elemento na saída da cavidade é um espelho dicróico (DM1), empregado para eliminar o vestígio do feixe de bombeio transmitido pelo espelho de acoplamento da cavidade. Como este espelho apresenta ainda uma pequena reflexão no infravermelho (1064 nm), ele é empregado também para fornecer um sinal de referência, que será empregado na estabilização e normalização no tratamento de dados. O feixe refletido pelo espelho dicróico é focalizado por uma lente (LD) sobre dois detetores. Um outro espelho dicróico separa o feixe de bombeio do restante do infravermelho. Empregamos então um detetor FND100 para medir o sinal de bombeio e um detetor ETX300 para medir a amostra dos feixes sinal e complementar, registrando o seu valor em um osciloscópio digital e no sistema de aquisição de dados descrito no apêndice. A fotocorrente do detetor  $D_{IR}$  é empregada também na estabilização da cavidade do OPO, através da realimentação do sinal, comparado a uma tensão de referência, ao PZT que controla o comprimento da cavidade.

Para o sistema de detecção, refletimos os feixes sinal e complementar empregando um espelho (M). As lentes L1 e L2 permitem produzir, sobre as íris I1 e I2, as imagens do campo distante da cintura do feixe. A íris I1 permite controlar a integração sobre os dois feixes de saída simultaneamente, enquanto que a íris I2 é empregada para analisar a distribuição em um único feixe. Podemos selecionar a direção dos feixes sinal e complementar pela orientação da lâmina de meia-onda (HWP) e pelo cubo polarizador (PBS), estudando separadamente a distribuição do ruído em cada um desses feixes. Os detetores são os mesmos empregados no capítulo 6 para o estudo da cavidade concêntrica. Neste caso, empregamos apenas um quadrante em cada fotodetector, ligados ao sistema de aquisição de dados.

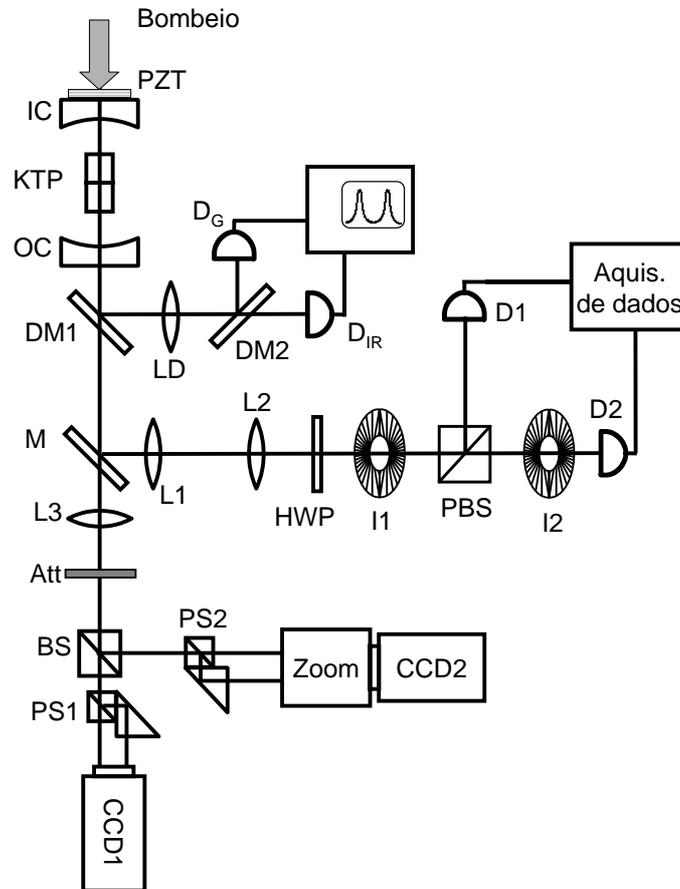


Figura 7.18: Montagem experimental.

O espelho M é montado em um suporte basculante, de modo que pode ser facilmente removido e recolocado no trajeto do feixe. Removendo-o, o feixe é atenuado por um filtro de densidade neutra (Att) e focalizado por uma lente (L3), de modo a produzir sobre a CCD1 a imagem do campo distante do feixe. O sistema empregado para separar o sinal e complementar consiste em um cubo polarizador de 12 mm de aresta e um prisma de 25 mm aresta. Deste modo, a divergência do feixe é a mesma para as duas polarizações. O divisor de feixe BS permite ainda que parte da luz seja refletida, incidindo sobre a CCD2, a qual permite a focalização da imagem de campo próximo através de uma lente de zoom.

Vamos descrever o procedimento para a focalização da imagem de campo próximo e campo distante do feixe. No caso da imagem sobre as CCD's, o procedimento é simples. Removendo o cristal e injetando o feixe de 1064 nm no interior da cavidade, deslocamos a lente L3 ( $f=150$  mm) de modo a produzir a imagem de campo distante sobre a CCD1. Para isso, mantemos no

meio da cavidade uma transparência, sobre a qual foi impressa, através de uma fotocopiadora, um retículo submilimétrico. Deslocando cuidadosamente L3, chegamos à imagem obtida na figura 7.19. O resultado final foi obtido com a CCD1 colocada a 576 mm do espelho de saída da cavidade, e a lente L3 a 340 mm do mesmo espelho.

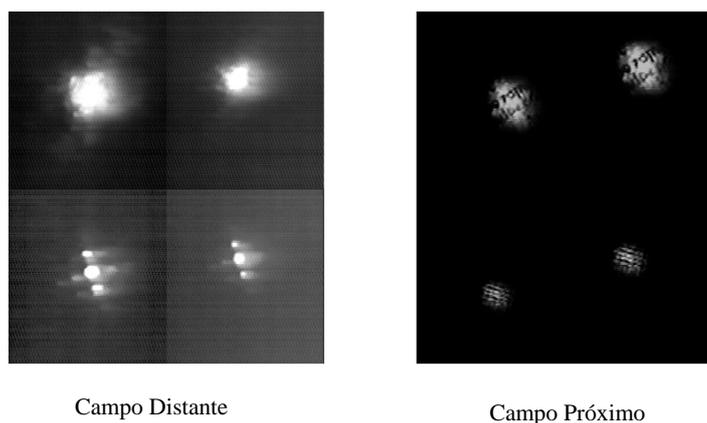


Figura 7.19: Imagens de campo distante e campo próximo para um retículo (inferior) e uma folha de texto (superior).

Feito este ajuste, substituímos o retículo por um objeto qualquer (por exemplo, um texto) e ajustamos a posição da CCD2 para obter a melhor imagem do objeto. O resultado pode ser visto na figura 7.19. O uso de uma imagem produz resultados mais nítidos que os obtidos com o retículo, determinando com melhor precisão o ajuste do foco da lente de zoom.

A distorção nas imagens de campo próximo e campo distante é muito pequena para o deslocamento do objeto no interior da cavidade. O próprio posicionamento da lente permite uma tolerância de  $\pm 5$  mm ao longo do feixe.

Se a ótica empregada para obter imagens do tamanho da CCD ( $3 \times 4$  mm) é simples, um procedimento mais delicado foi necessário para obter uma imagem de campo distante sobre as íris, cujo diâmetro era de 1 mm quando totalmente fechadas. Para isso empregamos uma lente de distância focal curta (L2,  $f = 10$  mm), colocada próximo à cintura do feixe produzida por outra lente (L1,  $f = 100$  mm). Selecionando a posição das lentes de modo a produzir um campo distante do retículo sobre a íris I1, situada a 741 mm da saída do OPO, colocamos L2 a 386 mm de OC. Deslocamos então L1 de modo a obter a imagem do campo distante do retículo sobre a íris, chegando a 213 mm do espelho de saída. A imagem reproduzia a condição esperada de um máximo central ladeado por quatro máximos secundários dispostos nos vértices de um quadrado. Ainda que a íris I2 estivesse separada de I1 por 120 mm, a imagem se mantinha sobre ela, de modo que não foi necessário reajustar a posição da lente L1 para o estudo do ruído

sobre um único feixe.

Após a descrição da montagem, veremos os resultados obtidos com a aplicação da medida de correlação de intensidade desbalanceada ao OPO confocal, começando pela situação não degenerada e nos aproximando progressivamente da região degenerada, onde a formação de estruturas se torna mais evidente, com conseqüências sobre a distribuição de ruído.

## 7.6 Resultados

O procedimento para o estudo do ruído no OPO degenerado consistiu em realizar a medida simultânea dos valores médios de fotocorrente dos detetores  $D_G$ ,  $D_{IR}$ , D1 e D2, além do sinal demodulado das flutuações de intensidade dos detetores D1 e D2, empregando para isso a frequência de análise de 3,5 MHz. As séries adquiridas consistiam em 400.000 pontos, obtidos com uma taxa de repetição de 200 kHz.

O OPO é estabilizado no flanco da ressonância do sinal de saída, empregando para isso a fotocorrente de  $D_{IR}$ . Após a estabilização, realiza-se a medida com o fechamento da íris I1 durante o intervalo de 2 s, no qual a série de pontos é adquirida. Para realizar o tratamento dos dados adquiridos, empregamos o programa desenvolvido em LabView.

O algoritmo permite o tratamento dos dados, separando-os em grupos de 10.000 pontos. Ainda que a íris seja continuamente fechada, considerou-se que a velocidade de fechamento era suficientemente baixa para tratar a transmitância como constante no intervalo de tempo de 50 ms. Tomando os valores médios das fotocorrentes de D1, D2 e  $D_{IR}$ , calculamos a transmitância  $T$  da íris para cada subgrupo, obtendo então os valores dos ganhos  $G_1$  e  $G_2$  empregados nos cálculos. Em seguida, calculamos o valor do ruído normalizado (eq. 7.9), do ruído corrigido (eq. 7.10) e da razão entre as fotocorrentes dos detetores D1 e D2. Obtém-se deste modo uma série de 40 pontos do ruído normalizado e do ruído corrigido, para diferentes valores de transmitância da íris.

Para estes cálculos, calibramos previamente o nível de “shot noise”, empregando para isso a subtração das flutuações obtidas para a injeção de um único feixe no sistema de detecção, dividindo sua potência entre os dois detetores, equilibrados pela lâmina de meia onda. Obtivemos ainda a contribuição do ruído eletrônico na ausência de luz, o qual é devidamente descontado nos cálculos das variâncias.

Para testar a validade da detecção desbalanceada aqui proposta, podemos medir o ruído normalizado e o ruído corrigido para diferentes valores de transmitância mantendo a cavidade distante da condição degenerada. Nesta situação, a saída será gaussiana, não sendo observado nenhum outro modo transversal no feixe. A potência de saída é da ordem de 2 mW para cada feixe, e o nível de ruído da fotocorrente igualava o ruído eletrônico para uma potência de 0,2 mW. O limiar de oscilação era de 32 mW. Vamos definir o comprimento de cavidade na confocalidade pela média do comprimento da cavidade confocal para sinal e complementar. A separação entre os espelhos para a confocalidade será então  $L_{conf} = 104,41$  mm. Expressaremos o comprimento da cavidade por  $\Delta L = L - L_{conf}$ .

Na figura 7.20 vemos o resultado para uma medição com  $\Delta L = 5,62$  mm. À esquerda, vemos o ruído normalizado, e o valor corrigido do ruído, além da razão entre as fotocorrentes dos dois detetores. Como podemos ver, com a íris I1 totalmente aberta temos um nível de

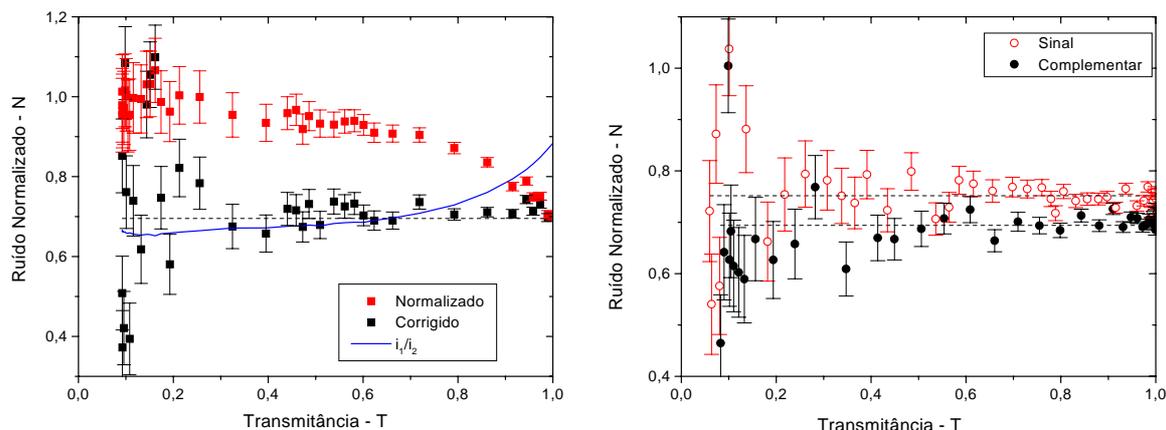


Figura 7.20: Medida desbalanceada para modos gaussianos  $TEM_{00}$ : Esquerda, fechamento da íris I1. Direita, fechamento da íris I2.

compressão  $S = 1 - N = 30\%$ . Note que o ruído normalizado, diferente do esperado, não aumenta de forma linear com o fechamento da íris, mas apresenta uma leve curvatura. Esta pode ser justificada ao notarmos que, durante o fechamento, há um pequeno desbalanceamento entre as fotocorrentes dos dois detetores, cuja razão varia de 90% para 65%. Entre os motivos deste desbalanceamento, temos um possível desalinhamento entre os feixes, ou ainda uma leve diferença nos seus diâmetros sobre a íris, provocado pela diferença de comprimento de onda dos dois feixes e pela diferença no valor da cintura do feixe para estes dois modos gaussianos no interior do OPO. Como os dois feixes apresentam um excesso de ruído, o desbalanceamento faz com que este excesso contribua na medida do ruído, reduzindo a compressão.

Vemos ainda que o valor corrigido do ruído apresenta flutuações em torno do valor obtido com a íris completamente aberta. Estas flutuações tendem a aumentar para valores menores de transmitância, o que pode ser compreendido por uma influência crescente do ruído eletrônico sobre a medida. Porém, ainda que a dispersão aumente, o valor médio se mantém igual ao valor do ruído original. Vemos portanto que as correções eletrônicas das perdas inseridas são válidas no caso de um feixe monomodo.

À direita, temos o ruído corrigido quando fechamos a íris I2 sobre o feixe sinal e complementar separadamente. A troca dos feixes sobre os detetores é feita pela orientação da lâmina de meia onda HWP. Neste caso, a transmitância refere-se apenas ao feixe em estudo. Suprimimos o ruído normalizado e o desbalanceamento, posto que este último, variando linearmente com a transmitância, acaba por invalidar a medida do ruído normalizado, o qual diverge rapidamente para níveis acima do “shot noise”. Do mesmo modo que as medidas obtidas com o fechamento da íris I1, o ruído corrigido mantém-se constante com uma dispersão crescente ao reduzir o diâmetro da íris. A diferença nos valores de compressão para o estudo da distribuição do ruído sobre o sinal ( $S=25\%$ ) e complementar ( $S=30\%$ ) deve-se ao fato da estabilização do OPO tomar de tempos em tempos, obrigando o relançamento do circuito de estabilização. Ainda que ele se mantenha estável para a aquisição de uma série de dados, esta estabilidade não per-

dura durante várias repetições da medida. Ao relançá-lo, o OPO pode estabilizar em um outro par de modos sinal e complementar, que apresentem valores diferentes de perdas intracavidade devido à largura de banda dos espelhos. Consequentemente o nível de compressão não será o mesmo.

A estimativa de erro das medidas é baseada na imprecisão comumente verificada na medida normalizada do ruído para uma potência incidente da ordem de 2 mW nos detetores (1%), situação na qual as flutuações do ruído eletrônico podem ser ignoradas. Para a íris fechada, temos uma flutuação da ordem de 10%, levando a uma grande dispersão nos resultados. Por este motivo, na análise que se segue, nos limitaremos às medidas com uma transmitância mínima de 20%, valor abaixo do qual a precisão e a flutuação dos dados invalida as comparações destes valores com aqueles obtidos com a íris aberta.

Na figura 7.21, temos os resultados obtidos para  $\Delta L = 0,38$  mm. Vemos claramente que a imagem de campo distante do feixe sinal não é a de um modo TEM<sub>00</sub>, ainda que para o modo complementar não se observem anéis ou estruturas. Dada a assimetria, o resultado para o fechamento da íris I1 (gráfico superior) mostra um rápido desbalanceamento com o fechamento da íris, levando ao aumento do ruído normalizado. O ruído corrigido, entretanto, se mantém comprimido. Ainda que a dispersão seja grande, ele indica uma tendência ao aumento para valores menores de transmitância da íris.

Podemos entender melhor a situação para o gráfico inferior, obtido com o fechamento da íris I2. Neste gráfico, ainda que o feixe complementar possa ser descrito por uma constante para valores de transmitância  $T > 20\%$ , temos para o sinal um aumento do valor do ruído corrigido. Podemos assim concluir que, embora o modo complementar possa ser descrito basicamente como um campo monomodo, o feixe sinal já apresenta uma característica multimodo.

Avançando na região confocal, temos na figura 7.22 o resultado para  $\Delta L = -0,37$  mm. Neste caso, temos a formação de anéis em torno do máximo central do feixe complementar. Ainda que presentes, estes anéis são menos visíveis no feixe sinal. A presença de estruturas é mais evidente ao observarmos as imagens do campo próximo.

A assimetria dos feixes é vista pelo desbalanceamento durante o fechamento de I1. Note que neste caso o ruído normalizado sofre um aumento inicial, saindo do valor de compressão, e voltando ao nível de “shot noise”. O valor corrigido, por sua vez, sofre um rápido aumento, estabilizando em torno do “shot noise”.

Para o fechamento da íris I2, vemos que novamente é o feixe com estruturas mais complexas que apresenta o maior afastamento entre o ruído corrigido e o ruído normalizado inicial (com  $T = 1$ ). Nota-se ainda que o nível de compressão total nesta medida é inferior ao obtido em situações mais distantes da confocalidade. Este comportamento foi observado repetidas vezes para saídas com múltiplos anéis, o que pode indicar um aumento das perdas e uma conseqüente redução da compressão devido a efeitos de bloqueio de parte do feixe pela ótica de detecção ou pelos espelhos de cavidade.

Avançando mais na região confocal, há um aumento do limiar de oscilação, e a estabilização da cavidade de torna cada vez mais difícil. Com isso, há ainda um aumento de potência intracavidade, o que leva a um aumento dos efeitos térmicos e da degradação do cristal por “gray tracking”. Obtivemos porém uma situação interessante para  $\Delta L = -0,62$  mm. Vemos para sinal e complementar dois feixes de formas semelhantes, com um máximo central e um pequeno anel em torno deste máximo. A simetria se verifica pela pequena variação do balanceamento

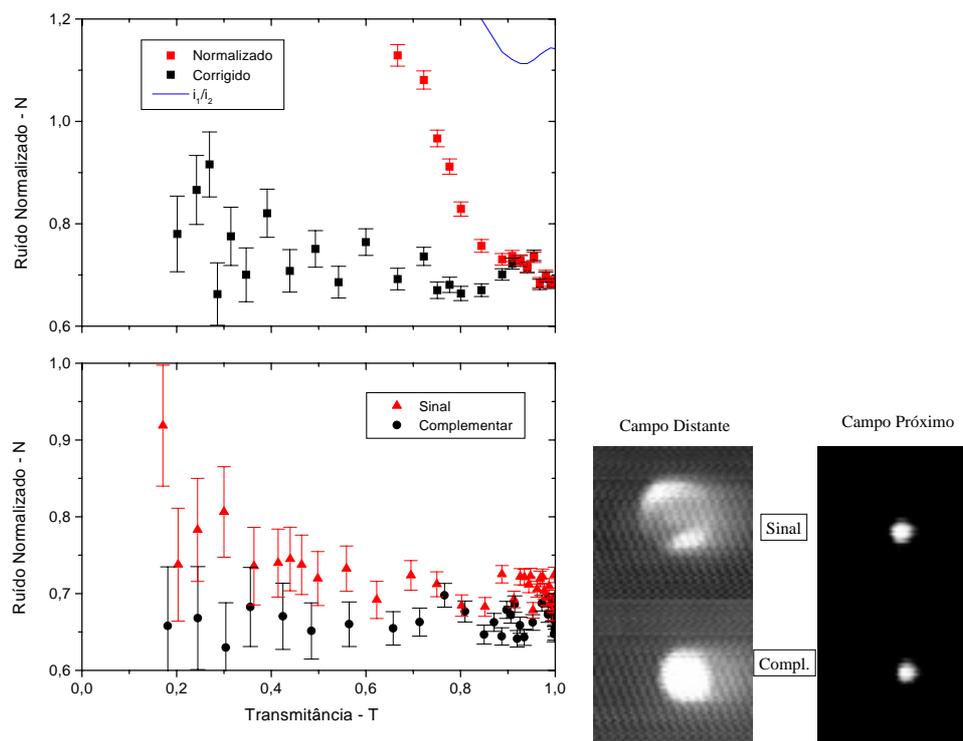


Figura 7.21: Medida desbalanceada para  $\Delta L = 0,38$  mm. Gráfico superior, fechamento de I1. Gráfico inferior, fechamento de I2. À direita, imagem dos feixes.

entre os feixes durante o fechamento da íris.

Vemos que o ruído normalizado e o ruído corrigido variam de forma semelhante para o fechamento da íris I1. No caso do fechamento da íris I2, temos novamente o aumento do ruído corrigido, ficando claro que ambos os feixes apresentam um caráter multimodo.

Este tipo de resultado apresentado, com o aumento no valor do ruído corrigido para diferentes valores de transmitância, foi observado em diferentes condições de focalização, permanecendo, ainda que com alterações de perfil, para o deslocamento da lente L1, alterando a imagem formada sobre a íris. O mesmo comportamento ocorre no caso de fazermos a transformada de Fourier de um plano qualquer nas proximidades da saída do OPO. Em medidas preliminares [14], colocando a íris no plano focal de uma lente de 600 mm colocada diretamente na saída do OPO, há sempre um aumento do ruído corrigido para diferentes comprimentos de cavidade, desde que haja a formação de estruturas no feixe de saída, tais como anéis em torno do máximo central.

Os resultados obtidos demonstram o caráter multimodo dos feixes gerados pelo OPO, porém contribuem pouco para a medida da distribuição do ruído entre os modos transversos. Um primeiro problema está ligado diretamente ao caráter estocástico da medida, o que leva a uma dispersão nos valores medidos de variância das fotocorrentes. Se quisermos reduzir a dispersão, necessitamos adquirir um conjunto maior de dados. Neste caso, um OPO mais estável torna-se

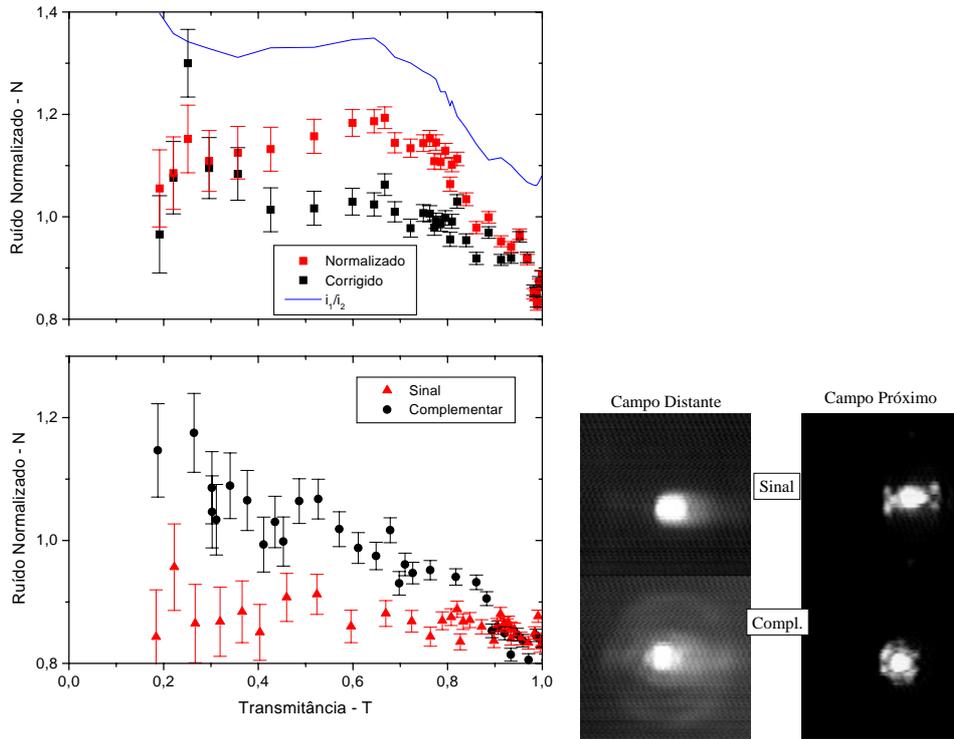


Figura 7.22: Medida desbalanceada para  $\Delta L = -0,37$  mm. Gráfico superior, fechamento de I1. Gráfico inferior, fechamento de I2. À direita, imagem dos feixes.

necessário. A montagem com o cristal de KTP traz a desvantagem da degradação do meio para altas potências de bombeio, o que afeta a reprodutibilidade da medida.

Um estudo mais detalhado dos modos transversos também pode ser realizado se nos colocarmos em uma situação de degenerescência mais baixa. No lugar de termos uma cavidade confocal, com  $N_{tr} = 2$ , podemos nos colocar em uma situação intermediária, do tipo  $N_{tr} = 2/3$  por exemplo. Neste caso não teremos a degenerescência de múltiplos modos pares, mas de alguns modos pares e ímpares. Injetando um bombeio com um acordo de modo otimizado para o gaussiano fundamental, estaremos próximos da situação descrita pela ref. [110], com poucos modos transversos. Neste caso, se obtivermos uma boa reprodutibilidade do perfil de intensidade de saída, podemos buscar através da medida com a CCD um ajuste tão preciso quanto possível para a intensidade em cada modo, decompondo o feixe nos modos do OPO. Em seguida, partindo da equação 7.39, podemos chegar à repartição do ruído em cada modo, de forma semelhante ao tratamento aplicado na ref. [132] ao diodo laser e ao VCSEL. Trata-se porém de uma medida delicada, que transcende os objetivos desta tese.

A detecção desbalanceada pode ainda ser usada para um mapeamento mais detalhado da distribuição do ruído dentro do feixe. Podemos ainda empregá-la para comparar as flutuações de intensidade nas bordas com aquela do centro de um dos feixes gêmeos, em busca de correlações ou anti-correlações de intensidade, enquanto tomamos o outro feixe como referência.

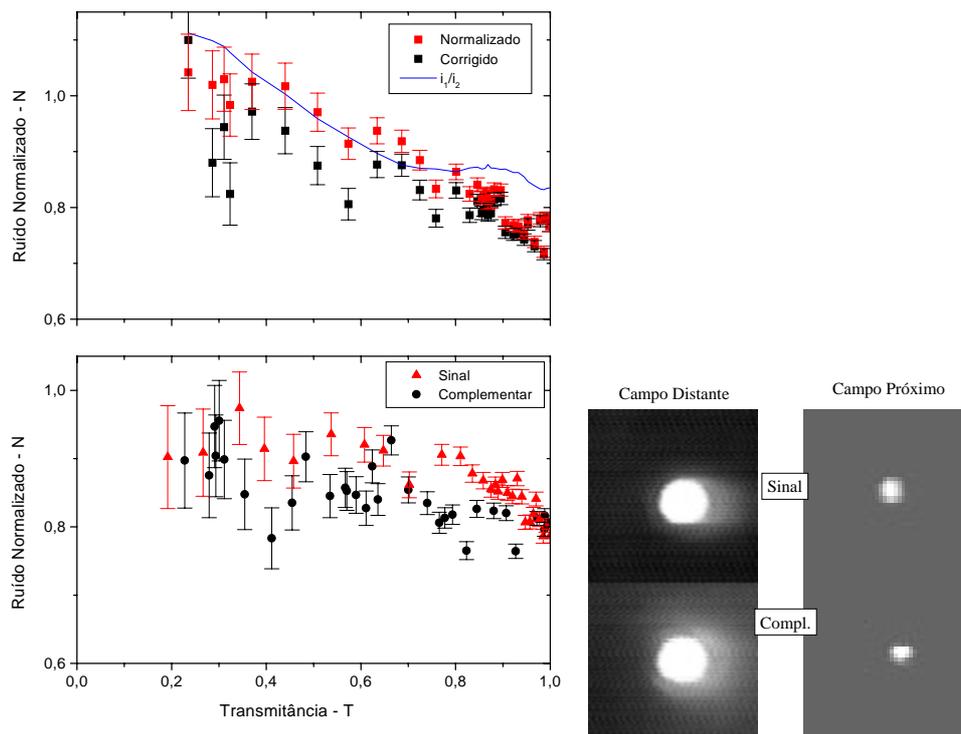


Figura 7.23: Medida desbalanceada para  $\Delta L = -0,62$  mm. Gráfico superior, fechamento de I1. Gráfico inferior, fechamento de I2. À direita, imagem dos feixes.

Não foi verificado no OPO confocal o comportamento esperado pela descrição do feixe de saída por fótons que conservem o momento transversal. Temos algumas razões para isso. A primeira está na questão da confocalidade exata, que não é observada para um cristal tipo II. Além disso, o cristal é espesso, de modo que não podemos saber exatamente de que ponto do cristal o fóton foi emitido. A própria espessura do cristal leva ainda a uma tolerância no valor de momento do fóton emitido. Deste modo, a descrição por fótons empregada se mostra muito simplista para a complexidade do problema estudado.

Vemos portanto que o OPO confocal, além das estruturas no perfil de intensidade do feixe apresentadas na ref. [12], possui um comportamento multimodo do ponto de vista das correlações quânticas entre os feixes. Este comportamento multimodo transversal pode ocorrer em apenas um dos feixes ou em ambos.

Para verificar este comportamento multimodo, empregamos um sistema de detecção desbalanceada. Vale compará-lo à variância condicional definida nos artigos sobre medidas QND (“quantum non-demolition”)[45, 46, 47]. Enquanto que para aquelas medidas a verificação da correlação quântica pede que os feixes sejam pouco ruidosos, ou que tenham um elevado nível de compressão (maior que 50%, no caso da variância condicional para os feixes gêmeos de um OPO), a medida da detecção desbalanceada pode mostrar o comportamento quântico das correlações de intensidade mesmo para feixes ruidosos e com níveis menores de compressão.

## Capítulo 8

# Conclusão

Ao longo desta tese, estudamos a física dos osciladores paramétricos óticos em regime contínuo para cavidades triplamente ressonantes. O trabalho envolveu diversas montagens, nas quais diferentes aspectos foram estudados.

No LMCAL, em São Paulo, realizamos o projeto e a construção de um OPO com um cristal em acordo de fase tipo II (KTP), bombeado a 532 nm. Na primeira montagem, conseguimos uma fonte estável de luz, com baixo limiar de oscilação (35 mW), e uma potência de saída da ordem de 1 mW. Devido à baixa eficiência, este OPO não apresentava correlações quânticas de intensidade entre os feixes sinal e complementar.

Na segunda montagem, obtivemos uma melhor eficiência de conversão (35%). Porém, o limiar é mais elevado (60 mW) e, devido à combinação de efeitos térmicos e degradação do cristal, não foi possível obter a sua estabilização em regime contínuo. Em operação quase contínua, através da conversão em períodos curtos de 30 ms, conseguimos observar a existência de feixes gêmeos, com uma compressão de ruído de 39% (48% inferido, considerando as perdas de detecção).

Melhorias no projeto podem levar à redução no limiar de oscilação, como a redução da cintura de feixe na cavidade. Neste caso, será possível realizar sua estabilização de forma a obter uma fonte contínua de feixes gêmeos, visando futuras aplicações do OPO. No regime quase-contínuo, seu uso também é possível, desde que se empregue uma detecção simultânea da potência do ruído e da intensidade do feixe, com o uso da normalização como mostrado neste trabalho.

Em uma primeira colaboração com o LKB, em Paris, estudamos um OPO bombeado a 1064 nm, onde foi obtido um limiar de oscilação extremamente baixo, de 300  $\mu$ W. Este limiar baixo é alcançado graças a uma elevada finesse de cavidade para os modos sinal e complementar, o que é feito ao custo de uma baixa eficiência de conversão, e pelo uso de um cristal de Niobato de Lítio em quase-acordo de fase (PPLN - QPM). Neste cristal, o acordo de fase tipo I permitiu observar diferentes regimes de operação, com a competição de múltiplos modos longitudinais de oscilação do OPO. Devido ao seu caráter monomodo, o OPO apresenta apenas um par de modos longitudinais de oscilação, correspondentes ao sinal e complementar. Devido à competição entre modos, temos saltos entre eles. Neste caso, é possível estabilizar a cavidade em um único modo, porém difícil selecionar qual o modo de operação desejado. Temos assim uma fonte laser estável

na faixa de  $2,12 \mu\text{m}$ , sintonizável em temperatura entre  $2,0$  e  $2,3 \mu\text{m}$ , porém sem um controle fino do comprimento de onda, que pode saltar em uma faixa de  $7 \text{ nm}$  ( $\sim 1 \text{ THz}$ ).

A baixa eficiência de conversão não é um problema neste OPO, cujo objetivo é comprimir o ruído do feixe refletido pela cavidade. Pelas baixas perdas intracavidade para o bombeio, quando comparadas à transmitância do espelho de acoplamento, conseguimos obter uma compressão em quadratura do feixe refletido de  $30\%$  ( $38\%$  corrigindo as perdas da detecção), empregando na medida uma detecção homodina na qual o oscilador local tem uma potência da ordem de grandeza do feixe em estudo.

Este OPO pode ser empregado como fonte laser ou ainda, graças ao baixo limiar de oscilação, como um dispositivo ótico de filtragem de ruído em feixes luminosos, aplicando-o também à formatação de pulsos de luz para possível emprego em telecomunicações.

O principal trabalho desta tese foi o estudo do OPO em configurações de cavidade nas quais os modos transversos são degenerados. Para isso, desenvolvemos um sistema de detecção simultânea para aplicação a um detetor a quadrantes. Podemos desse modo comparar ruído e intensidade em oito canais diferentes, através de um sistema eletrônico de demodulação do ruído e aquisição dos sinais por uma placa conversora analógico-digital. Para isso, desenvolvemos ainda os programas de aquisição e tratamento de dados em linguagem gráfica, baseados na plataforma LabView.

Retomamos o estudo da cavidade concêntrica, com um cristal KTP com compensação de “walk off”, bombeado a  $532 \text{ nm}$ . Observamos os diversos regimes de formação de estrutura neste OPO, verificando o problema da tripla concentricidade. Nesta configuração, apenas um dos modos longitudinais gerados pode estar em uma configuração de cavidade degenerada, não havendo a degenerescência simultânea do sinal e complementar. Por este motivo, as estruturas não são estáveis. A compensação do “walk off” não é suficiente para eliminar completamente os efeitos por ele gerados, que podem ser interpretados como um desalinhamento da cavidade para o modo sinal, enquanto esta permanece alinhada para bombeio e complementar. O feixe de saída assemelha-se a um modo transverso de Hermite-Gauss do tipo  $\text{TEM}_{0m}$ , onde o eixo correspondente à coordenada do modo  $m$  transverso é perpendicular ao plano no qual se situa o trajeto dos feixes dentro do cristal, definidos pela compensação de “walk off”. Os feixes apresentam correlação quântica de intensidade (feixes gêmeos) para baixos valores de  $m$ , compatíveis com a compressão obtida para cavidade curta ( $34\%$ ). Altos valores de  $m$  implicam em um desequilíbrio entre as intensidades, e uma medida confiável de correlação não é mais possível.

Segue-se um regime de desequilíbrio entre sinal e complementar, com um aumento do limiar de oscilação, de  $150 \text{ mW}$  até  $800 \text{ mW}$ , terminando no limite da concentricidade para o complementar. Além desse ponto, as perdas da cavidade são muito grandes, e a estabilização da mesma não é mais possível, não se observando a operação contínua. Ainda assim, acima do limite concêntrico (cavidade instável), efeitos térmicos podem levar à estabilização da cavidade pela formação de um gradiente no índice de refração no interior do cristal, reduzindo as perdas por difração para os modos. Nesta condição, sua saída apresenta um perfil gaussiano  $\text{TEM}_{00}$  durante alguns ms, até que a redução da potência de bombeio intracavidade pela conversão paramétrica leve ao resfriamento e à desestabilização da cavidade. Neste curto intervalo de tempo, os feixes gerados apresentam novamente correlações quânticas ( $S = 16 \%$ ). No entanto não foi observada nenhuma evidência de uma distribuição espacial do ruído não uniforme.

Ainda no estudo da cavidade concêntrica, mostramos a formação de estruturas para um

OPO com um cristal de Niobato de Lítio (tipo I). Neste, caso, o regime degenerado dos modos transversos ocorre para um mesmo comprimento de cavidade para bombeio, sinal e complementar. O OPO mantém um limiar de oscilação extremamente baixo, na faixa de 12 mW. Por não separarmos sinal de complementar neste sistema, não foi possível verificar a correlação de intensidade entre os feixes. No entanto, espera-se uma distribuição não uniforme do ruído no interior do feixe para o regime de operação multimodo, levando a uma compressão na correlação de intensidade entre diferentes pontos dentro do feixe.

Próximo à concentricidade, mas longe da degenerescência de modos transversos, observamos a oscilação espontânea em modos transversos de Hermite-Gauss. Tal mudança na saída do OPO, de modos  $TEM_{00}$  para  $TEM_{01}$ , se dá no limite degenerado dos comprimentos de onda sinal e complementar, característico do acordo de fase tipo I. Ao atingir o limite de oscilação, o OPO passa a um modo transverso de ordem superior com uma mudança no comprimento de onda de oscilação, acompanhado de um aumento no limiar. A análise deste comportamento fica em aberto para futuros estudos, bem como a geração de estruturas no OPO tipo I.

Para finalizar, destacamos os resultados obtidos para a cavidade confocal, com a demonstração do comportamento multimodo do OPO. Demonstramos um critério inequívoco para verificar se um feixe é efetivamente multimodo, ou apenas uma superposição de estados clássicos independentes. A aplicação desta demonstração ao caso dos feixes gêmeos do OPO não podia ser feita sem o desenvolvimento de uma técnica de detecção desbalanceada, com a correção eletrônica dos efeitos de atenuação do feixe.

Graças a estes avanços, conseguimos mostrar pela primeira vez a geração de feixes gêmeos multimodo, sendo a primeira demonstração de efeitos espaciais de compressão de ruído em feixes macroscópicos fora do domínio dos lasers de diodo. Abrimos assim o caminho para a geração e o estudo de feixes comprimidos multimodo.

Entre as futuras aplicações, pode-se incluir um terceiro detetor para estudar as correlações de ruído dentro dos feixes gêmeos. Um detetor integra toda a frente de onda, servindo de referência a dois detetores que vão analisar diferentes regiões do feixe multimodo, permitindo buscar efeitos de correlação ou anti-correlação dentro do feixe. A sequência do trabalho em cavidades confocais pode-se dar ainda pelo estudo do vácuo comprimido produzido abaixo do limiar em configurações degeneradas, estudando a distribuição da compressão multimodo. Junto com a geração de feixes “siameses” em cavidades concêntricas, temos toda uma área de estudo que se abre com os resultados aqui apresentados.



## Apêndice A

# Feixes Gaussianos

Ao longo da tese empregamos a notação usual apresentada nas referências [51, 57, 92] para descrever os feixes gaussianos. Vamos mostrar de forma resumida a descrição empregada, ficando a sugestão da literatura para um estudo mais detalhado.

Considere a amplitude do campo elétrico do tipo  $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ . Pelas equações de Maxwell, ele deve satisfazer a equação de onda

$$\nabla^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (\text{A.1})$$

onde  $k = 2\pi n/\lambda$  é o vetor de onda para um meio de índice de refração  $n$ , sendo  $\lambda$  o comprimento da onda propagante. No caso de uma propagação na direção  $z$ , podemos separar um termo de envoltória lentamente variável do termo de propagação

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}) = u(x, y, z)e^{-ikz}, \quad (\text{A.2})$$

de modo que a equação de onda, na aproximação da envoltória lentamente variável, fica na forma

$$\frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial z} = 0, \quad (\text{A.3})$$

onde assumimos a aproximação paraxial, desprezando o termo  $\frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial z^2}$ . Este equação de onda paraxial admite uma solução geral do tipo

$$u(x, y, z) = \exp \left[ -i \left( P(z) + \frac{k}{2q(z)}(x^2 + y^2) \right) \right], \quad (\text{A.4})$$

onde o parâmetro complexo  $q(z)$  do feixe descreve o perfil gaussiano, e a fase complexa  $P(z)$  esta associada à propagação do feixe. Vemos pela aplicação da solução à equação de onda paraxial que  $dq(z)/dz = 1$ , o que implica que  $q(z) = q_0 + z$ .

O parâmetro complexo  $q(z)$  pode ser descrito através de dois termos reais na forma

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)n}. \quad (\text{A.5})$$

O significado físico destes termos, quando aplicados à equação A.3, é evidente. O termo

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right] \quad (\text{A.6})$$

corresponde ao raio de curvatura da frente de onda, e o termo

$$w^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right] \quad (\text{A.7})$$

é a distância ao centro do feixe na qual a amplitude cai a  $1/e$  da amplitude central para o perfil fundamental. O termo  $z_R$  é o comprimento de Rayleigh, definido pela a distância do ponto onde a área do feixe tem seu valor mínimo (em  $z = 0$ ) para o ponto onde ela dobra sua superfície (em  $z = z_R$ ). O comprimento de Rayleigh está relacionado ao raio da cintura do feixe  $w_0$  por

$$z_R = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda}. \quad (\text{A.8})$$

O termo complexo  $q(z)$  pode então ser descrito por  $q(z) = z + iz_R$ .

Para o termo de fase, temos de modo semelhante  $dP(z)/dz = -i/q(z)$ . Da sua integração temos então

$$P(z) = -i \ln \sqrt{1 + (z/z_R)^2} - \arctan(z/z_R). \quad (\text{A.9})$$

O termo real da fase corresponde à diferença de fase do feixe gaussiano para uma onda plana copropagante, sendo também chamado de fase de Gouy. O termo complexo leva à uma modulação longitudinal da intensidade do feixe, resultando em uma variação lorentziana no eixo  $z$ .

O modo fundamental pode então ser expresso por

$$\mathcal{E}(x, y, z) = \frac{w_0}{w(z)} \exp \left\{ -i[kz - \arctan(z/z_R)] - (x^2 + y^2) \left[ \frac{1}{w^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right] \right\}. \quad (\text{A.10})$$

No entanto, podemos ter soluções de ordem superior, descritas comumente como modos de propagação de ordem superior. Em coordenadas cartesianas, a equação A.3 pode ser decomposta por separação de variáveis, resultando em duas equações independentes em  $x$  e  $y$ . A solução é dada pelos polinômios de Hermite [139, 140], na forma

$$u_n(x, z) = \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{\exp[-i(2n+1)\arctan(z/z_R)]}{2^n n! w_x(z)}} H_n \left( \frac{\sqrt{2}x}{w_x(z)} \right) \exp \left[ -\frac{x^2}{w^2(z)} - i \frac{kx^2}{2R(z)} \right], \quad (\text{A.11})$$

sendo que na solução final temos

$$\mathcal{E}_{nm}(x, y, z) = u_n(x, z) \cdot u_m(y, z) e^{-ikz}. \quad (\text{A.12})$$

As cinturas nas coordenadas cartesianas  $x$  e  $y$  não precisam ser iguais, dando origem a feixes astigmáticos. A fase de Gouy nos modos de Hermite-Gauss fica repartida entre as duas coordenadas cartesianas transversas.

Outra solução é obtida em coordenadas cilíndricas. Neste caso teremos uma solução do tipo

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{pm}(\rho, \theta, z) = & \sqrt{\frac{2p!}{(1 + \delta_{0m})\pi(m+p)!}} \frac{\exp[-i(2p+m+1)\arctan(z/z_R)]}{w(z)} \\ & \times \left( \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^m L_p^m \left( \frac{2\rho^2}{w^2(z)} \right) \exp \left[ -\frac{x^2}{w^2(z)} - i \frac{kx^2}{2R(z)} - ikz + im\theta \right], \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

onde  $L_p^m(x)$  é o polinômio de Laguerre generalizado,  $p$  é o número de modo radial e  $l$  o número de modo angular.

# Referências Bibliográficas

- [1] J. Shikata, M. Sato, T. Taniuchi, and H. Ito, “Enhancement of terahertz-wave output from LiNbO<sub>3</sub> optical parametric oscillators by cryogenic cooling,” *Opt. Letters*, vol. 24, pp. 202–204, 1999.
- [2] J. J. Z. A. Douillet, A. Tallet, E. Ressayre, and M. L. Berre, “Theory of self-phase-locked optical parametric oscillators,” *Phys. Rev. A*, vol. 63, p. 023814, 2001.
- [3] A. Douillet, J. J. Zondy, G. Santarelli, A. Makdissi, and A. Clairon, “A phase-locked frequency divide-by-3 optical parametric oscillator,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 50, pp. 548–551, 2001.
- [4] L. A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall, and H. F. Wu, “Generation of squeezed states by parametric down conversion,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 57, pp. 2520–2523, 1986.
- [5] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 68, pp. 3663–3666, 1992.
- [6] A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik, “Unconditional quantum teleportation,” *Science*, vol. 282, pp. 706–709, 1998.
- [7] H.-A. Bachor, *A Guide to Experiments in Quantum Optics*. Weinheim - Federal Republic of Germany: Wiley-VCH, 1998.
- [8] J. A. Hall, “Arrays and charge-coupled devices,” in *Applied Optics and Engineering* (R. R. Shannon and J. C. Wyant, eds.), no. VIII, ch. 8, N. York: Academic Press, Inc., 1980.
- [9] H. Kojima, E. Muto, H. Higuchi, and T. Yanagida, “Mechanics of single kinesin molecules measured by optical trapping nanometry,” *Biophysical Journal*, vol. 73, p. 2012, 1997.
- [10] A. C. Boccara, D. Fournier, and J. Badoz, “Thermo-optical spectroscopy: detection by the ‘mirage effect’,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 36, p. 130, 1980.
- [11] G. Meyer and N. M. Amer, “Novel optical approach to atomic force microscopy,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 53, pp. 1045–1047, 1988.
- [12] M. Vaupel, A. Maître, and C. Fabre, “Observation of pattern formation in optical parametric oscillators,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 83, pp. 5278–5281, 1999.

- [13] S. Ducci, N. Treps, A. Maître, and C. Fabre, “Pattern formation in optical parametric oscillators,” *Phys. Rev. A*, vol. 64, p. 023803, 2001.
- [14] M. Martinelli, S. Ducci, S. Gigan, N. Treps, A. Maître, and C. Fabre, “OPO in transverse degenerate cavities: multimode operation and spatial quantum effects,” in *Eight Conference on Quantum Optics*, (Rochester), 2001.
- [15] M. Martinelli, C. L. Garrido, P. H. S. Ribeiro, and P. Nussenzveig, “Classical and quantum properties of optical parametric oscillators,” *Brazilian J. Phys.*, vol. 4, pp. 597–615, 2001.
- [16] M. Martinelli, K. Zhang, T. Coudreau, A. Maître, and C. Fabre, “Ultra-low threshold CW triply resonant OPO in the near infrared using periodically poled lithium niobate,” *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, vol. 3, p. 300, 2001.
- [17] T. Coudreau, K. Zhang, M. Martinelli, and C. Fabre, “Generation of bright squeezed light at  $1.06 \mu\text{m}$  using cascaded nonlinearities in a triply resonant CW periodically-poled lithium niobate optical parametric oscillator,” *Phys. Rev. A*, vol. 64, p. 033815, 2001.
- [18] M. Martinelli, S. Ducci, S. Gigan, N. Treps, A. Maître, and C. Fabre, “Spatial noise distribution in transverse multimode optical parametric oscillators.” em preparação para submissão - *Phys. Rev. A*, 2002.
- [19] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 1997.
- [20] D. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1994.
- [21] P. Meystre and M. S. III, *Elements of Quantum Optics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1990.
- [22] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*. Clarendon Press-Oxford, 1973.
- [23] H. M. Nussenzveig, *Introduction to Quantum Optics*. Gordon and Breach Science Publishers, 1973.
- [24] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*. New York, NY: Cambridge University Press, 1995.
- [25] P. A. M. Dirac *Proc. Roy. Soc. A*, vol. 114, p. 243, 1927.
- [26] E. Fermi *Rev. Mod. Phys.*, vol. 4, p. 87, 1932.
- [27] “Special issue on squeezed states of the electromagnetic field,” edited by H. J. Kimble and D. F. Walls, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 4, 1987.
- [28] P. D. Drummond, K. J. McNeil, and D. F. Walls *Opt. Acta*, vol. 27, p. 321, 1980.
- [29] P. D. Drummond, K. J. McNeil, and D. F. Walls *Opt. Acta*, vol. 28, p. 211, 1981.
- [30] R. J. Glauber *Phys. Rev.*, vol. 131, p. 2766, 1963.

- [31] E. C. G. Sudarshan *Phys. Rev. Lett.*, vol. 10, p. 277, 1963.
- [32] E. Wigner *Phys. Rev.*, vol. 40, p. 749, 1932.
- [33] P. D. Drummond and C. W. Gardiner *J. Phys. A*, vol. 13, p. 2353, 1980.
- [34] M. K. Olsen, R. J. Horowicz, L. I. Plimak, N. Treps, and C. Fabre, “Quantum-noise-induced macroscopic revivals in second-harmonic generation,” *Phys. Rev. A*, vol. 61, p. 021803, 2000.
- [35] C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods for physics, chemistry and the material sciences*. Springer Series in Synergetics, Berlin: Springer, 1983.
- [36] R. J. Glauber in *Quantum Optics and Electronics* (C. DeWitt, A. Blandin, and C. Cohen-Tannoudji, eds.), p. 1, London: Gordon and Breach, 1965.
- [37] L. Mandel *J. Opt.*, vol. 10, p. 51, 1979.
- [38] M. C. Teich and B. E. A. Saleh in *Progress in Optics XXVI* (E. Wolf, ed.), p. 104, Amsterdam: North-Holland, 1988.
- [39] H. P. Yuen and V. W. S. Chan, “Noise in homodyne and heterodyne-detection,” *Opt. Lett.*, vol. 8, pp. 177–179, 1983.
- [40] G. Grynberg, A. Aspect, and C. Fabre, *Introduction aux Lasers et à l’Optique Quantique*. Paris: Ed. Ellipses, 1997.
- [41] S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, and C. Fabre, “Quantum fluctuations in optical systems,” in *Progress in Optics XXX* (E. Wolf, ed.), ch. I, p. 1, Elsevier Science Publishers, 1992.
- [42] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre, and G. Camy, “Observation of quantum noise reduction on twin laser beams,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, pp. 255–257, 1987.
- [43] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, “Quantum fluctuations in a 2-mode parametric oscillator,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 4, pp. 1520–1524, 1987.
- [44] P. Grangier, “Quantum non-demolition measurements in optics,” in *Quantum Fluctuations* (S. Reynaud, E. Giacobino, and J. Zinn-Justin, eds.), no. Session LXIII, 1995 in Les Houches, course 4, pp. 337–350, Elsevier Science, 1997.
- [45] P. Grangier, J. F. Roch, and S. Reynaud, “Quantum correlations and non-demolition measurements using two-photon non-linearities in optical cavities,” *Opt. Comm.*, vol. 71, pp. 387–392, 1989.
- [46] P. Grangier, J.-M. Courty, and S. Reynaud, “Characterization of nonideal quantum non-demolition measurements,” *Opt. Comm.*, vol. 89, pp. 99–106, 1992.

- [47] M. J. Holl, M. J. Collet, D. F. Walls, and M. D. Levenson, “Nonideal quantum nondestruction measurements,” *Phys. Rev. A*, vol. 42, pp. 2995–3005, 1990.
- [48] A. Papoulis, *Probability, random variables and stochastic processes*. Tokyo: McGraw-Hill, 1981.
- [49] C. Fabre, “Quantum fluctuations in light beams,” in *Quantum Fluctuations* (S. Reynaud, E. Giacobino, and J. Zinn-Justin, eds.), no. Session LXIII, 1995 in Les Houches, course 4, pp. 181–214, Elsevier Science, 1997.
- [50] “Special issue on optical parametric oscillation and amplification,” edited by Robert L. Byer and A. Piskarskas, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 10, no. 9 and 11, 1993.
- [51] A. Yariv, *Quantum Electronics*. John Wiley & Sons, third edition ed., 1988.
- [52] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*. Boston: Academic Press, 1992.
- [53] Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*. John Wiley & Sons, 1984.
- [54] A. Yariv and P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*. John Wiley & Sons, 1984.
- [55] T. H. Mainman, “Stimulated optical radiation in ruby masers,” *Nature*, vol. 187, p. 493, 1960.
- [56] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, “Generation of optical harmonics,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 7, p. 118, 1961.
- [57] A. E. Siegman, *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [58] C. Fabre, P. F. Cohadon, and C. Schwob, “CW optical parametric oscillators: single mode operation and frequency tuning properties,” *Quantum Semiclass. Opt.*, vol. 9, pp. 165–172, 1997.
- [59] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, and C. Fabre, “Type-II continuous-wave optical parametric oscillators: oscillation and frequency-tuning characteristics,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 10, pp. 1668–1680, 1993.
- [60] R. L. Byer in *Treatise in Quantum Electronics* (H. Rabin and C. L. Tang, eds.), p. 587, NY: Academic Press, 1975.
- [61] L. Lugiato, C. Oldano, C. Fabre, E. Giacobino, and R. J. Horowicz, “Bistability, self-pulsing and chaos in optical parametric oscillators,” *Nuovo Cimento*, vol. 10, pp. 959–976, 1988.
- [62] C. Richy, K. I. Petsas, E. Giacobino, and C. Fabre, “Observation of bistability and delayed bifurcation in a triply resonant optical parametric oscillator,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 12, pp. 456–461, 1995.

- [63] P. Suret, D. Derozier, M. Lefranc, J. Zemmouri, and S. Bielawski, “Self-pulsing instabilities in an optical parametric oscillators: experimental observation and modeling of the mechanism,” *Phys. Rev. A*, vol. 61, p. 021805(R), 2000.
- [64] P. Suret, M. Lefranc, D. Derozier, J. Zemmouri, and S. Bielawski, “Periodic mode hopping induced by thermo-optic effects in continuous-wave optical parametric oscillators,” *Opt. Letters*, vol. 26, pp. 1415–1417, 2001.
- [65] K. Kasai, J. Gao, and C. Fabre, “Observation of squeezing using cascaded nonlinearity,” *Europhys. Lett.*, vol. 40, p. 25, 1997.
- [66] R. C. Eckardt, C. D. Nabors, W. J. Kozlovky, and R. L. Byer, “Optical parametric oscillator frequency tuning and control,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 8, pp. 646–667, 1991.
- [67] E. J. Mason and N. C. Wong, “Observation of two distinct phase states in a self-phase-locked type II phase-matched optical parametric oscillator,” *Opt. Letters*, vol. 23, pp. 1733–1735, 1998.
- [68] C. Fabre, E. J. Mason, and N. C. Wong, “Theoretical analysis of self-phase-locking in a type II phase-matched optical parametric oscillator,” *Opt. Comm.*, vol. 170, pp. 299–307, 1999.
- [69] D. H. Jundt, “Temperature-dependent sellmeier equation for the index of refraction,  $n_e$ , in congruent lithium niobate,” *Opt. Letters*, vol. 22, pp. 1553–1555, 1997.
- [70] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, and D. N. Nikogosyan, *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*, vol. 64 of *Springer Series in Optical Sciences*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, first edition ed., 1991.
- [71] M. E. Klein, C. K. Laue, D.-H. Lee, K.-J. Boller, and R. Wallenstein, “Diode-pumped singly resonant continuous-wave optical parametric oscillator with wide continuous tuning of the near-infrared idler wave,” *Opt. Letters*, vol. 25, pp. 490–492, 2000.
- [72] M. E. Klein, D.-H. Lee, J.-P. Meyn, K.-J. Boller, and R. Wallenstein, “Single resonant continuous-wave optical parametric oscillator pumped by a diode laser,” *Opt. Letters*, vol. 24, pp. 1142–1144, 1999.
- [73] G. A. Turnbull, D. McGloin, I. D. Lindsay, M. Ebrahimzadeh, and M. H. Dunn, “Extended mode-hop-free tuning by use of a dual-cavity, pump-enhanced optical parametric oscillator,” *Opt. Letters*, vol. 25, pp. 341–343, 2000.
- [74] O. Pacaud, J. P. Fève, B. Boulanger, and B. M. Naert, “Cylindrical KTiOPO<sub>4</sub> crystal for enhanced angular tunability of phase-matched optical parametric oscillators,” *Opt. Letters*, vol. 25, pp. 737–739, 2000.
- [75] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, and S. Reynaud, “Noise characteristics of a non-degenerate optical parametric oscillator - application to quantum noise reduction,” *J. Phys. France*, vol. 50, pp. 1209–1225, 1989.

- [76] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, L. Lugiato, S. Reynaud, M. Vadacchino, and W. Kaige, “Squeezing in detuned degenerate optical parametric oscillators,” *Quantum Opt.*, vol. 2, pp. 159–187, 1990.
- [77] M. K. Olsen and R. J. Horowitz, “Effects of detuning on transient and steady state squeezing in second harmonic generation,” *Opt. Comm.*, vol. 157, pp. 165–169, 1998.
- [78] B. Yurke, “Use of cavities in squeezed-state generation,” *Phys. Rev. A*, vol. 29, pp. 408–410, 1984.
- [79] J. M. Courty and S. Reynaud, “Generalized linear input-output theory for quantum fluctuations,” *Phys. Rev. A*, vol. 46, pp. 2766–2777, 1992.
- [80] M. J. Collet and C. W. Gardiner, “Squeezing of intracavity and traveling-wave light fields produced in parametric amplification,” *Phys. Rev. A*, vol. 30, pp. 1386–1391, 1984.
- [81] M. J. Collet and D. F. Walls, “Squeezing spectra for nonlinear optical systems,” *Phys. Rev. A*, vol. 32, pp. 2887–2892, 1985.
- [82] L. Hilico, C. Fabre, S. Reynaud, and E. Giacobino, “Linear input-output method for quantum fluctuations in optical bistability with two-level atoms,” *Phys. Rev. A*, vol. 46, pp. 4397–4405, 1992.
- [83] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. Oxford: Pergamon Press, sixth edition ed., 1980.
- [84] B. Boulanger, I. Rousseau, J. P. Fève, M. Maglione, B. Ménaert, and G. Marnier, “Optical studies of laser-induced gray-tracking in KTP,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 35, pp. 281–286, 1999.
- [85] Litton–Poli-Scientific website: [http://www.litton-ps.com/Synoptics/b2\\_1.htm](http://www.litton-ps.com/Synoptics/b2_1.htm).
- [86] F. C. Zumsteg, L. D. Bierlein, and T. E. Gier, “ $K_x\text{Rb}_{(1-x)}\text{TiOPO}_4$  - new nonlinear optical material,” *J. Appl. Phys.*, vol. 47, pp. 4980–4985, 1976.
- [87] Crystal Laser S. A. website: <http://www.cristal-laser.fr/PAGES/ktp.htm>.
- [88] J. P. Fève, B. Boulanger, and G. Marnier, “Repetition rate dependence of gray-tracking in  $\text{KTiOPO}_4$  during second-harmonic generation at 532 nm,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 70, pp. 277–279, 1997.
- [89] B. Boulanger, J.-P. Fève, and Y. Guillien, “Thermo-optical effect and saturation of nonlinear absorption induced by gray-tracking in 532-nm-pumped KTP optical parametric oscillator,” *Opt. Letters*, vol. 25, pp. 484–486, 2000.
- [90] X. Mu and Y. J. Ding, “Investigation of damage mechanisms of  $\text{KTiOPO}_4$  crystals by use of a continuous-wave argon laser,” *Appl. Opt.*, vol. 39, pp. 3099–3103, 2000.
- [91] G. D. Boyd and D. A. Kleinman, “Parametric interaction of focused gaussian light beams,” *J. Appl. Phys.*, vol. 39, pp. 3597–3639, 1968.

- [92] H. Kogelnik and T. Li, "Laser beams and resonators," *Appl. Opt.*, vol. 5, p. 1550, 1966.
- [93] P. H. S. Ribeiro, C. Schwob, A. Maître, and C. Fabre, "Sub-shot-noise high-sensitivity spectroscopy with optical parametric oscillator twin beams," *Opt. Letters*, vol. 22, pp. 1893–1895, 1997.
- [94] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, and E. Giacobino, "Improvements in the observed intensity correlation of optical parametric oscillator twin beams," *Opt. Letters*, vol. 16, p. 1234, 1991.
- [95] T. Debuisschert, S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, and C. Fabre, "Observation of large quantum noise reduction using an optical parametric oscillator," *Quantum Opt.*, vol. 1, pp. 3–9, 1989.
- [96] B. Willke, N. Uehara, E. Gustafson, R. Byer, P. King, S. Seel, and R. S. Jr., "Spatial and temporal filtering of a 10-W Nd:Yag laser with a Fabry-Perot ring-cavity premode cleaner," *Opt. Letters*, vol. 23, p. 1704, 1998.
- [97] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, "Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator," *Applied Physics B-Photophysics and Laser Chemistry*, vol. 31, pp. 97–105, 1983.
- [98] A. Douillet, J.-J. Zondy, A. Yelisseyev, S. Lobanov, and L. Isaenko, "Stability and frequency tuning of thermally loaded continuous-wave AgGaS<sub>2</sub> optical parametric oscillators," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 16, pp. 1481–1498, 1999.
- [99] A. White, J. Mlynek, , and S. Schiller, "Cascaded second-order nonlinearity in an optical cavity," *Europhys. Lett.*, vol. 35, pp. 425–430, 1996.
- [100] S. Reynaud, C. Fabre, E. Giacobino, and A. Heidmann, "Photon noise-reduction by passive optical bistable systems," *Phys. Rev. A*, vol. 40, pp. 1440–1446, 1989.
- [101] M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer, "Quasi-phase-matched second harmonic generation: Tuning and tolerances," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 28, pp. 2631–2654, 1992.
- [102] A. J. Henderson, P. M. Roper, L. A. Borschowa, and R. D. Mead, "Stable, continuously tunable operation of a diode-pumped doubly resonant optical parametric oscillator," *Opt. Letters*, vol. 25, pp. 1264–1266, 2000.
- [103] M. E. Klein, D.-H. Lee, J.-P. Meyn, B. Beier, K.-J. Boller, and R. Wallenstein, "Diode-pumped continuous-wave widely tunable optical parametric oscillator based on periodically poled lithium tantalate," *Opt. Letters*, vol. 23, pp. 831–833, 1998.
- [104] A. Garashi, A. Arie, A. Skliar, and G. Rosenman, "Continuous-wave optical parametric oscillator based on periodically poled KTiOPO<sub>4</sub>," *Opt. Letters*, vol. 23, pp. 1739–1741, 1998.

- [105] C.-S. Yu and A. H. Kung, "Grazing-incidence periodically poled LiNbO<sub>3</sub> optical parametric oscillator," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 16, pp. 2233–2238, 1999.
- [106] I. D. Lindsay, C. Petridis, M. H. Dunn, and Ebrahimzadeh, "Continuous-wave pump-enhanced singly resonant optical parametric oscillator pumped by an extended-cavity diode laser," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 78, pp. 871–873, 2001.
- [107] V. Pruneri, G. Bonfrate, P. G. Kazansky, D. J. Richardson, N. G. Broderick, J. P. de Sandro, C. Simonneau, P. Vidakovic, and J. A. Levenson, "Greater than 20%-efficient frequency doubling of 532-nm nanosecond pulses in quasi-phase-matched germanosilicate optical fibers," *Opt. Letters*, vol. 24, pp. 208–210, 1999.
- [108] G. Imeshev, M. Proctor, and M. M. Fejer, "Phase correction in double-pass quasi-phase-matched second-harmonic generation with a wedged crystal," *Opt. Letters*, vol. 23, pp. 165–167, 1998.
- [109] G. Souhaite, *Réalisation d'un oscillateur paramétrique optique dégénéré, pompé à 1,06 μm, utilisant un cristal non linéaire à quasi accord de phase*. DEA d'optique et photonique, Laboratoire Kastler-Brossel, Université Paris XI, 1998.
- [110] C. Schwob, P. F. Cohadon, C. Fabre, M. A. M. Marte, H. Ritsch, A. Gatti, and L. Lugiato, "Transverse effects and mode couplings in OPO," *Appl. Phys. B*, vol. 66, pp. 685–699, 1998.
- [111] R. M. Shelby, M. D. Levenson, D. F. Walls, A. Aspect, and G. J. Milburn, "Generation of squeezed states of light with a fiber-optics ring interferometer," *Phys. Rev. A*, vol. 33, pp. 4008–4025, 1986.
- [112] A. Gatti, L. A. Lugiato, G.-L. Oppo, R. Martin, P. di Trapani, and A. Berzanskis, "From quantum to classical images," *Opt. Express*, vol. 1, pp. 21–30, 1997.
- [113] M. I. Kolobov, "The spatial behavior of nonclassical light," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 71, pp. 1539–1589, 1999.
- [114] W. A. T. Nogueira, S. P. Walborn, S. Pádua, and C. H. Monken, "Experimental observation of spatial antibunching of photons," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, p. 4009, 2001.
- [115] L. A. Lugiato, A. Gatti, and H. Wiedemann, "Quantum fluctuations and nonlinear optical patterns," in *Quantum Fluctuations* (S. Reynaud, E. Giacobino, and J. Zinn-Justin, eds.), no. Session LXIII, 1995 in Les Houches, course 12, pp. 431–465, Elsevier Science, 1997.
- [116] A. Gatti and L. A. Lugiato, "Quantum images and critical fluctuations in the optical parametric oscillator below threshold," *Phys. Rev. A*, vol. 52, pp. 1675–1690, 1995.
- [117] L. A. Lugiato and A. Gatti, "Spatial structure of a squeezed vacuum," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 70, pp. 3868–3871, 1993.
- [118] E. Hecht, *Optics*. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1987.

- [119] E. G. Steward, *Fourier optics :an introduction*. Ellis Horwood series in physics, New York: Halsted Press, 1987.
- [120] L. M. Biberman and S. Nudelman, *Photoelectronic Imaging Devices*, vol. 2 - Devices and their evaluation. N. York: Plenum Press, 1971.
- [121] N. Treps, *Effets quantiques dans les images optiques*. Thèse de doctorat, Laboratoire Kastler-Brossel - Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2001. disponível na web: [http://theses-EN-ligne.in2p3.fr/documents/archives0/00/00/04/00/index\\_fr.html](http://theses-EN-ligne.in2p3.fr/documents/archives0/00/00/04/00/index_fr.html), ou em <http://ccsr.cnrs.fr>.
- [122] M. I. Kolobov and C. Fabre, “Quantum limits on optical resolution,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 3789–3792, 2000.
- [123] M. A. Olmstead, N. M. Amer, S. Kohn, D. Fournier, and A. C. Boccarda, “Photothermal displacement spectroscopy - an optical probe for solids and surfaces,” *Appl. Phys. A*, vol. 32, pp. 141–154, 1983.
- [124] C. Fabre, J. B. Fouet, and A. M. tre, “Quantum limits in the measurement of very small displacements in optical images,” *Opt. Letters*, vol. 25, pp. 76–78, 2000.
- [125] M. I. Kolobov and I. V. Sokolov *Sov. Phys. JETP*, vol. 69, p. 1097, 1989.
- [126] P. Kumar and M. I. Kolobov, “Degenerate 4-wave-mixing as a source for spatially-broad-band squeezed-light,” *Opt. Comm.*, vol. 104, pp. 374–378, 1994.
- [127] M. I. Kolobov and P. Kumar, “Sub-shot-noise microscopy - imaging of faint phase objects with squeezed light,” *Opt. Letters*, vol. 18, pp. 849–851, 1993.
- [128] L. A. Lugiato and P. Grangier, “Improving quantum-noise reduction with spatially multimode squeezed light,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 14, pp. 225–231, 1997.
- [129] L. A. Lugiato and I. Marzoli, “Quantum spatial correlations in the optical parametric oscillator with spherical mirrors,” *Phys. Rev. A*, vol. 52, pp. 4886–4898, 1995.
- [130] M. Marte, H. Ritsch, K. I. Petsas, A. Gatti, L. A. Lugiato, C. Fabre, and D. Leduc, “Spatial patterns in optical parametric oscillators with spherical mirrors: classical and quantum effects,” *Opt. Express*, vol. 3, pp. 71–80, 1998.
- [131] M. D. Levenson, W. H. Richardson, and S. H. Perlmutter, “Stochastic noise in TEM<sub>00</sub> laser beam position,” *Opt. Letters*, vol. 14, pp. 779–781, 1989.
- [132] J.-P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, E. Giacobino, J.-P. Poizat, T. J. Chang, and P. Grangier, “Spatial quantum noise of semiconductor lasers,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 16, p. 2140, 1999.
- [133] A. Bramati, J.-P. Hermier, A. Z. Khoury, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, J.-P. Poizat, and P. Grangier, “Spatial distribution of the intensity noise of a vertical-cavity surface-emitting semiconductor laser,” *Opt. Letters*, vol. 24, p. 893, 1999.

- [134] P. Suret, *Dynamique temporelle et effets transverses dans les oscillateurs paramétriques optiques continus: observations expérimentales et modélisation*. Thèse de doctorat, Université de Paris XI - Paris Sud, Paris, 2001.
- [135] S. E. Bialkowski, *Photothermal Spectroscopy for Chemical Analysis*, vol. 134. New York: Wiley, 1966.
- [136] M. Sheik-Bahae, A. A. Said, T. H. Wei, D. J. Hagan, and E. W. van Stryland, “Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam,” *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, pp. 760–769, 1990.
- [137] N. J. Dovichi and J. M. Harris, “Laser-induced thermal lens effect for calorimetric trace analysis,” *Anal. Chem.*, vol. 51, pp. 728–731, 1979.
- [138] S. M. Dutra and G. Nienhuis, “Quantized mode of a leaky cavity,” *Phys. Rev. A*, vol. 62, p. 063805, 2000.
- [139] G. B. Arfken, *Mathematical methods for physicists*. New York: Academic Press, second edition ed., 1970.
- [140] E. Butkov, *Física Matemática*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.